LISTA DE EXERCÍCIOS 01

Disciplina: Cálculo Operacional **Prof. Germán Suazo**

1. Verifique se as funções dadas são soluções das equações diferenciais:
   a. $y = \dfrac{\text{sen}(x)}{x}$, $xy' + y = \cos(x)$;
   b. $y = 2 + c\sqrt{1+x^2}$, $(1-x^2)y' + xy = 2x$;
   c. $y = e^x \int_0^x e^{t^2}\,dt + ce^x$, $y' - y = e^{x+x^2}$;
   d. $y = x\int_0^x \dfrac{\text{sen}(t)}{t}\,dt$, $xy' = y + x\,\text{sen}(x)$;
   e. $\begin{cases} x = \cos(t), \\ y = \text{sen}(t), \end{cases}$ $x + yy' = 0$.
2. Verifique que as funções dadas são as soluções gerais das equações diferenciais indicadas:
   a. $y = -\dfrac{1}{3x+c}$, $y' = 3y^2$;
   b. $y = \sqrt{x^2 - cx}$, $(x^2+y^2)\,dx - 3xy\,dy = 0$;
   c. $x = ye^{cy+1}$, $y' = \dfrac{y}{x(\ln x - \ln y)}$;
   d. $y^3 = \dfrac{1}{x} + \dfrac{C}{x^3}$, $xy^2\,dy + y^3\,dx = \dfrac{dx}{x}$;
   e. $y^2 + 2cx = c^2$, $y(y')^2 + 2xy' = y + 1$;
   f. $\arctan\left(\dfrac{y}{x}\right) - \ln\left(c\sqrt{x^2+y^2}\right) = 0$; $(x+y)\,dx - (x-y)\,dy = 0$.
3. (Esta questão pode ser auxiliada pelo uso de algum recurso computacional) Aplicando o método das isóclinas, trace um esboço do campo de direções e das curvas integrais das equações diferenciais a seguir:
   a. $y' = x + 1$;
   b. $y' = y - x$;
   c. $y' = -\dfrac{y}{x}$.

Respostas:

1.
   a. É solução.
   b. É solução.
   c. É solução.
   d. É solução.
   e. Como $\begin{cases} x = \cos(t), \\ y = \text{sen}(t), \end{cases}$ temos que $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \dfrac{\cos(t)}{-\text{sen}(t)} = -\cot(t)$. Agora, substituindo na equação diferencial $x + yy' = 0$ temos que
   $$x + yy' = \cos(t) + \text{sen}(t)\cdot\left(-\cot(t)\right) = \cos(t) - \text{sen}(t)\cdot\frac{\cos(t)}{\text{sen}(t)} = \cos(t) - \cos(t) = 0$$

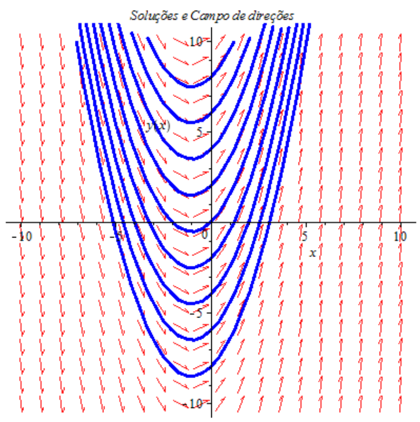
Desta maneira, é verificada que $y = y(x)$ dada de forma paramétrica, é solução da equação diferencial dada.

2.

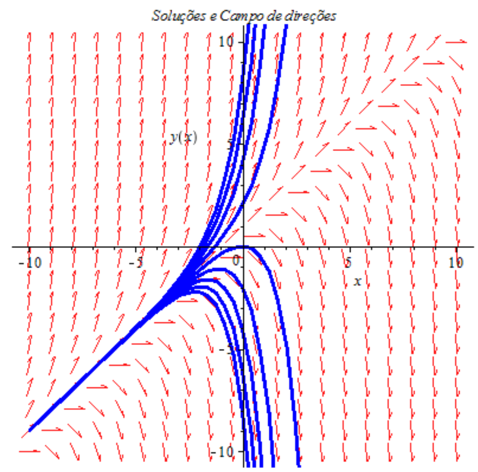
a. É solução
b. Não é solução.
c. É solução.
d. Não é solução.
e. Não é solução.
f. É solução.

3.

a.



b.



c.