

Universidade Federal de Pelotas - UFPEL

CARLOS EDUARDO ESPINOSA

TRABALHO 1 (2,0 PONTOS)

EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Se a função f na equação $dy/dx = f(x, y)$ puder ser expressa como uma função só de y/x , então a equação é dita homogênea. Tais equações sempre podem ser transformadas em equações homogêneas de primeira ordem.

1) Considere a equação

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y - 4x}{x - y}.$$

a) Mostre que a equação é homogênea, ou seja, pode ser colocada na forma

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(y/x) - 4}{1 - (y/x)}.$$

b) Introduza uma nova variável dependente v de modo que $v = y/x$, ou $y = xv(x)$. Expresse dy/dx em função de x , v e dv/dx .

c) Substitua y e dy/dx na equação do item a) pelas expressões no item b) envolvendo v e dv/dx . Mostre que a equação resultante é

$$v + x \frac{dv}{dx} = \frac{v - 4}{1 - v}$$

ou

$$x \frac{dv}{dx} = \frac{v^2 - 4}{1 - v}.$$

Note que a equação acima é separável.

d) Resolva

$$x \frac{dv}{dx} = \frac{v^2 - 4}{1 - v}$$

obtendo v implicitamente como função de x .

e) Encontre a solução da equação de

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y - 4x}{x - y}$$

substituindo v por y/x na solução encontrada no item d).

Referências

- [1] BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno*. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- [2] ZILL, D.G. *Equações Diferenciais com Aplicações e Modelagens*. São Paulo: Cengage Learning, 2011.