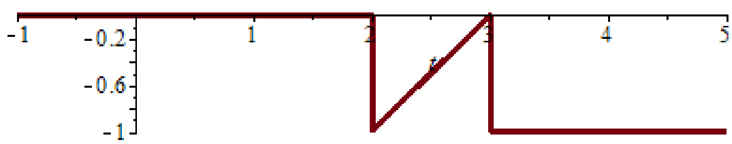
GABARITO DA LISTA DE EXERCÍCIOS 05
Disciplina: Cálculo Operacional **Prof. Germán Suazo**

1. Em cada exercício a seguir, desenhe o gráfico da função dada para
   a. $(t-3)\cdot u(t-2)-(t-2)\cdot u(t-3)$;

Solução:
Temos que dividir a reta real como segue

Intervalo	Valor da função
$t<2$	$(t-3)\cdot 0-(t-2)\cdot 0=0$
$2<t<3$	$(t-3)\cdot 1-(t-2)\cdot 0=t-3$
$3<t$	$(t-3)\cdot 1-(t-2)\cdot 1=t-3-t+2=-1$

Com essa informação, desenhamos o gráfico da função:

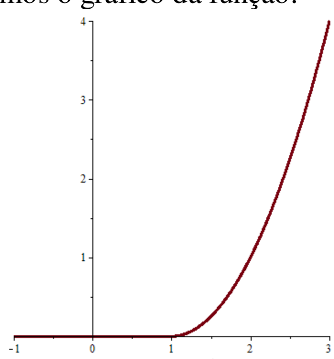


b. $(t-1)^2\cdot u(t-1)$;

Solução:
Temos que dividir a reta real como segue

Intervalo	Valor da função
$t<1$	$(t-1)^2\cdot 0=0$
$1<t$	$(t-1)^2\cdot 1=(t-1)^2$

Com essa informação, desenhamos o gráfico da função:

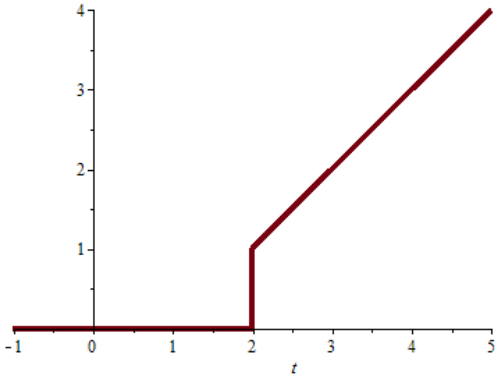


c. $(t-1)\cdot u(t-2)$;

Solução:
Temos que dividir a reta real como segue

Intervalo	Valor da função
$t<2$	$(t-1)\cdot 0=0$
$2<t$	$(t-1)\cdot 1=t-1$

Com essa informação, desenhamos o gráfico da função:



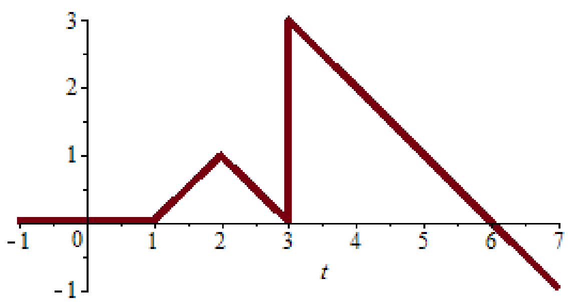
d. $(t-1)\cdot u(t-1)-2(t-2)\cdot u(t-2)+3u(t-3)$.

Solução:

Temos que dividir a reta real como segue

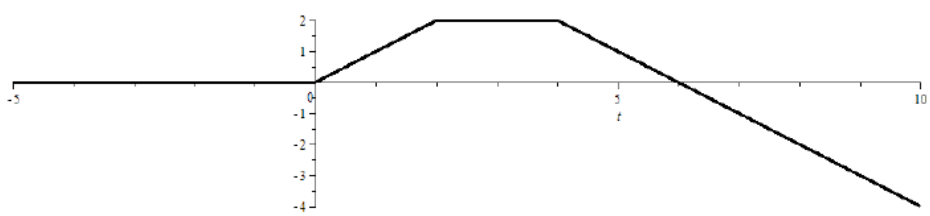
Intervalo	Valor da função
$t<1$	$(t-1)\cdot 0-2(t-2)\cdot 0+3\cdot 0=0$
$1<t<2$	$(t-1)\cdot 1-2(t-2)\cdot 0+3\cdot 0=t-1$
$2<t<3$	$(t-1)\cdot 1-2(t-2)\cdot 1+3\cdot 0=t-1-2t+4=-t+3$
$3<t$	$(t-1)\cdot 1-2(t-2)\cdot 1+3\cdot 1=t-1-2t+4+3=-t+6$

