EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS - Lista I

1. Desenhe um campo de direções para a equação diferencial dada. Determine o comportamento de y quando $t \to +\infty$. Se esse comportamento depender do valor inicial de y em $t = 0$, descreva essa dependência.

   a) $y' = 3 - 2y$ **R.:** $y \to \frac{3}{2}$ quando $t \to +\infty$

   b) $y' = 2y - 3$ **R.:** y se afasta de $\frac{3}{2}$ quando $t \to +\infty$

   c) $y' = 3 + 2y$ **R.:** y se afasta de $-\frac{3}{2}$ quando $t \to +\infty$

   d) $y' = -1 - 2y$ **R.:** $y \to -\frac{1}{2}$ quando $t \to +\infty$

   e) $y' = 1 + 2y$ **R.:** y se afasta de $-\frac{1}{2}$ quando $t \to +\infty$

   f) $y' = y + 2$ **R.:** y se afasta de -2 quando $t \to +\infty$

   g) $y' = -2 + t - y$ **R.:** y é assintótico a $(t - 3)$ quando $t \to +\infty$

   h) $y' = te^{-2t} - 2y$ **R.:** $y \to 0$ quando $t \to +\infty$

   i) $y' = e^{-t} + y$ **R.:** $y \to +\infty$, 0 ou $-\infty$, dependendo do valor inicial de y

   j) $y' = t + 2y$ **R.:** $y \to +\infty$ ou $-\infty$, dependendo do valor inicial de y

   k) $y' = 3\text{sen}t + 1 + y$ **R.:** $y \to +\infty$ ou $-\infty$ ou y oscila, dependendo do valor inicial de y

   l) $y' = 2t - 1 - y^2$ **R.:** $y \to -\infty$ ou é assintótico a $\sqrt{2t-1}$, dependendo do valor inicial de y.

2. Resolva cada um dos problemas de valor inicial e desenhe os gráficos das soluções para diversos valores de y_0.

   a) $y' = -y + 5$, $y(0) = y_0$ **R.:** $y = 5 + (y_0 - 5)e^{-t}$

   b) $y' = -2y + 5$, $y(0) = y_0$ **R.:** $y = \frac{5}{2} + (y_0 - \frac{5}{2})e^{-2t}$

   c) $y' = -2y + 10$, $y(0) = y_0$ **R.:** $y = 5 + (y_0 - 5)e^{-2t}$

   d) $y' = y - 5$, $y(0) = y_0$ **R.:** $y = 5 + (y_0 - 5)e^{t}$

   e) $y' = 2y - 5$, $y(0) = y_0$ **R.:** $y = \frac{5}{2} + (y_0 - \frac{5}{2})e^{2t}$

   f) $y' = 2y - 10$, $y(0) = y_0$ **R.:** $y = 5 + (y_0 - 5)e^{2t}$

3. Considere a equação diferencial
$$y' = -ay + b$$
   onde a e b são números positivos.

   a) Resolva a equação diferencial

   b) Esboce a solução para diversas condições iniciais diferentes

   c) Descreva como a solução muda sob cada uma das condições: (i) a aumenta; (ii) b aumenta; (iii) a e b aumentam, mas a razão $\frac{b}{a}$ permanece constante.

   R.: a) $y = ce^{-at} + \frac{b}{a}$; c) (i) o equilíbrio é mais baixo e é aproximado mais rapidamente, (ii) o equilíbrio é mais alto, (iii) o equilíbrio permanece o mesmo e é aproximado mais rapidamente.

4. Determine a ordem da equação diferencial e diga se ela é linear ou não-linear (derivadas parciais são denotadas por índices).

a) $t^2\frac{d^2y}{dt^2} + t\frac{dy}{dt} + 2y = \text{sen}t$ **R.:** Segunda ordem, linear

b) $(1+y^2)\frac{d^2y}{dt^2} + t\frac{dy}{dt} + y = e^t$ **R.:** Segunda ordem, não linear

c) $\frac{d^4y}{dt^4} + \frac{d^3y}{dt^3} + \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + y = 1$ **R.:** Quarta ordem, linear

d) $\frac{dy}{dt} + ty^2 = 0$ **R.:** Primeira ordem, não linear

e) $\frac{d^2y}{dt^2} + \text{sen}(t+y) = \text{sen}t$ **R.:** Segunda ordem, não linear

f) $\frac{d^3y}{dt^3} + t\frac{dy}{dt} + (\cos^2 t)y = t^3$ **R.:** Terceira ordem, linear

