

Planificação de Sólidos Arquimedianos a partir de lógicas de SIMETRIA

Este material registra um exercício que abordou, de maneira conjunta, o estudo sobre as lógicas de planificação de sólidos arquimedianos a partir do conceito de simetria e a apropriação de técnicas digitais de representação por meio do software SketchUp (nível introdutório).

Foi desenvolvido pela acadêmica de arquitetura Valentina Toaldo Brum, bolsista de iniciação científica (2015/1016) do Projeto ACORDA/Universal/CNPq, sob orientação da Profa. Adriane Borda/GEGRADI FAURB/UFPel

SÓLIDOS ARQUIMEDIANOS

- Poliedros semirregulares: todas as faces são polígonos regulares de dois ou mais tipos
- O comprimento das arestas é constante



A1



A2



A3



A4



A5



A6



A7



A8



A9



A10



A11



A12

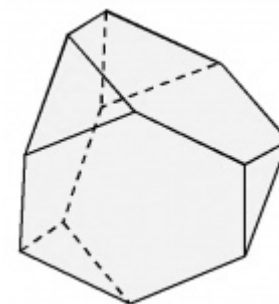


A13

SÓLIDOS ARQUIMEDIANOS

SÓLIDOS	FACES	ARESTAS	VÉRTICES	FACES EM CADA VÉRTICE
TETRAEDRO TRUNCADO	8	18	12	3
CUBOCTAEDRO	14	24	12	4
CUBO TRUNCADO	14	36	24	3
OCTAEDRO TRUNCADO	14	36	24	3
ROMBICUBOCTAEDRO	26	48	24	4
CUBOCTAEDRO TRUNCADO	26	72	48	3
ICOSIDODECAEDRO	32	60	30	4
DODECAEDRO TRUNCADO	32	90	60	3
ICOSAEDRO TRUNCADO	32	90	60	3
ROMBICOSIDODECAEDRO	62	120	60	4
ICOSIDODECAEDRO TRUNCADO	62	180	120	3
CUBO ACHATADO	38	30	24	5
DODECAEDRO ACHATADO	92	150	60	5

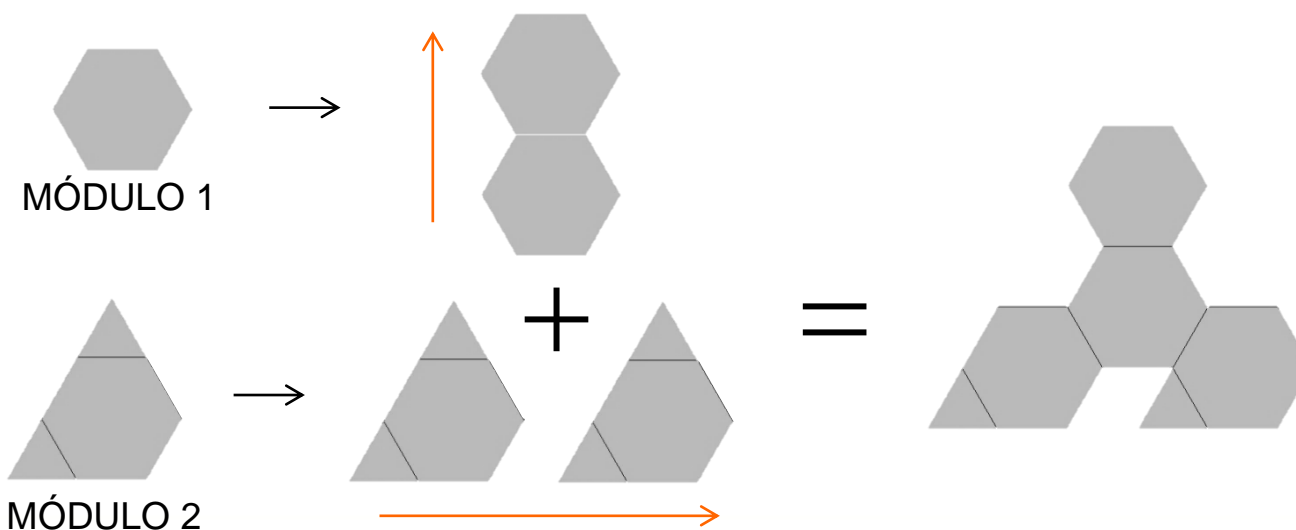
Tetraedro truncado



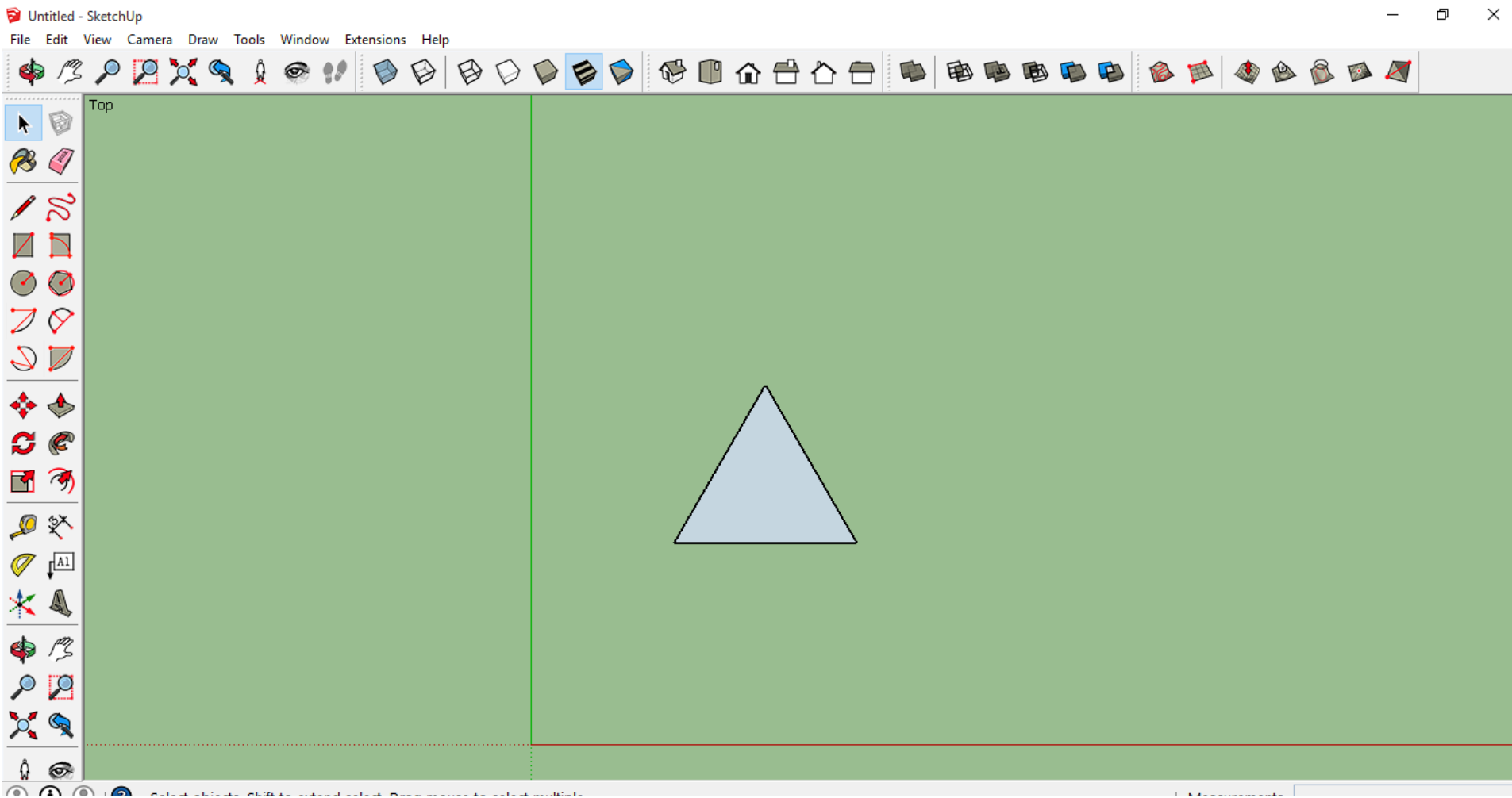
O tetraedro truncado é um sólido arquimediano formado por **4 hexágonos** e **4 triângulos equiláteros**, **18 arestas** e **12 vértices**. Em cada vértice há o encontro de 2 hexágonos e 1 triângulo.

Sua planificação pode ser realizada através da repetição de uma simetria de frisos:

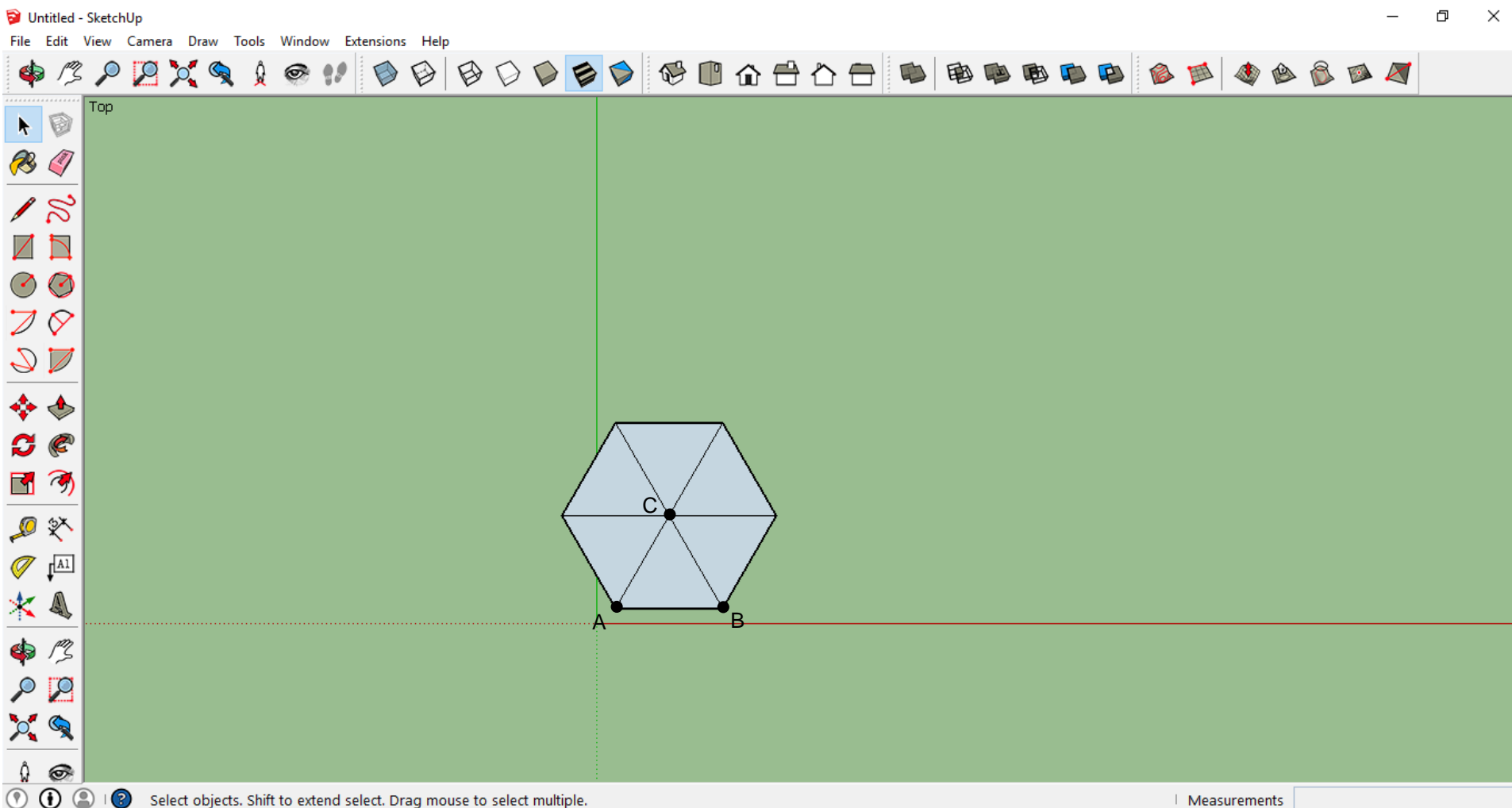
TRANSLAÇÃO 1 $F_1 = \langle T_a \rangle$ e **TRANSLAÇÃO 2** $F_1 = \langle T_a \rangle$.



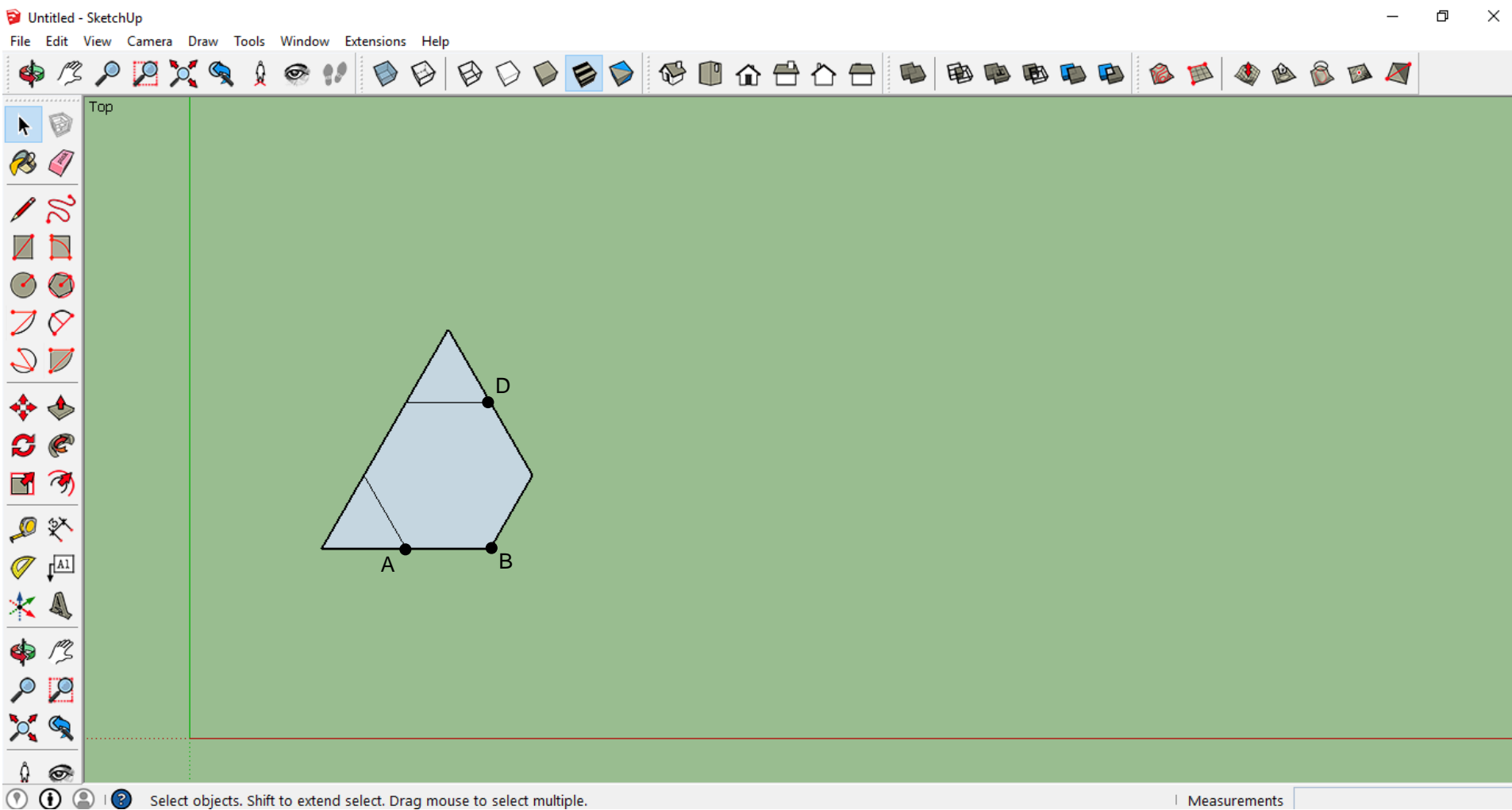
Para planificá-lo partiu-se do desenho de um triângulo equilátero.



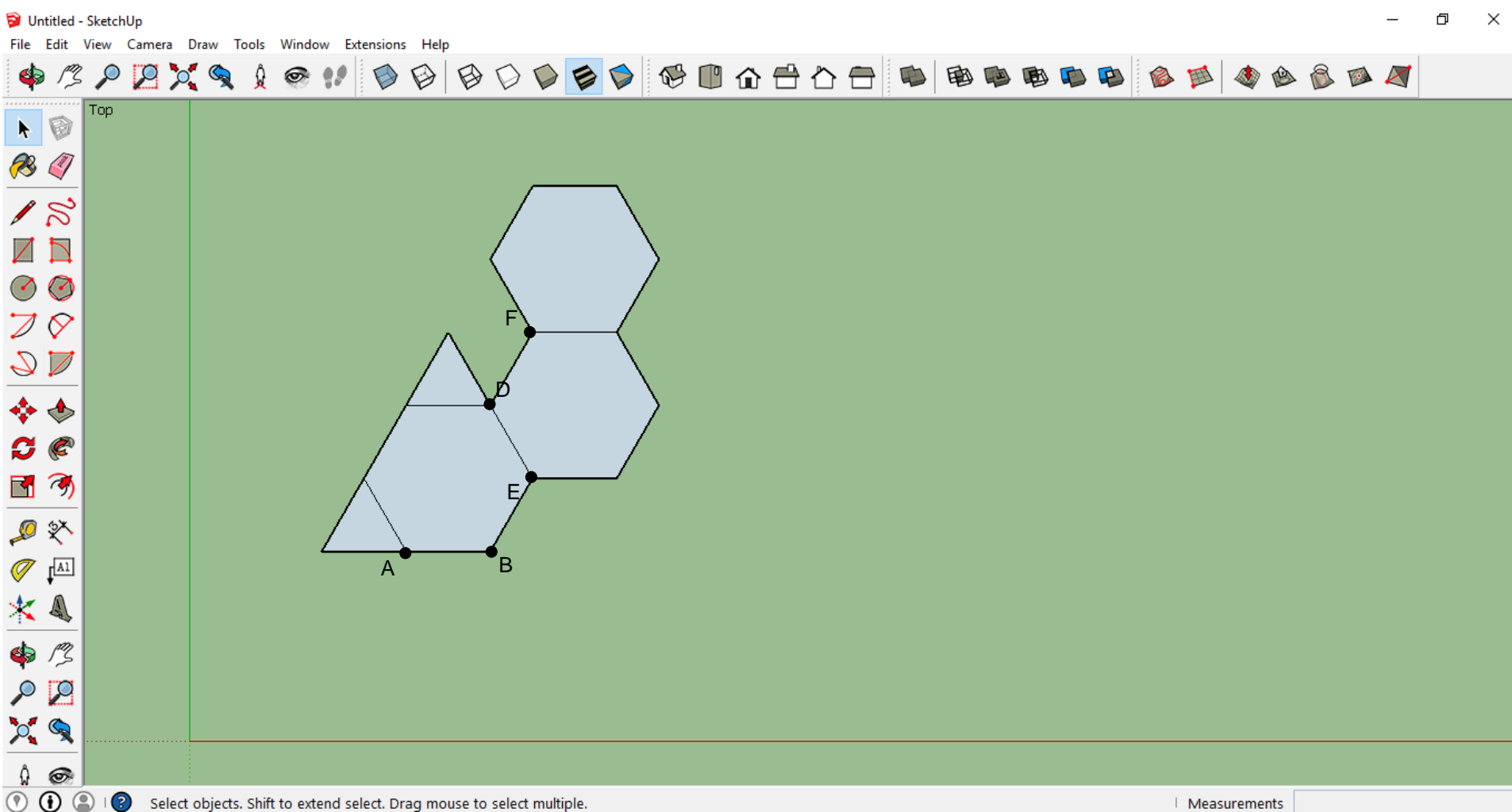
O triângulo foi rotacionado 60° e copiado duas vezes, a primeira partindo do vértice C para o vértice A e a segunda, do vértice C para o vértice B. Em seguida os três triângulos foram rotacionados 180° e copiados para dar origem a um hexágono.



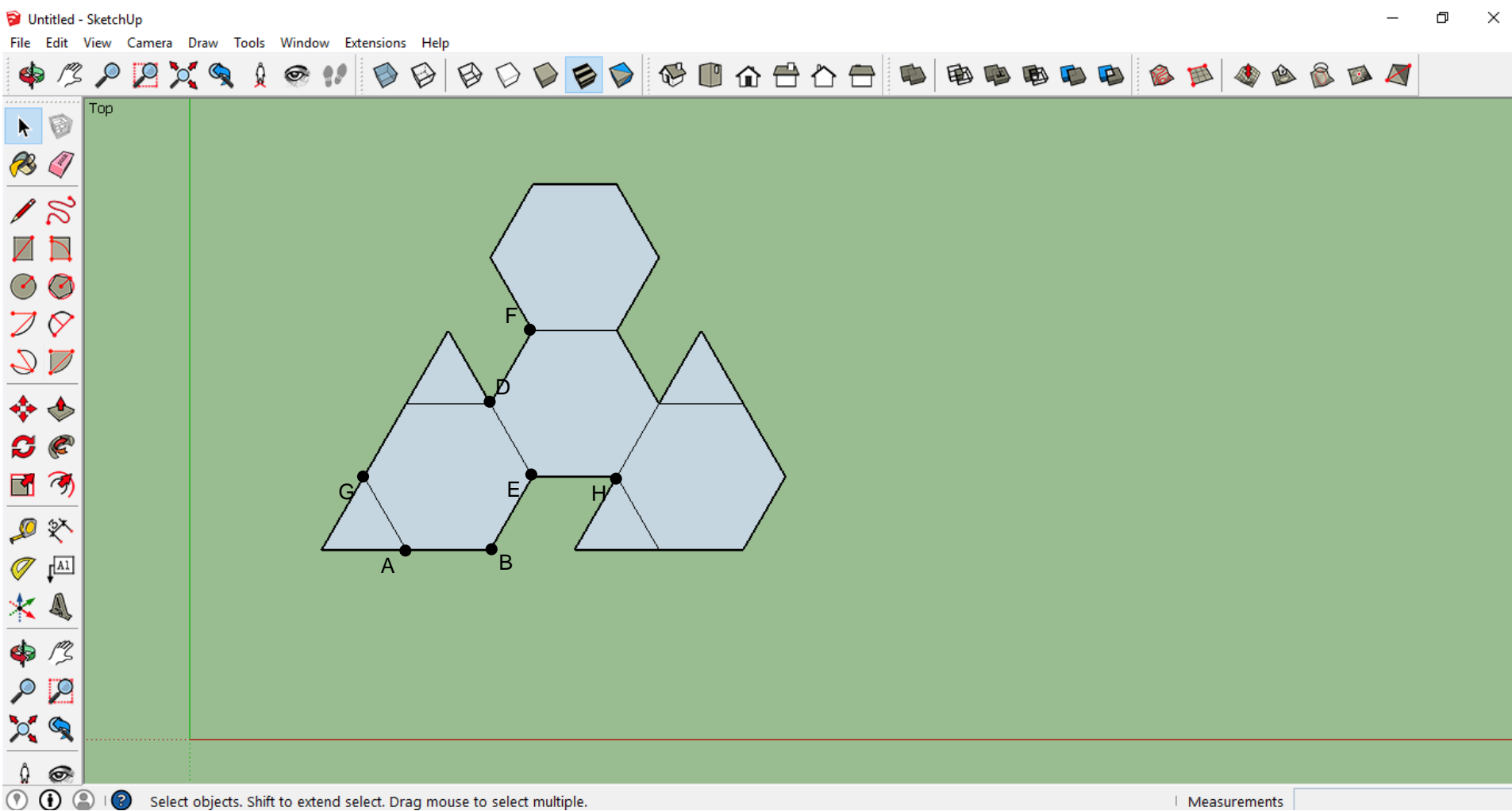
O triângulo inicial foi movido e copiado duas vezes: do vértice B para o vértice A e do B para o C. Na sequência as arestas internas do hexágono foram excluídas.



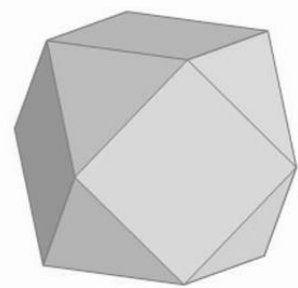
O hexágono foi movido e copiado duas vezes: do vértice A para o E e do E para o F.



O hexágono inicial e os dois triângulos foram movidos e copiados partindo do vértice G para o vértice H.

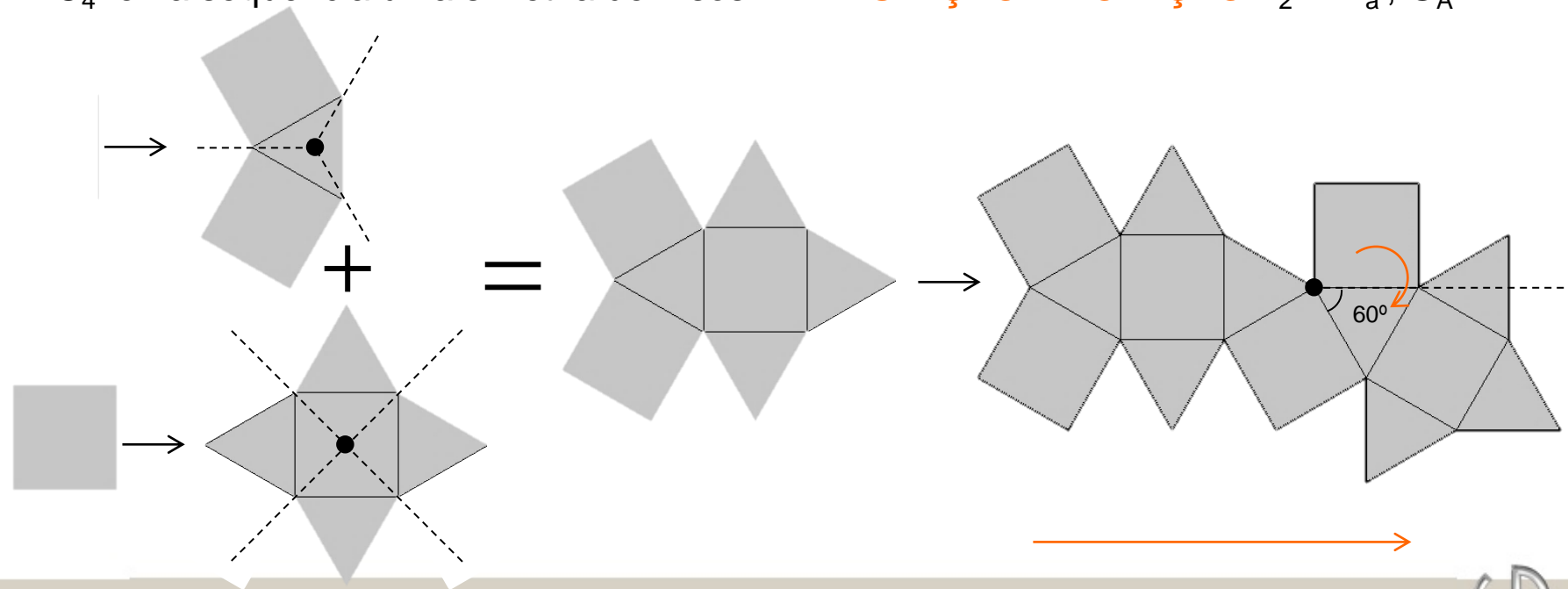


Cuboctaedro

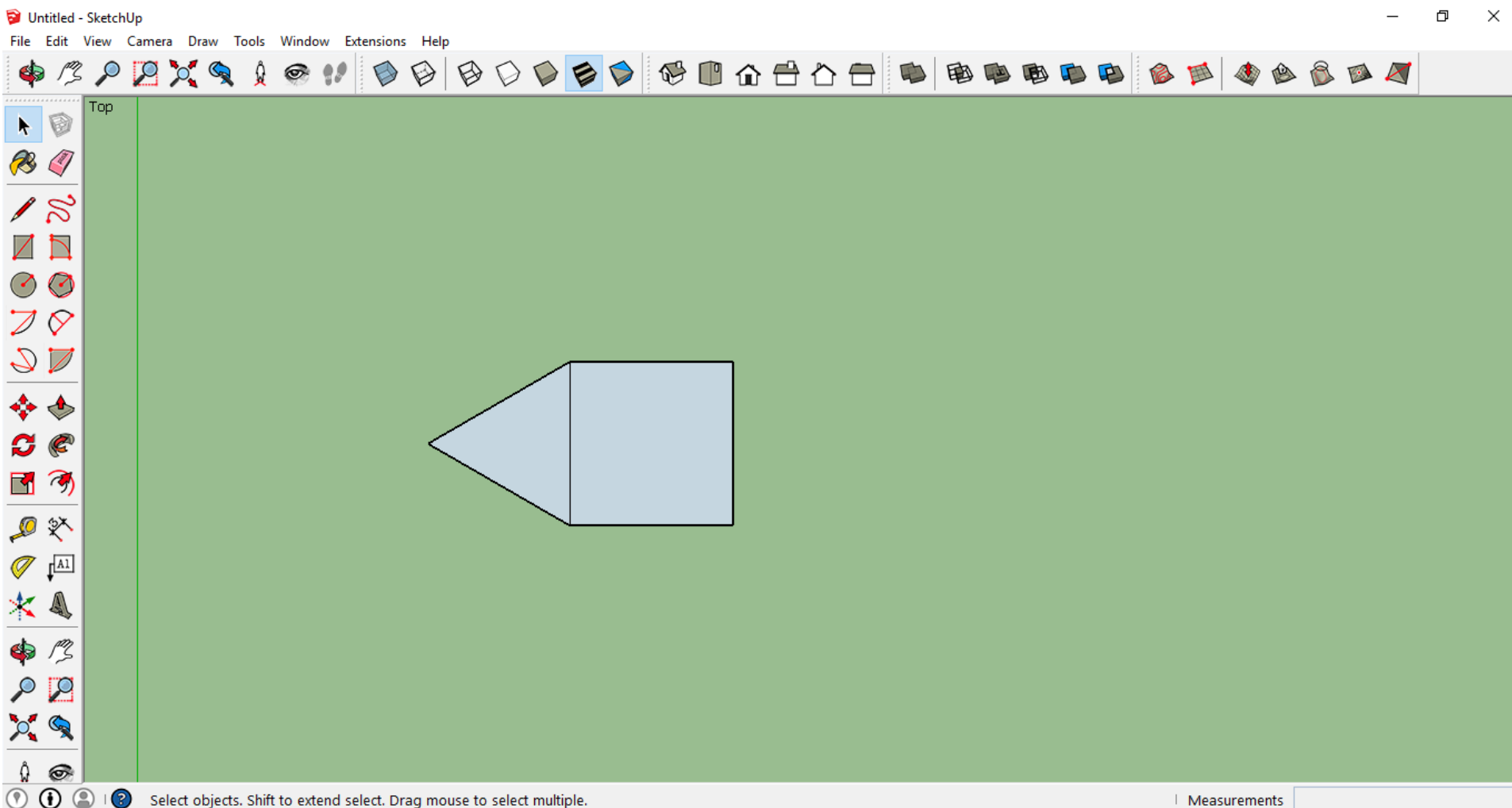


O cuboctaedro é um sólido arquimediano formado por **8 triângulos equiláteros** e **6 quadrados**, **24 arestas** e **12 vértices**. Em cada vértice há o encontro de 2 quadrados e 2 triângulos.

