

<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDE S</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# Modelagem paramétrica de Superfícies Curvas: superfícies propriam. curvas não desenvolvíveis

Autores:

Doutoranda Janice de Freitas Pires – POS ARQ/UFSC - HIPERLAB/UFSC  
Profa. Alice Theresinha Cybis Pereira – POS ARQ/UFSC – HIPERLAB/UFSC

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS NÃO DESENVOLV.</b>	
<b>SUP. CIRCULARES REVOL.</b>	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDE S</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Objetivos da Oficina de Modelagem paramétrica de superfícies retilíneas não desenvolvíveis

- Reconhecer o conceito de modelagem paramétrica aplicada ao projeto de arquitetura;
- Reconhecer os conceitos e as técnicas de modelagem paramétrica e da geração de superfícies curvas por meio da representação algorítmica de *superfícies propriamente curvas não desenvolvíveis*;
- Explorar a variação de parâmetros para a obtenção de diferentes configurações formais das superfícies representadas.

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
<b>NÃO DESENVOLV.</b>	
<b>SUP. CIRCULARES REVOL.</b>	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDES</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

Modelagem paramétrica desenvolvida em **Grasshopper**  
(Rhinoceros) - <http://www.grasshopper3d.com/>

## Tipos de elementos do Grasshopper

**elemento tipo “parâmetro”**  
(armazenam dados)



**elemento tipo “componente”**  
(executam ações com os dados)



INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDES	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Interface Grasshopper (Rhinocerous)

### Cores dos elementos do Grasshopper



todos os componentes tornam-se verdes quando selecionados

cinza ou preto: ok  
(não há erros nem falta de informação)

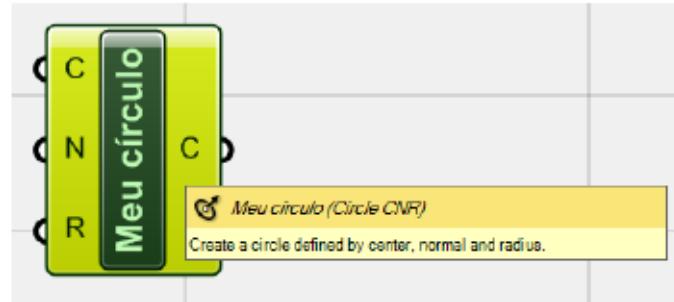
laranja: atenção  
(falta alguma informação)

vermelho: há erros  
(o erro pode estar no componente vermelho ou em algum dos parâmetros que ele recebe)

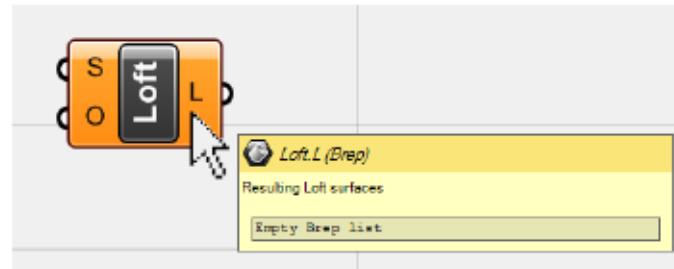
<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDES</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Interface Grasshopper (Rhinoceros)

### Descrição dos elementos e dos parâmetros dos elementos



colocando o mouse sobre a parte central de um elemento é possível ver sua descrição



colocando o mouse sobre cada parâmetro de um elemento é possível ver sua descrição e o tipo de dado que ele representa ou espera receber

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
<b>NÃO DESENVOLV.</b>	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Tipos de Modelos

De acordo com a informação que se queira extrair do modelo

BRDF/BTDF	Modelagem de pontos	Modelagem de curvas	Modelagem de superfícies	Modelagem de sólidos
-----------	---------------------	---------------------	--------------------------	----------------------

Bidirectional Reflectance (BRDF) and  
Transmittance (BTDF) Distribution Functions

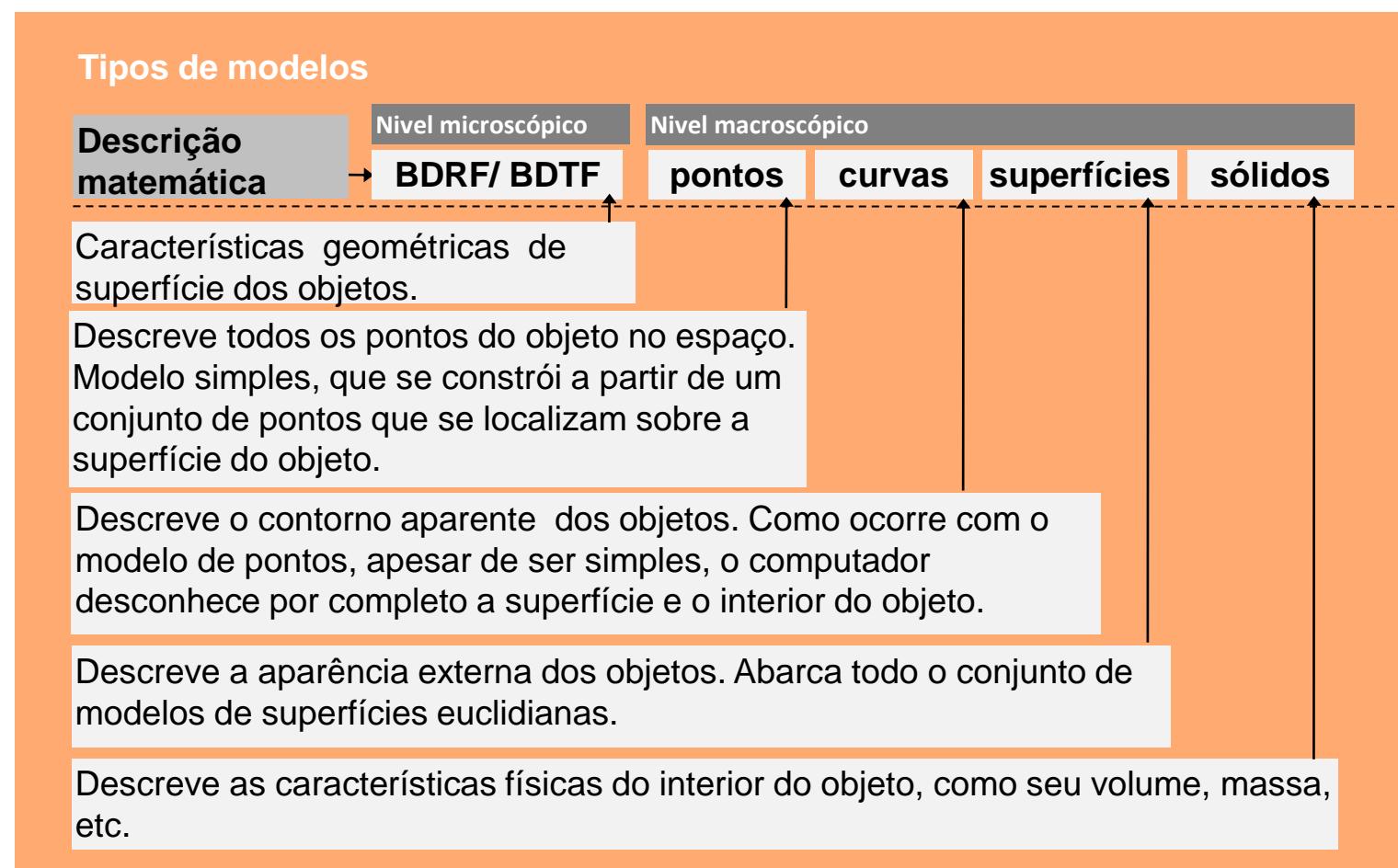
De acordo com a forma de geração e controle do modelo

Primitivas de modelagem	Superfícies de varrido ou revolução	Operações booleanas regularizadas	Manipulação de curvas e sup. paramétricas	Transformações geométricas
-------------------------	-------------------------------------	-----------------------------------	---	----------------------------

Fonte: Curso de Especialização em Gráfica Digital – DTGC – IFM – UFPEL

Disciplina: Modelagem Geométrica I

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b> <b>NÃO DESENVOLV.</b>	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDES	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	



**Fonte: Curso de Especialização em Gráfica Digital – DTGC – IFM – UFPEL**

Disciplina: Modelagem Geométrica I

<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
<b>NÃO DESENVOLV.</b>	
<b>SUP. CIRCULARES REVOL.</b>	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDES</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Modelagem Paramétrica: Definição

É a descrição computacional de um modelo matemático com base em scripts, parâmetros e relacionamentos.

## Design Paramétrico: Definição

Processo em que a descrição de um problema é criada usando variáveis. Ao alterar essas variáveis, uma gama de soluções alternativas pode ser criada, com base em alguns critérios selecionados de uma solução final, que podem ser relacionados com o desempenho, facilidade de construção, requisitos de orçamento, as necessidades do usuário, estética ou uma combinação destes.

Fonte: MONEDERO, 2000.

<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
<b>NÃO DESENVOLV.</b>	
<b>SUP. CIRCULARES REVOL.</b>	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDE S</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Definição de Superfícies

Denomina-se superfície geométrica o lugar de todas as posições que ocupa sucessivamente no espaço uma linha móvel que troca de posição, ou também de forma, segundo uma lei determinada e contínua.

As superfícies são geradas pelo movimento de linhas – **geratrizes** da superfície

As geratrizes podem apoiar-se sobre uma ou mais linhas – **diretrizes** da superfície

Se a diretriz é uma linha aberta gera uma superfície aberta

Se a diretriz é uma linha fechada gera uma superfície fechada

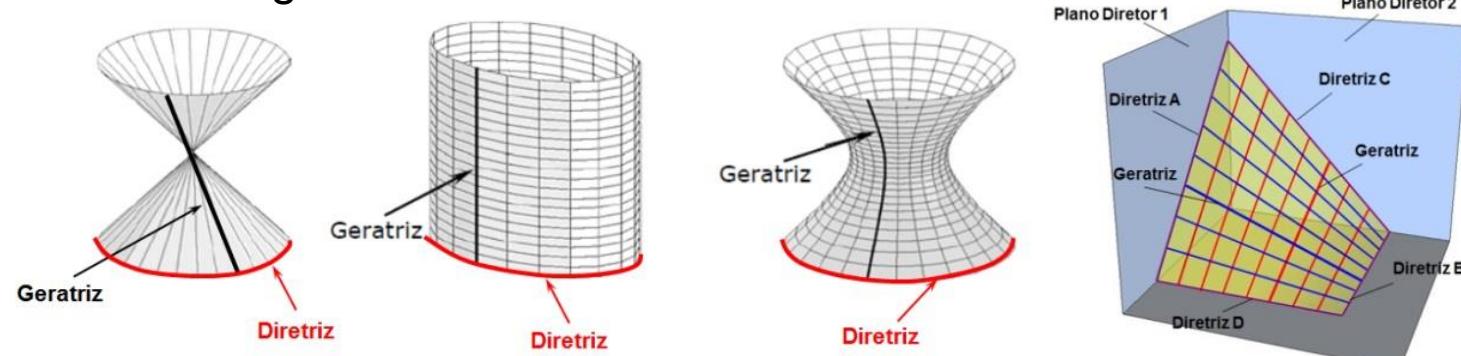
<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
<b>NÃO DESENVOLV.</b>	
<b>SUP. CIRCULARES REVOL.</b>	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDES</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Caracterização dos elementos principais das Superfícies segundo Rodrigues (1960):

**Geratriz:** linha móvel que descreve a superfície

**Diretriz:** linhas ou superfícies fixas que determinam, em relação à geratriz, em cada posição, as condições peculiares da lei de geração de uma superfície. Ela direciona e regrada o movimento da geratriz.

**Superfície diretora:** superfície em relação a qual uma geratriz deve assumir uma determinada posição constante durante o seu movimento gerador.

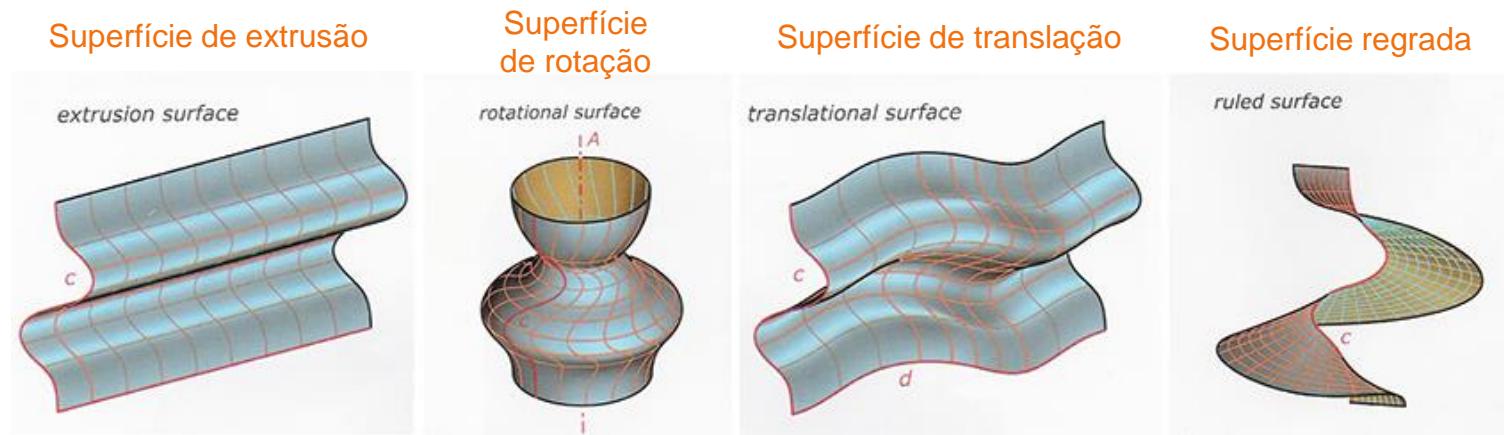


<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
<b>NÃO DESENVOLV.</b>	
<b>SUP. CIRCULARES REVOL.</b>	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDES</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Caracterização dos elementos principais das Superfícies segundo Rodrigues (1960):

**Lei de geração:** é a determinação do movimento de cada forma linear sem deixar nada de arbitrário, quanto à posição e grandeza da geratriz, pela exigência de condições especiais à superfície descrita.

Alguns *processos de geração* são apresentados (Pottmann et al, 2007), os quais podem ser por **extrusão**, **rotação** ou **translação** da geratriz ao longo de sua (s) diretriz (es).



INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# Classificação das Superfícies Curvas segundo Rodrigues (1960)

## Sistemas e leis de geração

Retilíneas

Geradas por retas

### Desenvolvíveis

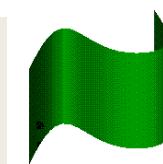
### Não Desenvolvíveis

Podem ser estendidas sobre um plano

Não podem ser estendidas sobre um plano



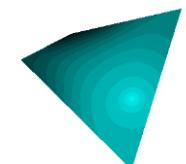
Cônica  
Geral



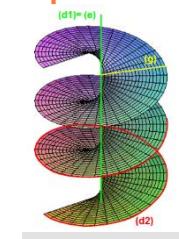
Cilíndrica  
Geral



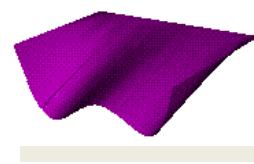
Helicoide  
Desenvolvível



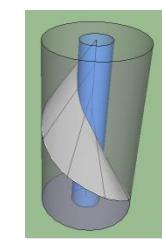
Paraboloide  
Hiperbólico



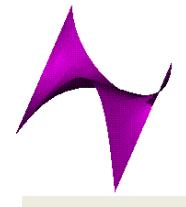
Helicoide de  
Plano Diretor



Conoide



Helicoide de  
Cone Diretor



Cilindroide

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# Classificação das Superfícies Curvas segundo Rodrigues (1960)

Sistemas e leis de geração

Propriamente Curvas

Geradas por curvas

Circulares em Geral

Admitem a circunferência como geratriz



Cilíndrica de revolução



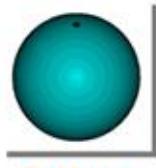
Cônica de revolução



Parabolóide de revolução



Toro Circular



Esférica



Elipsóide de revolução



Hiperbolóide de revolução



Serpentina

Quádricas em Geral

Curva cônica geratriz



Cilindro de segunda ordem  
Elipsóide escaleno



Cone de segunda ordem



Toro elíptico



Toro Parabólico



Toro Hiperbólico

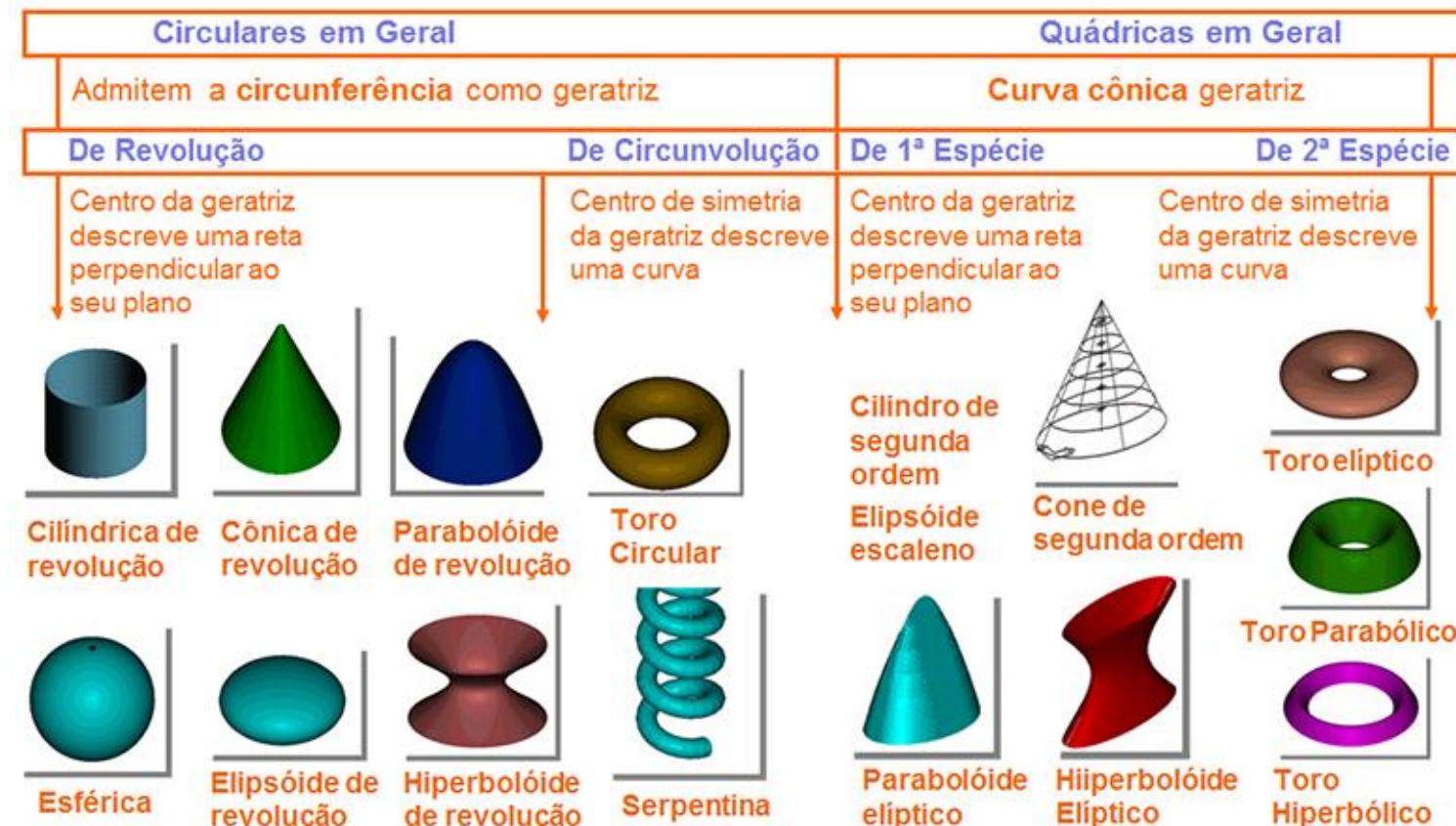
INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# Classificação das Superfícies Curvas segundo Rodrigues (1960)

Sistemas e leis de geração

Propriamente Curvas

Geradas por curvas



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS  
NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

ELIPSOIDES  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

TORO CIRCULAR  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

# Superfícies Propriamente Curvas Não Desenvolvíveis: Definição

São as superfícies geradas por curvas circulares ou curvas quadráticas em geral (elipses, parábolas, hipérboles ou outras curvas quadráticas) que não podem ser desdobradas sobre um plano, ou seja, não podem ser planificadas sem rasgar a superfície.

As superfícies não planificáveis ou não desenvolvíveis quando geradas por linhas retas pertencem ao grupo das *superfícies retilíneas*, e quando geradas por linhas curvas, pertencem ao grupo das *superfícies propriamente curvas*.

Rodrigues (1960)

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

No grupo das superfícies *propriamente curvas não desenvolvíveis* e que são *circulares* podemos distinguir as seguintes superfícies:  
Circulares em Geral (podem ser geradas por circunferências)



INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

No grupo das superfícies *propriamente curvas* não desenvolvíveis e que são *circulares* podemos distinguir as seguintes superfícies:  
Quádricas em Geral (geratirzes **somente** **são** curvas cônicas ou quadráticas em geral)



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

### SUP. PROP. CURVAS

#### NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

#### SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

# Superfícies Propriamente Curvas Não Desenvolvíveis – Exemplos na Arquitetura

## Esférica

**Projeto:** Biosphere  
**Arquiteto:** Richard Buckminster Fuller  
**Localização:** Montréal, Canadá  
**Fonte da imagem:**  
<http://aedesign.wordpress.com/2010/03/19/montreal-biosphere-quebec-canada/biosphere-montreal-below/13>



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS  
NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

ELIPSOIDE S  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

TORO CIRCULAR  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

# Superfícies Retilíneas Não Desenvolvíveis: Exemplos na Arquitetura

## Superfície Esférica

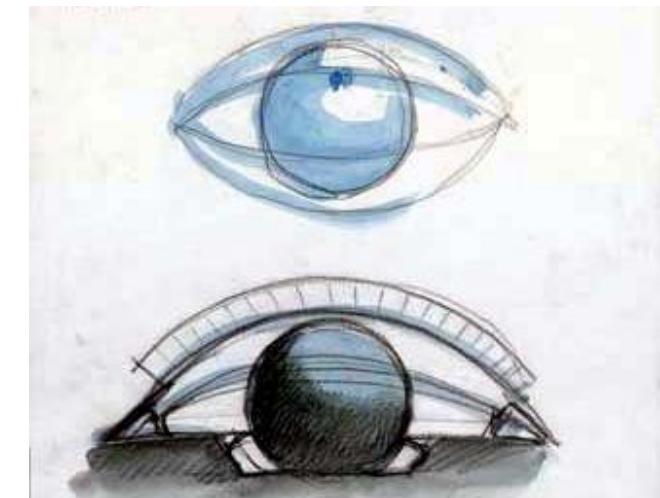


Projeto: Hemisferic

Arquiteto: Santiago Calatrava

Localização: Barcelona (Espanha)

Embora pareça uma metade de um elipsoide, a forma do projeto se trata de uma parte de uma esfera. A ideia do projeto foi dar um efeito de reflexo sobre a água a partir da projeção da superfície dando a ilusão da forma de um olho.



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

# Superfícies Retilíneas Não Desenvolvíveis: Exemplos na Arquitetura

## Elipsoide



Projeto: **The Infosys Ellipsoid**

Arquiteto: Hafeez Contractor,  
Mumbai

Localização: Pune

Imagen:

<https://www.wfm.co.in/a-look-through-glass-facade/>

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

### SUP. PROP. CURVAS

#### NÃO DESENVOLV.

#### SUP. CIRCULARES REVOL.

### SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

### ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

### PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

### HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

### TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

# Superfícies Retilíneas Não Desenvolvíveis: Exemplos na Arquitetura

## Elipsoide



Projeto: **Sunday Escape - Cybertecture Egg**

Arquiteto: James Law

Localização: Mumbai, Índia

Imagens: <https://www.nssmag.com/en/art-design/10970/sunday-escape-cybertecture-egg/image:95059>

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

### SUP. PROP. CURVAS

#### NÃO DESENVOLV.

#### SUP. CIRCULARES REVOL.

#### SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

# Superfícies Retilíneas Não Desenvolvíveis: Exemplos na Arquitetura

## Paraboloide de Revolução



**Obra: OCA - Pavilhão Lucas Nogueira Garcez**

**Arquiteto: Oscar Niemeyer**

**Local: São Paulo – Parque Ibirapuera**

**Ano: 1954, reformado em 2000 segundo projeto de Paulo Mendes da Rocha**

Imagen: <http://www.institutopinheiro.org.br/dica-de-lugar/oca-pavilhao-lucas-nogueira-garcez/?localidade=sao-paulo#.WdUpXmhSzIU>

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS  
NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

ELIPSOIDES  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

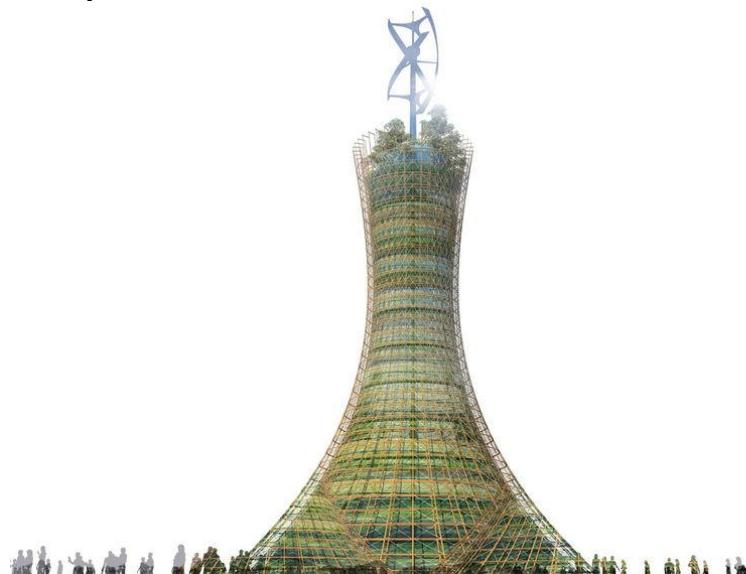
PARABOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

TORO CIRCULAR  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

# Superfícies Retilíneas Não Desenvolvíveis: Exemplos na Arquitetura

## Hiperboloide



**Obra:** Projeto Skyfarm

**Projeto:** Rogers Stirk Harbour and Partners

**Ano:** 2014-2015

<https://www.dezeen.com/2016/03/17/skyfarm-rogers-stirk-harbour-partners-global-food-crisis-vertical-farm-concept-bamboo/>



**Obra:** Saint Louis Science Center

**Projeto:** Gyo Obata

**Localização:** St. Louis, Missouri, EUA.

**Ano:** 1963

[https://en.wikipedia.org/wiki/Saint\\_Louis\\_Science\\_Center](https://en.wikipedia.org/wiki/Saint_Louis_Science_Center)

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

**SUP. PROP. CURVAS  
NÃO DESENVOLV.**

SUP. CIRCULARES REVOL.

**SUPERFÍCIE ESFÉRICA**  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

**ELIPSOIDE S**  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

**PARABOLOIDE DE REV.**  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

**HIPERBOLOIDE DE REV.**  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

**TORO CIRCULAR**  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

# Superfícies Retilíneas Não Desenvolvíveis: Exemplos na Arquitetura

Toro



Imagen:  
<http://www.dailymail.co.uk/sciencetech/article-2208723/Ark-Hotel-Remistudio-biosphere-self-contained-haven-event-flood-disaster.htm>

**Obra: Ark Hotel**

**Projeto:** escritório de arquitetura Remistudio

**Local:** Rússia

**Ano:** 2012

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

**SUP. PROP. CURVAS**

**NÃO DESENVOLV.**

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

# Superfícies Circulares de Revolução

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDES

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

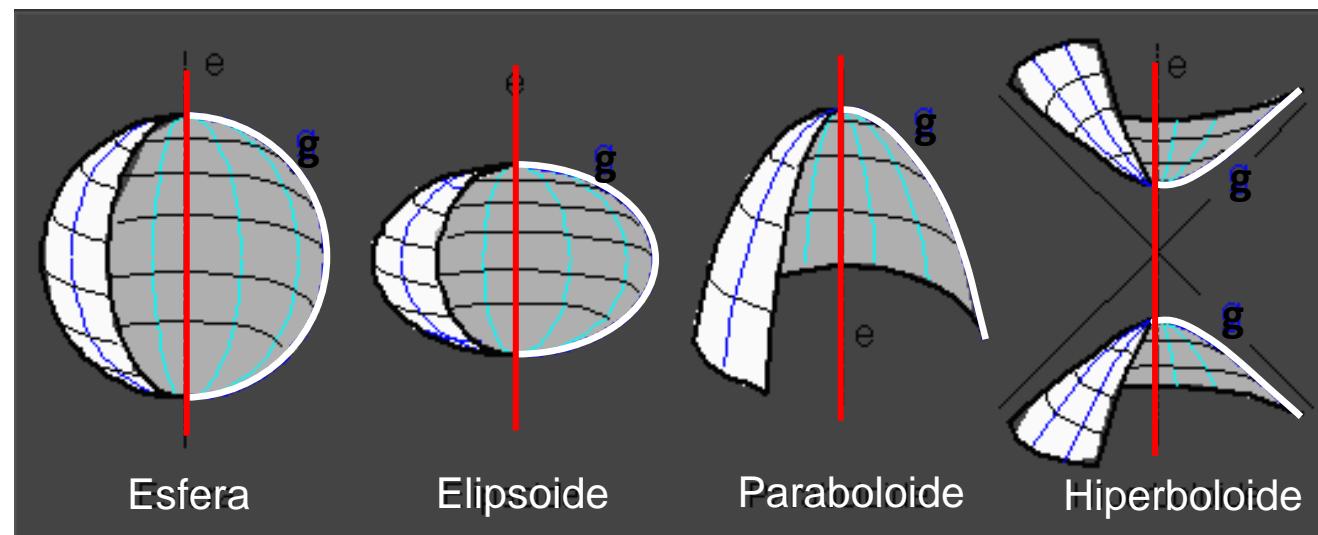
TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## *Superfícies Circulares de Revolução*

Superfícies geradas pelo **movimento circular** de uma **curva diretriz** em torno de **um eixo** que está contido no **mesmo plano** da geratriz e em um **plano perpendicular ao plano** que contém a **diretriz** da superfície. Nesta classe de superfícies estão a **esfera**, os **elipsoides**, o **paraboloide** e os **hiperboloïdes** de revolução.



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

### SUP. PROP. CURVAS

#### NÃO DESENVOLV.

#### SUP. CIRCULARES REVOL.

#### SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

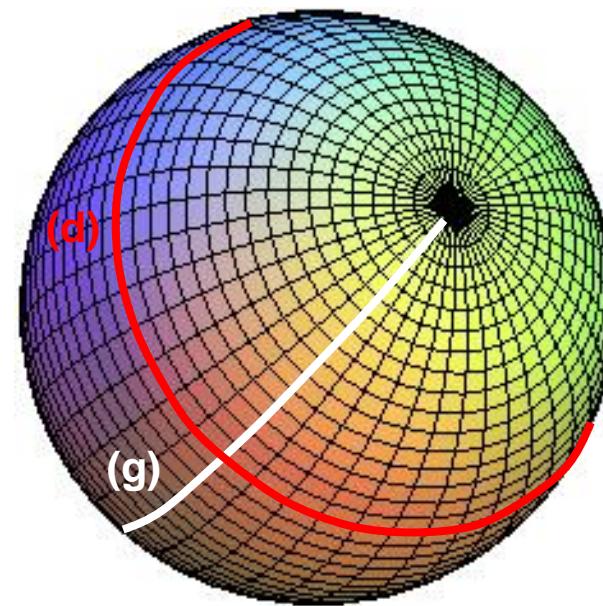
Modelagem

# Superfície Esférica

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDES	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Superfície Esférica – Definição

É a superfície gerada pela rotação completa de uma **semicircunferência (geratriz)** em torno de um de seus **diâmetros (d)**.