g) $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$ **R.:** Segunda ordem, linear

h) $u_{xx} + u_{yy} + uu_x + uu_y + u = 0$ **R.:**Segunda ordem, não linear

i) $u_{xxxx} + 2u_{xxyy} + u_{yyyy} = 0$ **R.:** Quarta ordem, linear

j) $u_t + uu_x = 1 + u_{xx}$ **R.:** Segunda ordem, não linear

5. Verifique que a função (ou funções) dada(s) é (são) solução (soluções) da equação diferencial.

a) $y'' - y = 0$; $y(t) = e^t$

b) $y'' + 2y' - 3y = 0$; $y_1(t) = e^{-3t}$, $y_2(t) = e^t$

c) $ty' - y = t^2$; $y(t) = 3t + t^2$

d) $y'''' + 4y''' + 3y = t$; $y_1(t) = \frac{t}{3}$, $y_2(t) = e^{-t} + \frac{t}{3}$

e) $2t^2y'' + 3ty' - y = 0$, $t > 0$; $y_1(t) = t^{\frac{1}{2}}$, $y_2(t) = t^{-1}$

f) $t^2y'' + 5ty' + 4y = 0$, $t > 0$; $y_1(t) = t^{-2}$, $y_2(t) = t^{-2}\ln t$

g) $y'' + y = \sec t$, $0 < t < \frac{\pi}{2}$; $y(t) = (\cos t)\ln\cos t + t\,\text{sen}t$

h) $u_{xx} + u_{yy} = 0$; $u(x,y) = \ln(x^2+y^2)$

i) $\alpha^2 u_{xx} = u_t$; $u(x,t) = e^{-\alpha^2 t}\text{sen}x$

j) $a^2u_{xx} = u_{tt}$; $u(x,t) = \text{sen}(x - at)$

6. Encontre a solução geral das equações diferenciais abaixo e use-as para determinar o comportamento das soluções quando $t \to +\infty$.

a) $y' + 3y = t + e^{-2t}$ **R.:** $y = ce^{-3t} + \frac{t}{3} - \frac{1}{9} + e^{-2t}$; y é assintótico a $\frac{t}{3} - \frac{1}{9}$

b) $y' - 2y = t^2e^{2t}$ **R.:** $y = ce^{2t} + \frac{t^3e^{2t}}{3}$; $y \to +\infty$

c) $y' + y = te^{-t} + 1$ **R.:** $y = ce^{-t} + 1 + \frac{t^2e^{-t}}{2}$; $y \to 1$

d) $y' + \frac{1}{t}y = 3\cos 2t$, $t > 0$ **R.:** $y = \frac{c}{t} + \frac{3\cos 2t}{4t} + \frac{3\text{sen}2t}{2}$; y é assintótico a $\frac{3\text{sen}2t}{2}$

e) $y' - 2y = 3e^t$ **R.:** $y = ce^{2t} - 3e^t$; $y \to +\infty$ ou $-\infty$

f) $ty' + 2y = \text{sen}t$, $t > 0$ **R.:** $y = \frac{c - t\cos t + \text{sen}t}{t^2}$; $y \to 0$

g) $y' + 2ty = 2te^{-t^2}$ **R.:** $y = t^2e^{-t^2} + ce^{-t^2}$; $y \to 0$

h) $(1+t^2)y' + 4ty = (1+t^2)^{-2}$ **R.:** $y = \frac{\text{arctg}t + c}{(1+t^2)^2}$, $y \to 0$

i) $2y' + y = 3t$ **R.:** $y = ce^{-\frac{t}{2}} + 3t - 6$; y é assintótico a $3t - 6$

j) $ty' - y = t^2e^{-t}$ **R.:** $y = -te^{-t} + ct$; $y \to +\infty$ ou $-\infty$

k) $y' + y = 5\text{sen}2t$ **R.:** $y = ce^{-t} + \text{sen}2t - 2\cos 2t$; y é assintótico a $\text{sen}2t - 2\cos 2t$

l) $2y' + y = 3t^2$ **R.:** $y = ce^{-\frac{t}{2}} + 3t^2 - 12t + 24$; y é assintótico a $3t^2 - 12t + 24$