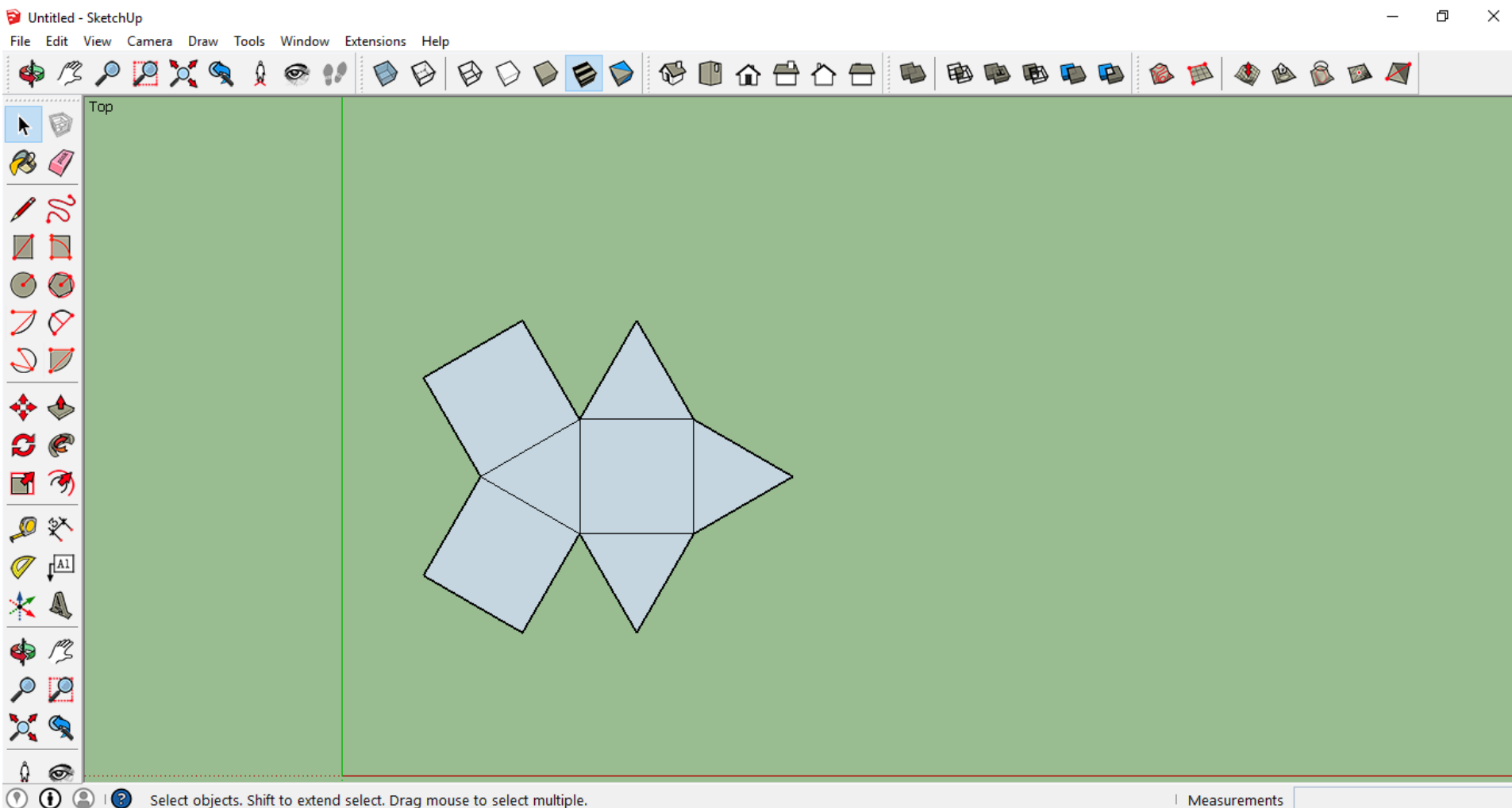
Sua planificação pode ser realizada através da união de duas simetrias centrais **CÍCLICAS** C_3 e C_4 e na sequência uma simetria de frisos: **TRANSLAÇÃO + ROTAÇÃO** $F_2 = \langle T_a, G_A \rangle$



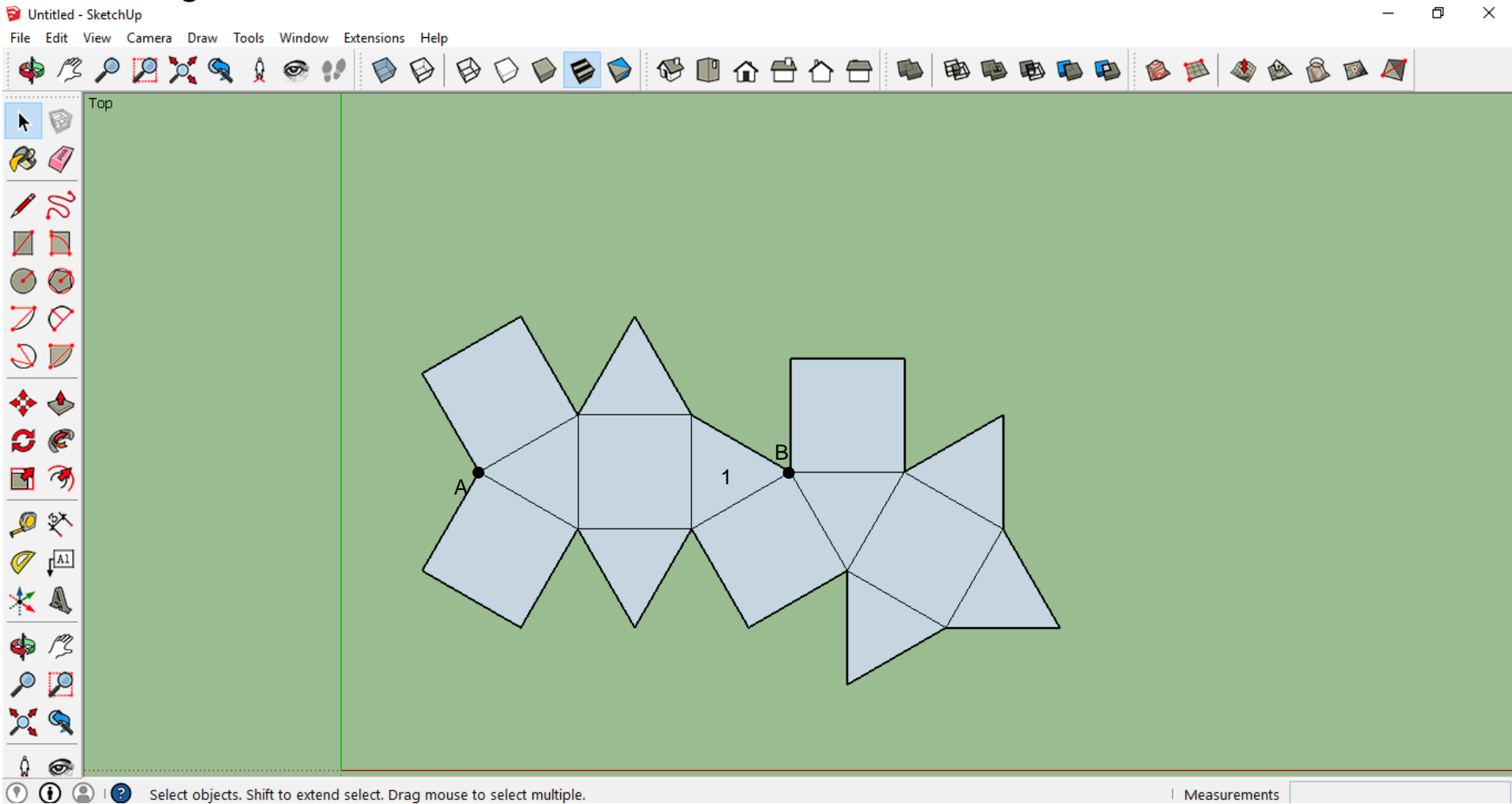
Para planificá-lo partiu-se do desenho de um quadrado justaposto a um triângulo equilátero.



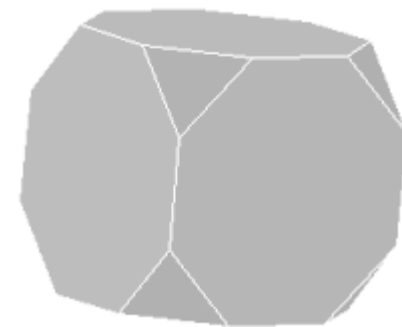
Foram inseridos triângulos equiláteros em cada um das arestas do quadrado e ao triângulo, foram inseridos quadrados em cada uma de suas arestas.



O conjunto de polígonos foi movido e copiado do vértice A para o vértice B e o segundo conjunto foi rotacionado 60°, de maneira que possua uma aresta comum ao triângulo 1.



Cubo truncado

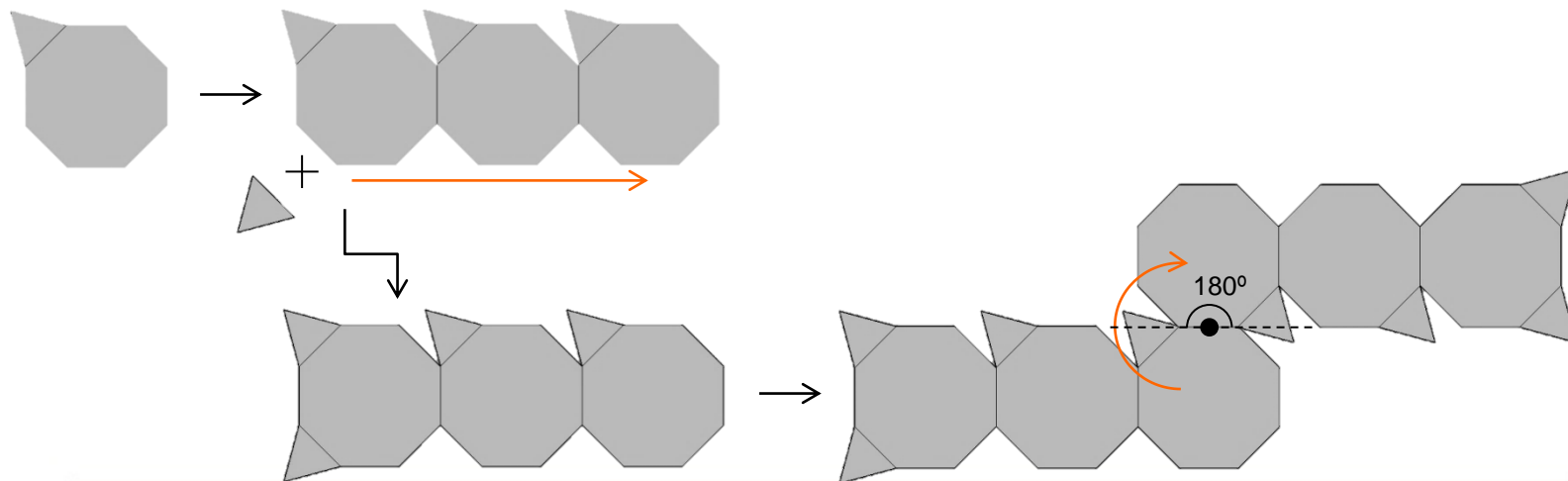


O cubo truncado é um sólido arquimediano formado por **8 triângulos** e **6 octógonos**, **36 arestas** e **24 vértices**. Em cada vértice há o encontro de um triângulo e 2 octógonos.

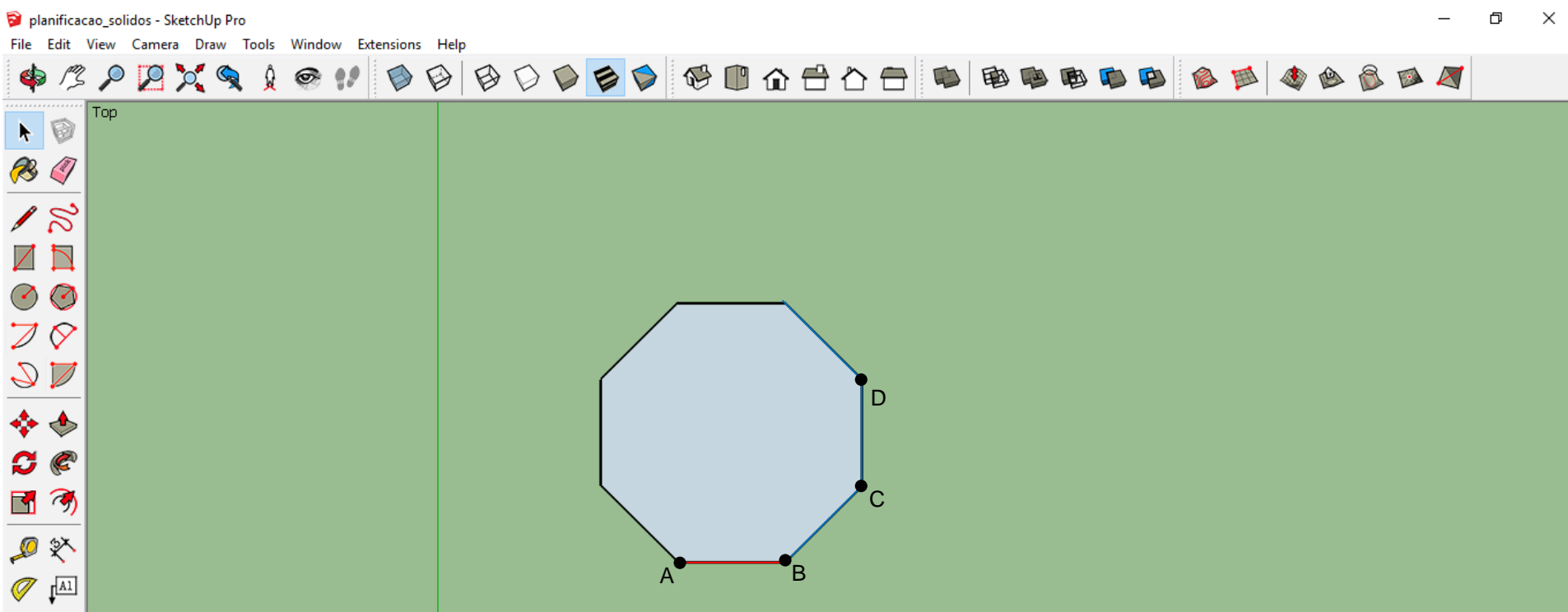
Sua planificação pode ser realizada através de um tipo de simetria de frisos:

TRANSLAÇÃO $F_1 = \langle T_a \rangle$, seguida da adição de um polígono e outra simetria de friso:

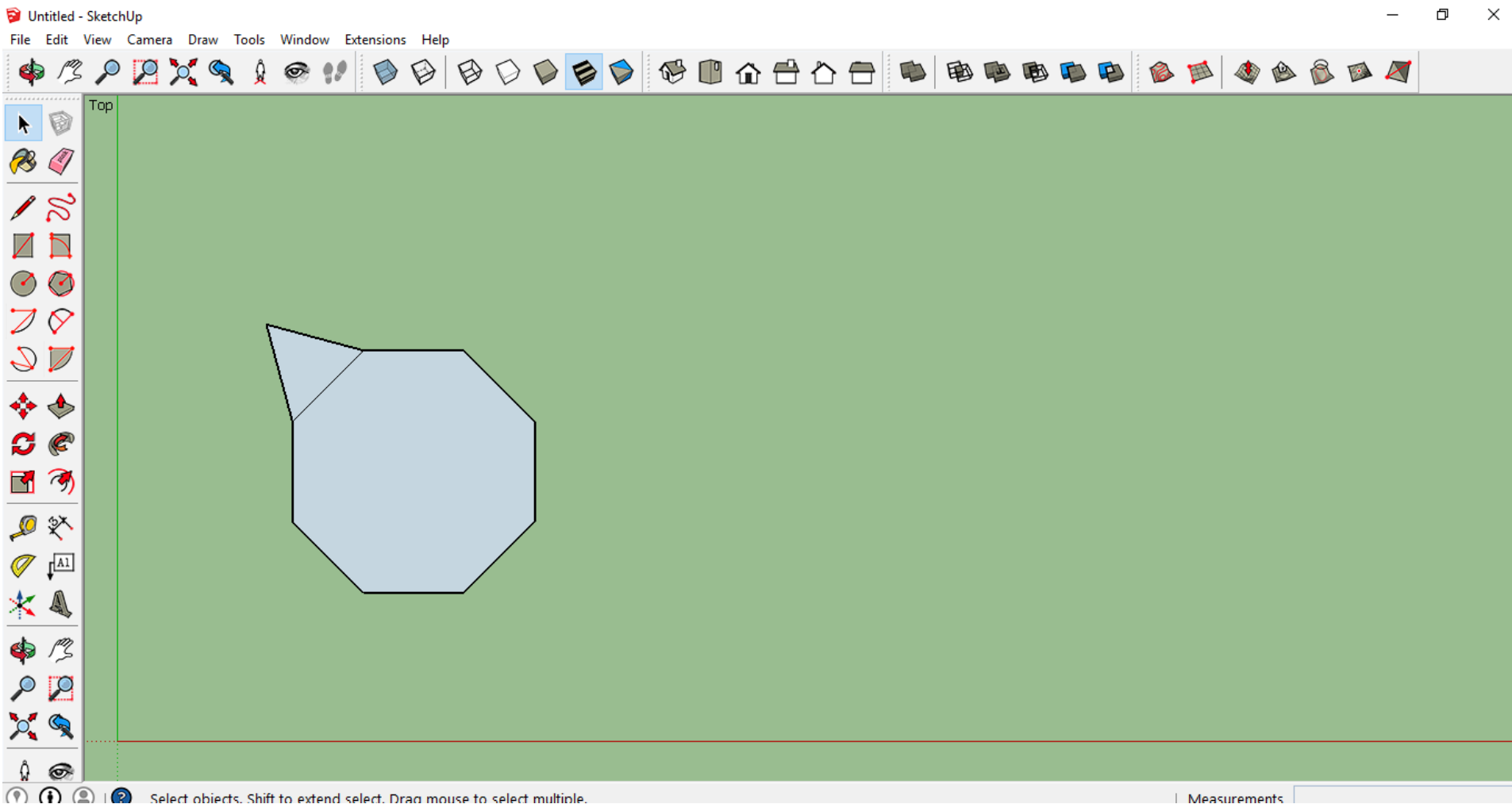
TRANSLAÇÃO + ROTAÇÃO $F_2 = \langle T_a, G_A \rangle$



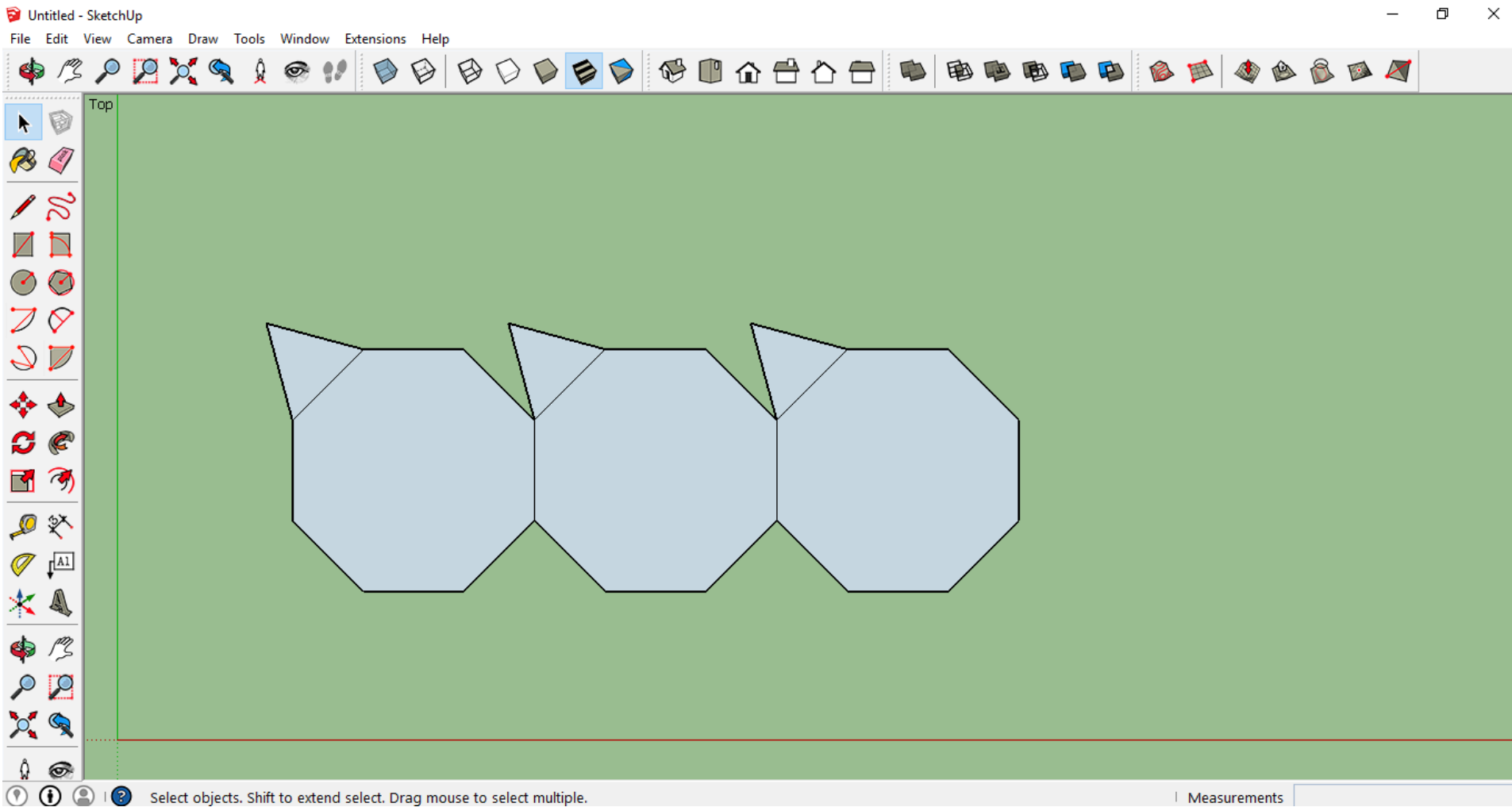
Para planificá-lo partiu-se do desenho de um octógono. Desenhou-se uma linha e esta foi rotacionada 135° e copiada três vezes: partindo do vértice B para o vértice A, do C para o B e do D para o C. Estas quatro linhas foram copiadas para um ponto qualquer do desenho e foram rotacionadas 180° . Em seguida foram unidas às quatro primeiras linhas, formando um octógono.



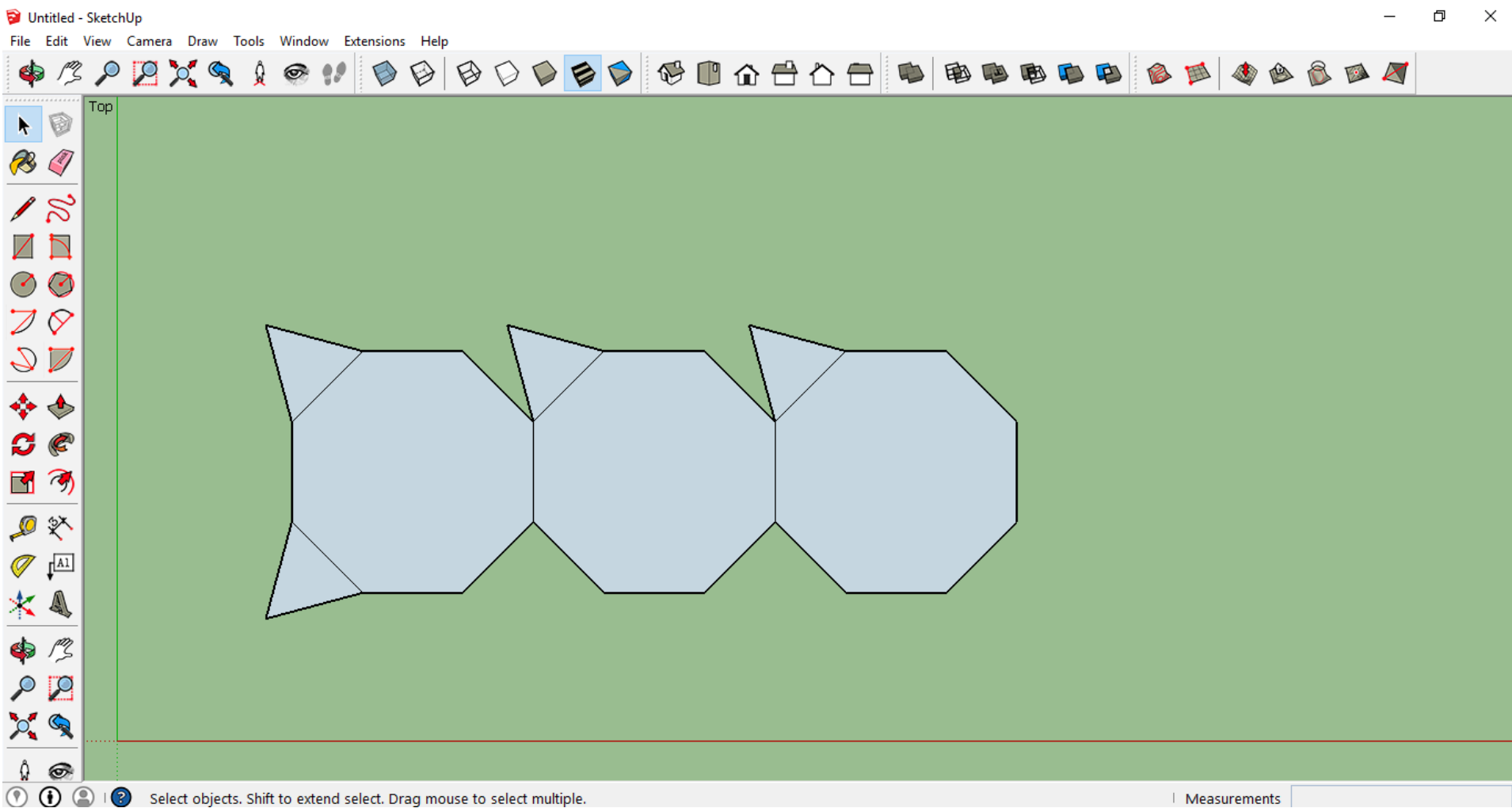
Ao octógono foi inserido um triângulo equilátero, conforme a figura abaixo .



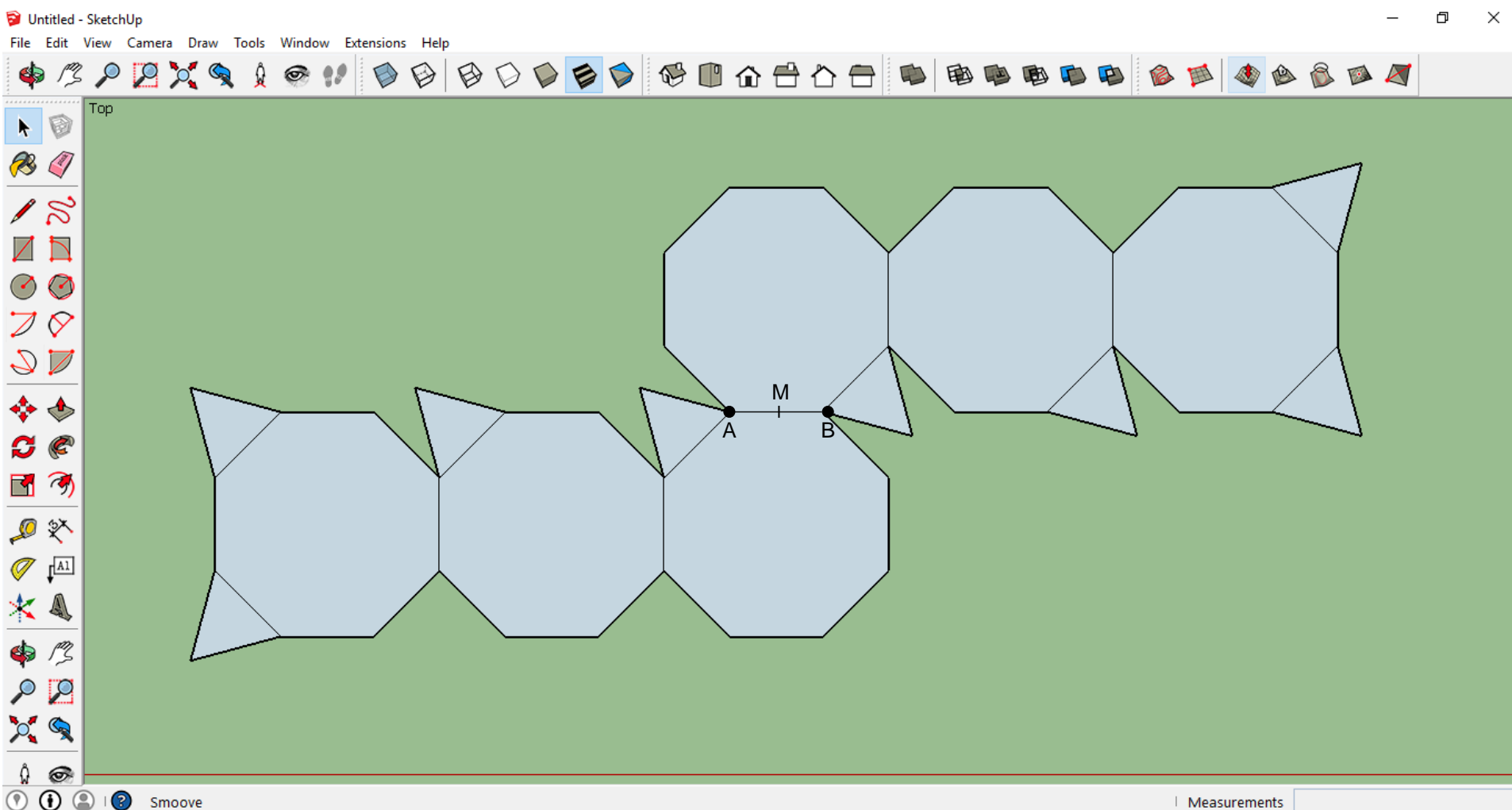
O octógono e o triângulo foram movidos e copiados duas vezes.



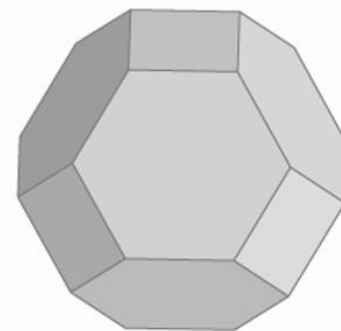
Em seguida, foi adicionado um triângulo ao primeiro octógono, em sua aresta inferior esquerda.



O conjunto de sólidos foi rotacionado 180° e copiado partindo do ponto médio (M) do segmento AB.



Octaedro truncado

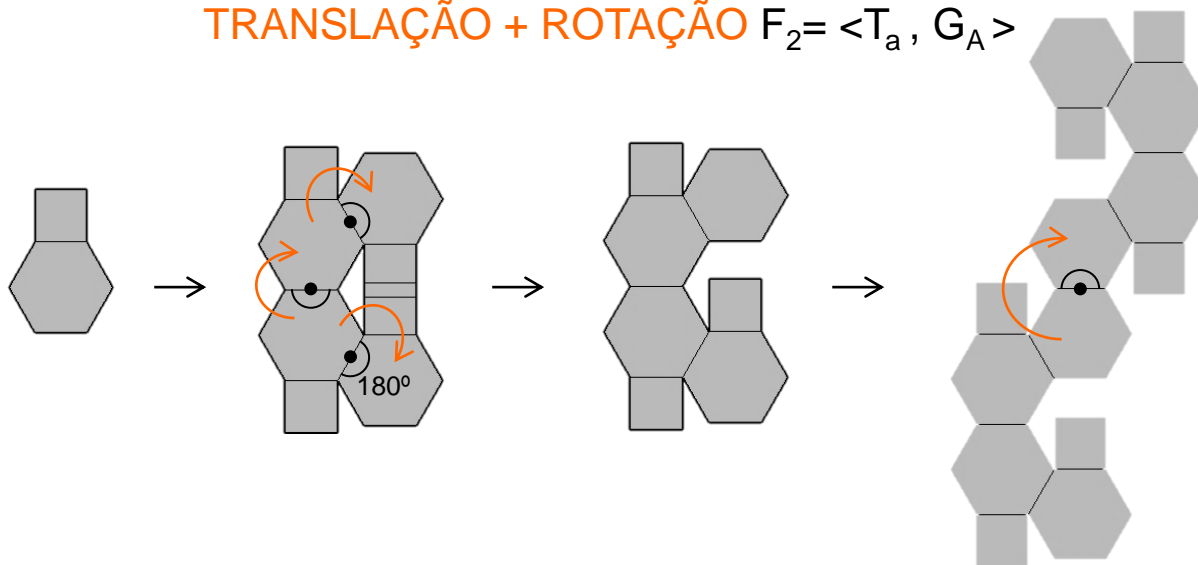


O octaedro truncado é um sólido arquimediano formado por **6 quadrados** e **8 hexágonos**, **36 arestas** e **24 vértices**. Em cada vértice há o encontro de 1 quadrado e 2 hexágonos.

