LISTA DE EXERCÍCIOS 04

Disciplina: Cálculo Operacional **Prof. Germán Suazo**

Na lista a seguir, o número complexo z sempre será expresso como $z = x + i\,y$, com x e y números reais. Vale o mesmo para números complexos z_1, z_2, etc.

1. Encontre o módulo e argumento dos seguintes números complexos:
   a. $z = \dfrac{-2}{1+i\sqrt{3}}$;
   b. $z = \dfrac{i}{-2-2i}$;
   c. $z = \left(\sqrt{3}-i\right)^8$.
2. Em cada caso a seguir, identificar o conjuntos de pontos (x, y) determinado pela condição:
   a. $|z-i| = 1$;
   b. $\mathrm{Re}(\overline{z}-i) = 3$;
   c. $|z-i| = |z+i|$.
3. Use a forma polar para calcular os seguintes números complexos:
   a. $i(1-i\sqrt{3})(\sqrt{3}+i)$;
   b. $(-1+i)^{20}$;
   c. $(1+i\sqrt{3})^{-20}$
4. Em cada caso encontre todas as raízes e desenhe-as geometricamente:
   a. $(2i)^{1/2}$;
   b. $(-i)^{1/3}$;
   c. $(-1)^{1/4}$;
   d. $8^{1/6}$.
5. Use a fórmula de De Moivre para expressar:
   a. $\cos(3\theta)$, em termos de $\mathrm{sen}(\theta)$ e $\cos(\theta)$;
   b. $\mathrm{sen}(3\theta)$, em termos de $\mathrm{sen}(\theta)$ e $\cos(\theta)$.
6. Verifique que $1 + z + z^2 + \cdots + z^n = \dfrac{1-z^{n+1}}{1-z}$.
7. Usando a igualdade no exercício 6, determine as somas a seguir:
   a. $1 + \cos(\theta) + \cos(2\theta) + \cdots + \cos(n\theta)$;
   b. $\mathrm{sen}(\theta) + \mathrm{sen}(2\theta) + \cdots + \mathrm{sen}(n\theta)$;
8. Usando a igualdade no exercício 6, determine o valor de $1 + z + z^2 + \cdots + z^n$, sendo z qualquer raiz n-ésima da unidade diferente da unidade.
9. Usando as igualdades $\cos(\theta) = \dfrac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$ e $\mathrm{sen}(\theta) = \dfrac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$, calcule expressões para $\mathrm{sen}(A)\cdot\mathrm{sen}(\mathrm{B})$, $\mathrm{sen}(A)\cdot\cos(\mathrm{B})$ e $\cos(A)\cdot\cos(\mathrm{B})$ em termos de somas de senos e cossenos.