

EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

1) Determine se as equações abaixo são exatas, se sim, encontre a solução.

a) $(2x + 3) + (2y - 2)y' = 0$

b) $(2x + 4y) + (2x - 2y)y' = 0$

c) $(\frac{y}{x} + 6x)dx + (\ln x - 2)dy = 0$

Respostas: a) $x^2 + 3x + y^2 - 2y = C$, b) não é, c) $y \ln x + 3x^2 - 2y = C$.

2) Mostre que a equação abaixo não é exata, multiplique pelo fator integrante, veja se a equação multiplicada é exata, e se sim, resolva.

a) $x^2y^3 + x(1 + y^2)y' = 0$, $\mu(x) = \frac{1}{xy^3}$

Respostas: a) $x^2 + 2 \ln y - y^{-2} = C$; $y = 0$

3) Encontre a solução do PVI e escreva o comportamento da mesma quando o tempo for para o infinito ($t \rightarrow \infty$).

a) $y'' + y' - 2y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$

b) $4y'' - y = 0$, $y(-2) = 1$, $y'(-2) = -1$

c) $y'' + 3y = 0$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 3$

Respostas: a) $y = e^t$, $y \rightarrow \infty$ b) $-(1/2)e^{(t+2)/2} + (3/2)e^{-(t+2)/2}$, $y \rightarrow \infty$,
c) $-1 - e^{-3t}$, $y \rightarrow -1$

4) Encontre o Wronskiano do par de funções abaixo:

a) $\{e^{2t}, e^{-3t/2}\}$

b) $\{x, xe^x\}$

Respostas: a) $-(7/2)e^{t/2}$, b) x^2e^x

5) Use a fórmula de Euler para escrever a expressão dada na forma $m + ni$:

a) e^{1+2i}

b) $e^{\pi i}$

Respostas: a) $e \cos 2 + ie \sin 2$, b) -1

6) Encontre a solução do PVI e escreva o comportamento da mesma quando o tempo aumenta.

a) $y'' + 4y = 0$, $y(0) = 0$ $y'(0) = 1$

b) $y'' + 4y' + 5y = 0$, $y(0) = 1$ $y'(0) = 0$

c) $y'' - 2y' + 5y = 0$, $y(\pi/2) = 0$ $y'(\pi/2) = 2$

Respostas: a) $y = (1/2) \sin 2t$, oscilação regular, b) $y = e^{-2t}(\cos t + 2 \sin t)$,
oscilação decrescente, c) $y = -e^{t-\pi/2} \sin 2t$, oscilação crescente.

7) Encontre a solução do PVI e escreva o comportamento da mesma quando o tempo aumenta.

a) $9y'' - 12y' + 4y = 0$, $y(0) = 2$ $y'(0) = -1$

b) $y'' - 6y' + 9y = 0$, $y(0) = 0$ $y'(0) = 2$

c) $9y'' + 6y' + 82y = 0$, $y(0) = -1$ $y'(0) = 2$

Respostas: a) $y = 2e^{2t/3} - (7/3)te^{2t/3}$, $y \rightarrow -\infty$, b) $y = 2te^{3t}$, $y \rightarrow \infty$,
c) $y = -e^{-t/3} \cos 3t + (5/9)e^{-t/3} \sin 3t$, $y \rightarrow 0$.

Referências

- [1] BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno*. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- [2] ZILL, D.G. *Equações Diferenciais com Aplicações e Modelagens*. São Paulo: Cengage Learning, 2011.