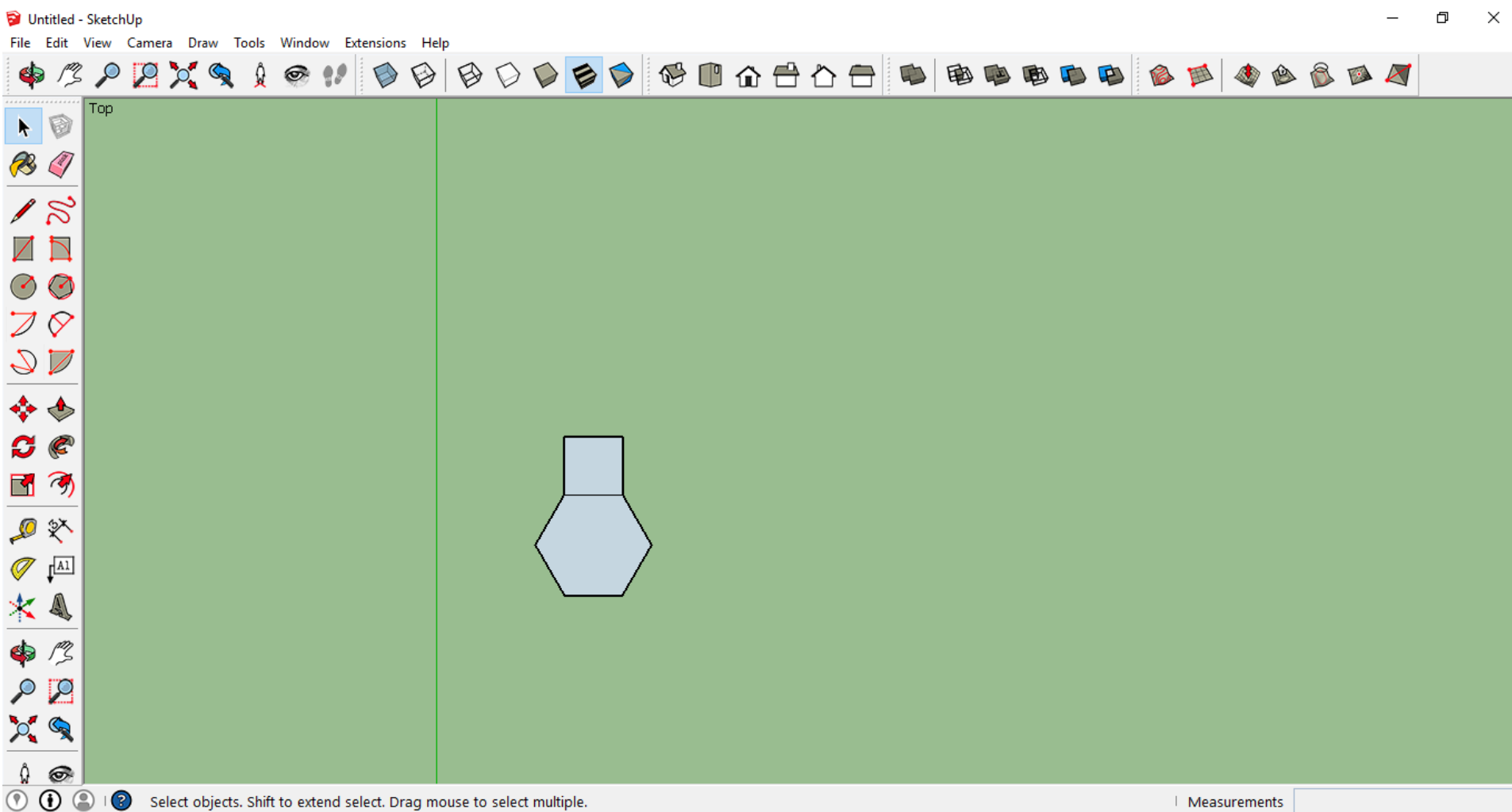
Sua planificação pode ser realizada através de uma simetria de papel de parede: **ROTAÇÃO**

$W_1 = \langle G_A \rangle$, em seguida foi eliminado um polígono e foi realizada uma simetria de friso:

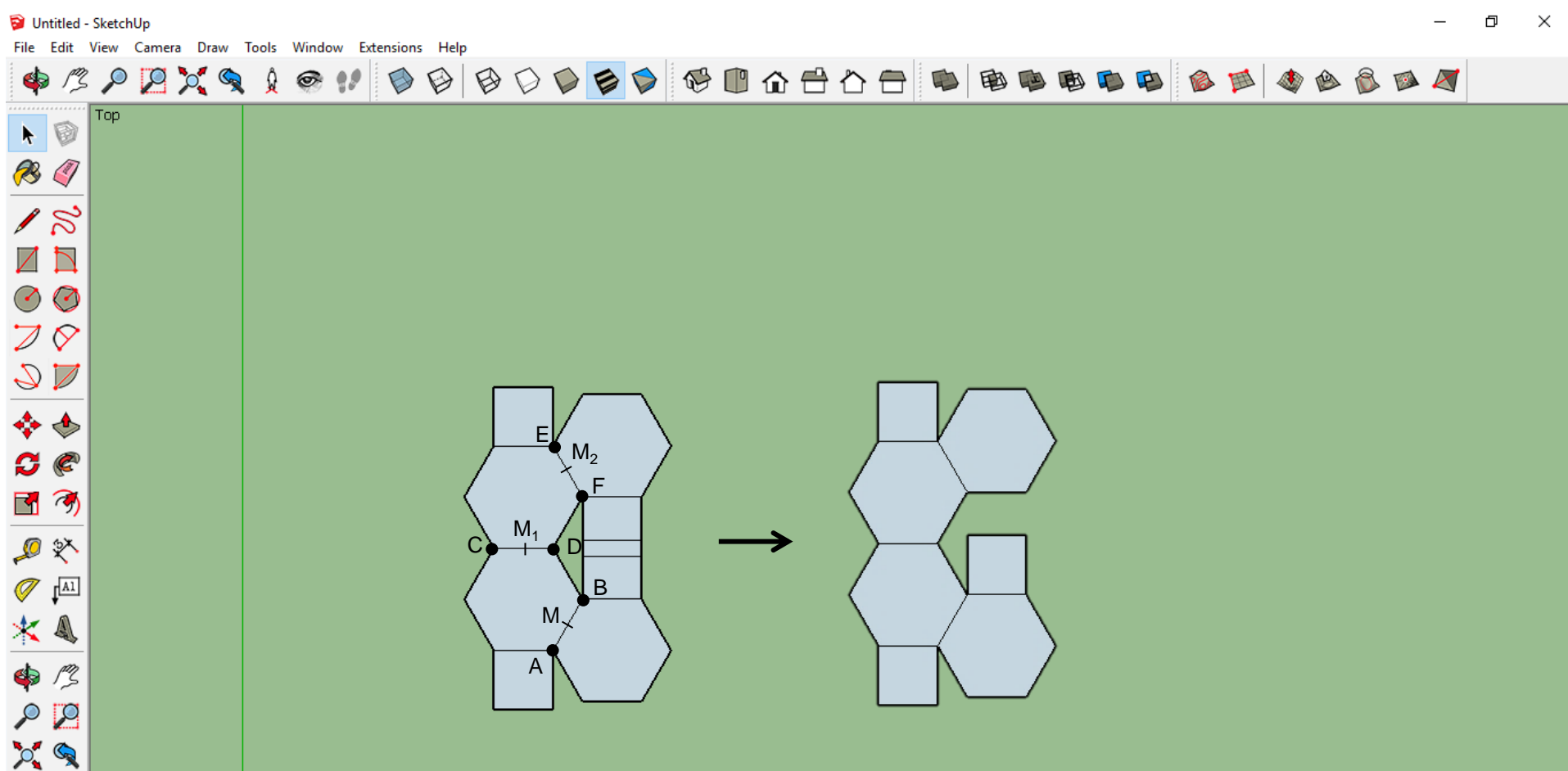
TRANSLAÇÃO + ROTAÇÃO $F_2 = \langle T_a, G_A \rangle$



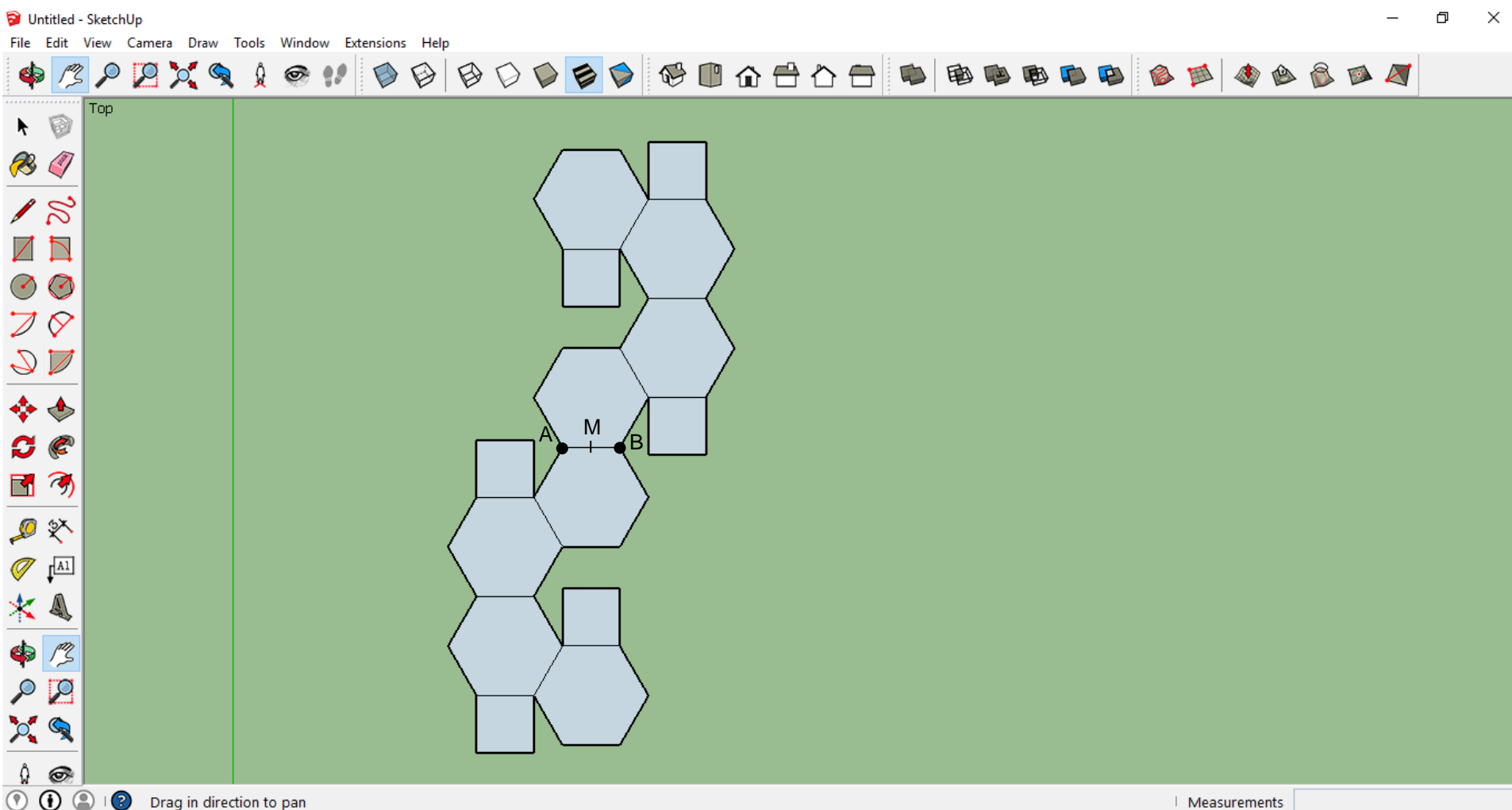
Para planificá-lo partiu-se do desenho de um hexágono. Foi acrescentado um quadrado a sua aresta superior.

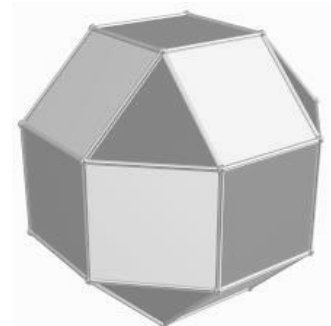


Os dois polígonos foram rotacionados 180° e copiados partindo do ponto médio (M) do segmento AB para o vértice B. O mesmo se repetiu com dos pontos M_1 para o vértice D e M_2 para o vértice F. Na sequência o quadrado pertencente ao último conjunto foi eliminado.



O conjunto de polígonos foi rotacionado 180° e copiado partindo do ponto médio (M) do segmento GH para o vértice G.

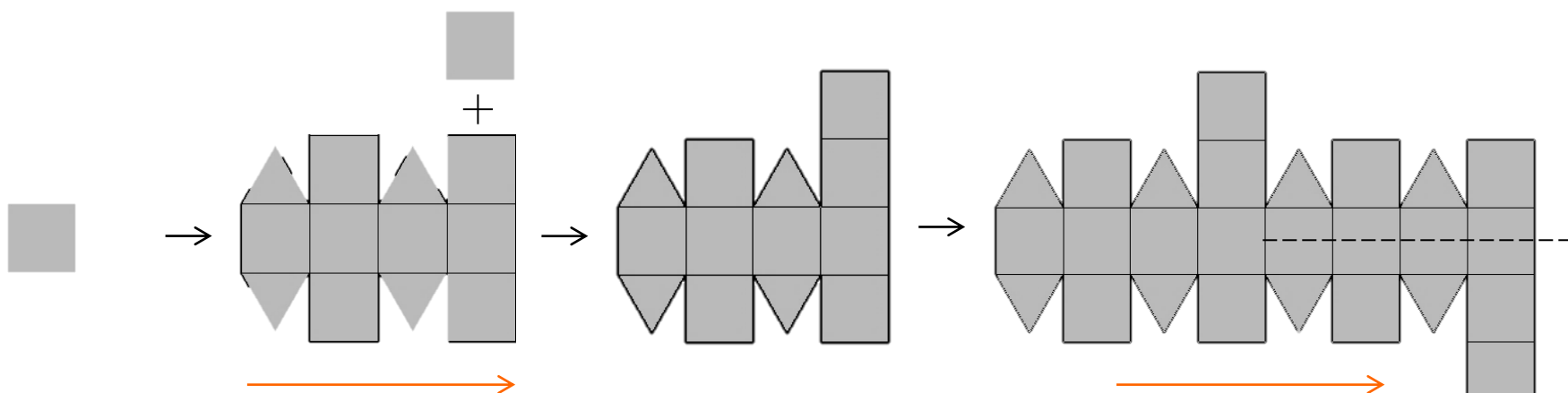




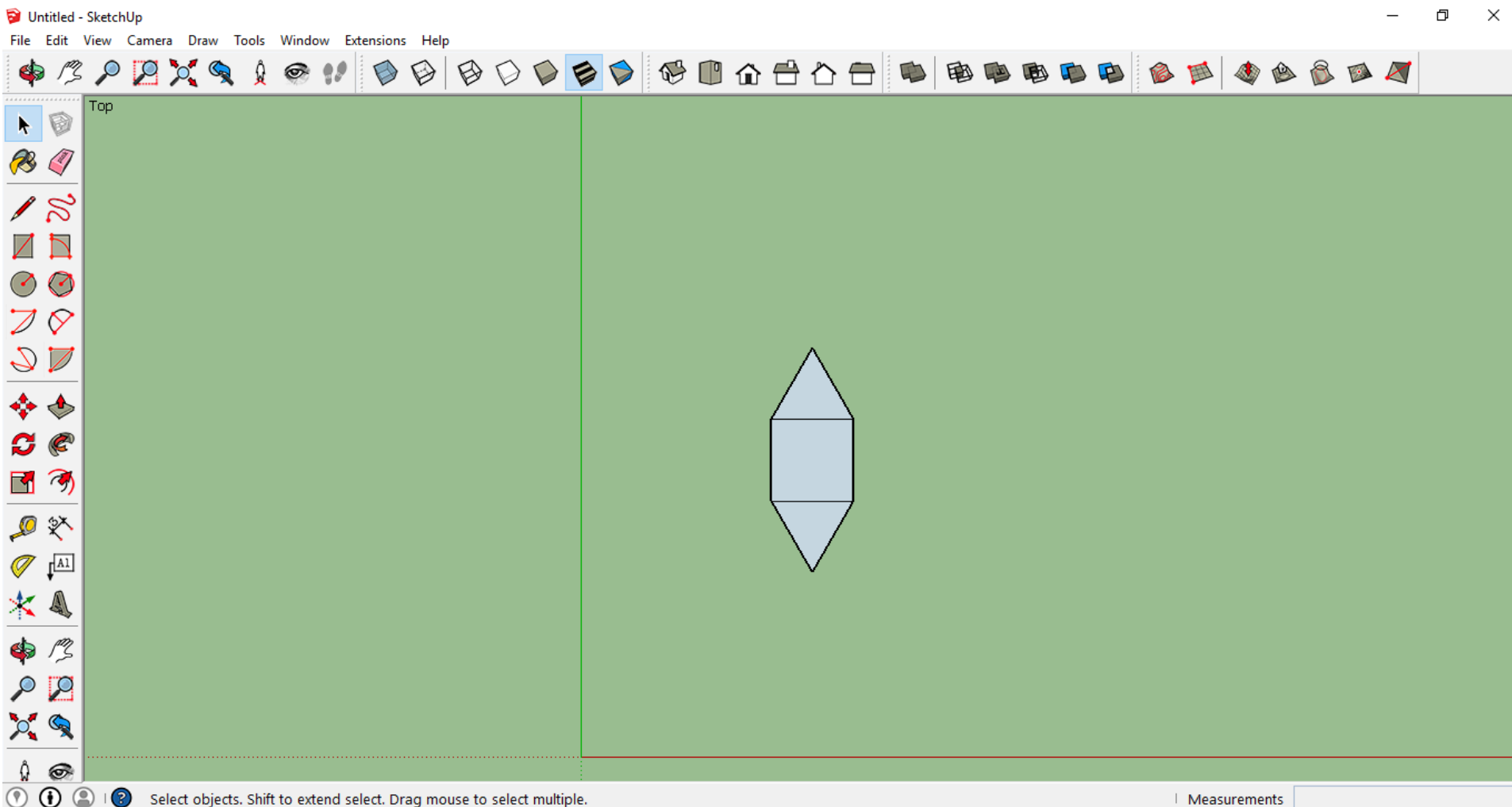
Rombicuboctaedro

O rombicuboctaedro é um sólido arquimediano formado por **8 triângulos equiláteros** e **18 quadrados**, **48 arestas** e **24 vértices**. Em cada vértice há o encontro de 3 quadrados e 1 triângulo.

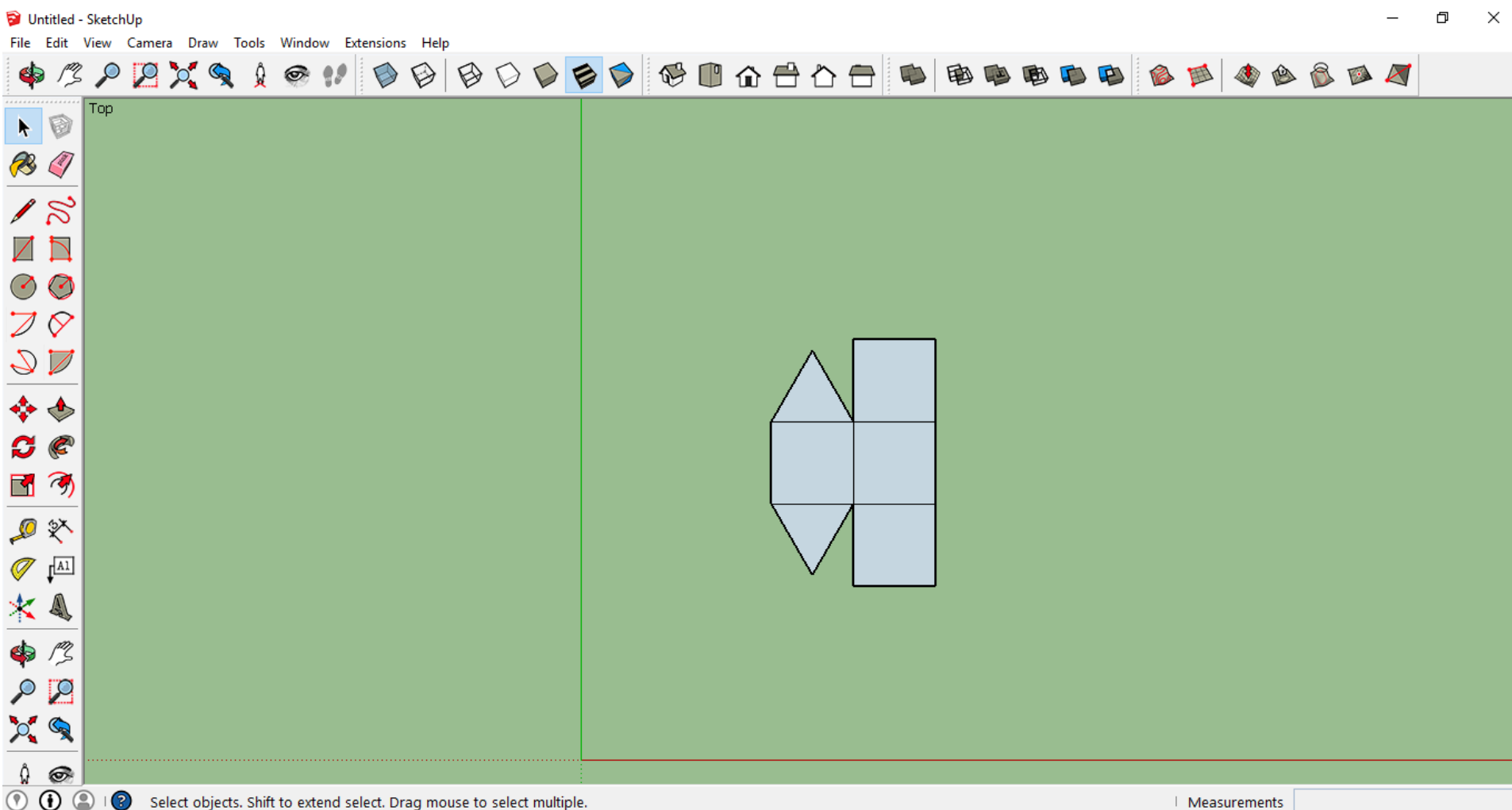
Sua planificação pode ser realizada através de uma simetria de friso: **TRANSLAÇÃO** $F_1 = \langle T_a \rangle$, seguida da adição de um polígono e de outra simetria de friso: **TRANSLAÇÃO + REFLEXÃO COM DESLIZAMENTO** $F_1^3 = \langle T_a, L \rangle$



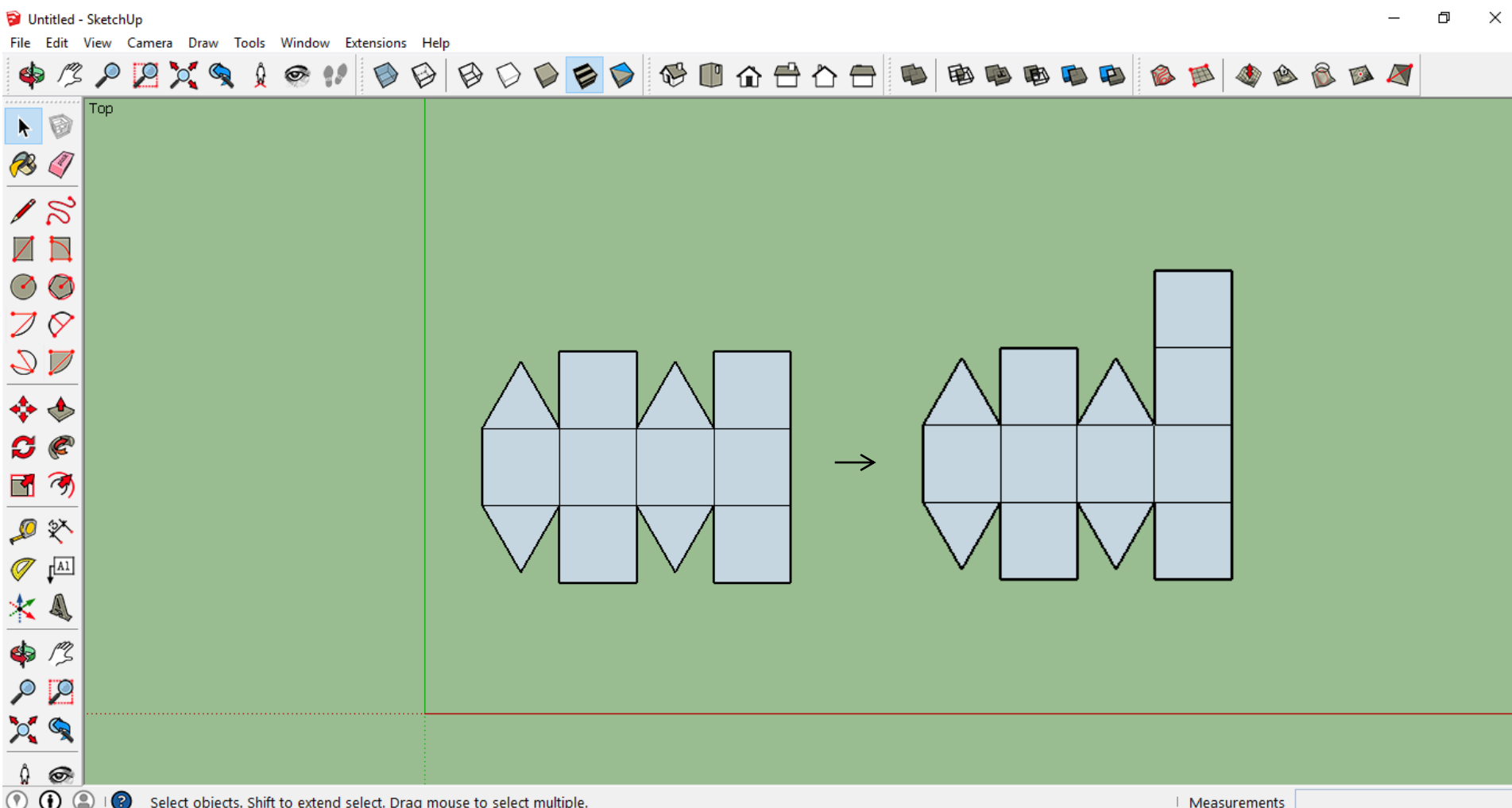
Para planificá-lo partiu-se do desenho de um quadrado. Foram inseridos dois triângulos equiláteros: um na aresta superior e outro na aresta inferior.



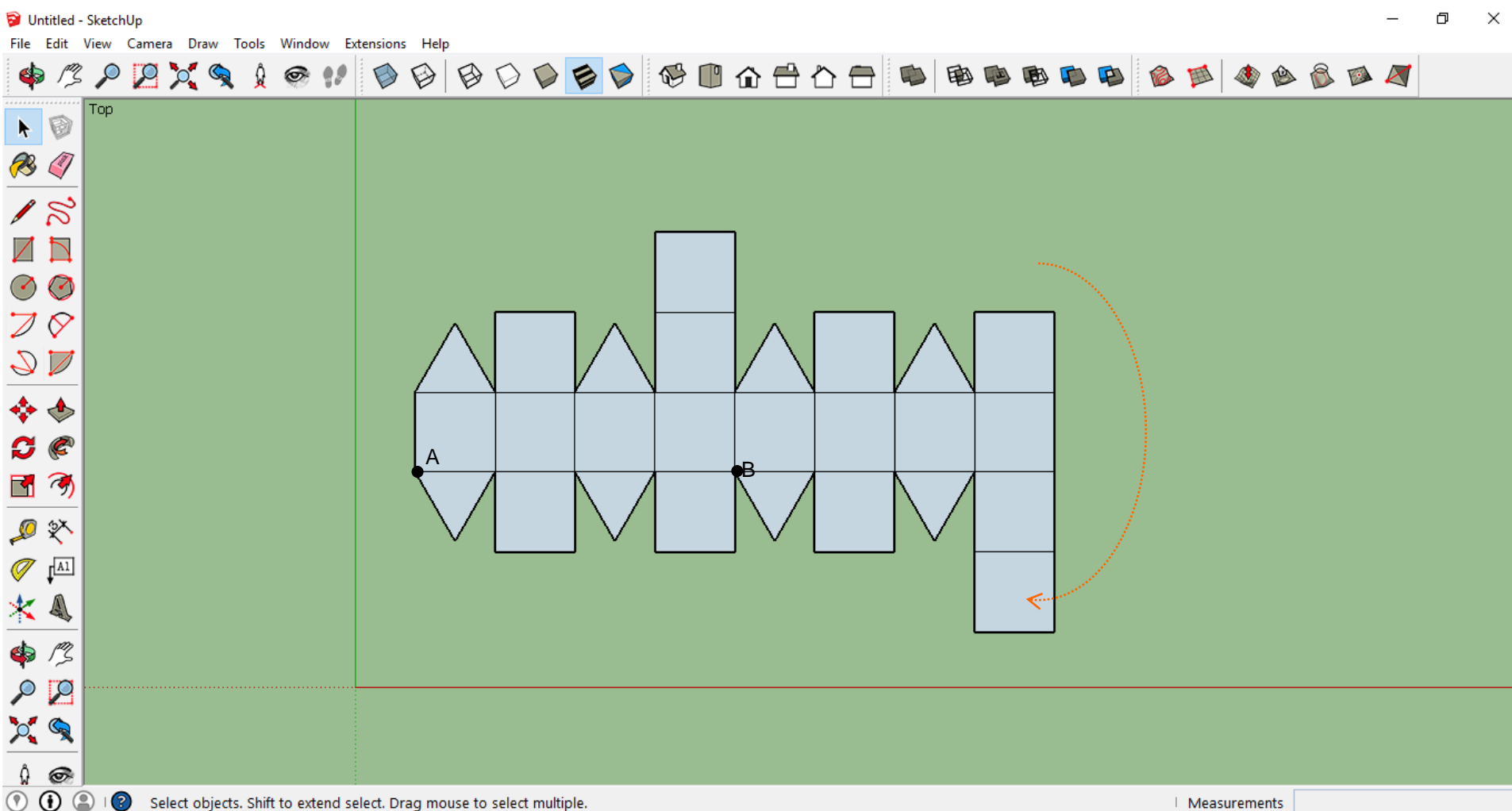
Foi adicionado um quadrado ao lado direito do quadrado inicial, e a este novo quadrado foram inseridos dois quadrados: um na aresta superior e outro na aresta inferior.

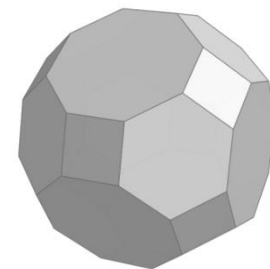


O conjunto de sólidos foi movido e copiado do vértice A para o vértice B. Em seguida foi adicionado um quadrado ao primeiro quadrado superior, conforme a figura abaixo.



O conjunto de polígonos foi movido e copiado partindo do vértice A para o vértice B e o último quadrado da parte superior foi movido para a parte inferior do conjunto.

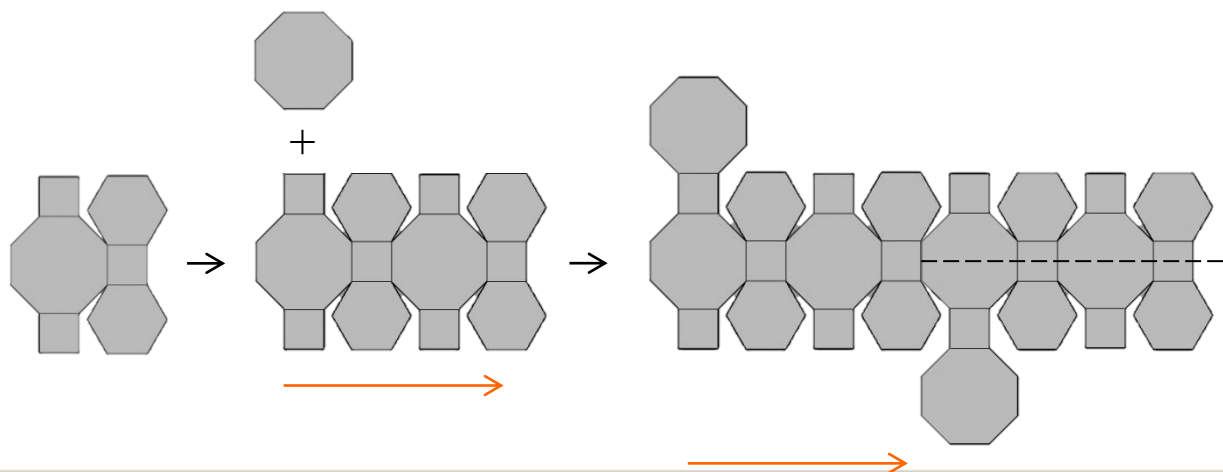




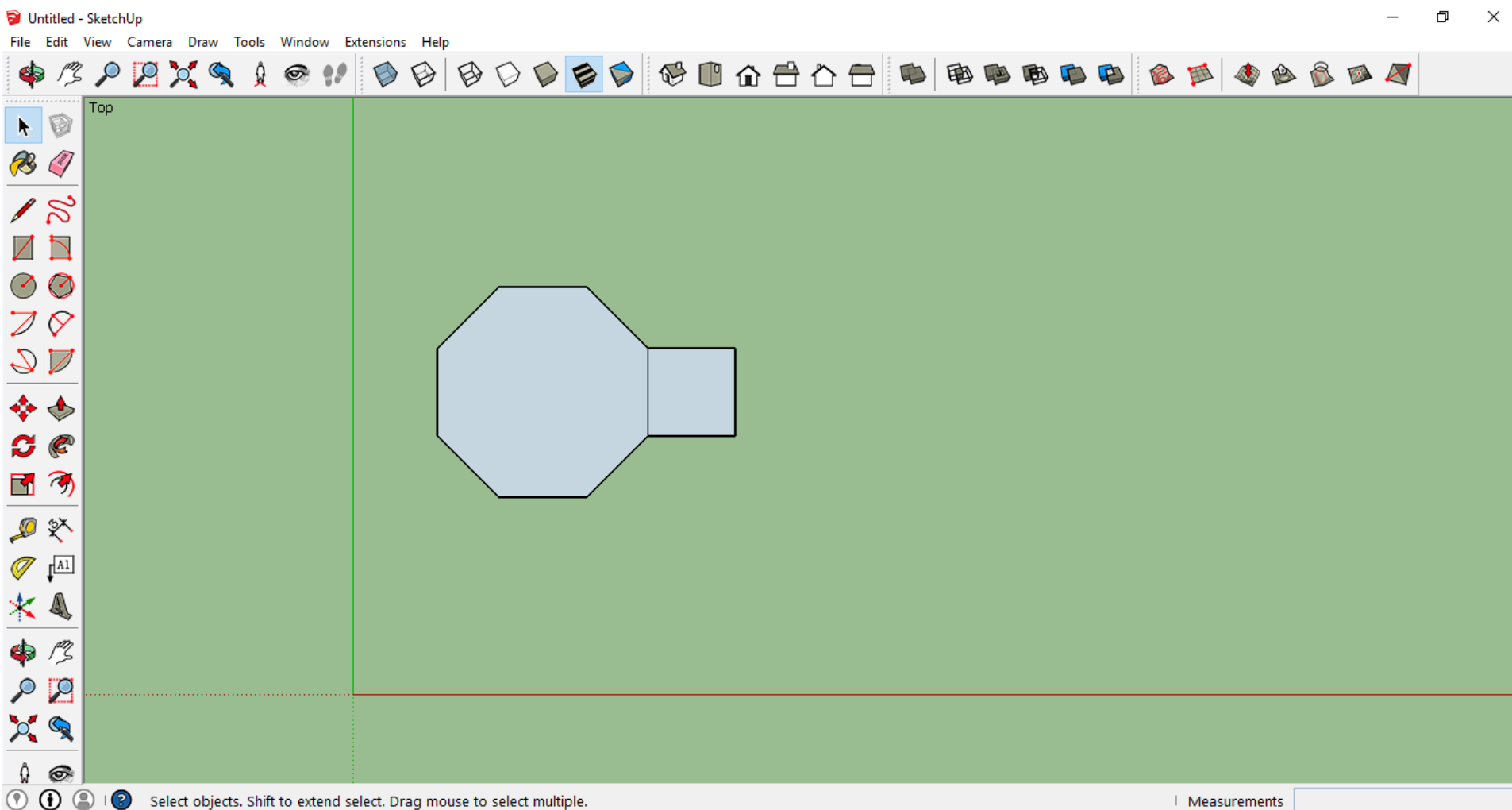
Cuboctaedro truncado

O cuboctaedro truncado é um sólido arquimadiano formado por **12 quadrados**, **8 hexágonos** e **6 octógonos**, **72 arestas** e **48 vértices**. Em cada vértice há o encontro de 1 quadrado, 1 hexágono e 1 octógono.