7. Nos Encontre a solução do problema de valor inicial dado.

a) $y' - y = 2te^{2t}$, $y(0) = 1$ **R.:** $y = 3e^t + 2(t-1)e^{2t}$

b) $y' + 2y = te^{-2t}$, $y(1) = 0$ **R.:** $y = \frac{(t^2-1)e^{-2t}}{2}$

c) $ty' + 2y = t^2 - t + 1$, $y(1) = \frac{1}{2}$, $t > 0$ **R.:** $y = \frac{3t^4-4t^3+6t^2+1}{12t^2}$

d) $y' + (\frac{2}{t})y = \frac{(\cos t)}{t^2}$, $y(\pi) = 0$, $t > 0$ **R.:** $y = \frac{\text{sen}t}{t^2}$

e) $y' - 2y = e^{2t}$, $y(0) = 2$ **R.:** $y = (t+2)e^{2t}$

f) $ty' + 2y = \text{sen}t$, $y(\frac{\pi}{2}) = 1$ **R.:** $y = t^{-2}[(\frac{\pi^2}{4}) - 1 - t\cos t + \text{sen}t]$

g) $t^3y' + 4t^2y = e^{-t}$, $y(-1) = 0$ **R.:** $y = \frac{-(1+t)e^{-t}}{t^4}$, $t \neq 0$

h) $ty' + (t+1)y = t$, $y(\ln 2) = 1$ **R.:** $y = \frac{(t-1+2e^{-t})}{t}$, $t \neq 0$

8. Nos problemas:

- Desenhe um campo de direções para a equação diferencial dada. Como as soluções parecem se comportar quando t fica grande? O comportamento depende da escolha do valor inicial a?

  Seja a_0 o valor de a para o qual ocorre a transição de um tipo de comportamento para outro (valor crítico)
- Resolva o problema de valor inicial e encontre o valor crítico a_0
- Descreva o comportamento da solução correspondente ao valor inicial a_0.

a) $y' - \frac{1}{2}y = 2\cos t$, $y(0) = a$

R.: $y = -\frac{4}{5}\cos t + \frac{8}{5}\text{sen}t + (a + \frac{4}{5})e^{\frac{t}{2}}$; $a_0 = -\frac{4}{5}$; $a_0 = -\frac{4}{5}$; y oscila para $a = a_0$

b) $2y' - y = e^{\frac{2}{t}}$, $y(0) = a$

R.: $y = -3t^{\frac{t}{3}} + (a+3)e^{\frac{t}{2}}$; $a_0 = -3$; $y \to -\infty$ para $a = a_0$

c) $ty' + (t + 1y = 2te^{-t})$, $y(0) = a$

R.: $y = te^{-t} + \frac{(ea-1)e^{-t}}{t}$; $a_0 = \frac{1}{e}$; $y \to 0$ quando $t \to 0$ para $a = a_0$

d) $ty' + 2y = \frac{\text{sen}t}{t}$, $y(-\frac{\pi}{2}) = a$

R.: $y = -\frac{\cos t}{t^2} + \frac{\pi^2 a}{4t^2}$; $a_0 = \frac{4}{\pi^2}$; $y \to \frac{1}{2}$ quando $t \to 0$ para $a = a_0$

9. Considere o problema de valor inicial

$$y' + \frac{1}{2}y = 2\cos t, \quad y(0) = -1$$

Encontre as coordenadas do primeiro ponto de máximo local da solução para $t > 0$. **R.:** $(t, y) = (1,364312; 0,820082)$

10. Considere o problema de valor inicial

$$y' + \frac{2}{3}y = 1 - \frac{1}{2}t, \quad y(0) = y_0$$

Encontre o valor de y_0 para o qual a solução encosta no eixo dos t, mas não atravessa. **R.:** $y_0 = -1,642876$

11. Considere o problema de valor inicial

$$y' + \frac{1}{4}y = 3 + 2\cos 2t, \quad y(0) = 0$$

Encontre a solução desse problema de valor inicial e descreva seu comportamento para valores grandes de t. **R.:** a) $y = 12 + \frac{8}{65}\cos 2t + \frac{64}{65}\text{sen}2t - \frac{788}{65}e^{-\frac{t}{4}}$; y oscila em torno de 12 quando $t \to +\infty$

12. Encontre o valor de y_0 para o qual a solução do problema de valor inicial

$$y' - y = 1 + 3\text{sen}t, \quad y(0) = y_0$$

permanece finita quando $t \to +\infty$. **R.:** $y_0 = -\frac{5}{2}$

13. Considere o problema de valor inicial

$$y' - \frac{3}{2}y = 3t + 2e^t, \quad y(0) = y_0$$

Encontre o valor de y_0 que separa as soluções que crescem positivamente quando $t \to +\infty$ das que crescem em módulo com sinal negativo. Como a solução correspondente a esse valor crítico de y_0 se comporta quando $t \to +\infty$? **R.:** $y_0 = -\frac{16}{3}$; $y \to -\infty$ quando $t \to +\infty$ para $y_0 = -\frac{16}{3}$.