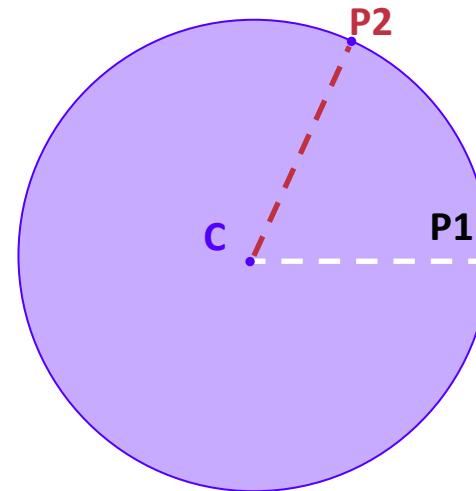
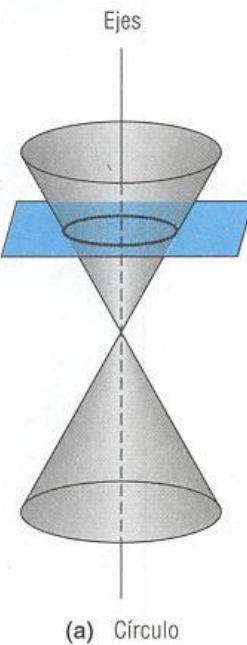
Fonte da imagem: <http://enciclopedia.us.es/index.php/Esfera>

<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDE S</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## **Circunferência – Definição**

É a **curva plana fechada** que se obtém quando da interseção de um **cone circular reto** com um plano perpendicular ao seu eixo.

É o **lugar geométrico** de todos os **pontos** de um plano **equidistantes** de um ponto fixo denominado de **centro** da circunferência (C).



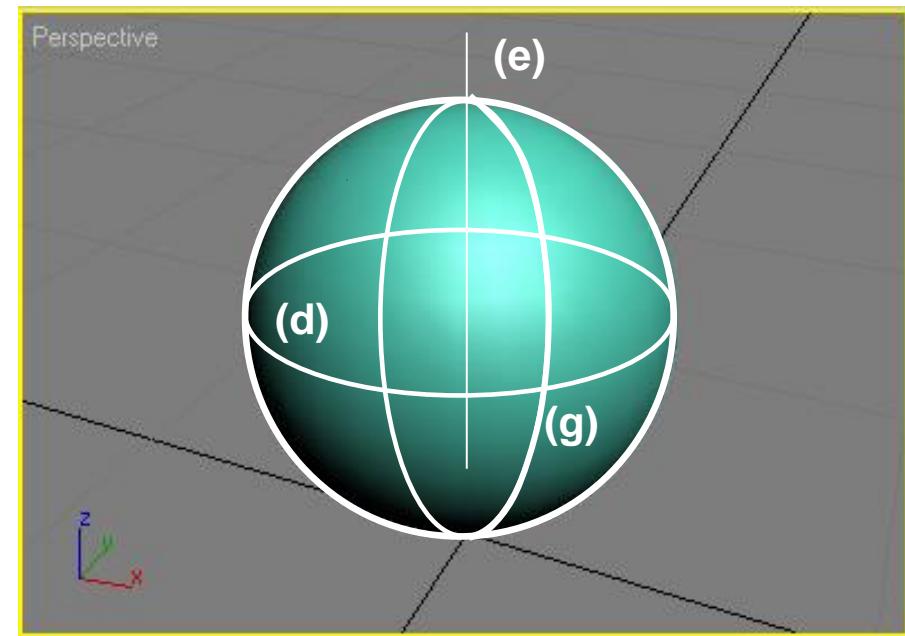
Fonte do texto e referência para o desenho:  
[http://www.mat.uel.br/geometrica/php/dg/dg\\_9t.php](http://www.mat.uel.br/geometrica/php/dg/dg_9t.php)

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDES	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Superfície Esférica – Definição e processo de geração

É o **lugar geométrico** dos **pontos do espaço** situados à **mesma distância** de um **ponto fixo** (centro).

É a **superfície de revolução** gerada por uma semicircunferência (**geratriz**) que faz uma **rotação completa** em torno de uma curva circunferência (**diretriz**). Somente pode ser gerada por uma curva, sendo assim classificada como uma superfície propriamente curva.  
(Rodrigues, 1960)



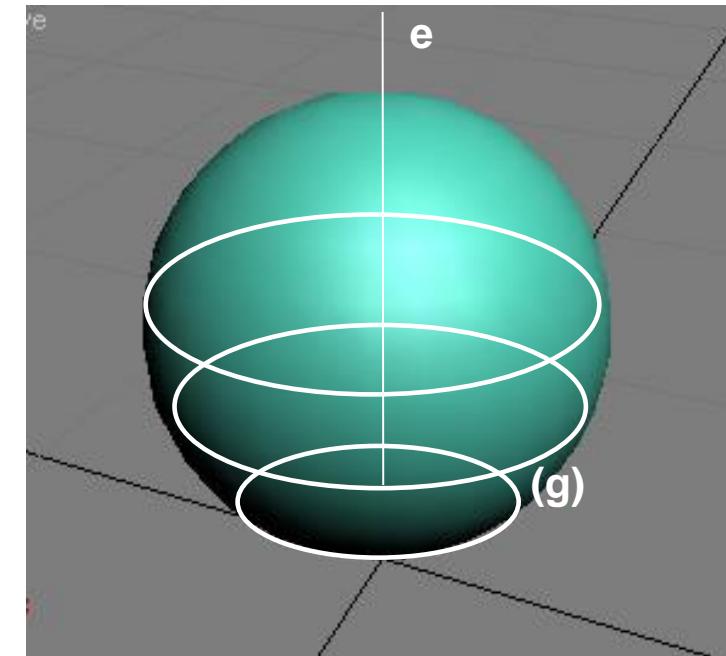
**Fonte da imagem:** elaboração própria para a disciplina de Geometria Descritiva IV/GEGRADI/UFPEL, atual disciplina de Geometria Gráfica e Digital 2

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDES	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Superfície Esférica – Definição e processo de geração

Além da revolução de uma semicircunferência em torno de um eixo de revolução, esta superfície pode também ser gerada pelo deslocamento de uma **circunferência geratriz** que possui o seu centro preso a uma reta perpendicular ao seu plano, levantada pelo centro, variando o raio da circunferência geratriz (geração pelos paralelos).

(Rodrigues, 1960)

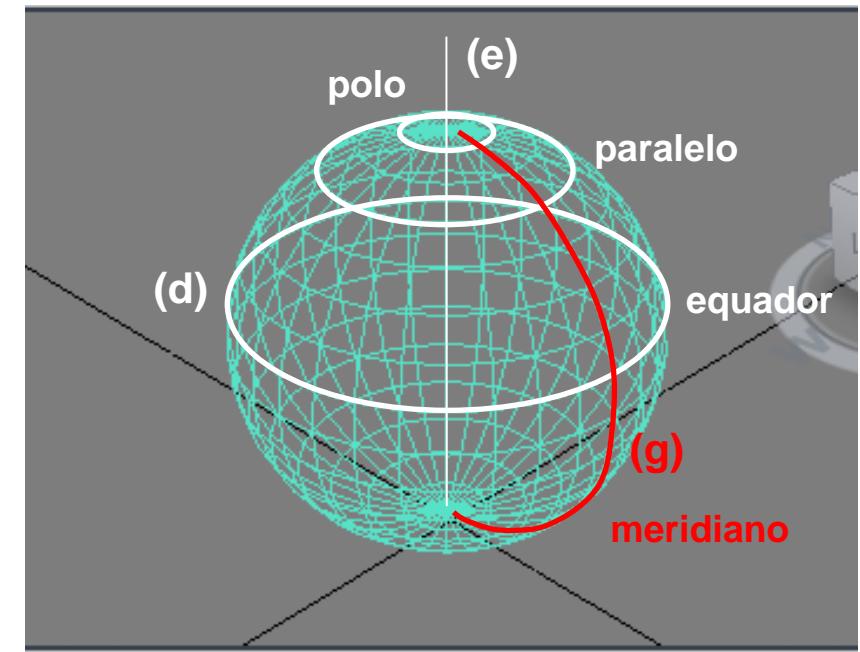


**Fonte da imagem:** elaboração própria para a disciplina de Geometria Descritiva IV/GEGRADI/UFPEL, atual disciplina de Geometria Gráfica e Digital 2

<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
<b>NÃO DESENVOLV.</b>	
<b>SUP. CIRCULARES REVOL.</b>	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDES</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## **Superfície Esférica – Elementos principais**

- a) Pólos** são as interseções da superfície com o eixo;
  - b) Paralelo** é qualquer seção feita por um plano perpendicular ao eixo;
  - c) Equador** é o paralelo de raio máximo, contido em um plano que passa pelo centro da esfera;
  - d) Meridiano** é qualquer seção cujo plano passa pelo eixo.
- Os meridianos e paralelos constituem dois sistemas de geratrizes ortogonais (Rodrigues, 1960).**



**Fonte da imagem:** elaboração própria para a disciplina de Geometria Descritiva IV/GEGRADI/UFPEL, atual disciplina de Geometria Gráfica e Digital 2

<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
<b>NÃO DESENVOLV.</b>	
<b>SUP. CIRCULARES REVOL.</b>	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDE S</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## ***Superfície Esférica* – Emprego na Arquitetura**

**Projeto:** Planetário  
Rubens de Azevedo

**Arquiteto:** Delberg  
Ponce de Leon e  
Fausto Nilo Costa  
Júnior

**Localização:** Ceará

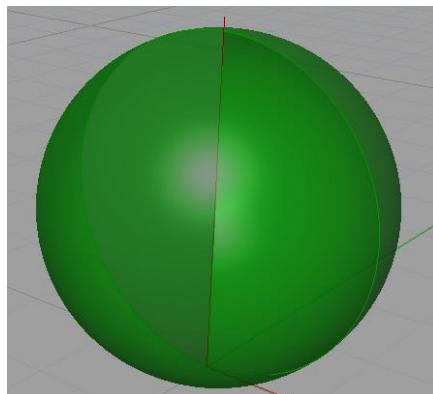
**Fonte da imagem:**  
<http://www.arcoweb.com.br/arquitetura/delberg-ponce-de-leon-e-fausto-nilo-costa-junior-planetario-rubens-01-09-2003.html>



INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDES	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# Superfície Esférica

## Esquema de geração



Superfície por  
Revolução da  
geratriz

## Algoritmo

**Geratriz Circunferência**  
Obtida por uma **seção plana** em um **cone de revolução**

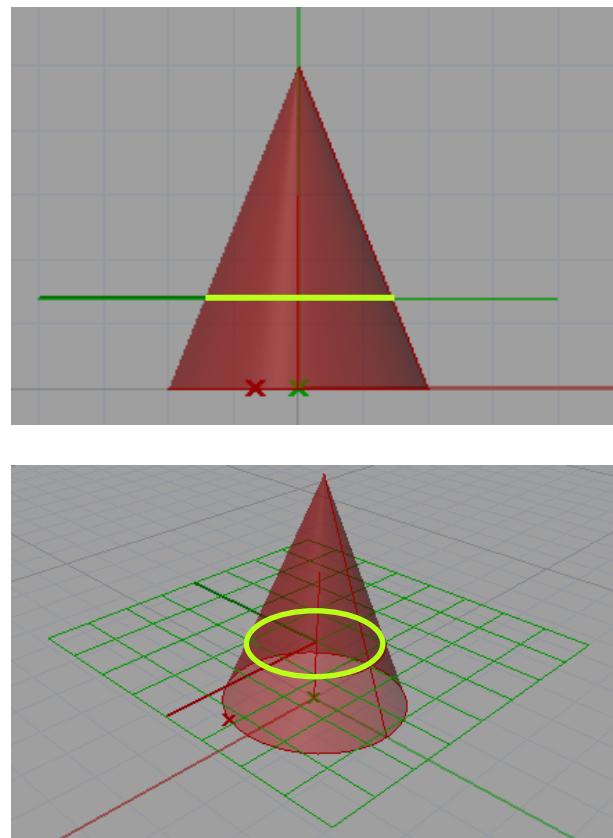
**Eixo para a revolução**  
Gerado por seus Parâmetros  
(**linha com origem 0,0,0 e orientação z**)

**Geração da superfície de revolução**

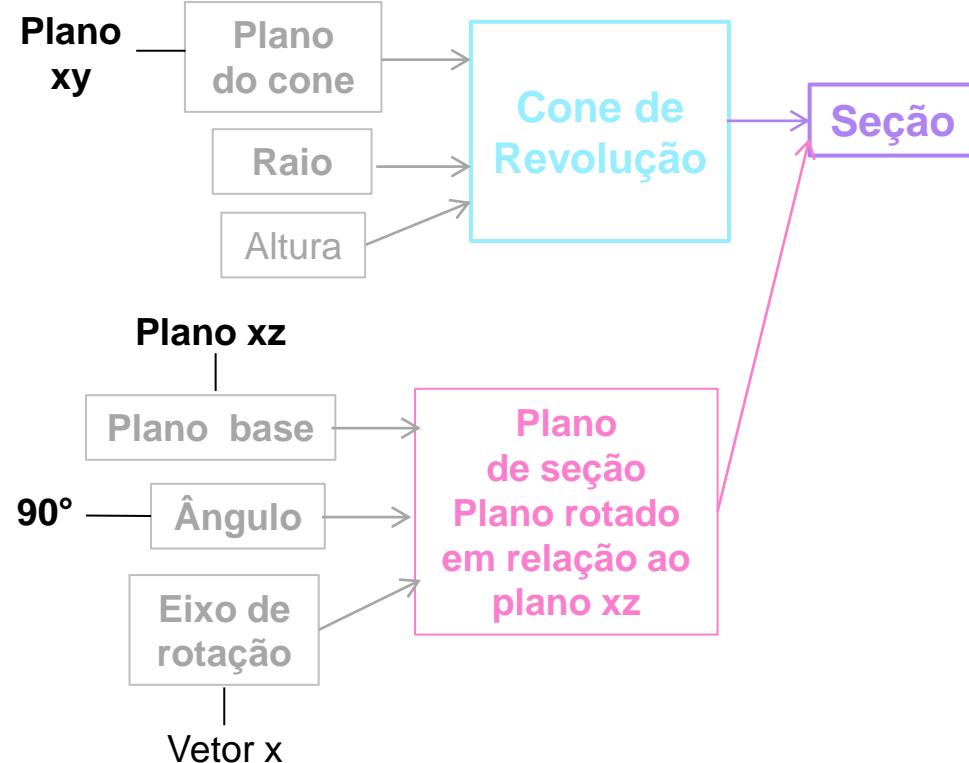
INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

**Superfície Esférica** – Obtenção da circunferência geratriz por seção plana em um cone de revolução, **perpendicular** ao eixo do cone.

## Esquema de geração



## Algoritmo



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS  
NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

ELIPSOIDES  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

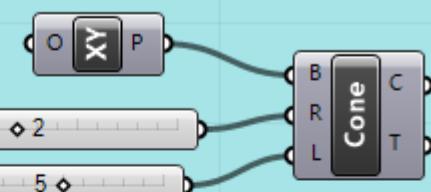
HIPERBOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

TORO CIRCULAR  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

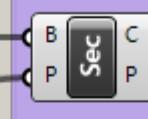
**Superfície Esférica** – Obtenção da circunferência geratriz por seção plana em um cone de revolução

## Programação

### Primitiva Cone (para seção)

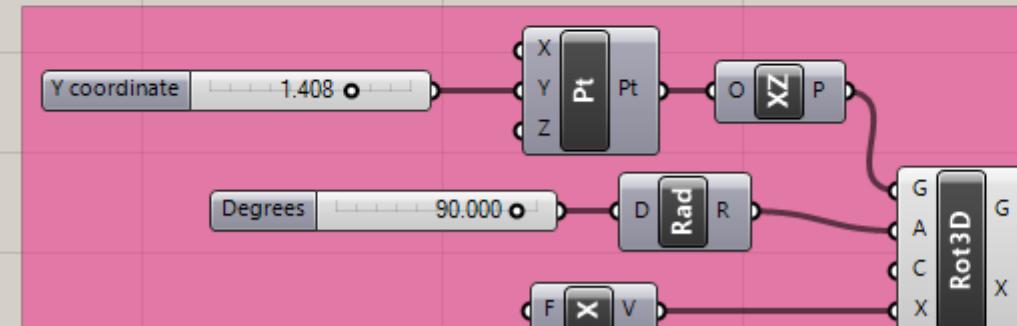


Seção



Geratriz  
circunferência

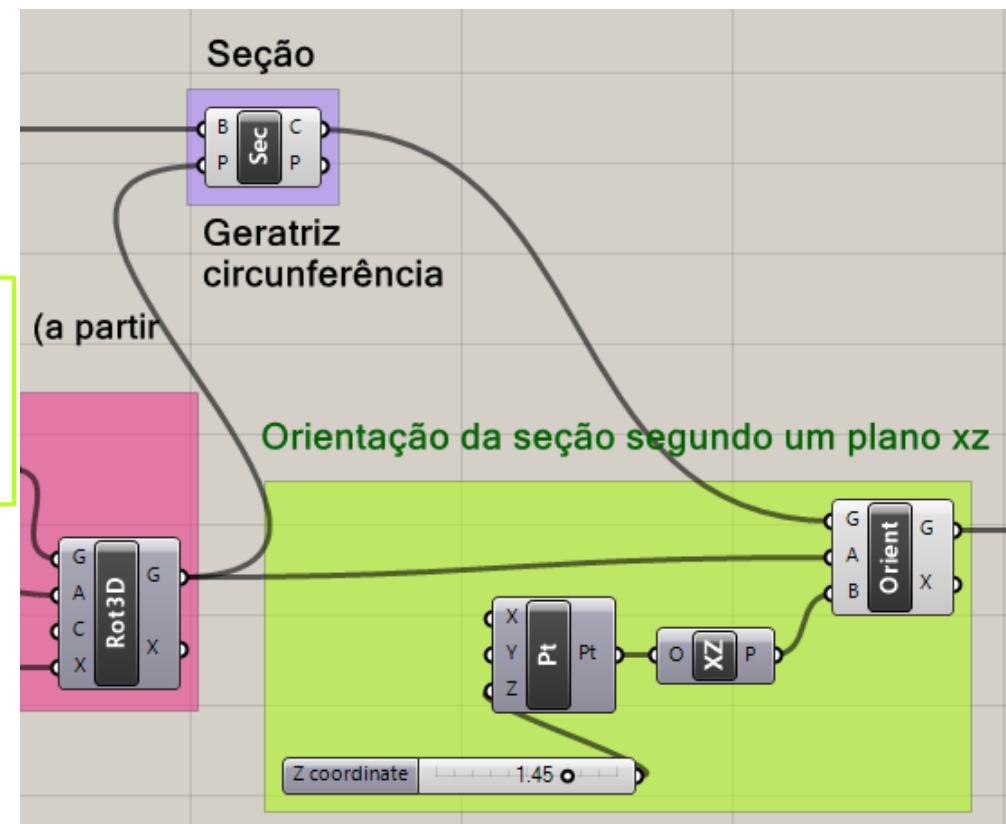
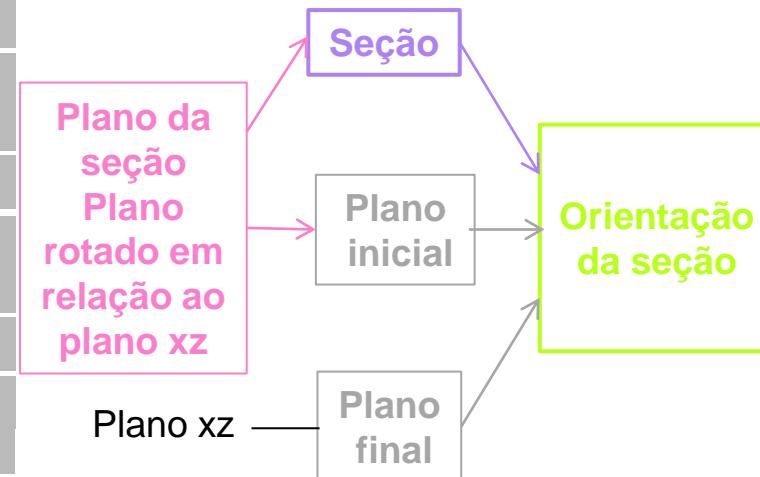
Plano base da seção, com inclinação e origem (a partir de um plano xz rotado)



INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

**Superfície Esférica** – Orientação da seção (circunferência geratriz) para um plano vertical (Plano xz)

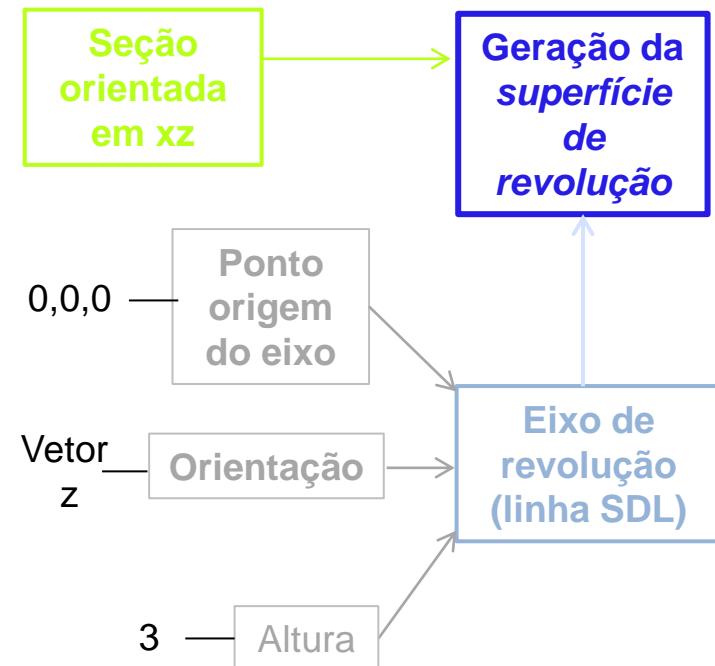
## Algoritmo



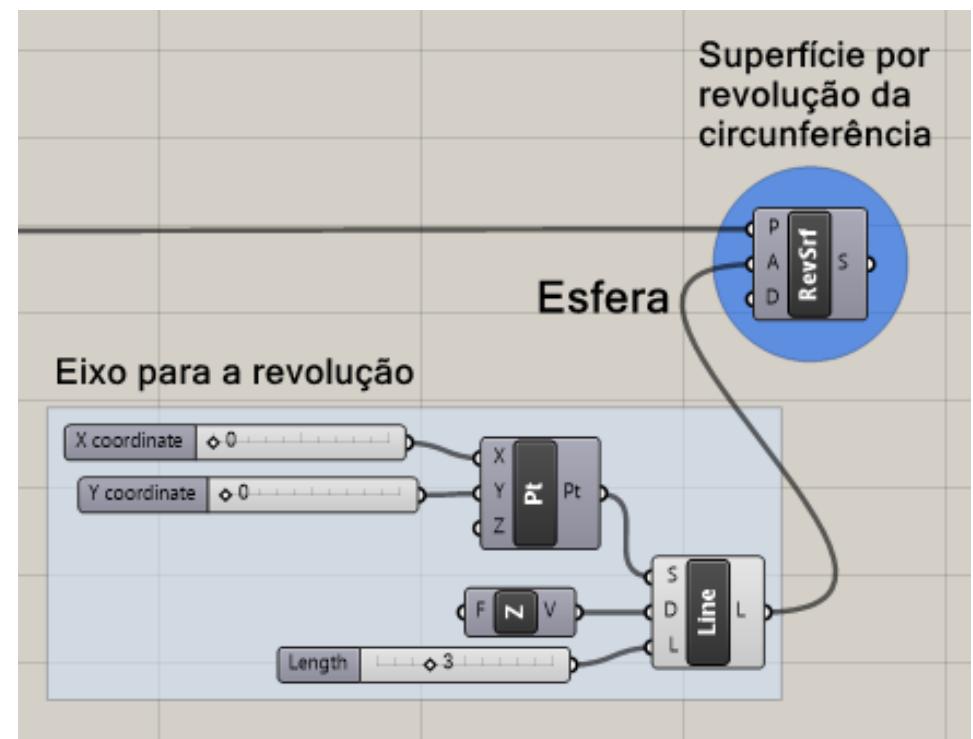
<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDE S</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# **Superfície Esférica** – Geração da superfície de revolução

## Algoritmo



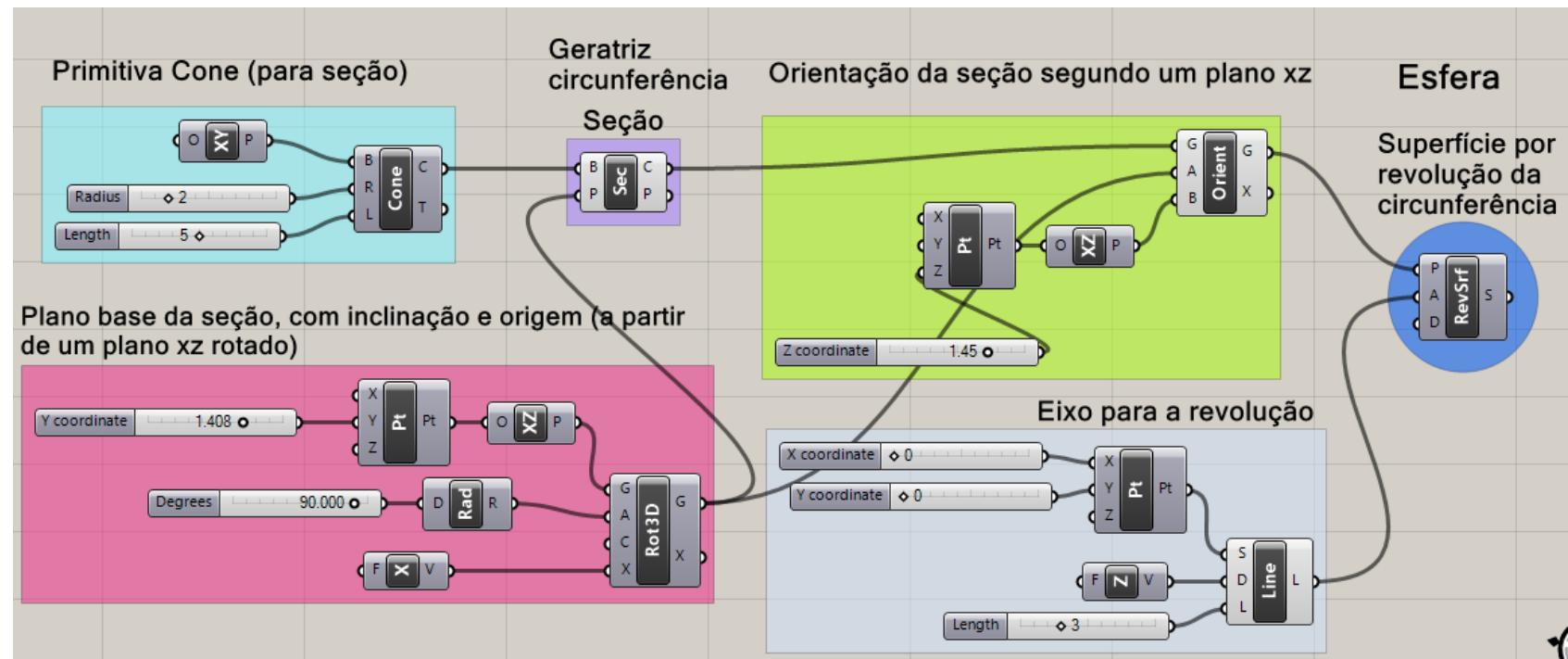
## Programação



<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
<b>SUP. CIRCULARES REVOL.</b>	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDES</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# Superfície Esférica

## Programação inteira



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

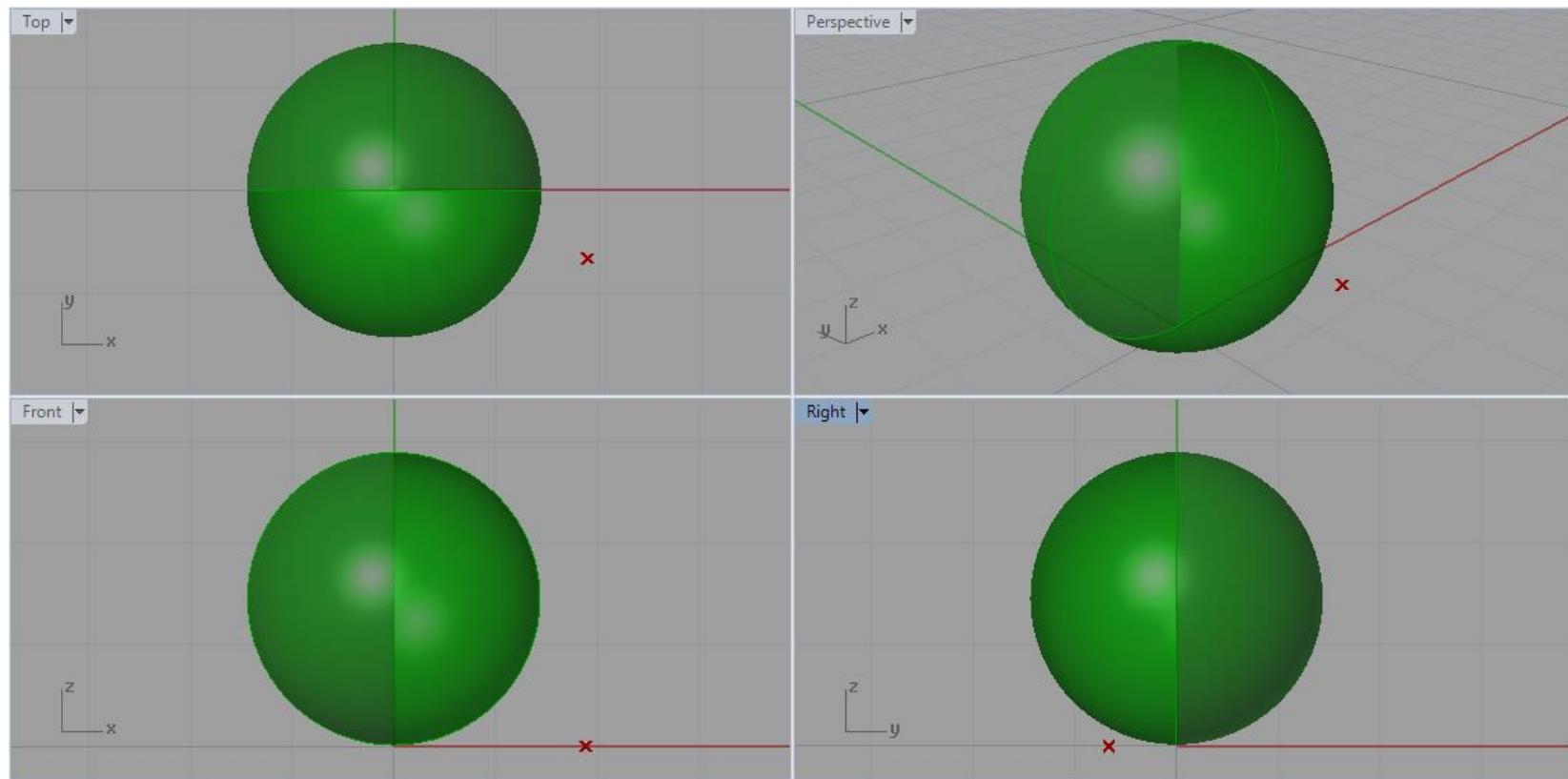
TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

# Superfície Esférica

## Vistas ortográficas e perspectiva



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

### SUP. PROP. CURVAS

#### NÃO DESENVOLV.

#### SUP. CIRCULARES REVOL.

#### SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

# Elipsoides

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

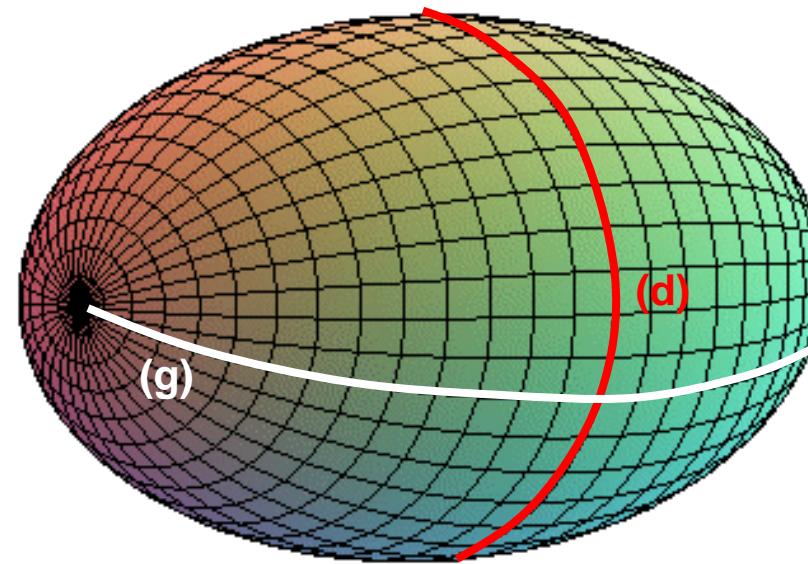
TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## Elipsoide – Definição

É a superfície gerada pela rotação completa de uma **semi-elipse (geratriz)** em torno de um de seus **diâmetros (d)**.