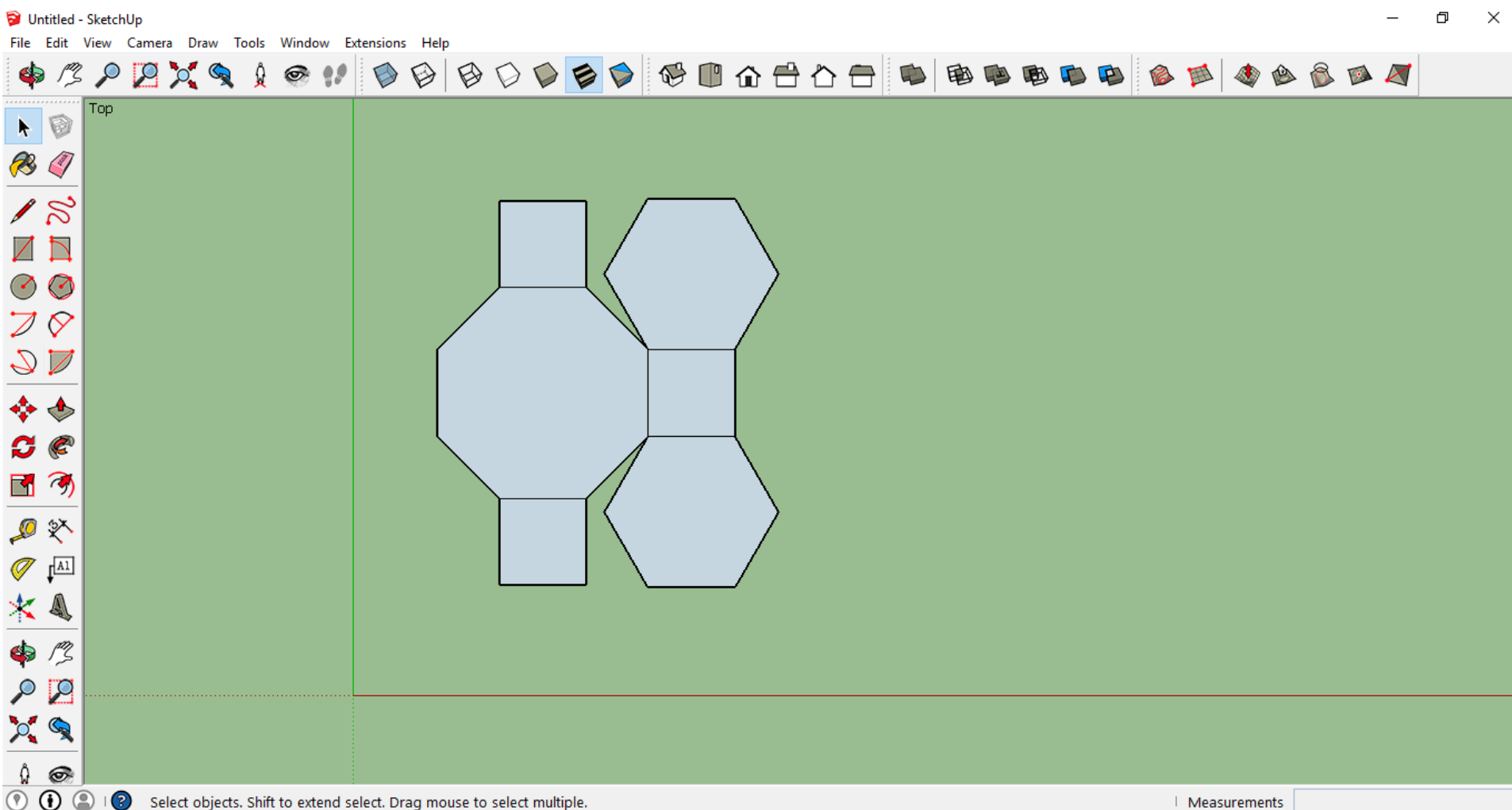
Sua planificação pode ser realizada através de uma simetria de friso: **TRANSLAÇÃO** $F_1 = \langle T_a \rangle$, seguida da adição de um polígono e de outra simetria de friso: **TRANSLAÇÃO + REFLEXÃO COM DESLIZAMENTO** $F_1^3 = \langle T_a, L \rangle$



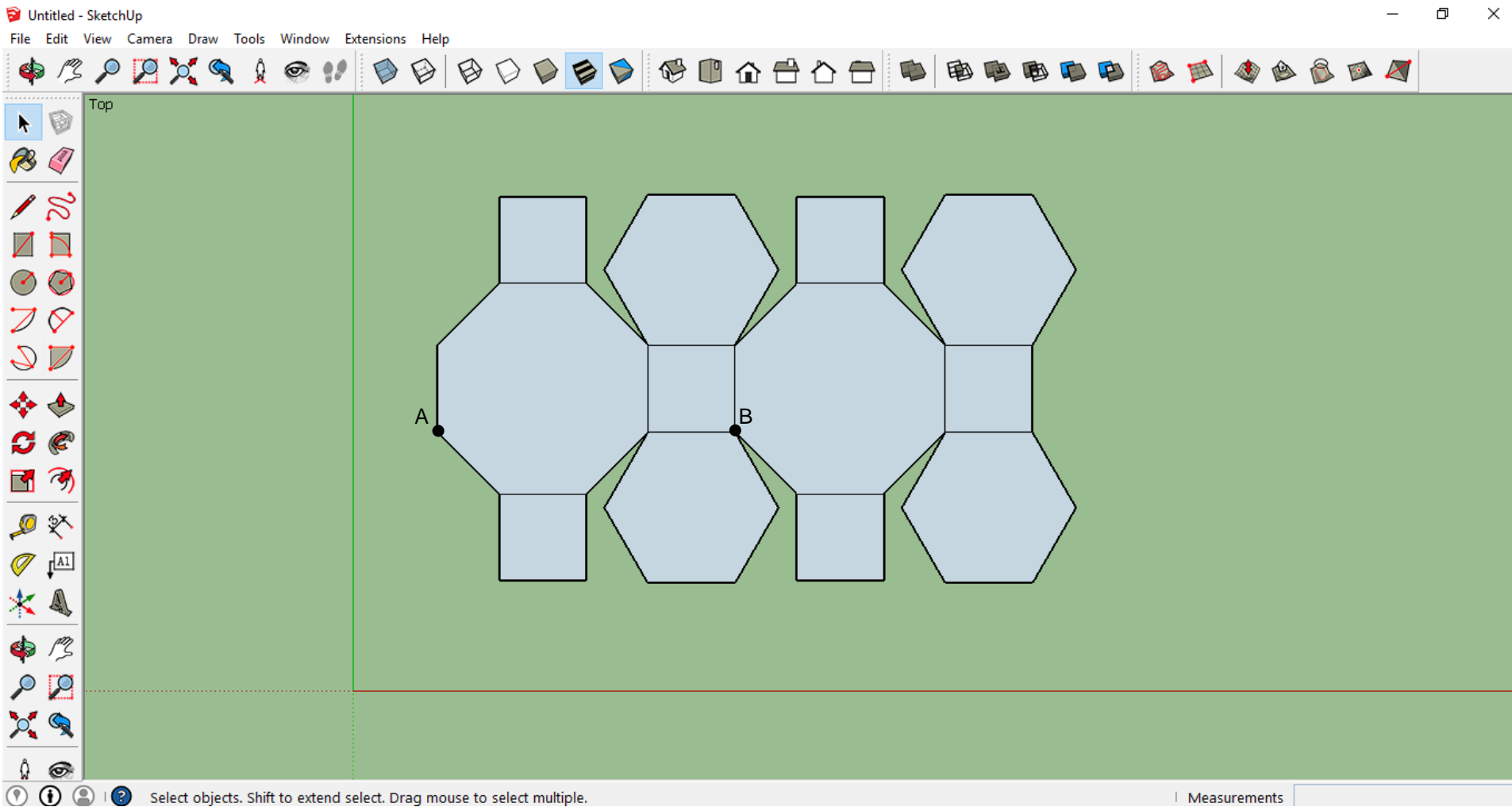
Para planificá-lo partiu-se do desenho de um quadrado. A sua aresta esquerda foi inserido um octógono.



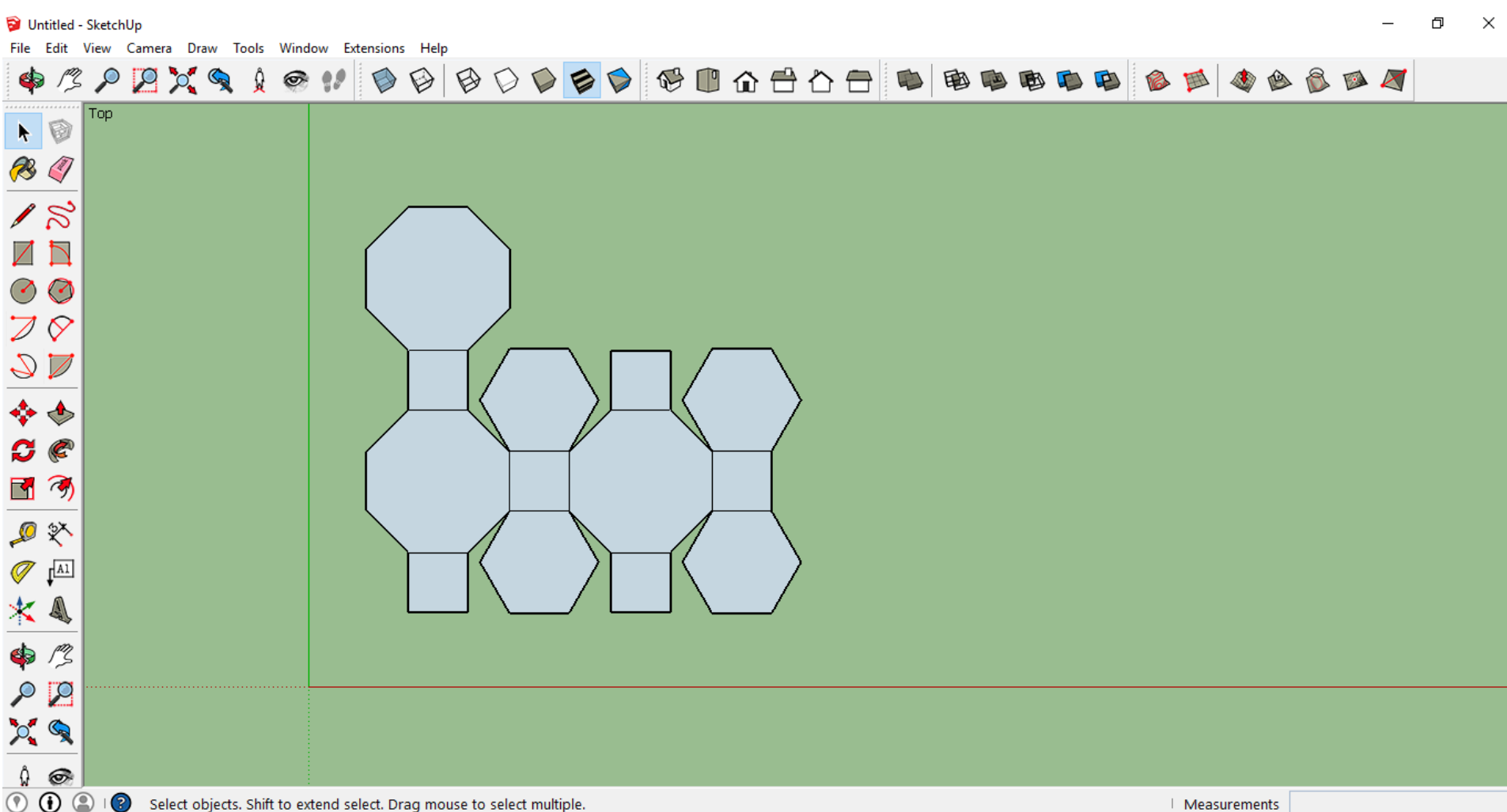
Ao octógono foram inseridos dois quadrados, um na aresta superior e outro na aresta inferior, e ao quadrado foram inseridos dois hexágonos, um na aresta superior e outro na aresta inferior.



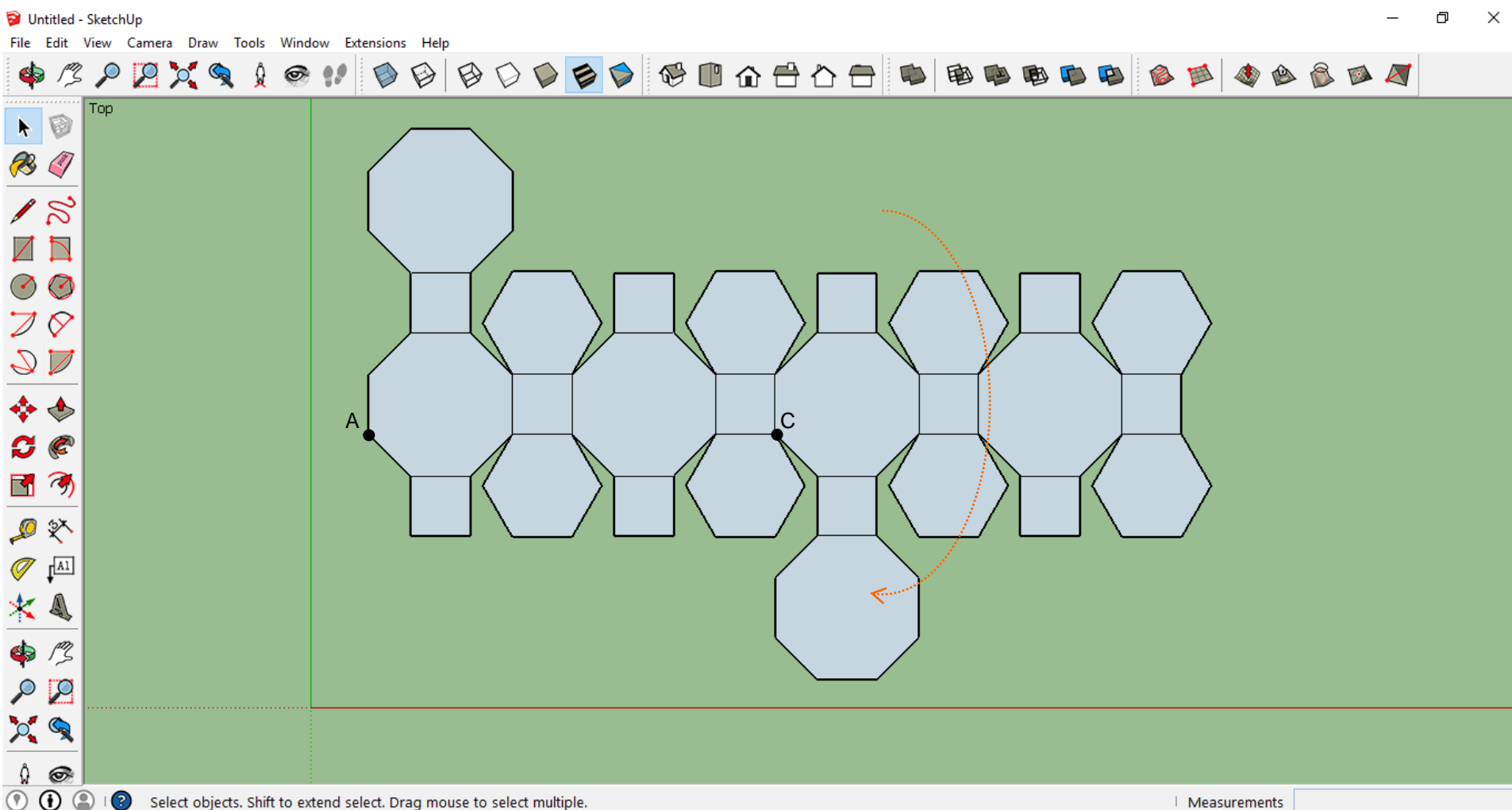
O conjunto de polígonos foi movido e copiado do vértice A para o vértice B.



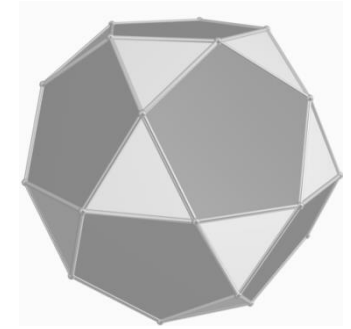
Ao quadrado superior do primeiro octógono foi acrescentado um octógono.



O conjunto de polígonos foi movido e rotacionado do vértice A para o C e segundo octógono superior foi movido para a parte inferior do conjunto.



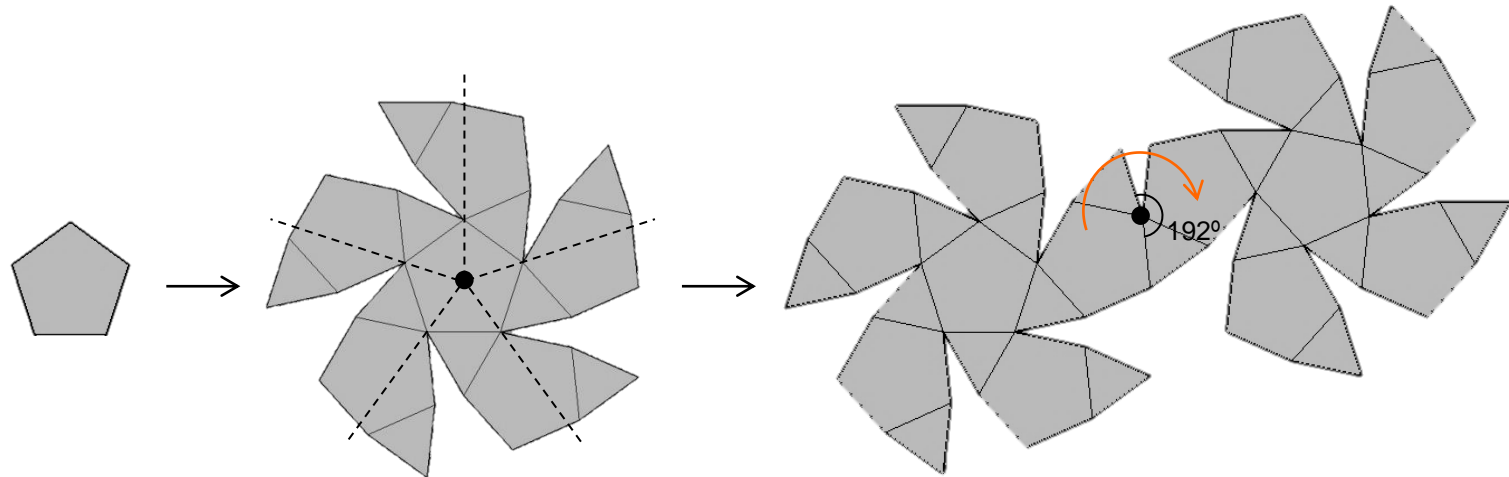
Icosidodecaedro



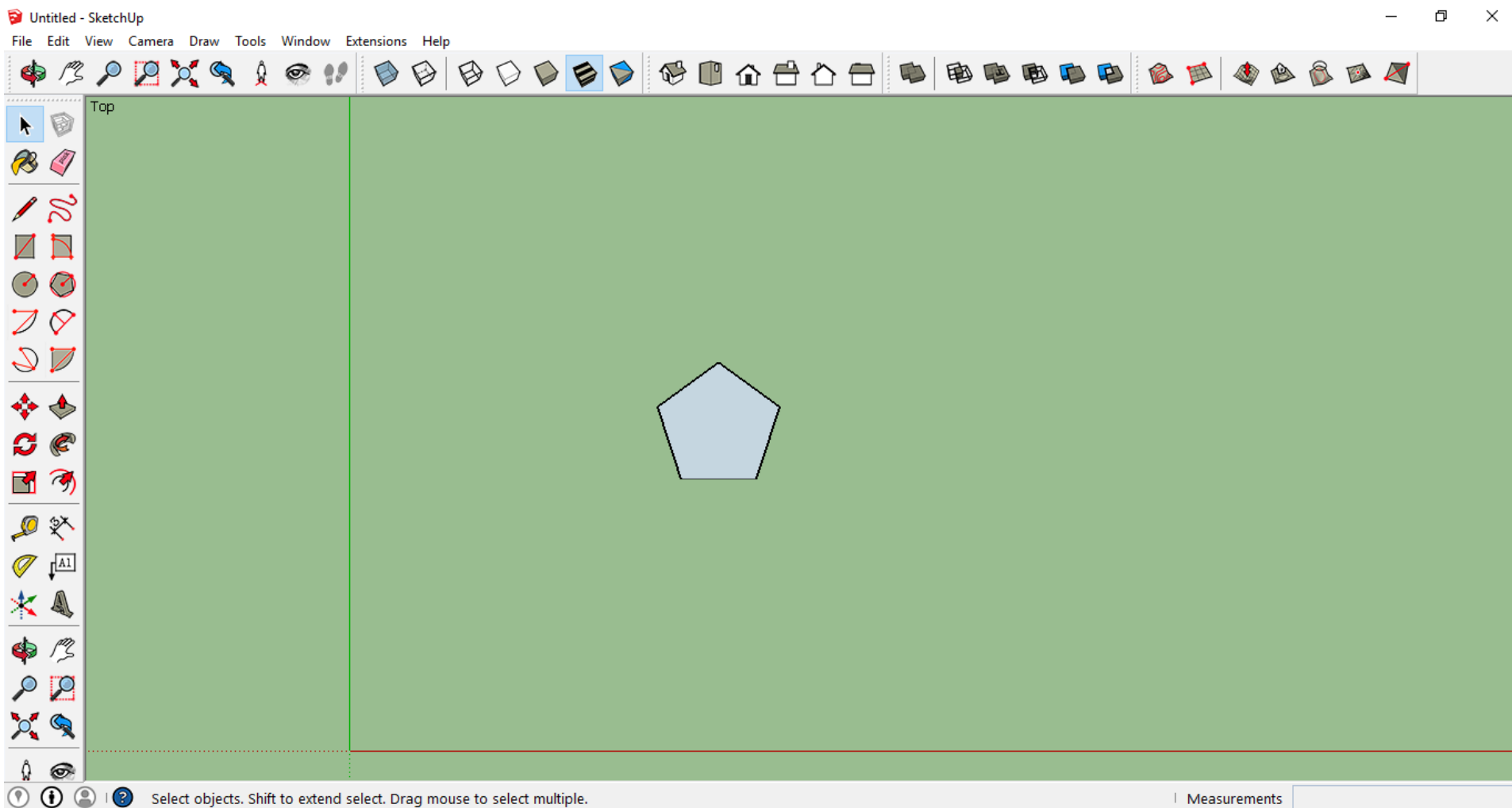
O icosidodecaedro é um sólido arquimediano formado **20 triângulos equiláteros** e **12 pentágonos**, **60 arestas** e **30 vértices**. Em cada vértice há o encontro de 2 triângulos e 2 pentágonos.

Sua planificação foi realizada através da união de dois tipos de simetria:

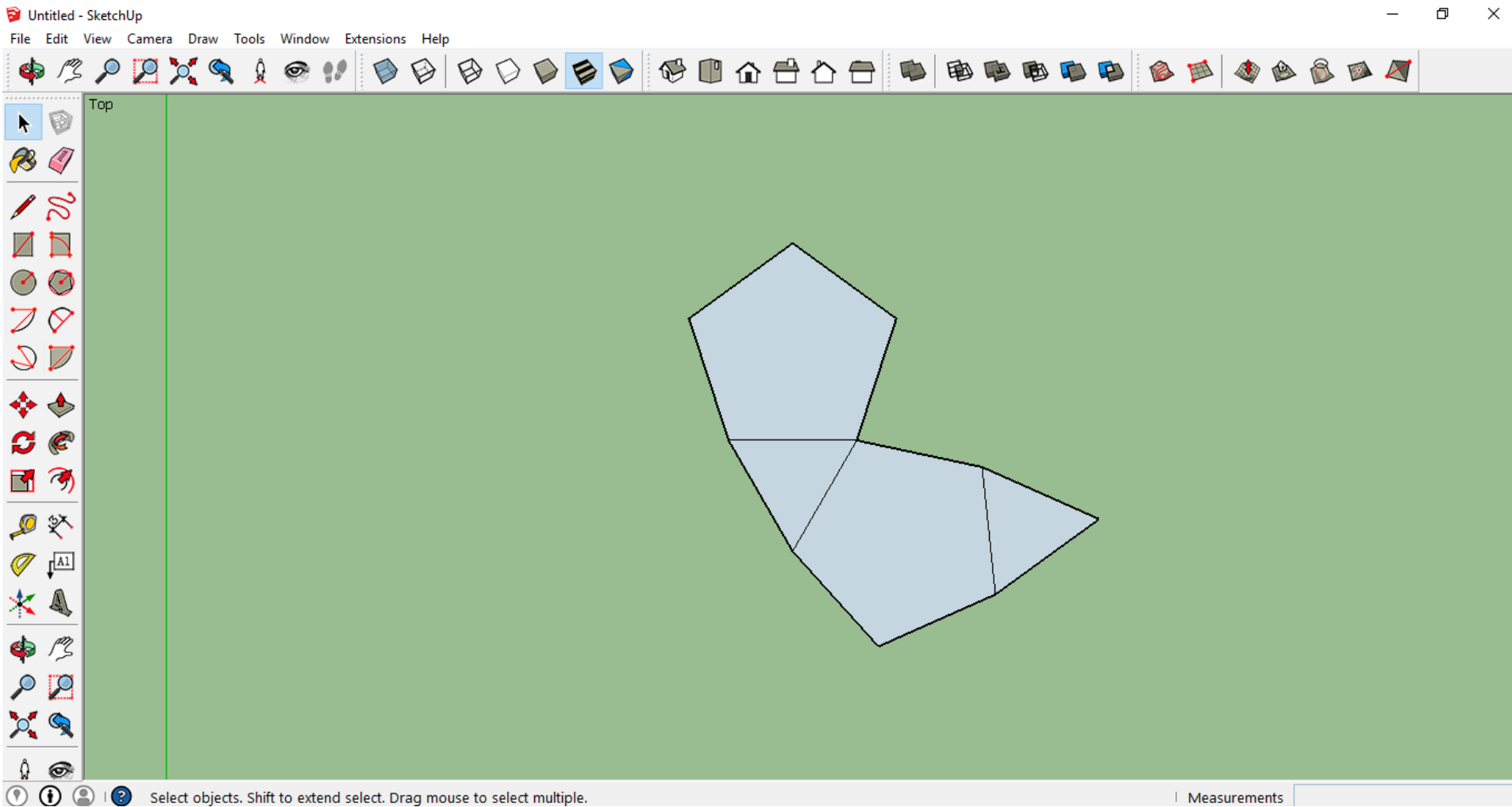
CÍCLICA C_5 + **TRANSLAÇÃO + ROTAÇÃO** $F_2 = \langle T_a, G_A \rangle$.



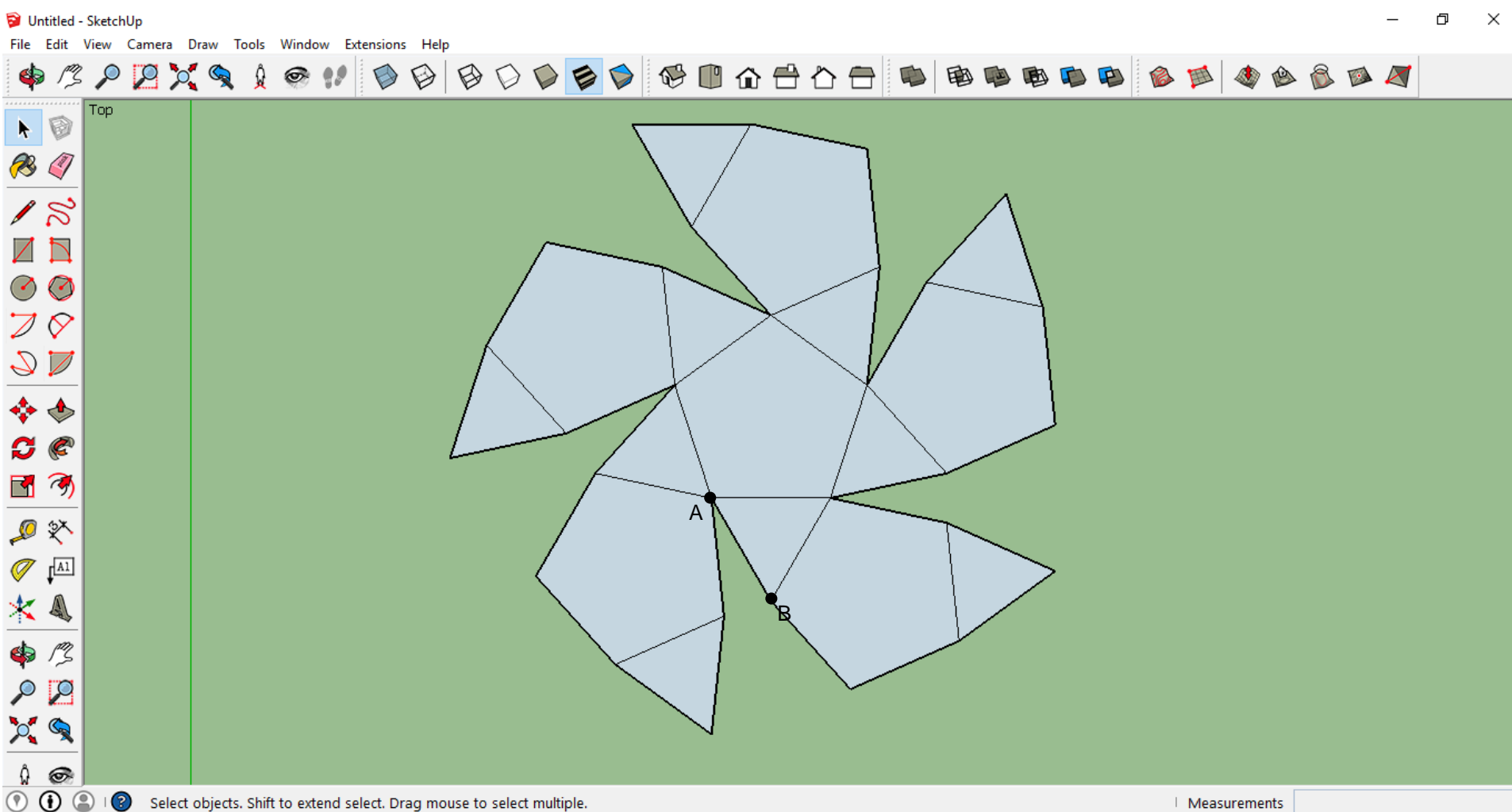
Para planificá-lo partiu-se do desenho de um pentágono.



