Trabalho 2 (2,0 pontos)

Álgebra Linear e Geometria Analítica

Nome: Turma:

Observações:

O trabalho deverá ser entregue no dia 24/07/13, no início da aula.

O trabalho deve ser feito manuscrito (caneta ou lápis) em folha de papel A4. Não serão aceitos trabalhos entregues em outros tipos de folhas.

O trabalho é individual e presencial.

1) Resolva os sistemas de equações lineares:

a) $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ -x + 3y + z = 5 \\ 3x + y + 7z = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -w + 3x - 2y + 4z = 0 \\ 2w - 6x + y - 2z = -3 \\ w - 3x + 4y - 8z = 2 \end{cases}$

2) Escreva B como combinação linear de A_1 e A_2 (e A_3), se possível:

a) $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) a) $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

3) Encontre X, sabendo que $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$:

a) $2X = A - B$

b) $2(A - B + X) = 3(X - A)$

4) Determine se as matrizes dadas são Linearmente Independentes:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

5) Use o método de Gauss Jordan para encontrar a inversa da matriz, se existir:

a) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

6) Calcule os determinantes, utilizando expansão de co-fatores por qualquer linha ou coluna:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -3 \end{vmatrix}$

7) Determine se o conjunto especificado é um espaço vetorial. Caso não seja, faça uma relação dos axiomas não satisfeitos:

a) O conjunto de todos os vetores $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ de $\mathbb{R}^2$ com $x \geq 0$, $y \geq 0$.

b)$\mathbb{R}^2$, com a operação usual de multiplicação por escalar, mas com adição de matrizes definidas por $\begin{bmatrix} w \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w+y+1 \\ x+z+1 \end{bmatrix}$.

8) Determine se W é um subespaço de V:

a) $V = \mathbb{R}^3$, $W = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ a \end{bmatrix} \right\}$

b)$V = M_{22}$, $W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ b & 2a \end{bmatrix} \right\}$

c) $V = \mathcal{P}_2$, $W = \{a + bx + cx^2 : a + b + c = 0\}$

9) Dentre as transformações $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, definidas pelas seguintes leis, verificar quais são lineares:

a) $T(x, y) = (x - 3y, 2x + 5y)$

b) $T(x, y) = (y - x, 0)$

c) $T(x, y) = (x + 1, y)$

d) $T(x, y) = (x^2, y^2)$

10) Verificar quais transformações são lineares:

a) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $T(x, y) = (x - y, 3x, -2y)$

b) a) $T : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $T(x) = (x, 2)$

c) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $T(x, y) = x$

d) a) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $T(x, y) = xy$

11) Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $T(x, y) = (2x + y, 4x + 2y)$.

a) $(-1, 2)$ pertence a $N(T)$? e $(2, -3)$?

b) $(2, 4)$ pertence a $Im(T)$? e $(-1, 3)$?

12) Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $T(-2, 3) = (-1, 0, 1)$ e $T(1, -2) = (0, -1, 0)$.

a) Determine $T(x, y)$

b) Determine $N(T)$ e $Im(T)$.

c) T é injetora? E sobrejetora?

13) Suponha que T seja uma transformação linear. Determine a matriz canônica de T.

a) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $T(1, 0) = (4, -1, 2)$ e $T(0, 1) = (-5, 3, -6)$

b) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ faz uma rotação de pontos, no sentido horário, de π radianos.

c) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ é um cisalhamento vertical que aplica e_1 em $e_1 + 2e_2$, mas deixa o vetor e_2 inalterado.

d) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ é um cisalhamento horizontal que aplica e_2 em $e_2 - 3e_1$, mas deixa o vetor e_1 inalterado.