Com essa informação, desenhamos o gráfico da função:



2. Determine cada função em termos da função de Heaviside (degrau unitário):

a.



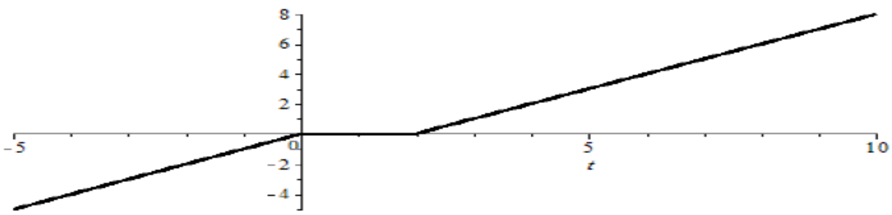
Solução:

Escrevemos a função observando os intervalos $]-\infty,0]$, $[0,2]$, $[2,4]$ e $[4,+\infty[$:

Intervalo	Valor da função
$t<0$	0
$0<t<2$	t
$2<t<4$	2
$4<t$	$-t+6$

Assim, a função pode ser escrita como $f(t)=\begin{cases} 0, & t<0, \\ t, & 0<t<2, \\ 2, & 2<t<4, \\ -t+6, & 4<t, \end{cases}$ ou utilizando a função de Heaviside: $f(t)=t\cdot[u(t)-u(t-2)]+2\cdot[u(t-2)-u(t-4)]+(-t+6)\cdot u(t-4)$.

b.



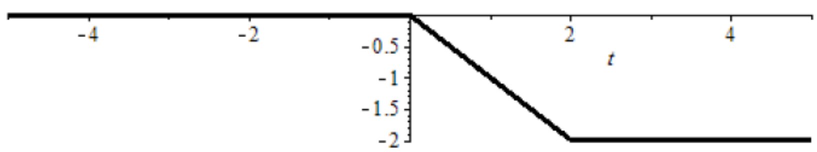
Solução:

Escrevemos a função observando os intervalos $]-\infty,0]$, $[0,2]$ e $[2,+\infty[$:

Intervalo	Valor da função
$t<0$	t
$0<t<2$	0
$2<t$	$t-2$

Assim, a função pode ser escrita como $f(t)=\begin{cases} t, & t<0, \\ 0, & 0<t<2, \\ t-2, & 2<t, \end{cases}$ ou utilizando a função de Heaviside: $f(t)=t\cdot[1-u(t)]+0\cdot[u(t)-u(t-2)]+(t-2)\cdot u(t-2)$, ou seja, $f(t)=t\cdot[1-u(t)]+(t-2)\cdot u(t-2)$

c.



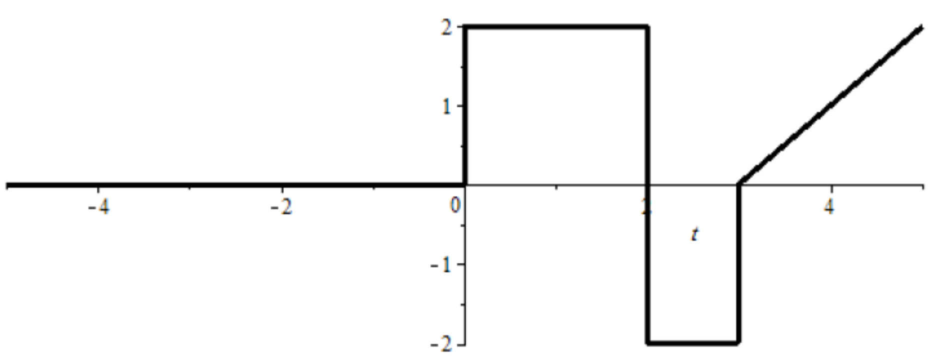
Solução:

Escrevemos a função observando os intervalos $]-\infty,0]$, $[0,2]$ e $[2,+\infty[$:

Intervalo	Valor da função
$t<0$	0
$0<t<2$	$-t$
$2<t$	-2

Assim, a função pode ser escrita como $f(t)=\begin{cases} 0, & t<0, \\ -t, & 0<t<2, \\ -2, & 2<t, \end{cases}$ ou utilizando a função de Heaviside: $f(t)=-t\cdot[u(t)-u(t-2)]-2\cdot u(t-2)$.

d.



Solução:

Escrevemos a função observando os intervalos $]-\infty,0]$, $[0,2]$, $[2,3]$ e $[3,+\infty[$:

Intervalo	Valor da função
$t<0$	0
$0<t<2$	2
$2<t<3$	-2
$3<t$	$t-3$

Assim, a função pode ser escrita como $f(t)=\begin{cases}0, & t<0,\\ 2, & 0<t<2,\\ -2, & 2<t<3,\\ t-3, & 3<t,\end{cases}$ ou utilizando a função de Heaviside: $f(t)=2\cdot[u(t)-u(t-2)]-2\cdot[u(t-2)-u(t-3)]+(t-3)\cdot u(t-3)$.

3. Calcule as seguintes integrais:

   a. $\int_{-\infty}^{\infty}\cos(2t)\,\delta(t)\,dt$;

Solução:

Temos, diretamente, que $\int_{-\infty}^{\infty}\cos(2t)\,\delta(t)\,dt=\cos(2\cdot 0)=\cos(0)=1$.

   b. $\int_{-\infty}^{\infty}\cos(2t)\,\delta(t-\pi/4)\,dt$;

Solução:

Temos, diretamente, que $\int_{-\infty}^{\infty}\cos(2t)\,\delta(t-\pi/4)\,dt=\cos\left(2\cdot\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$.

   c. $\int_{-\infty}^{\infty}\cos(2(t-\pi/4))\,\delta(t-\pi/4)\,dt$;

Solução:

Temos, diretamente, que $\int_{-\infty}^{\infty}\cos(2(t-\pi/4))\,\delta(t-\pi/4)\,dt=\cos\left(2\cdot\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4}\right)\right)=\cos(0)=1$.

   d. $\int_{-\infty}^{\infty}\operatorname{sen}(t-1)\,\delta(t-2)\,dt$;

Solução:

Temos, diretamente, que $\int_{-\infty}^{\infty}\operatorname{sen}(t-1)\,\delta(t-2)\,dt=\operatorname{sen}(2-1)=\operatorname{sen}(1)$.

   e. $\int_{-\infty}^{\infty}\operatorname{sen}(t-1)\,\delta(2t-4)\,dt$.

Solução:

Por propriedade, temos que $\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\,\delta(at+b)\,dt=\frac{1}{|a|}f\left(-\frac{b}{a}\right)$.

Assim, $\int_{-\infty}^{\infty}\operatorname{sen}(t-1)\,\delta(2t-4)\,dt=\frac{1}{2}\operatorname{sen}(2-1)=\frac{1}{2}\operatorname{sen}(1)$.

4. Expresse cada uma das funções a seguir na forma de uma função degrau unitário $u(\pm t-t_0)$:

Observação: Temos as propriedades $u(at+b)=u(t+b/a)$, se $a>0$, e, $u(at+b)=1-u(t+b/a)$, se $a>0$.

   a. $u(2t+6)$;

Solução:

De acordo com as propriedades mencionadas acima temos $u(2t+6)=u(t+3)$.

   b. $u(-2t+6)$;

Solução:

De acordo com as propriedades mencionadas na página anterior temos $u(-2t+6) = 1 - u(t-3)$.

c. $u(\frac{t}{4}-2)$;

Solução:
De acordo com as propriedades mencionadas na página anterior temos $u(\frac{t}{4}-2) = u(t-8)$.

d. $u(\frac{t}{4}+2)$.

Solução:
De acordo com as propriedades mencionadas na página anterior temos $u(\frac{t}{4}+2) = u(t+8)$.