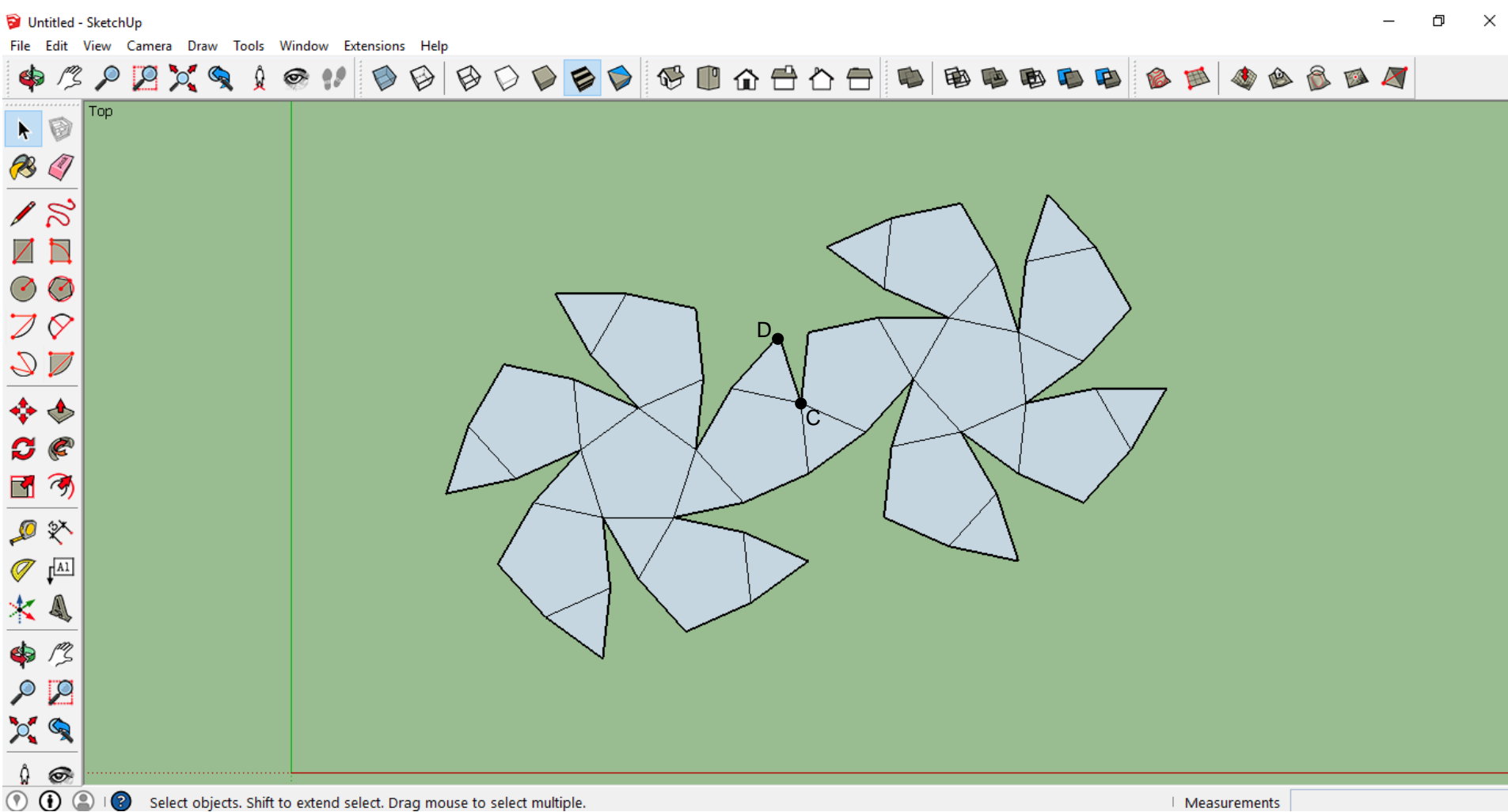
Ao pentágono foi adicionado um triângulo equilátero. Os dois polígonos foram copiados para um ponto qualquer do desenho, rotacionados 96° e movidos de forma que o triângulo possua uma aresta comum ao segundo pentágono.



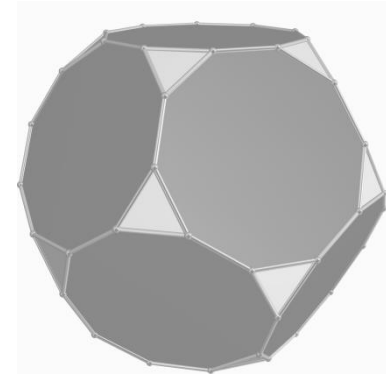
Os dois triângulos e o segundo pentágono foram rotacionados 192° e copiados partindo do ponto A para o ponto B. Esta ação foi repetida nas demais arestas do pentágono inicial.



O conjunto de polígonos foi rotacionado 192° e copiado partindo do ponto C para o D.



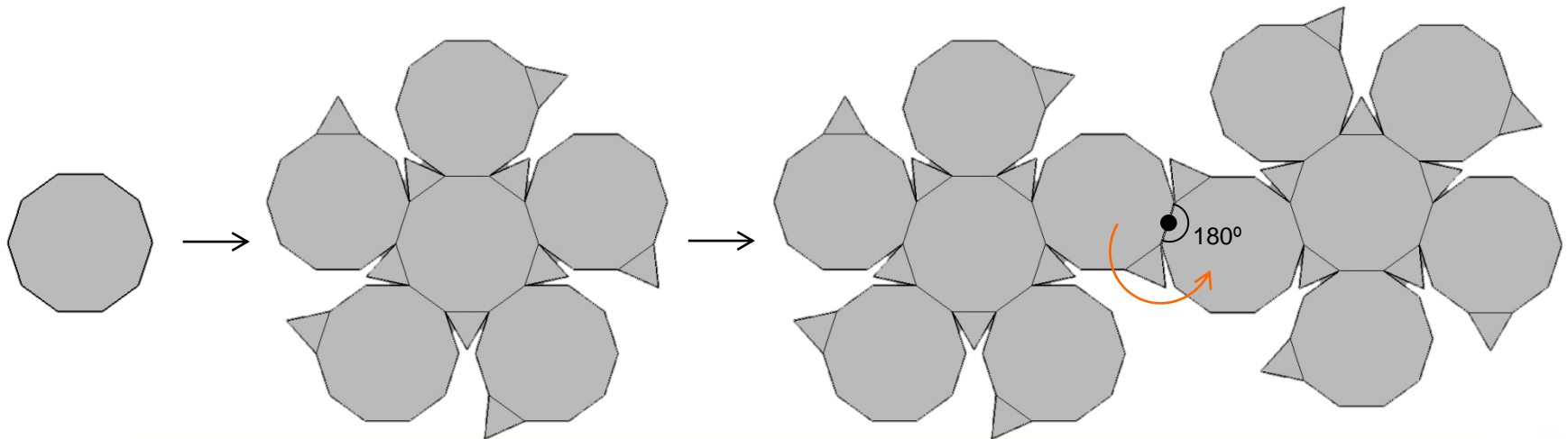
Dodecaedro truncado



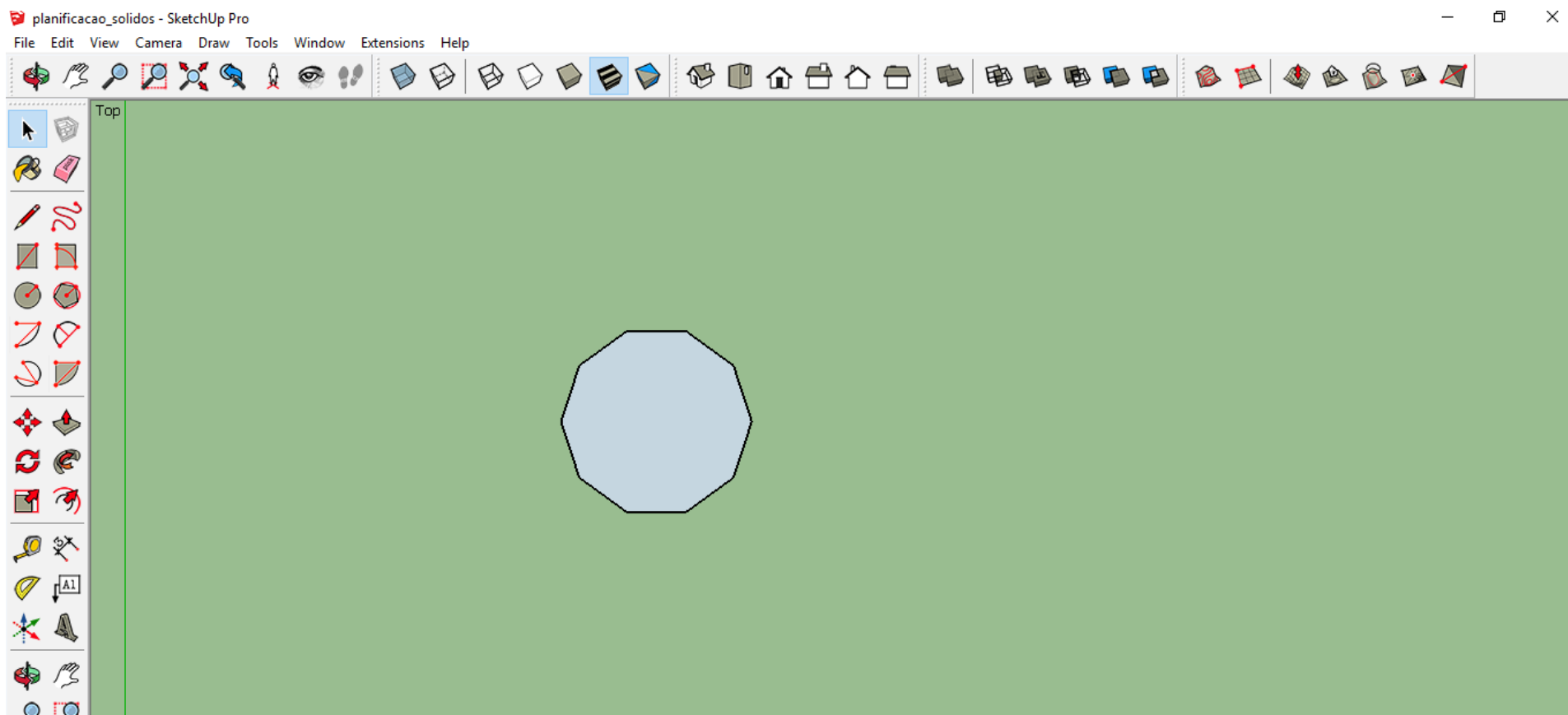
O dodecaedro truncado é um sólido arquimediano formado por **20 triângulos equiláteros** e **12 decágonos**, **90 arestas** e **60 vértices**. Em cada vértice há o encontro de 1 triângulo e 2 decágonos.

Sua planificação foi realizada através da união de dois tipos de simetria:

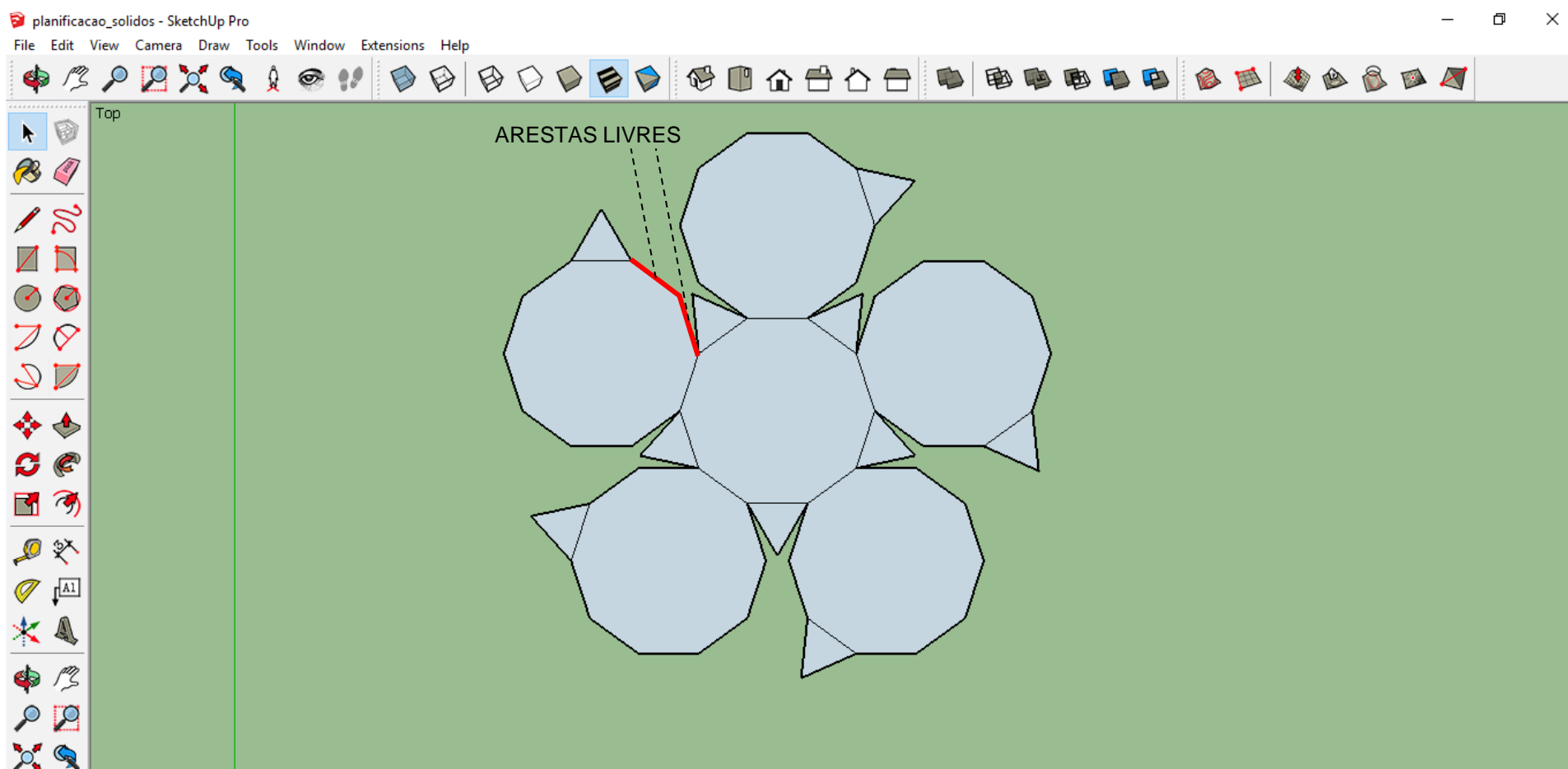
CÍCLICA C_5 + **TRANSLAÇÃO + ROTAÇÃO** $F_2 = \langle T_a, G_A \rangle$.



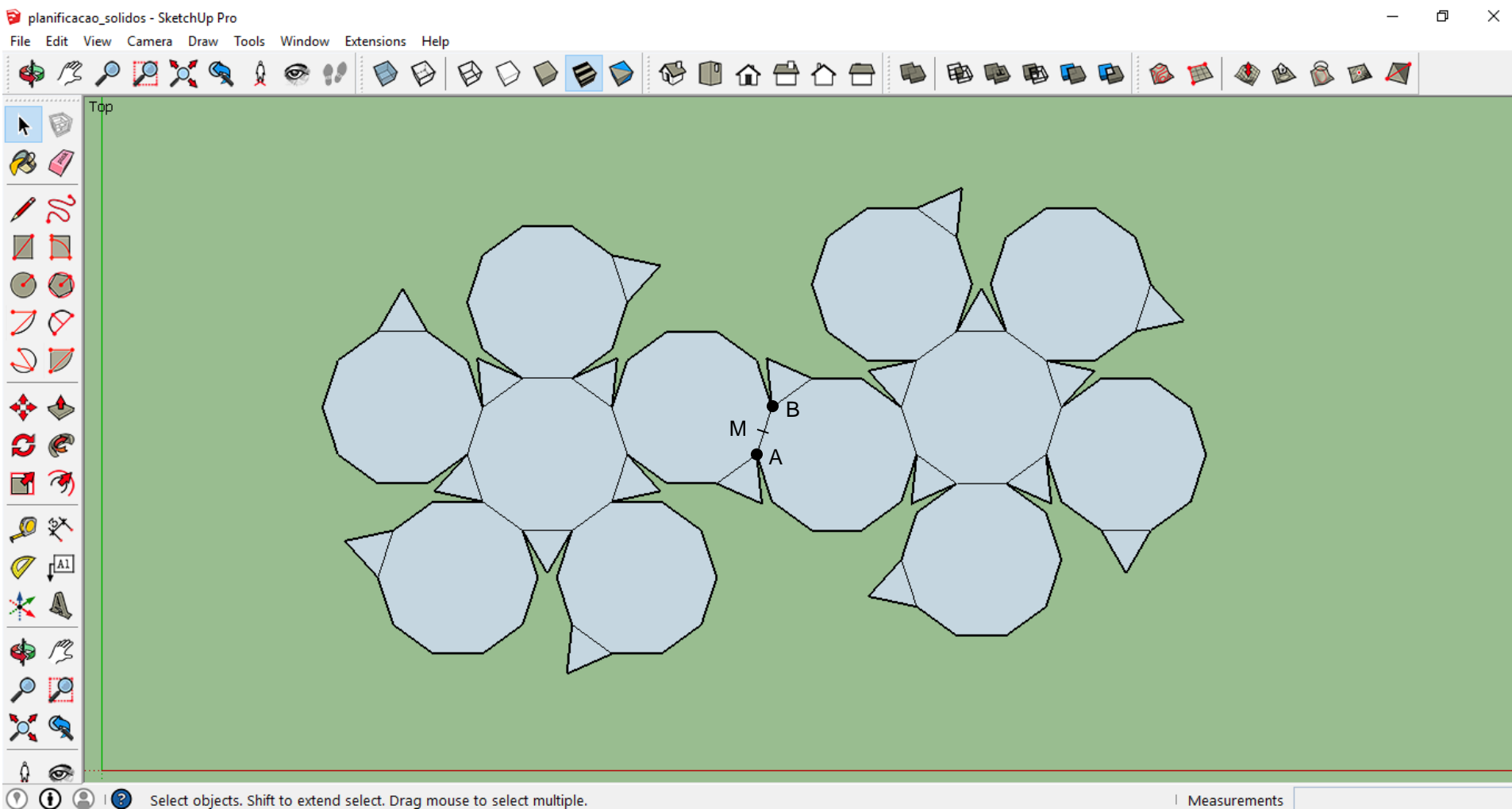
Para planificá-lo partiu-se do desenho de um decágono. Desenhou-se uma linha e esta foi rotacionada 144° e copiada quatro vezes: partindo do vértice B para o vértice A, do C para o B, do D para o C e do E para o D. Estas quatro linhas foram copiadas para um ponto qualquer do desenho e foram rotacionadas 180° . Em seguida foram unidas às cinco primeiras linhas, formando um decágono.



Foram inseridos, de maneira intercalada, cinco triângulos e cinco decágonos às arestas do decágono inicial. Em seguida foi adicionado um triângulo a cada um dos cinco decágonos, de forma que houvessem duas arestas livres após a aresta comum ao primeiro decágono.



O conjunto de polígonos foi rotacionado 180° e copiado partindo do ponto médio (M) do segmento AB para o vértice B



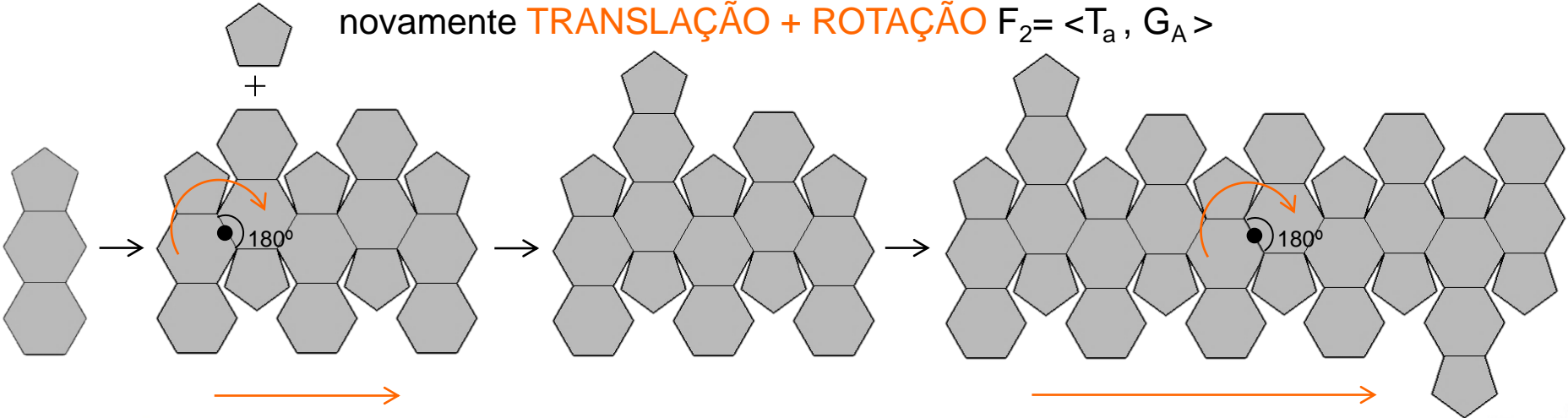
Icosaedro truncado



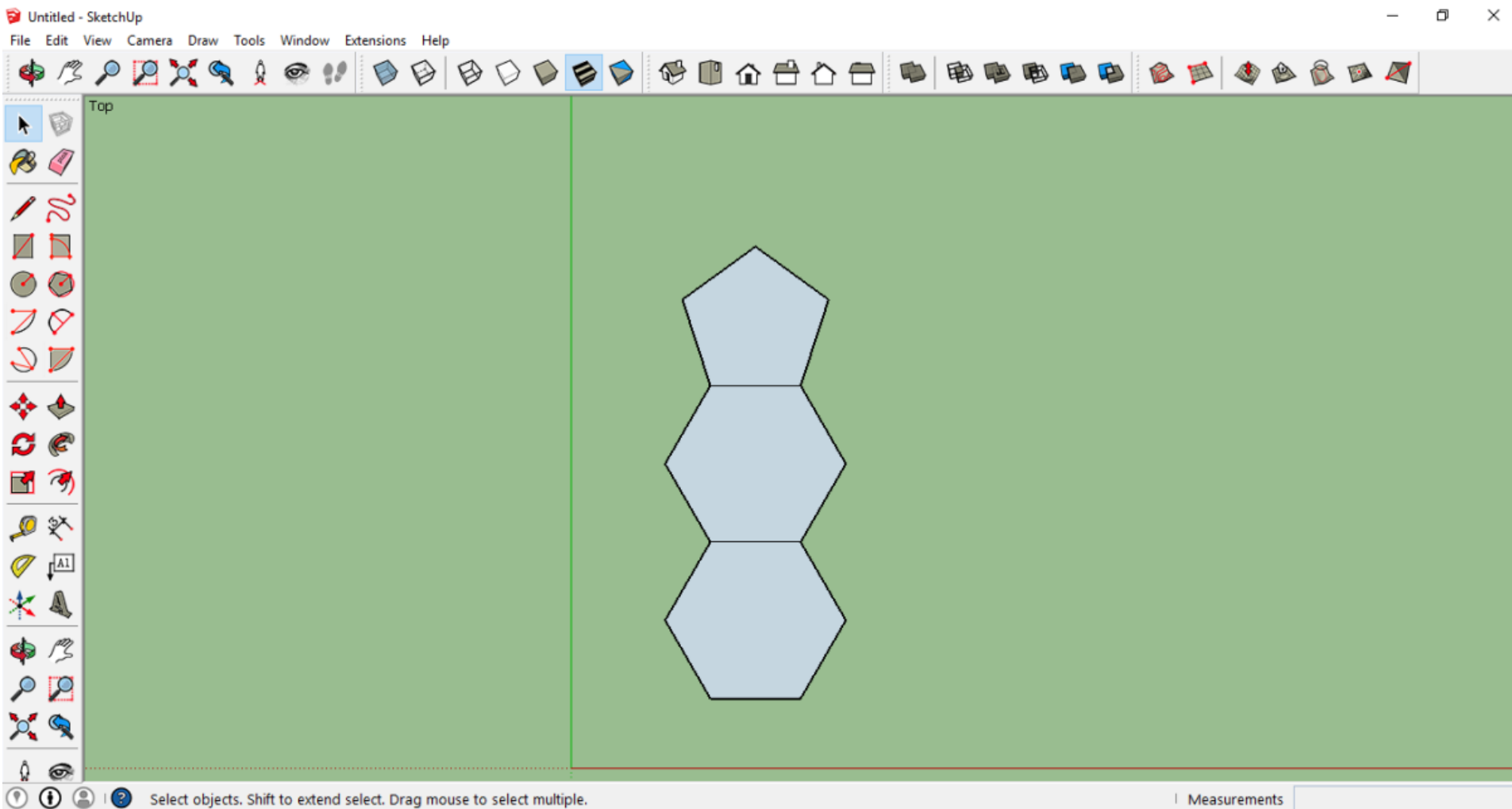
O icosaedro truncado é um sólido arquimediano formado por **12 pentágonos** e **20 hexágonos**, **90 arestas** e **60 vértices**. Em cada vértice há o encontro de 1 pentágono e 2 hexágonos.

Sua planificação pode ser realizada através da repetição de um tipo de simetria de friso:

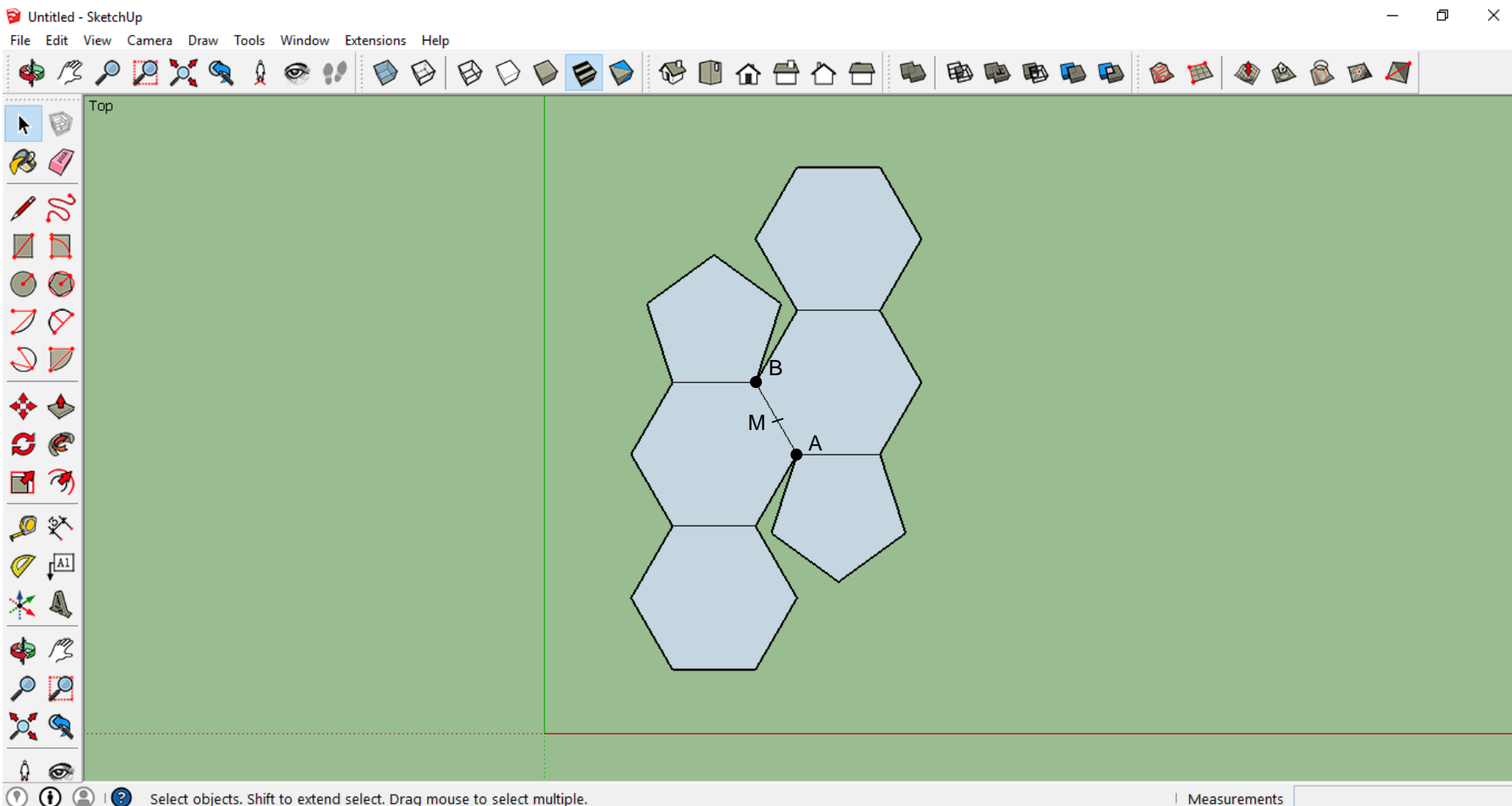
TRANSLAÇÃO + ROTAÇÃO $F_2 = \langle T_a, G_A \rangle$, seguida da adição de um polígono e novamente **TRANSLAÇÃO + ROTAÇÃO** $F_2 = \langle T_a, G_A \rangle$



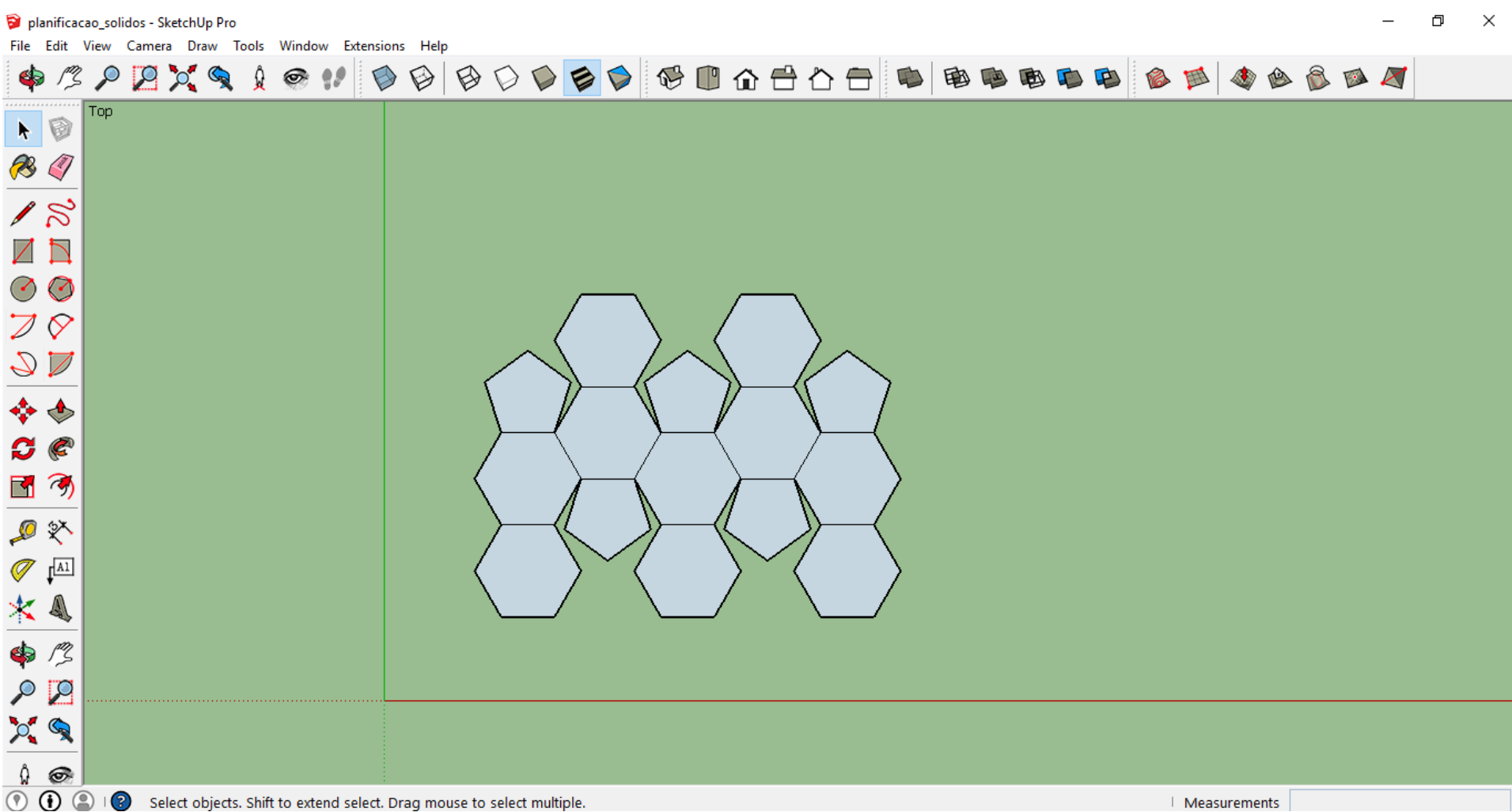
Para planificá-lo partiu-se do desenho de um hexágono. A ele foram inseridos um pentágono, em sua aresta superior, e um hexágono, em sua aresta inferior.