Fonte da imagem: <http://encyclopedia.us.es/index.php/Elipsoide>

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDES

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

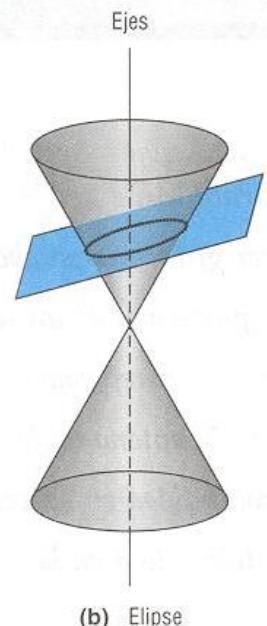
TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

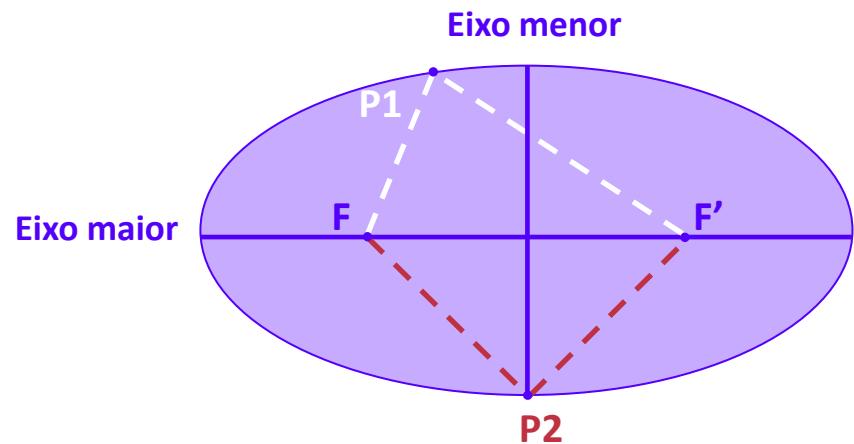
Modelagem

## Elipse – Definição

É uma **curva plana fechada** que se obtém quando da interseção de um **cone circular reto** com um **plano oblíquo à sua base**. O **ângulo do plano é menor** que o **ângulo que a geratriz forma** com a base.



É o **lugar geométrico** dos pontos de um **plano** ( $P_1, P_2, \dots, P_n$ ), cujas **distâncias a dois pontos fixos** desse **plano** (focos) têm uma **soma constante** e **igual ao seu eixo maior**.



Fonte do texto e referência para o desenho:  
[http://www.mat.uel.br/geometrica/php/dg/dg\\_9t.php](http://www.mat.uel.br/geometrica/php/dg/dg_9t.php)

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

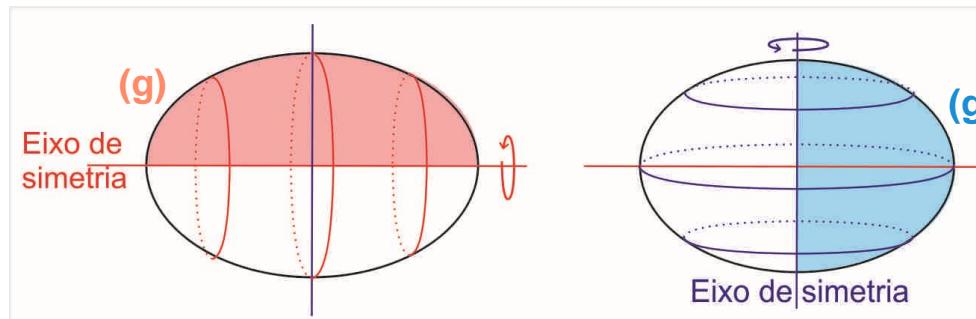
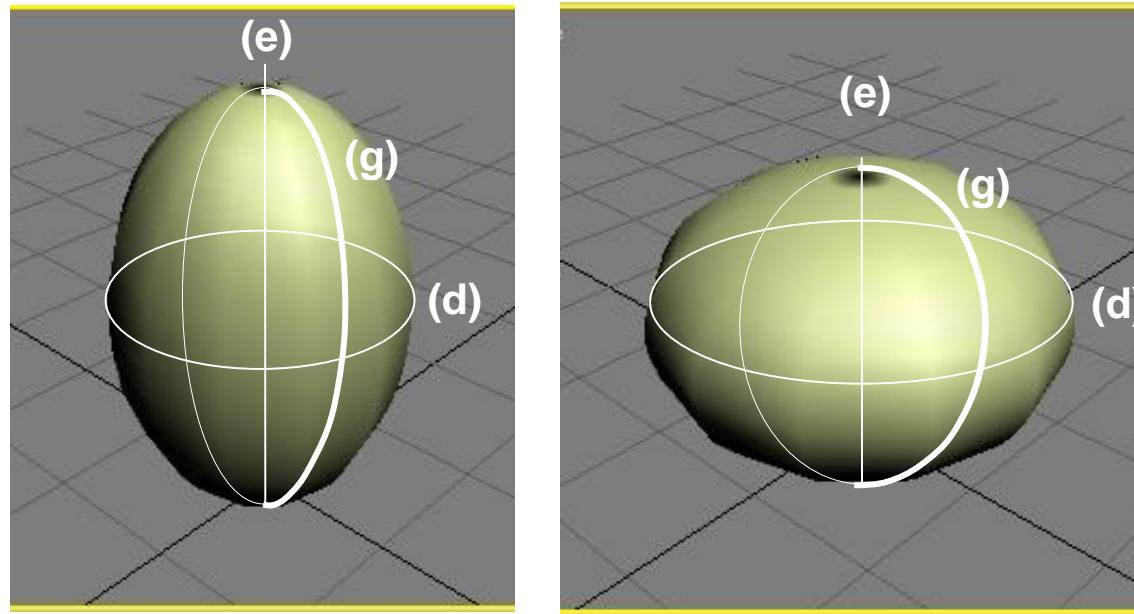
Modelagem

TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## Elipsoide – Tipos e geração



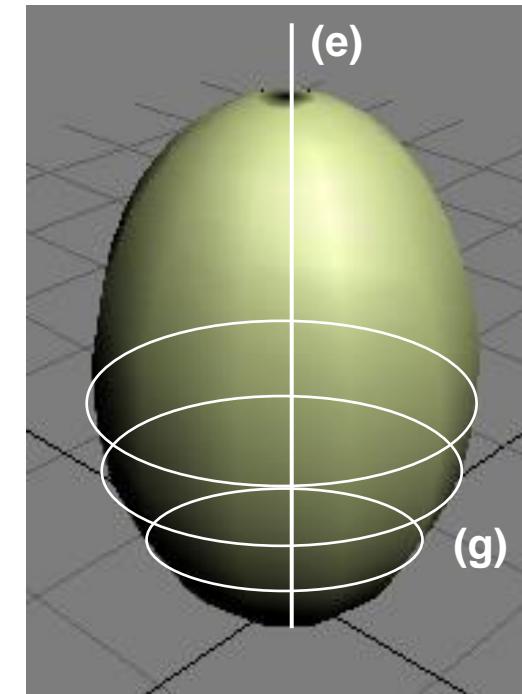
Se a rotação for em torno do **eixo maior da semiellipse geratriz** gera-se um **elipsoide alongado** e se a rotação for em torno do **eixo menor** gera-se um **elipsoide achatado**.

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Elipsoide – Definição e processo de geração

Além do processo de revolução, o elipsoide pode também ser gerado pelo deslocamento no espaço de uma **circunferência geratriz (paralelo)** que possui o seu centro preso a uma reta perpendicular ao seu plano, levantada pelo seu centro, variando o seu raio conforme as coordenadas de uma elipse. Devido a isso é classificado como **superfície circular**.

(Rodrigues, 1960)



**Fonte da imagem:** elaboração própria para a disciplina de Geometria Descritiva IV/GEGRADI/UFPEL, atual disciplina de Geometria Gráfica e Digital 2

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

### SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

### SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

### ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

### PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

### HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

### TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## *Elipsoide* – Emprego na Arquitetura

**Projeto:** Teatro

Nacional da China

**Arquiteto:** Paul  
Andreu

**Localização:** Pequim

**Ano:** 1999-2007

**Fonte da imagem:**

<http://neorama.wordpress.com/page/10/>;

[http://www.ignezferraz.com.br/mainportfolio4.asp?pagina=Dic as&cod\\_item=1979](http://www.ignezferraz.com.br/mainportfolio4.asp?pagina=Dic as&cod_item=1979);

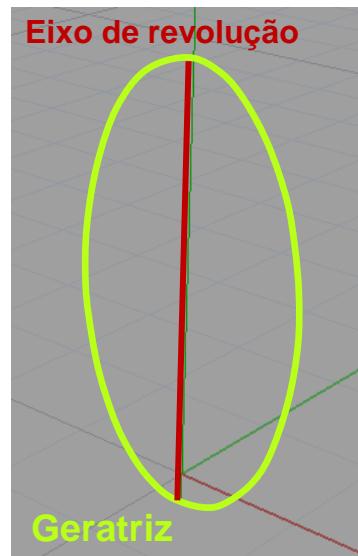
<http://blogs.estadao.com.br/daniel-piza/title-267/>



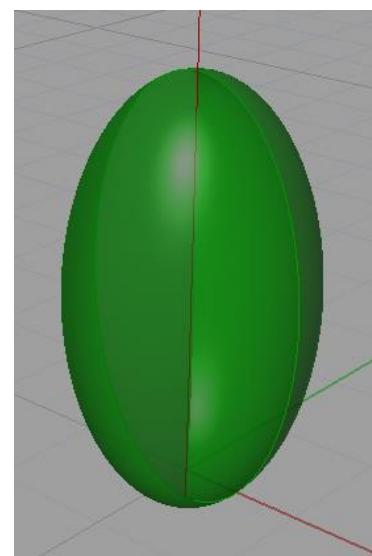
INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# Elipsoide alongado

## Esquema de geração



O eixo de revolução é o eixo maior da elipse



Superfície por Revolução da geratriz em torno do eixo de revolução

## Algoritmo

**Geratriz Elipse**  
Obtida por uma **seção plana** em um **cone de revolução**

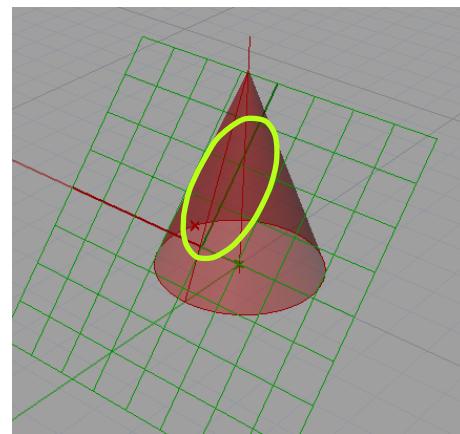
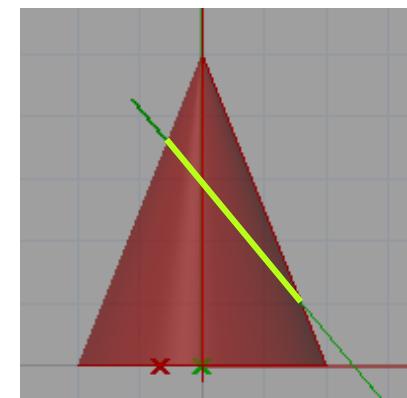
**Geração da superfície de revolução**

**Eixo para a revolução**  
Gerado por seus Parâmetros (linha com origem ponto inicial da elipse e orientação z)

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

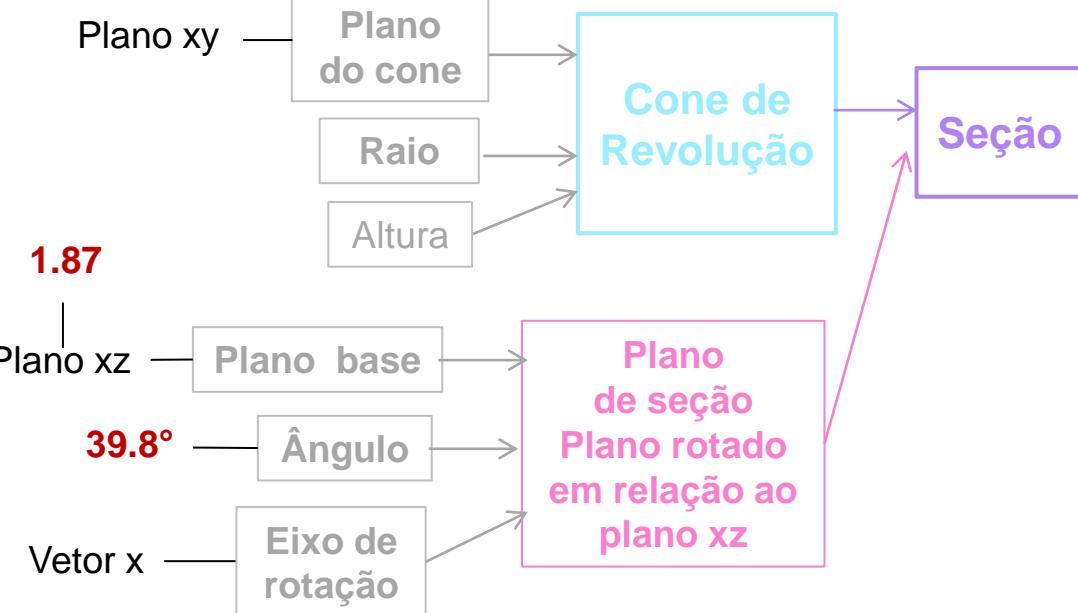
**Elipsoide alongado** – Obtenção da elipse geratriz por seção plana em um cone de revolução, **oblíqua** ao eixo do cone.

## Esquema de geração



## Algoritmo Elipse

Por variação nos parâmetros de rotação e origem do plano que contém a seção, **ângulo menor que o da geratriz do cone** ( $21,8^\circ$ ) mas com rotação maior em relação ao eixo do cone ( $39,8^\circ$ )



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

TORO CIRCULAR

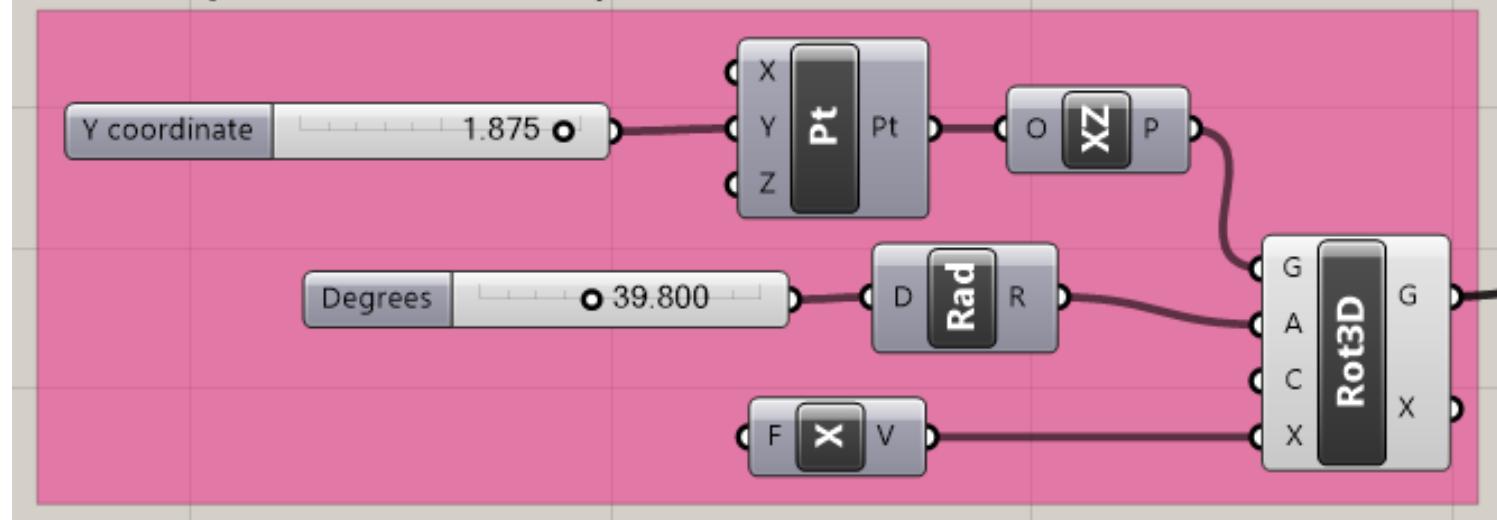
Conceito | Algoritmo

Modelagem

**Elipsoide Alongado** – Obtenção da elipse geratriz por seção plana em um cone de revolução

## Programação

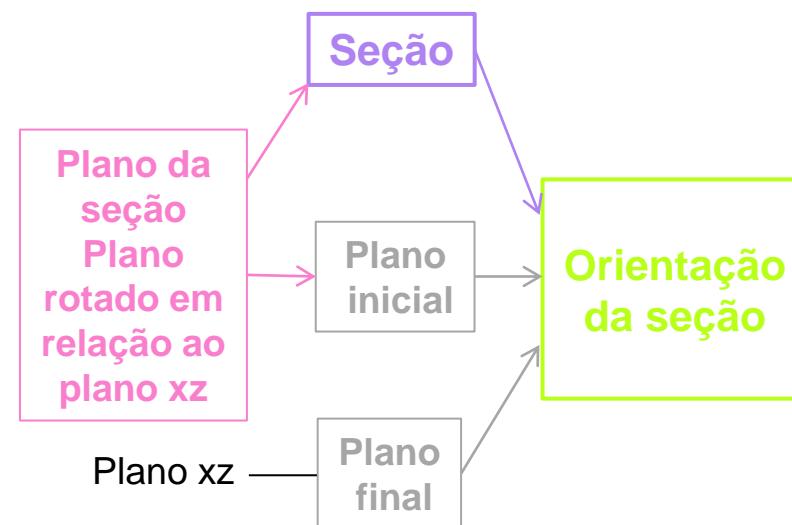
Plano base da seção, com inclinação e origem (a partir de um plano xz rotado)



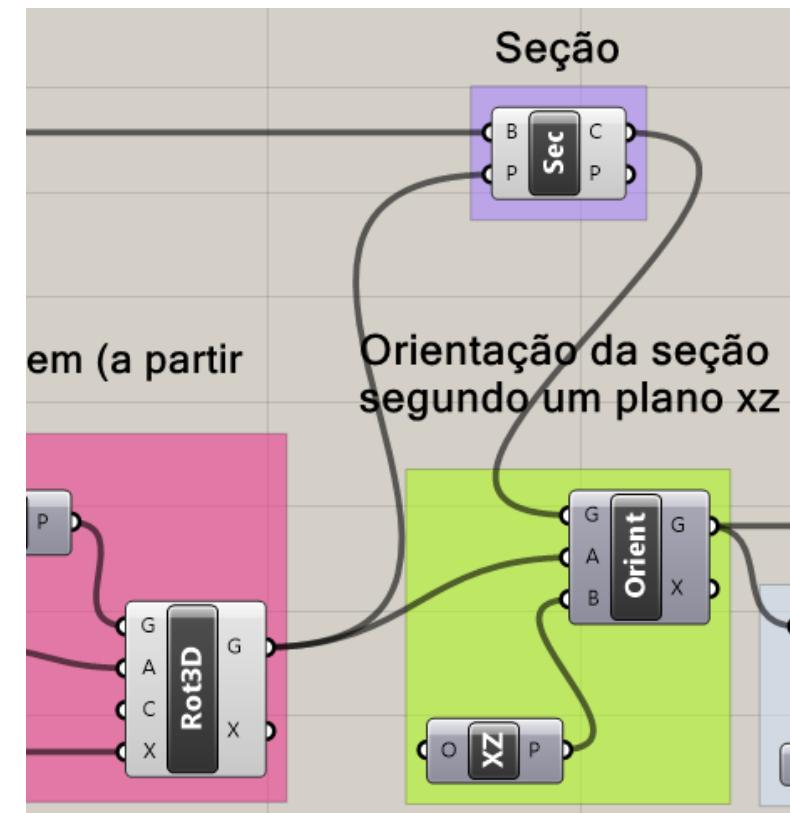
INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

**Elipsoide Alongado** – Orientação da seção (elipse geratriz) para um plano vertical (Plano xz)

## Algoritmo



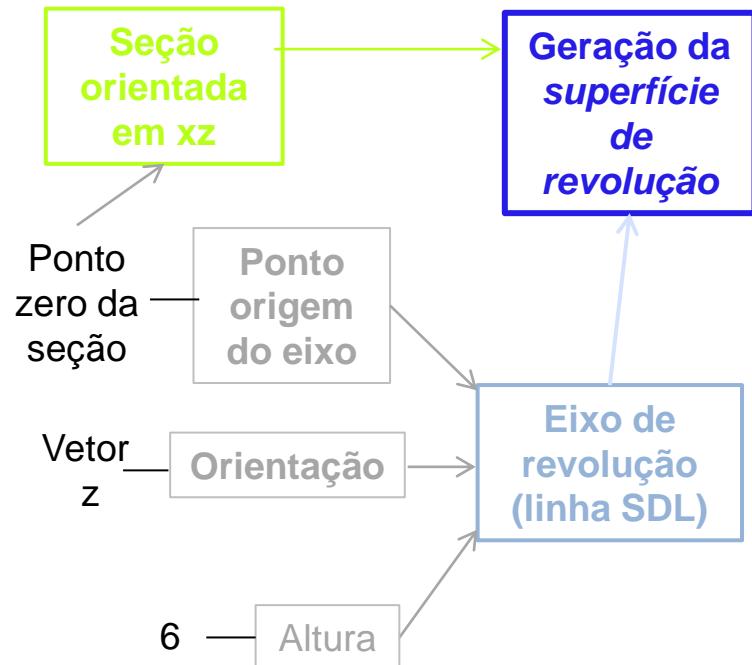
## Programação



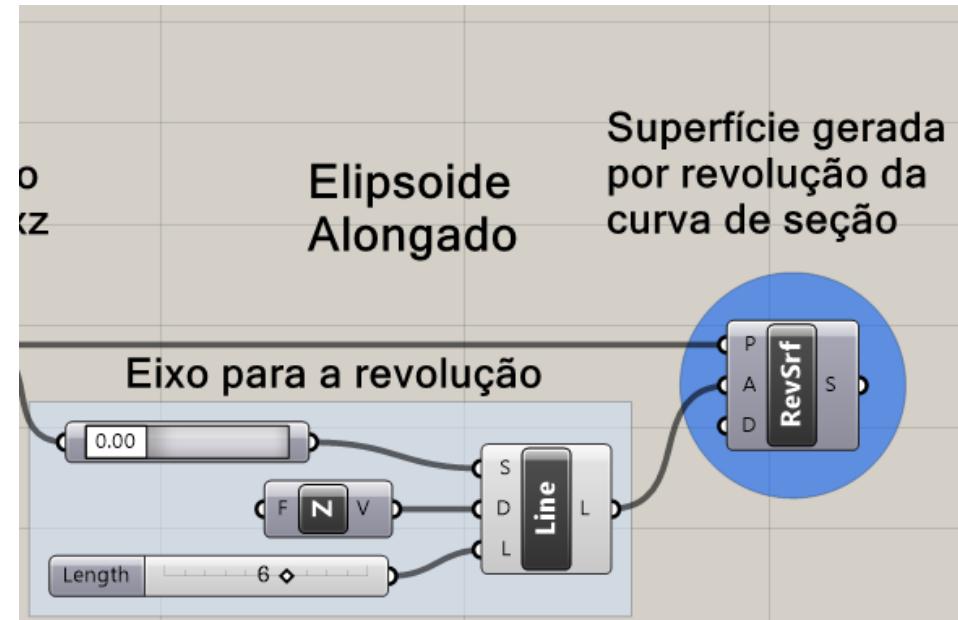
<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# Elipsoide Alongado – Geração da superfície de revolução

## Algoritmo



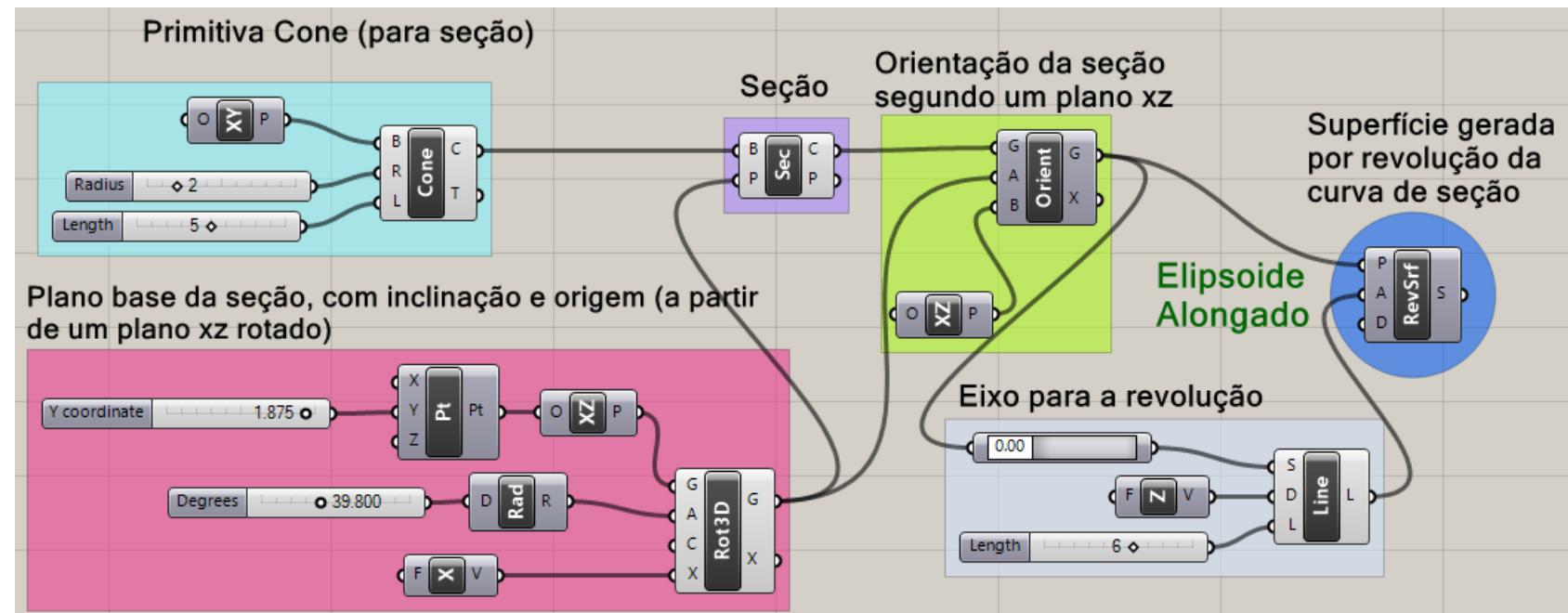
## Programação



INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# Elipsoide Alongado

## Programação inteira



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

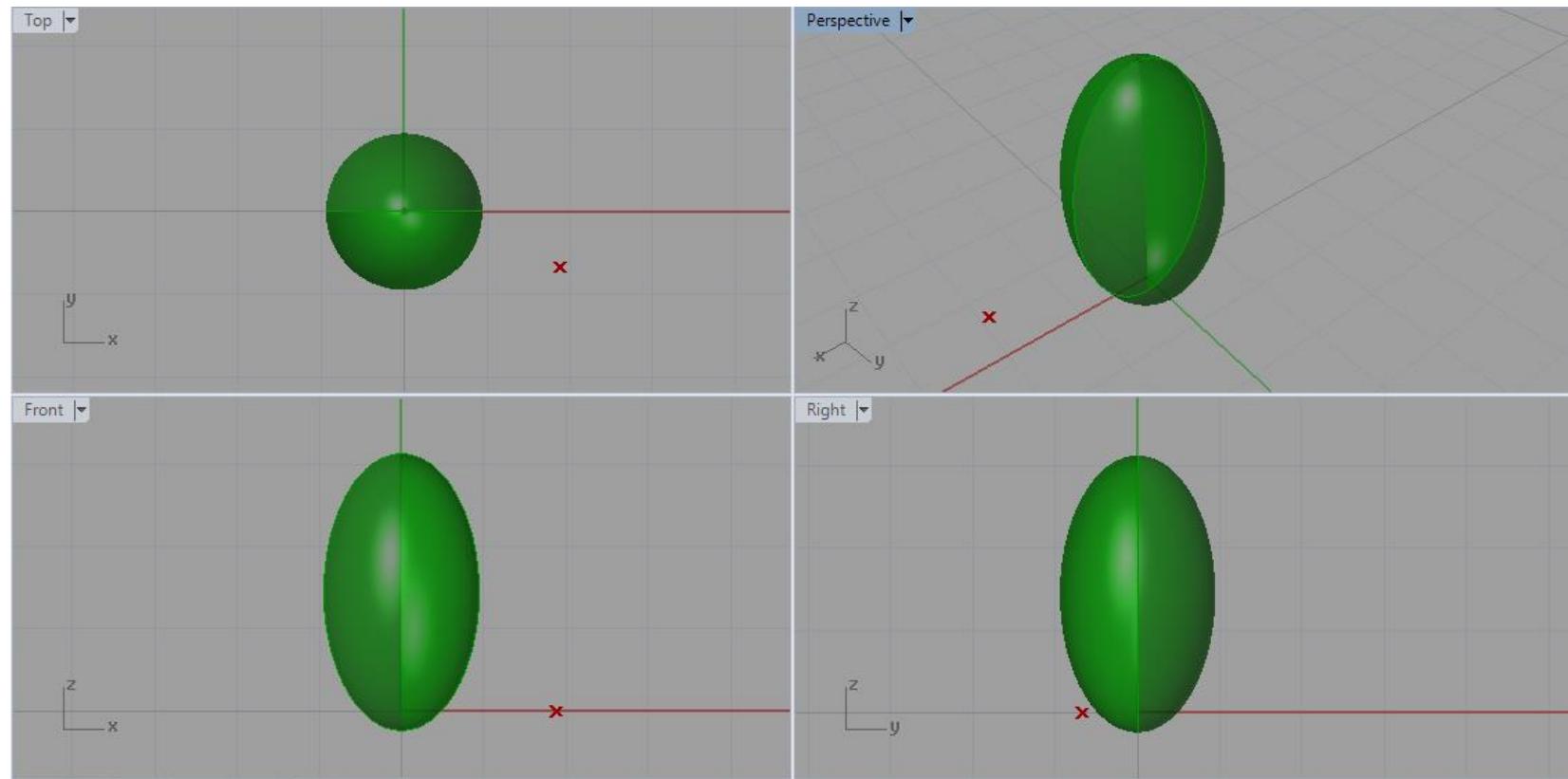
TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## Elipsoide Achatado

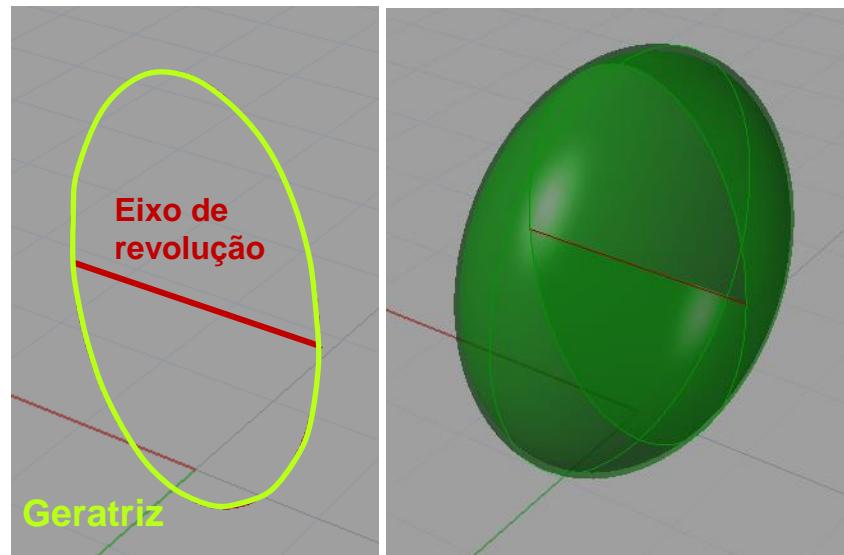
### Vistas ortográficas e perspectiva



INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# Elipsoide Achatado

## Esquema de geração



O eixo de revolução é o eixo menor da elipse

Superfície por Revolução da geratriz em torno do eixo de revolução

## Algoritmo

**Geratriz Elipse**  
Obtida por uma seção plana em um cone de revolução

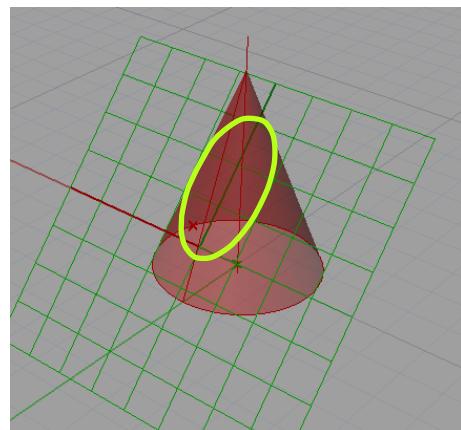
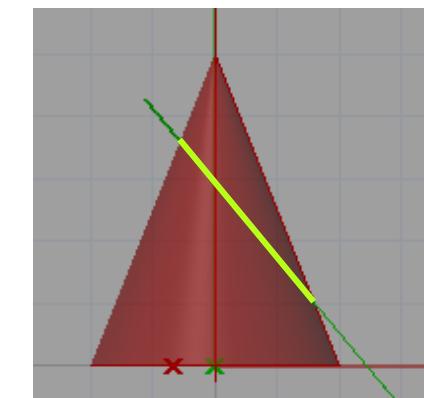
Eixo para a revolução  
Gerado por seus Parâmetros  
(linha com origem ponto 0.25 da elipse e orientação x)

**Geração da superfície de revolução**

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

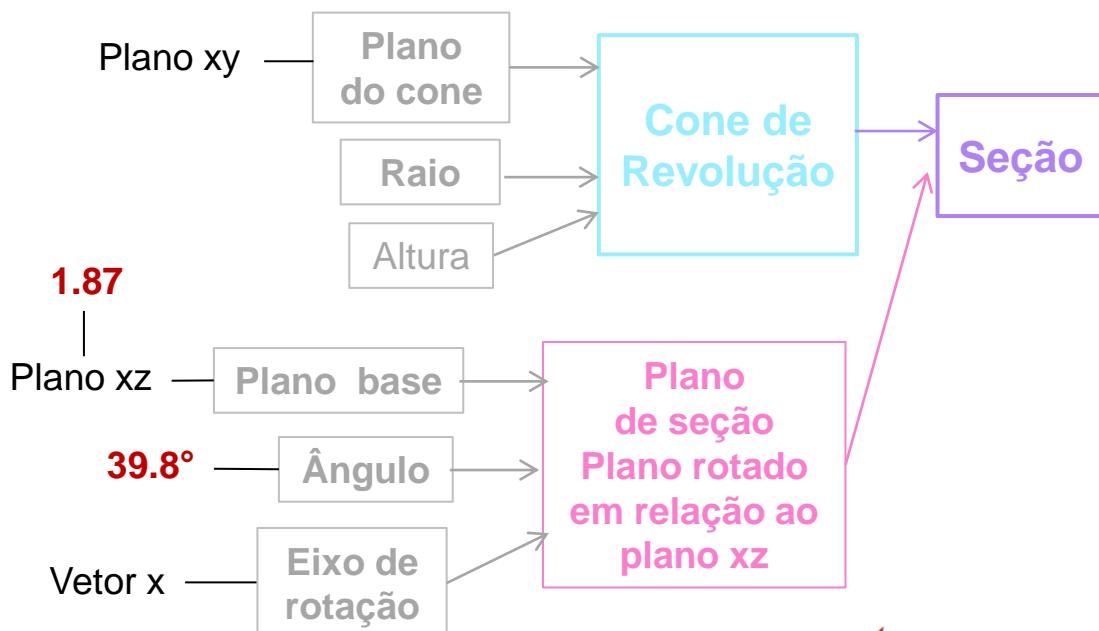
**Elipsoide achatado** – Obtenção da elipse geratriz por seção plana em um cone de revolução, **oblíqua** ao eixo do cone.