14. Mostre que, se a e λ são constantes positivas e se b é qualquer número real, então toda solução da equação

$$y' + ay = be^{-\lambda t}$$

tem a propriedade que $y \to 0$ quando $t \to +\infty$.

15. Resolva a equação diferencial dada.

a) $y' = \frac{x^2}{y}$ **R.:** $3y^2 - 2x^3 = c$, $y \neq 0$

b) $y' = \frac{x^2}{y(1+x^3)}$ **R.:** $3y^2 - 2\ln|1+x^3| = c$; $x \neq -1$, $y \neq 0$

c) $y' + y^2 \text{sen} x = 0$ **R.:** $y^{-1} + \cos x = c$ se $y \neq 0$; também $y = 0$ em toda parte

d) $y' = \frac{3x^2-1}{3+2y}$ **R.:** $3y + y^2 - x^3 + x = c$; $y \neq \frac{3}{2}$

e) $xy' = (1+y^2)^{\frac{1}{2}}$ **R.:** $y = \text{sen}[\ln|x| + c]$ se $x \neq 0$ e $|y| < 1$; também $y = \pm 1$

f) $\frac{dy}{dx} = \frac{x - e^{-x}}{y + e^y}$ **R.:** $y^2 - x^2 + 2(e^y - e^{-x}) = c$; $y + e^y \neq 0$

g) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{1+y^2}$ **R.:** $3y + y^3 - x^3 = c$

16. Nos problemas:

- Determine o problema de valor inicial em forma explícita.
- Desenhe o gráfico da solução.
- Determine, pelo menos aproximadamente, o intervalo no qual a solução está definida.

a) $y' = (1-2x)y^2$, $y(0) = -\frac{1}{6}$ **R.:** $y = \frac{1}{x^2-x-6}$, $-2 < x < 3$

b) $y' = \frac{1-2x}{y}$, $y(1) = -2$ **R.:** $y = -\sqrt{2x - 2x^2 + 4}$, $-1 < x < 2$

c) $xdx + ye^{-x}dy = 0$, $y(0) = 1$ **R.:** $y = [2(1-x)e^x - 1]^{\frac{1}{2}}$, $-1,68 < x < 0,77$ aprox.

d) $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r^2}{\theta}$, $r(1) = 2$ **R.:** $r = \frac{2}{1 - 2\ln\theta}$, $0 < \theta < \sqrt{e}$

e) $y' = \frac{2x}{y + x^2 y}$, $y(0) = 2$ **R.:** $y = -[2\ln(1+x^2) + 4]^{\frac{1}{2}}$, $-\infty < x < +\infty$

f) $y' = xy^3(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}$, $y(0) = 1$ **R.:** $y = [3 - 2\sqrt{1+x^2}]^{-\frac{1}{2}}$, $|x| < \frac{1}{2}\sqrt{5}$

g) $y' = \frac{2x}{1+2y}$, $y(2) = 0$ **R.:** $y = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{4x^2 - 15}$, $x > \frac{1}{2}\sqrt{15}$

h) $y' = \frac{x(x^2+1)}{4y^3}$, $y(0) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ **R.:** $y = -\sqrt{\frac{x^2+1}{2}}$, $-\infty < x < +\infty$

i) $y' = \frac{3x^2 - e^x}{2y - 5}$, $y(0) = 1$ **R.:** $y = \frac{5}{2} - \sqrt{x^3 - e^x + \frac{13}{4}}$, $-1,4445 < x < 4,6297$ aprox.

j) $y' = \frac{e^{-x} - e^x}{3 + 4y}$, $y(0) = 1$ **R.:** $y = -\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{65 - 8e^x - 8e^{-x}}$, $|x| < 2,0794$ aprox.

k) $\text{sen} 2x \; dx + \cos 3y \; dy = 0$, $y(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{3}$ **R.:** $y = \frac{\pi - \text{arcsen}(3\cos^2 x)}{3}$, $|x - \frac{\pi}{2}| < 0,6155$

l) $y^2(1-x^2)^{\frac{1}{2}} \; dy = \text{arcsen} x \; dx$, $y(0) = 0$ **R.:** $y = [\frac{3}{2}(\text{arcsen} x)^2]^{\frac{1}{3}}$, $-1 < x < 1$