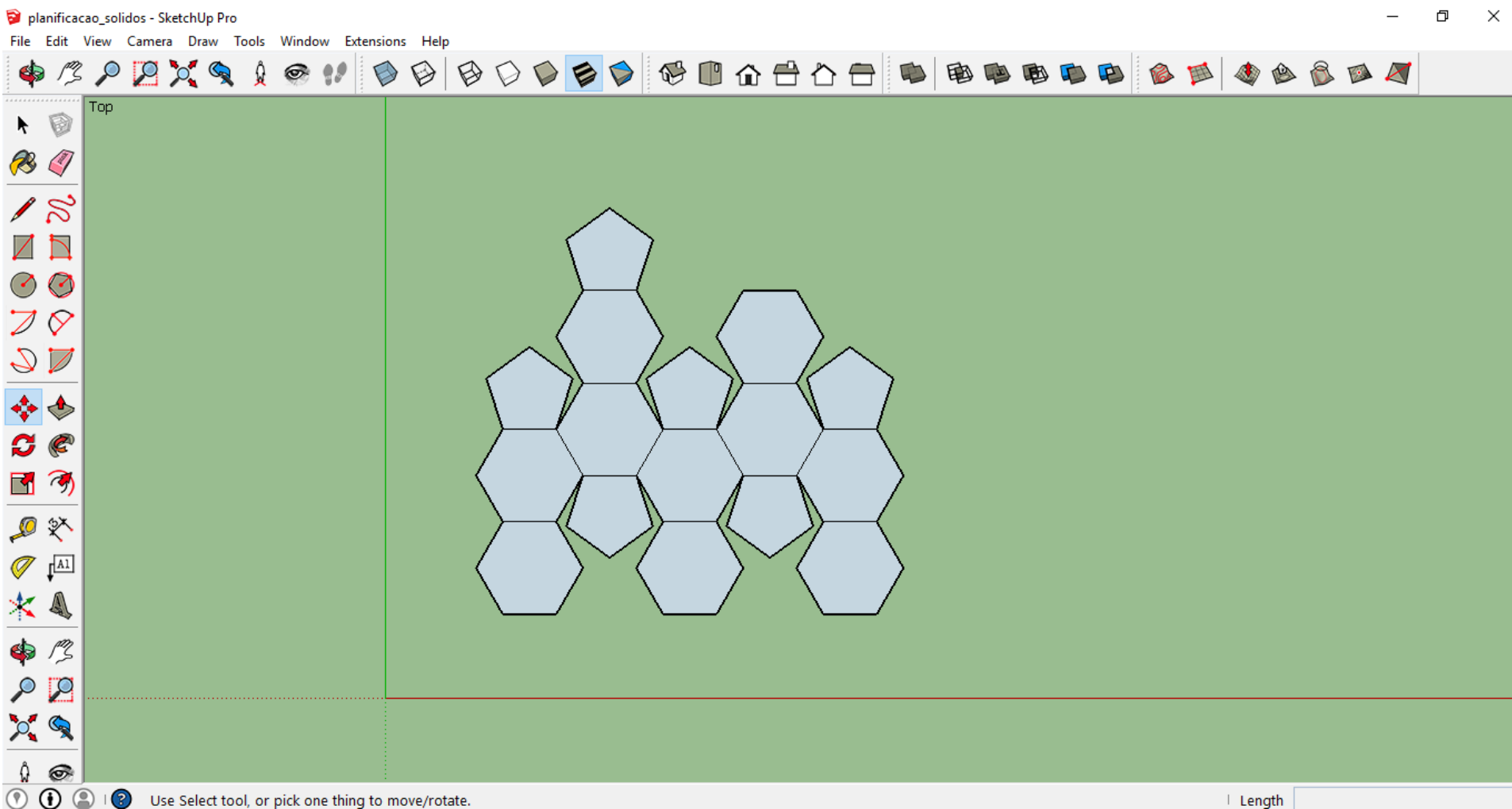
Estes polígonos foram rotacionados 180° e copiados partindo do ponto médio (M) do segmento AB para o vértice B.



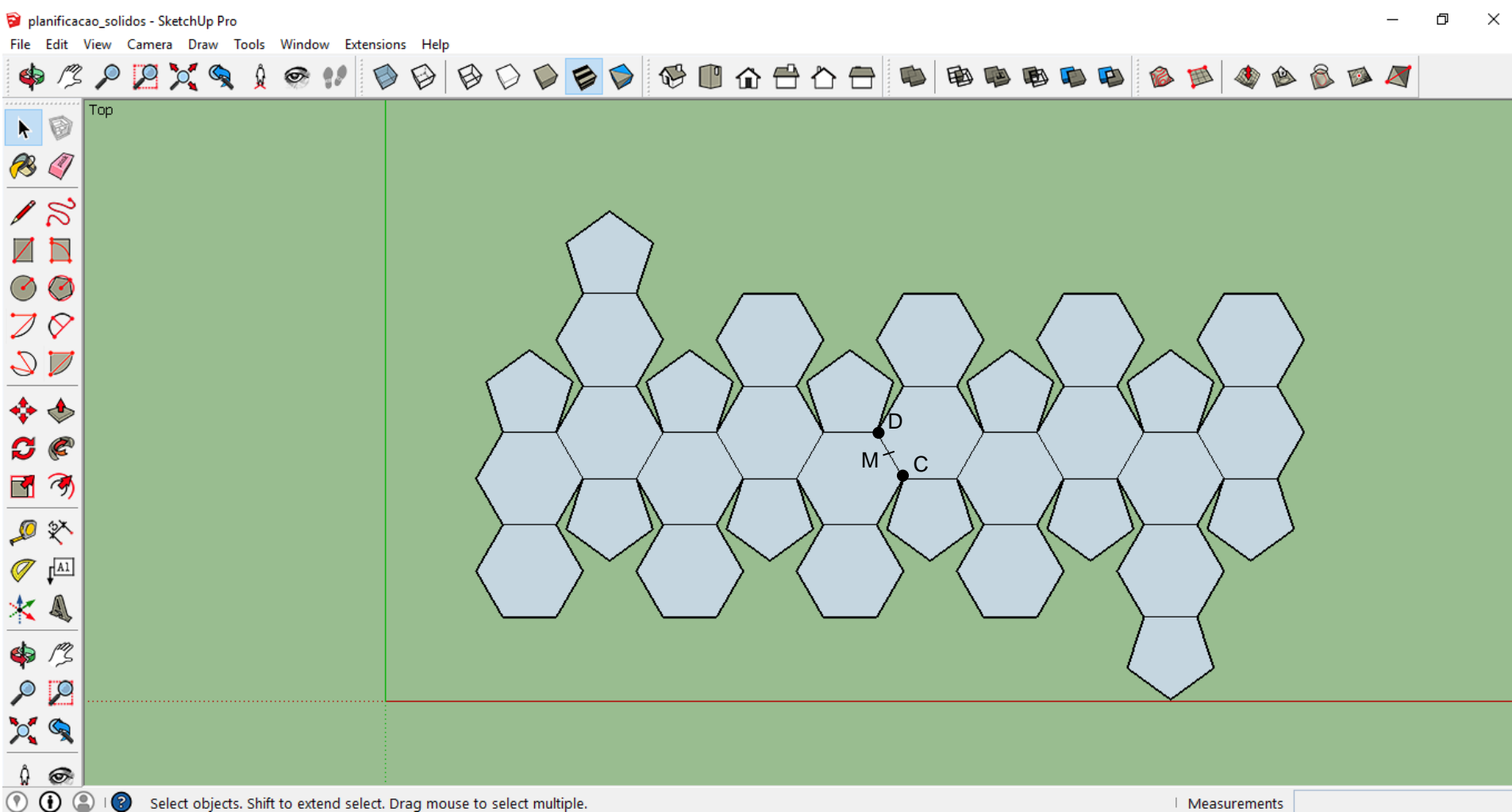
A ação foi repetida mais três vezes.

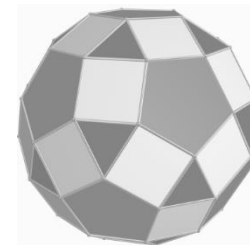


A parte superior do segundo conjunto de polígonos foi acrescentado um pentágono.



O conjunto de polígonos foi rotacionado 180° e copiado partindo do ponto médio (M) do segmento CD para o vértice D.





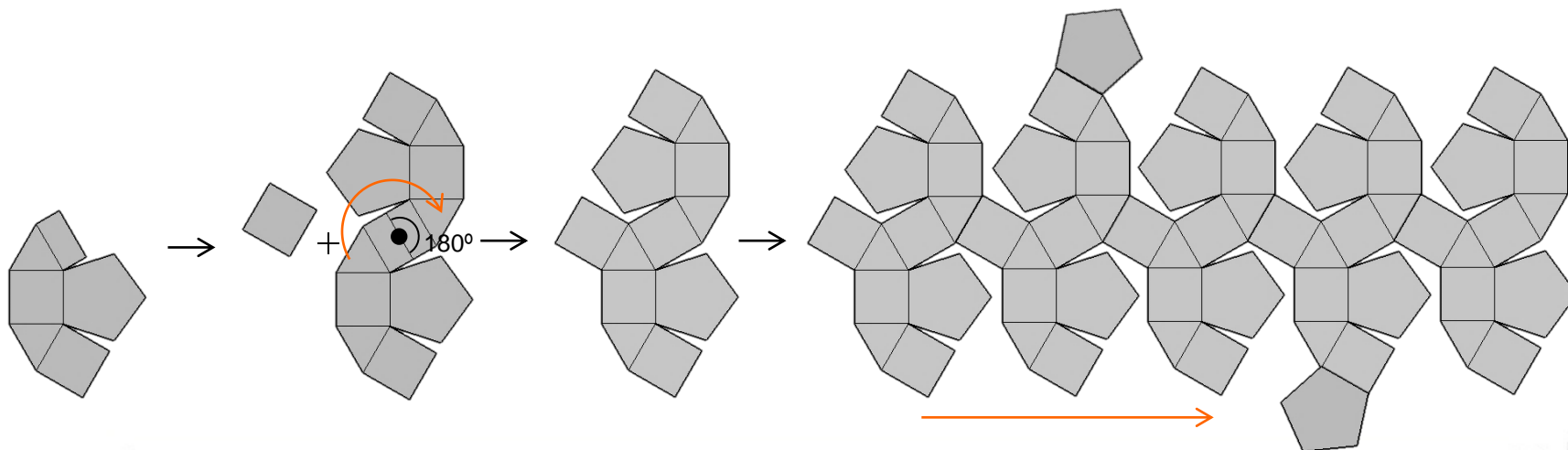
Rombicosidodecaedro

O rombicosidodecaedro é um sólido arquimediano formado **20 triângulos**, **30 quadrados** e **12 pentágonos**, **120 arestas** e **60 vértices**. Em cada vértice há o encontro de 1 triângulo, 1 pentágono e 2 quadrados.

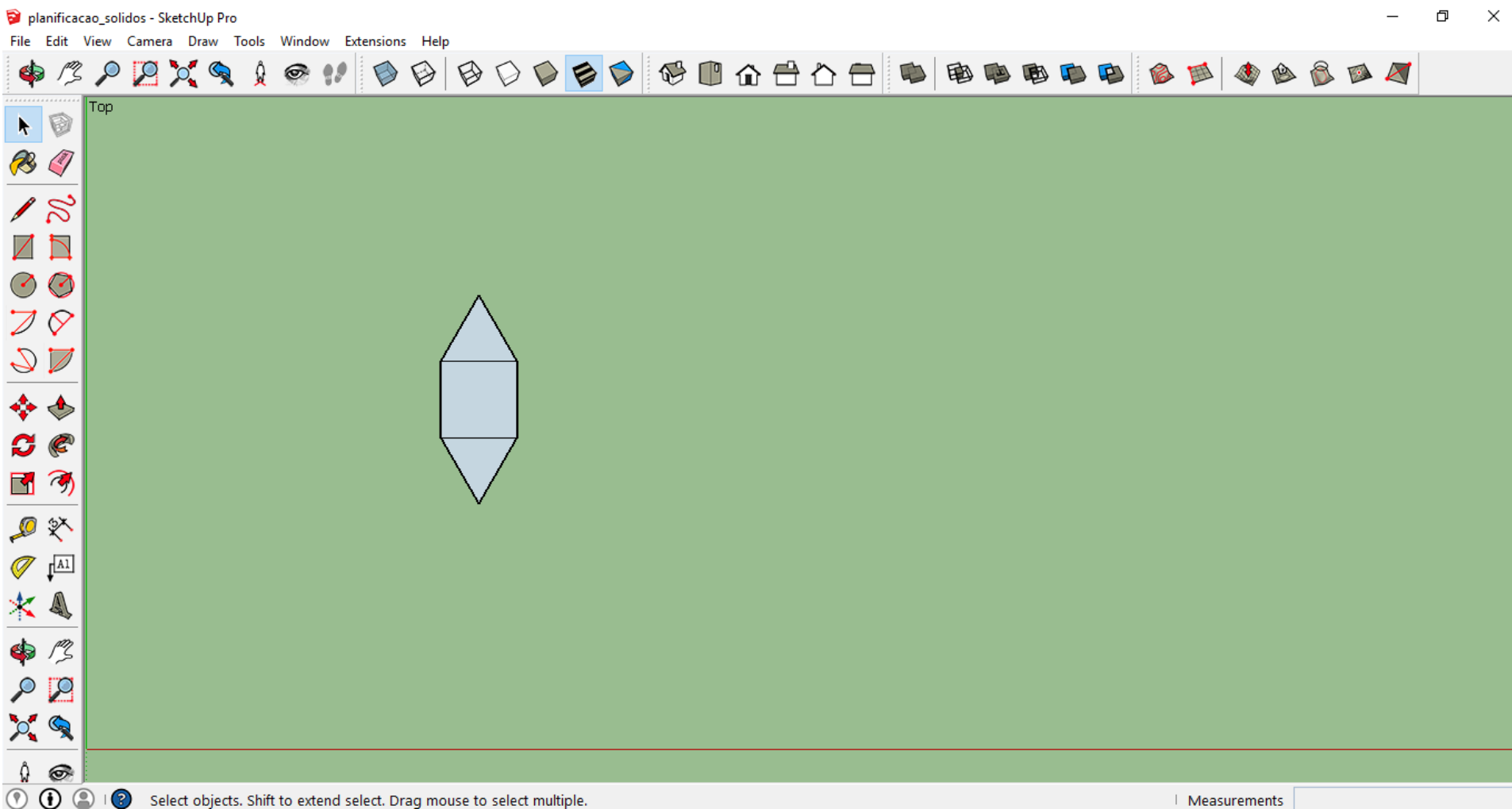
Sua planificação pode ser realizada através de dois tipos de simetria de friso:

TRANSLAÇÃO + ROTAÇÃO $F_2 = \langle T_a, G_A \rangle$, seguida da adição de um polígono,

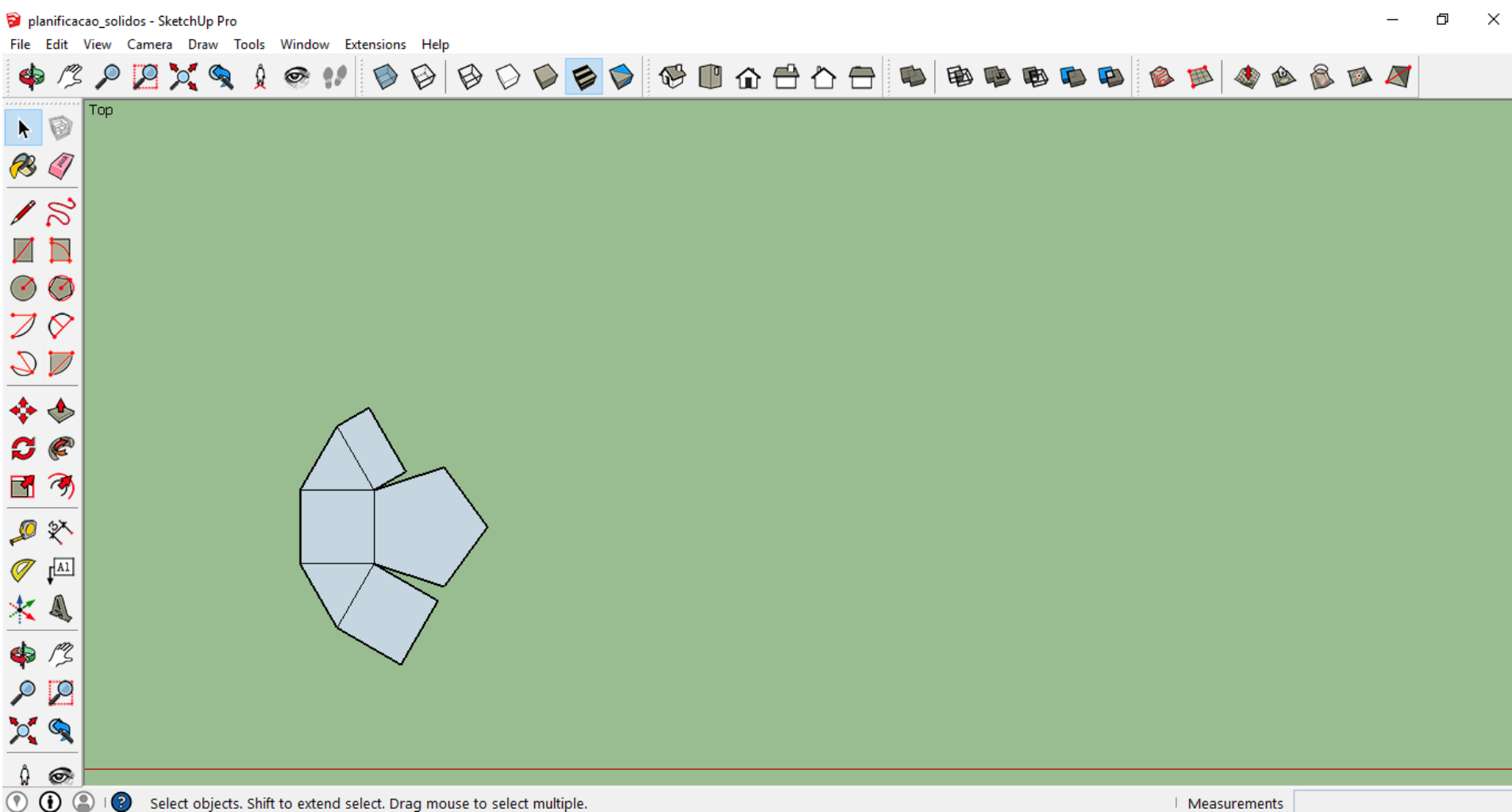
TRANSLAÇÃO $F_1 = \langle T_a \rangle$ e adição de dois polígonos.



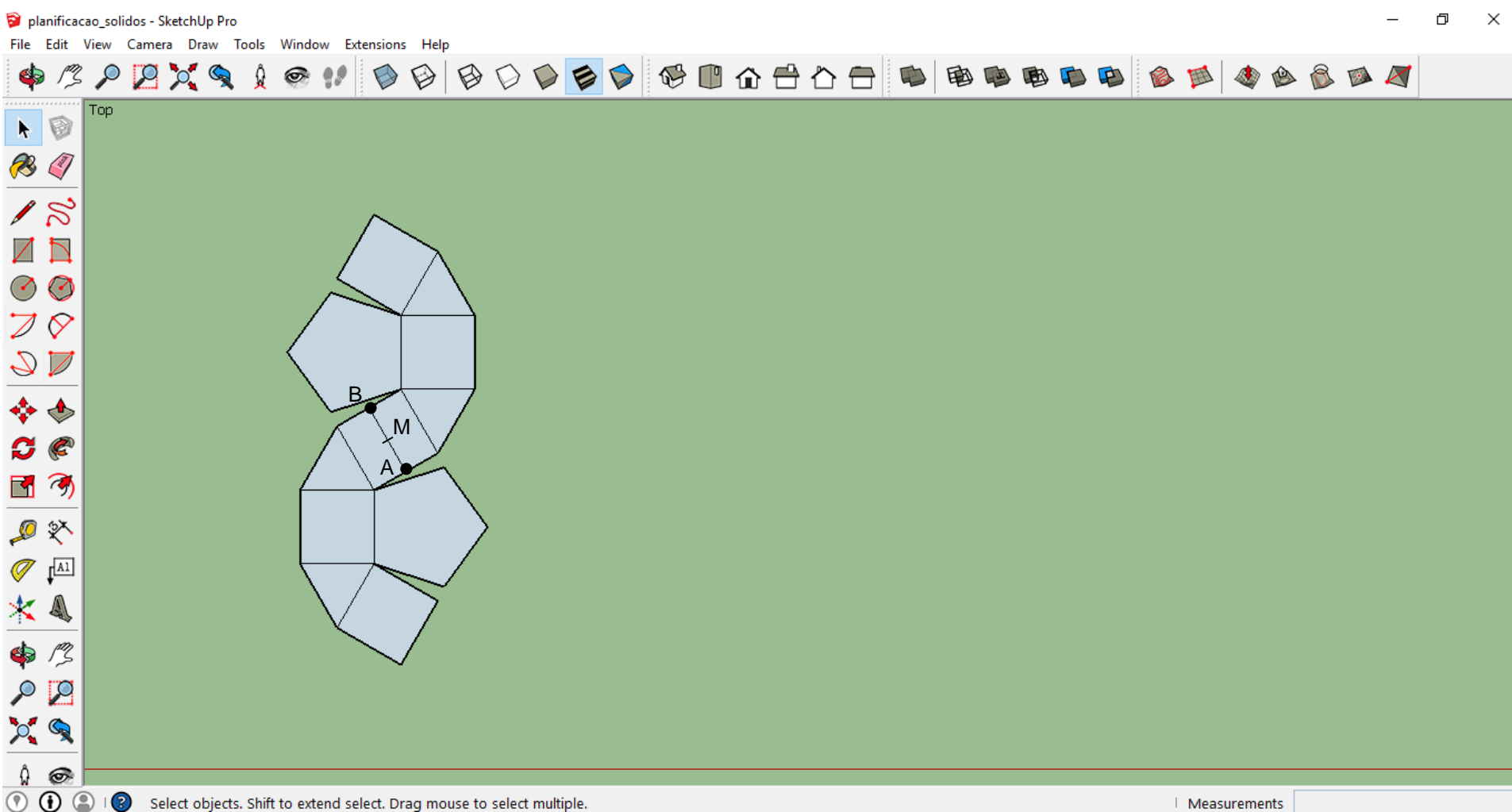
Para planificá-lo partiu-se do desenho de um quadrado. Foram adicionados dois triângulos, um na aresta superior do quadrado e outro na aresta inferior.



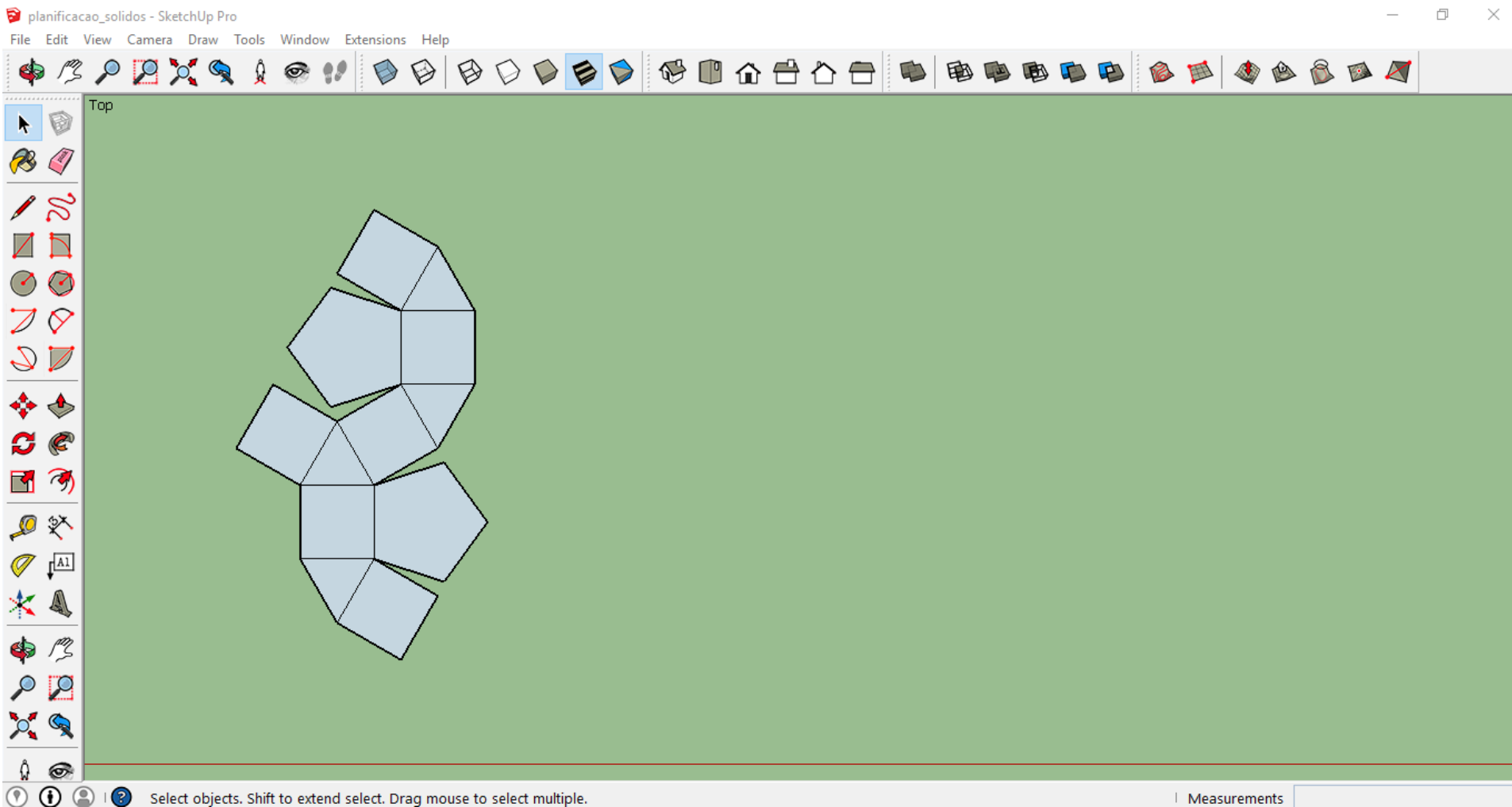
Ao triângulo superior foi inserido meio quadrado, ao quadrado, um pentágono, e ao triângulo inferior, um quadrado.



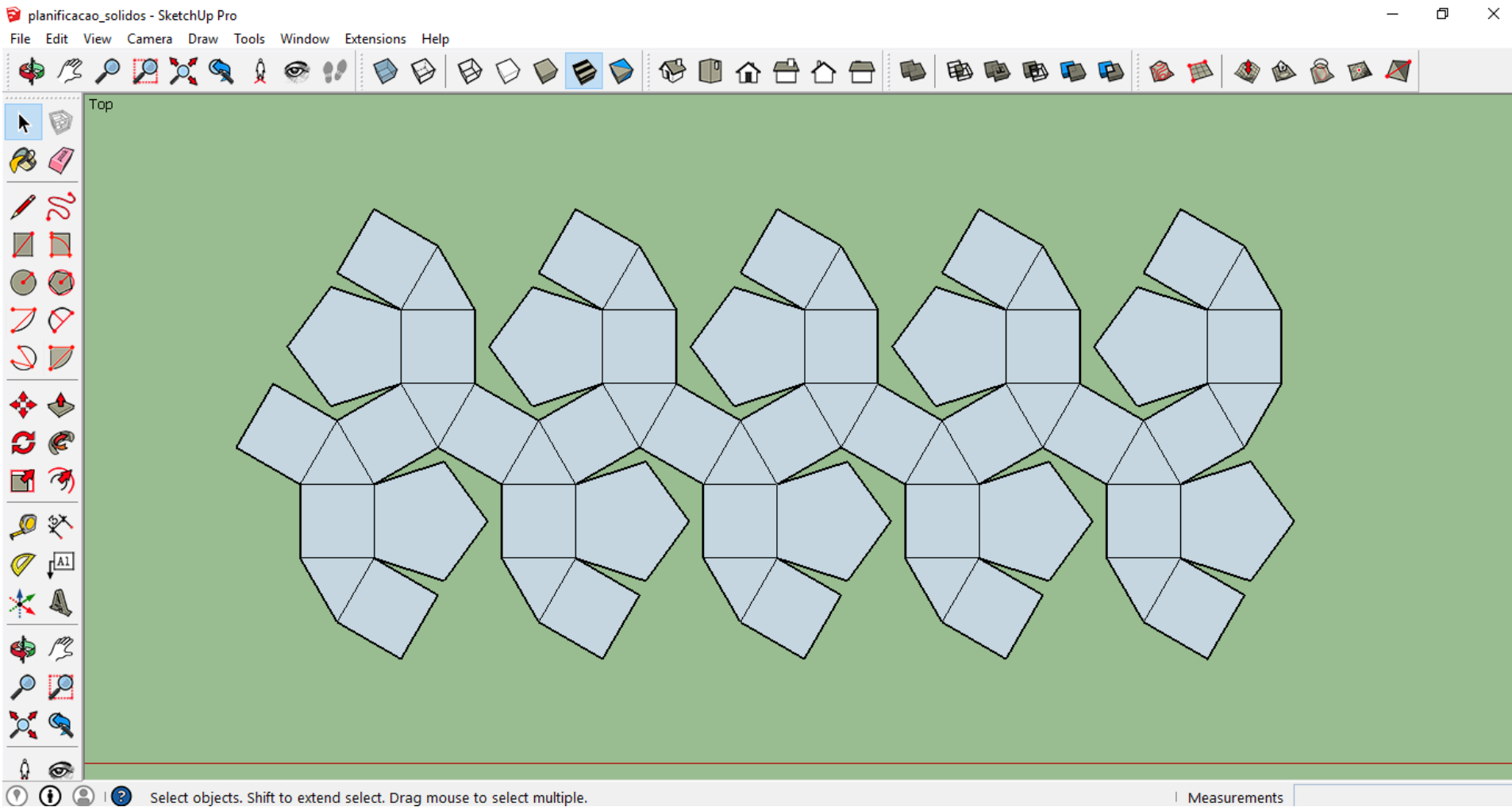
O conjunto de polígonos foi rotacionado 180° e copiado partindo do ponto médio (M) do segmento AB para o vértice A.



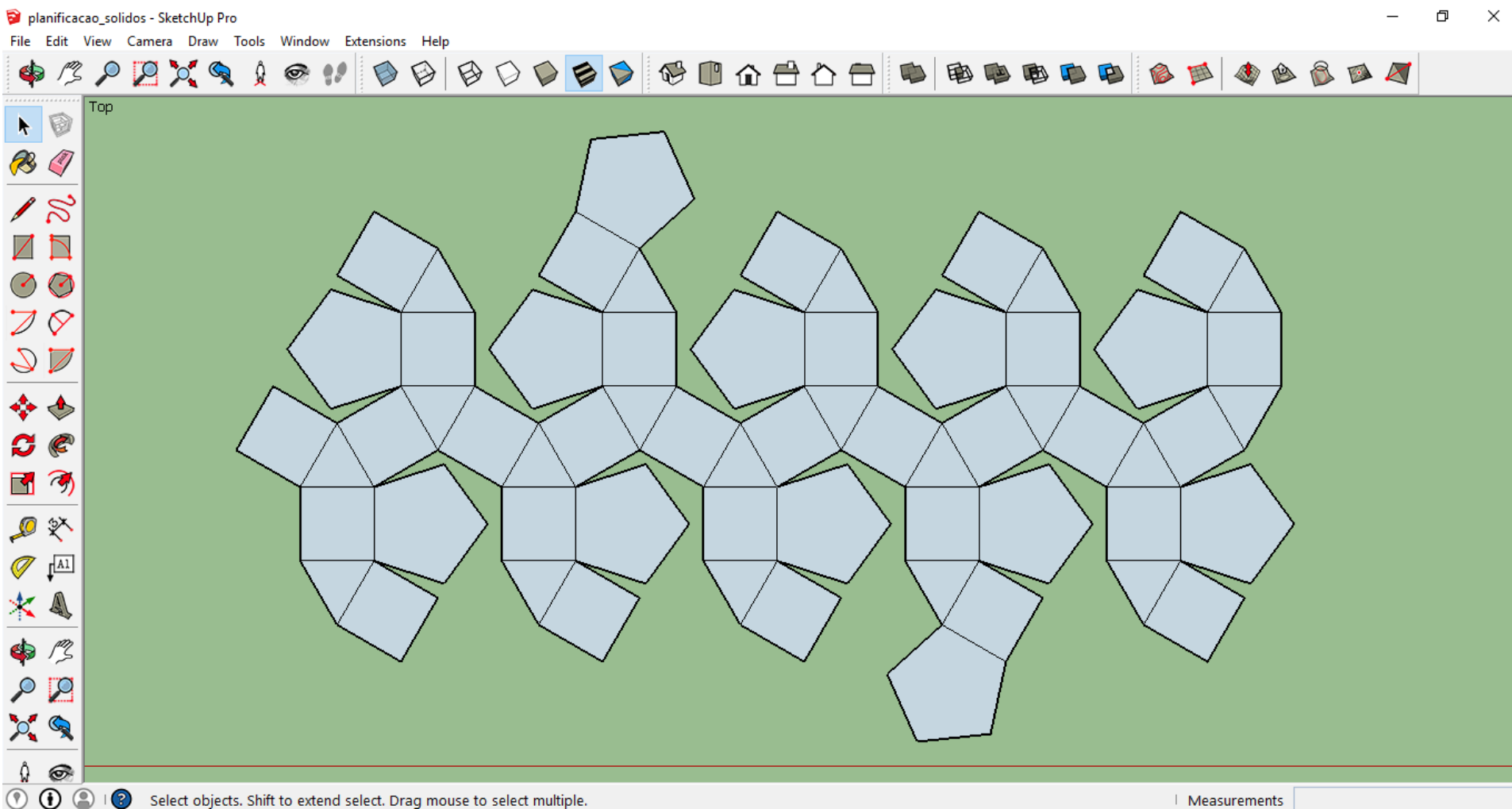
Foi inserido um quadrado ao triângulo superior do primeiro conjunto de polígonos. A aresta comum aos dois meios quadrados foi eliminada.