## Esquema de geração



## Algoritmo seção Elipse

Por variação nos parâmetros de rotação e origem do plano que contém a seção, **ângulo menor que o da geratriz do cone** ( $21,8^\circ$ ) mas com rotação maior em relação ao eixo do cone ( $39,8^\circ$ )



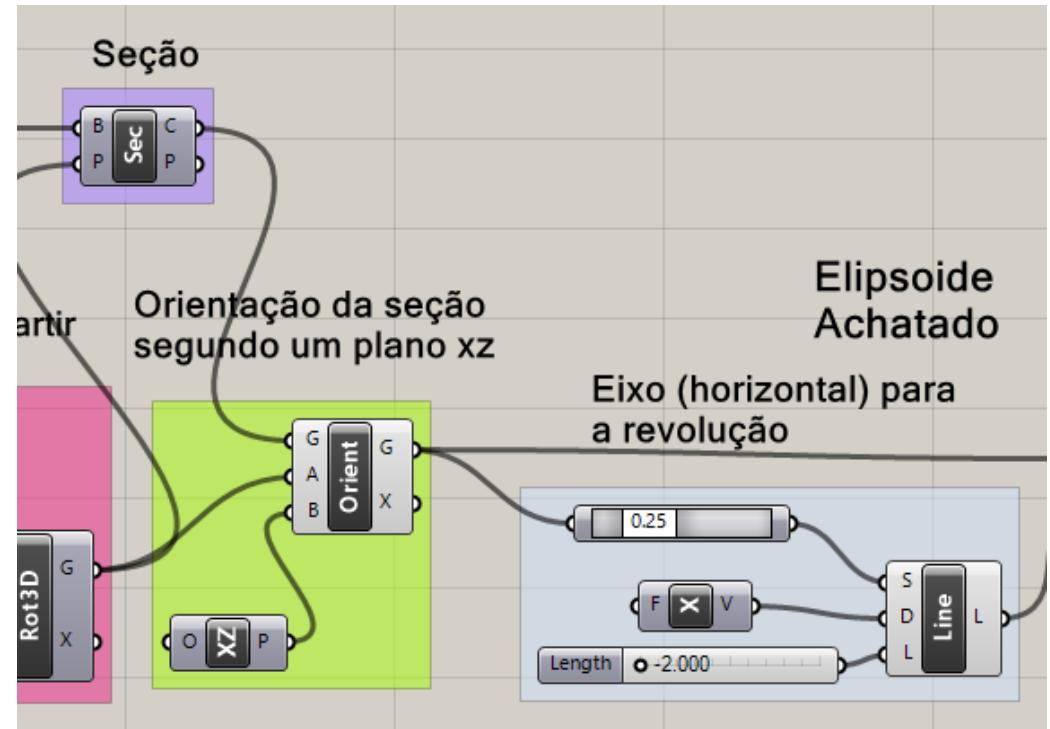
INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Elipsoide achatado

Obtido por mudanças nos parâmetros do eixo de revolução

A etapa de orientação da seção segue igual a etapa desenvolvida na geração do elipsoide alongado.

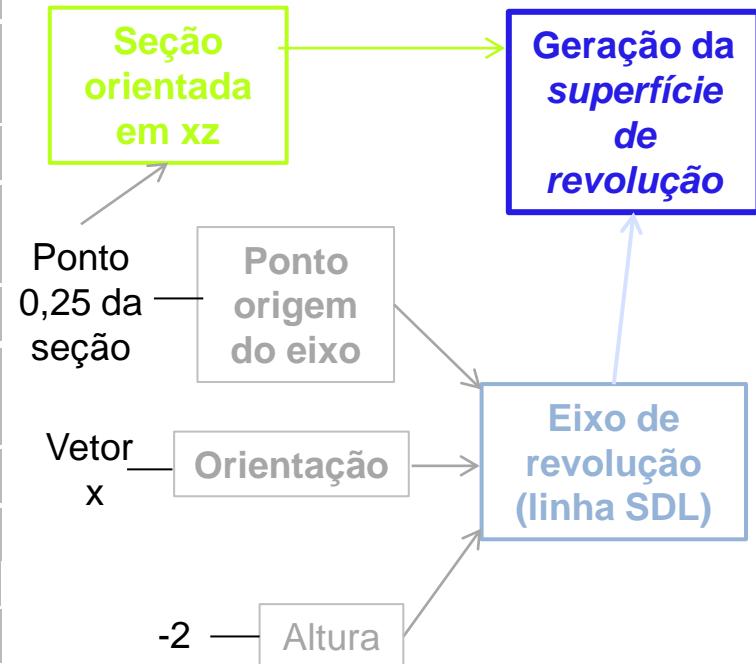
O eixo passa a ser **horizontal** com ponto **origem** no **ponto 0,25** da curva de seção, neste caso da elipse, tendo seu **comprimento** alterado para **-2**.



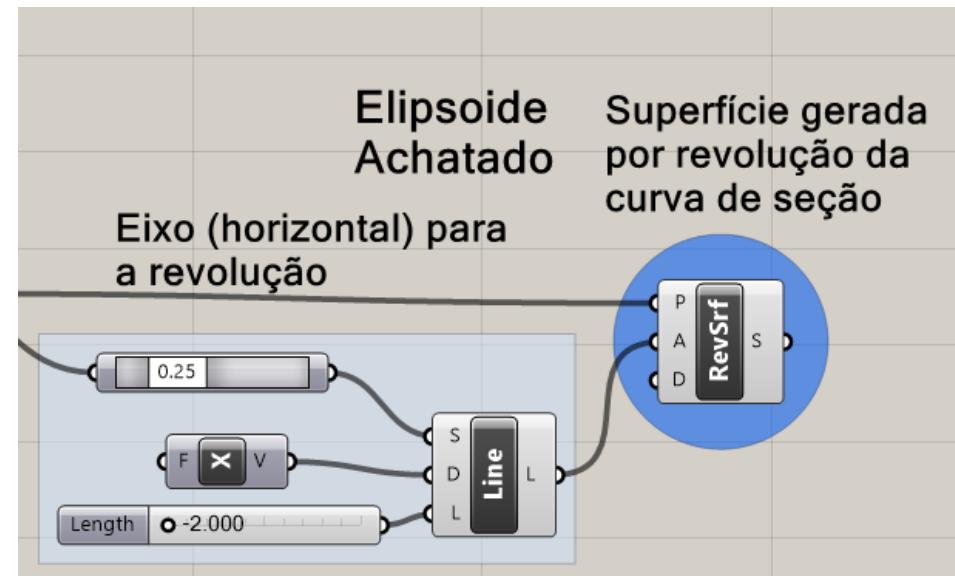
<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# Elipsoide Achatado – Geração da superfície de revolução

## Algoritmo



## Programação



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

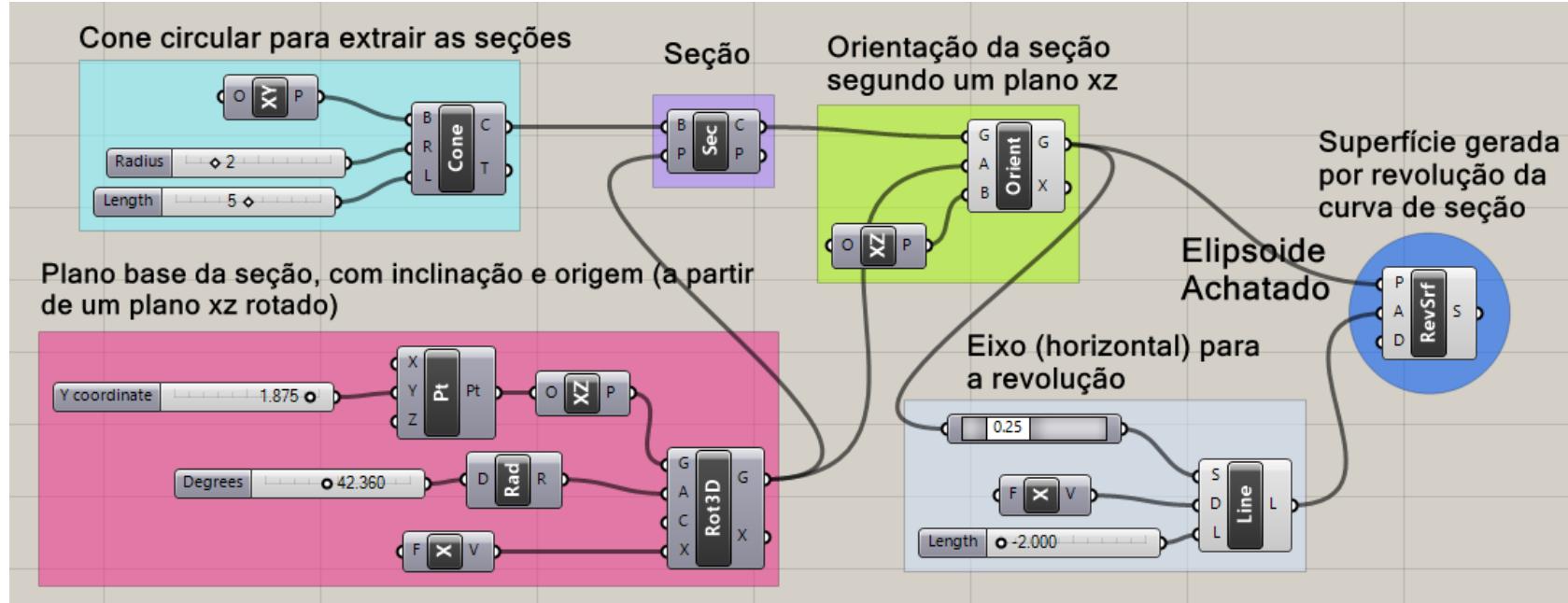
TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

# Elipsoide Achatado

## Programação inteira



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

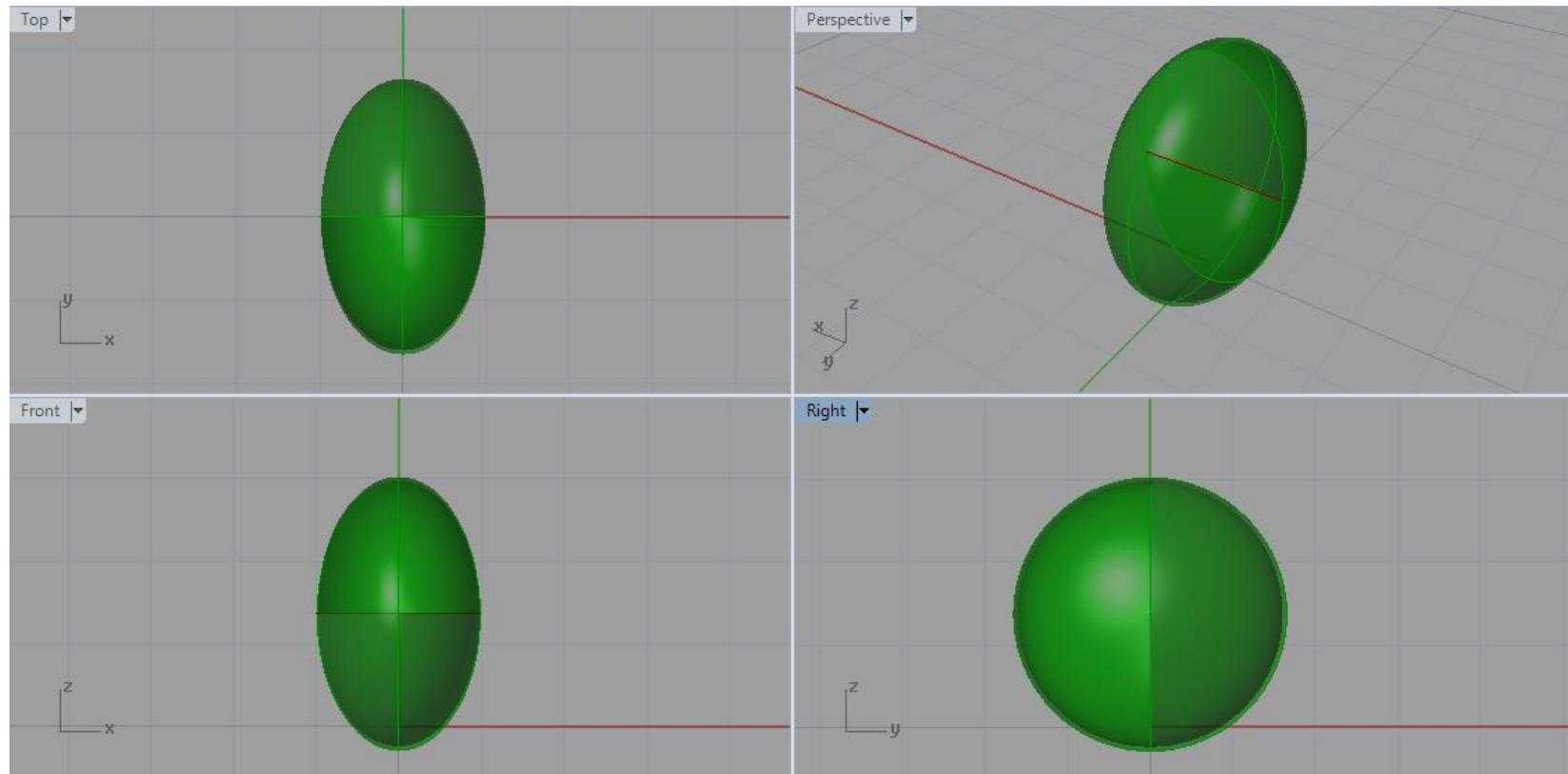
TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## Elipsoide Achatado

### Vistas ortográficas e perspectiva



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

### SUP. PROP. CURVAS

#### NÃO DESENVOLV.

#### SUP. CIRCULARES REVOL.

#### SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

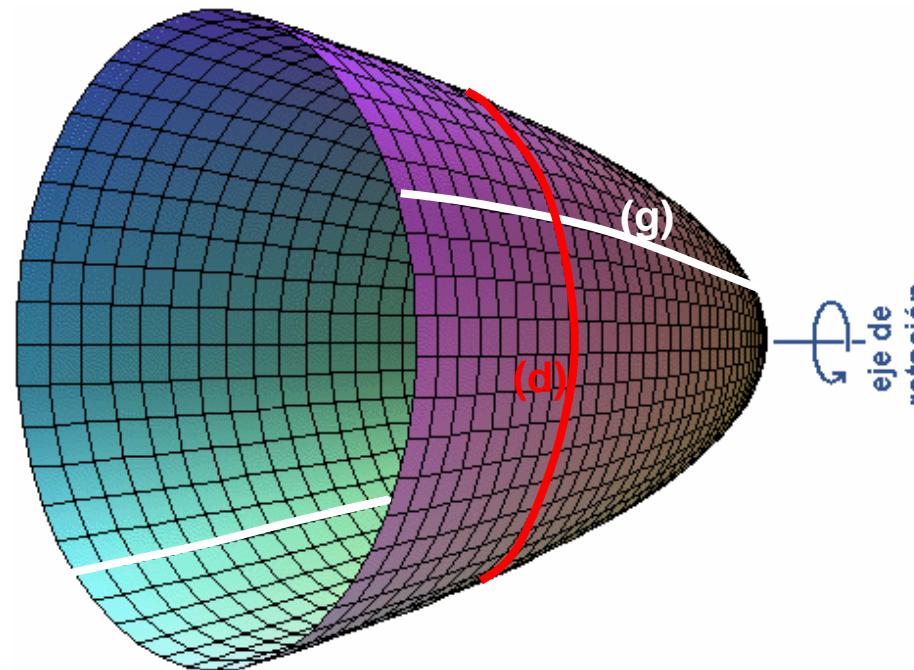
Modelagem

# Paraboloide de Revolução

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDES	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Paraboloide de Revolução – Definição

É a superfície gerada pela rotação completa de uma **parábola (geratriz)** em torno do seu eixo de simetria.

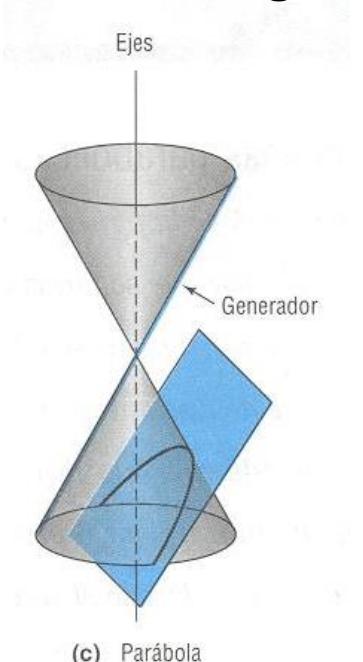


Fonte da imagem: <http://enciclopedia.us.es/index.php/Paraboloide>

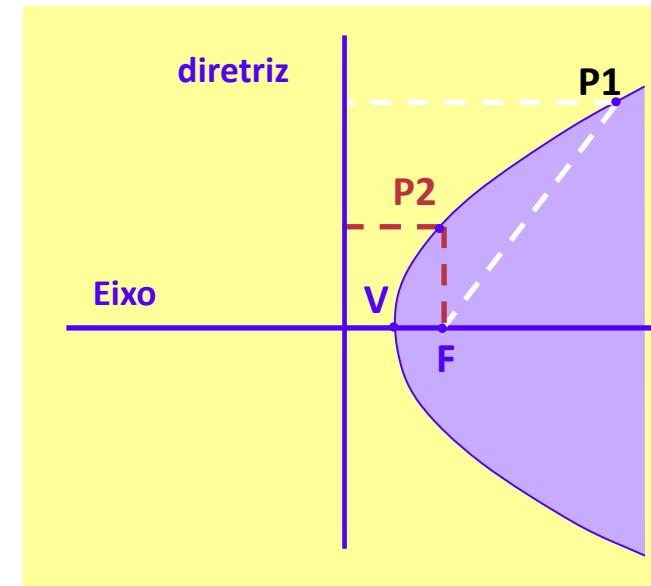
<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
<b>NÃO DESENVOLV.</b>	
<b>SUP. CIRCULARES REVOL.</b>	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDES</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Parábola – Definição

É uma curva **plana aberta** que se obtém quando da interseção de um **cone circular reto** com um **plano paralelo à sua geratriz**.



Os pontos de uma parábola **distan** **igualmente** de um **ponto fixo (foco)** e de **uma reta fixa (diretriz)**.



Fonte do texto e referência para o desenho:  
[http://www.mat.uel.br/geometrica/php/dg/dg\\_9t.php](http://www.mat.uel.br/geometrica/php/dg/dg_9t.php)

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS  
NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

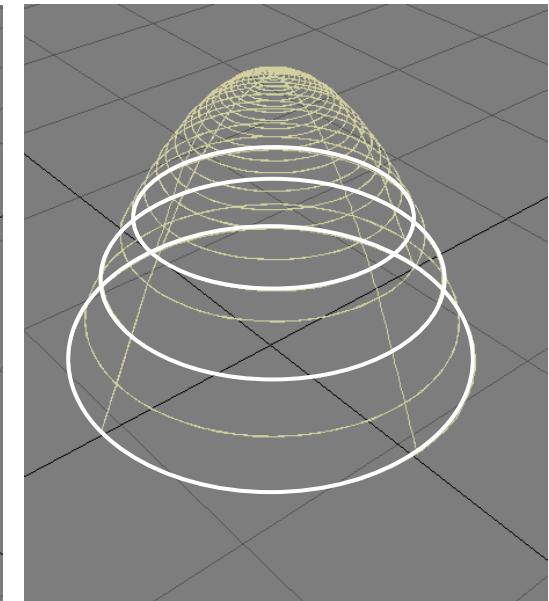
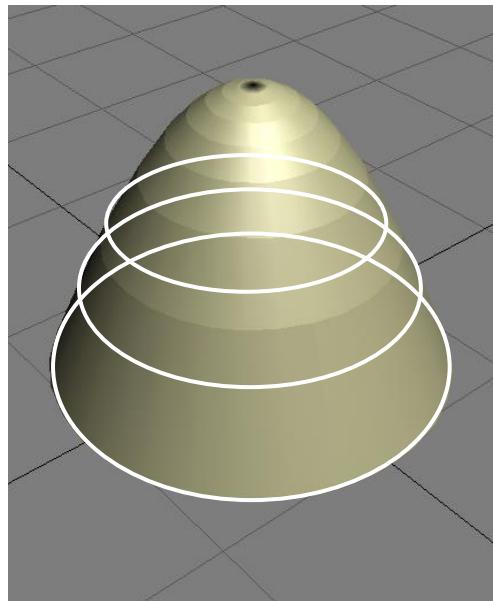
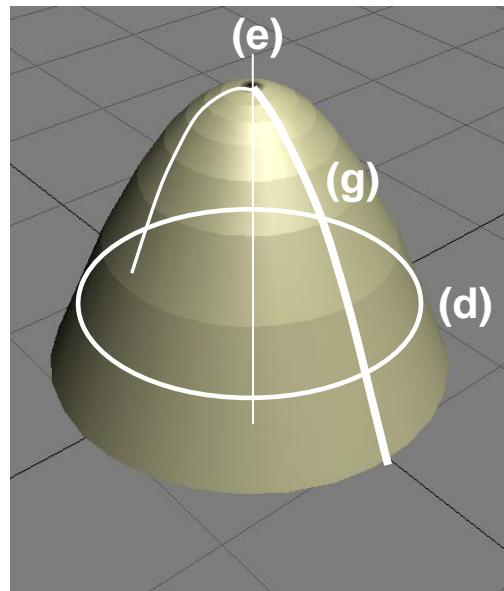
ELIPSOIDES  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

TORO CIRCULAR  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

## Paraboloide de Revolução – Geração



A **parábola geratriz (g)** gira em torno de seu eixo e tem como **diretriz**, para realizar este movimento, uma **circunferência (d)**.

Além do processo de revolução, pode também ser gerado pelo deslocamento no espaço de uma **circunferência geratriz** que possui o seu centro preso a uma reta perpendicular ao seu plano, levantada pelo seu centro, **variando o seu raio** conforme as **coordenadas** de uma **parábola**.

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

## SUP. PROP. CURVAS

### NÃO DESENVOLV.

### SUP. CIRCULARES REVOL.

### SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

### ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

### PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

### HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

### TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## ***Elipsoide* – Emprego na Arquitetura**

**Projeto:** Congresso

Nacional

**Arquiteto:** Oscar

Niemeyer

**Localização:** Brasília

**Ano:**

**Fonte da imagem:** :

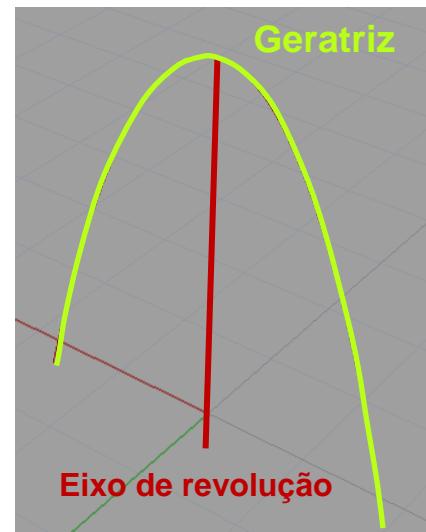
[www.atarde.com.br/fotos/index](http://www.atarde.com.br/fotos/index)



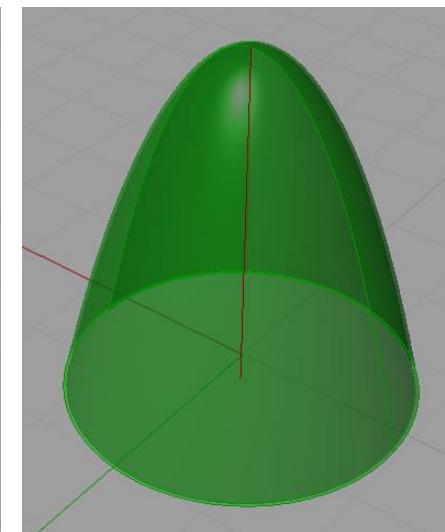
INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# Paraboloide de Revolução

## Esquema de geração



O eixo de revolução é o eixo de simetria da parábola



Superfície por Revolução da geratriz parábola em torno do eixo de revolução

## Algoritmo

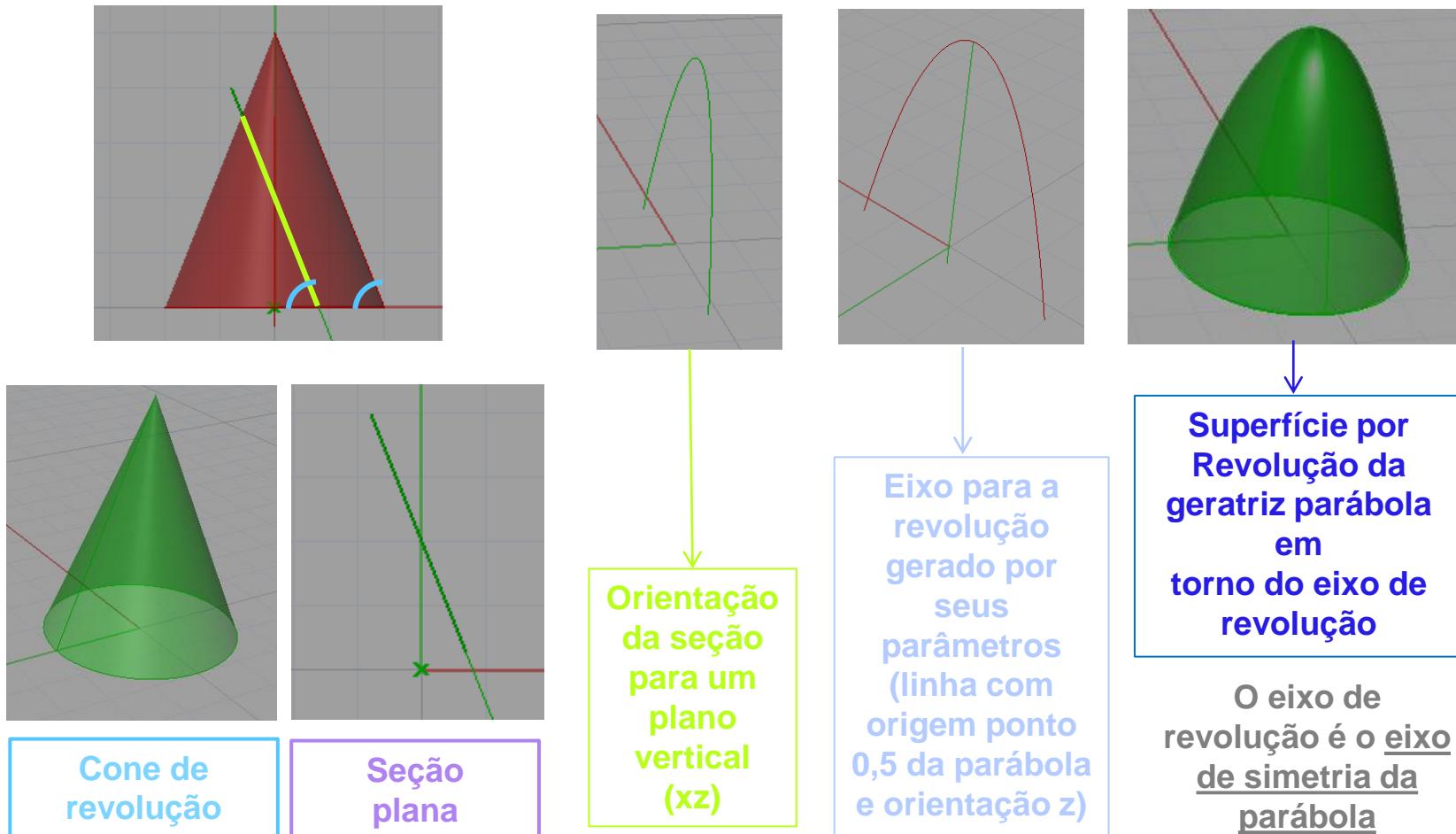
**Geratriz Parábola**  
Obtida por uma **seção plana** em um **cone de revolução**

**Geração da superfície de revolução**

Eixo para a revolução gerado por seus Parâmetros (linha com origem no ponto 0,5 da parábola e orientação z)

<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
<b>NÃO DESENVOLV.</b>	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDES</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

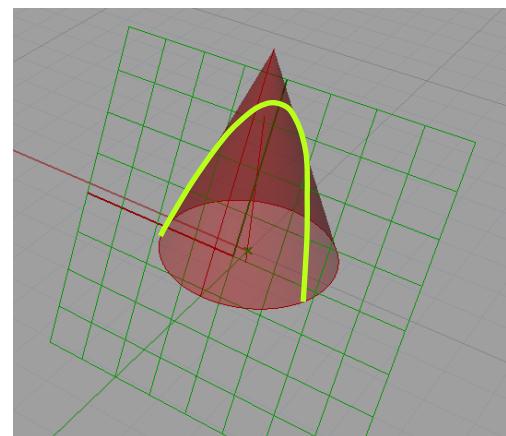
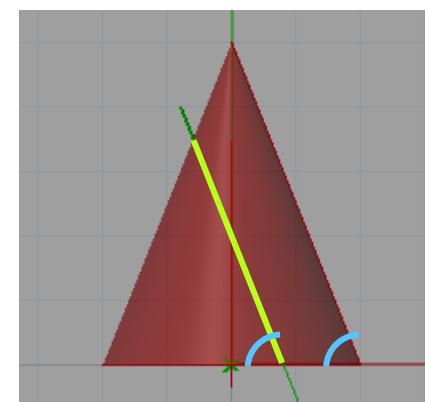
## Paraboloide de Revolução – Etapas de geração



INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

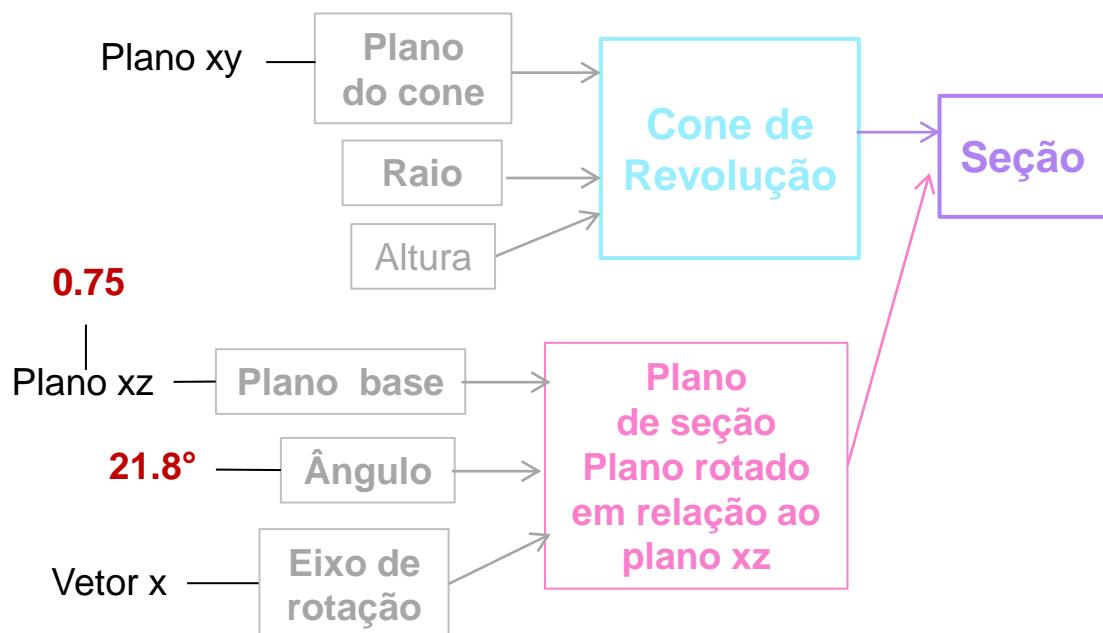
**Paraboloide de Revolução** – Obtenção da parábola geratriz por seção plana em um cone de revolução, paralela a geratriz do cone

## Esquema de geração



## Algoritmo Parábola

Por variação nos parâmetros de rotação e origem do plano que contém a seção, **ângulo igual ao da geratriz do cone** (21,8 graus).



