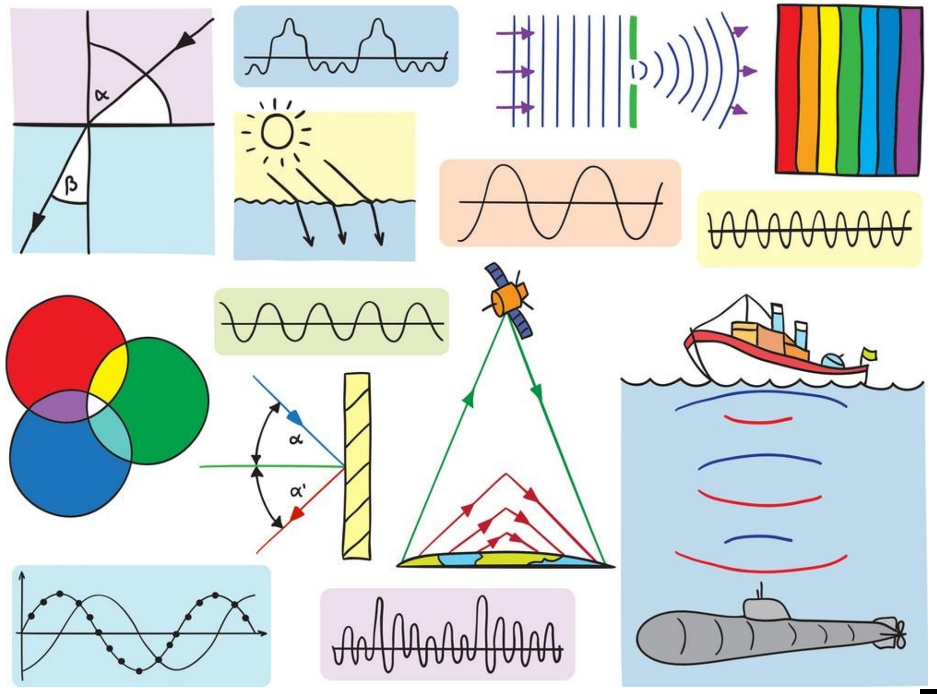
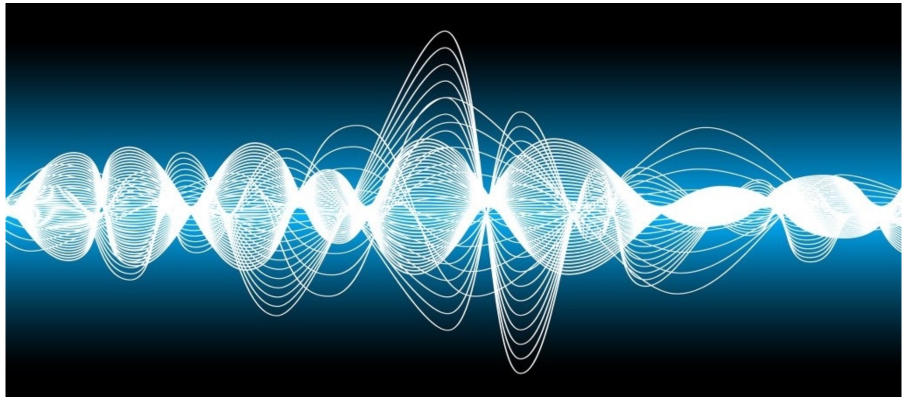
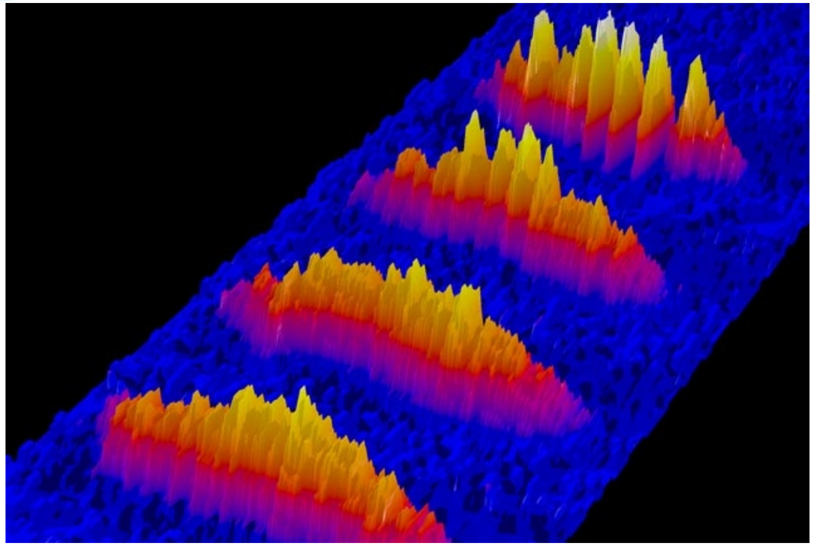
Ondas







Prof. Rafael Cavagnoli
DF/UFPel

Ondas

- tipos de ondas
- classificação das ondas
- propriedades das ondas
- ondas estacionárias e ressonância
- equação de onda
- ondas sonoras
- efeito Doppler

Ondas

Ondas : perturbações que se propagam...

Ondas

Ondas : perturbações que se propagam...

oscilações + propagação → onda

Ondas

Ondas : perturbações que se propagam...

informaçoes que se propagam...

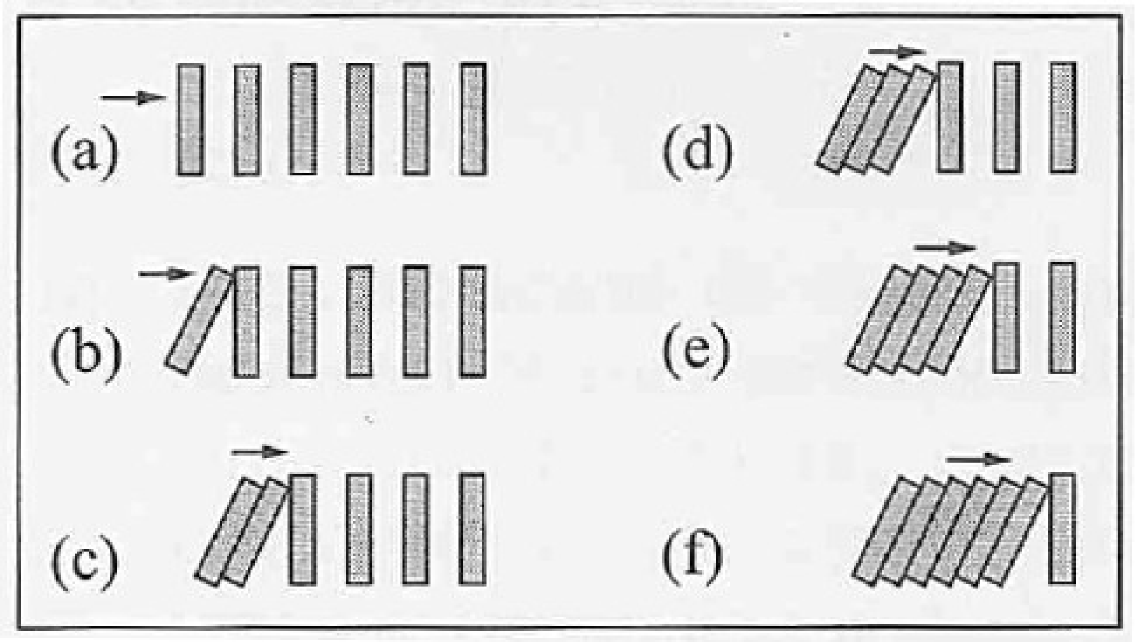
oscilações + propagação → onda

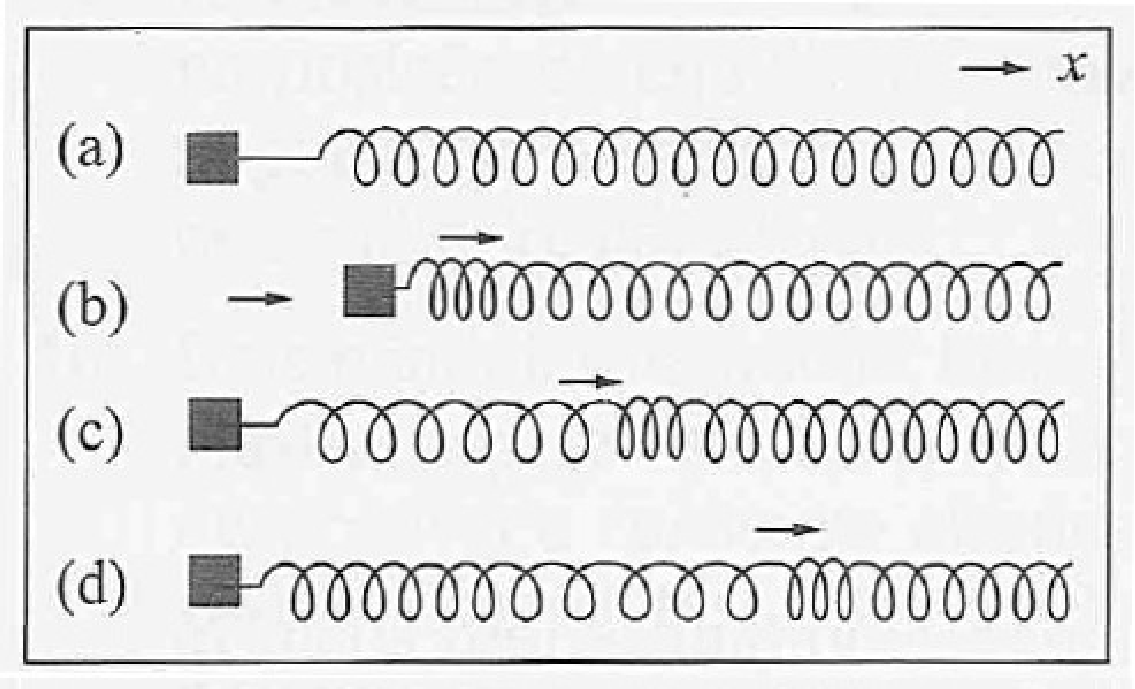
Ondas

Ondas : perturbações que se propagam...

informaçoes que se propagam...

oscilações + propagação → onda





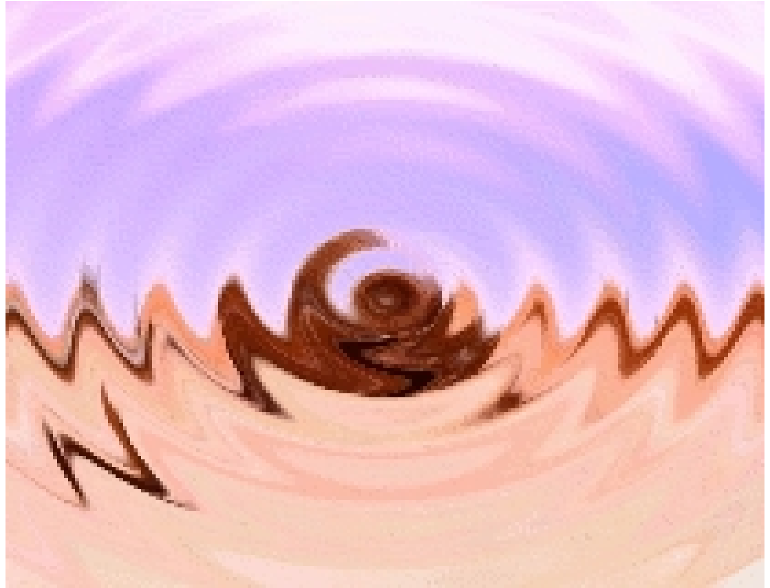
[Figuras e adaptação de: NUSSENZVEIG, Herch Moysés. Curso de Física Básica, vol. 2, 4a Ed. rev., São Paulo, Edgard Blücher, 2002]

Ondas

Ondas : perturbações que se propagam...

informaçoes que se propagam...

oscilações + propagação → onda

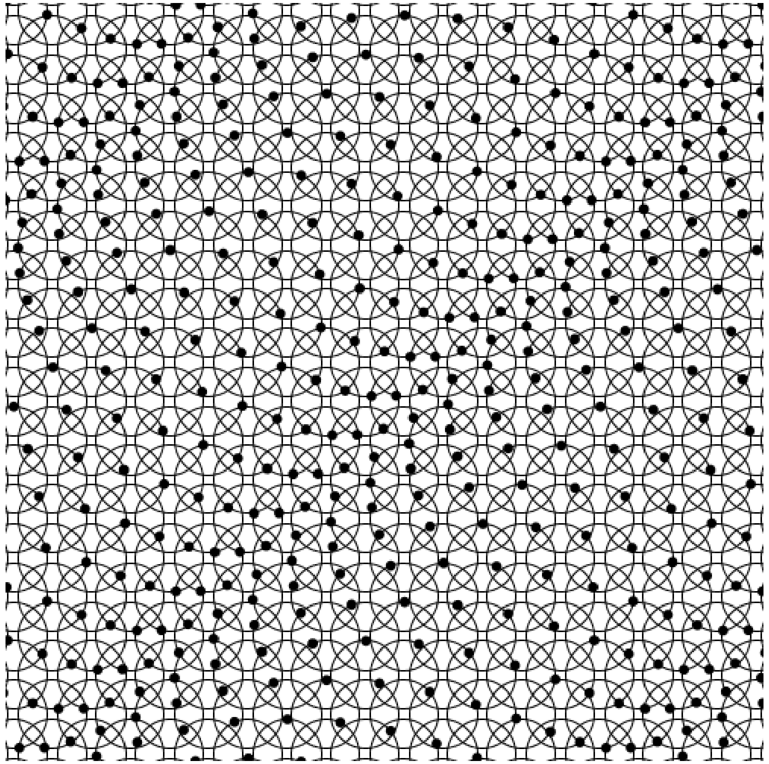


Ondas

Ondas : perturbações que se propagam...

informaçoes que se propagam...

oscilações + propagação → onda



[Animação: https://medium.com/starts-with-a-bang/can-we-test-gravitational-waves-for-wave-particle-duality-e50c79720826]

Ondas

Ondas : perturbações que se propagam...

informaçoes que se propagam...

oscilações + propagação → onda

[Animação: https://www.gifbin.com/988828]

Tipos de Ondas

- **Ondas Mecânicas:** perturbações que se deslocam através de um meio material (onda em uma corda, som, ondas sísmicas, etc.)
(leis de Newton)

- **Ondas Eletromagnéticas:** perturbações de campos elétricos e magnéticos que não necessitam de um meio material para se propagar (luz, raios-X, ondas de rádio, etc.)
(equações de Maxwell)

- **"Ondas" de Matéria:** movimento ondulatório associado às partículas em sua descrição através da Mec. Quântica (elétrons, prótons, nêutrons, átomos, moléculas). Dualidade partícula/onda
(equação de Schrödinger ; eqs. de Dirac/Proca/Klein-Gordon...)

- **Ondas Gravitacionais:** perturbações no tecido do espaço-tempo que se propagam na velocidade da luz, previstas pela Relatividade Geral.
(equações de Einstein)

Classificação das Ondas

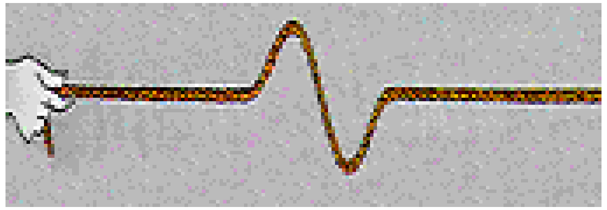
- **Ondas transversais:** direção da propagação é perpendicular à direção de vibração do sistema

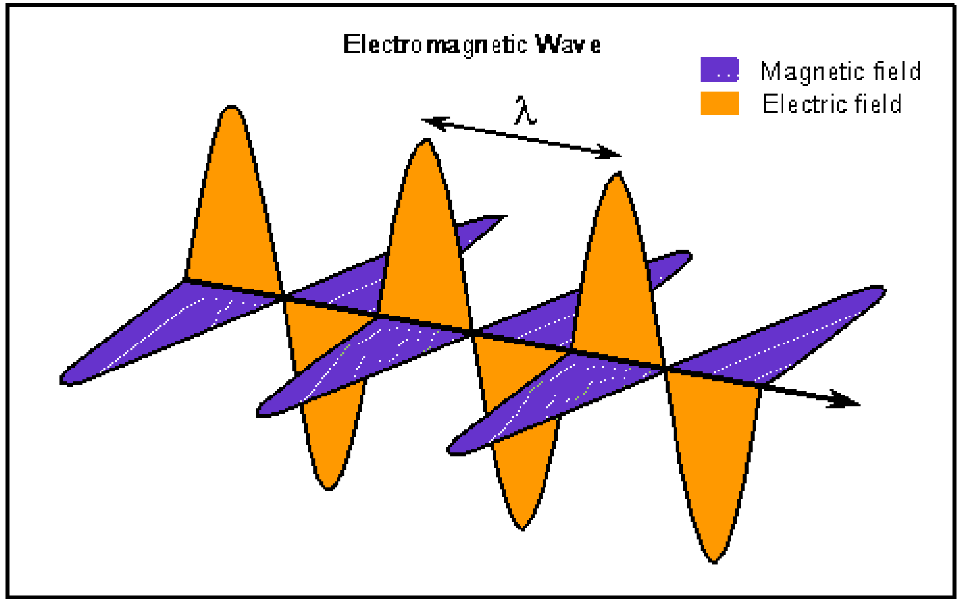
- **Ondas longitudinais:** direção da propagação ocorre ao longo da direção de vibração do sistema

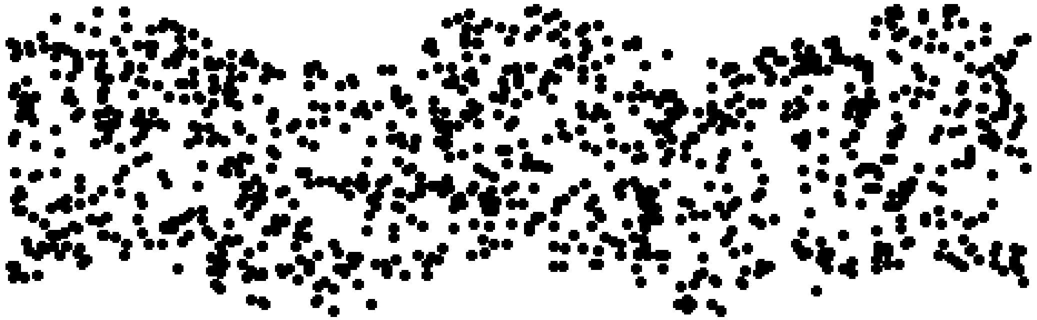
- **Ondas mistas:** contém características transversais e longitudinais

Classificação das Ondas

Ondas transversais:



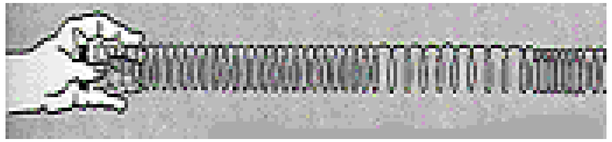


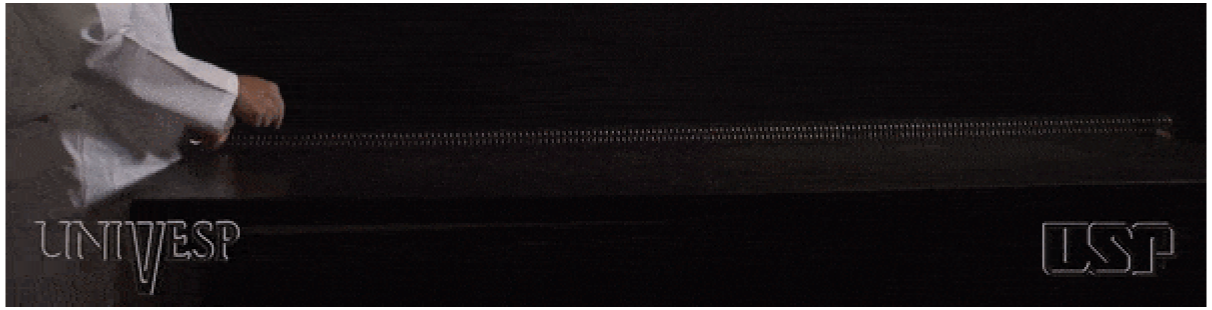


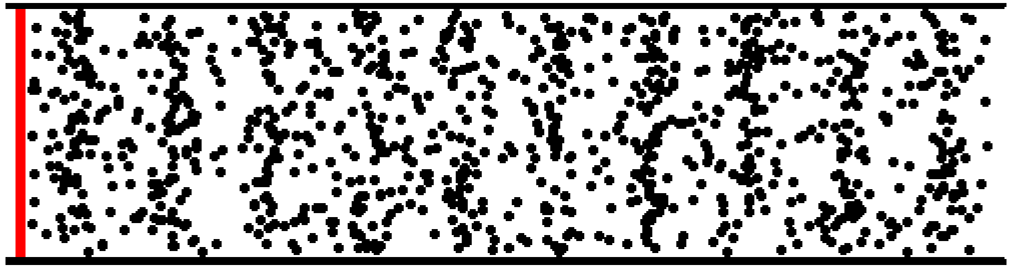
[Animações: http://www.exatas.net/ondulatoria.htm]

Classificação das Ondas

Ondas longitudinais:



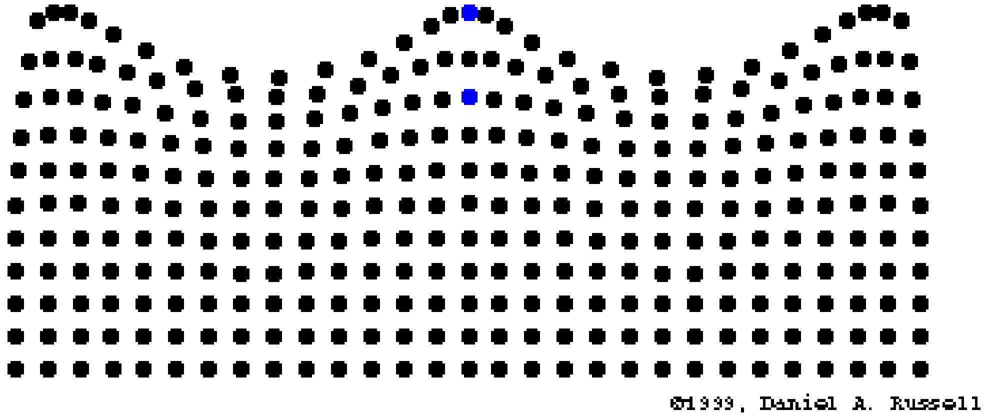


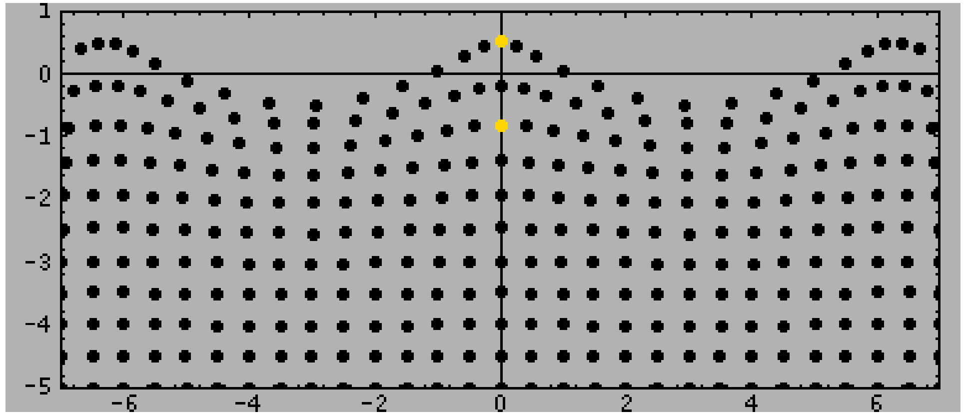


[Animações: UNIVESP: https://www.youtube.com/watch?v=zYdho_gcCRE
http://www.exatas.net/ondulatoria.htm]

Classificação das Ondas

Ondas mistas:





[Animações: https://qph.fs.quoracdn.net/main-qimg-1d084e75075771e46e5ae5a8e10e5c9e
http://www.exatas.net/ondulatoria.htm]

Ondas

- Ondas em uma dimensão:

  - **onda progressiva**: perturbação que se desloca como um todo sem alterar sua forma e velocidade

    - **onda harmônica**: um caso particular onde a perturbação é uma oscilação harmônica simples

Vamos estudar um sistema simples com ondas transversais em uma corda

Propriedades das Ondas

- comprimento de onda
- frequência/período/frequência angular
- velocidade
- energia e potência

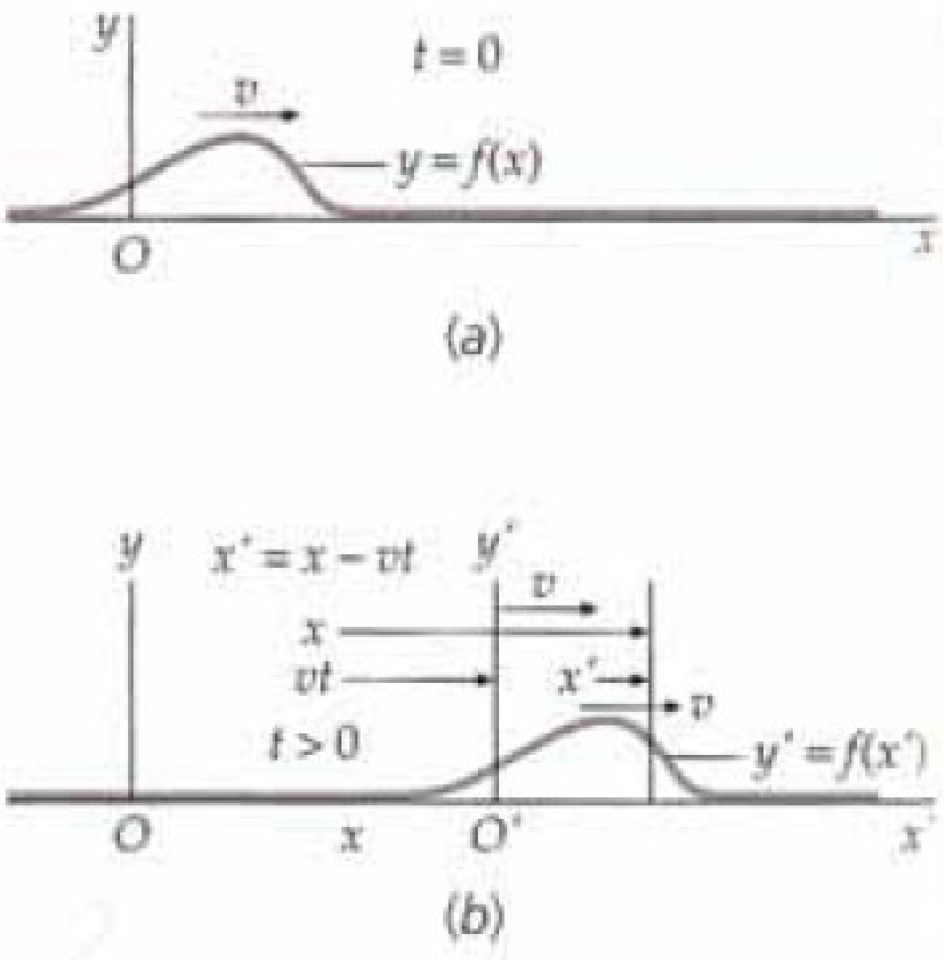
Propriedades gerais que serão estudadas em uma dimensão nas ondas em uma corda

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

Propriedades das Ondas

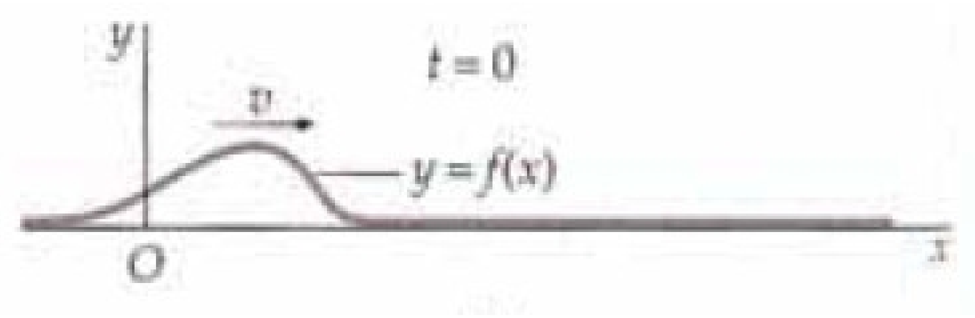
- Descrição das ondas progressivas:



[Figura: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

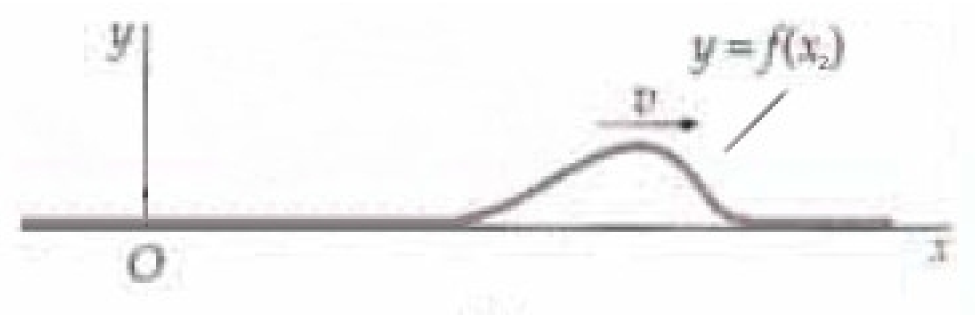
- Descrição das ondas progressivas:



[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

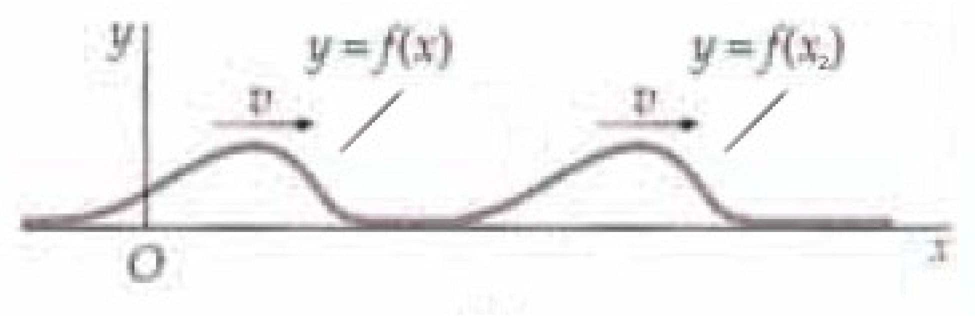
- Descrição das ondas progressivas:



[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

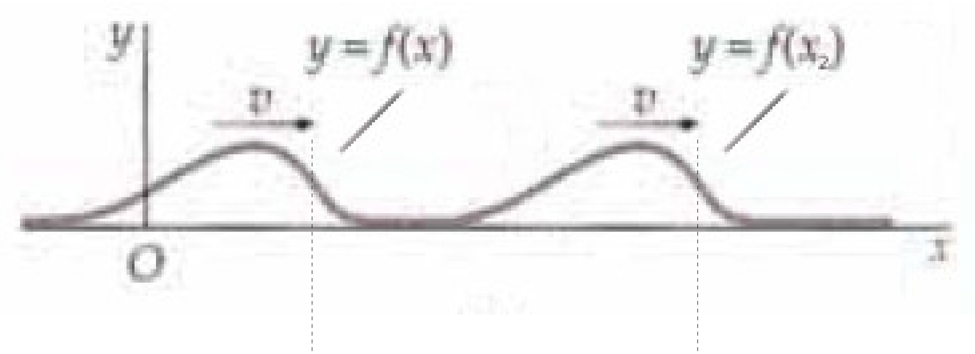
- Descrição das ondas progressivas:



[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

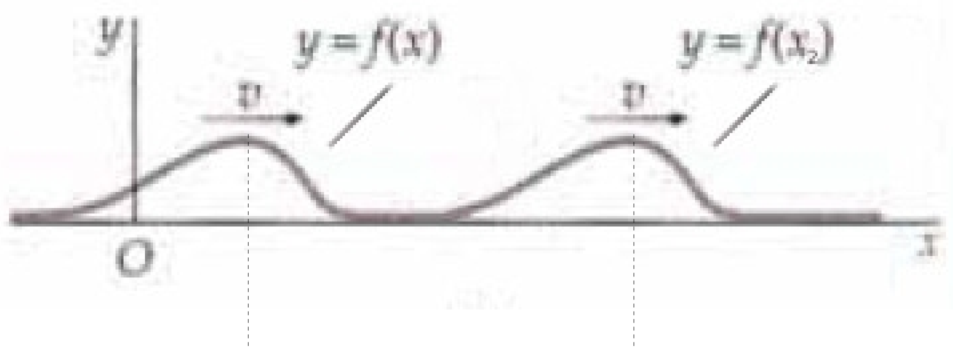
- Descrição das ondas progressivas:



[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

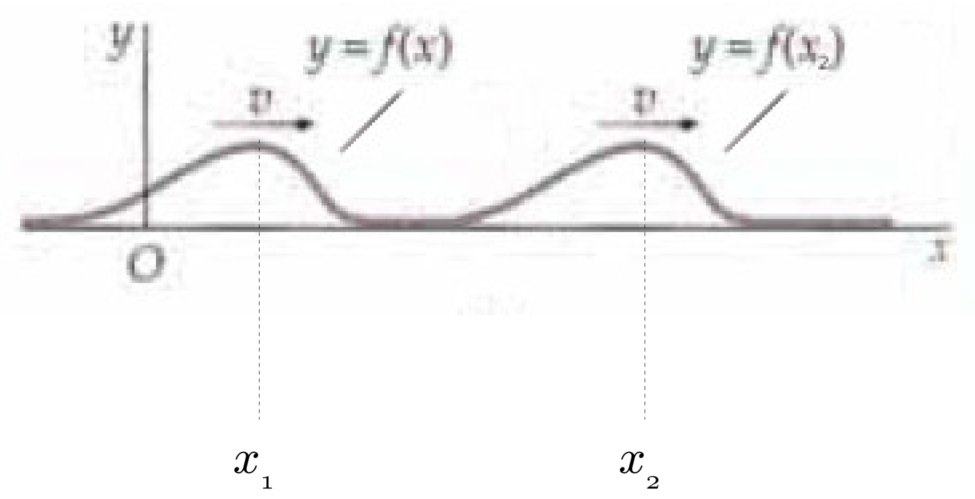
- Descrição das ondas progressivas:



[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

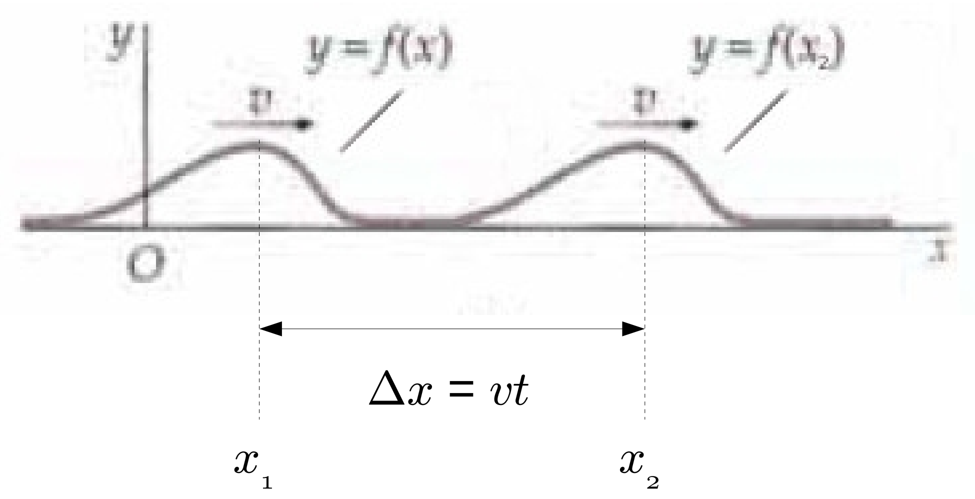
- Descrição das ondas progressivas:



[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

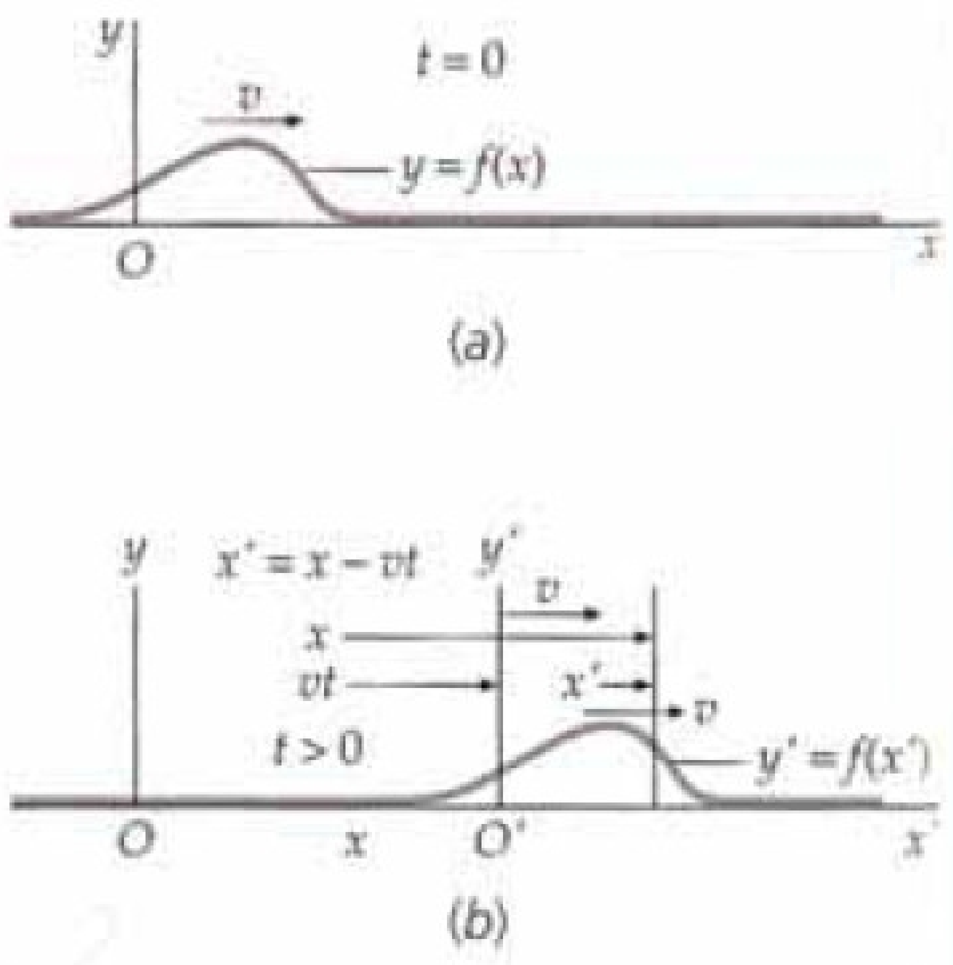
- Descrição das ondas progressivas:



[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:



[Figura: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

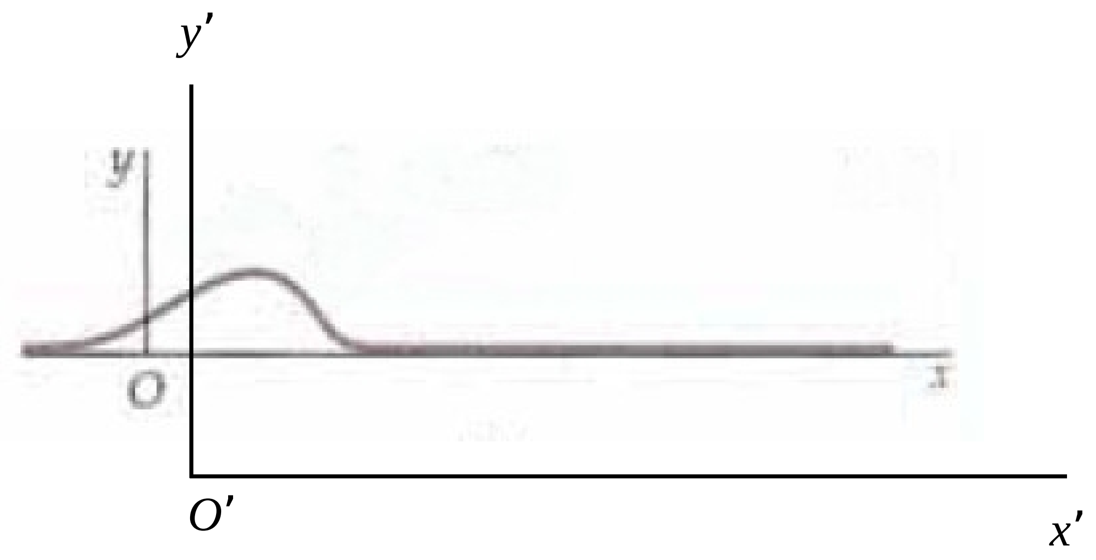
Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

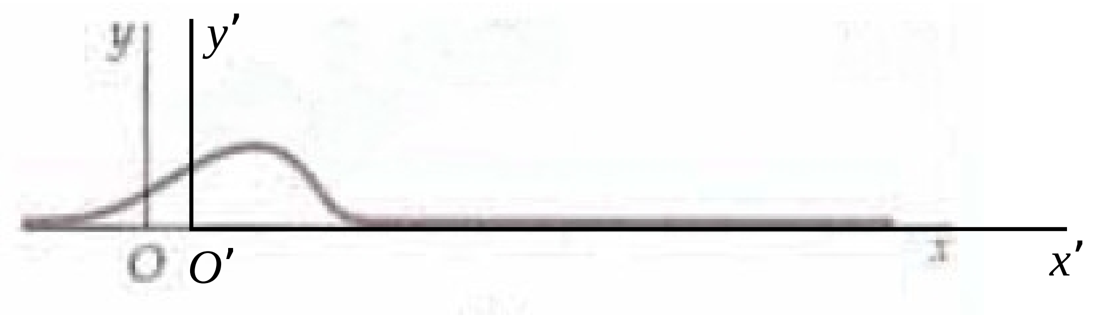
- Descrição das ondas progressivas:



[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:



[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

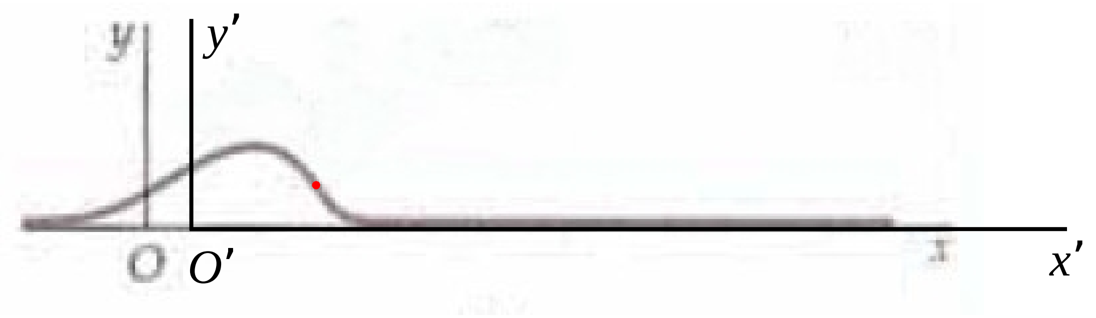
Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:



[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

$$x$$

$$y = f(x)$$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

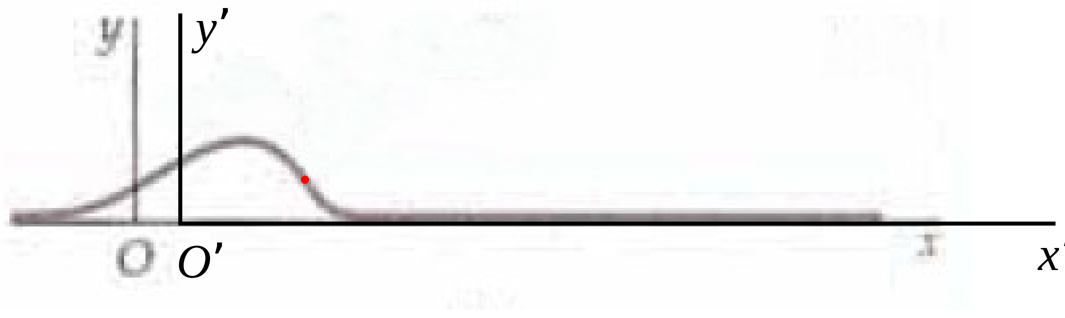
$$x'$$

$$y' = \mathrm{f}(x')$$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

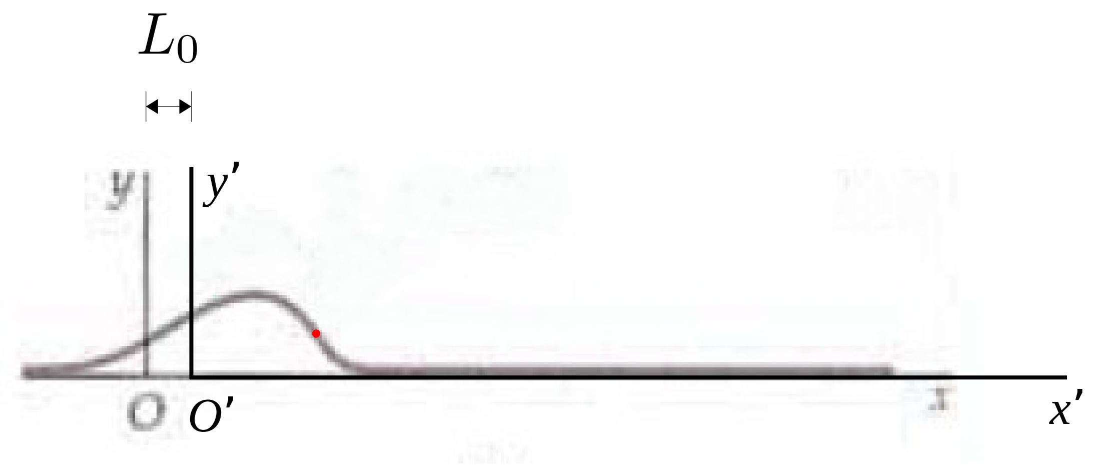


$$y = y'$$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:



$$y = y'$$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

L_0

x

$y = y'$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

$$x = x' + L_0$$
$$y = y'$$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

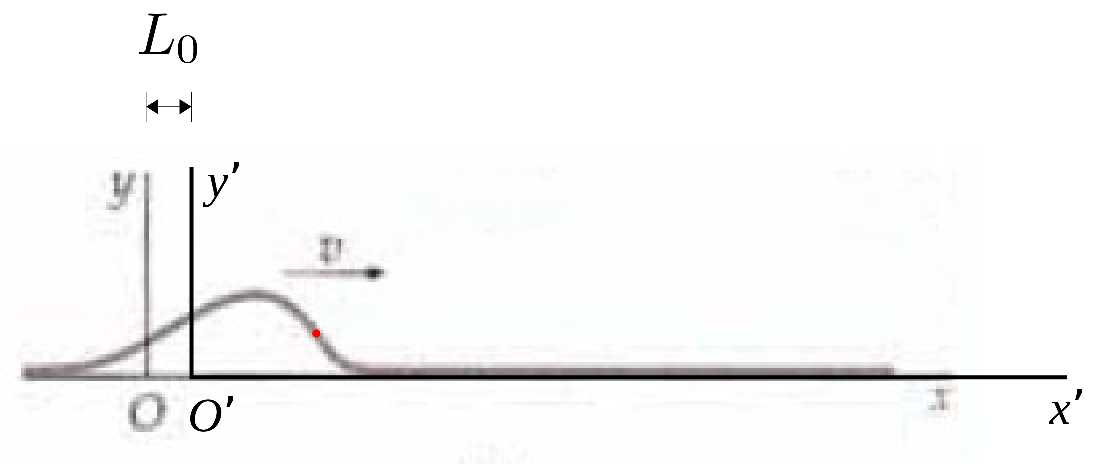
- Descrição das ondas progressivas:

$$x = x' + L_0$$
$$y = y'$$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

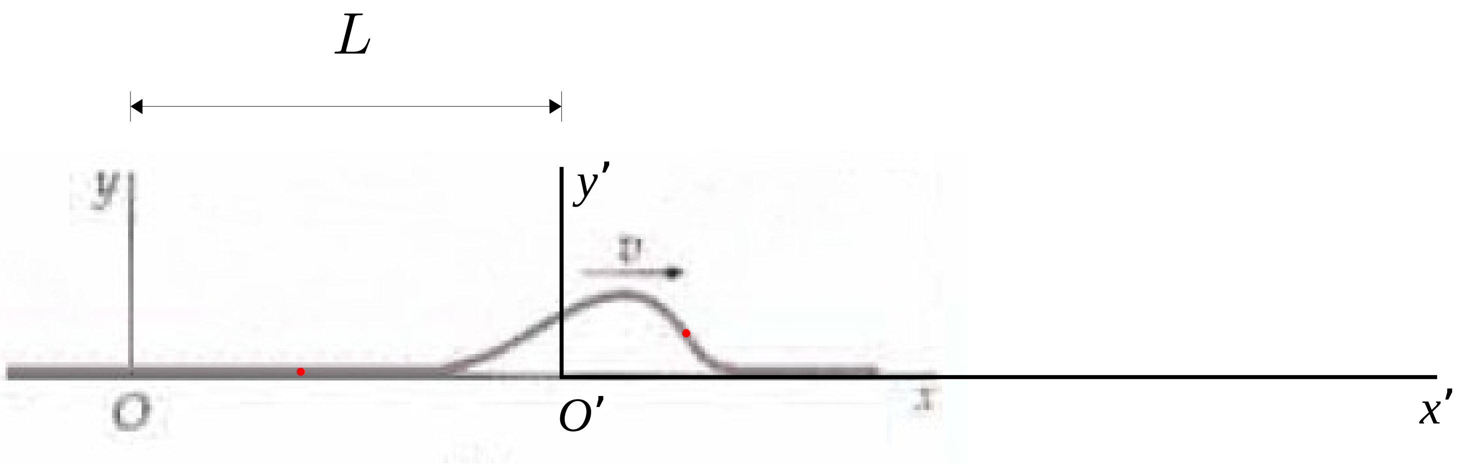


$$x = x' + L_0$$
$$y = y'$$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:



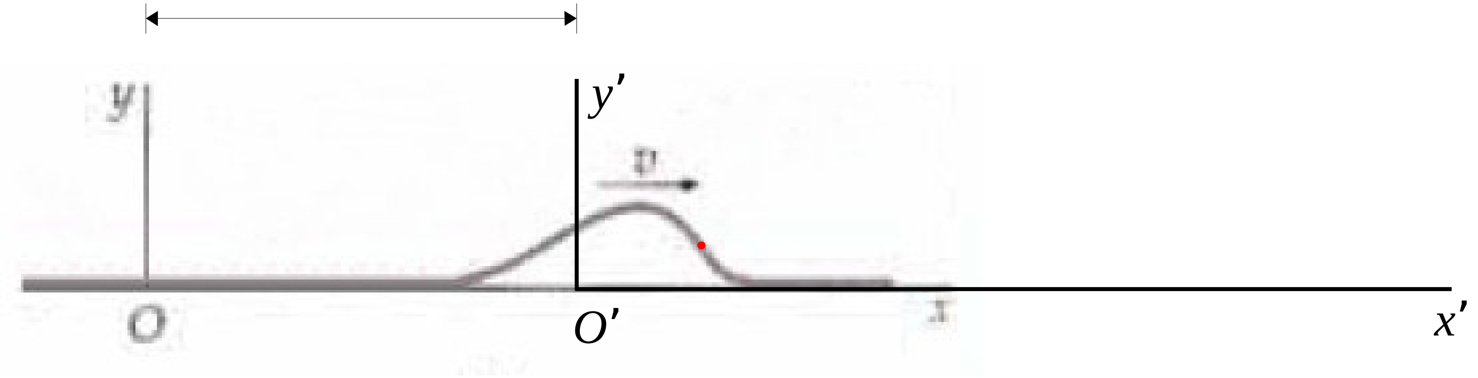
$$x = x' + L$$
$$y = y'$$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

$$L = vt$$



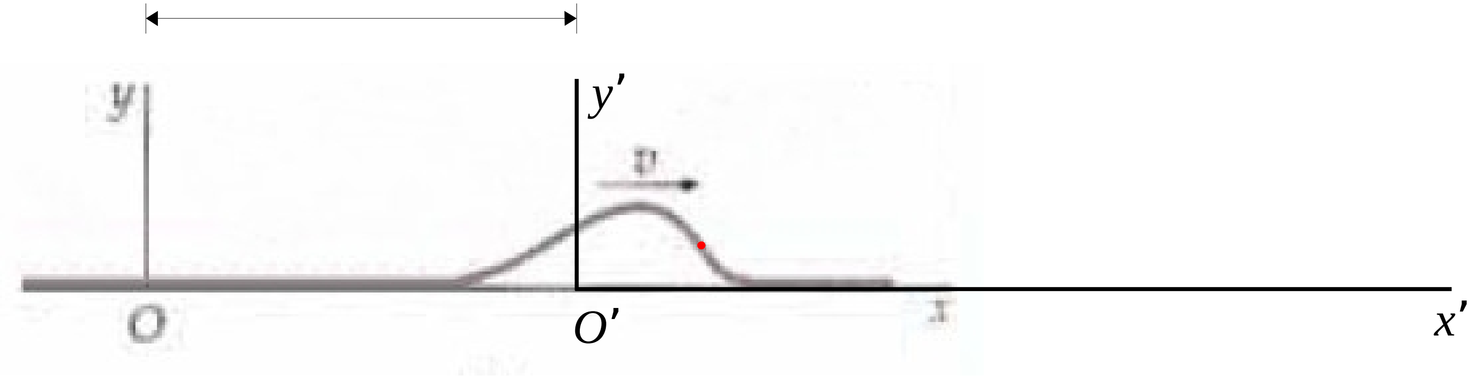
$$x = x' + L$$
$$y = y'$$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

$$L = v\,t$$



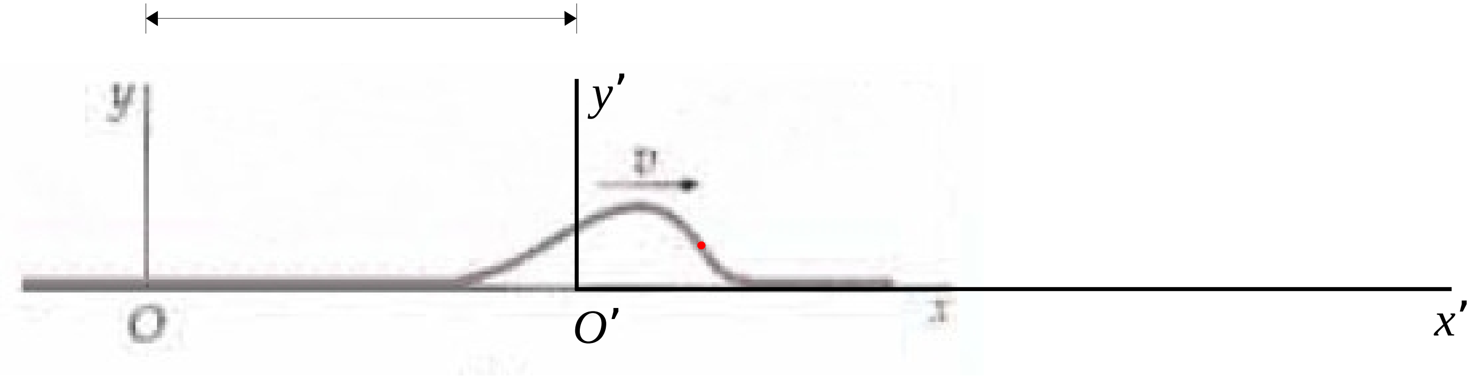
$$x = x' + v\,t$$
$$y = y'$$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

$$L = v\,t$$



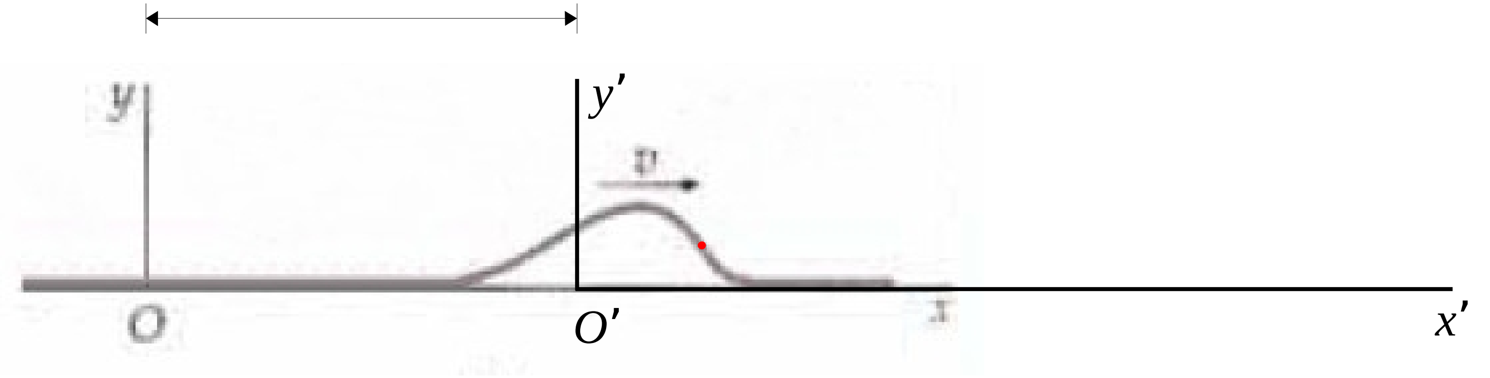
$$\begin{cases} x = x' + v\,t \\ y = y' \end{cases}$$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

$$L = v\,t$$



$$O \quad \begin{cases} x = x' + v\,t \\ y = y' \end{cases}$$

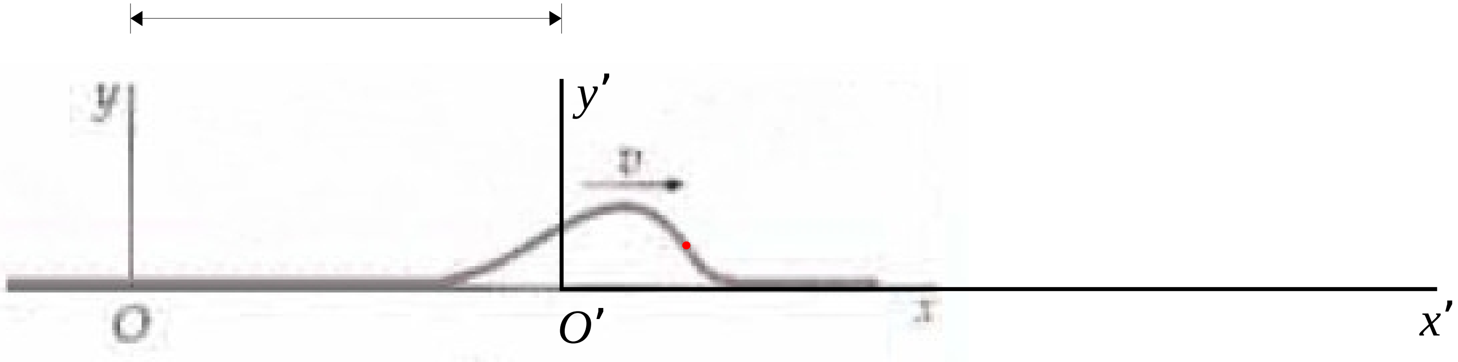
$$O' \quad \begin{cases} x' = x - v\,t \\ y' = y \end{cases}$$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

$$L = v\,t$$



$$O \quad \begin{cases} x = x' + v\,t \\ y = y' \end{cases}$$

$$y' = \mathrm{f}(x')$$

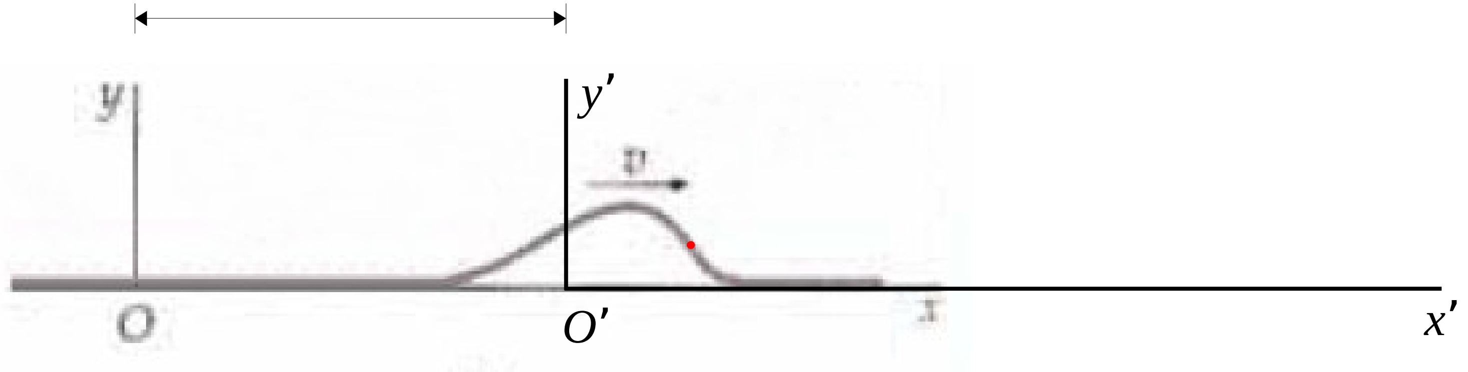
$$O' \quad \begin{cases} x' = x - v\,t \\ y' = y \end{cases}$$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

$$L = v\,t$$



$$O \quad \begin{cases} x = x' + v\,t \\ y = y' \end{cases}$$

$$O' \quad \begin{cases} x' = x - v\,t \\ y' = y \end{cases}$$

$$y' = \mathrm{f}(x')$$

$$f(x') = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

[Figura adaptada de: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

$$y = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

$$y(x,t) = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

(onda movendo-se para $+x$)

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

$$y(x,t) = \mathrm{f}(x - v\,t)$$ (onda movendo-se para $+x$)

De maneira análoga:
($v \rightarrow -v$)

$$y(x,t) = \mathrm{f}(x + v\,t)$$ (onda movendo-se para $-x$)

Propriedades das Ondas

- Descrição das ondas progressivas:

$$y(x,t) = \mathrm{f}(x - v\,t)$$ (onda movendo-se para $+x$)

De maneira análoga:

(v → -v)

$$y(x,t) = \mathrm{f}(x + v\,t)$$ (onda movendo-se para $-x$)

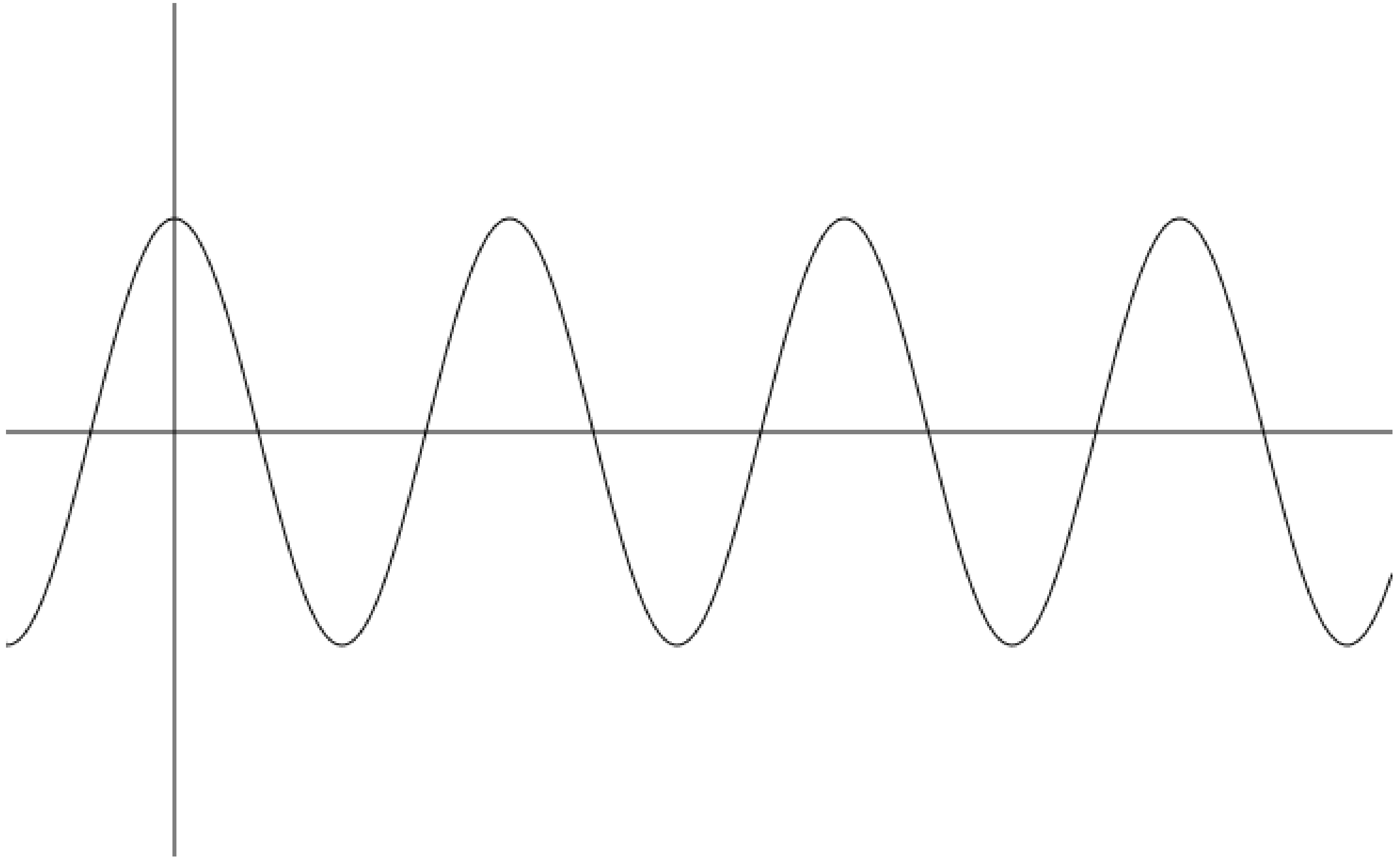
Agora precisamos saber qual é a **função de onda**.

Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

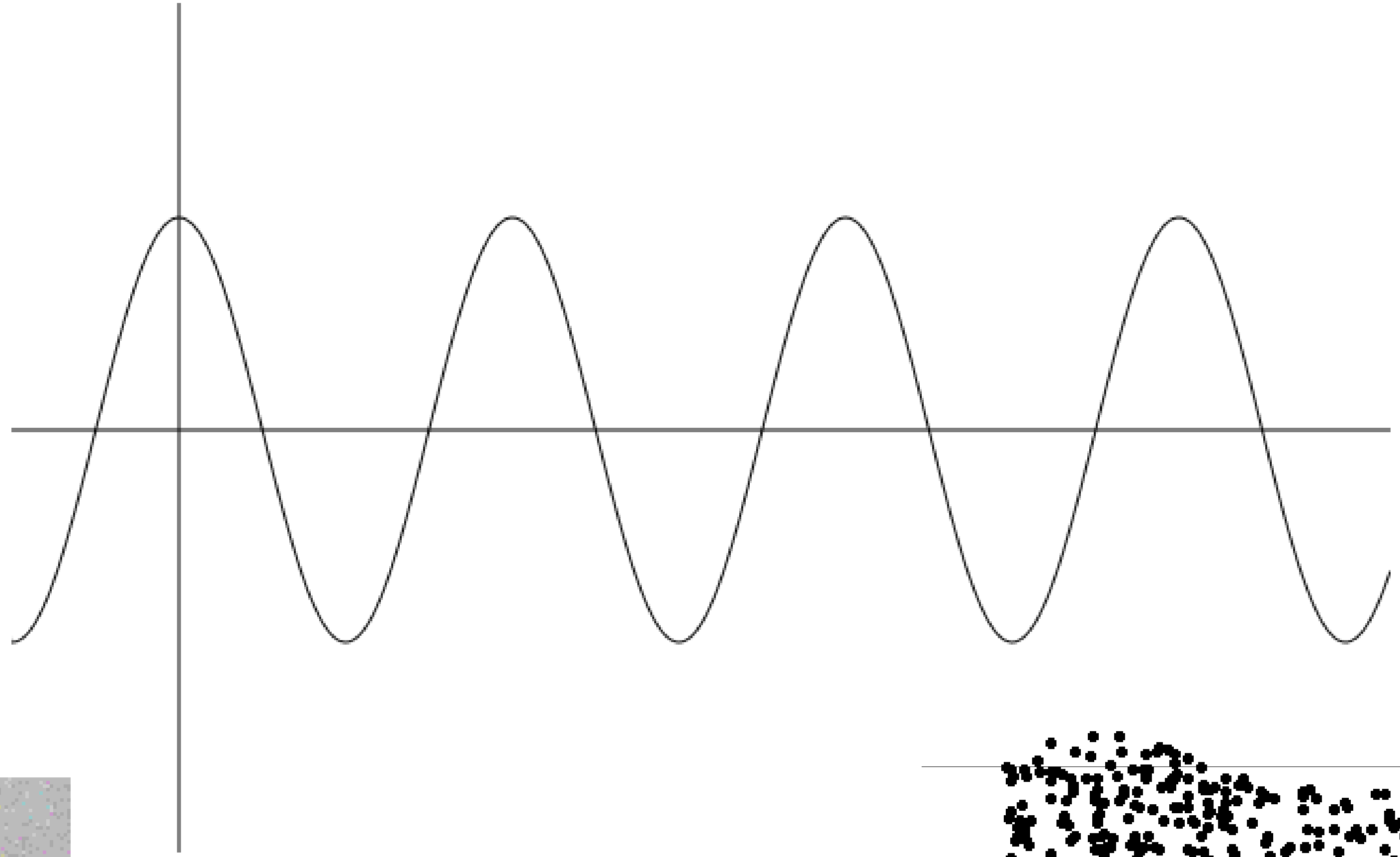
Propriedades das Ondas

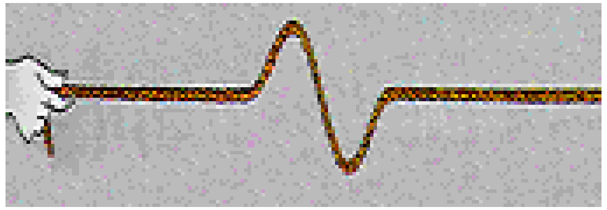
- onda harmônica:

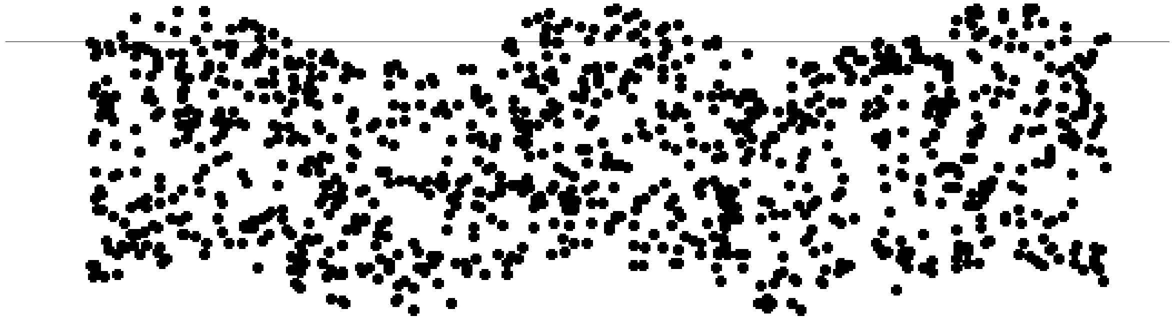


Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

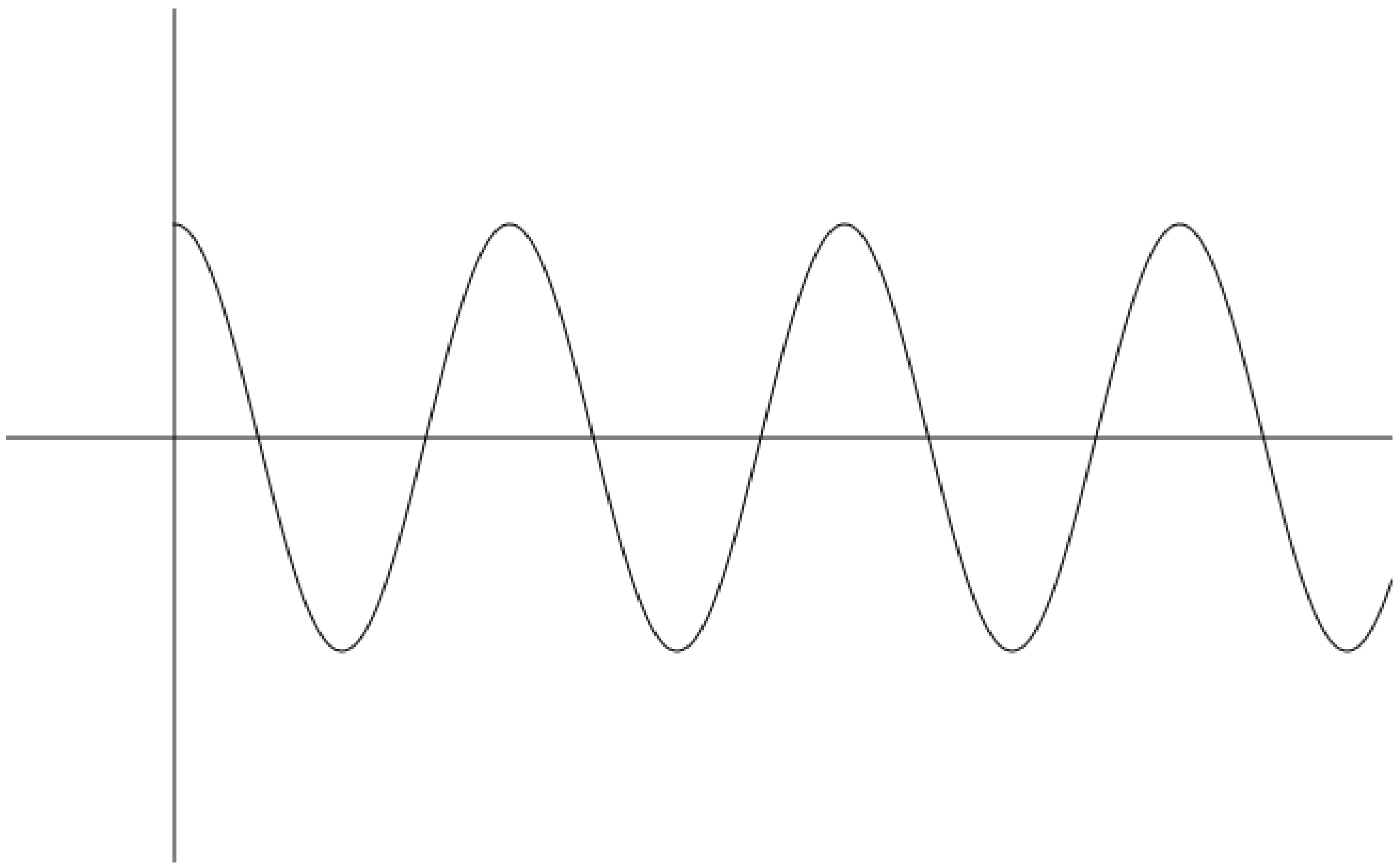






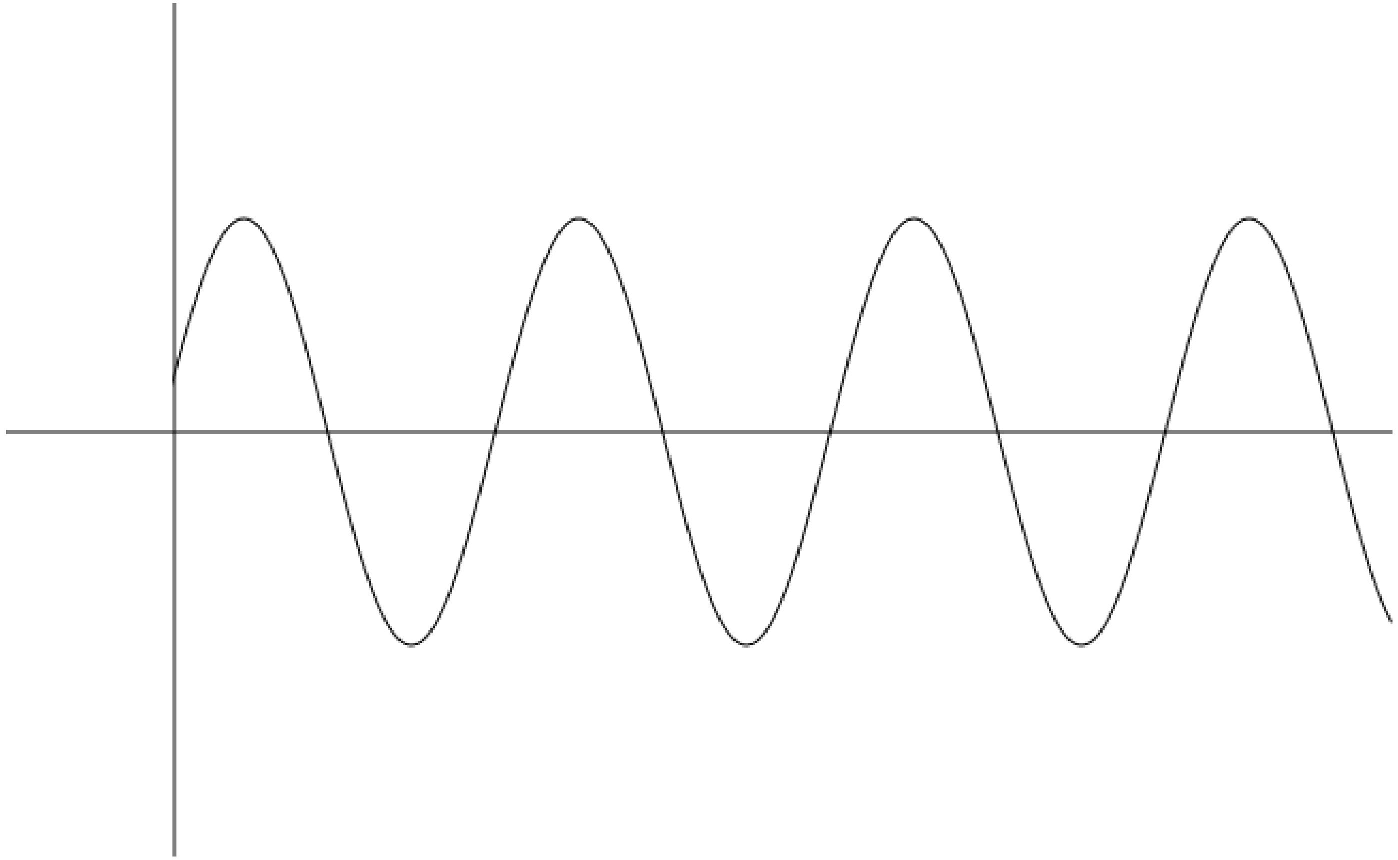
Propriedades das Ondas

- onda harmônica:



Propriedades das Ondas

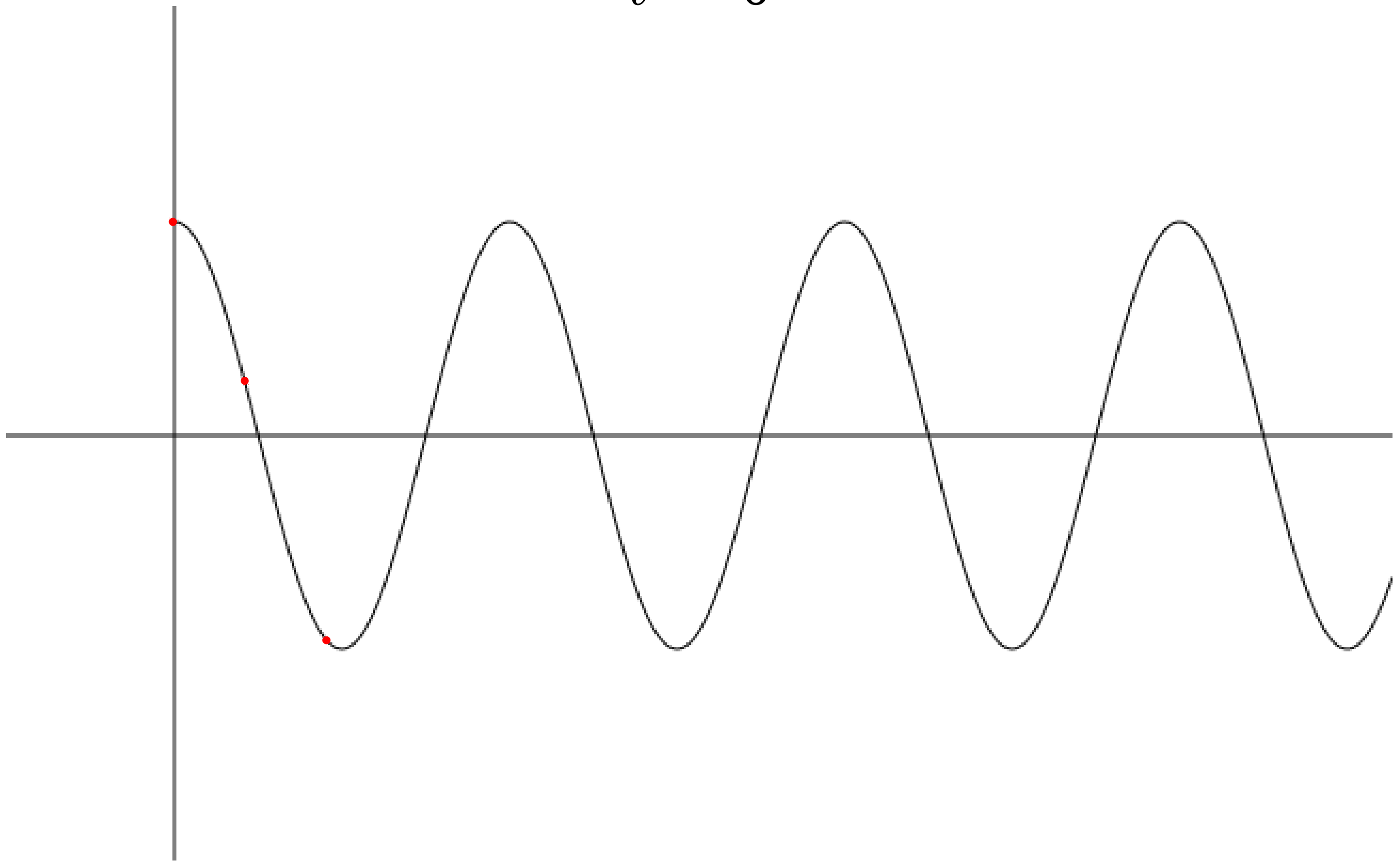
- onda harmônica:



Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

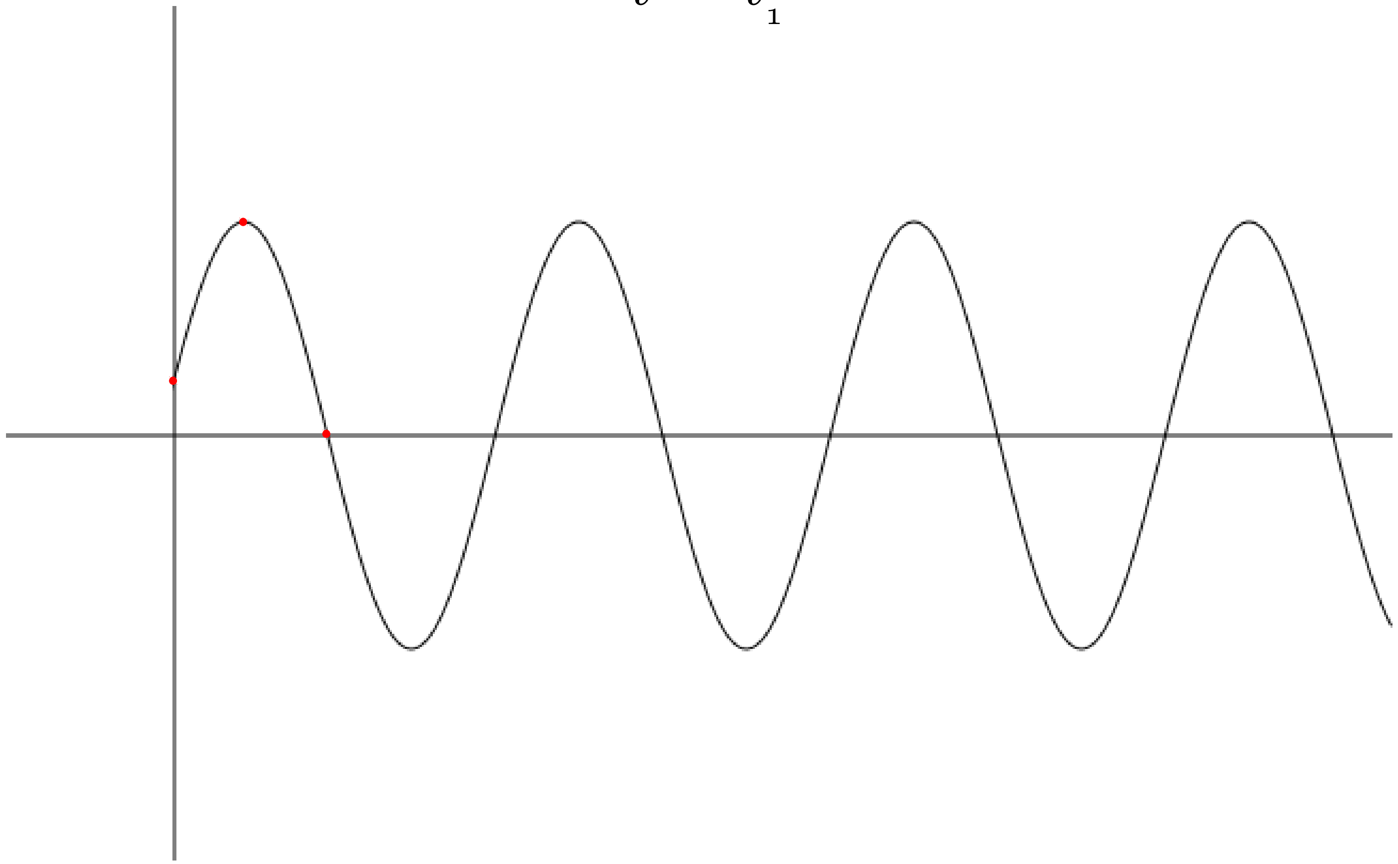
$t = 0$



Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

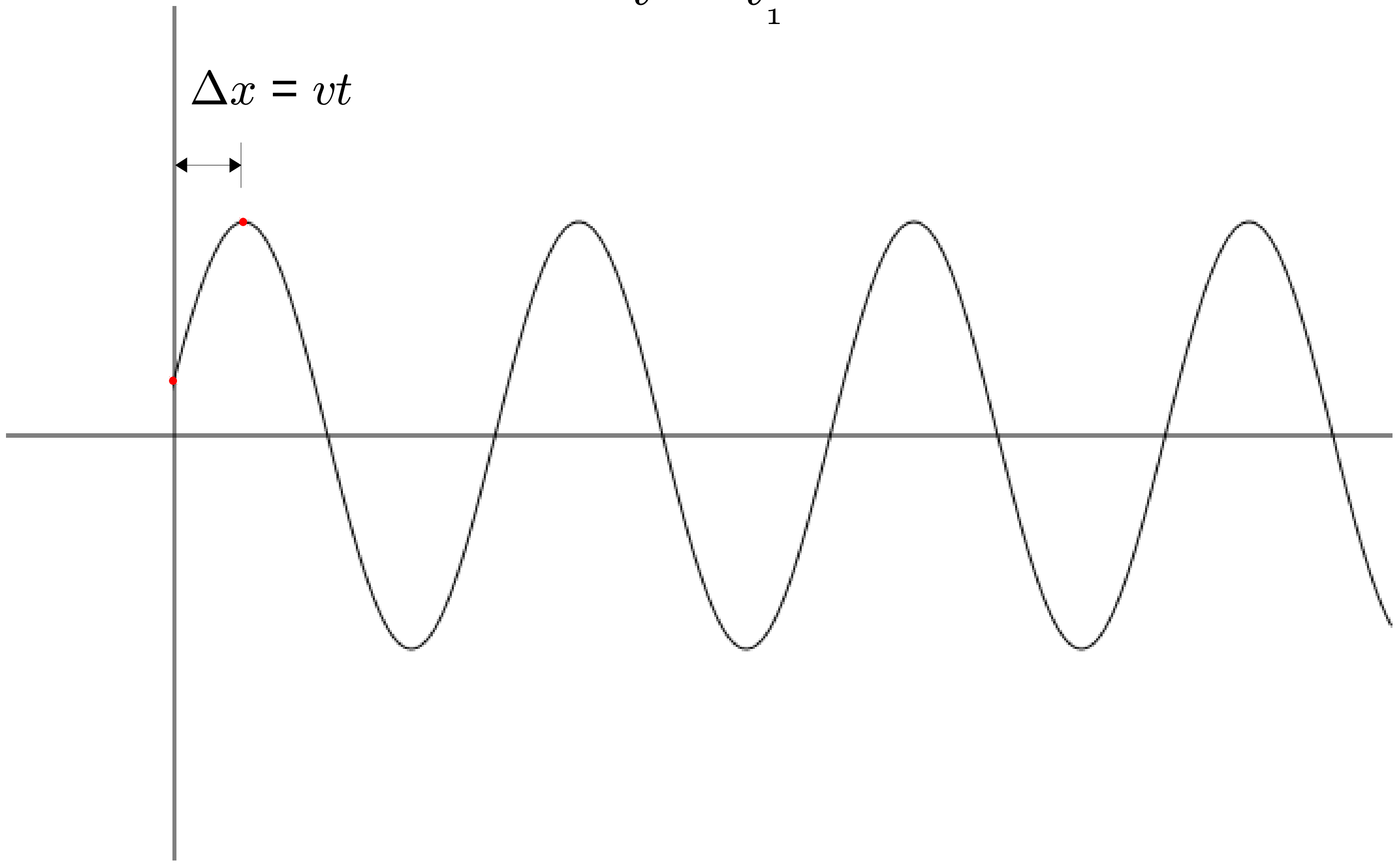
$$t = t_1$$



Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

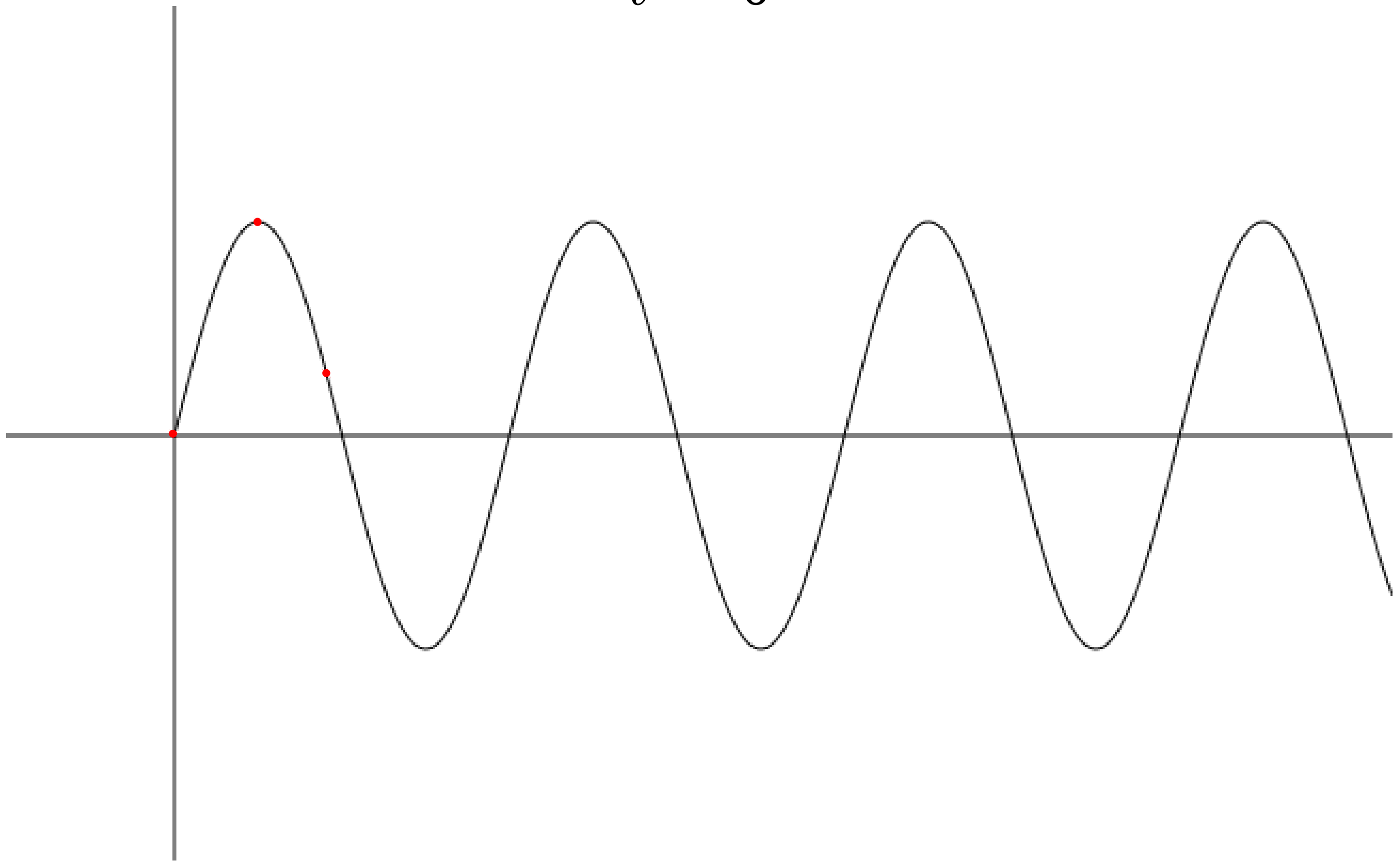
$t = t_1$



Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

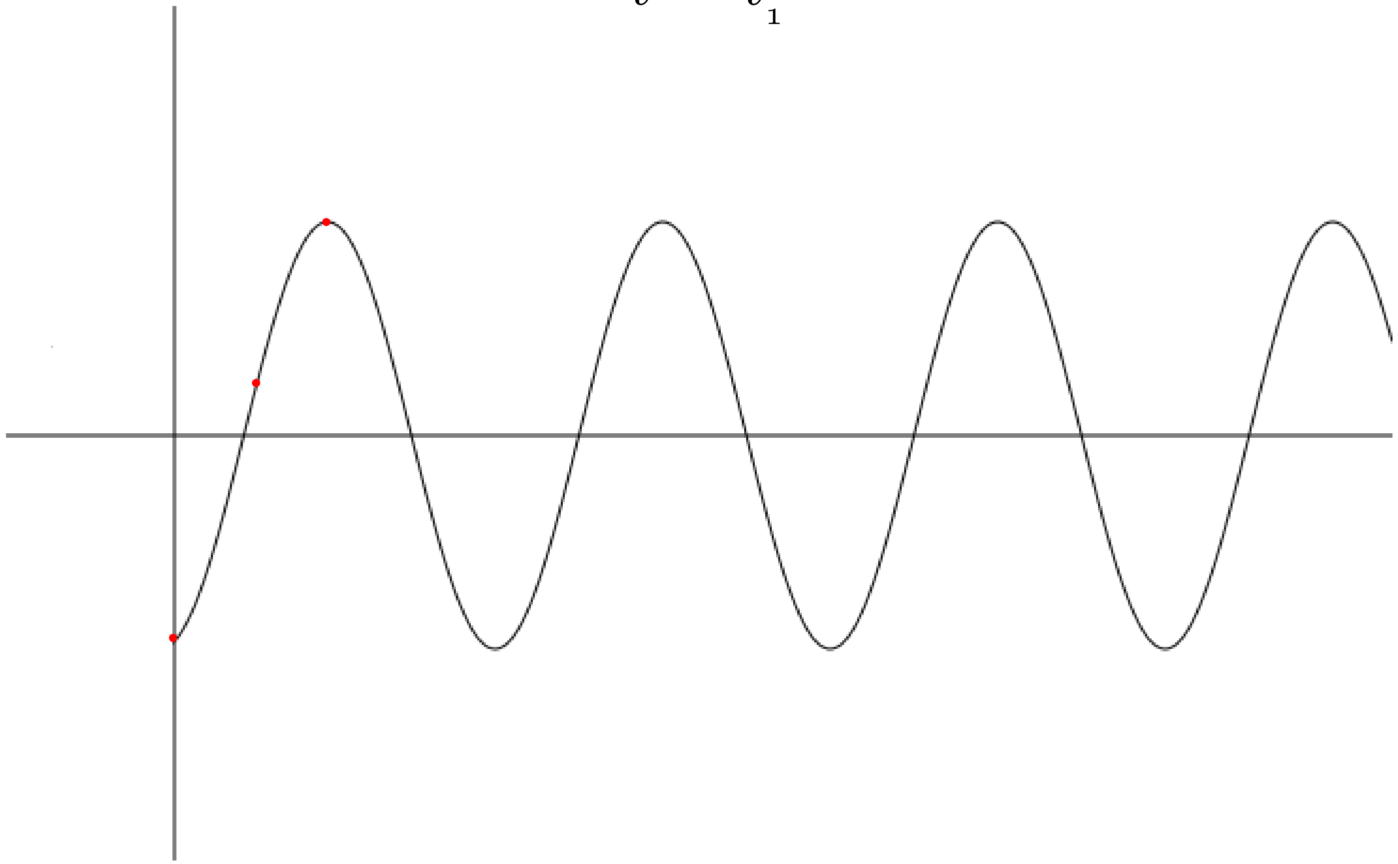
$$t = 0$$



Propriedades das Ondas

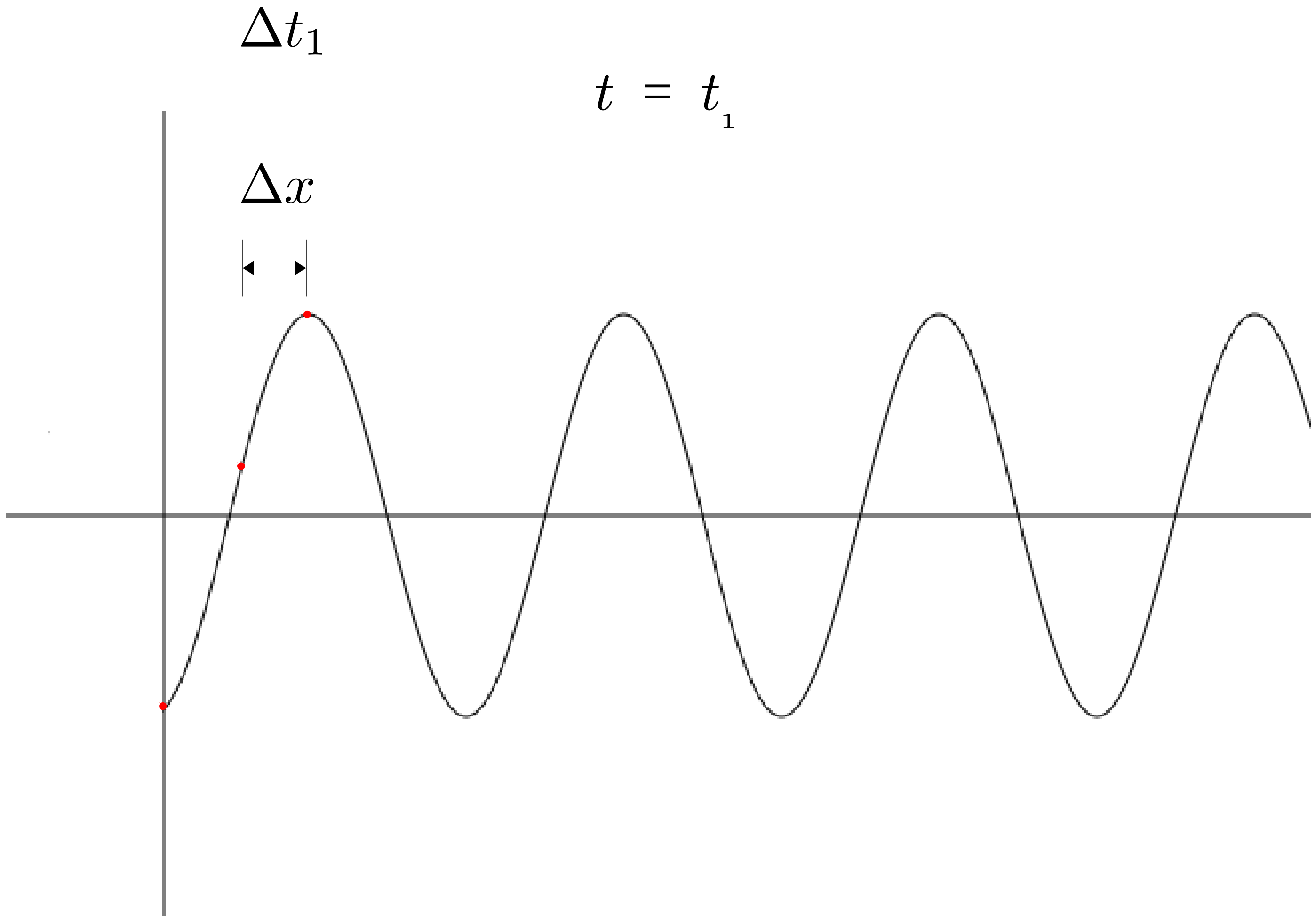
- onda harmônica:

$$t = t_1$$



Propriedades das Ondas

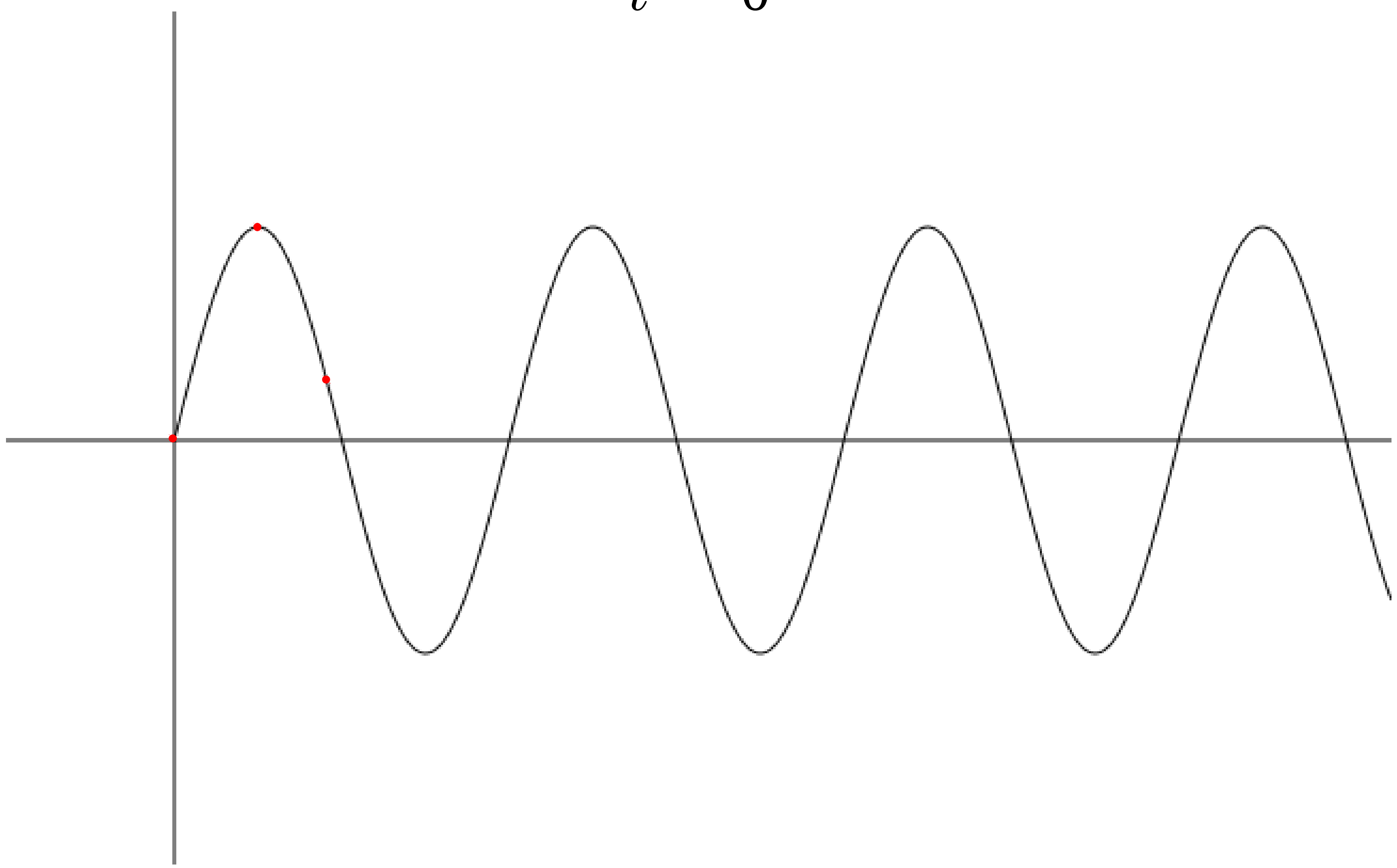
- onda harmônica:



Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

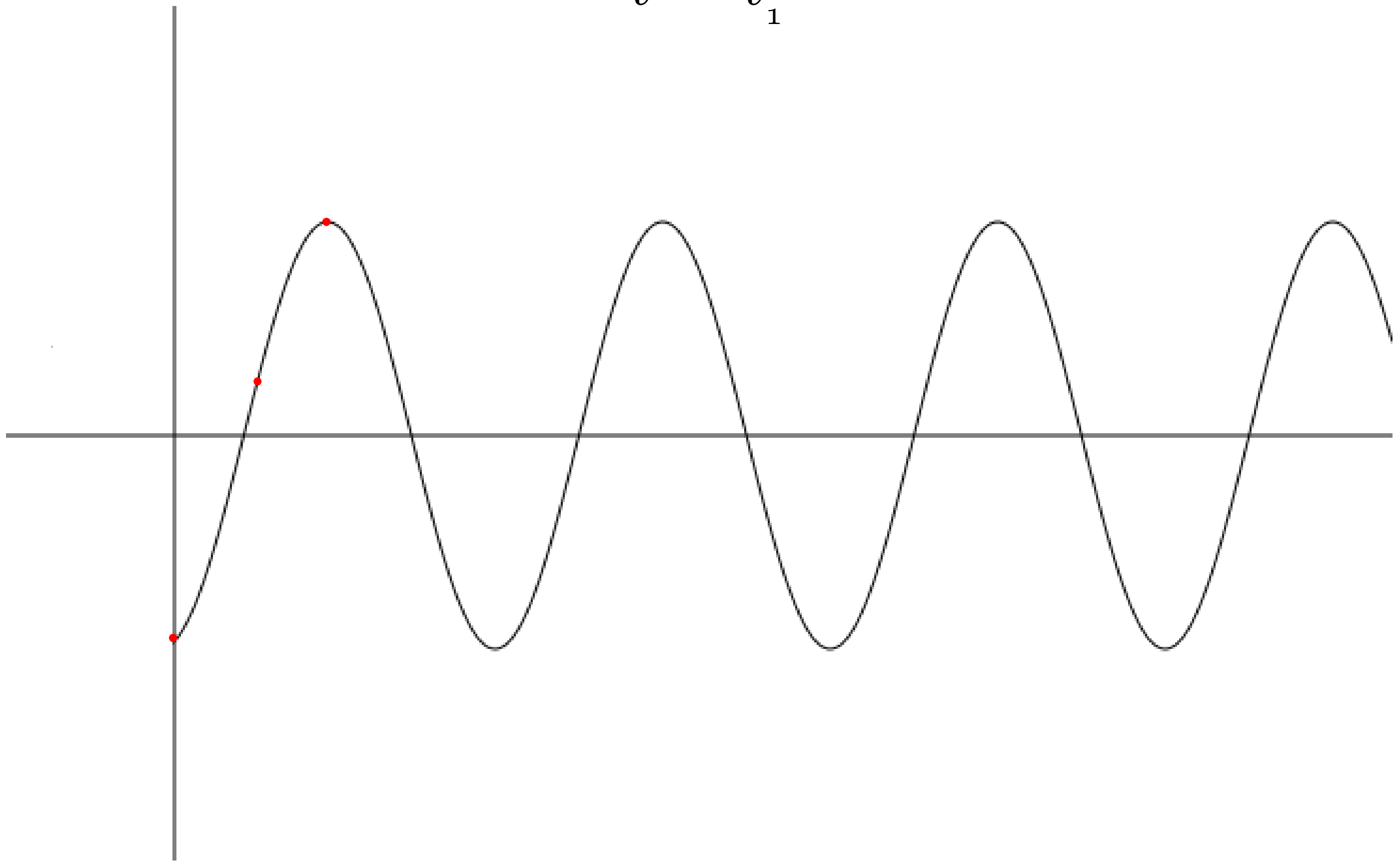
$t = 0$



Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

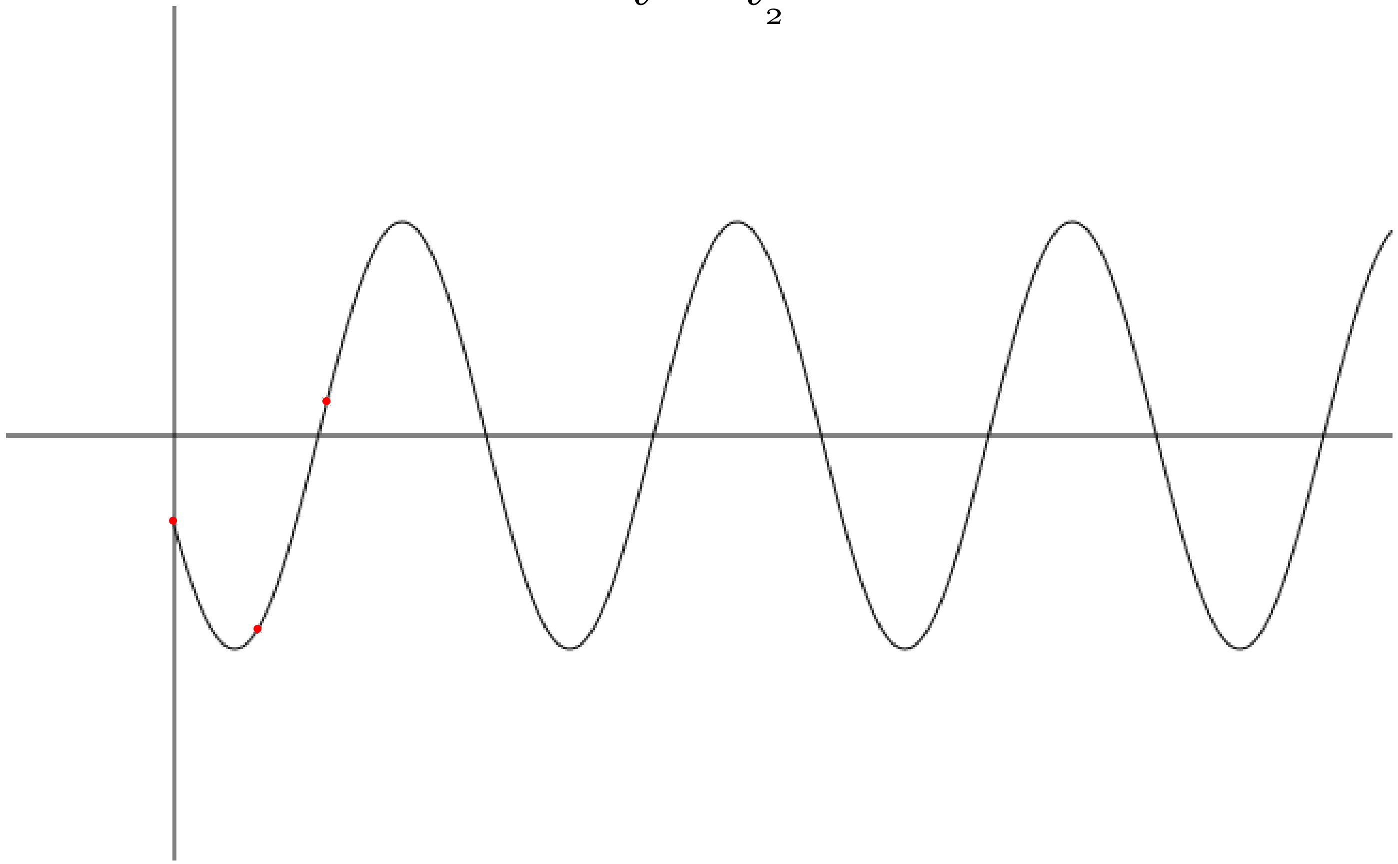
$t = t_1$



Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

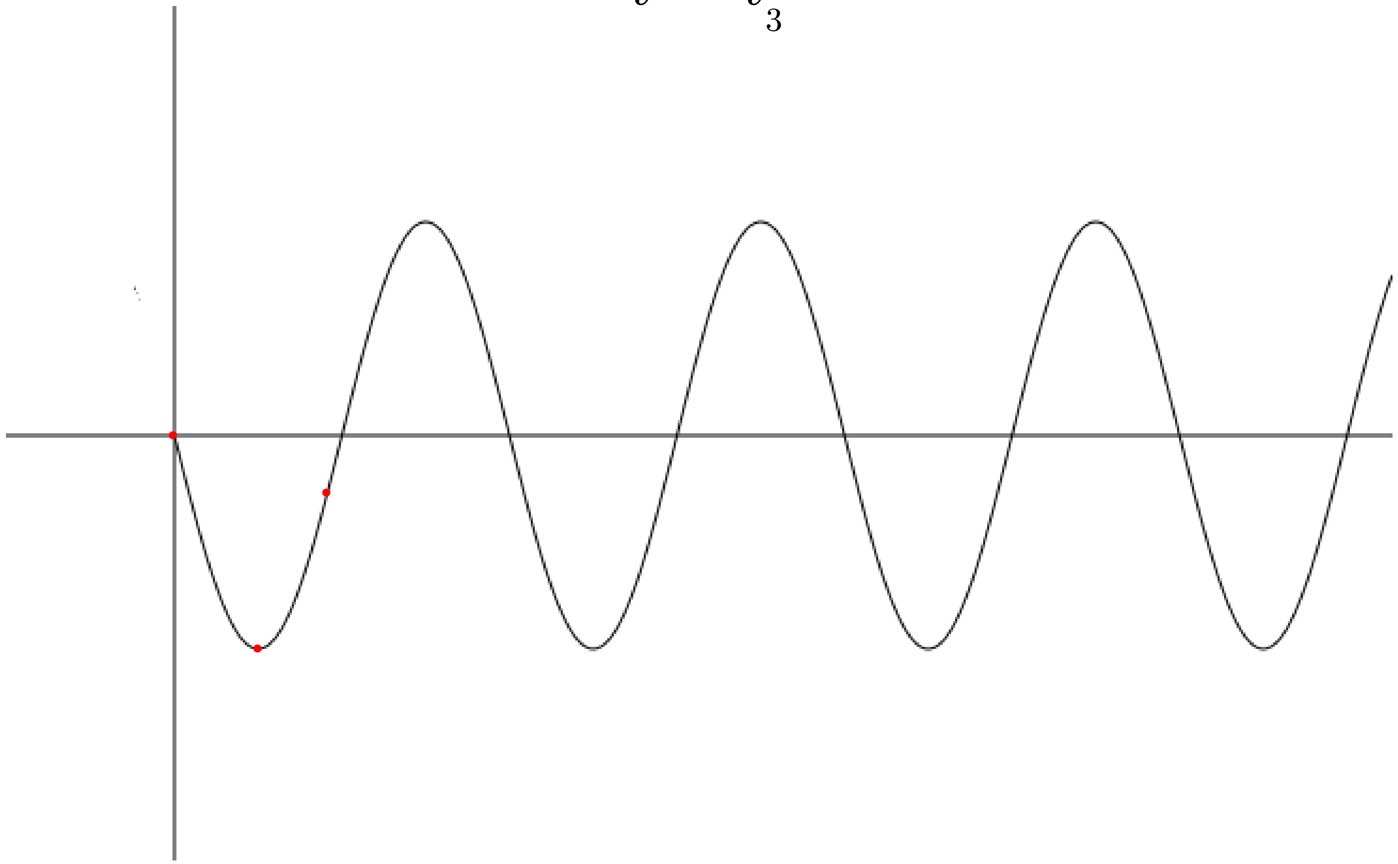
$t = t_2$



Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

$t = t_3$



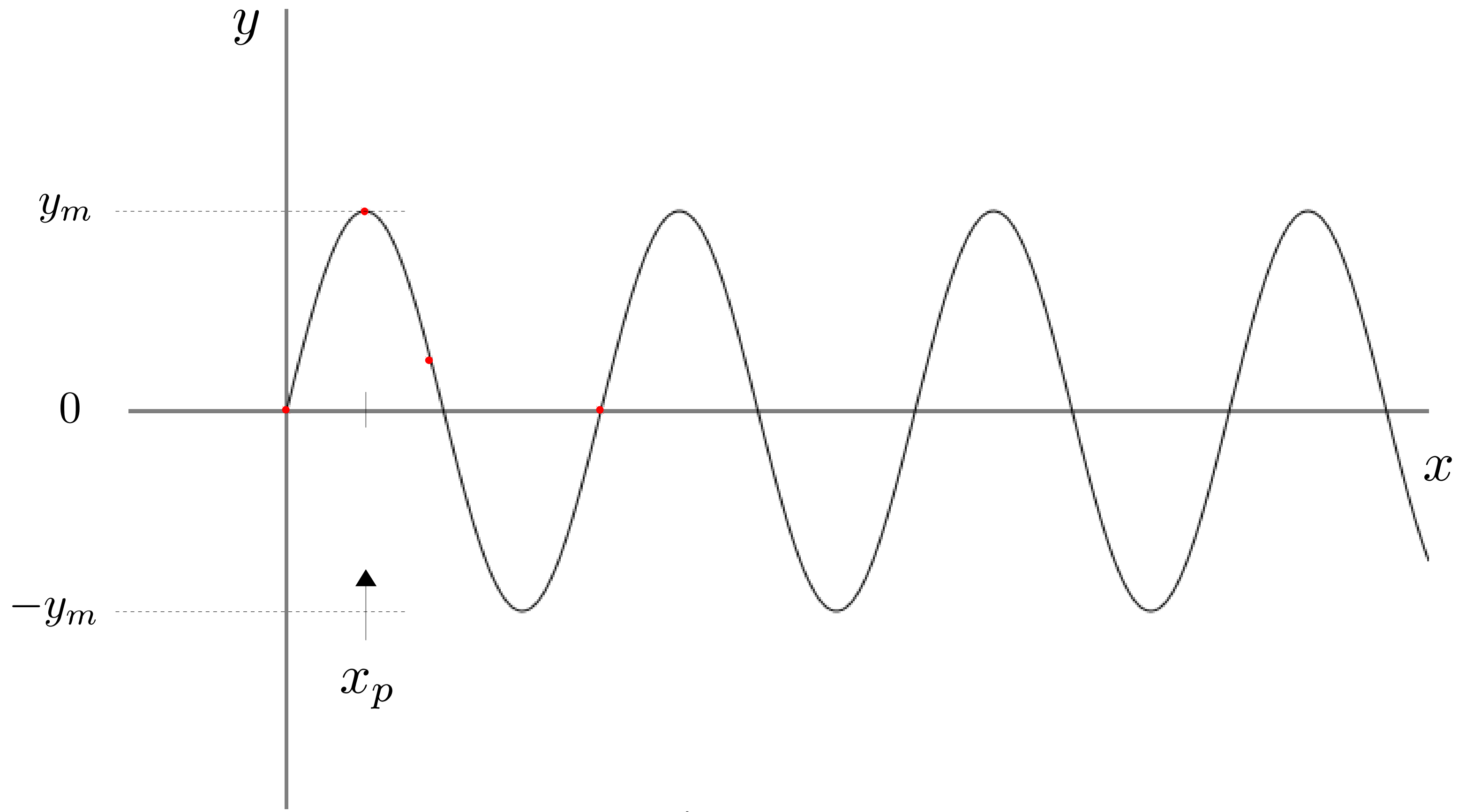
$$y(x,t) = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

$y = y(x)$: literalmente posições dos pontos na corda

$$t = 0$$



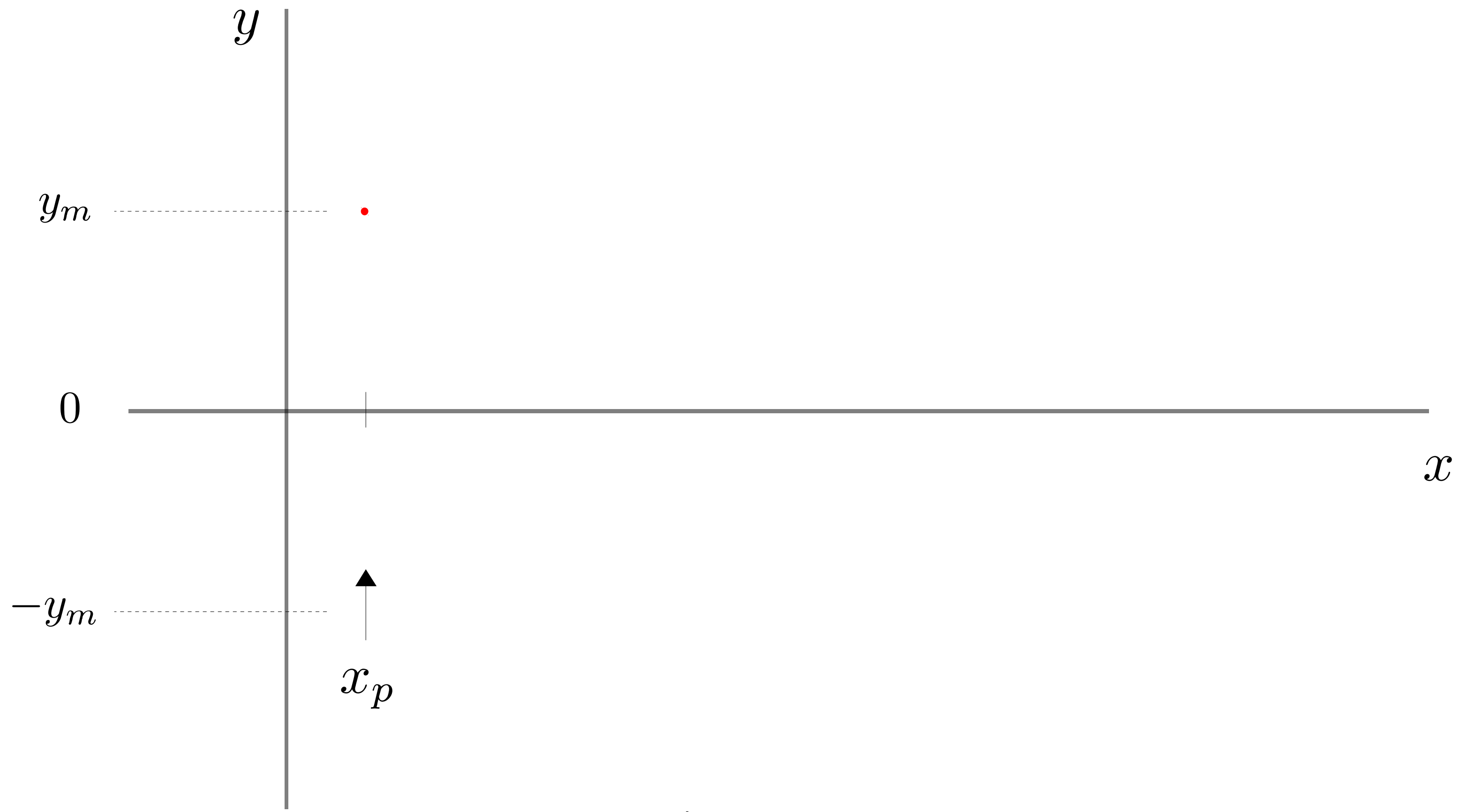
$$\mathrm{f}(x') = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

$$y(x,t) = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

$$t = 0$$



$$\mathrm{f}(x') = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

$y = y(x)$: literalmente posições dos pontos na corda

Partícula em $x = x_p$ por exemplo:

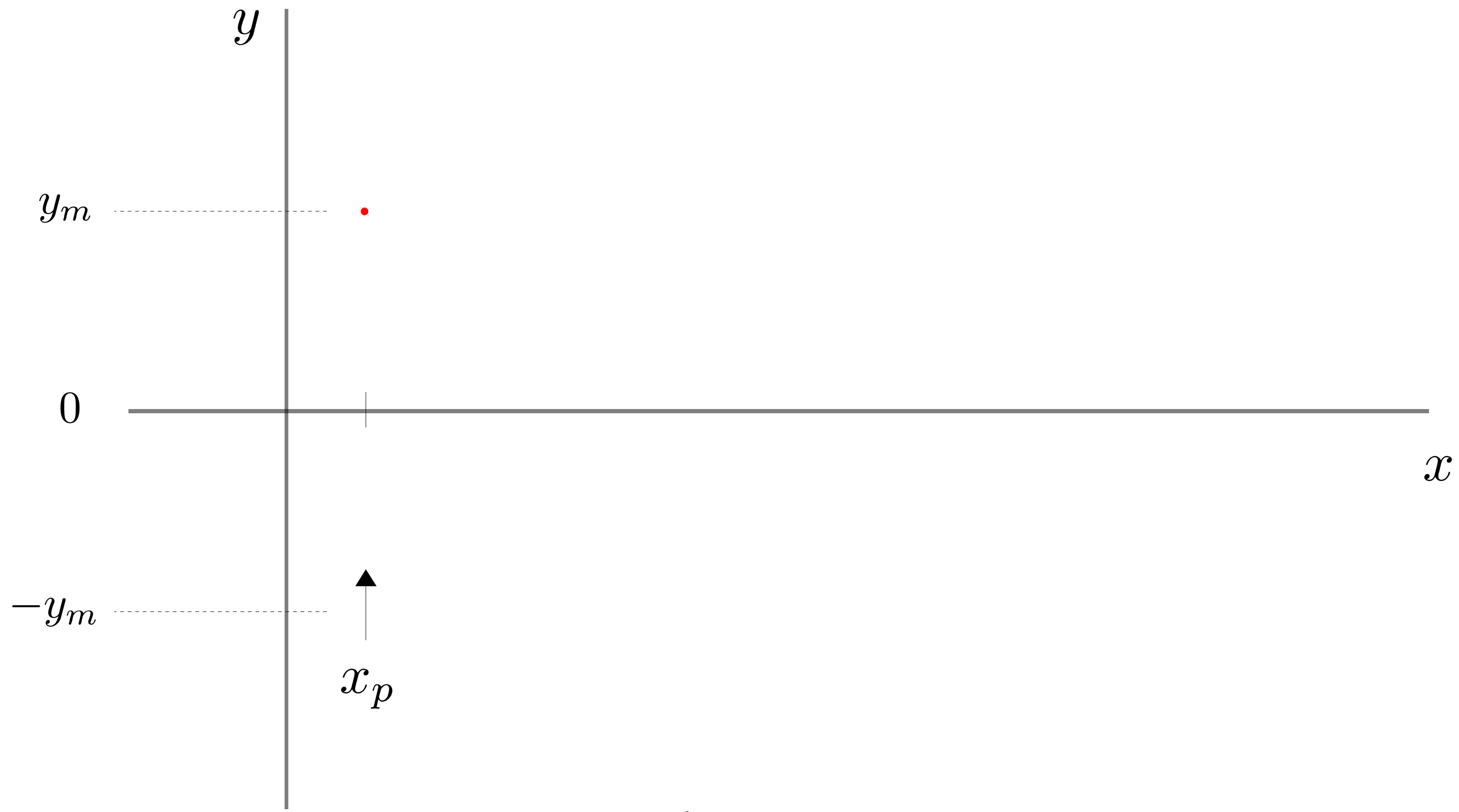
$$y(t) = y_m \cos(\omega\,t)$$

$$y(x,t) = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

$$t = 0$$



$$\mathrm{f}(x') = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

$y = y(x)$: literalmente posições dos pontos na corda

Partícula em $x = x_p$ por exemplo:

$$y(t) = y_m \cos(\omega\,t)$$

Em $t = 0$, $y = y_m$ ou $y = A$:

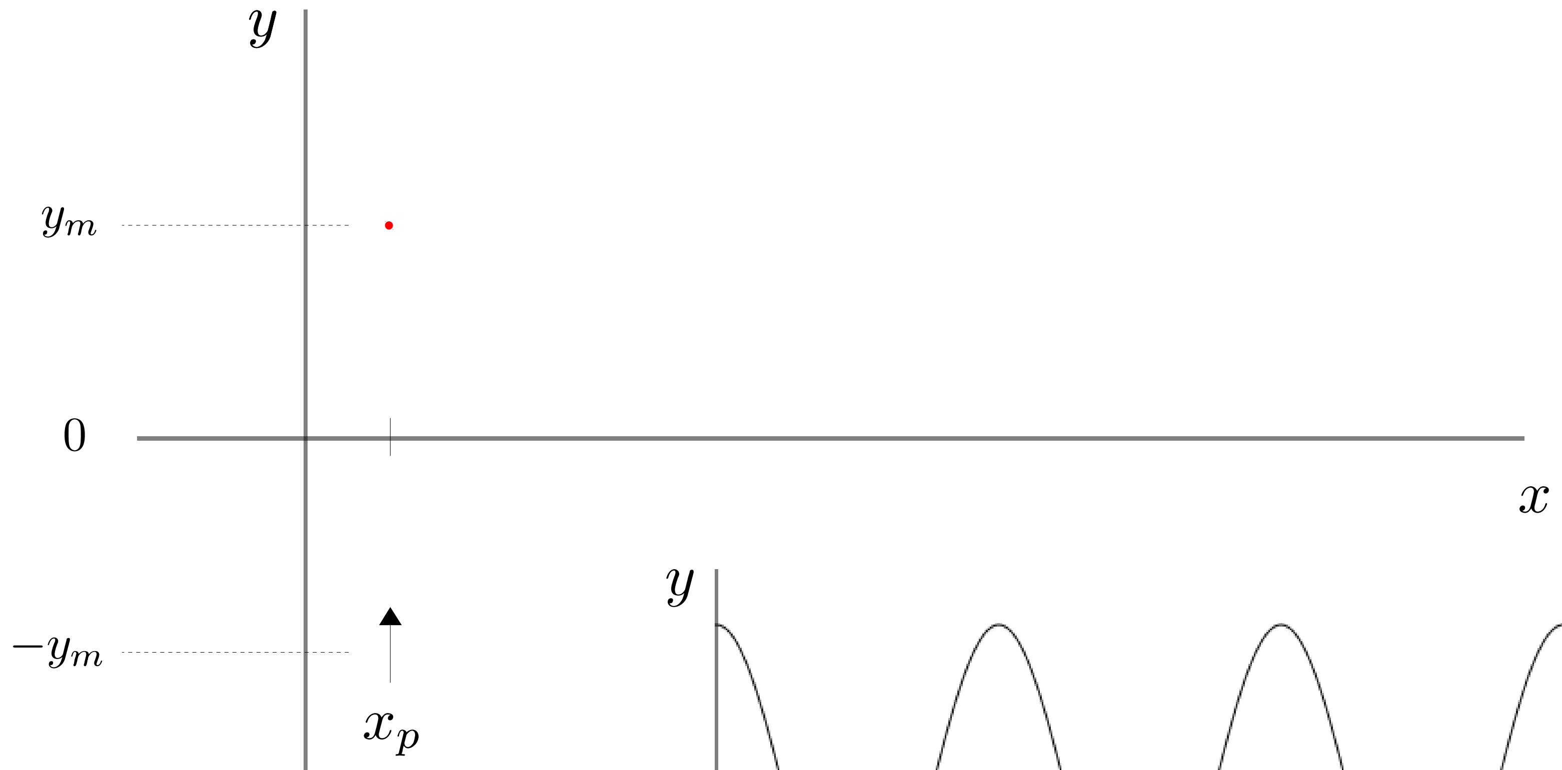
$$y(0) = y_m \cos(\omega\,0) = y_m$$

$y(x,t) = \mathrm{f}(x - v\,t)$

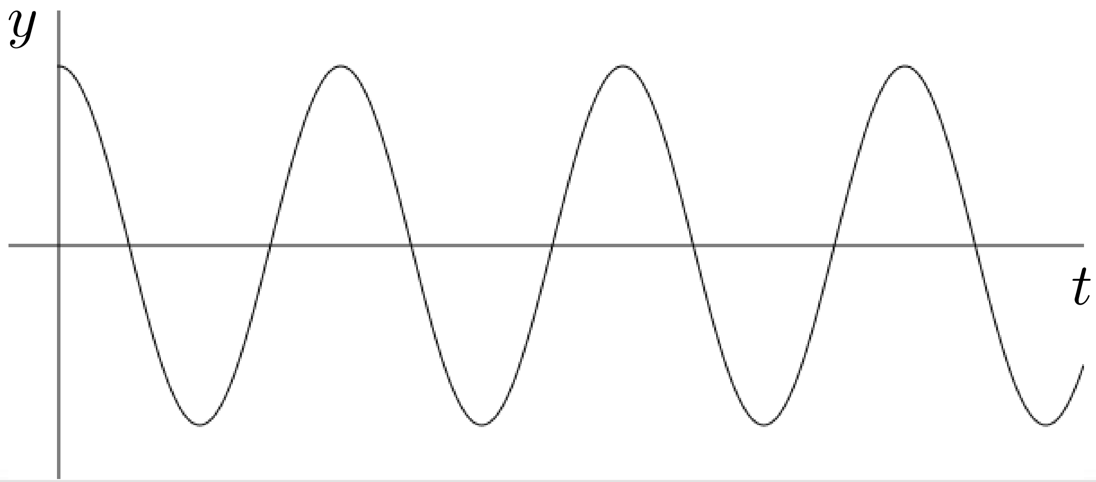
Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

$t = 0$



$\mathrm{f}(x') = \mathrm{f}(x - v\,t)$



$y = y(x)$: literalmente posições dos pontos na corda

Partícula em $x = x_p$ por exemplo:

$$y(t) = y_m \cos(\omega\,t)$$

Em $t = 0$, $y = y_m$ ou $y = A$:

$$y(0) = y_m \cos(\omega\,0) = y_m$$

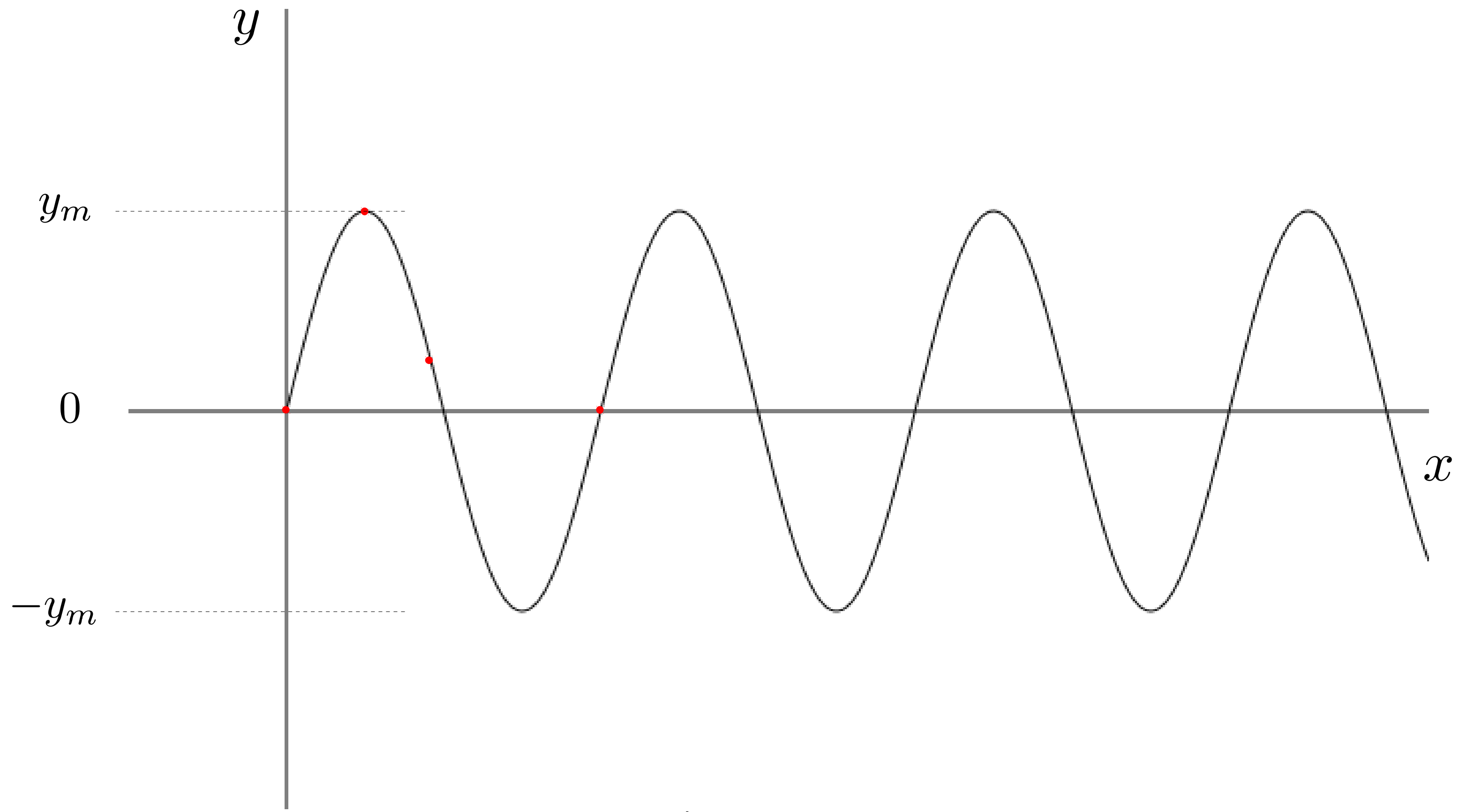
$$u_y = \frac{dy}{dt}$$

$$y(x,t) = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

$$t = 0$$



$$\mathrm{f}(x') = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

$y = y(x)$: literalmente posições dos pontos na corda

Partícula em $x = 0$ por exemplo:

$$y(t) = y_m \cos(\omega\,t + \pi/2)$$

$$y(t) = y_m \,\mathrm{sen}(\omega\,t)$$

Em $t = 0$, $y = 0$:

$$y(0) = y_m \cos(\omega\,0 + \pi/2) = 0$$

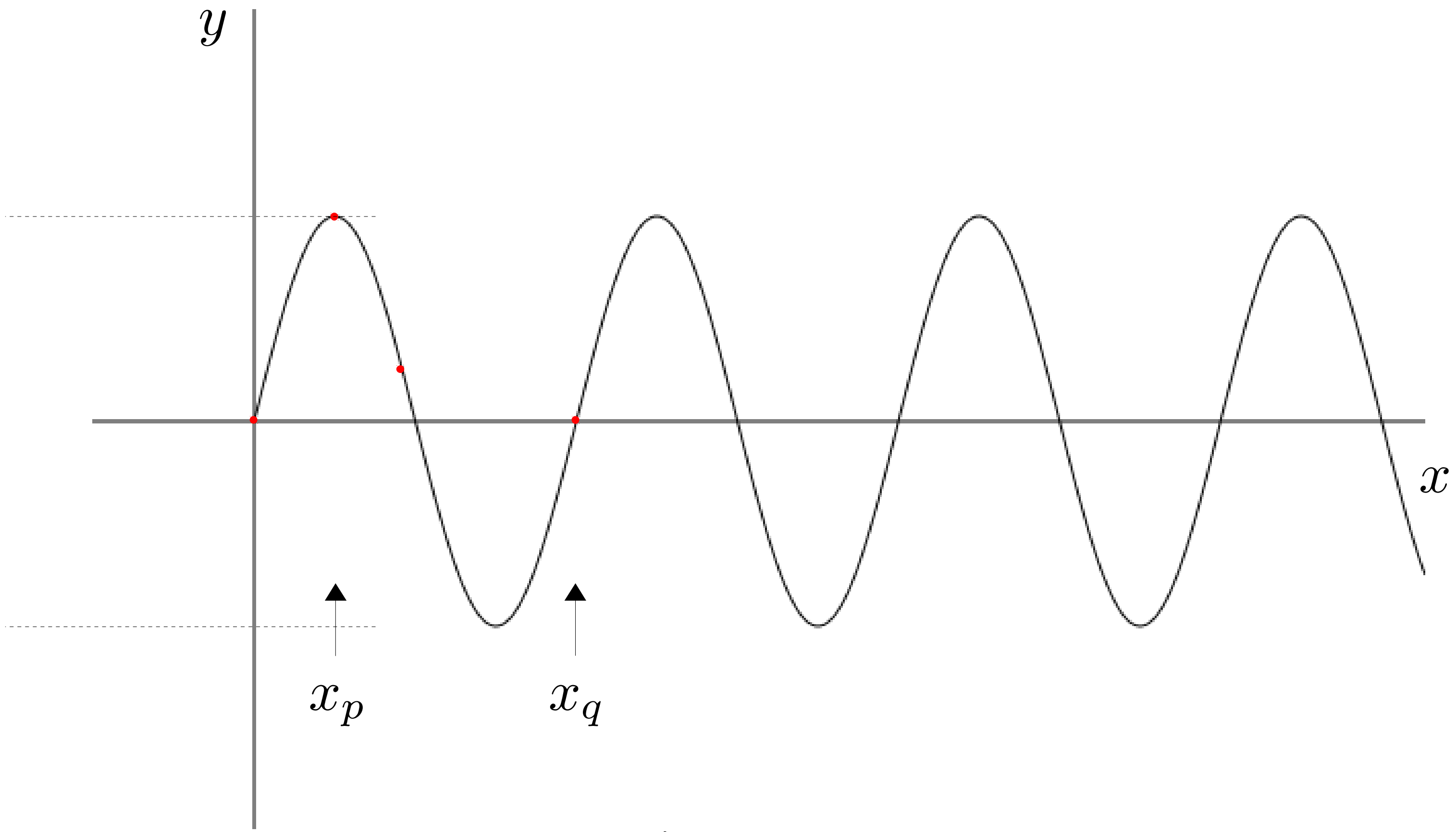
$$y(0) = y_m \,\mathrm{sen}(\omega\,0) = 0$$

$$y(x,t) = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

$t = 0$



$$\mathrm{f}(x') = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

$y = y(x)$: literalmente posições dos pontos na corda

$$y(x,0) = A\ \mathrm{sen}(\kappa\, x)$$

Partícula em $x = 0$ (em $t = 0$):

$$y(0,0) = A\ \mathrm{sen}(\kappa\, 0) = \underline{0}$$

Partícula em $x = x_p$ (em $t = 0$):

$$y(x_p,0) = A\ \mathrm{sen}(\kappa\, x_p) = \underline{A}$$

Partícula em $x = x_q$ (em $t = 0$):

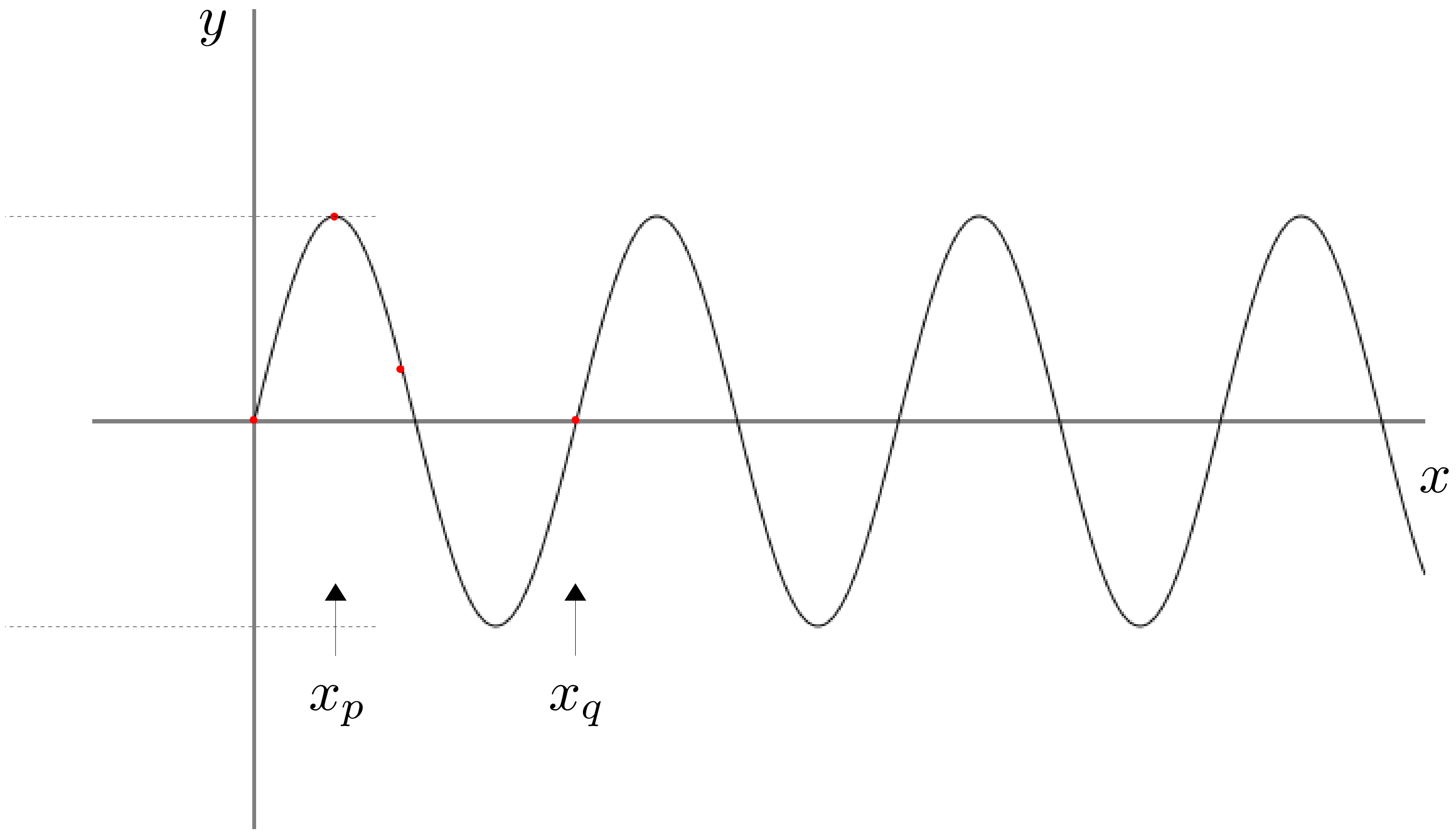
$$y(x_q,0) = A\ \mathrm{sen}(\kappa\, x_q) = \underline{0}$$

$$y(x,t) = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

$$t = 0$$



$$\mathrm{f}(x') = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

$$\mathrm{f}(\kappa\,x') = \mathrm{f}(\kappa\,[x - v\,t])$$

Em $t = 0$:

$$y(x,0) = A\ \mathrm{sen}(\kappa\,x)$$

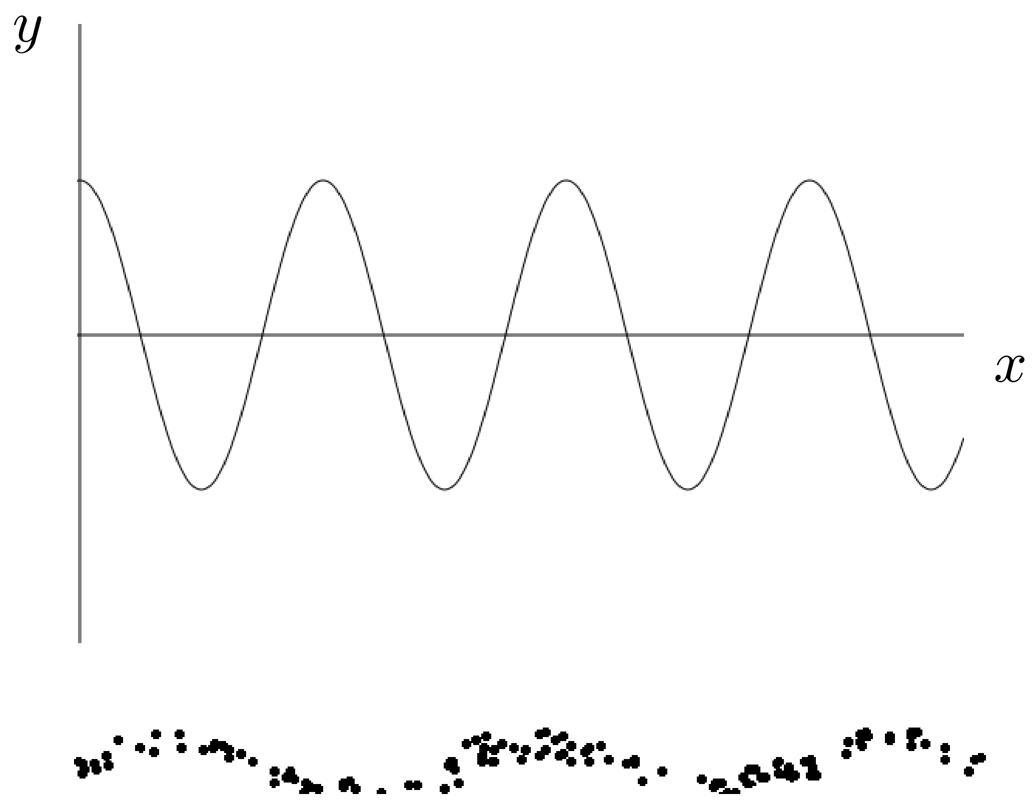
Em t qualquer:

$$y(x,t) = A\ \mathrm{sen}(\kappa\,x - \kappa\,v\,t)$$

Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

Para x e t quaisquer: $y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x - \kappa\,v\,t)$

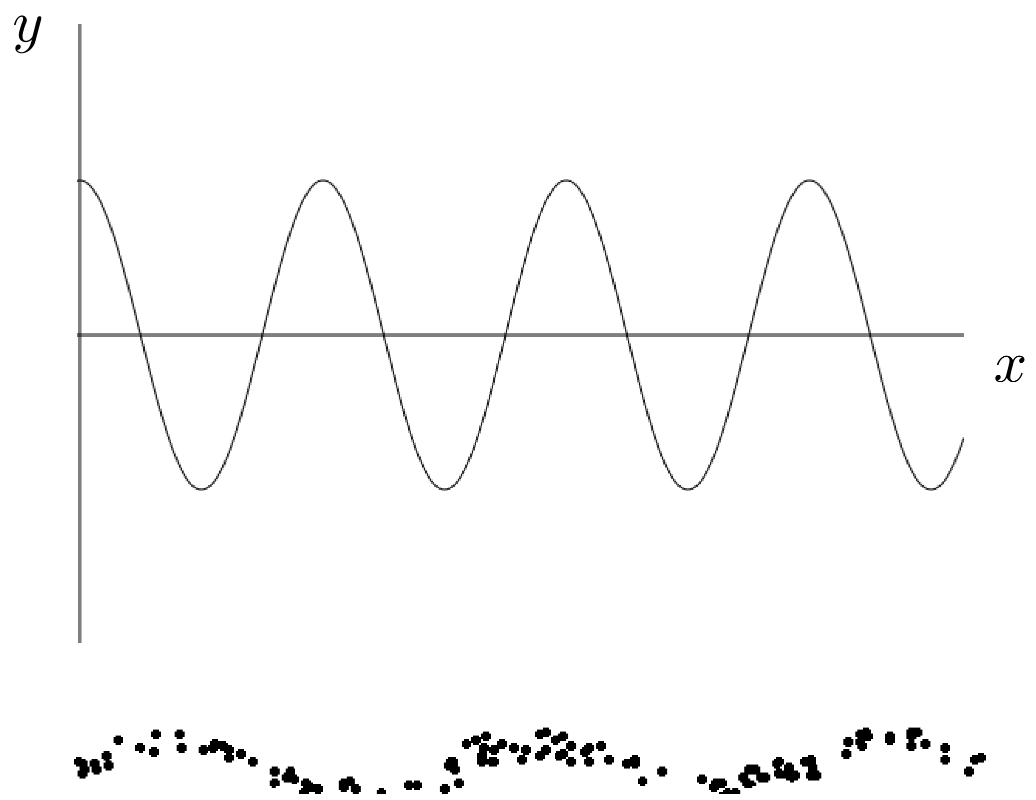


Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

Para x e t quaisquer: $$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x - \kappa\,v\,t)$$

$$\cos(\omega\,t) \quad \text{ou} \quad \mathrm{sen}(\omega\,t)$$



Propriedades das Ondas

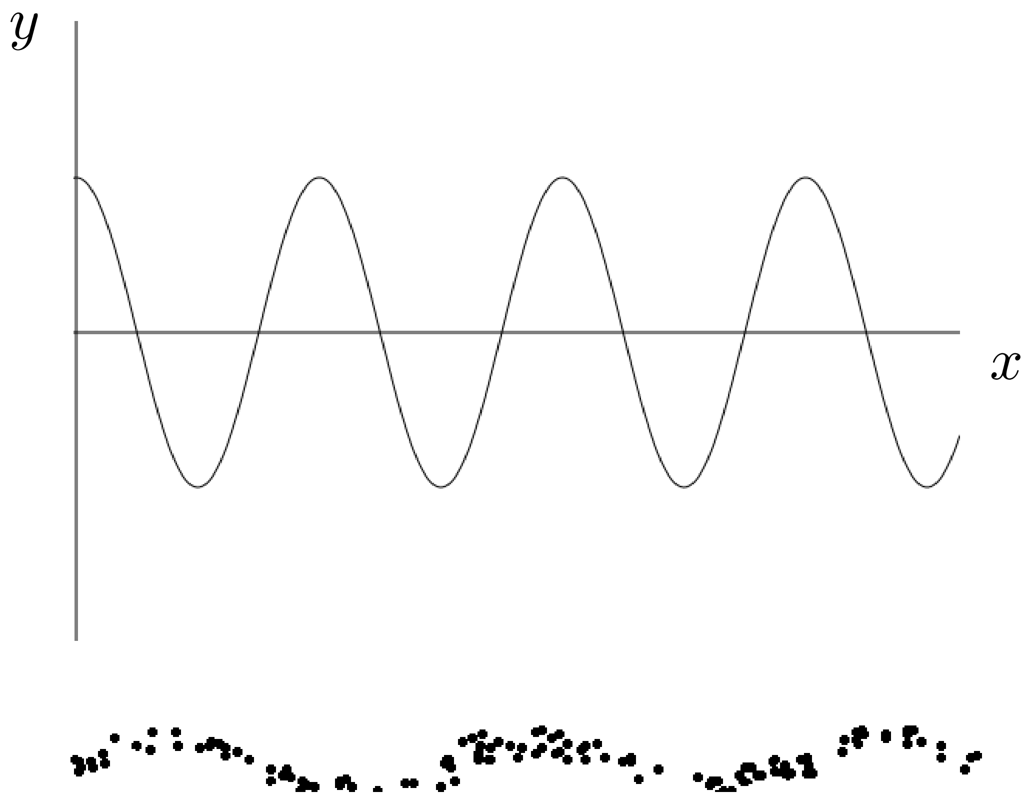
- onda harmônica:

Para x e t quaisquer:

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\, x - \kappa\, v\, t)$$

$$\cos(\omega\, t) \quad \text{ou} \quad \mathrm{sen}(\omega\, t)$$

$$\kappa\, x \quad : \quad [?]\,.\,[\mathrm{m}] = [\mathrm{rad}]$$

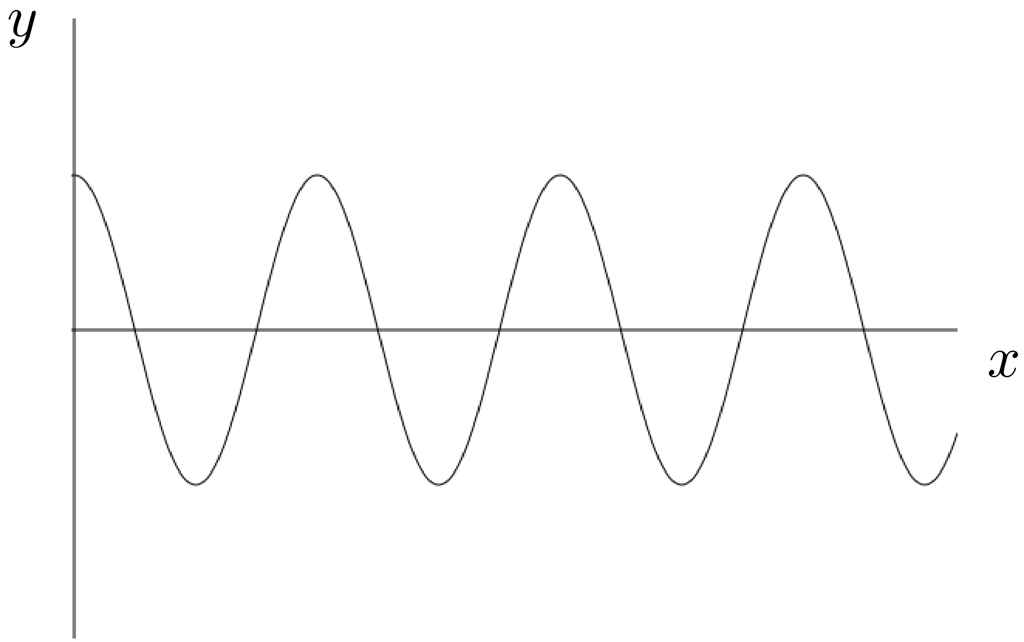


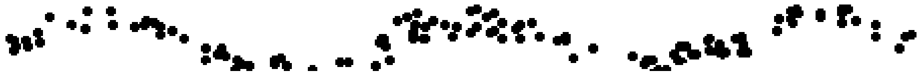
Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

Para x e t quaisquer:

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\, x - \kappa\, v\, t)$$





$$\cos(\omega\, t) \quad \text{ou} \quad \mathrm{sen}(\omega\, t)$$

$$\kappa\, x \quad : \quad [?]\,.\,[\mathrm{m}] = [\mathrm{rad}]$$

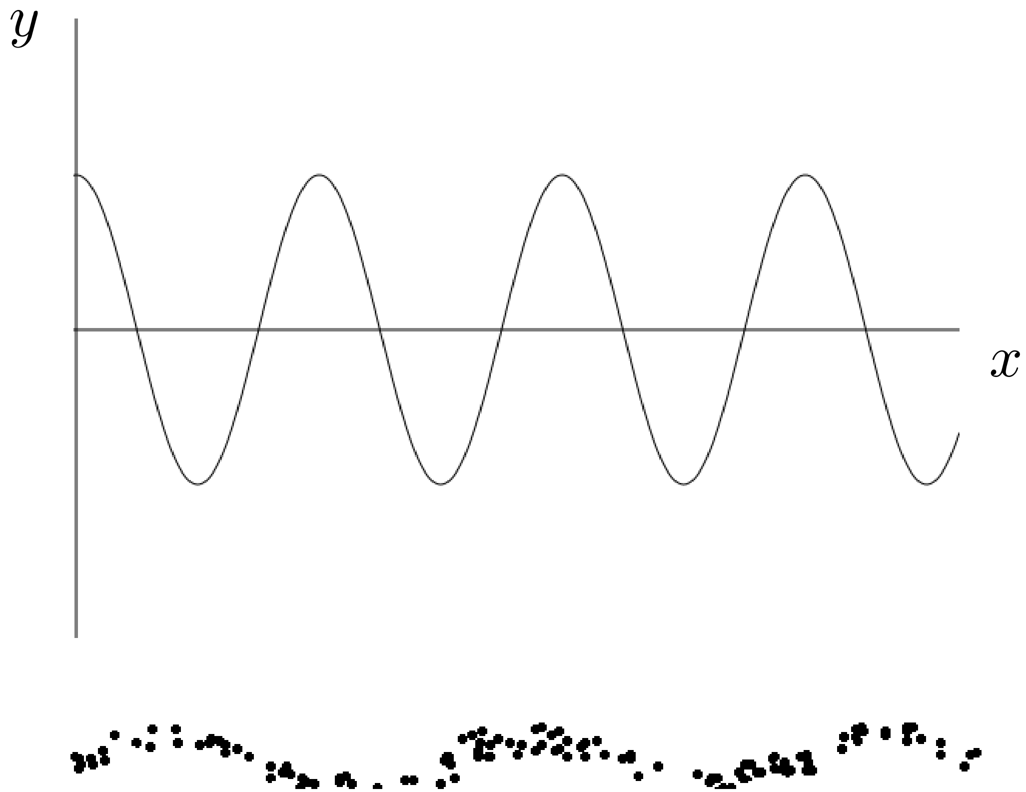
$$\boxed{\kappa \ : \ \frac{[\mathrm{rad}]}{[\mathrm{m}]}}$$

Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

Para x e t quaisquer:

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\, x - \kappa\, v\, t)$$



$$\cos(\omega\, t) \quad \text{ou} \quad \mathrm{sen}(\omega\, t)$$

$$\kappa\, x \ : \ [?]\,.\,[\mathrm{m}] = [\mathrm{rad}]$$

$$\boxed{\kappa \ : \ \frac{[\mathrm{rad}]}{[\mathrm{m}]}}$$

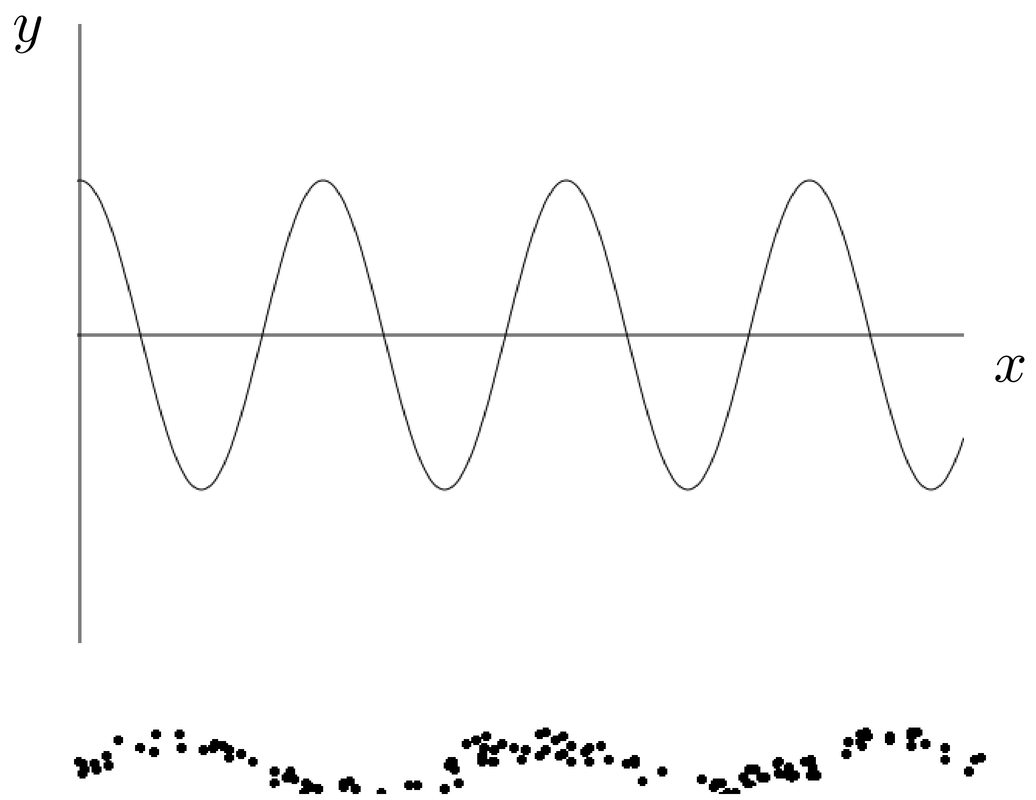
$$\kappa\, v\, t \ : \ \frac{[\mathrm{rad}]}{[\mathrm{m}]}\,.\,\frac{[\mathrm{m}]}{[\mathrm{s}]}\,.\,[\mathrm{s}] = [\mathrm{rad}]$$

Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

Para x e t quaisquer:

$$y(x,t) = A\,\text{sen}(\kappa\,x - \kappa\,v\,t)$$



$$\cos(\omega\,t) \quad \text{ou} \quad \text{sen}(\omega\,t)$$

$$\kappa\,x \;:\; [?]\,.\,[\text{m}] = [\text{rad}]$$

$$\boxed{\kappa \;:\; \frac{[\text{rad}]}{[\text{m}]}}$$

$$\kappa\,v\,t \;:\; \frac{[\text{rad}]}{[\text{m}]}\,.\,\frac{[\text{m}]}{[\text{s}]}\,.\,[\text{s}] = [\text{rad}]$$

$$\kappa\,v \;:\; \frac{[\text{rad}]}{[\text{m}]}\,.\,\frac{[\text{m}]}{[\text{s}]} = \frac{[\text{rad}]}{[\text{s}]}$$

$$\boxed{\omega = \kappa\,v}$$

Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

$$\boxed{y(x,t) \,=\, A\,\mathrm{sen}(\kappa\, x \,-\, \omega\, t \,+\, \phi_0)}$$

(**função de onda**, para uma onda harmônica)

Propriedades das Ondas

- onda harmônica:

$$\boxed{y(x,t) \;=\; A\,\mathrm{sen}(\kappa\, x \;-\; \omega\, t \;+\; \phi_0)}$$

(**função de onda**, para uma onda harmônica)

ω : frequência angular

κ : número de onda

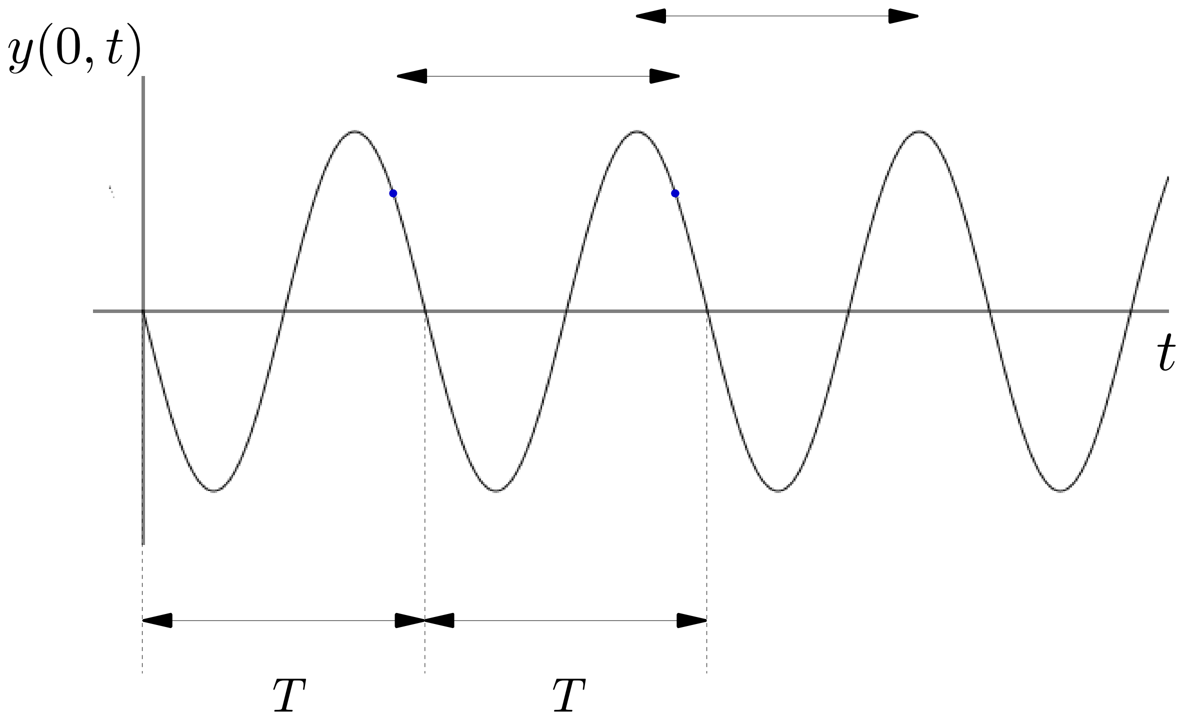
ϕ_0 : cte de fase

A = y_m : amplitude

$$\mathrm{sen}(-z) \;=\; -\,\mathrm{sen}(z)$$

Propriedades das Ondas

- Período, frequência e frequência angular:



$$\boxed{y(x,t) \;=\; A\;\mathrm{sen}(\kappa\, x \;-\; \omega\, t)}$$

Para o elemento da corda em $x \;=\; 0$, temos:

$$y(0,t) \;=\; A\;\mathrm{sen}(-\,\omega\, t)$$

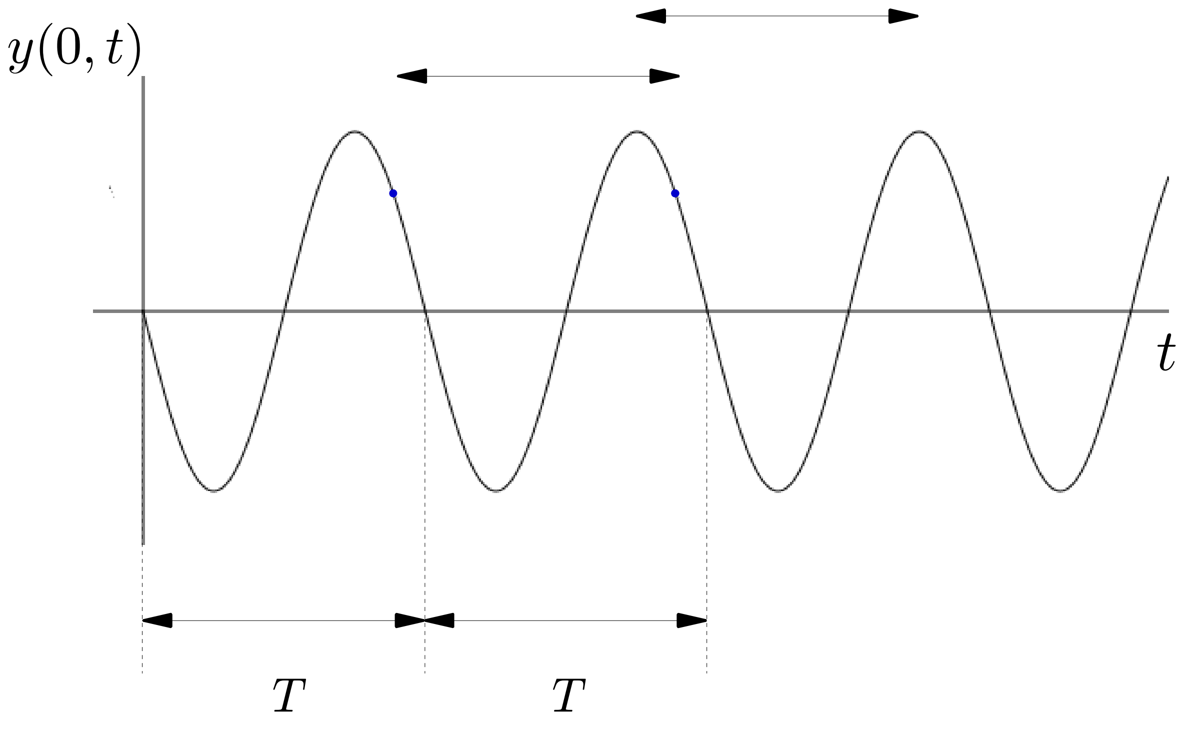
$$y(0,t) \;=\; -A\;\mathrm{sen}(\omega\, t)$$

Propriedades das Ondas

$$\mathrm{sen}(-z) \;=\; -\,\mathrm{sen}(z)$$

- Período, frequência e frequência angular:

$$\boxed{y(x,t) \;=\; A\;\mathrm{sen}(\kappa\,x \;-\; \omega\,t)}$$



Para o elemento da corda em $x \;=\; 0$, temos:

$$y(0,t) \;=\; A\;\mathrm{sen}(-\,\omega\,t)$$

$$y(0,t) \;=\; -A\;\mathrm{sen}(\omega\,t)$$

Assim:

$$-A\;\mathrm{sen}(\omega\,t_1) \;=\; -A\;\mathrm{sen}[\omega\,(t_1+T)]$$

$$-A\;\mathrm{sen}(\omega\,t_1) \;=\; -A\;\mathrm{sen}(\omega\,t_1+\omega\,T))$$

temos:

$$\omega\,T \;=\; 2\,\pi$$

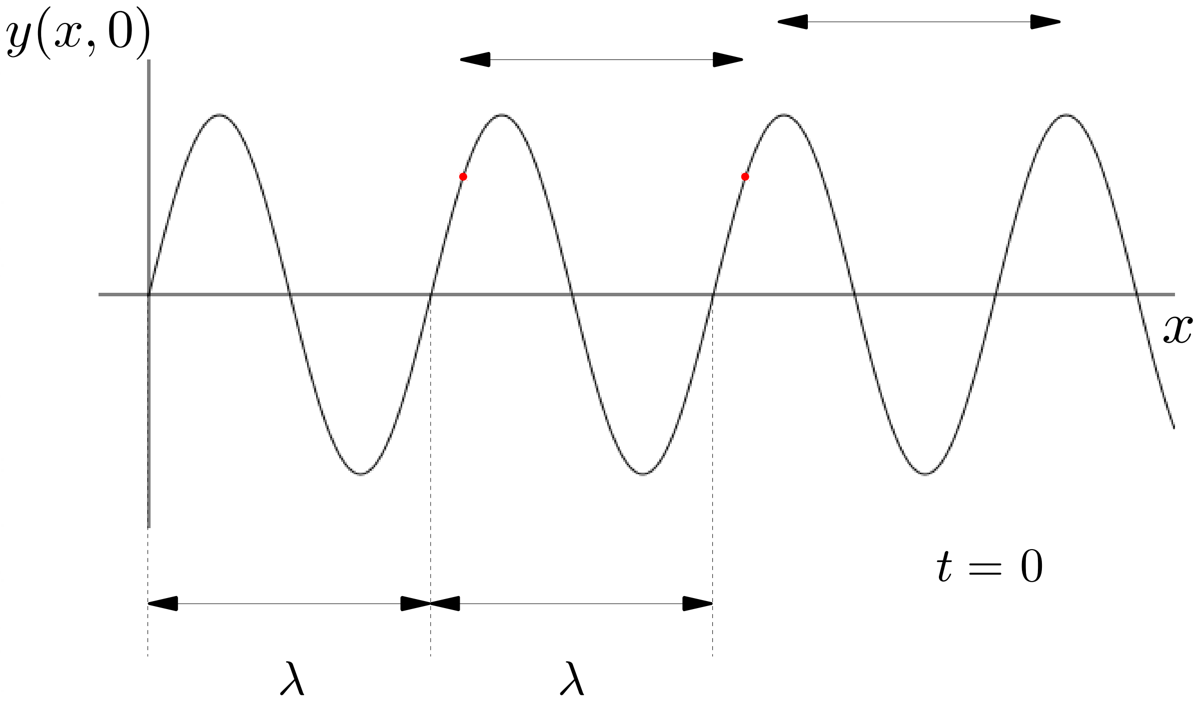
Ou seja:

$$\boxed{\omega \;=\; \frac{2\,\pi}{T}}$$

$$f \;=\; \frac{1}{T}$$

Propriedades das Ondas

- Número de onda e comprimento de onda:



$$\boxed{y(x,t) \,=\, A\,\text{sen}(\kappa\,x \,-\, \omega\,t)}$$

Para o instante de tempo $t \,=\, 0$, temos:

$$y(x,0) \,=\, A\,\text{sen}(\kappa\,x)$$

Assim:

$$A\,\text{sen}(\kappa\,x_1) \,=\, A\,\text{sen}[\kappa\,(x_1 + \lambda)]$$

$$A\,\text{sen}(\kappa\,x_1) \,=\, A\,\text{sen}(\kappa\,x_1 + \kappa\,\lambda))$$

temos:

$$\kappa\,\lambda \,=\, 2\,\pi$$

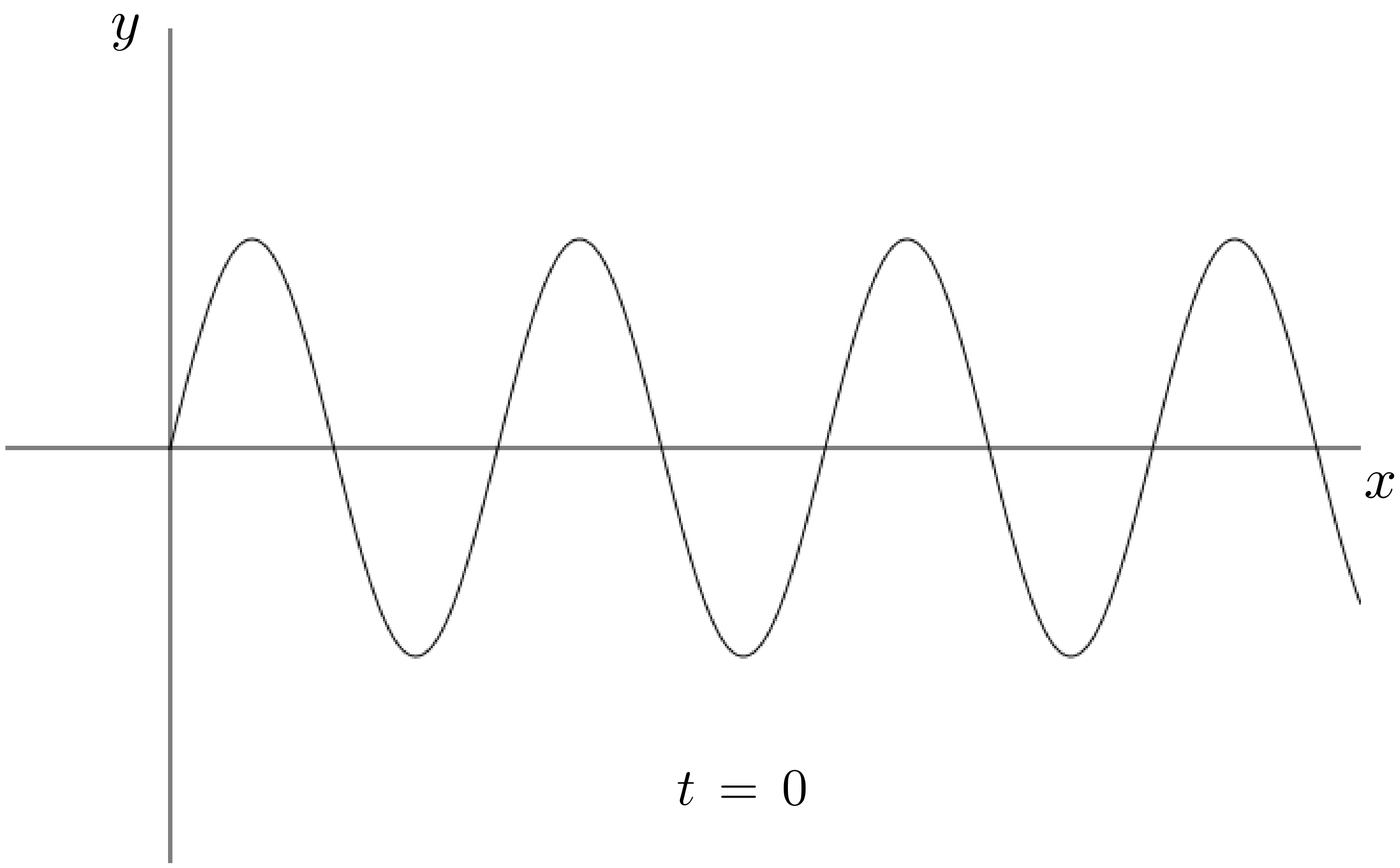
Ou seja:

$$\boxed{\kappa \,=\, \frac{2\,\pi}{\lambda}}$$

λ é o comprimento de onda!

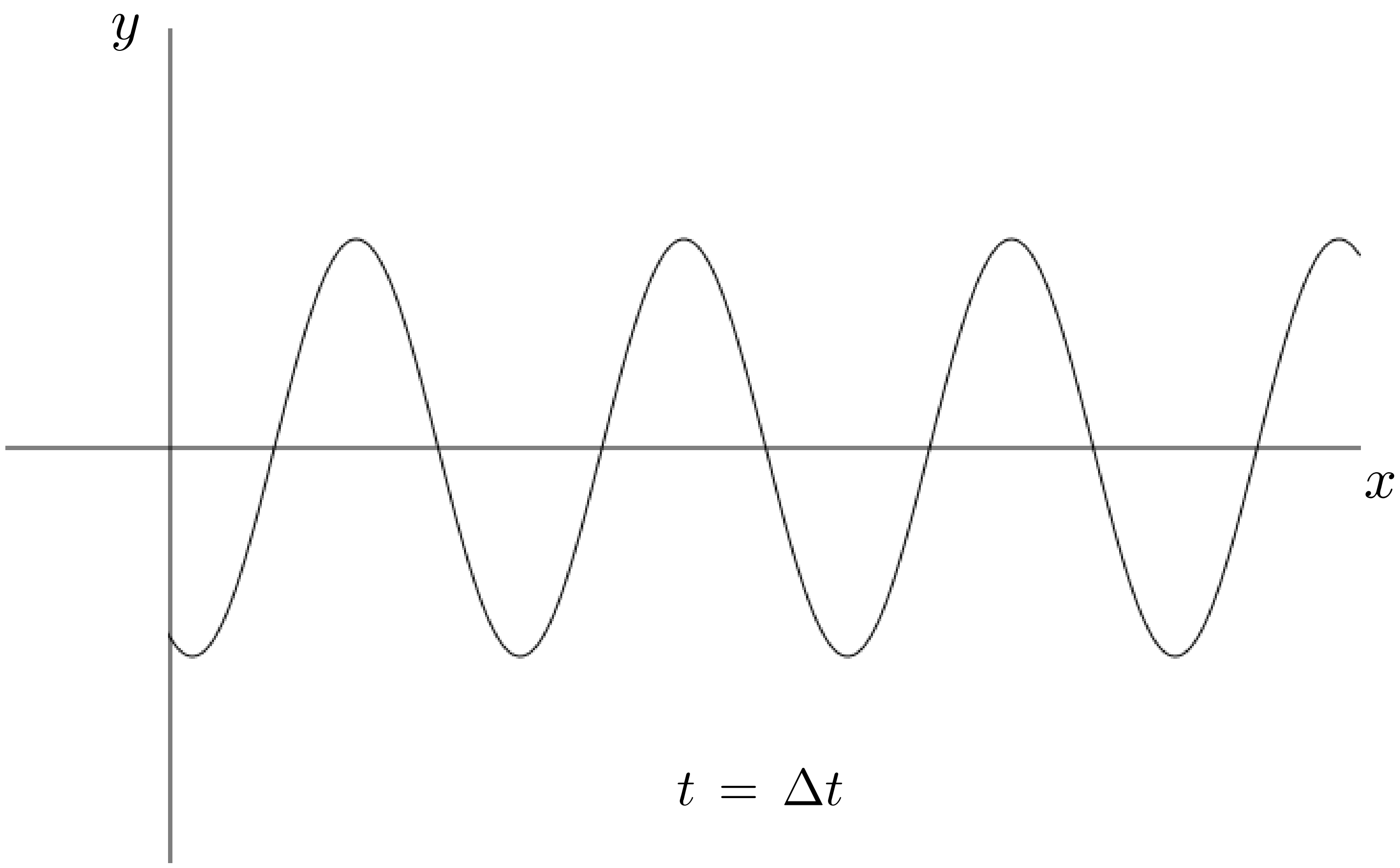
Propriedades das Ondas

- Velocidade de uma onda:



Propriedades das Ondas

- Velocidade de uma onda:

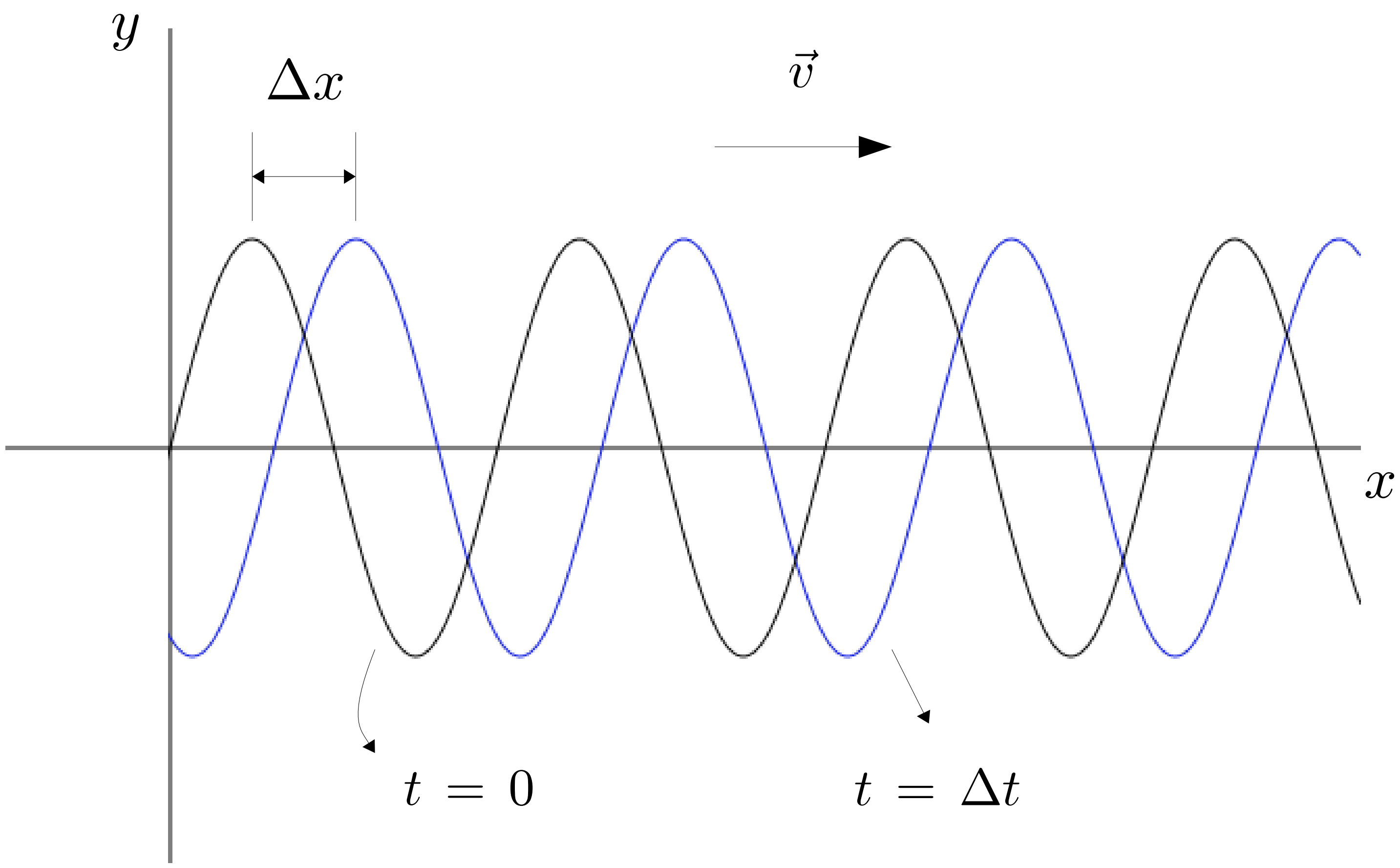


$t = \Delta t$

Propriedades das Ondas

- Velocidade de uma onda:

$$\boxed{y(x,t) \;=\; A\;\mathrm{sen}(\kappa\, x \;-\; \omega\, t)}$$

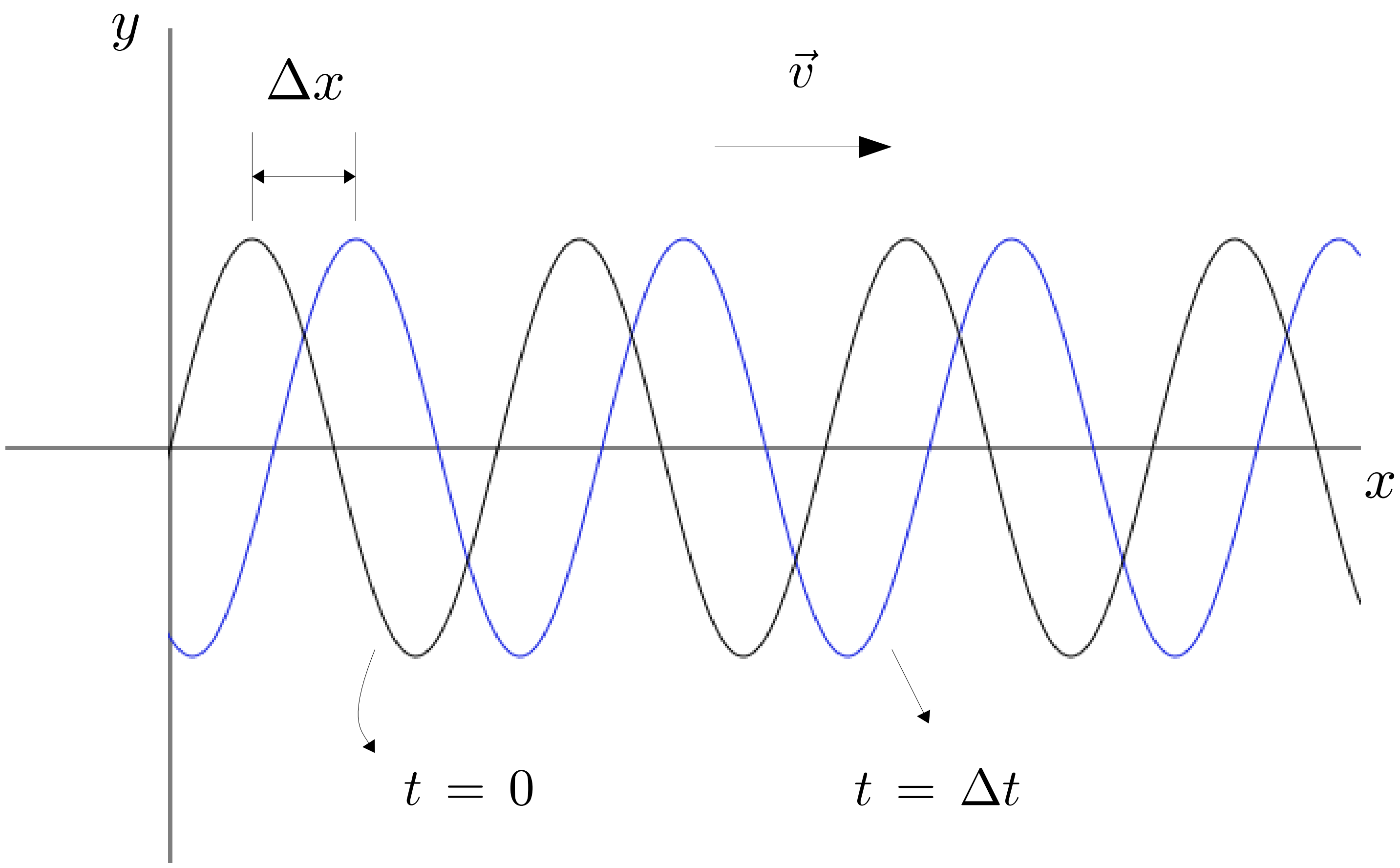


Escolhendo um ponto, por exemplo na amplitude A (ou y_m), a forma da onda deve ser constante, embora x e t mudem:

Propriedades das Ondas

- Velocidade de uma onda:

$$\boxed{y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x - \omega\,t)}$$



Escolhendo um ponto, por exemplo na amplitude A (ou y_m), a forma da onda deve ser constante, embora x e t mudem:

$$(\kappa\,x - \omega\,t) = \mathrm{cte}$$

$$\frac{d}{dt}(\kappa\,x - \omega\,t) = 0$$

$$\kappa\frac{dx}{dt} - \omega = 0$$

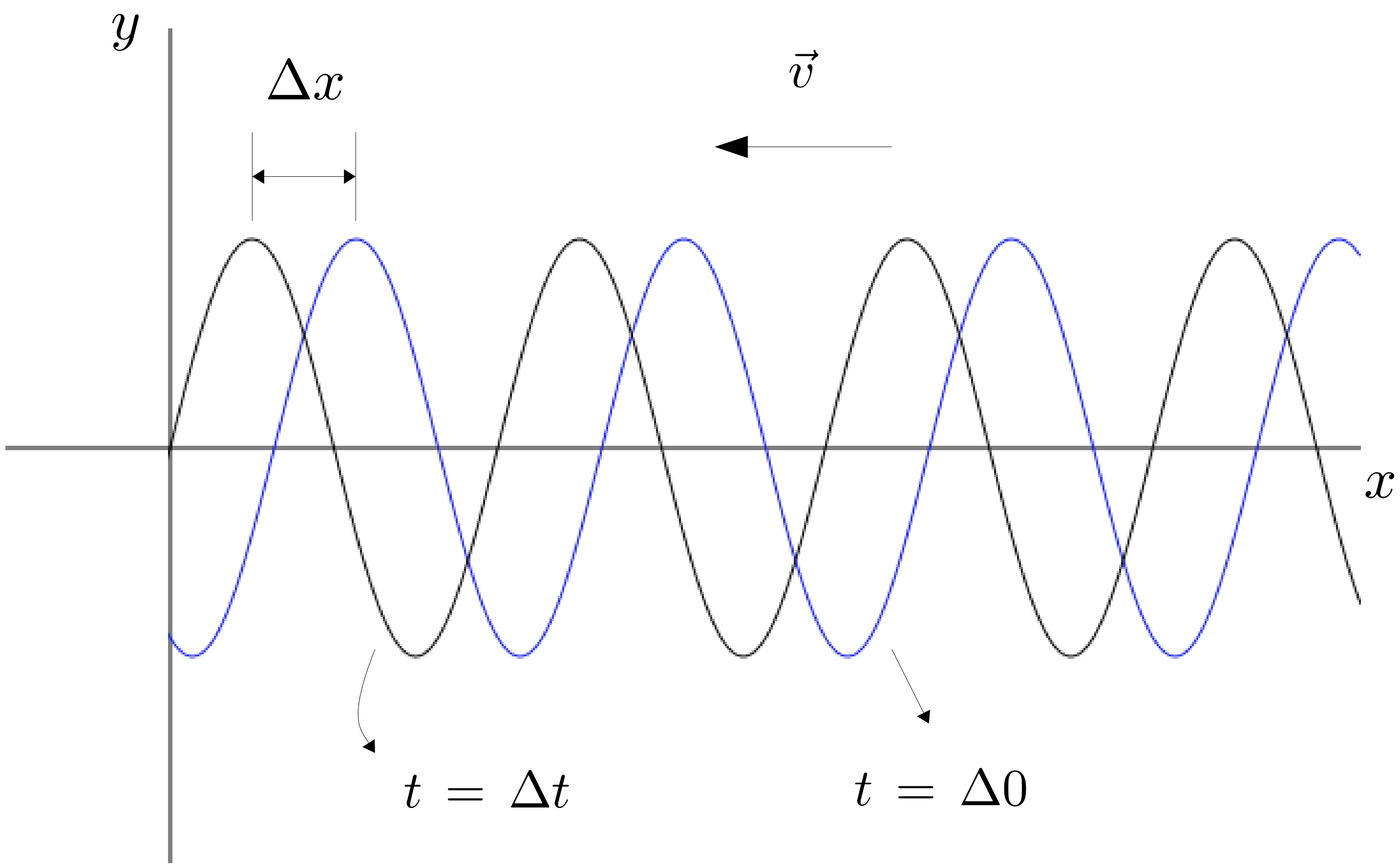
$$\kappa\,v = \omega$$

$$\boxed{v = \frac{\omega}{\kappa}}$$

Propriedades das Ondas

- Velocidade de uma onda:

$$\boxed{y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x + \omega\,t)}$$



Escolhendo um ponto, por exemplo na amplitude A (ou y_m), a forma da onda deve ser constante, embora x e t mudem:

$$(\kappa\,x + \omega\,t) = \mathrm{cte}$$

$$\frac{d}{dt}(\kappa\,x + \omega\,t) = 0$$

$$\kappa\frac{dx}{dt} + \omega = 0$$

$$\kappa\,v = -\omega$$

$$\boxed{v = -\frac{\omega}{\kappa}}$$

Propriedades das Ondas

- Velocidade de uma onda:

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\, x \mp \omega\, t)$$

$$\boxed{v = \pm \frac{\omega}{\kappa}} \qquad\qquad |v| = \frac{\omega}{\kappa}$$

Por outro lado, uma onda desloca-se a distância de um comprimento de onda (λ) no tempo de um período (T), assim, podemos obter o módulo da velocidade fazendo:

$$|v| = \frac{\lambda}{T}$$

Como $f = 1/T$, assim:

$$\boxed{|v| = \frac{\lambda}{T} = \lambda\, f}$$

Propriedades das Ondas

- Velocidade de uma onda:

$$y(x,t) \,=\, A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x \mp \omega\,t)$$

$$\boxed{v \,=\, \pm\,\frac{\omega}{\kappa}} \qquad ; \qquad \boxed{v \,=\, \frac{\lambda}{T} \,=\, \lambda\,f}$$

- velocidade de um ponto da corda:

$$u_y \,=\, \frac{dy}{dt}$$; duas variáveis: $$u_y \,=\, \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$u_y \,=\, \frac{\partial y}{\partial t} \,=\, \frac{\partial}{\partial t}\,[A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x \,-\, \omega\,t]$$

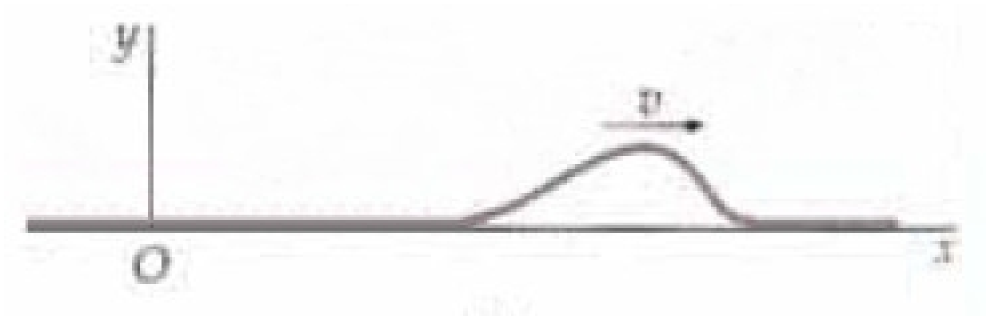
$$\boxed{u_y \,=\, -A\,\omega\,\cos(\kappa\,x \,-\, \omega\,t)}$$ (velocidade transversal)

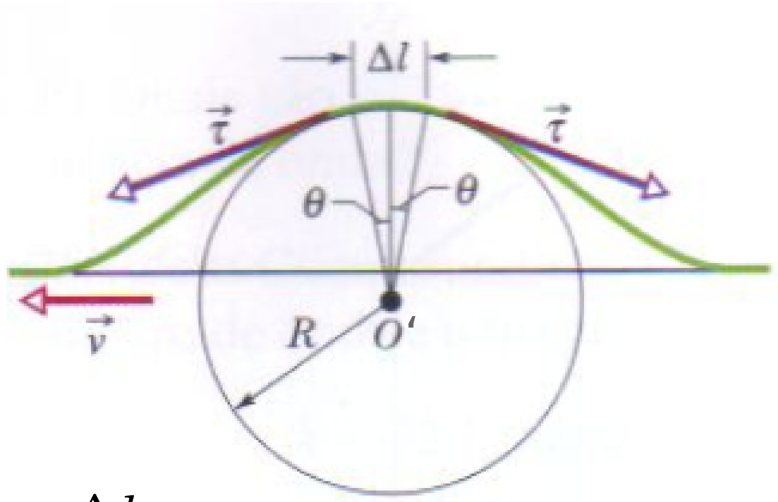
$$a_y \,=\, \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Propriedades das Ondas

- Velocidade da onda em uma corda esticada:

Podemos obter a velocidade da onda através das propriedades do meio, pois as partes oscilantes por onde a onda passa devem possuir propriedades inerciais e elásticas (analogia com o sistema massa-mola).





$$F_r = 2(\tau\,\mathrm{sen}\,\theta) \approx \tau\,(2\,\theta) = \tau\,\frac{\Delta l}{R}$$

$$\mu = \frac{m}{L} \quad ; \quad \mu = \frac{\Delta m}{\Delta l}$$

$$\Delta m = \mu\,\Delta l \qquad ; \qquad a_c = \frac{v^2}{R}$$

Propriedades das Ondas

- Velocidade da onda em uma corda esticada:

$$F_r = \tau \frac{\Delta l}{R}$$

$$\Delta m = \mu \, \Delta l \qquad ; \qquad a_c = \frac{v^2}{R}$$

Através da 2ª lei de Newton:

$$F_r = m \, a$$

$$\tau \frac{\Delta l}{R} = (\mu \, \Delta l) \, \frac{v^2}{R}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}}$$

(velocidade da onda em uma corda ideal esticada)

Propriedades das Ondas

- Energia e Potência

Propriedades das Ondas

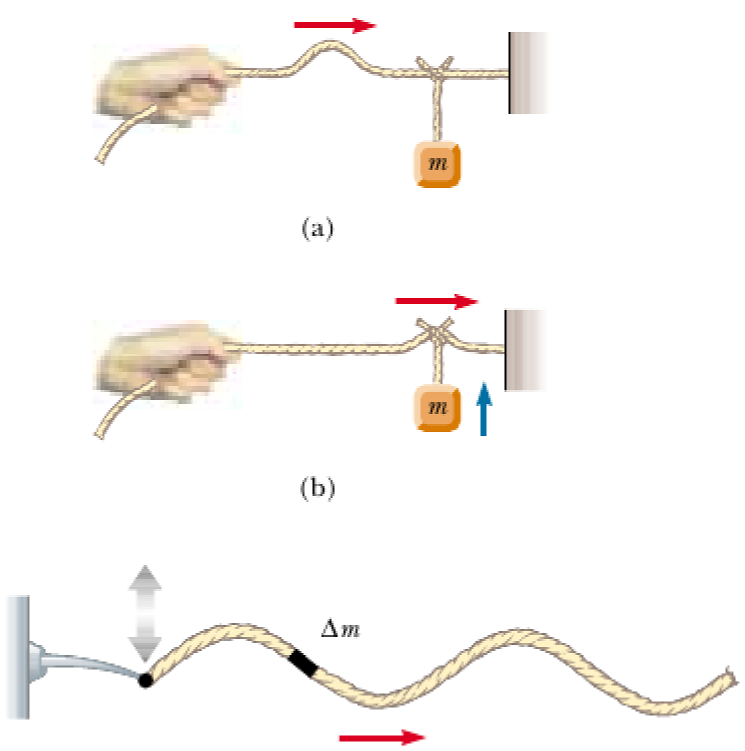
- Energia e Potência

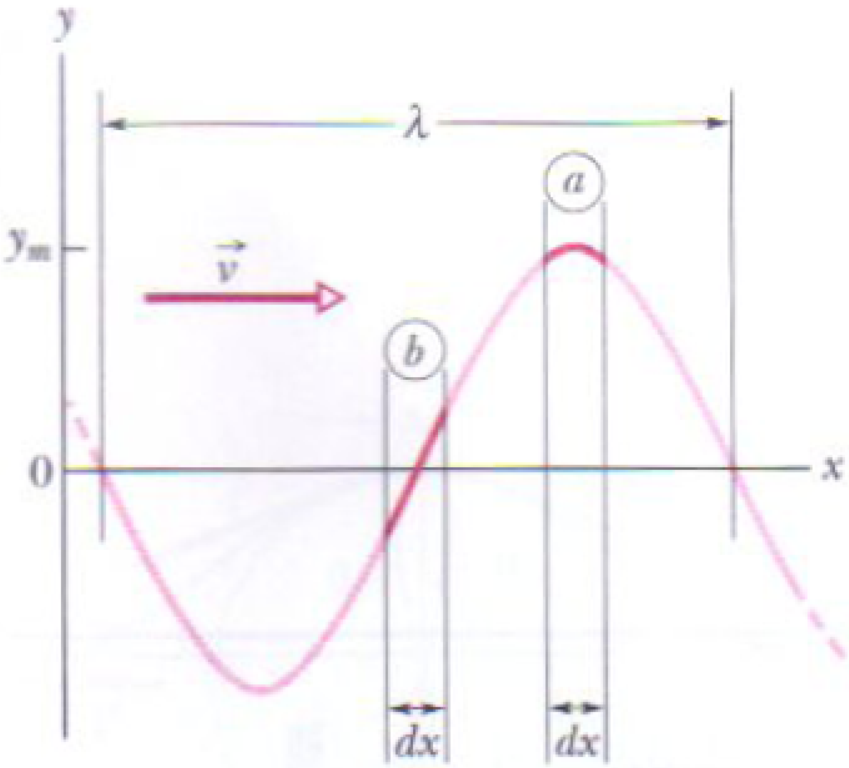
Quando balançamos uma corda a fim de produzir ondas, fornecemos energia para a corda. As ondas se propagam ao longo da corda, transportando energia cinética e energia potencial elástica.

Propriedades das Ondas

- Energia e Potência

Quando balançamos uma corda a fim de produzir ondas, fornecemos energia para a corda. As ondas se propagam ao longo da corda, transportando energia cinética e energia potencial elástica.



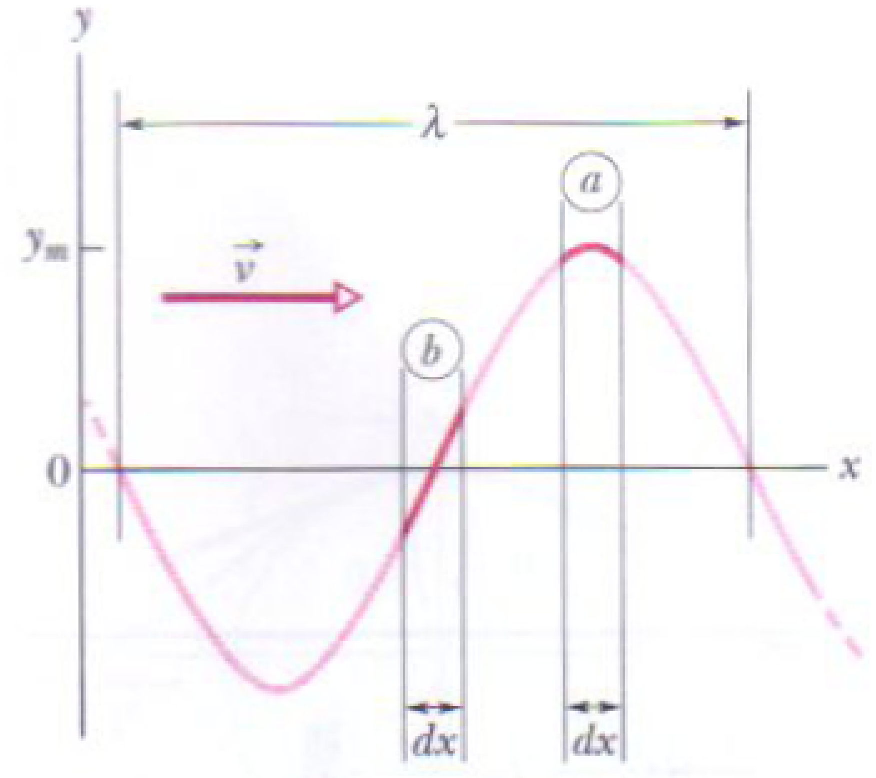


[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentals of Physics, 8th Ed., John Wiley & Sons, 2008
HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentos de Física, vol 2, 8a Ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Energia

Com a passagem de um pulso de onda os elementos da corda devem se deformar para assumir a forma da onda. A tensão na corda realiza trabalho para transferir energia entre elementos da corda. Não apenas a velocidade transversal de cada elemento varia com o tempo mas também seu comprimento, assim, temos a energia cinética e potencial elástica associadas ao movimento da onda.

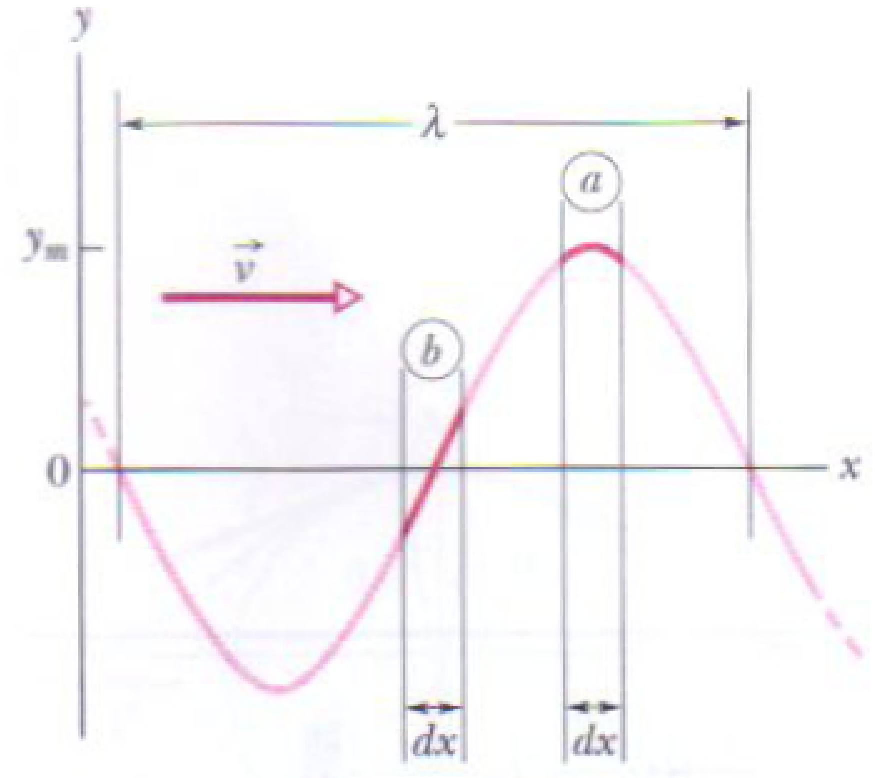


[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentos de Física, vol 2, 8a Ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Energia

Com a passagem de um pulso de onda os elementos da corda devem se deformar para assumir a forma da onda. A tensão na corda realiza trabalho para transferir energia entre elementos da corda. Não apenas a velocidade transversal de cada elemento varia com o tempo mas também seu comprimento, assim, temos a energia cinética e potencial elástica associadas ao movimento da onda.



- **Energia cinética** ($\mathcal{K}$) de um elemento da corda (dm):

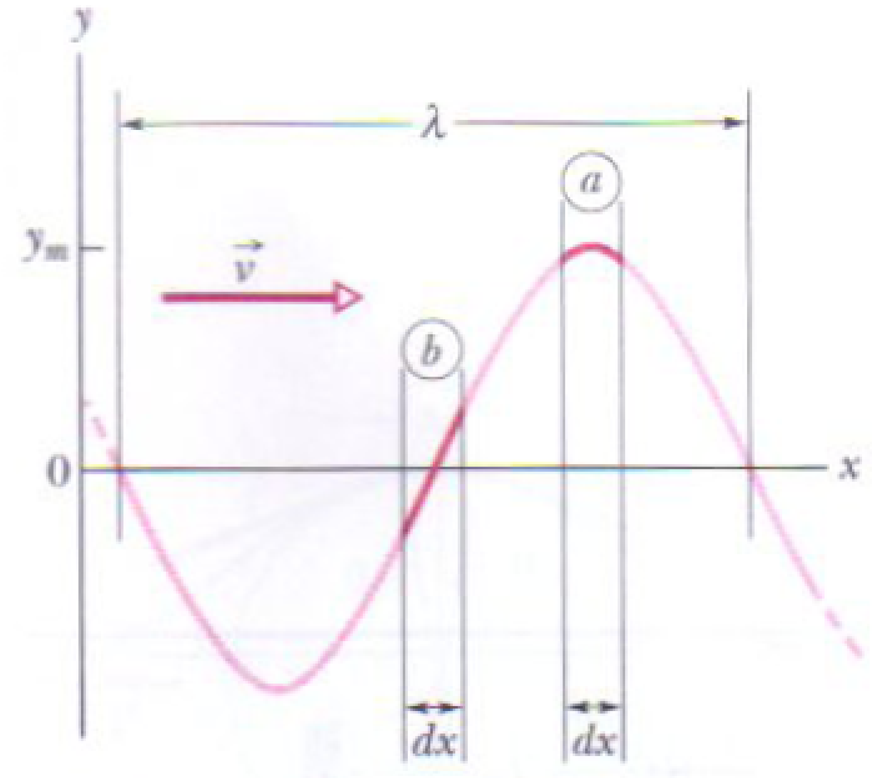
$$d\mathcal{K} = \frac{1}{2}\, dm\, u_y^2$$

[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentos de Física, vol 2, 8a Ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- Energia

Com a passagem de um pulso de onda os elementos da corda devem se deformar para assumir a forma da onda. A tensão na corda realiza trabalho para transferir energia entre elementos da corda. Não apenas a velocidade transversal de cada elemento varia com o tempo mas também seu comprimento, assim, temos a energia cinética e potencial elástica associadas ao movimento da onda.



- **Energia cinética** ($\mathcal{K}$) de um elemento da corda (dm):

$$d\mathcal{K} = \frac{1}{2}\, dm\, u_y^2$$

Vimos que:

$$u_y = \frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega \cos(\kappa\, x - \omega\, t)$$

$$d\mathcal{K} = \frac{1}{2}\,(\mu\, dx)\,(-\omega\, A)^2 \cos^2(\kappa\, x - \omega\, t)$$

[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentos de Física, vol 2, 8a Ed., LTC, 2009]

Propriedades das Ondas

- **Energia cinética** ($\mathcal{K}$) de um elemento da corda (dm):

$$d\mathcal{K} = \frac{1}{2}\,\mu\,dx\,\omega^2\,A^2\,\cos^2(\kappa\,x - \omega\,t)$$

Tomando um certo intervalo de tempo, por exemplo, em $t = 0$ e integrando ao longo de um comprimento de onda, obtemos a energia cinética de todos os elementos da corda em um λ:

Propriedades das Ondas

- **Energia cinética** ($\mathcal{K}$) de um elemento da corda (dm):

$$d\mathcal{K} = \frac{1}{2}\,\mu\,dx\,\omega^2\,A^2\,\cos^2(\kappa\,x - \omega\,t)$$

Tomando um certo intervalo de tempo, por exemplo, em $t = 0$ e integrando ao longo de um comprimento de onda, obtemos a energia cinética de todos os elementos da corda em um λ:

$$\mathcal{K}_\lambda = \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\int_0^\lambda \cos^2(\kappa\,x)\;dx$$

Propriedades das Ondas

- **Energia cinética** ($\mathcal{K}$) de um elemento da corda (dm):

$$d\mathcal{K} \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,dx\,\omega^2\,A^2\,\cos^2(\kappa\,x - \omega\,t)$$

Tomando um certo intervalo de tempo, por exemplo, em $t = 0$ e integrando ao longo de um comprimento de onda, obtemos a energia cinética de todos os elementos da corda em um λ:

$$\mathcal{K}_\lambda \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\int_0^\lambda \cos^2(\kappa\,x)\;dx \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\left[\frac{1}{2}x \,+\, \frac{\operatorname{sen}(2\,\kappa\,x)}{4\,\kappa}\right]_0^\lambda$$

$\kappa\,\lambda \,=\, 2\,\pi$

Propriedades das Ondas

- **Energia cinética** ($\mathcal{K}$) de um elemento da corda (dm):

$$d\mathcal{K} \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,dx\,\omega^2\,A^2\,\cos^2(\kappa\,x - \omega\,t)$$

Tomando um certo intervalo de tempo, por exemplo, em $t = 0$ e integrando ao longo de um comprimento de onda, obtemos a energia cinética de todos os elementos da corda em um λ:

$$\mathcal{K}_\lambda \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\int_0^\lambda \cos^2(\kappa\,x)\;dx \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\left[\frac{1}{2}x + \frac{\mathrm{sen}(2\,\kappa\,x)}{4\,\kappa}\right]_0^\lambda$$

$\kappa\,\lambda \,=\, 2\,\pi$

Propriedades das Ondas

- **Energia cinética** ($\mathcal{K}$) de um elemento da corda (dm):

$$d\mathcal{K} \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,dx\,\omega^2\,A^2\,\cos^2(\kappa\,x - \omega\,t)$$

Tomando um certo intervalo de tempo, por exemplo, em $t = 0$ e integrando ao longo de um comprimento de onda, obtemos a energia cinética de todos os elementos da corda em um λ:

$$\mathcal{K}_\lambda \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\int_0^\lambda \cos^2(\kappa\,x)\;dx \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\,\underbrace{\left[\frac{1}{2}x \,+\, \frac{\mathrm{sen}(2\,\kappa\,x)}{4\,\kappa}\right]_0^\lambda}$$

$$\left[\frac{\lambda}{2}\right]$$

$$\kappa\,\lambda \,=\, 2\,\pi$$

Propriedades das Ondas

- **Energia cinética** ($\mathcal{K}$) de um elemento da corda (dm):

$$d\mathcal{K} \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,dx\,\omega^2\,A^2\,\cos^2(\kappa\,x - \omega\,t)$$

Tomando um certo intervalo de tempo, por exemplo, em $t = 0$ e integrando ao longo de um comprimento de onda, obtemos a energia cinética de todos os elementos da corda em um λ:

$$\mathcal{K}_\lambda \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2 \int_0^\lambda \cos^2(\kappa\,x)\;dx \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\;\underbrace{\left[\frac{1}{2}x \,+\, \frac{\mathrm{sen}(2\,\kappa\,x)}{4\,\kappa}\right]_0^\lambda}_{\left[\frac{\lambda}{2}\right]}$$

Assim:

$$\boxed{\mathcal{K}_\lambda \,=\, \frac{1}{4}\,\mu\,\omega^2\,A^2\,\lambda}$$

Propriedades das Ondas

- **Energia potencial** ($\mathcal{U}$) de um elemento da corda (dm).

Propriedades das Ondas

- **Energia potencial** ($\mathcal{U}$) de um elemento da corda (dm).

Considerando a energia potencial **elástica** de um oscilador: $$U = \frac{1}{2}\,k\,y^2$$

Propriedades das Ondas

- **Energia potencial** ($\mathcal{U}$) de um elemento da corda (dm).

Considerando a energia potencial **elástica** de um oscilador: $$U = \frac{1}{2}\, k\, y^2$$

E a relação: $k = \omega^2\, m$, temos então:

Propriedades das Ondas

- **Energia potencial** ($\mathcal{U}$) de um elemento da corda (dm).

Considerando a energia potencial **elástica** de um oscilador: $$U = \frac{1}{2}\, k\, y^2$$

E a relação: $k = \omega^2\, m$, temos então:

$$d\mathcal{U} = \frac{1}{2}(dm)\,\omega^2\, y^2$$

Propriedades das Ondas

- **Energia potencial** ($\mathcal{U}$) de um elemento da corda (dm).