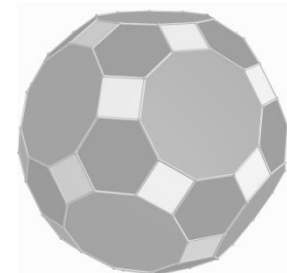
O conjunto de polígonos foi movido e copiado quatro vezes



Na parte superior do segundo conjunto de polígonos foi acrescentado um pentágono. O mesmo foi feito na parte inferior do quarto conjunto de polígonos.



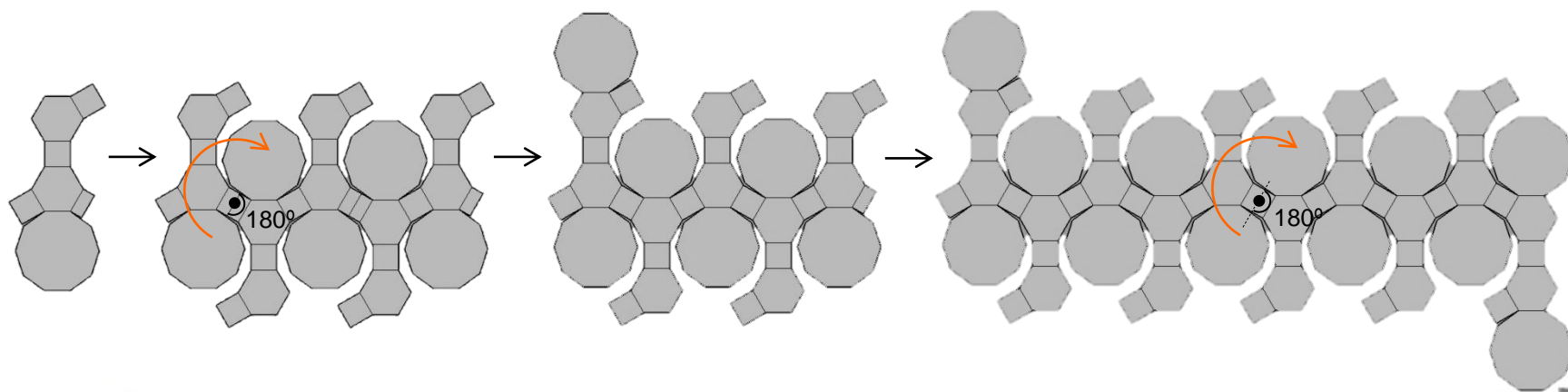
Icosidodecaedro truncado



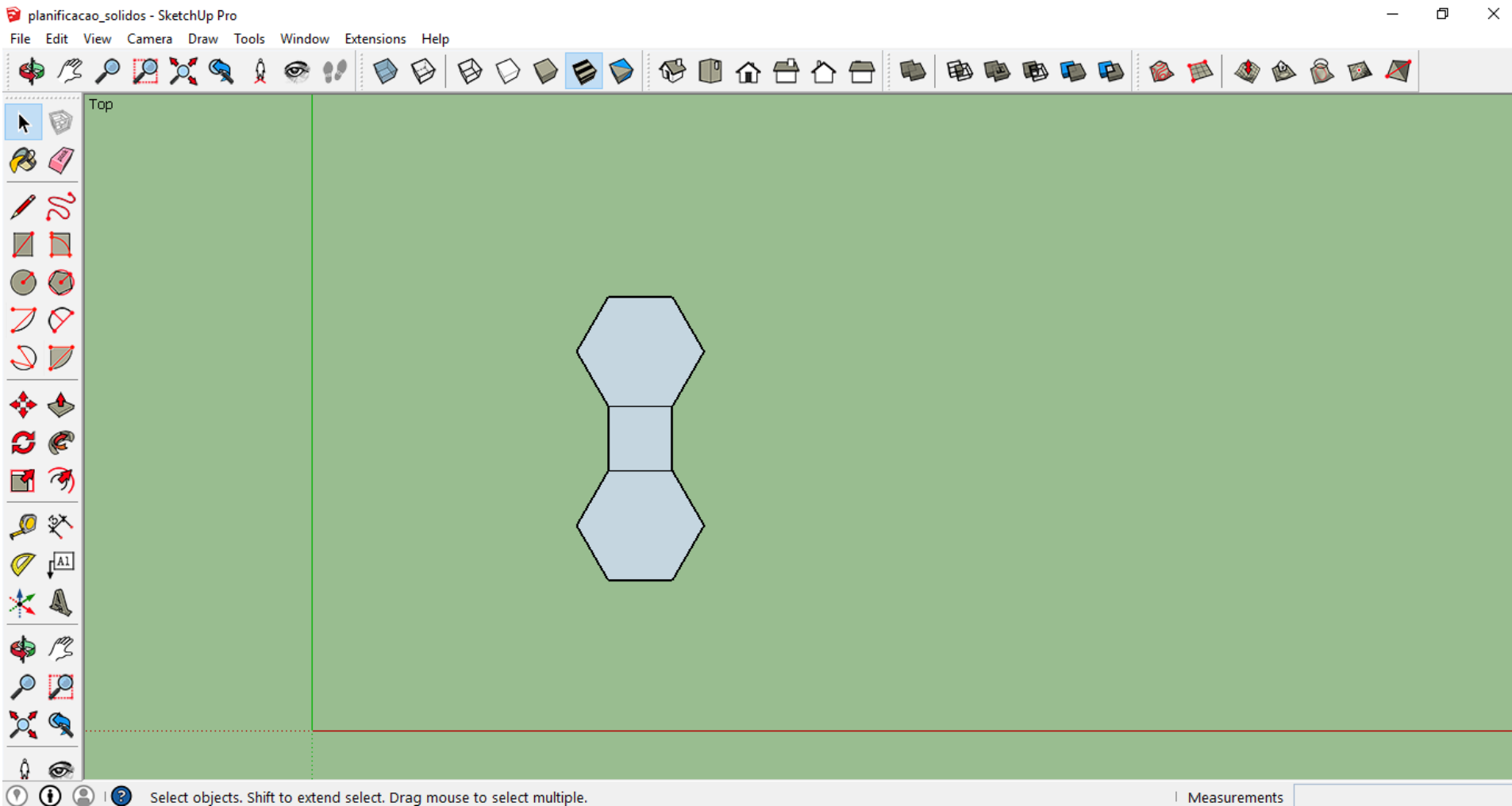
O icosidodecaedro truncado é um sólido arquimediano formado por **trinta quadrados**, **vinte hexágonos** e **doze decágonos**, 180 arestas e 120 vértices. Em cada vértices há o encontro de 1 quadrado, 1 hexágono e 1 decágono.

Sua planificação pode ser realizada através da repetição de um tipo de simetria de friso:

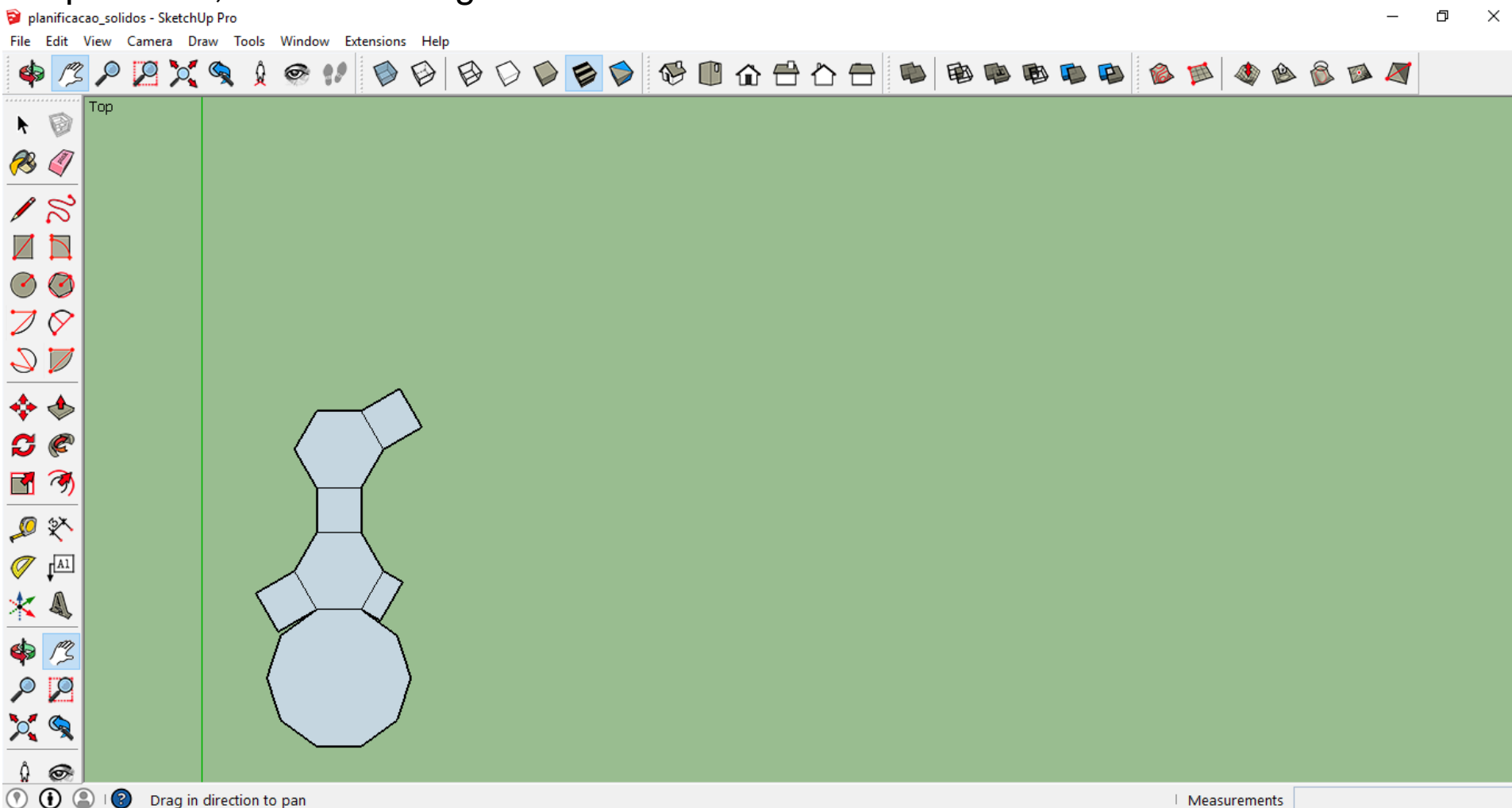
TRANSLAÇÃO + ROTAÇÃO $F_2 = \langle T_a, G_A \rangle$, seguida da adição de um polígono e novamente **TRANSLAÇÃO + ROTAÇÃO** $F_2 = \langle T_a, G_A \rangle$



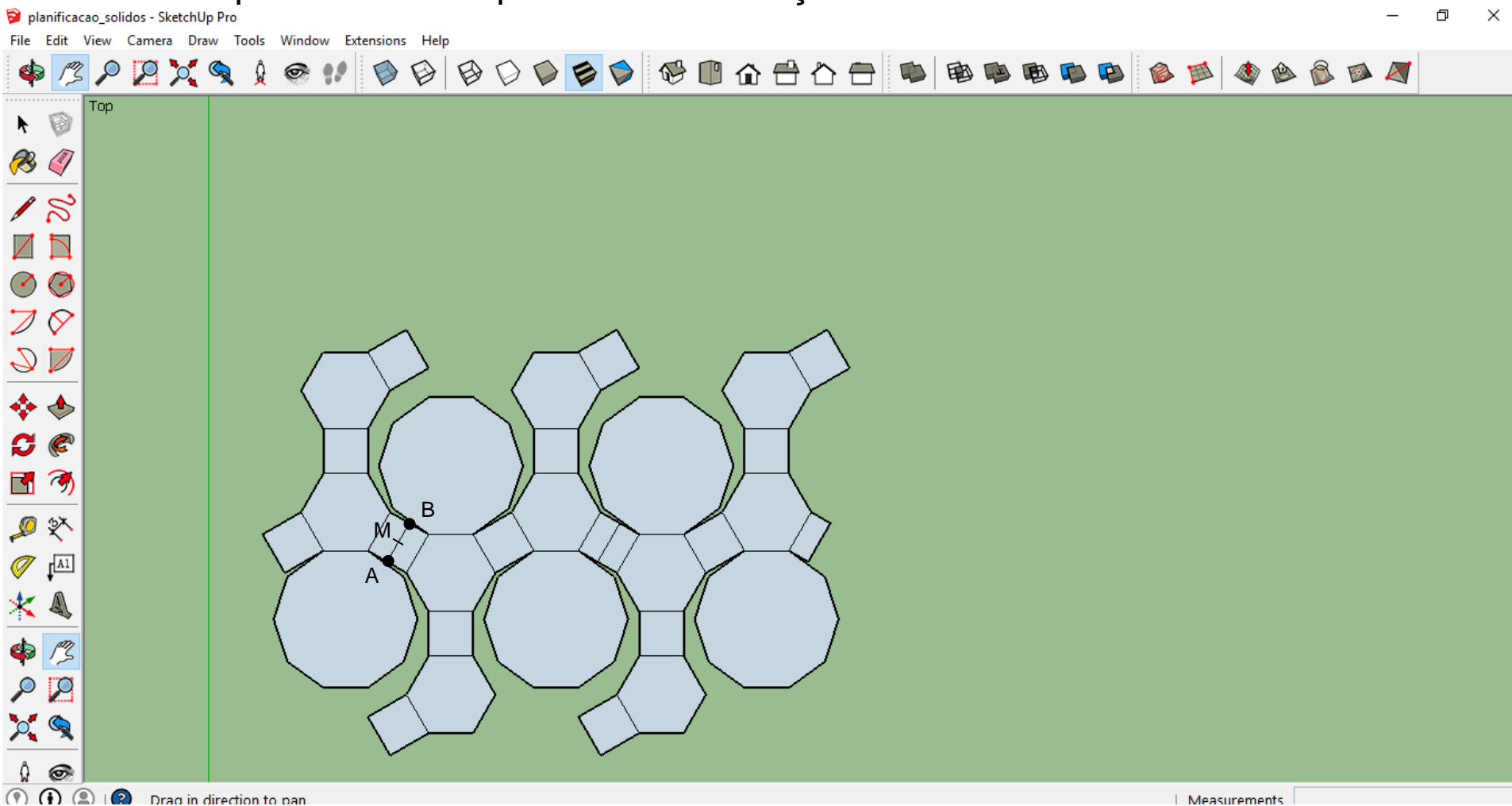
Para planificá-lo partiu-se do desenho de um quadrado. Foram adicionados dois hexágonos, um na aresta superior do quadrado e outro na aresta inferior.



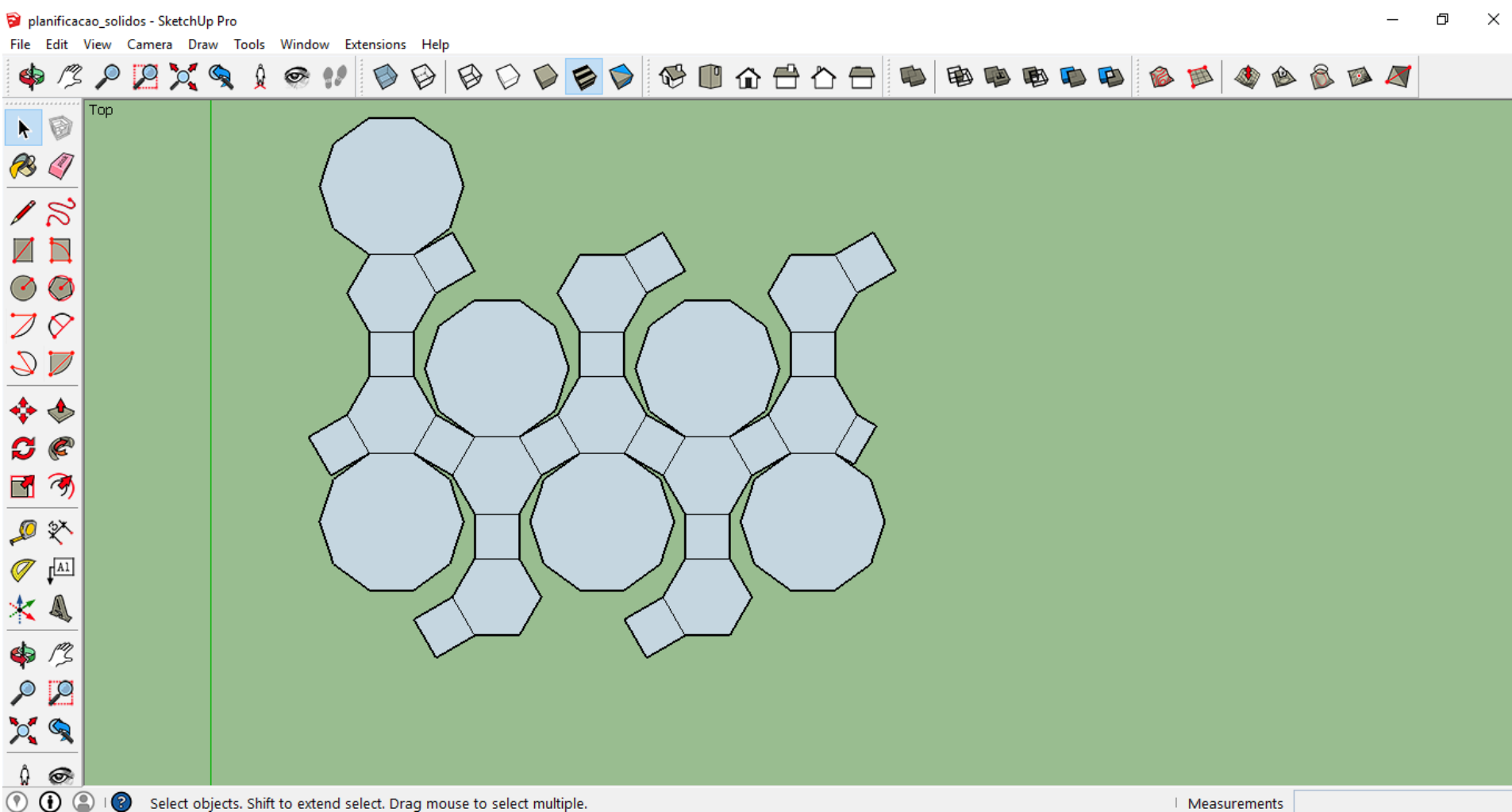
Ao hexágono superior foi acrescentado um quadrado na aresta superior direita e ao hexágono inferior foram acrescentados um quadrado, um decágono e meio quadrado, conforme a figura abaixo.



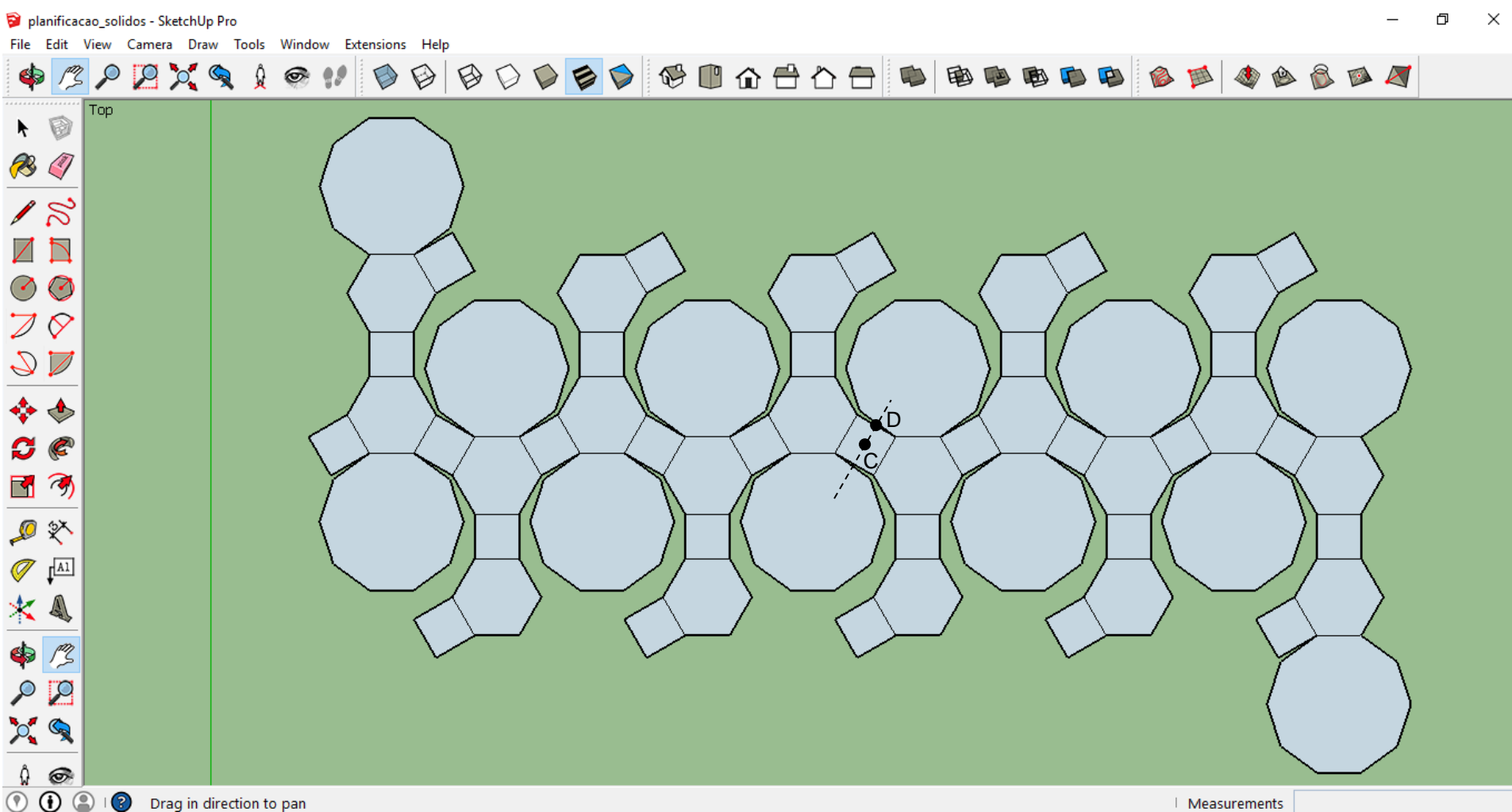
O conjunto de polígonos foi rotacionado 180° partindo do ponto médio (M) do segmento AB para o vértice B. A ação foi repetida três vezes, sempre usando o centro do quadrado como ponto fixo da rotação.



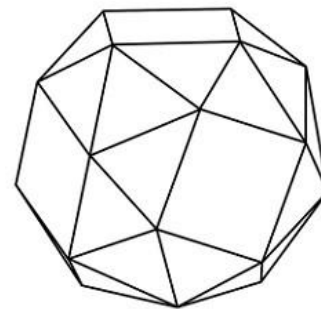
Ao primeiro conjunto de polígonos foi acrescentado um decágono. As arestas comuns aos meios quadrados foram excluídas.



O conjunto de polígonos foi rotacionado 180° e copiado partindo do ponto C (centro do quadrado) para o ponto D.

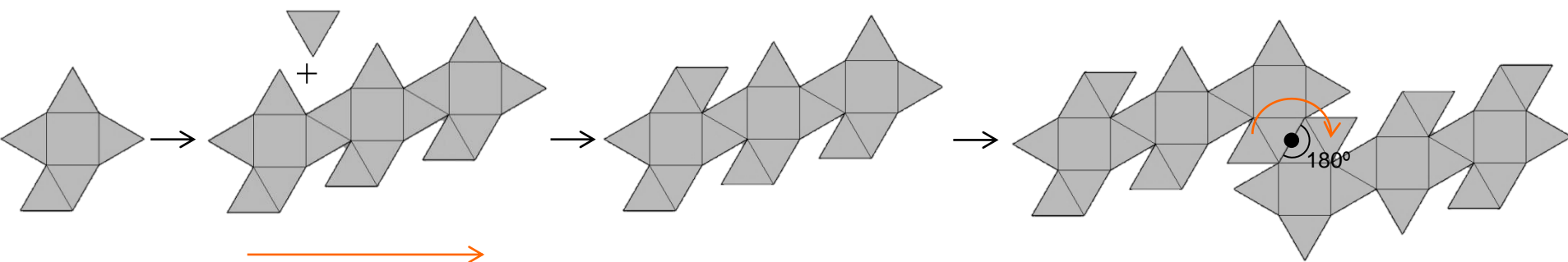


Cubo achatado

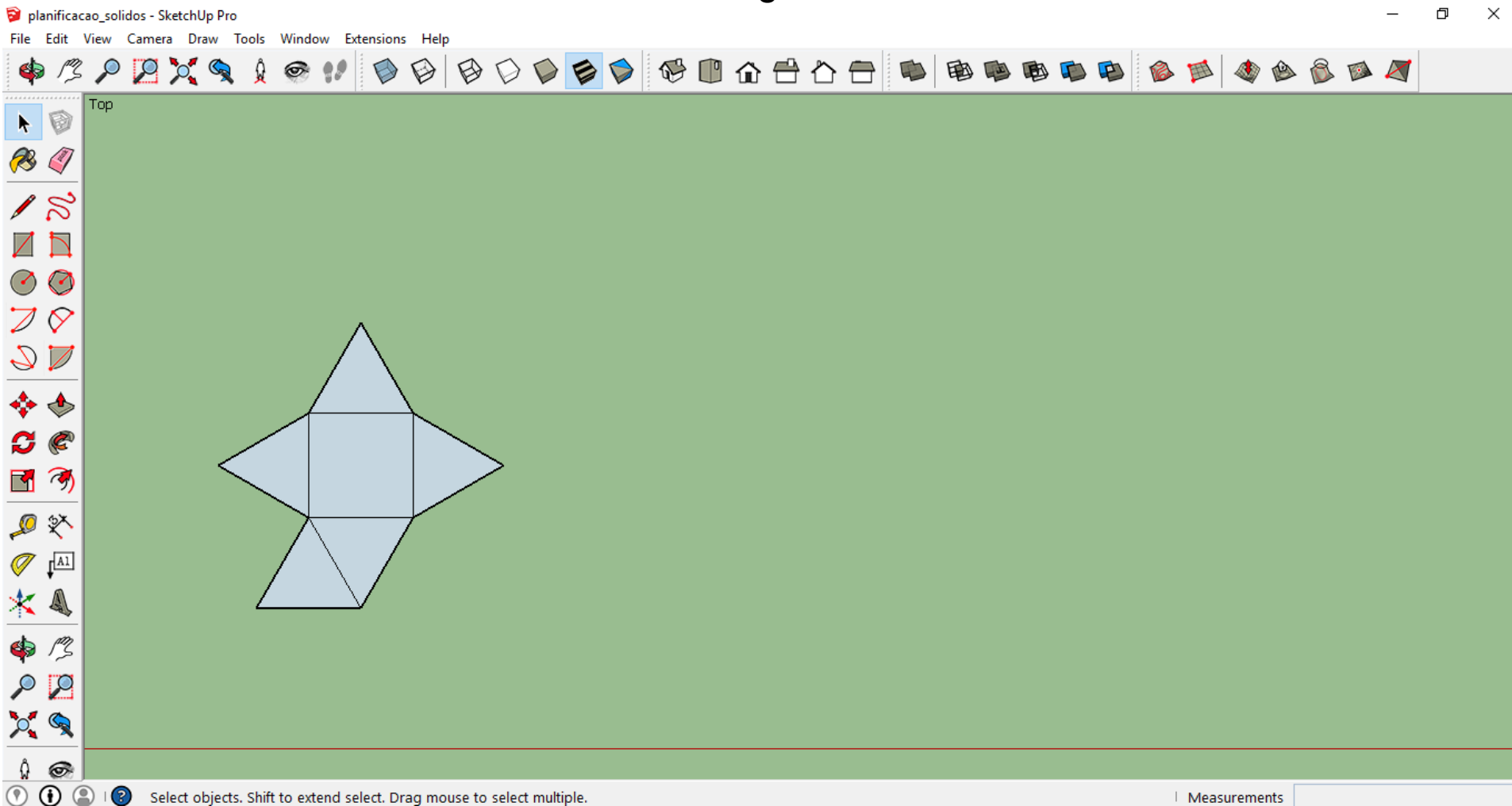


O cubo achatado é um sólido arquimediano formado por **32 triângulos equiláteros** e **6 quadrados**, **30 arestas** e **24 vértices**. Em cada vértice há o encontro de 1 quadrado e 4 triângulos.

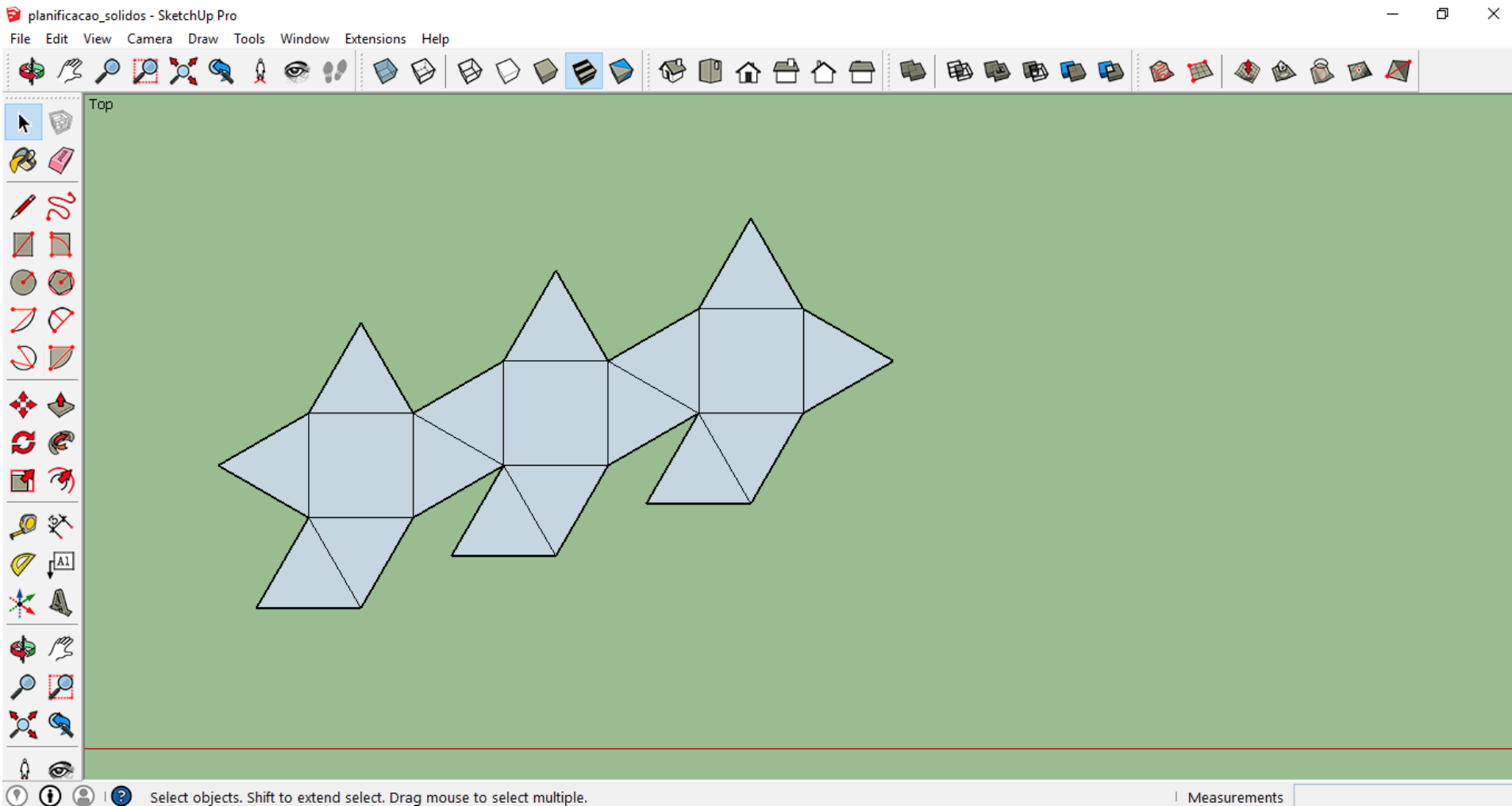
Sua planificação pode ser realizada através de uma simetria de friso: **TRANSLAÇÃO** $F_1 = \langle T_a \rangle$, seguida da adição de um polígono e **TRANSLAÇÃO + ROTAÇÃO** $F_2 = \langle T_a, G_A \rangle$



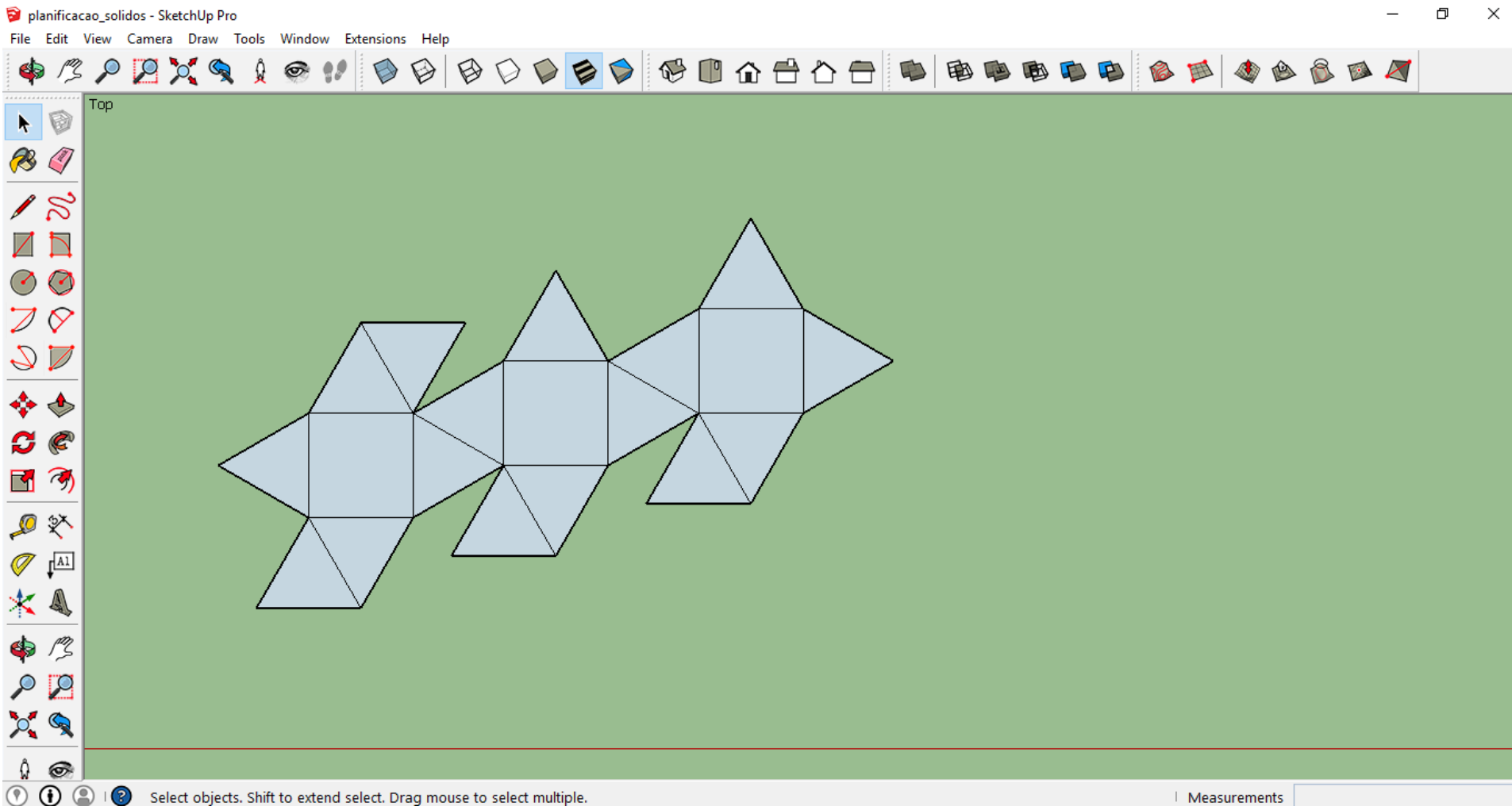
Para planificá-lo partiu-se do desenho de um quadrado. Foram adicionados triângulos equiláteros a cada uma de suas arestas. À esquerda do triângulo da aresta inferior foi acrescentado outro triângulo.