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

TORO CIRCULAR

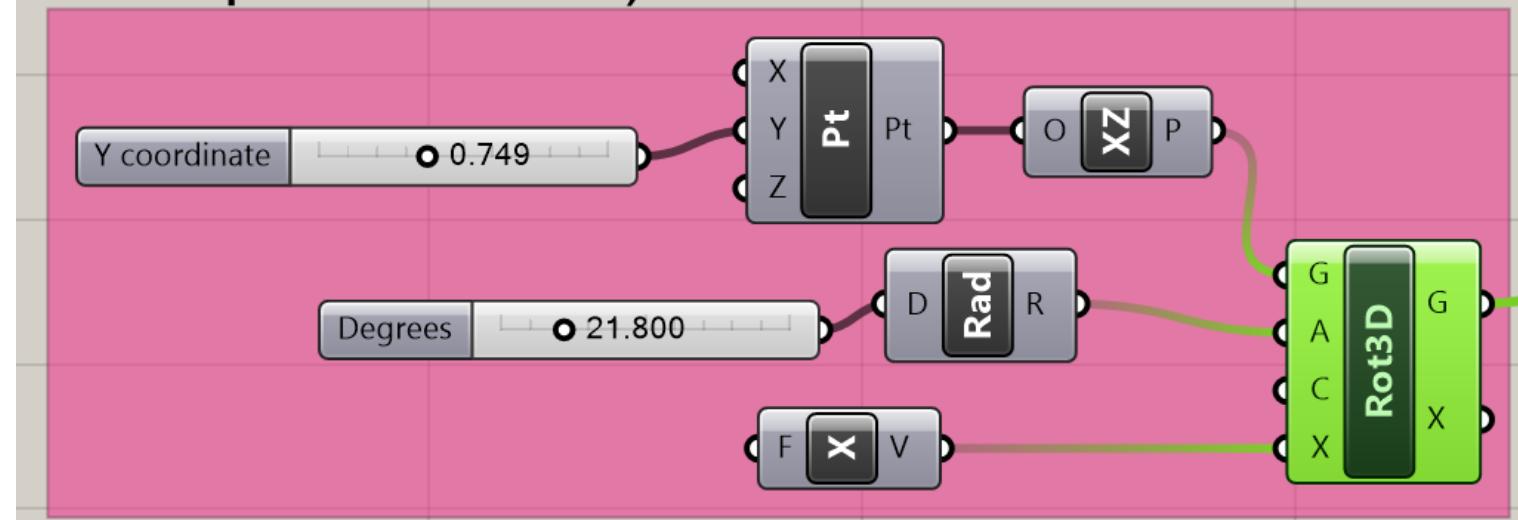
Conceito | Algoritmo

Modelagem

**Paraboloide de Revolução** – Obtenção da parábola geratriz por seção plana em um cone de revolução

## Programação

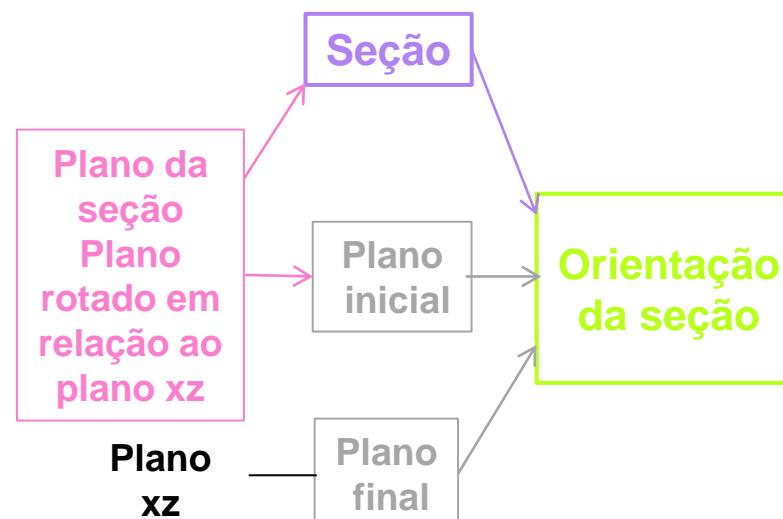
**Plano base da seção, com inclinação e origem (a partir de um plano xz rotado)**



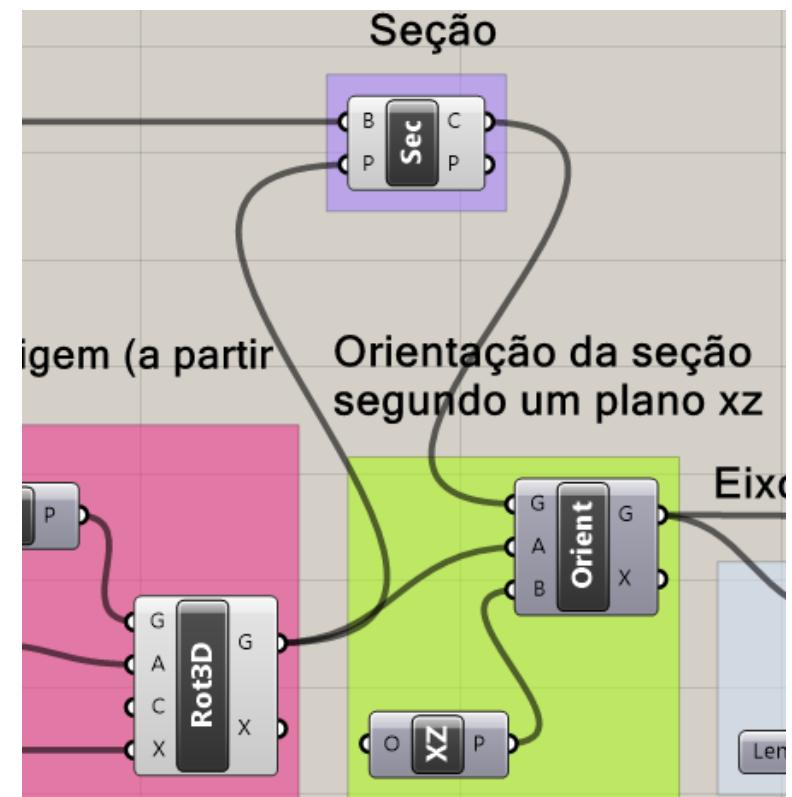
INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

**Paraboloide de revolução** – Orientação da seção (parábola geratriz) para um plano vertical (Plano xz)

## Algoritmo



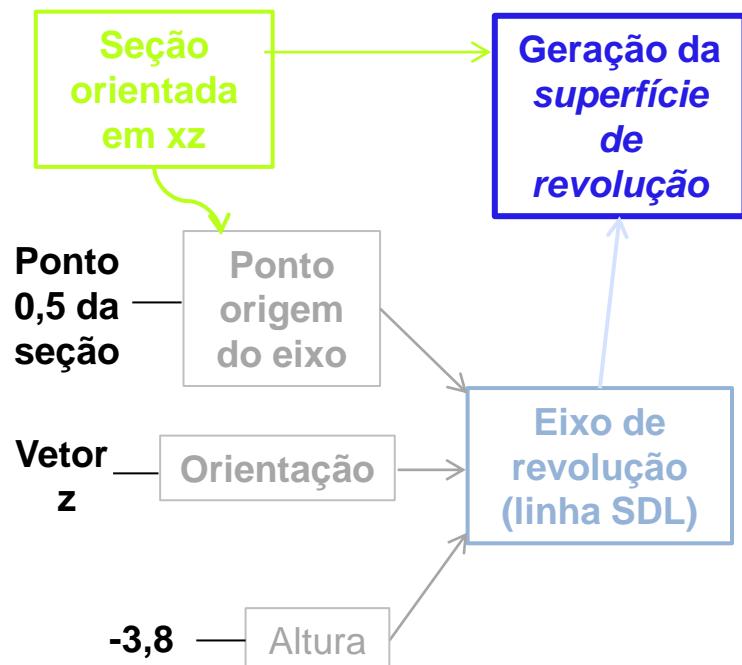
## Programação



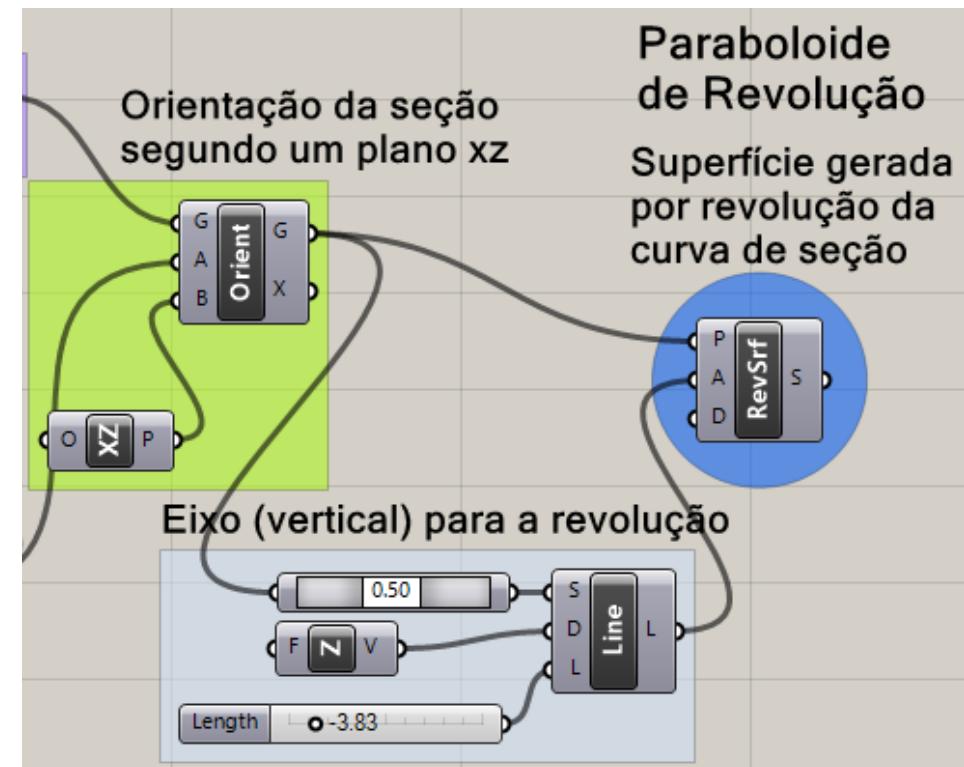
INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

**Paraboloide de Revolução** – Geração da superfície de revolução – eixo com origem no ponto 0.5 da geratriz (seção)

## Algoritmo



## Programação



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDES

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

TORO CIRCULAR

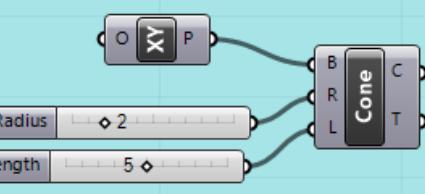
Conceito | Algoritmo

Modelagem

# Paraboloide de Revolução

## Programação inteira

### Primitiva Cone (para seção)



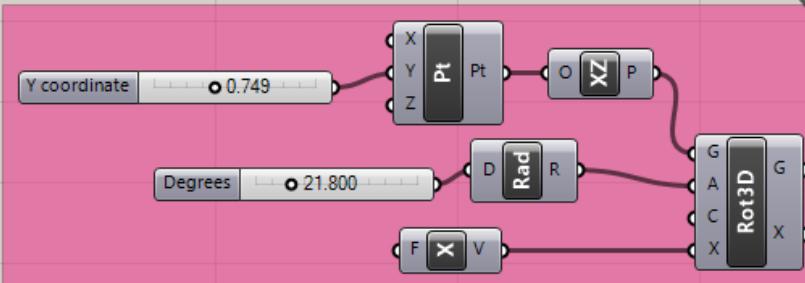
### Seção



Orientação da seção segundo um plano xz



Plano base da seção, com inclinação e origem (a partir de um plano xz rotado)

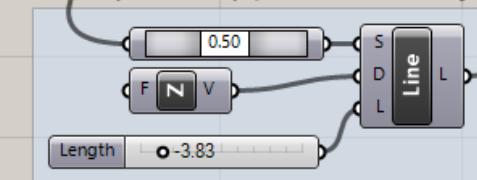


### Paraboloide de Revolução

Superfície gerada por revolução da curva de seção



Eixo (vertical) para a revolução



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

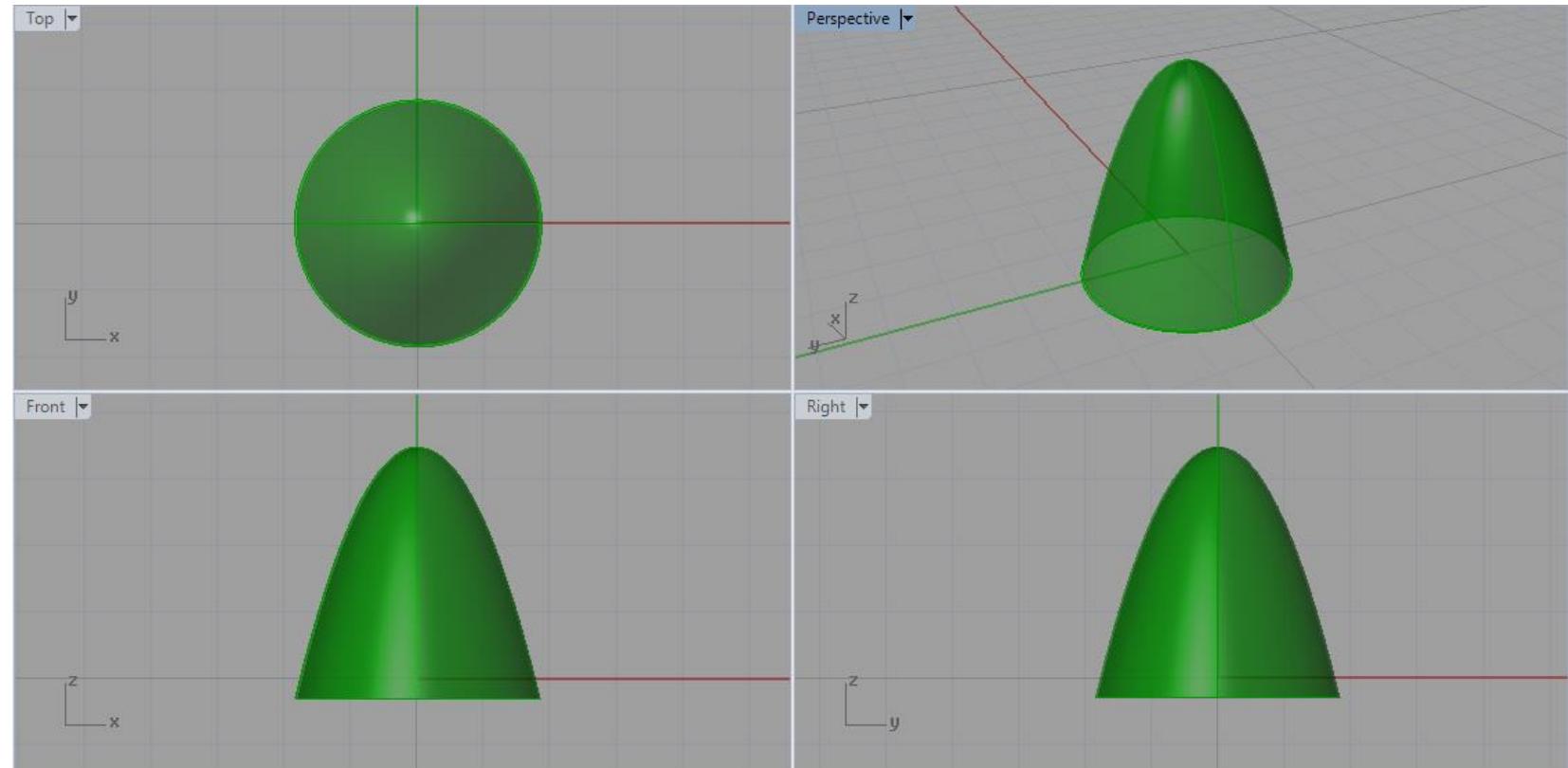
TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## Paraboloide de Revolução

### Vistas ortográficas e perspectiva



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

**SUP. PROP. CURVAS**

**NÃO DESENVOLV.**

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDES

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

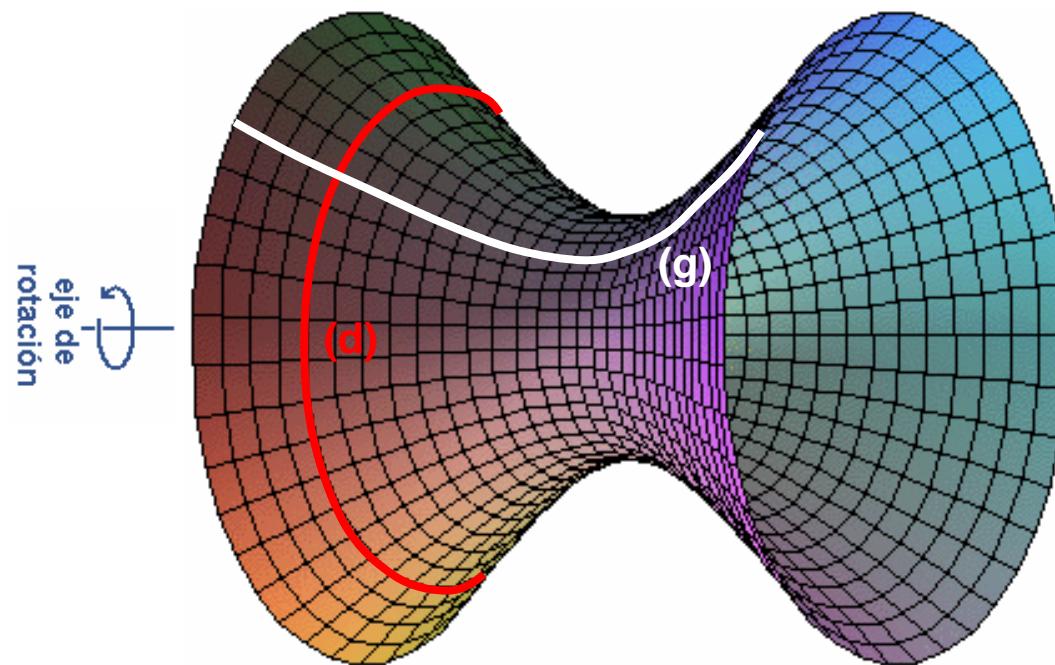
Modelagem

# Hiperboloide de Revolução

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Hiperboloide de Revolução – Definição

É a superfície gerada pela rotação completa de uma **semihipérbole (geratriz)** em torno de um dos seis eixos de simetria.



Fonte da imagem: <http://enciclopedia.us.es/index.php/Hiperboloide>

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS  
NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA  
Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDES  
Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo

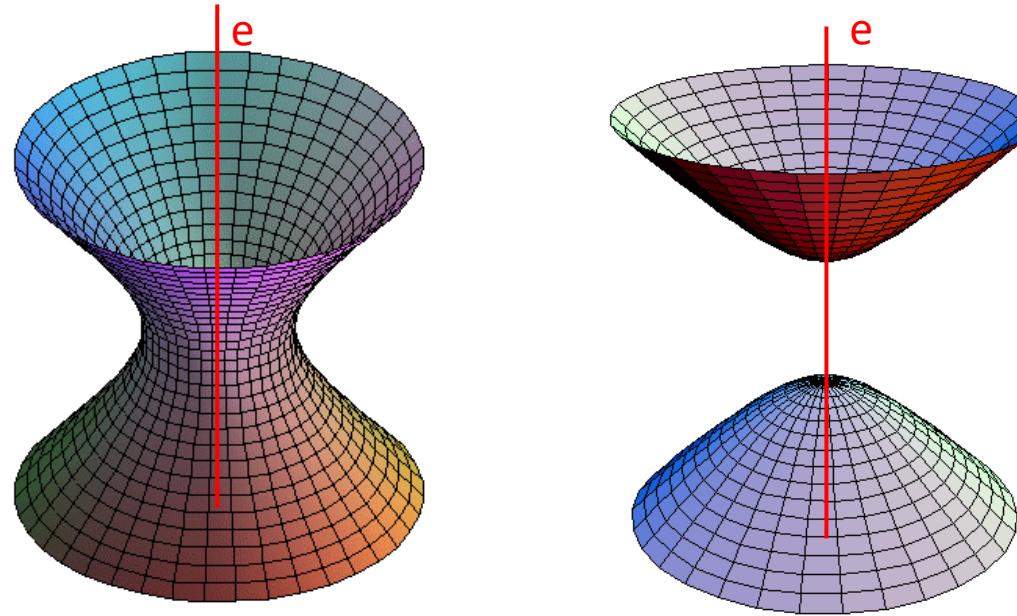
Modelagem

TORO CIRCULAR  
Conceito | Algoritmo

Modelagem

## Hiperboloide de Revolução – Definição

Se a rotação ocorrer em torno do **eixo não transverso** da hipérbole geratriz se gera um **hiperboloide** de revolução **de uma folha**. Se a rotação se der em torno do **eixo transverso** é gerado um **hiperboloide** de revolução **de duas folhas**.



Fonte Imagens: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Hiperboloide>

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDES

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

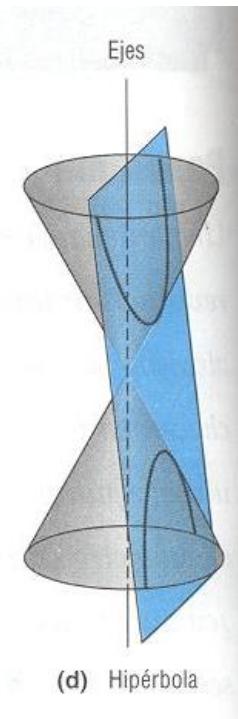
TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

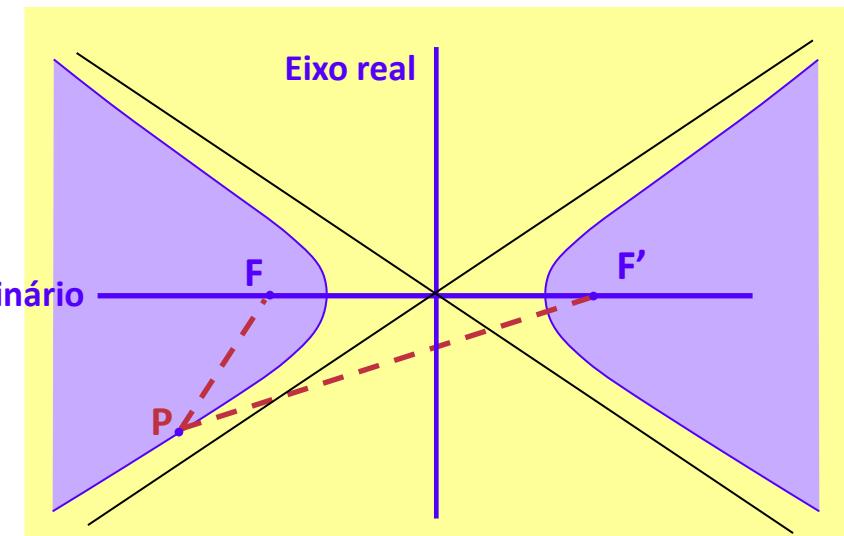
Modelagem

## Hipérbole – Definição

É uma curva **plana aberta com dois ramos** que se obtém quando da interseção de um **cone circular reto** com um **plano oblíquo ou perpendicular ao plano que contém a sua diretriz**. O ângulo de inclinação do **plano de seção** é **maior que o ângulo que a geratriz do cone faz com sua base circular**.



É a curva em que **a diferença das distâncias de um dos seus pontos a dois pontos fixos (focos) é constante e igual ao seu eixo real**.



Fonte do texto e referência para o desenho:  
[http://www.mat.uel.br/geometrica/php/dg/dg\\_9t.php](http://www.mat.uel.br/geometrica/php/dg/dg_9t.php)

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDES

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

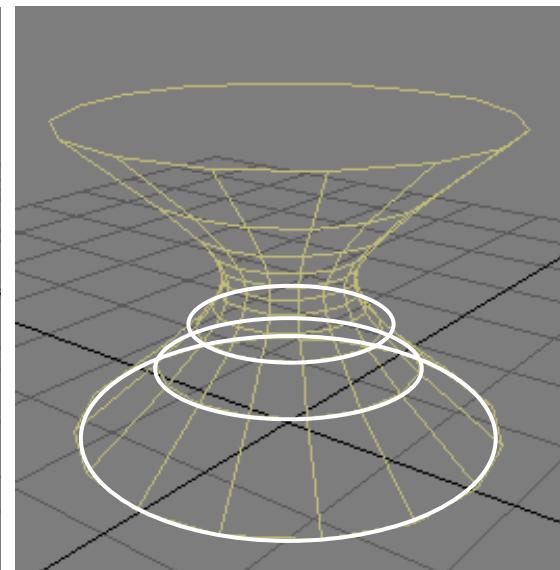
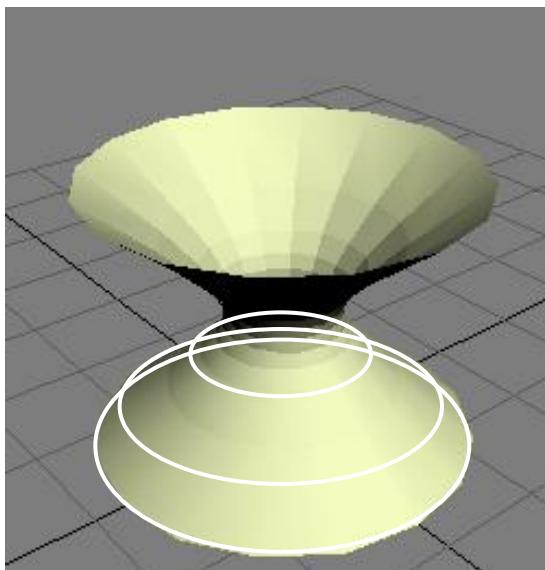
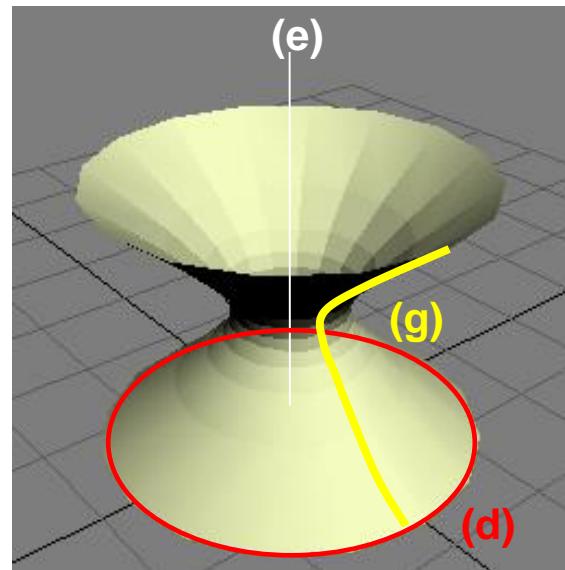
Modelagem

TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## Hiperboloide de Revolução de uma folha – Geração



A **hipérbole geratriz** (g) gira em torno de seu eixo não transverso e tem como **diretriz**, para realizar este movimento, uma **circunferência** (d).

Além do processo de revolução, pode também ser gerado pelo deslocamento no espaço de uma **circunferência geratriz** que possui o seu centro preso a uma reta perpendicular ao seu plano, levantada pelo seu centro, **variando o seu raio** conforme as **coordenadas** de uma **hipérbole**.

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDES

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

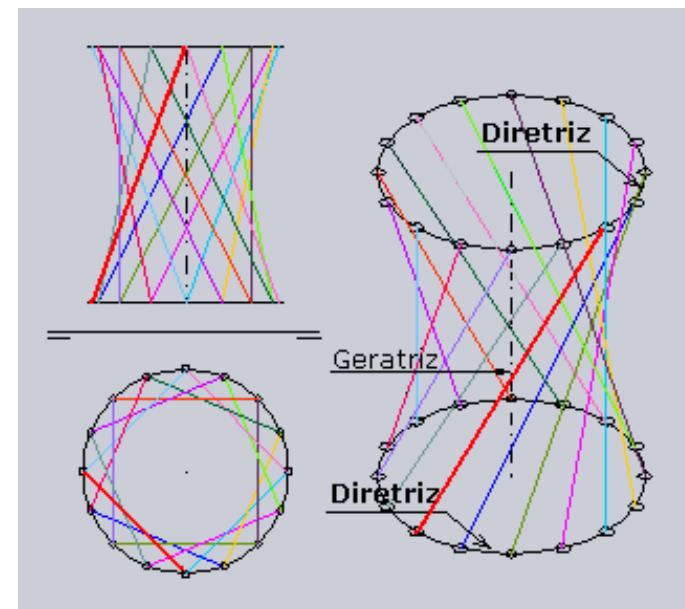
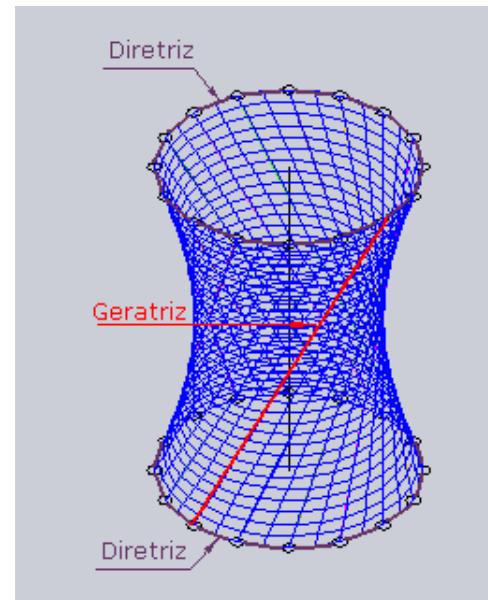
Modelagem

TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## Hiperboloide de Revolução de uma folha – Sistema retilíneo de geração



O hiperboloide de uma folha pode ser também gerado pela **rotação completa de uma reta (geratriz)** que gira em torno de um **eixo vertical reverso à mesma**. Isto é, a **reta geratriz** pertence a **um plano diferente daquele que contém o eixo**.

