LISTA DE EXERCÍCIOS 06

Disciplina: Cálculo Operacional **Prof. Germán Suazo**

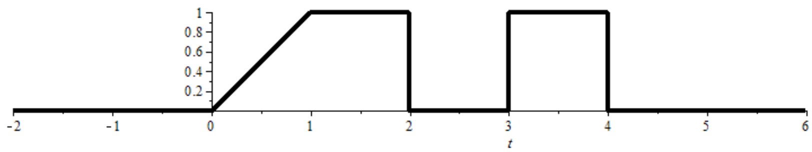
1. Calcule a transformada de Laplace de cada função a seguir:

   a. $f(t)=\begin{cases}0, & t<1,\\ t^2-2t+2, & t\geq 1,\end{cases}$

   b. $f(t)=t\cdot u(t)-(t-1)\cdot u(t-2)-u(t-3)$;

   c. $f(t)=\cos(t)\cdot\big(u(t)-u(t-2\pi)\big)-u(t-3\pi)$;

   d.



   e. $f(t)=t^2e^{-3t}\cos(t)$;

   f. $f(t)=\dfrac{e^{3t}-1}{t}$;

   g. $f(t)=\dfrac{1-\cos(t)}{t}$;

   h. $f(t)=t^2e^{-t}\cos^2(t)$;

   i. $f(t)=\dfrac{\text{sen(t)}}{\text{t}}$;

   j. $f(t)=\dfrac{\text{e}^{\text{t}}-e^{-t}}{\text{t}}$.

2. Calcule as transformadas inversas de Laplace das funções a seguir:

   a. $\dfrac{s^2-26s-47}{(s-1)(s+2)(s+5)}$;

   b. $\dfrac{-2s^2-3s-2}{s(s+1)^2}$;

   c. $\dfrac{-2s^2+8s-14}{(s+1)(s^2-2s+5)}$;

   d. $\dfrac{3s^2+5s+3}{s^4+s^3}$;

   e. $\dfrac{1}{(s-3)^2(s^2+2s+2)}$;

   f. $\dfrac{s}{(s^2+1)^2}$;

   g. $\dfrac{1}{(s^2+1)^2}$;

   h. $\ln\left(\dfrac{s-2}{s+2}\right)$;

   i. $\ln\left(\dfrac{s^2+1}{s^2+4}\right)$;

j. $\arctan\left(\dfrac{3}{s+2}\right)$.

3. Mediante a transformada de Laplace, resolva os seguintes PVI:
   a. $x''+x=\begin{cases}1, & 0\le t<\pi/2,\\ 0, & \pi/2<\text{t},\end{cases}$ $\quad x(0)=0$, $x'(0)=1$;
   b. $x''+4x=\text{sen}(t)-u(t-2\pi)\cdot\text{sen}(t-2\pi)\quad x(0)=0$, $x'(0)=0$;
   c. $x''+3x'+2x=u(t-2)\quad x(0)=0$, $x'(0)=1$;
   d. $x''+4x=u(t-\pi)-u(t-3\pi)\quad x(0)=0$, $x'(0)=0$;
   e. $x^{(iv)}-x=u(t)$, $x(0)=0$, $x'(0)=0$, $x''(0)=0$, $x'''(0)=0$;
   f. $x^{(iv)}-x=f(t)$, $x(0)=0$, $x'(0)=0$, $x''(0)=0$, $x'''(0)=0$, onde $f(t)$ é uma função contínua.
4. Um certo sistema massa-mola-amortecedor satisfaz o problema de valor inicial $x''+\frac{1}{4}x'+x=k\cdot g(t)$, $x(0)=x'(0)=0$, onde $g(t)=u(t-3/2)-u(t-5/2)$ e $k>0$ é um parâmetro.
   a. Resolva o PVI.
   b. Grafique a solução para $k=1/2$, $k=1$ e $k=2$ e descreva as características principais da solução e como depende de k.
5. Resolva os seguintes PVI:
   a. $x''+2x'+2x=\delta(t-\pi)$, $x(0)=1$, $x'(0)=0$;
   b. $x''+3x'+2x=\delta(t-5)+u(t-10)$, $x(0)=0$, $x'(0)=1$;
   c. $x''+2x'+3x=\text{sen}(t)+\delta(t-3\pi)$, $x(0)=0$, $x'(0)=0$;
   d. $x''+x=\delta(\text{t}-2\pi)$, $x(0)=0$, $x'(0)=0$;
   e. $x^{(iv)}-x=\delta(t)+\delta(t-1)$, $x(0)=0$, $x'(0)=0$, $x''(0)=0$, $x'''(0)=0$.
6. Considere os PVI a seguir. Encontre a função de transferência $H(s)$, a função de resposta ao impulso $h(t)$ e a solução do PVI:
   a. $x''+9x=g(t)$, $x(0)=2$, $x'(0)=-3$;
   b. $x''-x'-6x=g(t)$, $x(0)=1$, $x'(0)=8$;
   c. $x''-2x'+5x=g(t)$, $x(0)=0$, $x'(0)=2$;
7. Mediante a transformada de Laplace, resolva os PVI a seguir:
   a. $x''+2x'-3x=\delta(t-1)-\delta(t-2)$, $x(0)=2$, $x'(0)=-2$;
   b. $x''-x=4\delta(t-2)+t^2$, $x(0)=0$, $x'(0)=-2$;
   c. $x''+x=\delta(t-\pi)+\delta(t-2\pi)$, $x(0)=0$, $x'(0)=1$;
8. Usando a transformada de Laplace, resolva os seguintes sistemas de EDO:
   a. $\begin{cases}x'=3x-2y, & x(0)=1,\\ y'=-2x+3y, & y(0)=1;\end{cases}$
   b. $\begin{cases}x'=x-y, & x(0)=-1,\\ y'=2x+4y, & y(0)=0;\end{cases}$
   c. $\begin{cases}x'+y=1-u(t-2), & x(0)=0,\\ x+y'=0, & y(0)=0;\end{cases}$
   d. $\begin{cases}x'-2x+y'=-(\cos(t)+4\text{sen}(t)), & x(\pi)=0,\\ 2x+y'+y=\text{sen}(t)+3\cos(t), & y(\pi)=3;\end{cases}$
   e. $\begin{cases}x''+2y'=-x, & x(0)=2,\quad x'(0)=-7,\\ -3x''+2y''=3x-4y, & y(0)=4,\quad y'(0)=-9.\end{cases}$