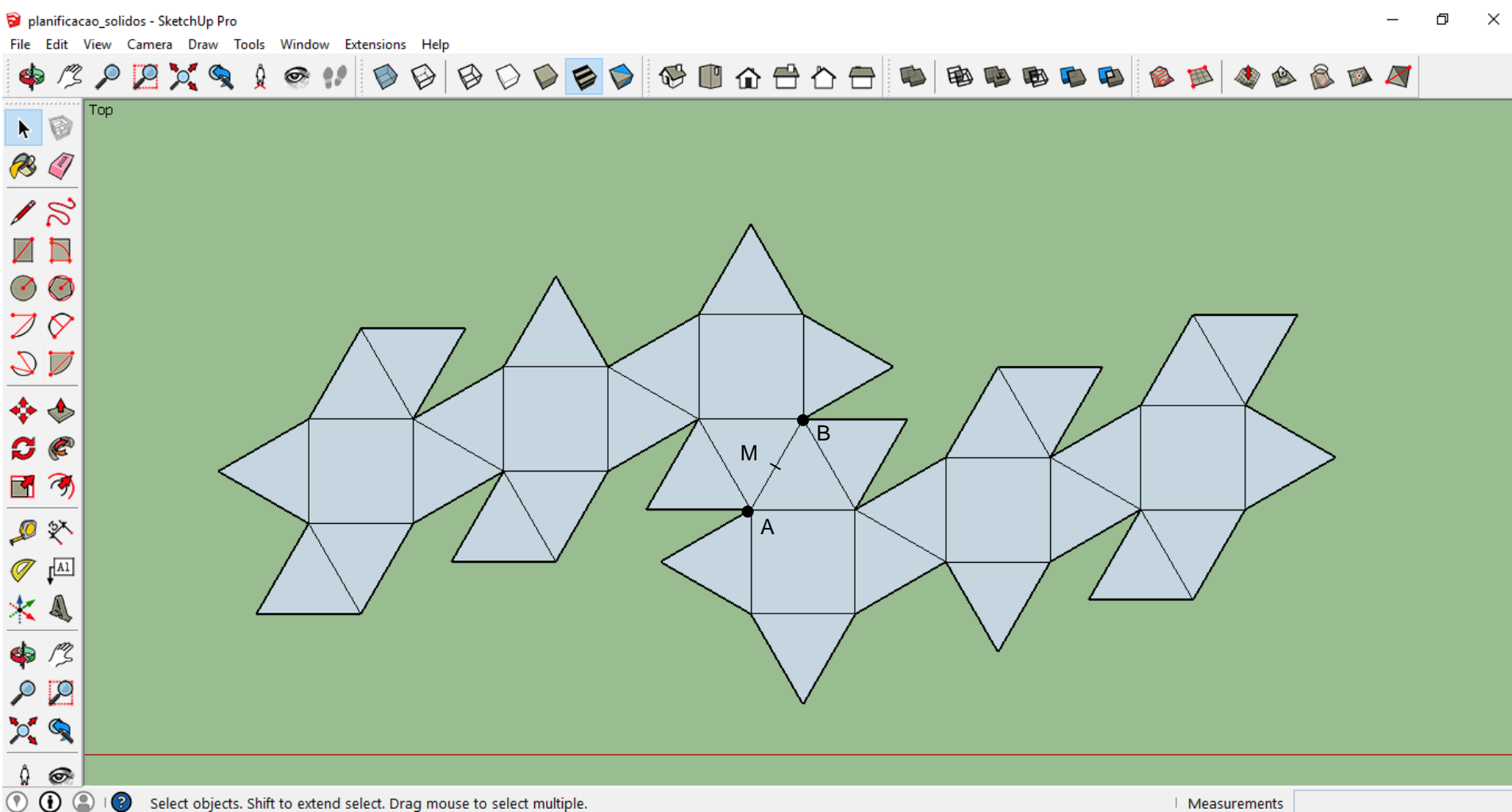
O conjunto de polígonos movido e copiado duas vezes.



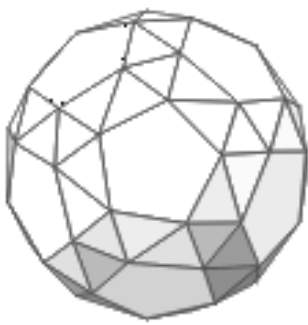
À direita do triângulo superior do primeiro conjunto de polígonos foi acrescentado um triângulo.



O conjunto de polígonos foi rotacionado 180° e copiado partindo do ponto médio (M) do segmento AB para o vértice B.

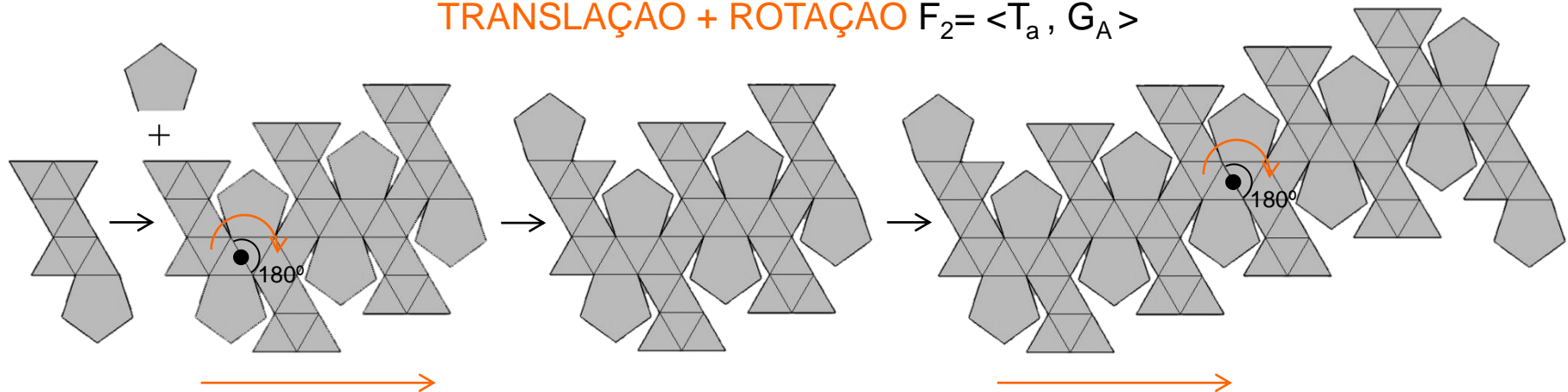


Dodecaedro achatado

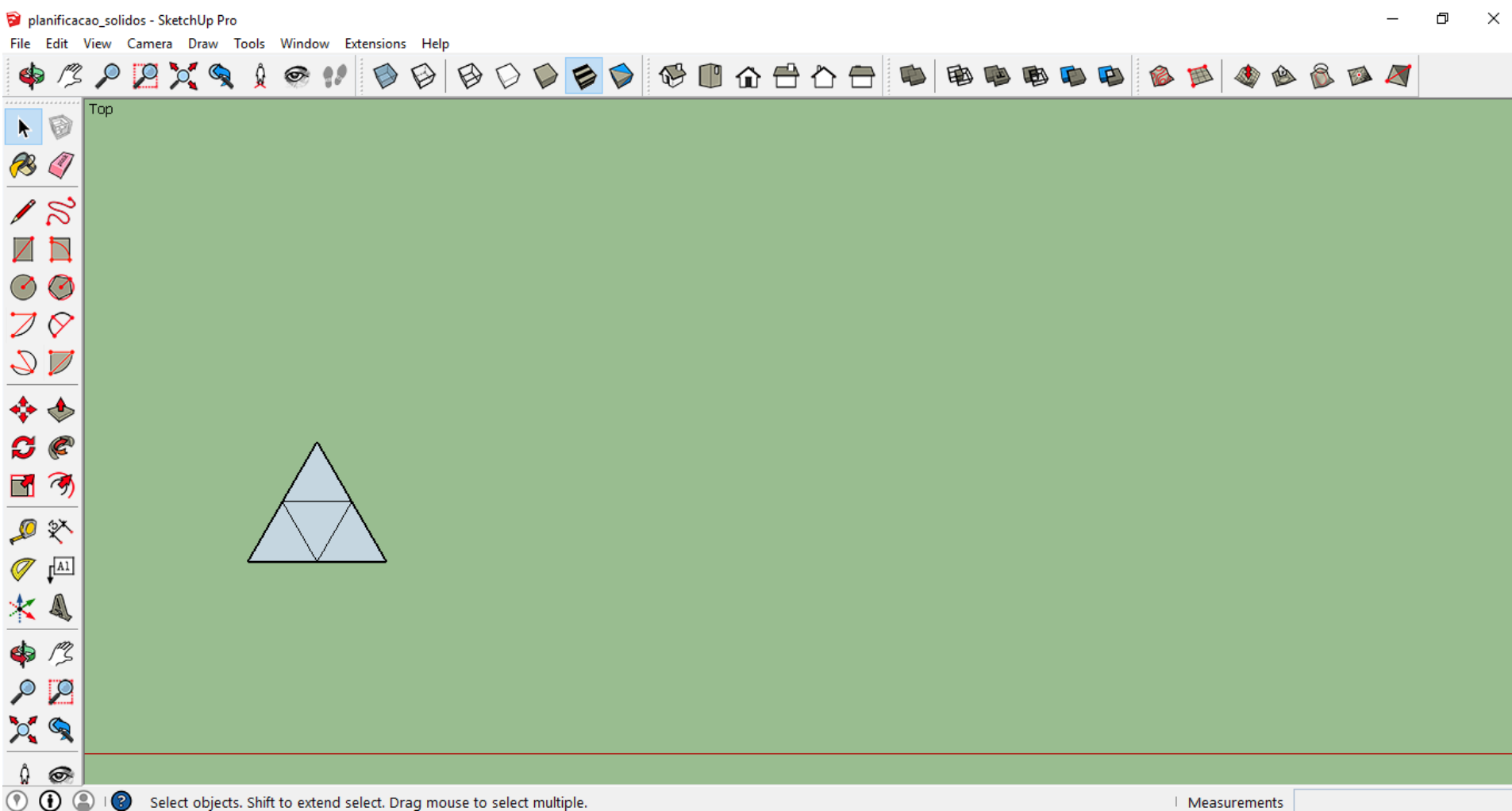


O dodecaedro achatado é um sólido arquimediano formado **por 80 triângulos equiláteros e 12 pentágonos, 150 arestas e 60 vértices**. Em cada vértice há o encontro de 1 pentágono e 4 triângulos.

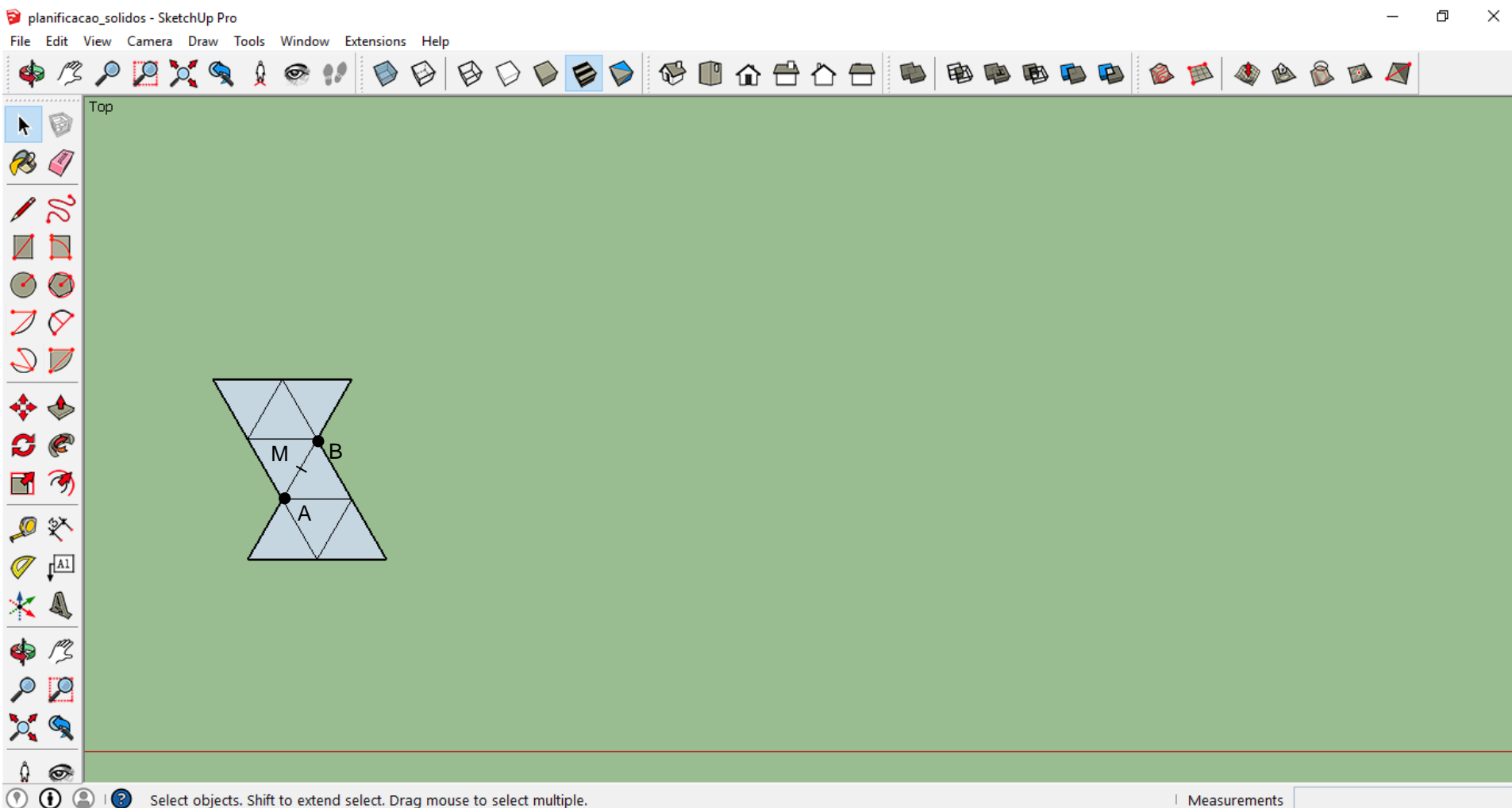
Sua planificação pode ser realizada através de uma simetria de friso: **TRANSLAÇÃO + ROTAÇÃO** $F_2 = \langle T_a, G_A \rangle$, seguida da adição de um polígono e novamente **TRANSLAÇÃO + ROTAÇÃO** $F_2 = \langle T_a, G_A \rangle$



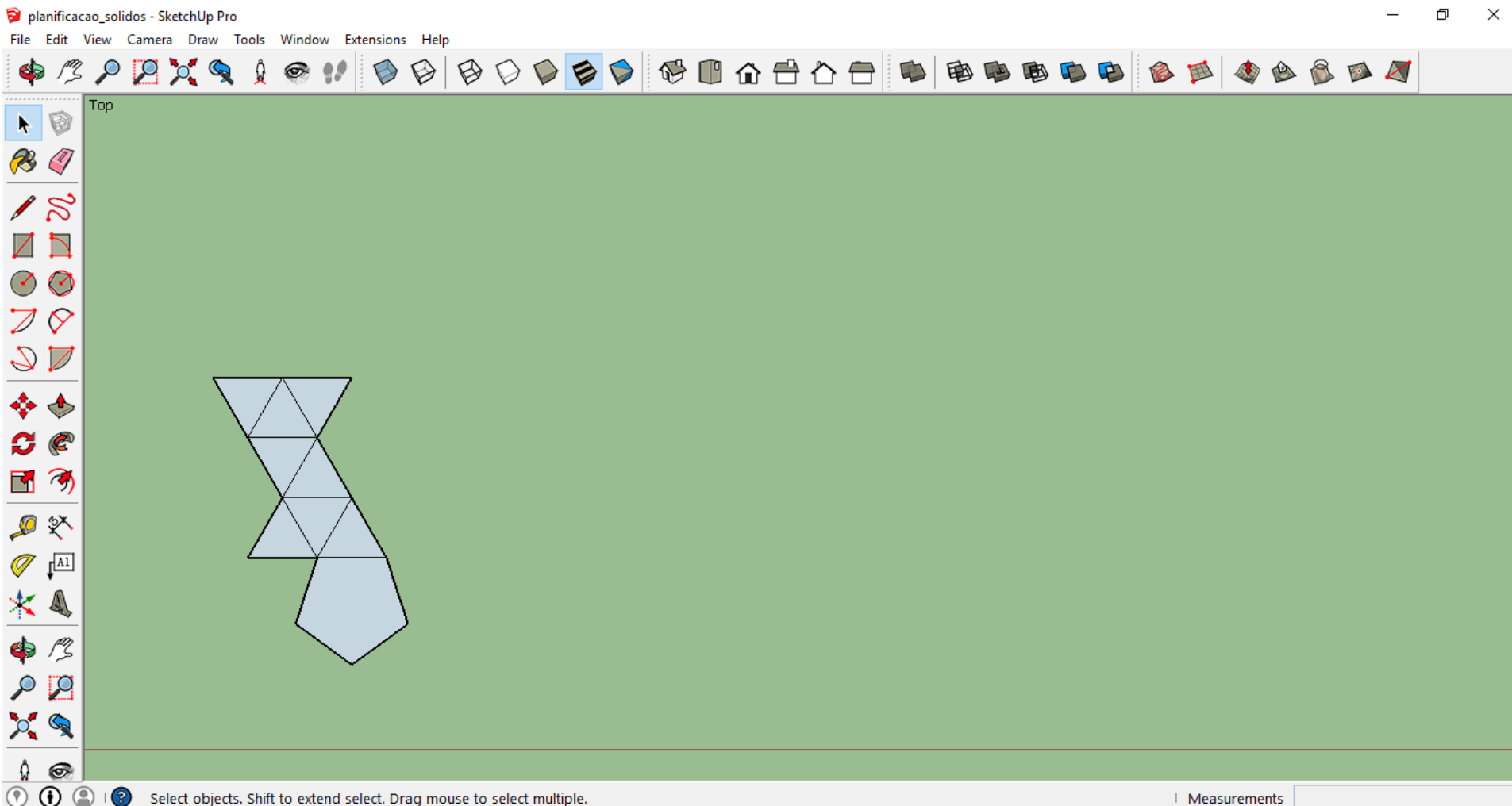
Para planificá-lo partiu-se do desenho de um triângulo equilátero. Foi acrescentado um triângulo a cada aresta do triângulo inicial.



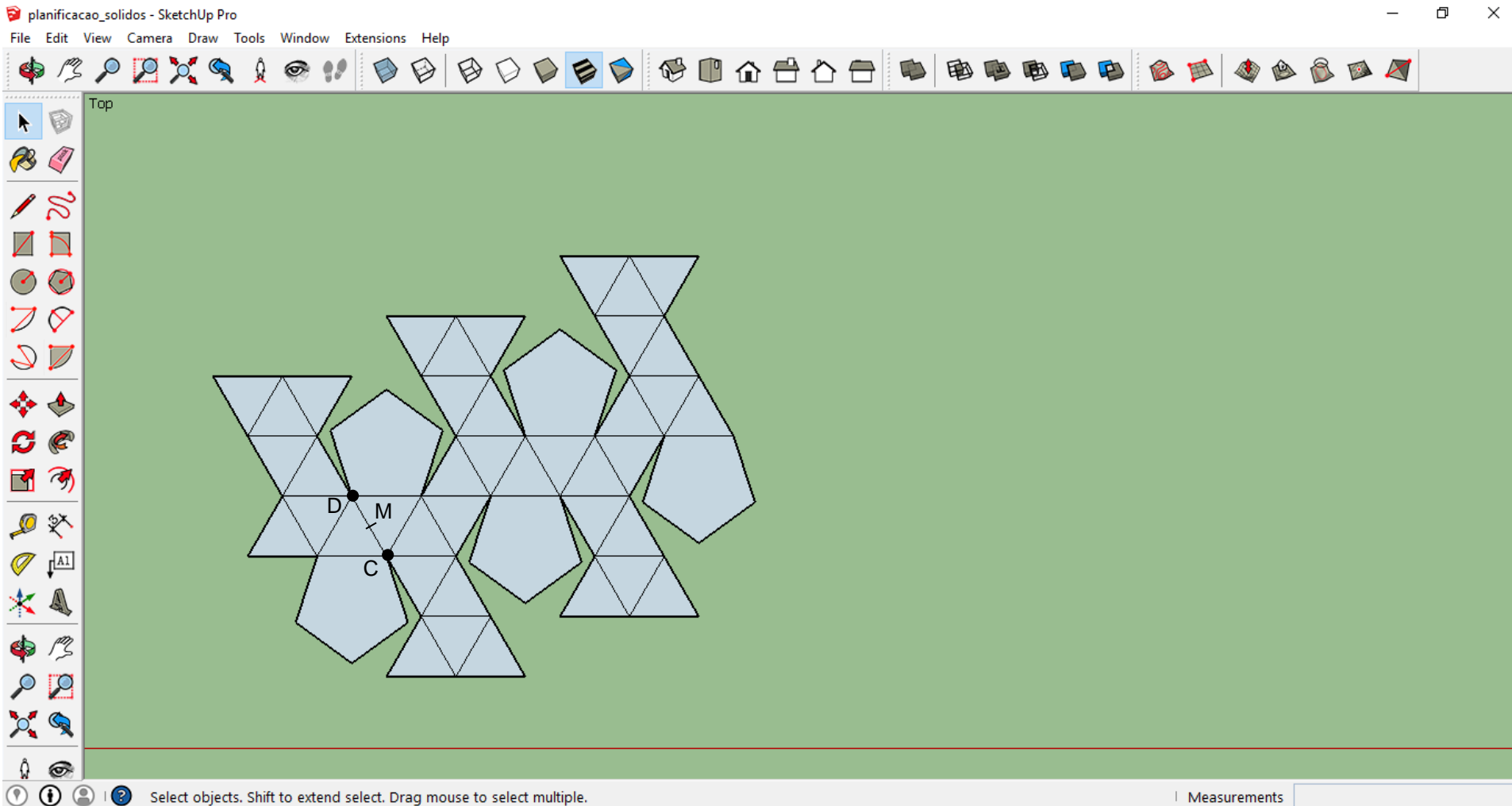
Os quatros triângulos foram rotacionados 180° e copiados, partindo do ponto médio (M) do segmento AB para o vértice B.



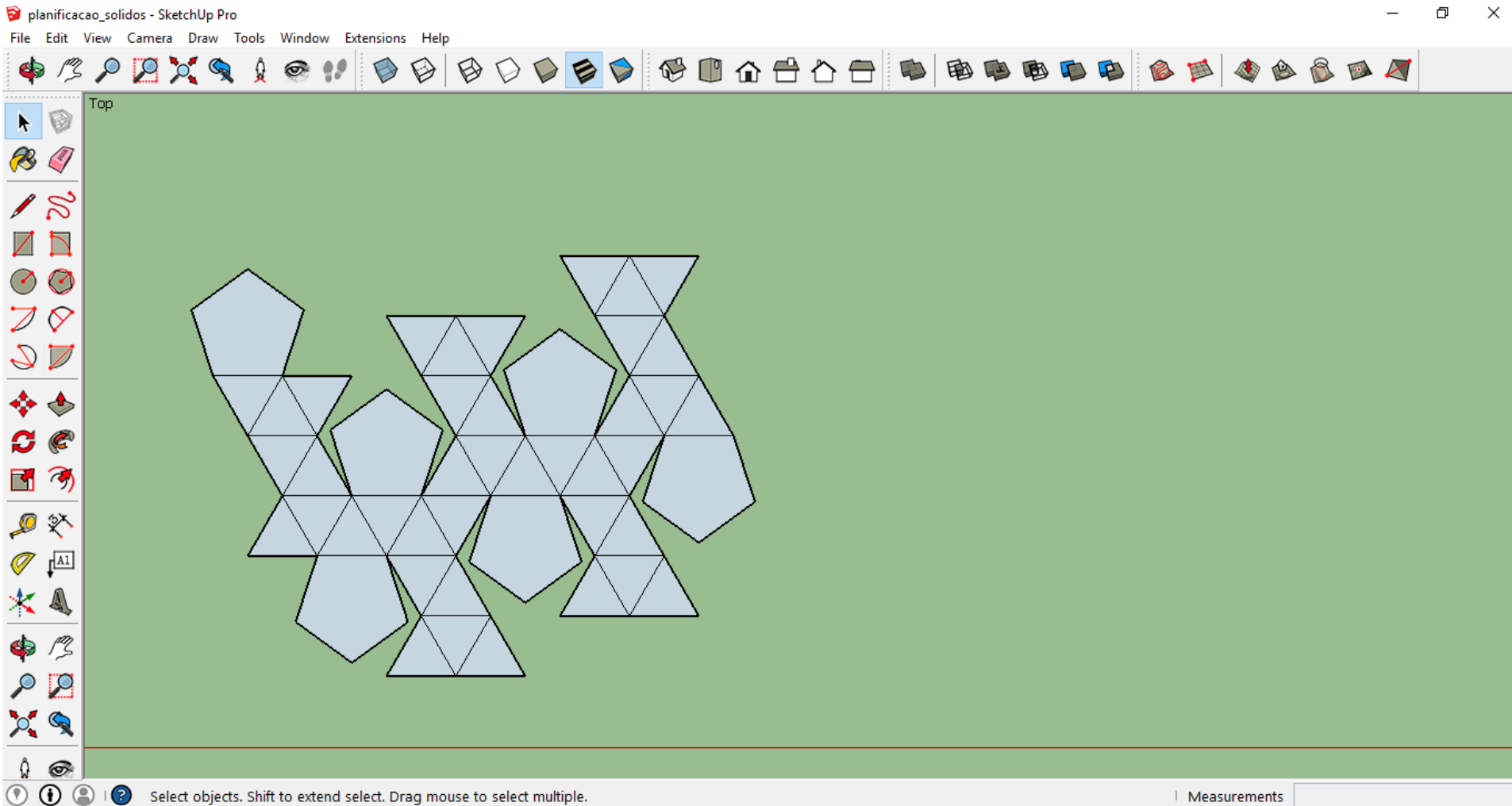
Foi acrescentado um pentágono à parte inferior do triângulo à direita do primeiro conjunto.



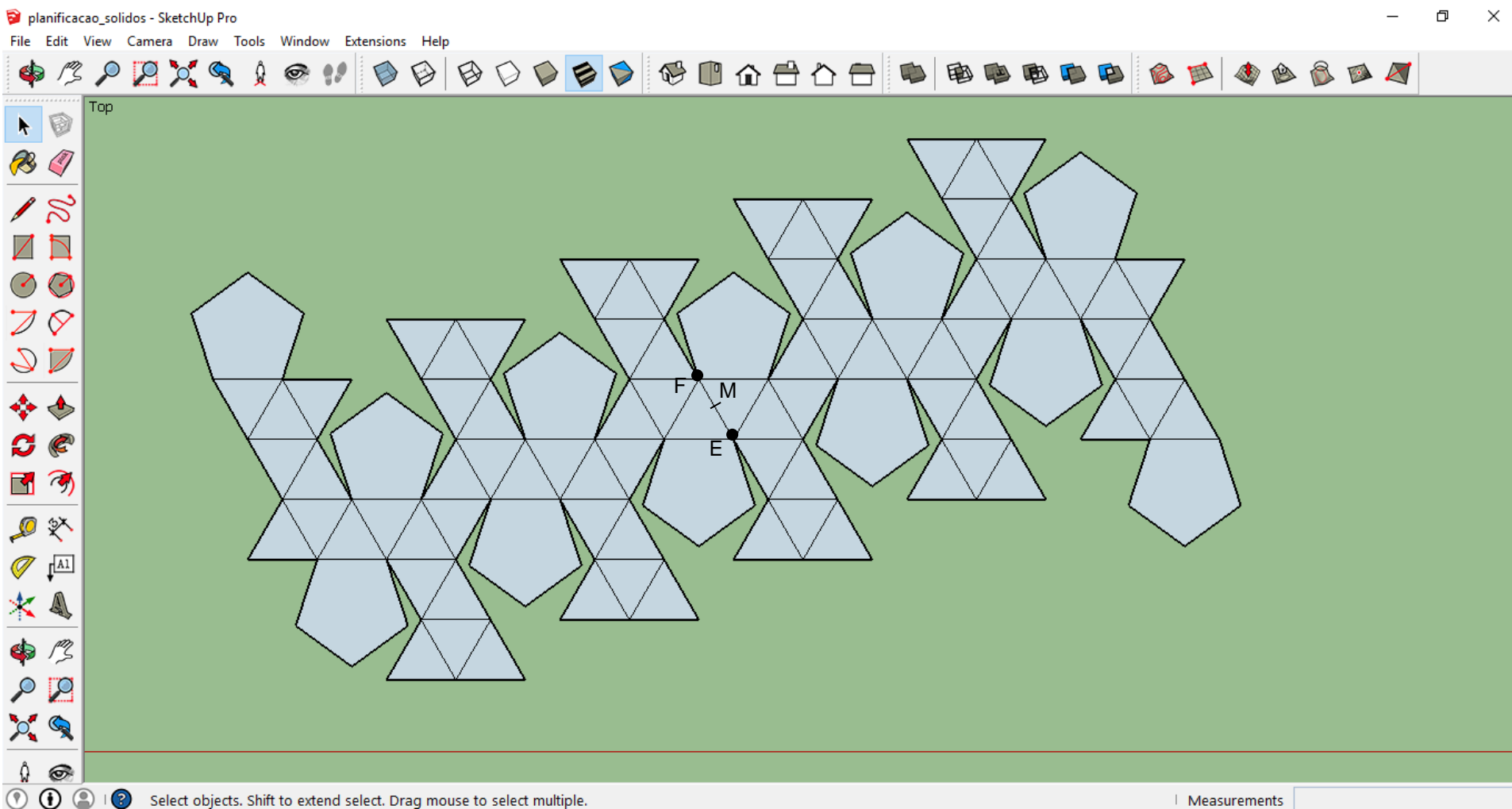
O conjunto foi rotacionado 180° e copiado partindo do ponto médio (M) do segmento CD para o vértice C. A ação se repetiu mais três vezes.



Foi acrescentado um pentágono à parte superior do triângulo à esquerda do primeiro conjunto.



O conjunto de polígonos foi rotacionado 180° e copiado partindo do ponto médio (M) do segmento EF para o vértice F.



Referências

<http://www.uff.br/cdme/platonicos/platonicos-html/cubo-br.html>

http://www.es.iff.edu.br/poliedros/planifi_arquimedes.html