



Centro de Massa

Objetivos: Levantar discussões sobre o conceito de centro de massa e condições de equilíbrio de corpos extensos.

Pré Requisitos: O aluno precisa ter conhecimento básico sobre gravitação e forças. Deve saber sobre simetria de corpos e rotação destes.

Fundamentos Teóricos

A definição do ponto de centro de massa é o ponto que se move como se

1. toda a massa estivesse concentrada nesse ponto;
2. todas as forças externas estivessem aplicadas nesse ponto.

Desta forma, se tomarmos duas partículas pontuais, de massas m_1 e m_2 , definimos um eixo cartesiano x como a reta que une as duas partículas. Isto se faz útil pois assim estaremos tratando um sistema de *uma dimensão*.

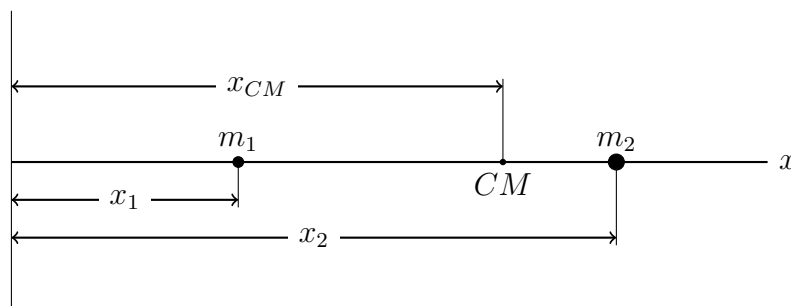


Figura 1: Dois pontos massivos e o ponto de centro de massa.

Assim, a definição do *ponto de centro de massa* do sistema será

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}. \quad (1)$$

Onde x_1 e x_2 são as posições das partículas, respectivamente, no eixo. Podemos afirmar que essa equação é a média das posições das partículas ponderada pela soma da massa. Uma forma mais geral da equação (1) para n partículas em um eixo é dada por,

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}. \quad (2)$$

Esta expressão pode ser escrita de forma mais compacta se usarmos notação de somatório e fizermos $M = m_1 + m_2 + \dots + m_n$. Assim se tornando,

$$x_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i. \quad (3)$$

Se assumirmos na equação (1) que as partículas tem a mesma massa, isto é, $m = m_1 = m_2$, teremos o ponto de centro de massa,

$$x_{CM} = \frac{mx_1 + mx_2}{m + m} = \frac{m(x_1 + x_2)}{2m} = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad (4)$$

que é o centro geométrico das duas partículas, a meio caminho de uma à outra. O resultado que temos aqui, e que também é verdadeiro de maneira mais geral, é que, quando a densidade de um sistema de partículas for constante, o ponto de centro de massa coincide com o centro geométrico do sistema.

Outra característica importante no contexto do experimento é a simetria de um sistema de partículas. Supunhamos que um sistema de partículas não seja homogêneo, mas a sua forma geométrica e densidade sejam simétricas em relação a um eixo, no caso de duas dimensões, o *eixo de simetria*, ou um plano, no caso de três dimensões, o *plano de simetria*. Se isso for verdade, então o ponto de centro de massa desse sistema estará neste eixo, ou plano, de simetria.

Material Utilizado

- Copo (preferencialmente de vidro e de borda larga);
- 2 garfos de modelo idêntico (preferencialmente de metal)
 - Palito de dente.

Procedimentos Experimentais

- Alinhar e entrelaçar os dentes dos garfos, de acordo com as Figuras 2 e 3.
- Posicionar, com força suficiente para fixação, o palito no centro de gravidade dos garfos;
- Equilibrar o palito, com os garfos, na borda do copo de vidro de acordo com as Figuras 4 e 5.



Figura 2: Alinhamento adequado dos garfos.

Figura 3: Alinhamento adequado de outro ângulo.



Figura 4: Experimento em ação, visão frontal.

Figura 5: Experimento em ação, visão de atrás.

Perguntas

1. Por qual motivo os garfos tem de ser idênticos?
2. Com uma visão de cima, você pode dizer qual o eixo de simetria dos garfos?
3. O que a resposta da última questão nos diz sobre o centro de massa dos garfos?
4. Faça uma hipótese: por que os garfos não caem para a frente?
5. Onde você acha que está o centro de massa dos garfos?

Referências

[1] David Halliday. *Fundamentos de Física, Volume 1*. LTC S.A., 2008.