<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
<b>NÃO DESENVOLV.</b>	
<b>SUP. CIRCULARES REVOL.</b>	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDE S</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## ***Hiperboloide de Revolução de uma folha* – Emprego na Arquitetura**



**Projeto:** Aspire Tower

**Arquiteto:** Hadi Simaan

**Localização:** Doha, Qatar

**Ano:**

**Fonte da imagem:** :  
<http://www.skyscrapercity.com/showthread.php?t=678936>

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## *Hiperboloide de Revolução de uma folha* – Emprego na Arquitetura



**Projeto:** Kobe Port Tower

**Arquiteto:**

**Localização:** Kobe, Japão

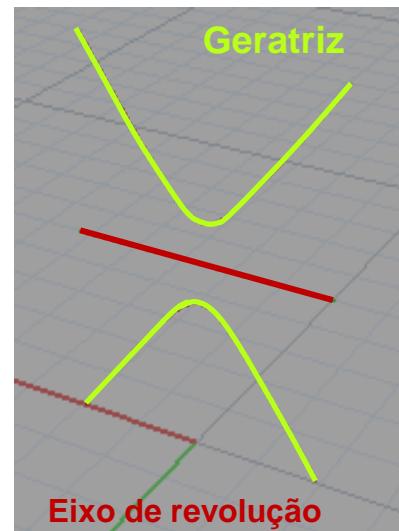
**Ano:**

**Fonte da imagem:** <http://unusual-architecture.com/kobe-port-tower-japan/>

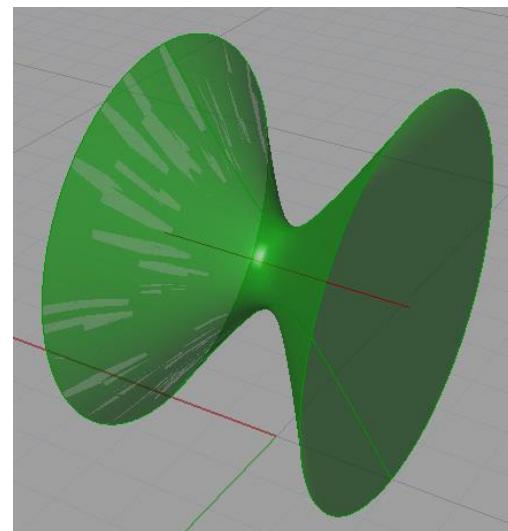
<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
<b>SUP. CIRCULARES REVOL.</b>	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# Hiperboloide de Revolução

## Esquema de geração



O eixo de revolução é o eixo de simetria da hipérbole



**Superfície por Revolução da geratriz hipérbole em torno do eixo de revolução**

## Algoritmo

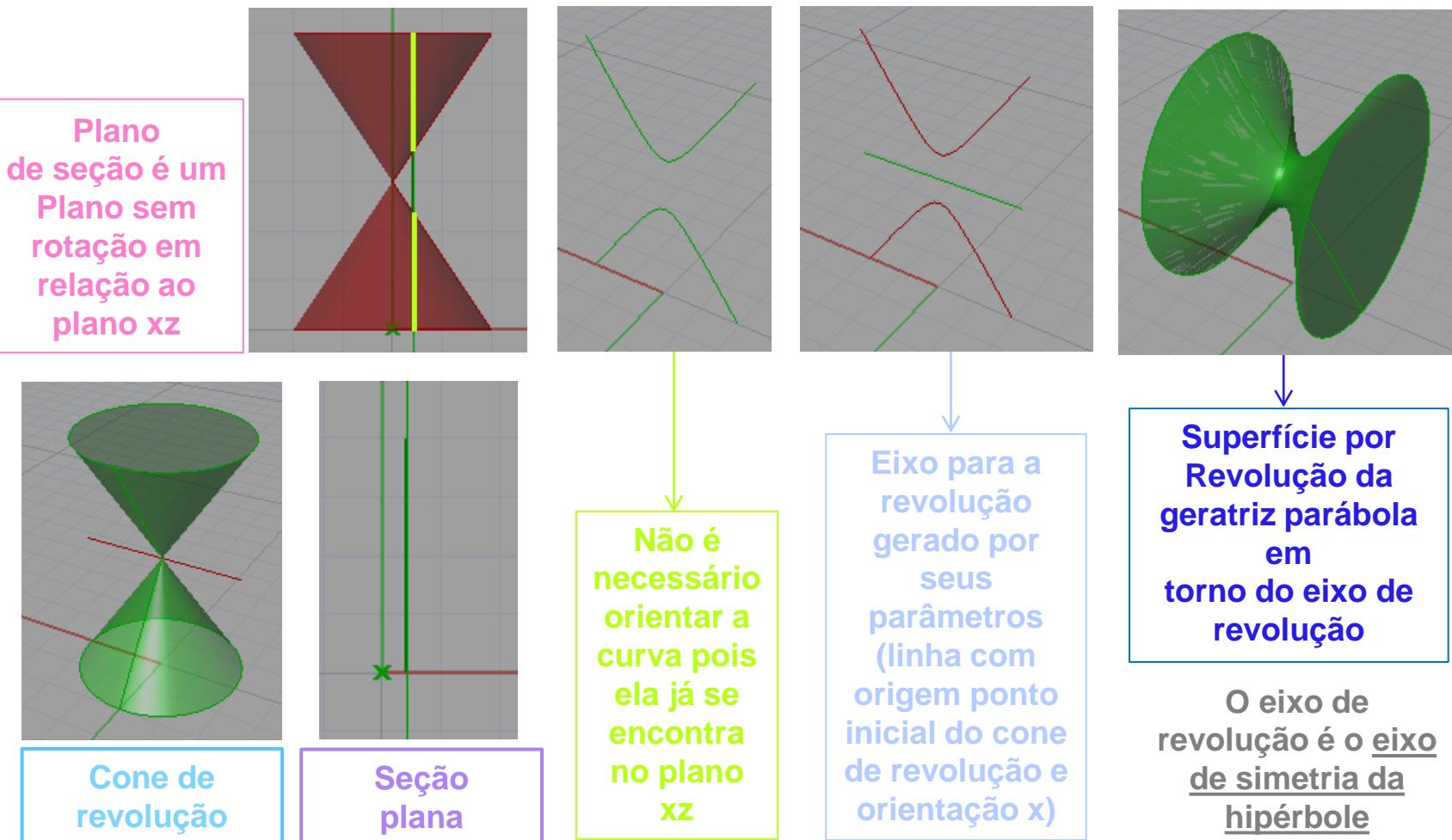
**Geratriz Hipérbole**  
Obtida por uma **seção plana** em um **cone de revolução**

**Geração da superfície de revolução**

**Eixo para a revolução**  
gerado por seus parâmetros  
(linha com origem ponto inicial do cone de revolução e orientação x)

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

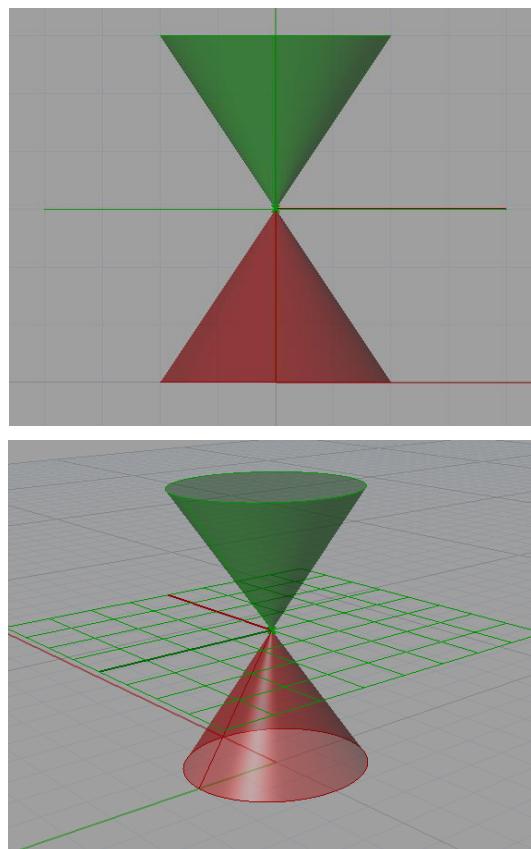
## Hiperboloide de Revolução – Etapas de geração



INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

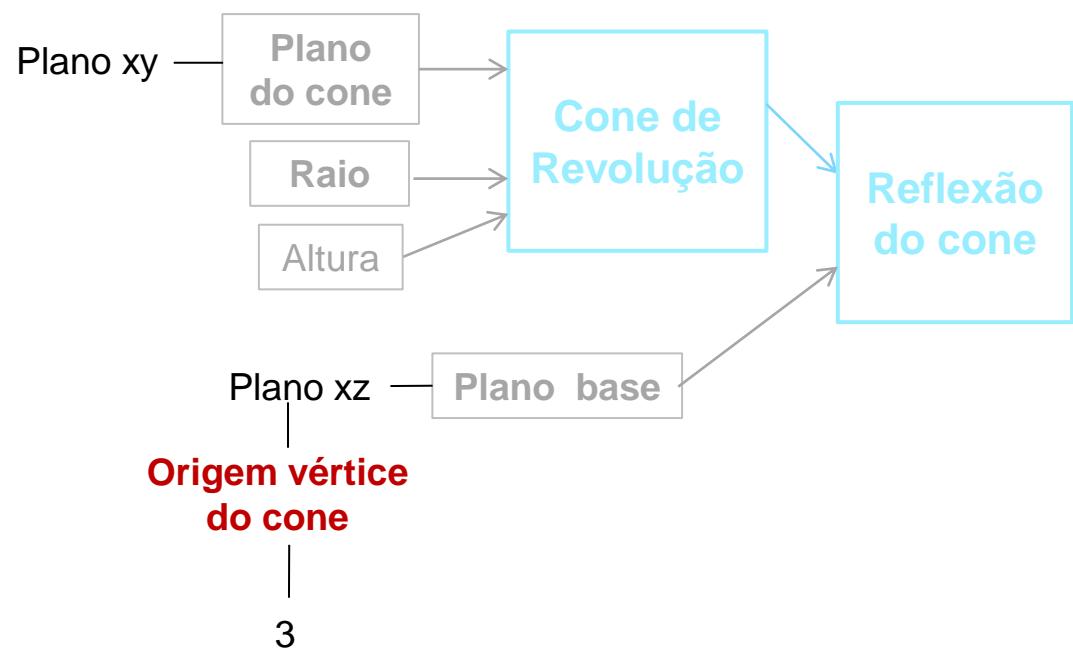
**Cone de duas folhas** – Reflexão sobre um plano xy com origem no vértice do cone

## Esquema de geração



## Algoritmo para a duplicação do cone

Por variação nos parâmetros de rotação e origem do plano que contém a seção, **ângulo ortogonal a diretriz do cone** (0 graus de rotação).

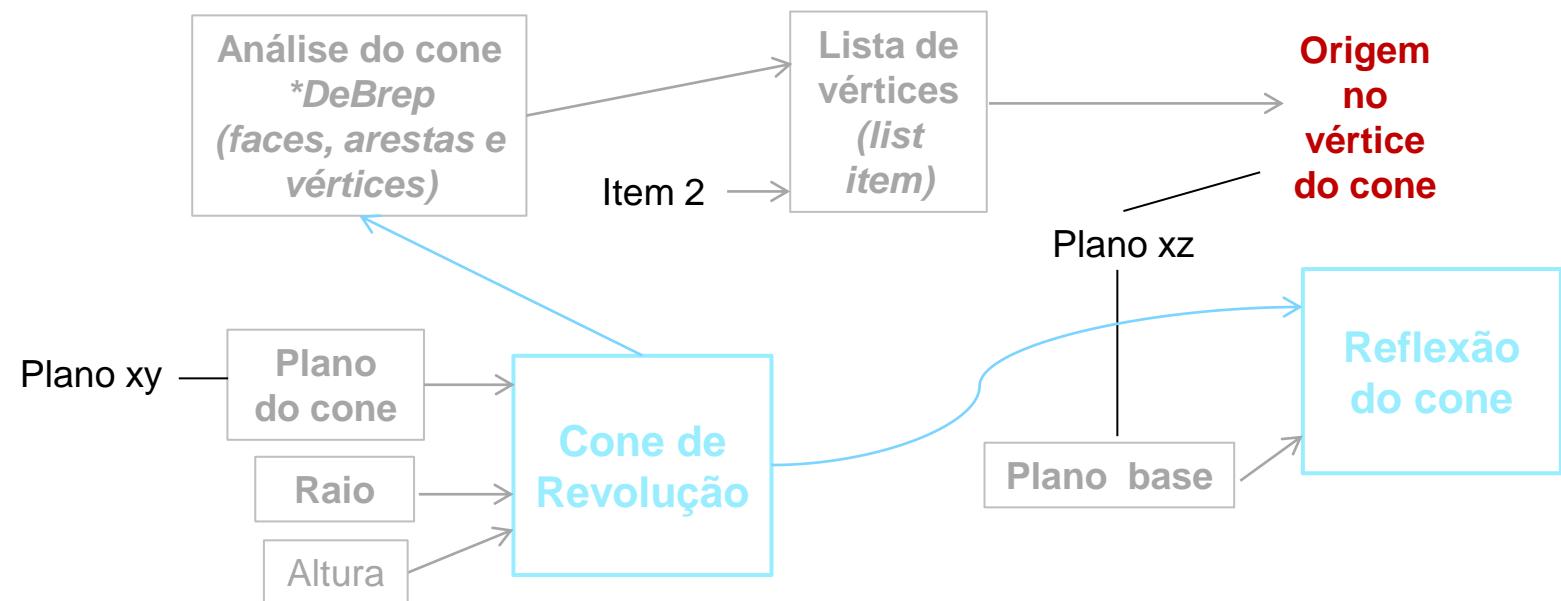


INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

**Cone de duas folhas** – Reflexão sobre um plano xy com origem no vértice do cone

## Algoritmo Reflexão do cone

Para encontrar **o vértice do cone** que será a origem do plano de reflexão, avalia-se o cone com o componente **Deconstruct Brep** e extraí-se, por meio de uma lista, o item relativo a tal vértice, neste caso o item 1 (**list item**, item 2).



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS  
NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

ELIPSOIDES  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

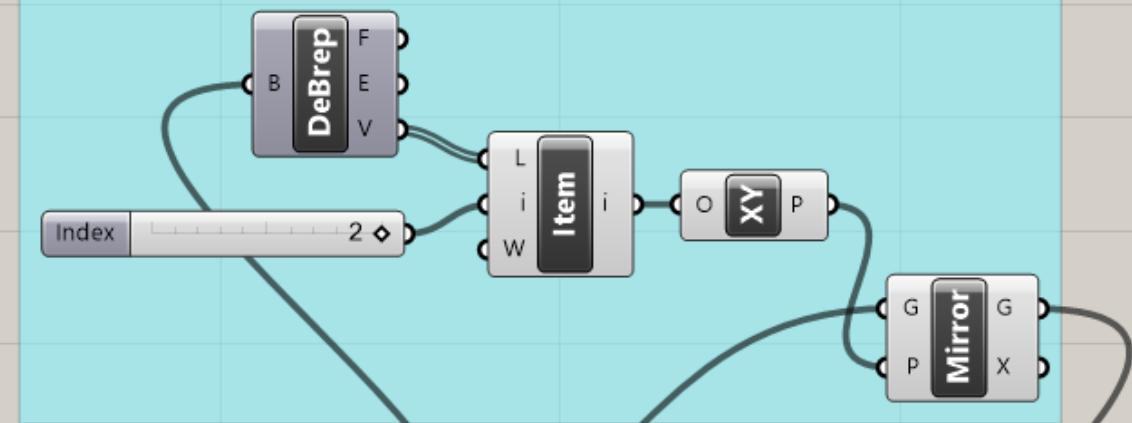
HIPERBOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

TORO CIRCULAR  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

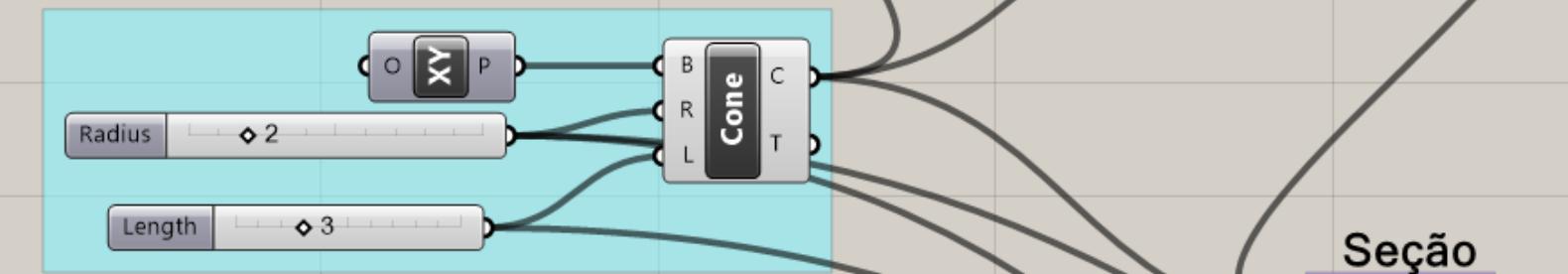
# Duplicação do cone para gerar um cone de duas folhas

## Programação

### Duplicação do Cone (para seção)



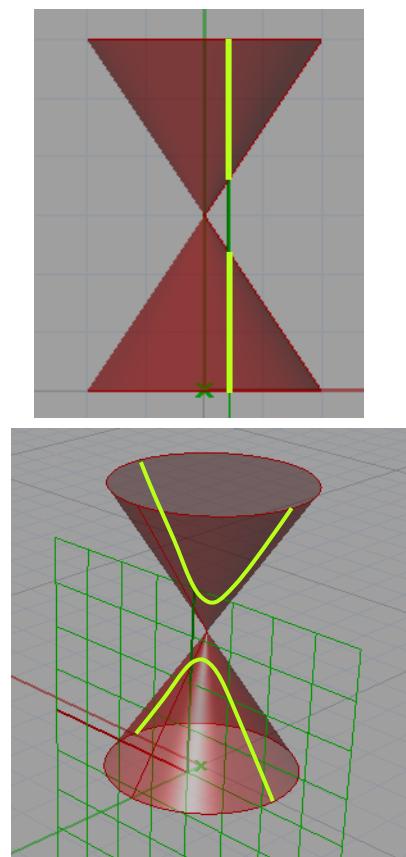
### Primitiva Cone (para seção)



INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

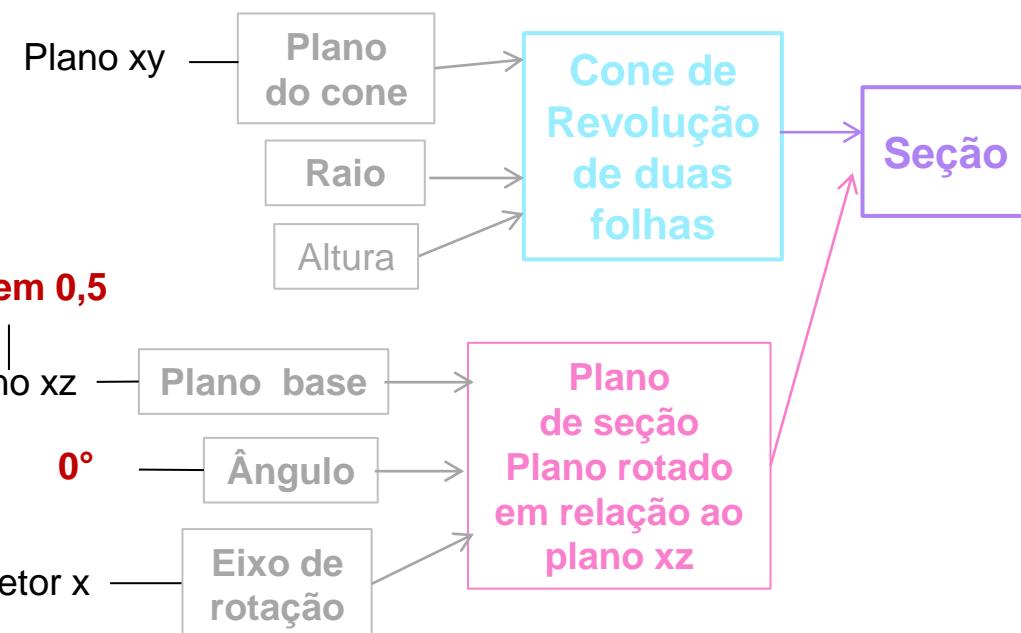
**Hiperboloide de Revolução** – Obtenção da hipérbole geratriz por seção plana em um cone de revolução, ortogonal a base do cone

## Esquema de geração



## Algoritmo Hipérbole

Por variação nos parâmetros de rotação e origem do plano que contém a seção, **ângulo ortogonal a diretriz do cone** (0 graus de rotação).



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

TORO CIRCULAR

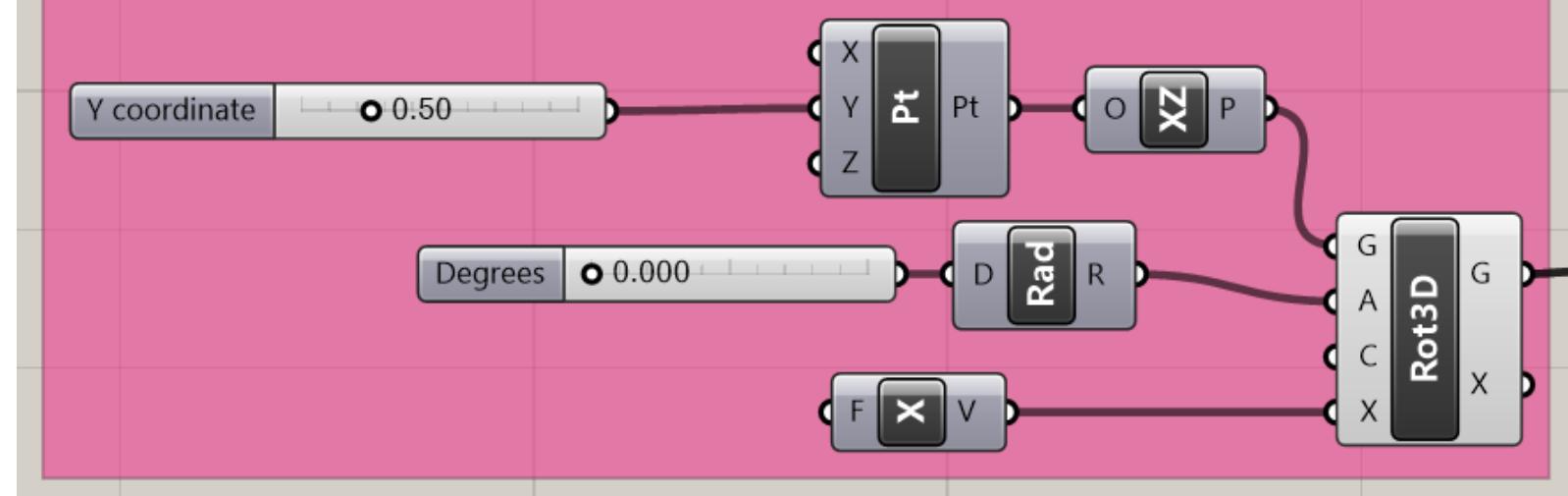
Conceito | Algoritmo

Modelagem

**Hiperboloide de Revolução** – Obtenção da parábola geratriz por seção plana em um cone de revolução

## Programação

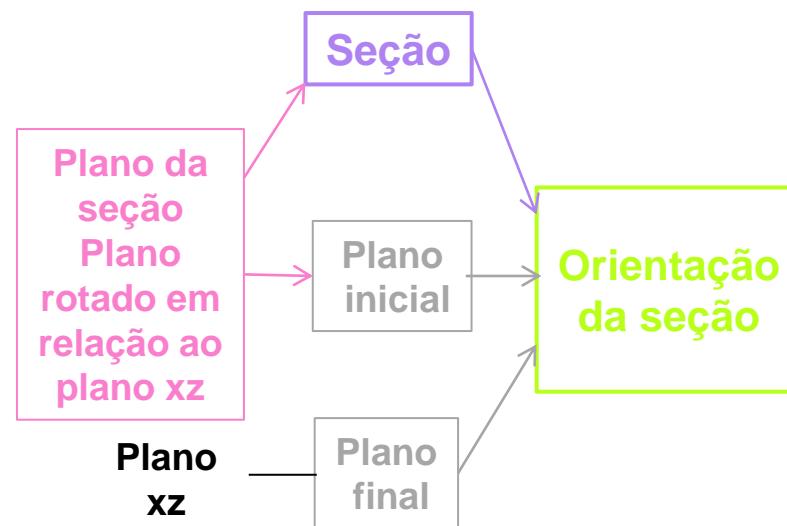
**Plano base da seção, com inclinação e origem (a partir de um plano xz rotado)**



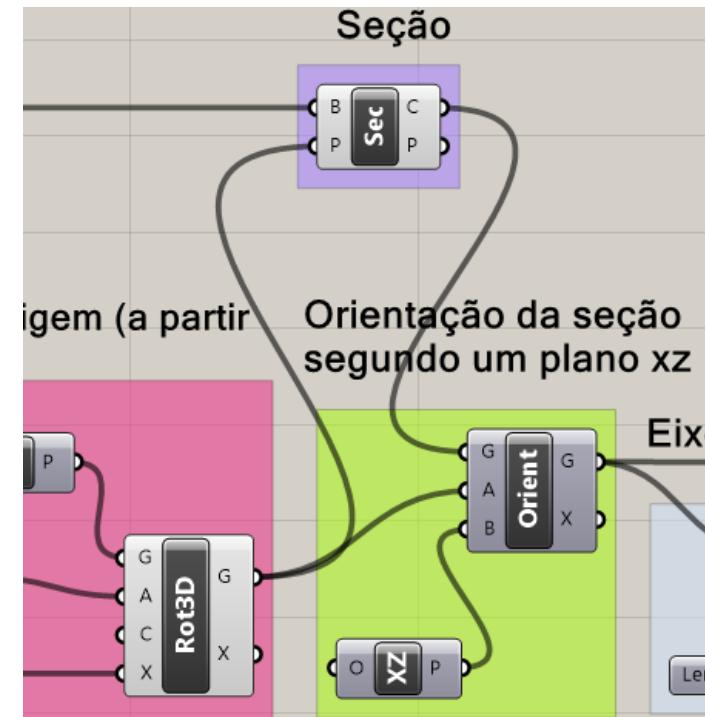
<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDE S</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

**Hiperboloide de revolução** – Não é necessária a orientação da seção (hipérbole geratriz) para um plano vertical (Plano xz), desde que ela já está inserida em um plano nesta posição. Manteve-se a programação para que possa ser usada quando houver alteração no tipo de seção (inclinação do plano).

## Algoritmo



## Programação



INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDES	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

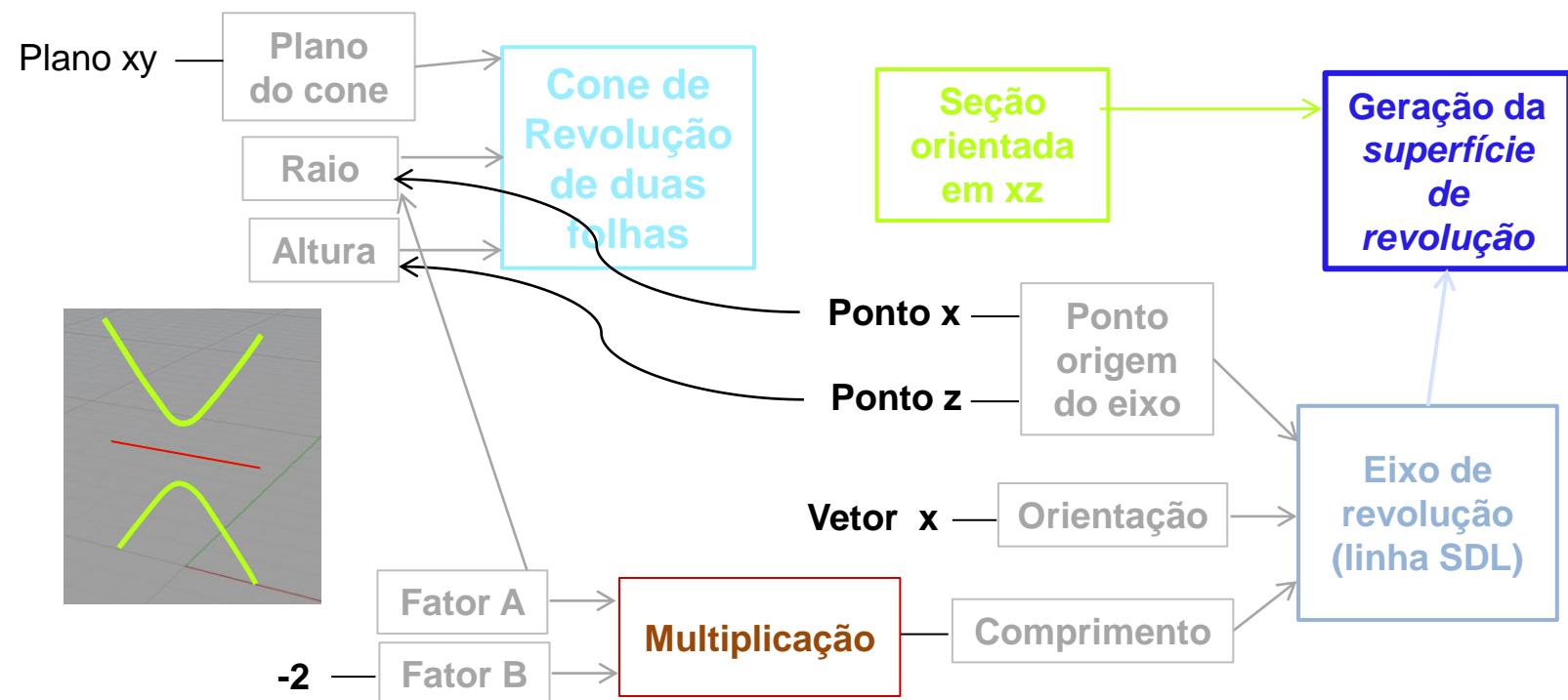
**Hiperboloide de Revolução** – Representação do eixo de revolução parametrizado ao vértice do cone e ao valor do seu raio

O eixo para esta representação é o eixo que não corta a curva, denominado de **não transverso**. Por isso, não é possível representá-lo como nos demais casos, a partir de um ponto sobre a curva, já que este eixo não encontra a curva. A representação foi por uma **linha orientada** **SDL** no eixo x com ponto inicial parametrizado ao **ponto inicial do raio do cone** que deu origem a seção, pois ao alterar-se o raio do cone, tal linha terá nova origem em x. A coordenada **em z** **deste ponto inicial** foi parametrizada com o **ponto do vértice do cone**, o qual se localiza no ponto médio do eixo não transverso da hipérbole. A sua dimensão em x foi dada por **uma função de subtração** entre o **valor do raio** e um **valor oposto a ele**, ou seja, seu inverso. Isso porque ao atribuir, por exemplo, um raio que vai de 0 a 2 ao cone, haverá outro raio que irá do valor 0 ao valor -2. Com esta função fica definido que a dimensão da linha vai de um extremo a outro, compreendido entre estes dois valores do raio (2 e -2). Com alteração dos valores dos raios, o novo cálculo é feito e o eixo se adaptará a nova dimensão linear em x.