17. Resolva o problema de valor inicial

$$y' = \frac{1 + 3x^2}{3y^2 - 6y}, \quad y(0) = 1$$

e determine o intervalo de validade da solução. **Sugestão:** Para encontrar o intervalo de definição, procure por pontos onde a curva integral tem uma tangente vertical. **R.:** $y^3 - 3y^2 - x - x^3 + 2 = 0$, $|x| < 1$

18. Resolva o problema de valor inicial

$$y' = 2y^2 + xy^2, \quad y(0) = 1$$

e determine onde a solução atinge o seu valor mínimo. **R.:** $y = \frac{1}{\frac{x^2}{2}+2x-1}$, $x = -2$

19. Resolva o problema de valor inicial

$$y' = \frac{2-e^x}{3+2y}, \quad y(0) = 0$$

e determine onde a solução atinge o seu valor máximo. **R.:** $y = \frac{3}{2} + \sqrt{2x - e^x + \frac{13}{4}}$; $x = \ln 2$

20. Considere o problema de valor inicial

$$y' = \frac{ty(4-y)}{3}, \quad y(0) = y_0$$

a) Determine como o comportamento da solução quando t aumenta depende do valor inicial y_0.

b) Suponha que $y_0 = \frac{1}{2}$. Encontre i instante T no qual a solução atinge, pela primeira vez, o valor $3,98$.

R.: a) $y \to 4$ se $y_0 > 0$; $y = 0$ se $y_0 = 0$; $y \to -\infty$ se $y_0 < 0$. b) $T = 3,29527$

21. Considere o problema de valor inicial

$$y' = \frac{ty(4-y)}{1+t}, \quad y(0) = y_0 > 0$$

a) Determine o comportamento da solução quando $t \to +\infty$.

b) Se $y_0 = 2$, encontre o instante T no qual a solução atinge, pela primeira vez, o valor $3,99$

R.: a) $y \to 4$ quando $t \to +\infty$; b) $T = 2,84367$.

22. Resolva as equações diferenciais:

a) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+xy+y^2}{x^2}$ **R.:** $\operatorname{arctg}(\frac{y}{x}) - \ln|x| = c$

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+3y^2}{2xy}$ **R.:** $x^2 + y^2 - cx^3 = 0$

c) $\frac{dy}{dx} = \frac{4y-3x}{2x-y}$ **R.:** $|y-x| = c|y+3x|^5$; também $y = -3x$

d) $\frac{dy}{dx} = -\frac{4x+3y}{2x+y}$ **R.:** $|y+x||y+4x|^2 = c$

e) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+3y}{x-y}$ **R.:** $\frac{2x}{x+y} + \ln|x+y| = c$; também $y = -x$

f) $(x^2+3xy+y^2)dx - x^2dy = 0$ **R.:** $\frac{x}{x+y} + \ln|x| = c$; também $y = -x$

g) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2-3y^2}{2xy}$ **R.:** $|x|^3|x^2-5y^2| = c$

h) $\frac{dy}{dx} = \frac{3y^2-x^2}{2xy}$ **R.:** $c|x|^3 = |y^2-x^2|$

i) $(2x+3) + (2y-2)y' = 0$ **R.:** $x^2 + 3x + y^2 - 2y = c$

j) $(3x^2-2xy+2)\ dx+(6y^2-x^2+3)\ dy=0$ **R.:** $x^3-x^2y+2x+2y^3+3y=c$

k) $(2xy^2+2y)+(2x^2y+2x)y'=0$ **R.:** $x^2y^2+2xy=c$

l) $\frac{dy}{dx}=-\frac{ax+by}{bx+cy}$ **R.:** $ax^2+2bxy+cy^2=k$

m) $(e^x\text{sen}y-2y\text{sen}x)\ dx+(e^x\cos y+2\cos x)\ dy=0$ **R.:** $e^x\text{sen}y+2y\cos x=c$; também $y=0$

n) $(ye^{xy}\cos 2x-2e^{xy}\text{sen}2x+2x)\ dx+(xe^{xy}\cos 2x-3)\ dy=0$ **R.:** $e^{xy}\cos 2x+x^2-3y=c$

o) $(\frac{y}{x}+6x)\ dx+(\ln x-2)\ dy=0,\ x>0$ **R.:** $y\ln x+3x^2-2y=c$

p) $\frac{x\ dx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}+\frac{y\ dy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}=0$ **R.:** $x^2+y^2=c$