<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDE S</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

**Hiperboloide de Revolução** – Representação do eixo de revolução parametrizado ao vértice do cone e ao valor do seu raio

## Algoritmo



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS  
NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA  
Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDES  
Conceito | Algoritmo

Modelagem

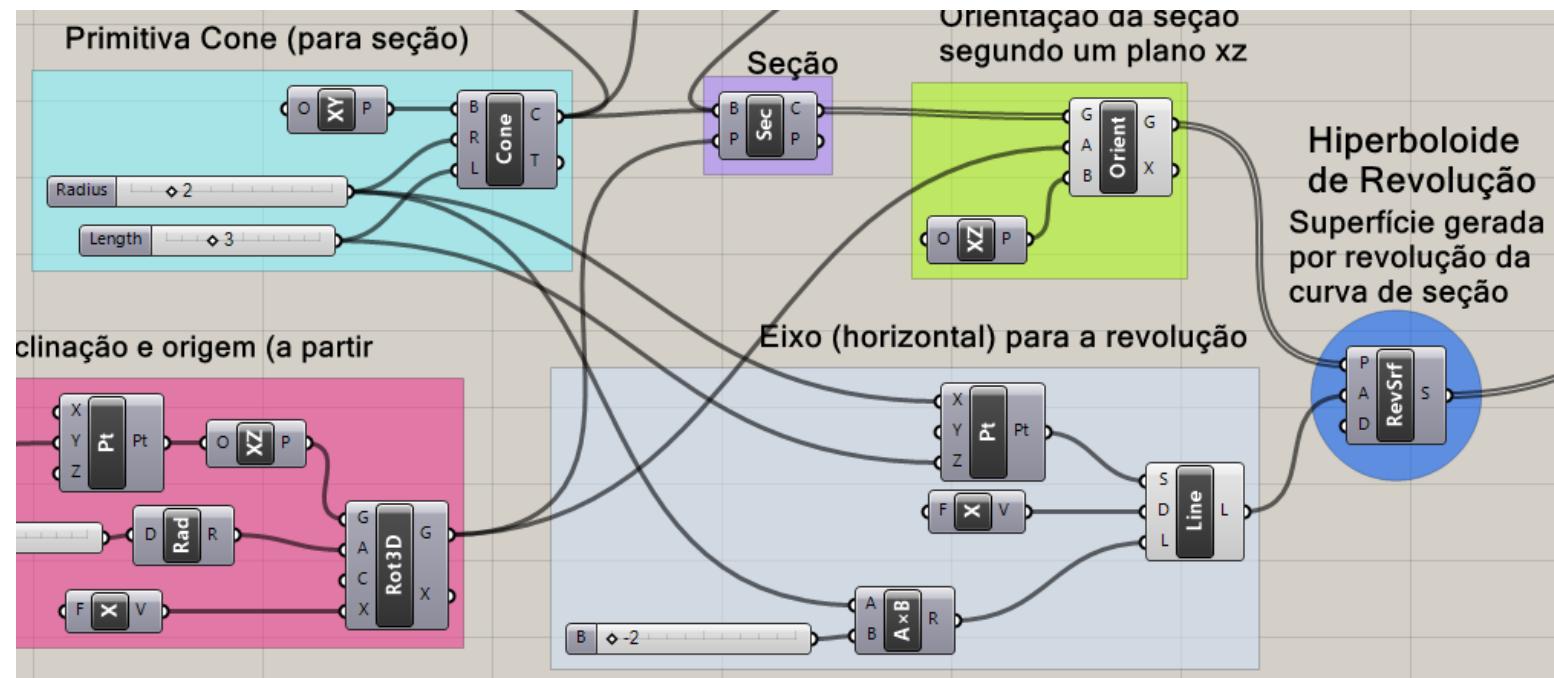
PARABOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

TORO CIRCULAR  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

**Hiperboloide de Revolução** – Representação do eixo de revolução parametrizado ao vértice do cone e ao valor do seu raio

## Programação



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS  
NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

ELIPSOIDES  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

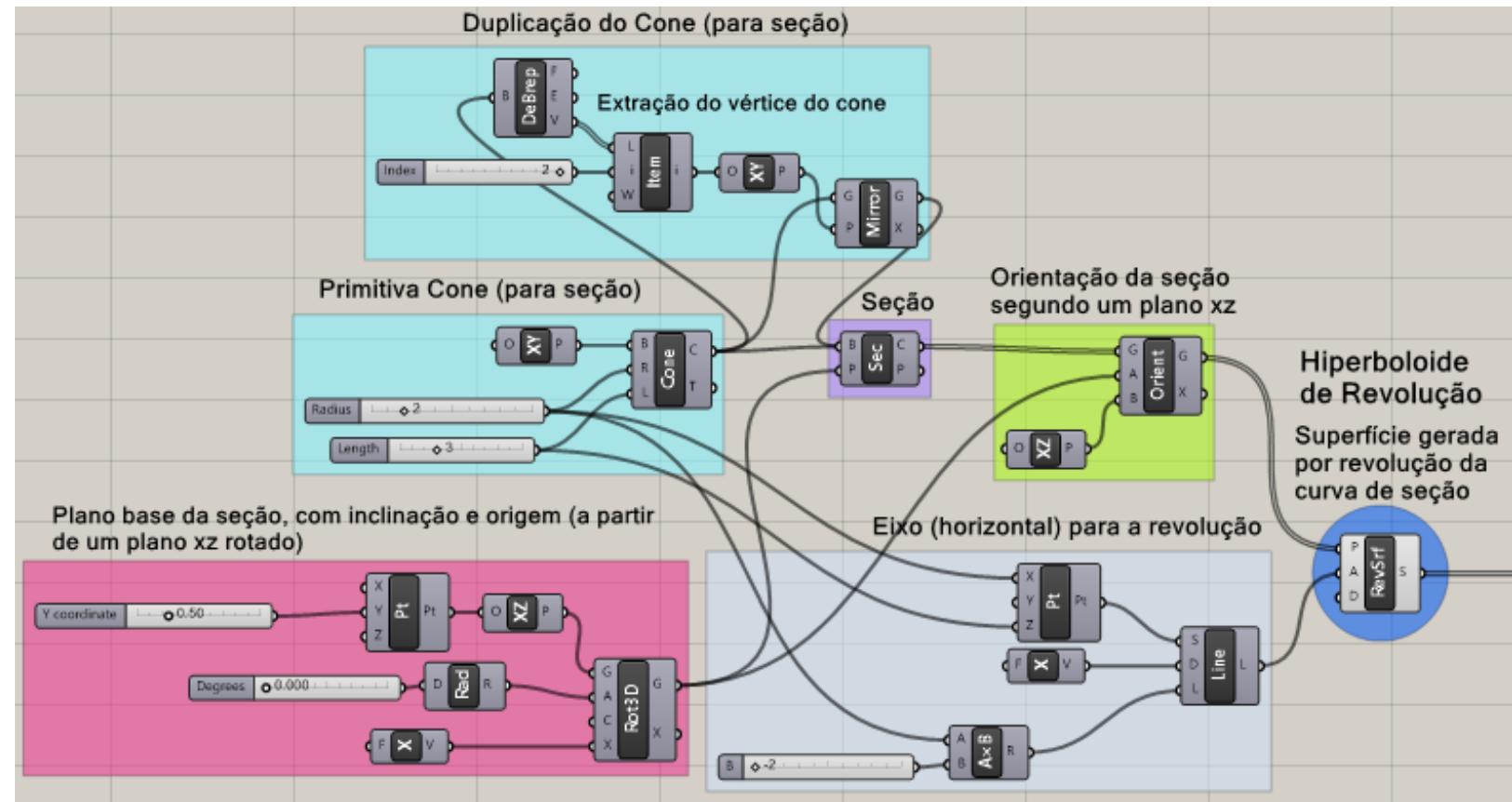
PARABOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

TORO CIRCULAR  
Conceito | Algoritmo  
Modelagem

# Hiperboloide de Revolução

## Programação inteira



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

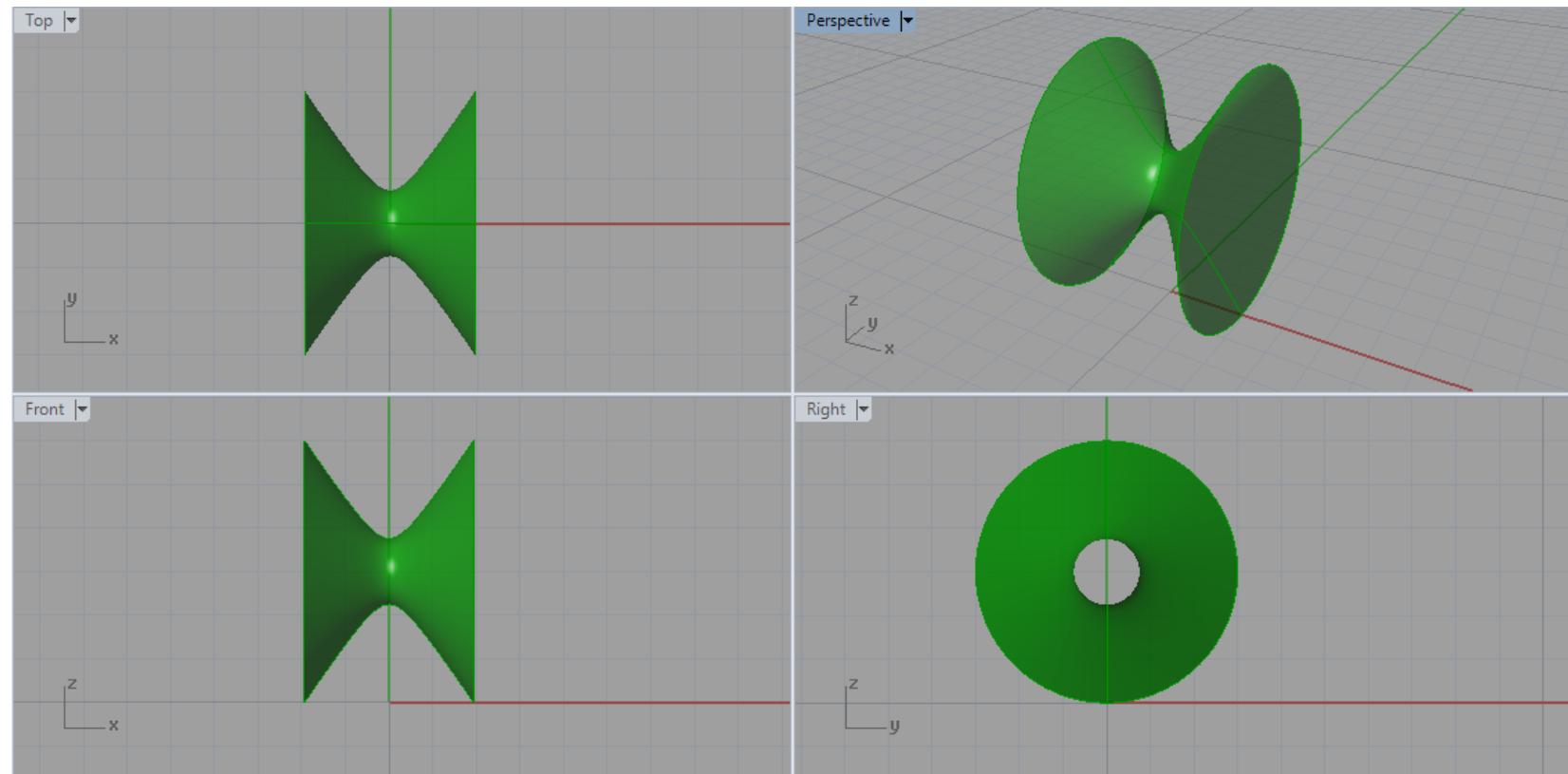
TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

# Hiperboloide de Revolução

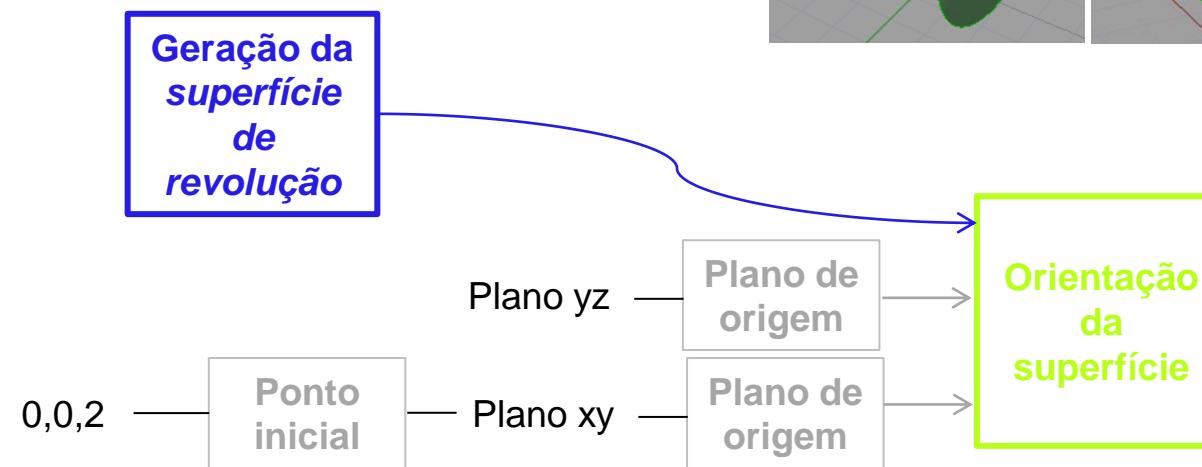
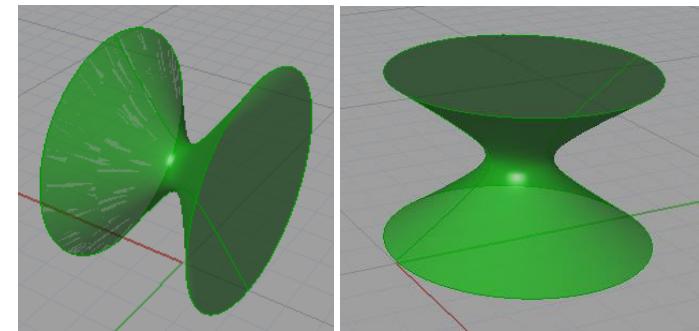
## Vistas ortográficas e perspectiva



<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDE S</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

**Hiperboloide de Revolução** – Orientação da superfície para o plano horizontal xy

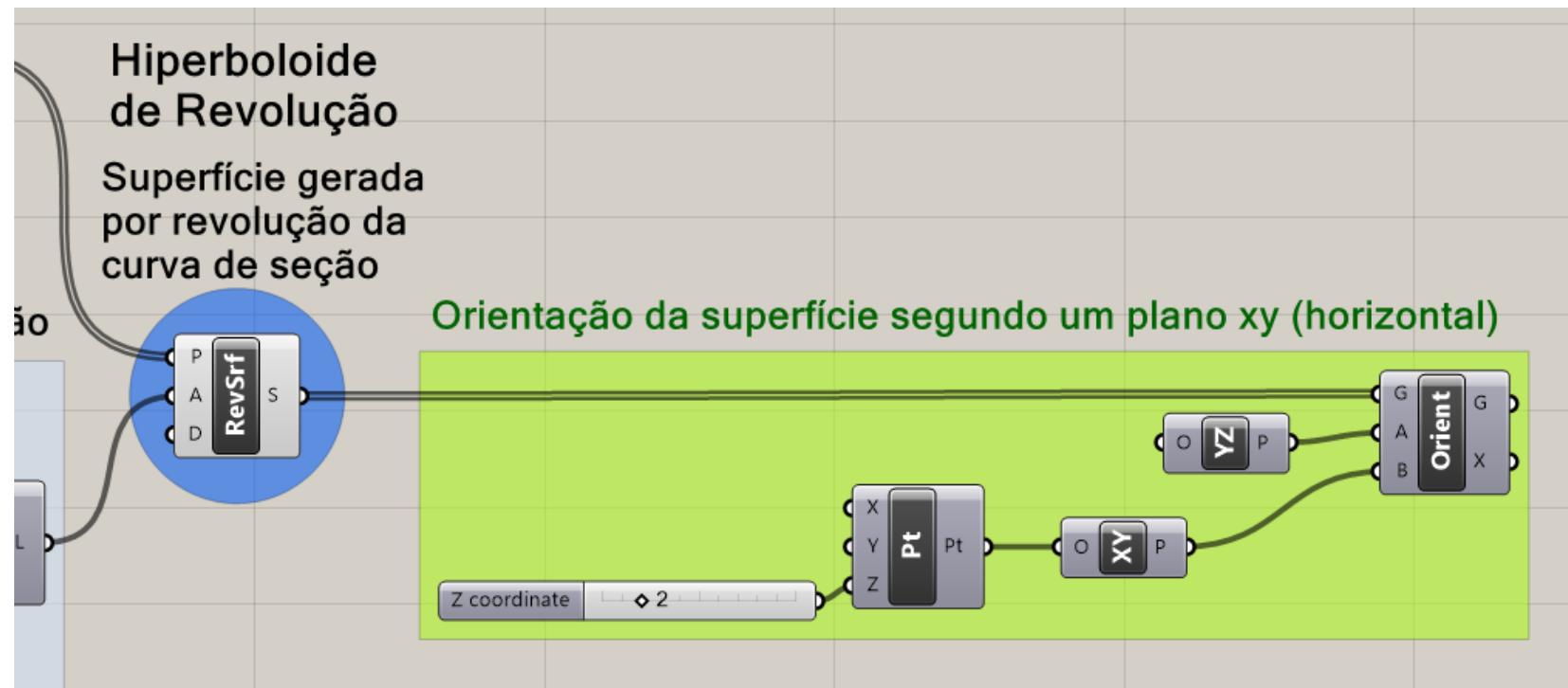
## Algoritmo



INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# *Hiperboloide de Revolução orientado em xy*

## *Programação*



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

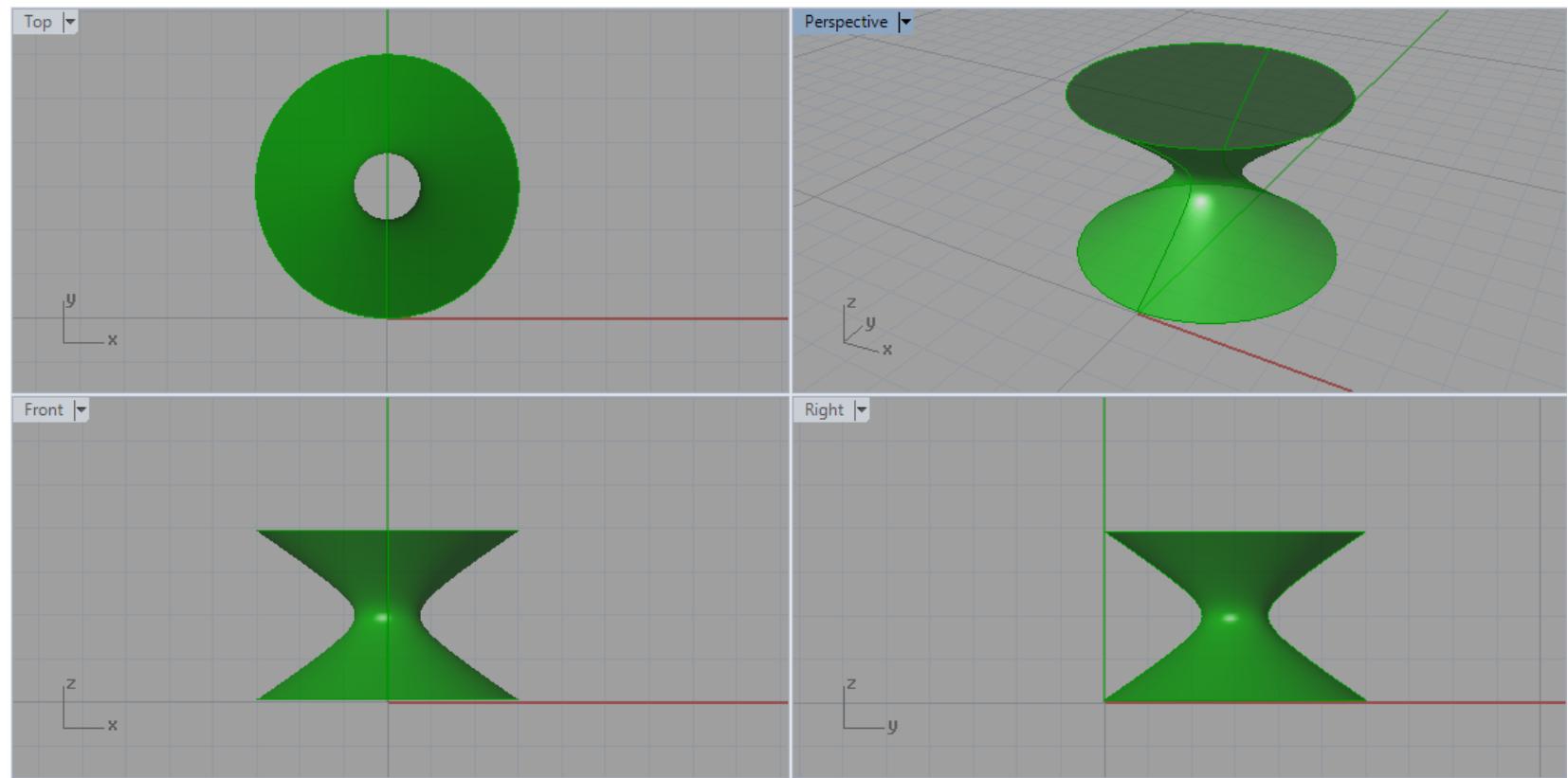
TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

# **Hiperboloide de revolução orientado em xy**

## **Vistas ortográficas e perspectiva**



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

### SUP. PROP. CURVAS

#### NÃO DESENVOLV.

#### SUP. CIRCULARES REVOL.

#### SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

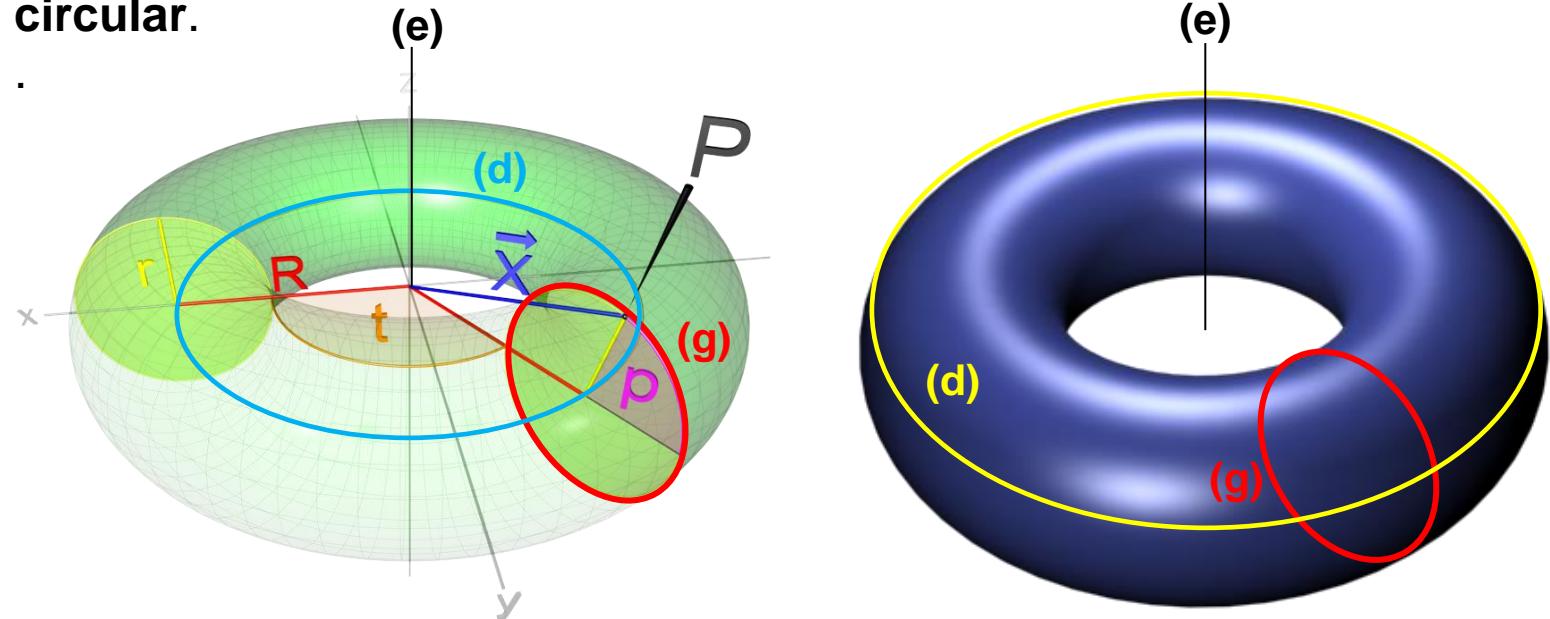
Modelagem

# Toro de Circunvolução

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDES	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Toro de Circunvolução – Definição

É a superfície gerada pela circunvolução completa de uma **circunferência  $g$  (geratriz)** em torno de uma reta contida no seu plano que não passa pelo seu centro, apoiando-se em uma **diretriz (d) circular**.



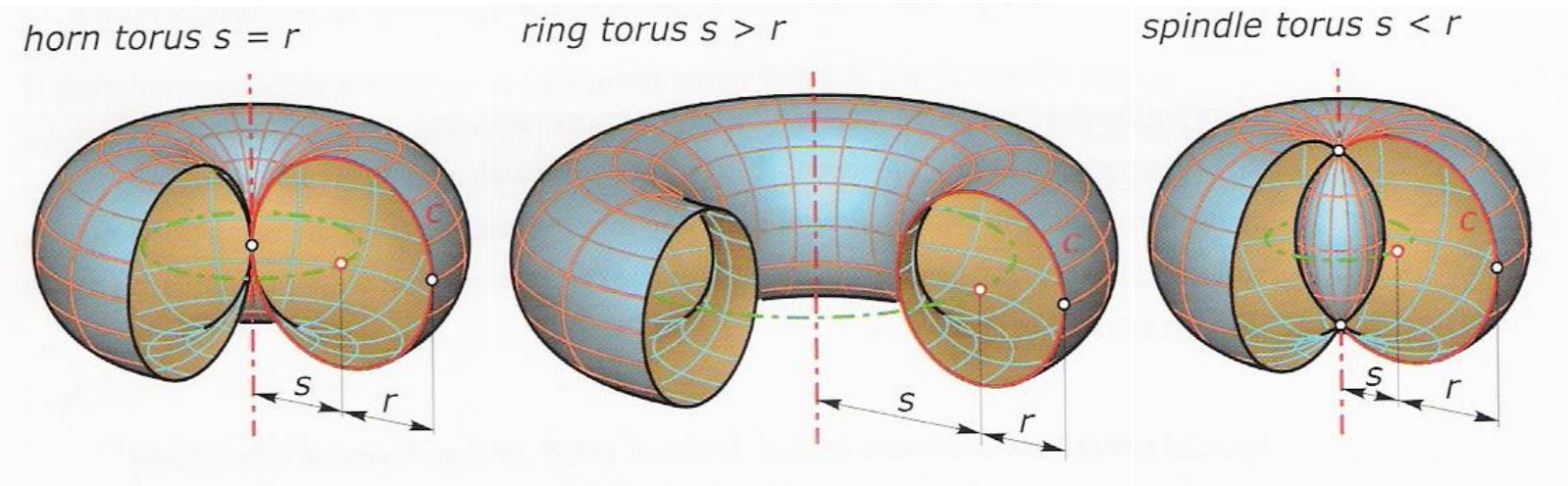
Fonte da imagem: [http://it.wikipedia.org/wiki/Toro\\_circolare](http://it.wikipedia.org/wiki/Toro_circolare)

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDES	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Tipos de Superfícies Tóricas Circulares: Aberta, Fechada e Reentrante

Esta classificação ocorre em decorrência da relação estabelecida entre o **raio da circunferência geratriz** e a **distância do centro desta ao eixo de rotação**.

se o raio da geratriz for igual à distância do centro ao eixo, a superfície é tórica e fechada (Chapman et al, 2007)



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDES

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

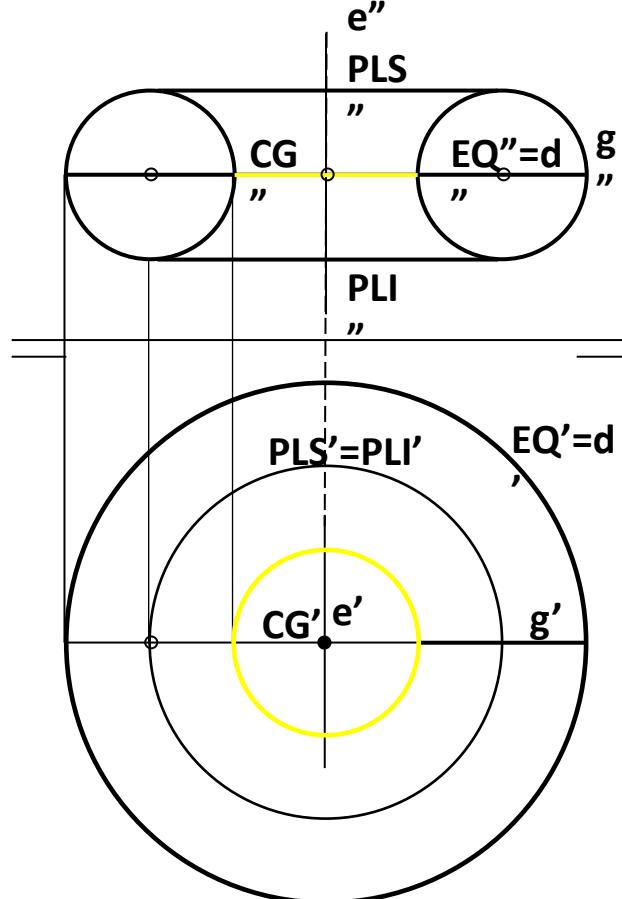
Modelagem

TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## Exemplo de processo de representação gráfica no **método bi-projetivo mongeano** de um toro aberto



Elementos principais da superfície representados nos planos de projeção horizontal ( $\pi'$ ) e vertical ( $\pi''$ ):

**Diretriz (d) (circunferência) e geratriz (g) (circunferência) em projeções, e o eixo (e).**

Exemplo de representação, dados as **projeções da geratriz (g' e g'')** e **do eixo da superfície (e', e'')**.

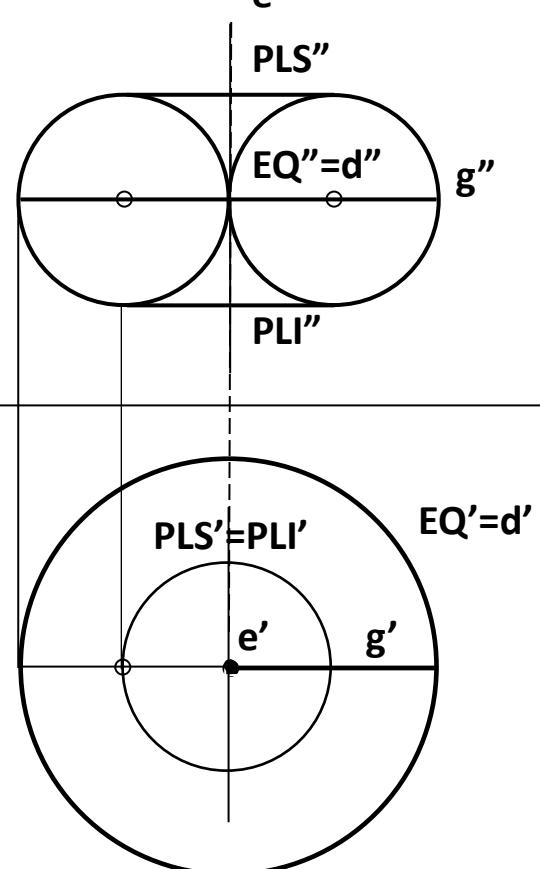
Representam-se os seguintes elementos:

**EQ=equador; CG=círculo de gola;**

**PLS, PLI=paralelos limite superior, inferior.**

<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDES</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Exemplo de processo de representação gráfica no **método bi-projetivo mongeano** de um toro fechado



Elementos principais da superfície representados nos planos de projeção horizontal ( $\pi'$ ) e vertical ( $\pi''$ ):

**Diretriz (d) (circunferência) e geratriz (g) (circunferência) em projeções, e o eixo (e).**

Exemplo de representação, dados as **projeções da geratriz (g' e g'')** e **do eixo da superfície (e', e'')**.

Representam-se os seguintes elementos:

**EQ**=equador; **CG**=círculo de gola;

**PLS, PLI**=paralelos limite superior, inferior.

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

### SUP. PROP. CURVAS

#### NÃO DESENVOLV.

#### SUP. CIRCULARES REVOL.

#### SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### ELIPSOIDES

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### TORO CIRCULAR

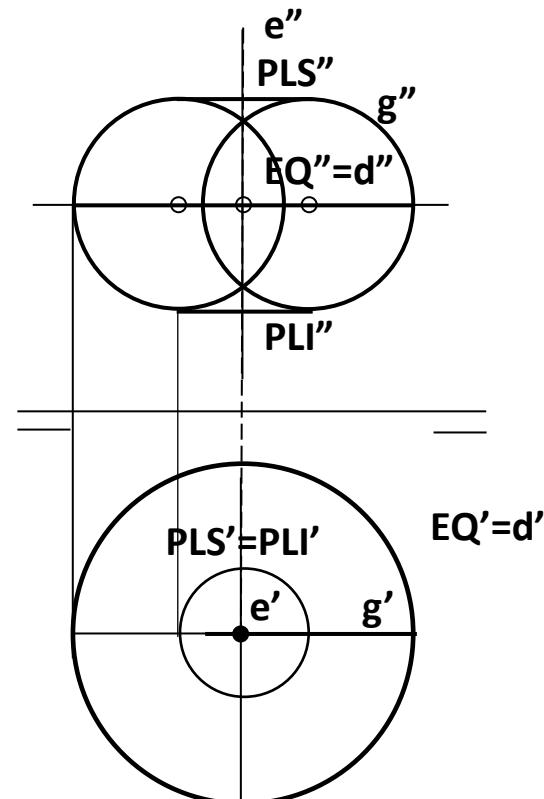
Conceito | Algoritmo

Modelagem

## Exemplo de processo de representação gráfica no **método bi-projetivo mongeano** de um toro reentrante

Elementos principais da superfície representados nos planos de projeção horizontal ( $\pi'$ ) e vertical ( $\pi''$ ):

**Diretriz (d) (circunferência) e geratriz (g) (circunferência) em projeções, e o eixo (e).**



Exemplo de representação, dados as **projeções da geratriz (g' e g'') e do eixo da superfície (e', e'')**.