q) $(3x^2y+2xy+y^3)\ dx+(x^2+y^2)\ dy=0$ **R.:** $(3x^2y+y^3)e^{3x}=c$

r) $y'=e^{2x}+y-1$ **R.:** $y=ce^x+1+e^{2x}$

s) $dx+(\frac{x}{y}-\text{sen}y)\ dy=0$ **R.:** $xy+y\cos y-\text{sen}y=c$

t) $y\ dx+(2xy-e^{-2y})\ dy=0$ **R.:** $xe^{2y}-\ln|y|=c$, também $y=0$

u) $(4\frac{x^3}{y^2}+\frac{3}{y})\ dx+(3\frac{x}{y^2}+4y)\ dy=0$ **R.:** $x^4+3xy+y^4=c$

v) $(2xy)\ dx+(y^2-3x^2)\ dy=0$ **R.:** $x^2y^{-3}-y^{-1}=c$ e também $y=0$

w) $(x^4-x+y)\ dx-x\ dy=0$ **R.:** $y=\frac{x^4}{3}-x\ln|x|+cx$ e também $x=0$

x) $(y^2+2xy)\ dx+(3x^2y^2-y^{-1})\ dy=0$ **R.:** $x^2y^{-1}+x=c$ e também $y=0$

y) $t^2y'+2ty-y^3=0,\ t>0$ **R.:** $y=\pm\left(\frac{5t}{2+5ct^5}\right)^{\frac{1}{2}}$

z) $\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}=x^2y^2$ **R.:** $y=\frac{2}{cx-x^3}$ e também $y=0$

aa) $\frac{dy}{dx}=\frac{2y}{x}-x^2y^2$ **R.:** $y=\frac{5x^2}{x^5+c}$ e também $y=0$

ab) $\frac{dx}{dt}+tx^3+\frac{x}{t}=0$ **R.:** $x^{-2}=2t^2\ln|t|+ct^2$ e também $x=0$

ac) $\frac{dr}{d\theta}=\frac{r^2+2r\theta}{\theta^2}$ **R.:** $r=\frac{\theta^2}{c-\theta}$ e também $r=0$

ad) $\frac{dy}{d\theta}+2y=y^2$ **R.:** $y=\frac{2}{1+ce^{2t}}$

23. Use a substituição $y=vx^2$ para resolver

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2y}{x}+\cos\left(\frac{y}{x^2}\right)$$

24. Resolva o problema de valor inicial

$$\frac{dy}{dx}-\frac{2y}{x}=x^{-1}y^{-1},\quad y(1)=3$$

R.: $y=\sqrt{\frac{19x^4-1}{2}}$

25. Mostre que $y^2+x-3=0$ é uma solução implícita para $\frac{dy}{dx}=-\frac{1}{2y}$ no intervalo $(-\infty,3)$.

26. Mostre que $xy^3-xy^3\text{sen}x=1$ é uma solução implícita para $\frac{dy}{dx}=\frac{(x\cos x+\text{sen}x-1)y}{3(x-x\text{sen}x)}$ no intervalo $(0,\frac{\pi}{2})$.

27. Mostre que $y = c_1\text{sen}x + c_2\cos x$ é uma solução para $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ para qualquer escolha das constantes c_1 e c_2. Assim, $c_1\text{sen}x + c_2\cos x$ é uma família de soluções em dois parâmetros para a equação diferencial.

28. Mostre que $y = ce^{3x} + 1$ é uma solução para $\frac{dy}{dx} - 3y = -3$ para qualquer escolha de c.

29. Determine para quais valores de m a função $\phi(x) = x^m$ é uma solução para a equação dada.

a) $3x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 11x\frac{dy}{dx} - 3y = 0$ **R.:** $\frac{1}{3}$ e -3

b) $x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - 5y = 0$ **R.:** $1 \pm \sqrt{6}$

30. Determine para quais valores de m a função $\phi = e^{mx}$ é uma solução para a equação dada.

a) $\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 5y = 0$

b) $\frac{d^3y}{dx^3} + 3\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} = 0$

31. Determine se o Teorema 1 implica que dado problema de valor inicial tem uma solução única.

a) $\frac{dy}{dx} = y^4 - x^4$, $y(0) = 7$ **R.:** Sim

b) $3x\frac{dx}{dt} + 4t = 0$, $x(2) = -\pi$ **R.:** Sim

c) $y\frac{dy}{dx} = x$, $y(1) = 0$ **R.:** Não