Representam-se os seguintes elementos:

**EQ**=equador; **CG**=círculo de gola;

**PLS, PLI**=paralelos limite superior, inferior.

## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

### SUP. PROP. CURVAS

#### NÃO DESENVOLV.

#### SUP. CIRCULARES REVOL.

#### SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### ELIPSOIDE S

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

#### TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## **Toro de Circunvolução – Emprego na Arquitetura**

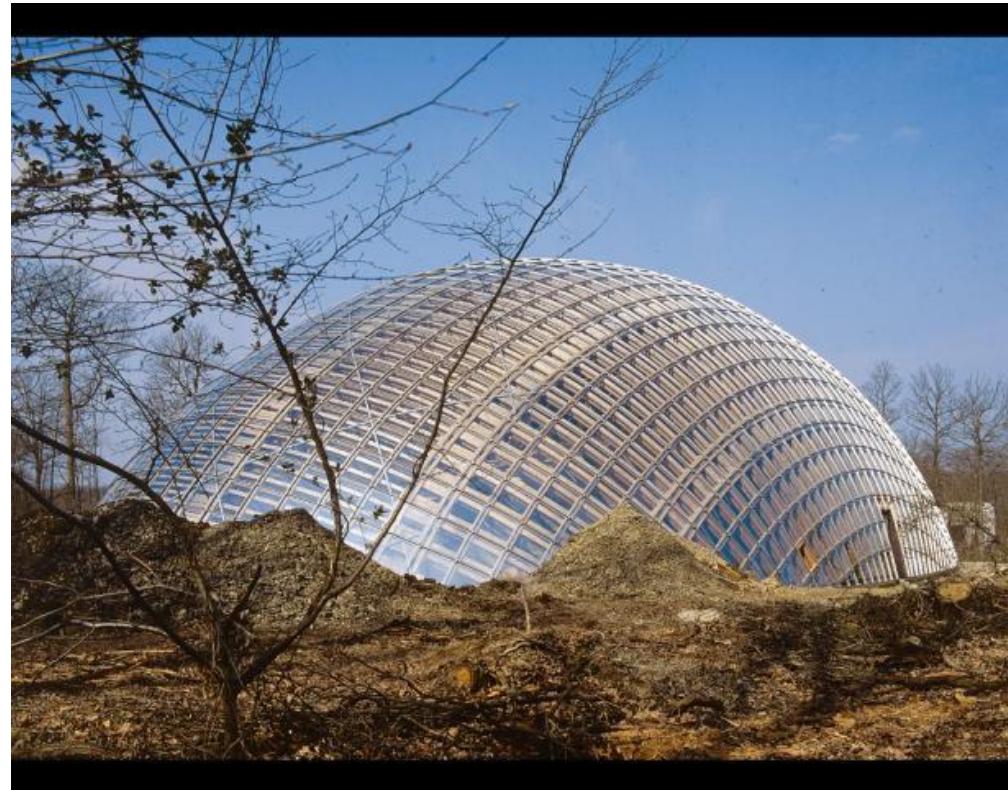
**Projeto:** Walloon Branch of Reproduction Forestry Material

**Arquiteto:** Samyn and Partners

**Localização:** Bélgica

**Ano:**

**Fonte da imagem:** :  
<http://www.samynandpartners.be/v5/index.asp?project=01-279&search=buildingtype&id=4&categoryid=1&page=20#>



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDES

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

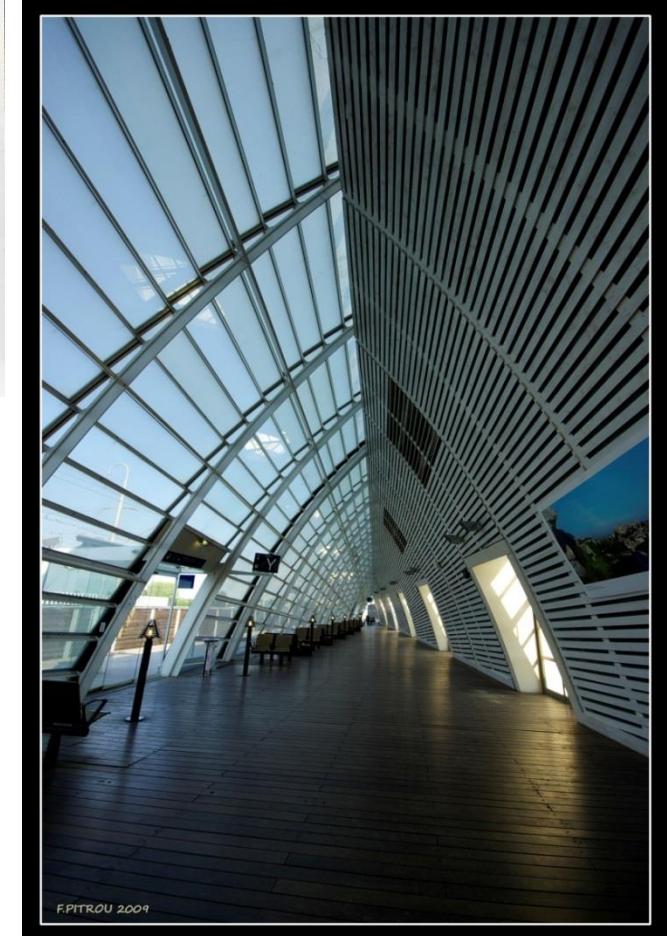
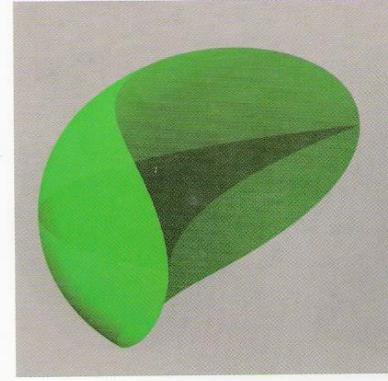
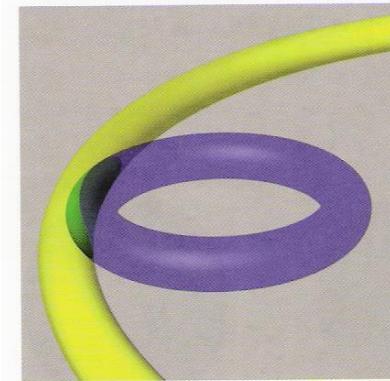
Modelagem

TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## Toro de Circunvolução – Emprego na Arquitetura



**Projeto:** TGV Railway Station

**Arquiteto:** Jean-François Bassel

**Localização:** Avignon, [Provence-Alpes-Côte d'Azur](#) (França)

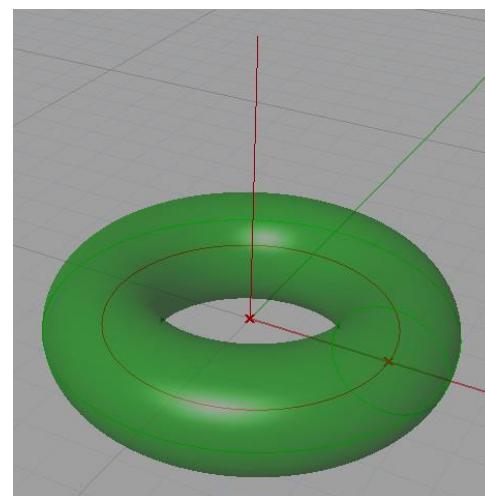
**Ano:**

**Fonte das imagens:** Pottmann et al (2007) e <http://www.panoramio.com/photo/21854610>

<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDE S</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

# Toro de Circunvolução

## Esquema de geração



O eixo de circunvolução está deslocado do eixo de simetria da circunferência geratriz

Superfície por Circunvolução da geratriz circunferência em torno do eixo de circunvolução

## Algoritmo

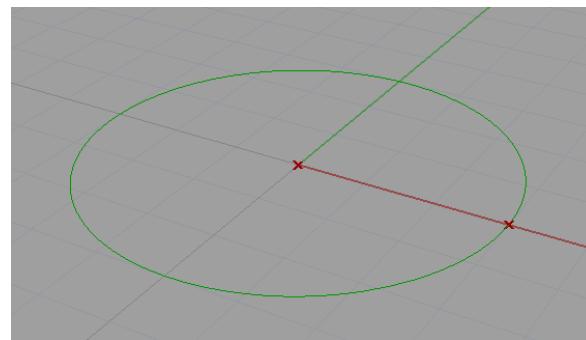
**Geratriz Circunferência**  
Gerada pelos seus parâmetros

Eixo com origem no ponto central da circunferência diretriz e orientação em z

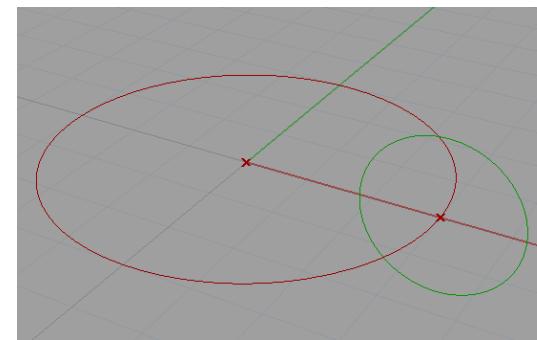
**Geração da superfície de circunvolução (ou revolução pela nome dado na software de modelagem)**

<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

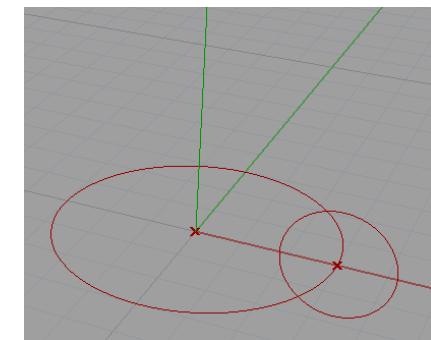
## Toro de Circunvolução – Etapas de geração



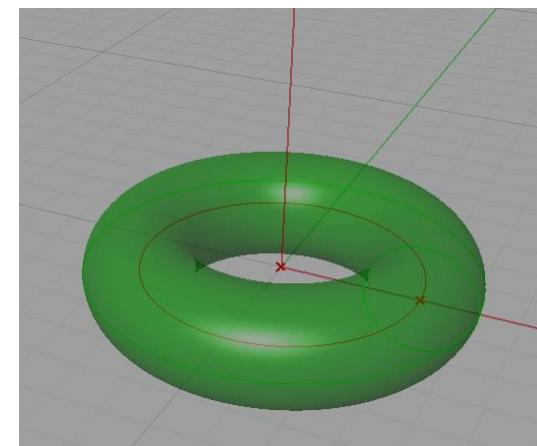
Circunferência base para construir o eixo de circunvolução e a circunferência geratriz



Circunferência geratriz com ponto origem no ponto inicial da diretriz



Eixo com origem no ponto central da circunferência diretriz e orientação em z



Geração da superfície de circunvolução (ou revolução pela nome dado na software de modelagem)

INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Arco diretriz

Circunferência base para construir o eixo de circunvolução e a circunferência geratriz

### Algoritmo Circunferência

Plano base xy, raio 3 e ângulo de 360 graus

Origem

0,0,0

Plano xz

Plano base

Arco de  
circunferência  
diretriz

3

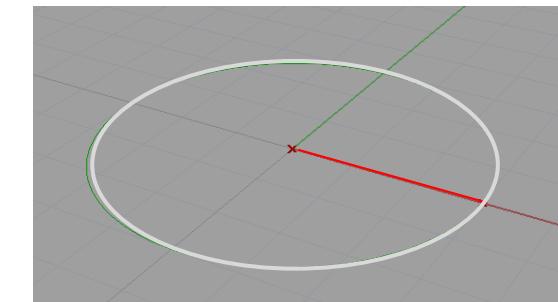
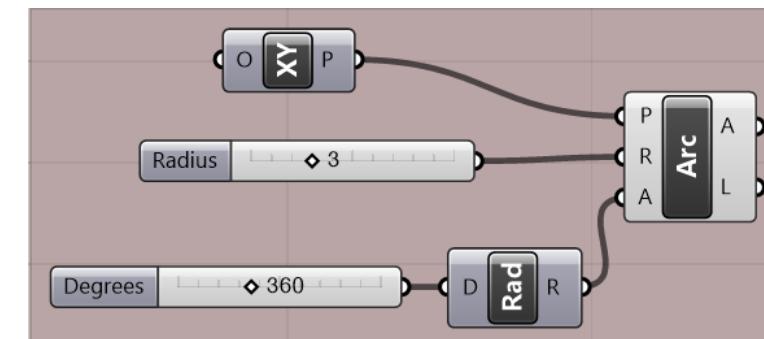
Raio

Radianos

Ângulo

360°

### Programação

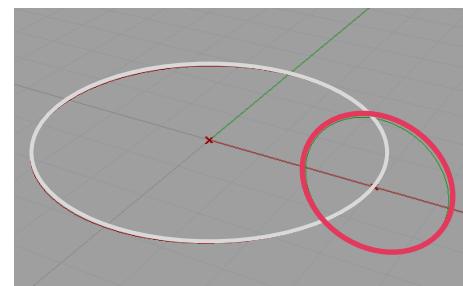


<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDES	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

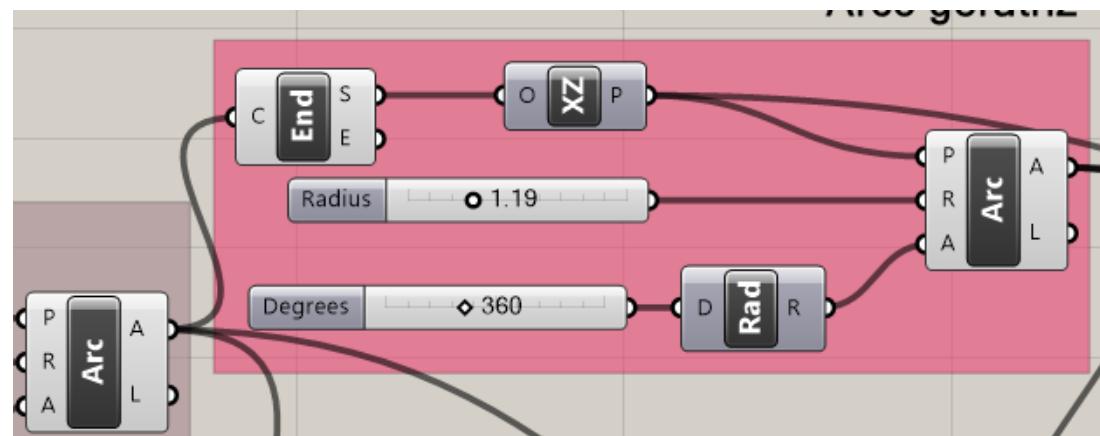
## Arco geratriz

**Circunferência com ponto origem (centro) no ponto inicial da circunferência diretriz**

### Algoritmo



### Programação

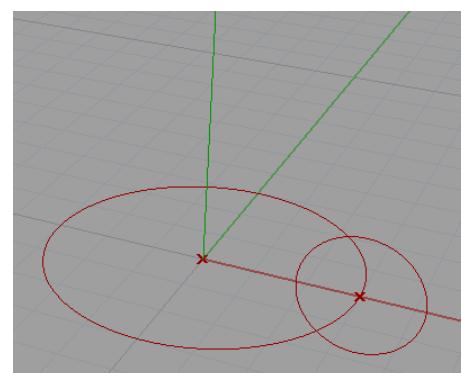
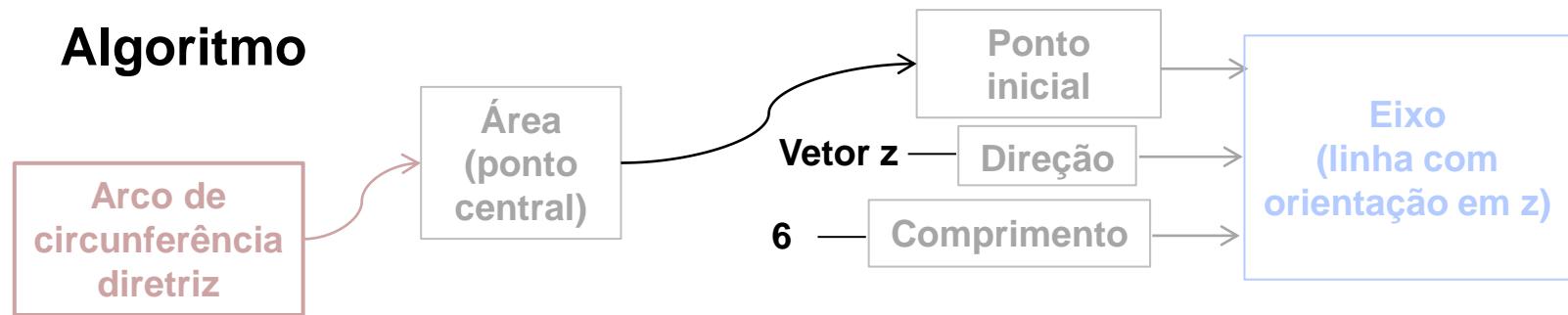


INTRODUÇÃO	
Modelos	Superfícies
SUP. PROP. CURVAS	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

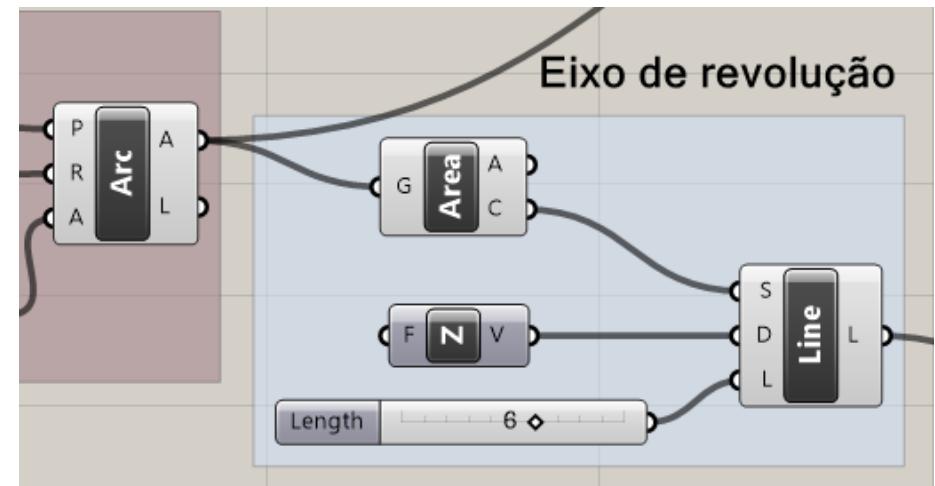
## Eixo de revolução

Linha orientada com ponto inicial no ponto origem (centro) da circunferência diretriz

### Algoritmo



### Programação

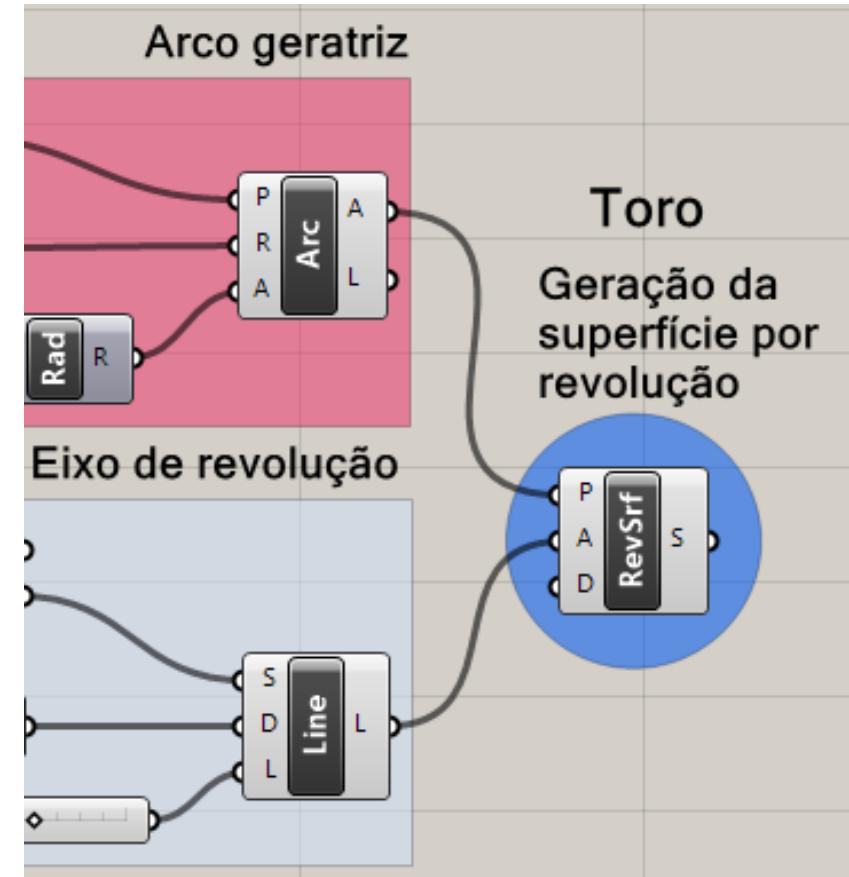
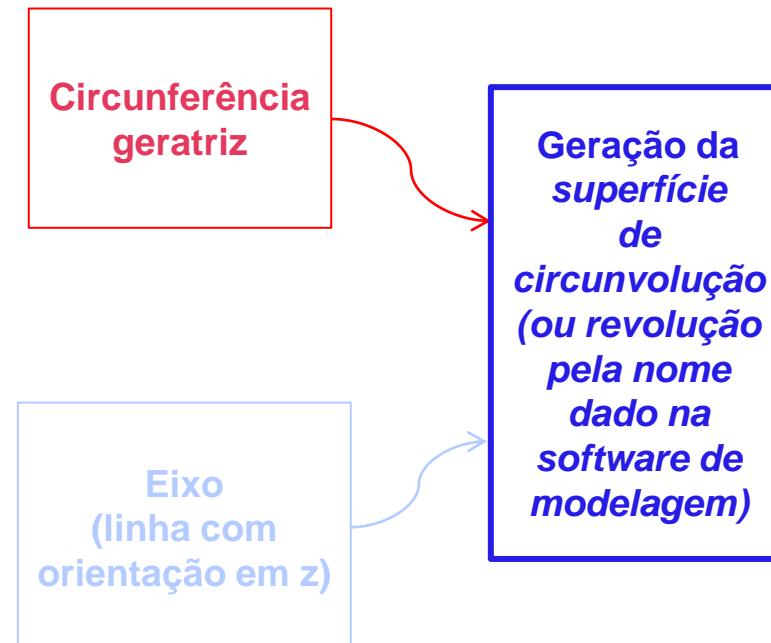


<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
NÃO DESENVOLV.	
SUP. CIRCULARES REVOL.	
SUPERFÍCIE ESFÉRICA	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
ELIPSOIDE S	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
PARABOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
HIPERBOLOIDE DE REV.	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
TORO CIRCULAR	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## **Geração da superfície**

### Por circunvolução da geratriz em torno do eixo em z

#### **Algoritmo**



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS  
NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA  
Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDES  
Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.  
Conceito | Algoritmo

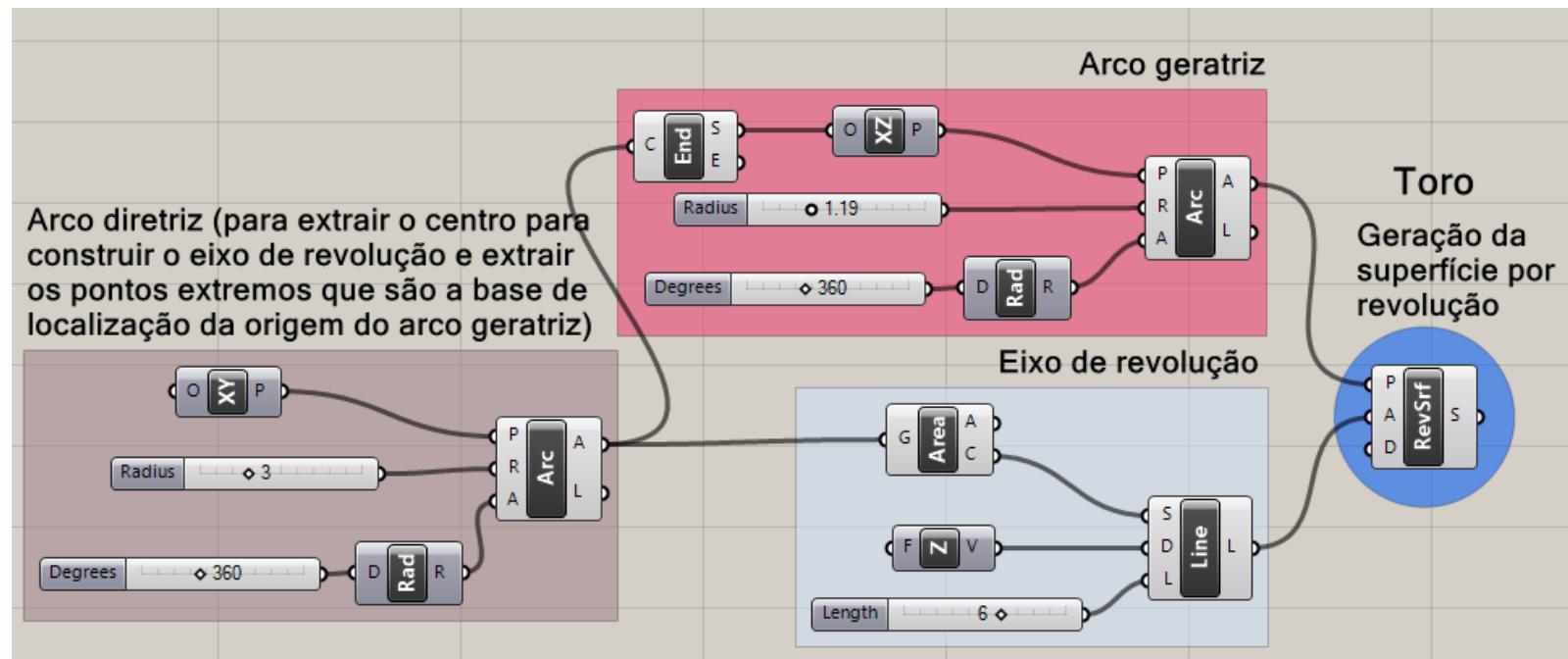
Modelagem

TORO CIRCULAR  
Conceito | Algoritmo

Modelagem

# Toro de circunvolução

## Programação completa



## INTRODUÇÃO

Modelos | Superfícies

SUP. PROP. CURVAS

NÃO DESENVOLV.

SUP. CIRCULARES REVOL.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Conceito | Algoritmo

Modelagem

ELIPSOIDES

Conceito | Algoritmo

Modelagem

PARABOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

HIPERBOLOIDE DE REV.

Conceito | Algoritmo

Modelagem

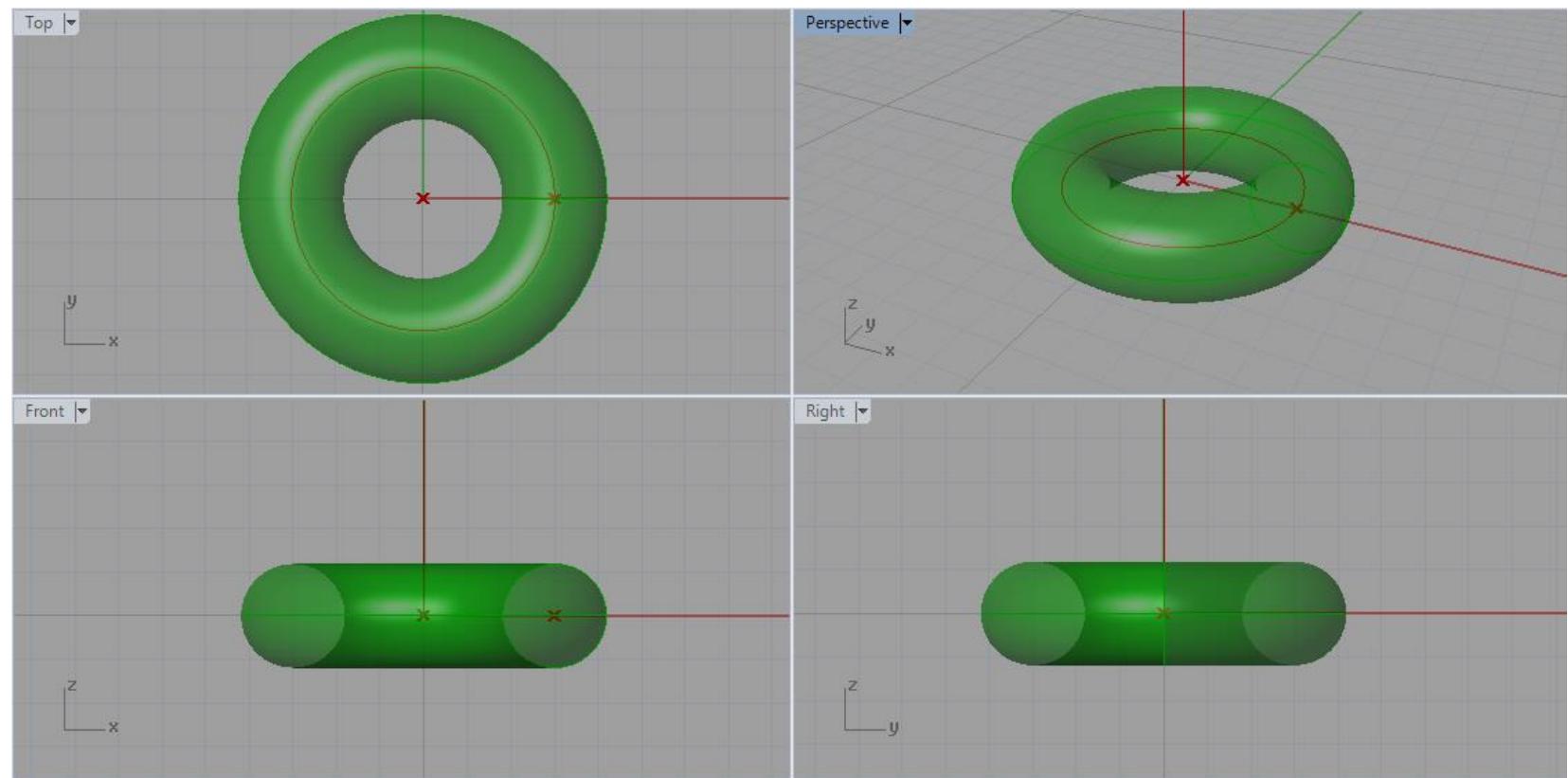
TORO CIRCULAR

Conceito | Algoritmo

Modelagem

## **Toro de Circunvolução**

### **Vistas ortográficas e perspectiva**



<b>INTRODUÇÃO</b>	
Modelos	Superfícies
<b>SUP. PROP. CURVAS</b>	
<b>NÃO DESENVOLV.</b>	
<b>SUP. CIRCULARES REVOL.</b>	
<b>SUPERFÍCIE ESFÉRICA</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>ELIPSOIDES</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>PARABOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>HIPERBOLOIDE DE REV.</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	
<b>TORO CIRCULAR</b>	
Conceito	Algoritmo
Modelagem	

## Bibliografia

POTTMANN, H. ASPERL, A. HOFER, M. KILIAN, A. **Architectural Geometry**. Exton, Pensnsylvania: Bentley Institute Press, 2007, 1<sup>a</sup> ed.

RODRIGUES, Álvaro J. **Geometria Descritiva – Projetividades, curvas e superfícies**. Rio de Janeiro: A. O. Livro Técnico S. A., 1960, 3<sup>a</sup> ed.

Imagens do Grasshopper retiradas do material disponibilizado pela prof.<sup>a</sup> Gabriela Celani da UNICAMP, para o workshop PROJETO ACORDA – GEGRADI/UFPEL, 2015.

Materiais desenvolvidos para a disciplina de Geometria Descritiva IV (atual Geometria Gráfica e Digital II) da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade Federal de Pelotas. Elaboração própria.