Considerando a energia potencial **elástica** de um oscilador: $U = \frac{1}{2}\,k\,y^2$

E a relação: $k = \omega^2\,m$, temos então:

$$d\mathcal{U} = \frac{1}{2}(dm)\,\omega^2\,y^2 = \frac{1}{2}(\mu\,dx)\,\omega^2\,y^2$$

Propriedades das Ondas

- **Energia potencial** ($\mathcal{U}$) de um elemento da corda (dm).

Considerando a energia potencial **elástica** de um oscilador: $U = \frac{1}{2}\, k\, y^2$

E a relação: $k = \omega^2\, m$, temos então:

$$d\mathcal{U} = \frac{1}{2}(dm)\,\omega^2\, y^2 = \frac{1}{2}(\mu\, dx)\,\omega^2\, y^2$$

Assim:

$$d\mathcal{U} = \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\, A^2\, \mathrm{sen}^2(\kappa\, x - \omega\, t)$$

Propriedades das Ondas

- **Energia potencial** ($\mathcal{U}$) de um elemento da corda (dm).

Considerando a energia potencial **elástica** de um oscilador: $U = \frac{1}{2} k\, y^2$

E a relação: $k = \omega^2 m$, temos então:

$$d\mathcal{U} = \frac{1}{2}(dm)\,\omega^2\, y^2 = \frac{1}{2}(\mu\, dx)\,\omega^2\, y^2$$

Assim:

$$d\mathcal{U} = \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\, A^2\, \operatorname{sen}^2(\kappa\, x - \omega\, t)$$

Tomando um certo intervalo de tempo, por exemplo, em $t = 0$ e integrando ao longo de um comprimento de onda, obtemos a energia cinética de todos os elementos da corda em um λ:

Propriedades das Ondas

- **Energia potencial** ($\mathcal{U}$) de um elemento da corda (dm).

Considerando a energia potencial **elástica** de um oscilador: $$U = \frac{1}{2}\, k\, y^2$$

E a relação: $k = \omega^2\, m$, temos então:

$$d\mathcal{U} = \frac{1}{2}(dm)\,\omega^2\, y^2 = \frac{1}{2}(\mu\, dx)\,\omega^2\, y^2$$

Assim:

$$d\mathcal{U} = \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\, A^2\, \operatorname{sen}^2(\kappa\, x - \omega\, t)$$

Tomando um certo intervalo de tempo, por exemplo, em $t = 0$ e integrando ao longo de um comprimento de onda, obtemos a energia cinética de todos os elementos da corda em um λ:

$$\mathcal{U}_\lambda = \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\, A^2 \int_0^\lambda \operatorname{sen}^2(\kappa\, x)\; dx = \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\, A^2 \left[\frac{1}{2}x - \frac{\operatorname{sen}(2\,\kappa\, x)}{4\,\kappa}\right]_0^\lambda$$

Propriedades das Ondas

- **Energia potencial** ($\mathcal{U}$) de um elemento da corda (dm).

Então:

$$\mathcal{U}_\lambda = \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2 \int_0^\lambda \mathrm{sen}^2(\kappa\,x)\;dx = \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\left[\frac{1}{2}x - \frac{\mathrm{sen}(2\,\kappa\,x)}{4\,\kappa}\right]_0^\lambda$$

$$\kappa \, \lambda \, = \, 2 \, \pi$$

Propriedades das Ondas

- **Energia potencial** ($\mathcal{U}$) de um elemento da corda (dm).

Então:

$$\mathcal{U}_\lambda \, = \, \frac{1}{2} \, \mu \, \omega^2 \, A^2 \, \int_0^\lambda \, \mathrm{sen}^2(\kappa \, x) \, dx \, = \, \frac{1}{2} \, \mu \, \omega^2 \, A^2 \, \left[\frac{1}{2} x \, - \, \frac{\mathrm{sen}(2 \, \kappa \, x)}{4 \, \kappa} \right]_0^\lambda$$

$$\kappa\,\lambda \,=\, 2\,\pi$$

Propriedades das Ondas

- **Energia potencial** ($\mathcal{U}$) de um elemento da corda (dm).

Então:

$$\mathcal{U}_\lambda \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\,\int_0^\lambda \mathrm{sen}^2(\kappa\,x)\;dx \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\,\underbrace{\left[\frac{1}{2}x \,-\, \frac{\mathrm{sen}(2\,\kappa\,x)}{4\,\kappa}\right]_0^\lambda}_{\left[\frac{\lambda}{2}\right]}$$

$$\kappa\,\lambda\;=\;2\,\pi$$

Propriedades das Ondas

- **Energia potencial** ($\mathcal{U}$) de um elemento da corda (dm).

Então:

$$\mathcal{U}_\lambda\;=\;\frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\int_0^\lambda \mathrm{sen}^2(\kappa\,x)\;dx\;=\;\frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\;\underbrace{\left[\frac{1}{2}x\;-\;\frac{\mathrm{sen}(2\,\kappa\,x)}{4\,\kappa}\right]_0^\lambda}_{\left[\frac{\lambda}{2}\right]}$$

Tal que:

$$\boxed{\mathcal{U}_\lambda\;=\;\frac{1}{4}\,\mu\,\omega^2\,A^2\,\lambda}$$

$\kappa\,\lambda \,=\, 2\,\pi$

Propriedades das Ondas

- **Energia potencial** ($\mathcal{U}$) de um elemento da corda (dm).

Então:

$$\mathcal{U}_\lambda \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2 \int_0^\lambda \mathrm{sen}^2(\kappa\,x)\;dx \,=\, \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\;\underbrace{\left[\frac{1}{2}x \,-\, \frac{\mathrm{sen}(2\,\kappa\,x)}{4\,\kappa}\right]_0^\lambda}_{\left[\frac{\lambda}{2}\right]}$$

Tal que:

$$\boxed{\mathcal{U}_\lambda \,=\, \frac{1}{4}\,\mu\,\omega^2\,A^2\,\lambda}$$

A energia total em um comprimento de onda é:

$$\mathcal{E}_\lambda \,=\, \mathcal{K}_\lambda \,+\, \mathcal{U}_\lambda$$

$$\kappa\,\lambda\,=\,2\,\pi$$

Propriedades das Ondas

- **Energia potencial** ($\mathcal{U}$) de um elemento da corda (dm).

Então:

$$\mathcal{U}_\lambda\,=\,\frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\int_0^\lambda \mathrm{sen}^2(\kappa\,x)\;dx\,=\,\frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\;\underbrace{\left[\frac{1}{2}x\,-\,\frac{\mathrm{sen}(2\,\kappa\,x)}{4\,\kappa}\right]_0^\lambda}_{\left[\frac{\lambda}{2}\right]}$$

Tal que:

$$\boxed{\mathcal{U}_\lambda\,=\,\frac{1}{4}\,\mu\,\omega^2\,A^2\,\lambda}$$

A energia total em um comprimento de onda é:

$$\mathcal{E}_\lambda\,=\,\mathcal{K}_\lambda\,+\,\mathcal{U}_\lambda$$

$$\boxed{\mathcal{E}_\lambda\,=\,\frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\,\lambda}$$

Propriedades das Ondas

- **Potência média** $(\mathcal{P}_{\mathrm{med}})$ é a taxa média de trasmissão de energia ao longo da corda num certo intervalo de tempo.

Propriedades das Ondas

- **Potência média** $(\mathcal{P}_{\text{med}})$ é a taxa média de trasmissão de energia ao longo da corda num certo intervalo de tempo.

Considerando o tempo de um período (T):

$$\mathcal{P}_{\text{med}} = \frac{\mathcal{E}_\lambda}{\Delta t} = \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\left(\frac{\lambda}{T}\right)$$

$$v = \lambda f = \lambda \frac{1}{T}$$

Propriedades das Ondas

- **Potência média** $(\mathcal{P}_{\text{med}})$ é a taxa média de trasmissão de energia ao longo da corda num certo intervalo de tempo.

Considerando o tempo de um período (T):

$$\mathcal{P}_{\text{med}} = \frac{\mathcal{E}_\lambda}{\Delta t} = \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\,\left(\frac{\lambda}{T}\right)$$

$$v = \lambda f = \lambda \frac{1}{T}$$

Propriedades das Ondas

- **Potência média** $(\mathcal{P}_{\text{med}})$ é a taxa média de trasmissão de energia ao longo da corda num certo intervalo de tempo.

Considerando o tempo de um período (T):

$$\mathcal{P}_{\text{med}} = \frac{\mathcal{E}_\lambda}{\Delta t} = \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2\,A^2\left(\frac{\lambda}{T}\right)$$

Resultando em:

$$\boxed{\mathcal{P}_{\text{med}} = \frac{1}{2}\,\mu\,v\,\omega^2\,A^2}$$

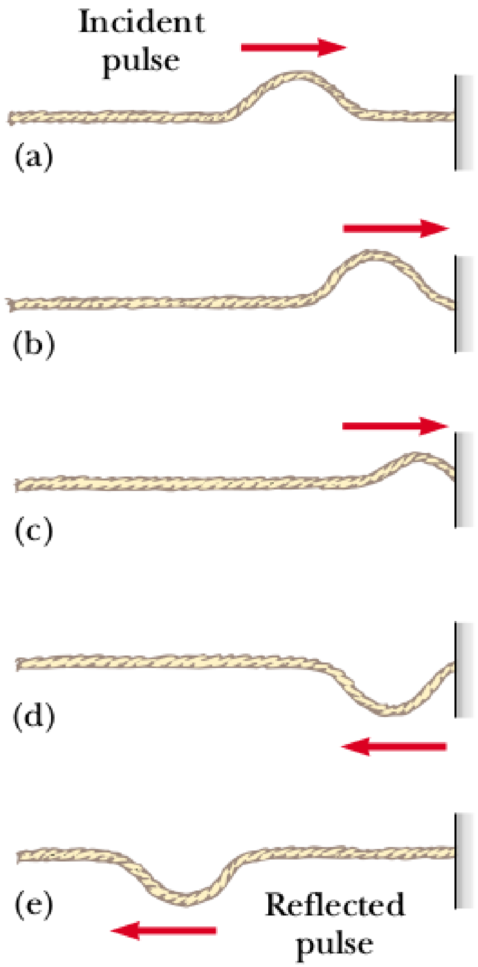
(há fatores que dependem das propriedades do meio, μ e v, e também fatores que dependem do processo pelo qual a onda é produzida, ω e A)

Propriedades das Ondas

- **Reflexão e Transmissão** (Refração)

Propriedades das Ondas

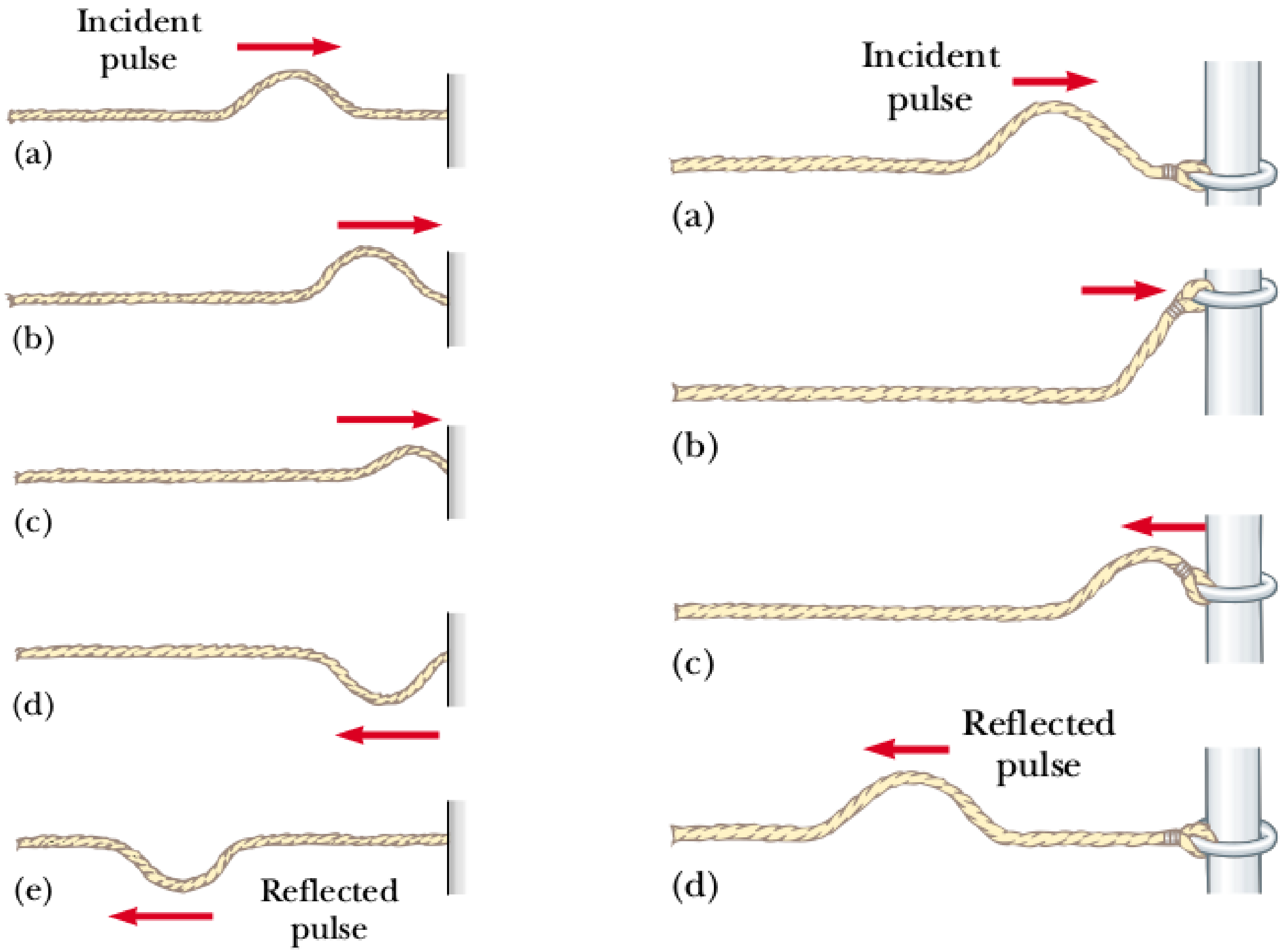
- **Reflexão e Transmissão** (Refração)



[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentals of Physics, 8th Ed., John Wiley & Sons, 2008]

Propriedades das Ondas

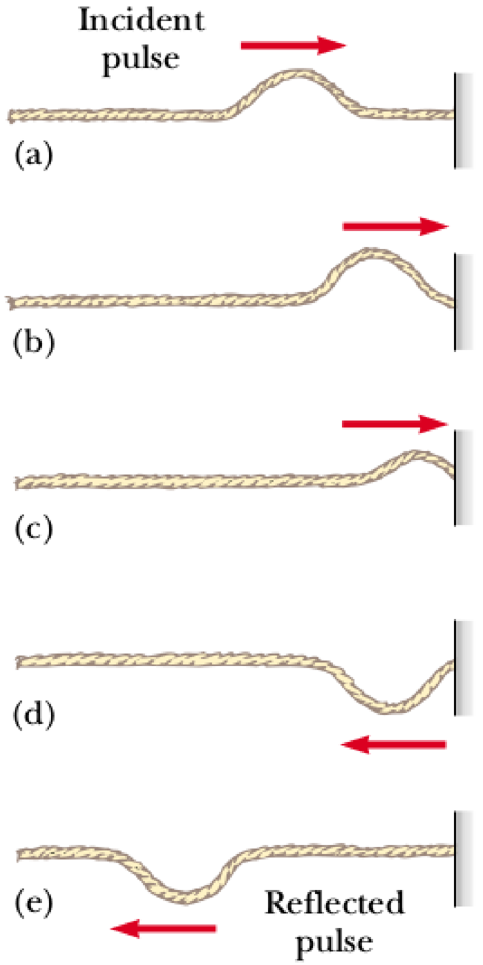
- **Reflexão e Transmissão** (Refração)

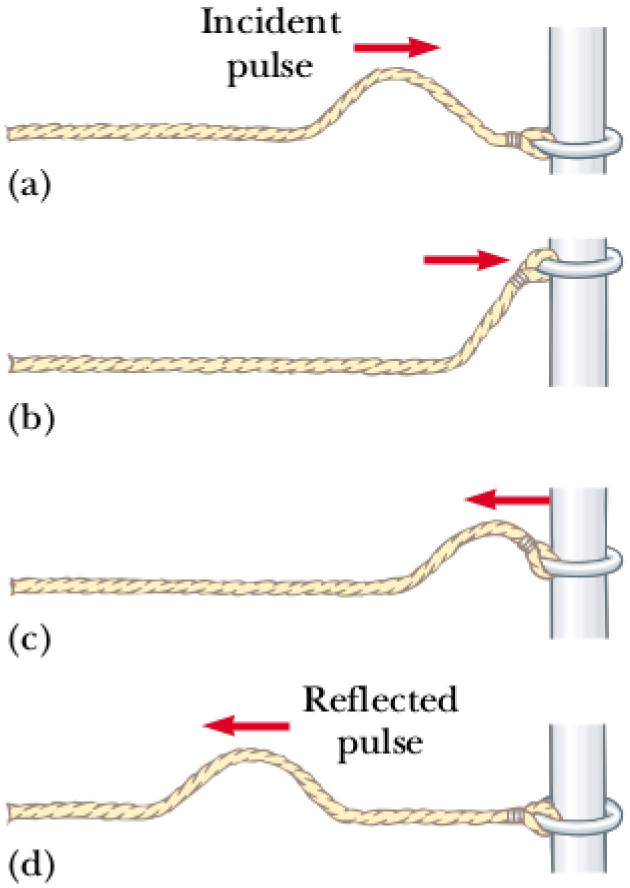


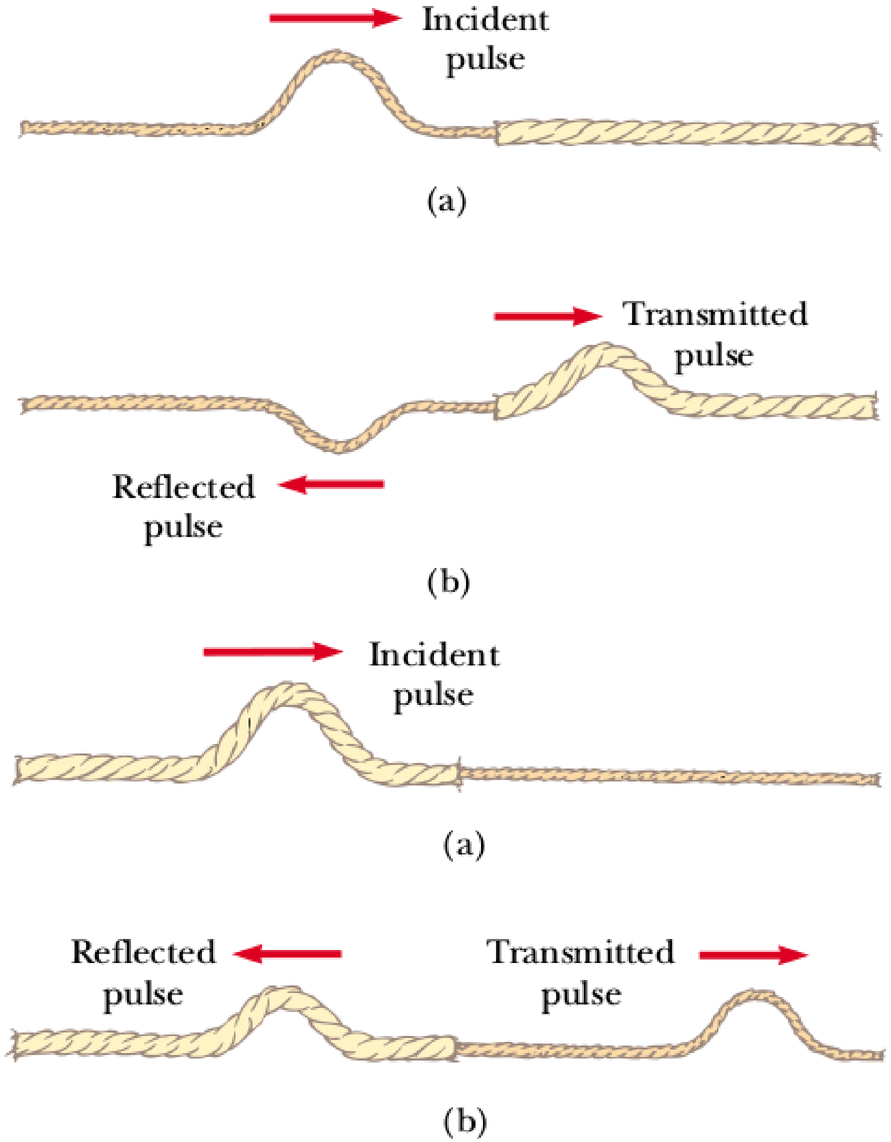
[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentals of Physics, 8th Ed., John Wiley & Sons, 2008]

Propriedades das Ondas

- **Reflexão e Transmissão** (Refração)







[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentals of Physics, 8th Ed., John Wiley & Sons, 2008]

Propriedades das Ondas

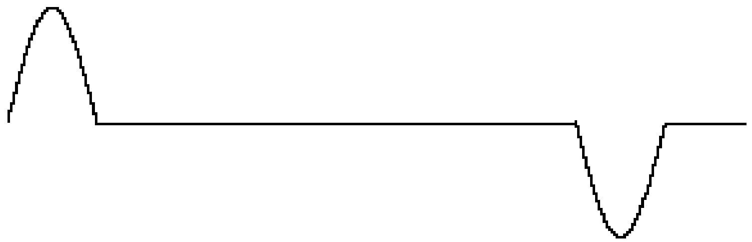
- Interferência e Superposição

→ interferência: fenômeno físico ; → superposição: princípio matemático “soma”

(combinação de ondas) (combinação linear)

(interferência construtiva)

(interferência desstrutiva)



(a palavra ‘interferência’ refere-se aos deslocamentos/amplitudes não à propagação ; Depende da fase relativa)

Propriedades das Ondas

- Interferência e Superposição

Considerando duas ondas se propagando na mesma corda, descritas por $y_1(x,t)$ e $y_2(x,t)$, o deslocamento total da corda quando as ondas se propagam é dado por:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

Propriedades das Ondas

- Interferência e Superposição

Considerando duas ondas se propagando na mesma corda, descritas por $y_1(x,t)$ e $y_2(x,t)$, o deslocamento total da corda quando as ondas se propagam é dado por:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

Vamos supor duas ondas que se propagam no mesmo sentido, com a mesma frequência e amplitude, apenas deslocadas em fase uma da outra:

$$y_1(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa x - \omega t) \quad ; \quad y_2(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa x - \omega t + \phi)$$

Propriedades das Ondas

- Interferência e Superposição

Considerando duas ondas se propagando na mesma corda, descritas por $y_1(x,t)$ e $y_2(x,t)$, o deslocamento total da corda quando as ondas se propagam é dado por:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

Vamos supor duas ondas que se propagam no mesmo sentido, com a mesma frequência e amplitude, apenas deslocadas em fase uma da outra:

$$y_1(x,t) = A\,\text{sen}(\kappa x - \omega t) \quad ; \quad y_2(x,t) = A\,\text{sen}(\kappa x - \omega t + \phi)$$

Assim:

$$y(x,t) = A\,[\text{sen}(\kappa x - \omega t) + \text{sen}(\kappa x - \omega t + \phi)]$$

Propriedades das Ondas

- Interferência e Superposição

Considerando duas ondas se propagando na mesma corda, descritas por $y_1(x,t)$ e $y_2(x,t)$, o deslocamento total da corda quando as ondas se propagam é dado por:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

Vamos supor duas ondas que se propagam no mesmo sentido, com a mesma frequência e amplitude, apenas deslocadas em fase uma da outra:

$$y_1(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x - \omega\,t) \quad ; \quad y_2(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x - \omega\,t + \phi)$$

Assim:

$$y(x,t) = A\left[\mathrm{sen}(\kappa\,x - \omega\,t) + \mathrm{sen}(\kappa\,x - \omega\,t + \phi)\right]$$

Utilizando uma identidada trigonométrica:

$$\mathrm{sen}(\alpha) + \mathrm{sen}(\beta) = 2\cos\left[\frac{1}{2}(\alpha - \beta)\right]\mathrm{sen}\left[\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\right]$$

Propriedades das Ondas

- **Interferência e Superposição**

Resultando em:

$$y(x,t) \,=\, \left[2\,A\,\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\right]\,\mathrm{sen}\left(\kappa\,x\,-\,\omega\,t\,+\,\frac{\phi}{2}\right)$$

Propriedades das Ondas

- **Interferência e Superposição**

Resultando em:

$$y(x,t) \;=\; \underbrace{\left[2\,A\,\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\right]}_{\text{(amplitude)}}\;\mathrm{sen}\left(\kappa\,x\;-\;\omega\,t\;+\;\frac{\phi}{2}\right)$$

(cte de fase)

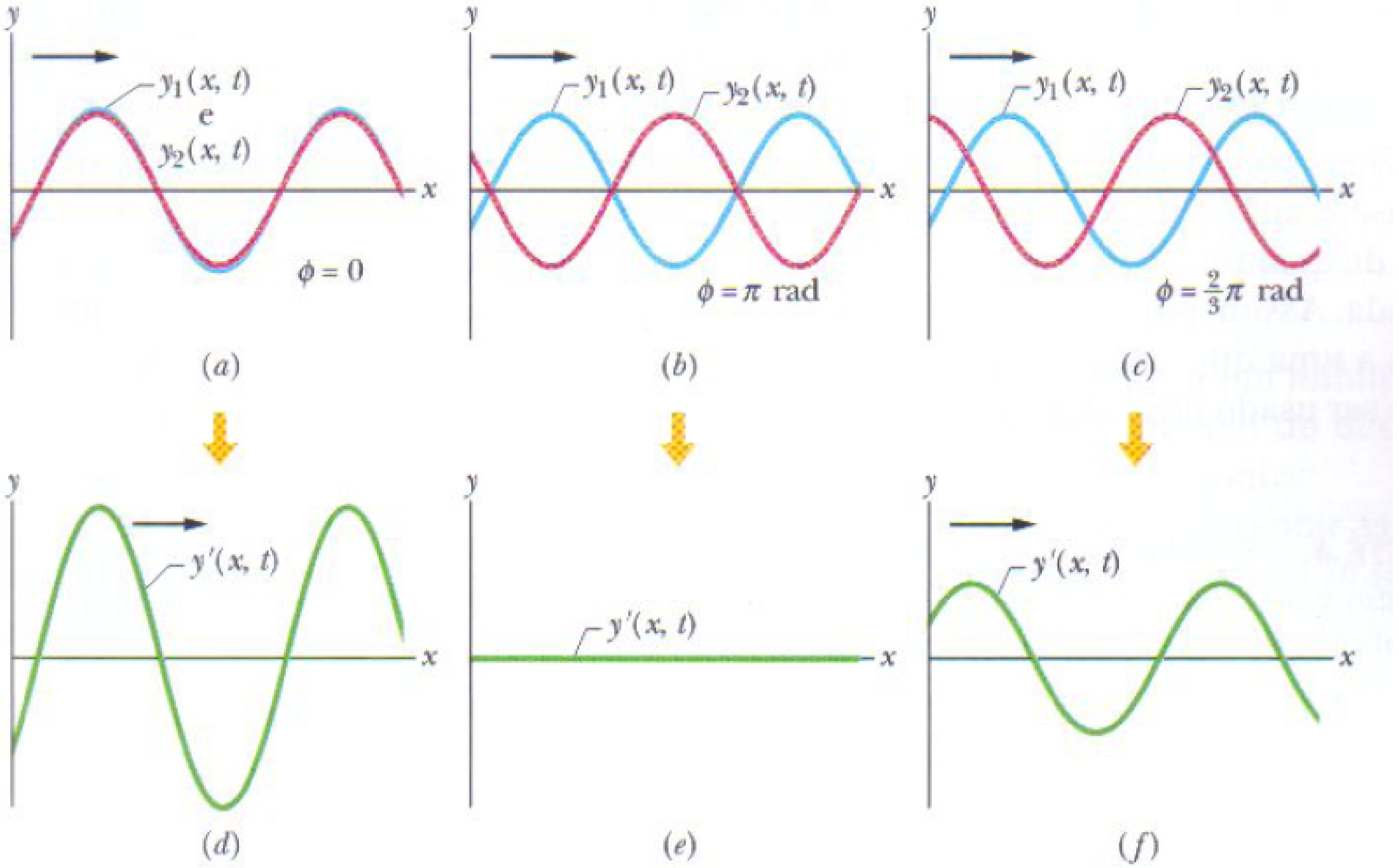
A onda resultante possui nova amplitude e nova constante de fase, que depende da diferença de fase entre as ondas que interferem.

Vamos ver alguns casos para certos valores de ϕ :

Propriedades das Ondas

- Interferência e Superposição

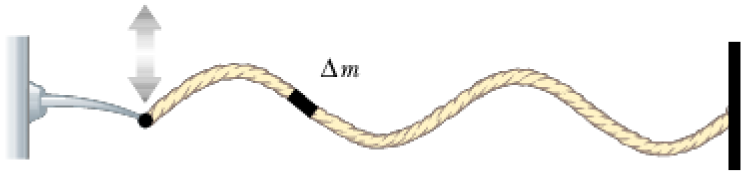
$$y(x,t) \;=\; \left[2\,A\,\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\right]\,\text{sen}\left(\kappa\,x\;-\;\omega\,t\;+\;\frac{\phi}{2}\right)$$



[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentos de Física, vol 2, 8a Ed., LTC, 2009]

Ondas estacionárias e Ressonância

- Interferência entre ondas que se propagam em sentidos opostos:

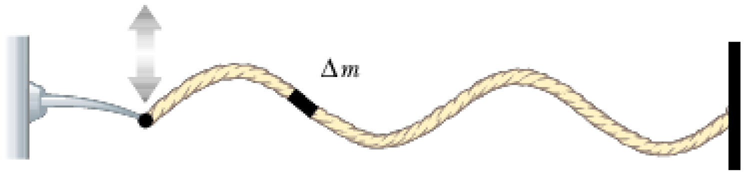


$$y_1(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x - \omega\,t)$$

$$y_2(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x + \omega\,t)$$

Ondas estacionárias e Ressonância

- Interferência entre ondas que se propagam em sentidos opostos:

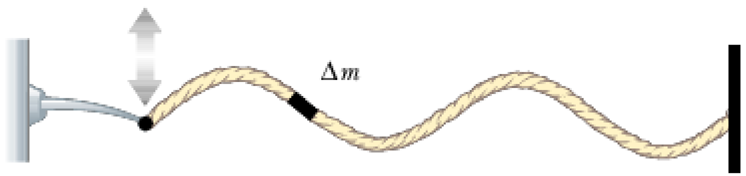


$$y_1(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x - \omega\,t) \qquad\qquad y_2(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x + \omega\,t)$$

$$y(x,t) = y_1 + y_2 = A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x - \omega\,t) + A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x + \omega\,t)$$

Ondas estacionárias e Ressonância

- Interferência entre ondas que se propagam em sentidos opostos:



$$y_1(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x - \omega\,t) \qquad\qquad y_2(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x + \omega\,t)$$

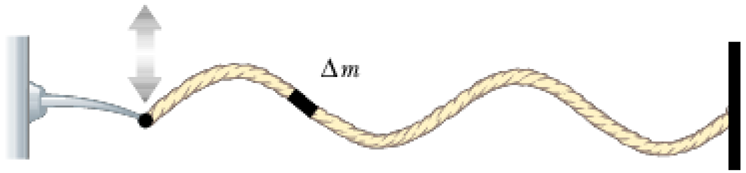
$$y(x,t) = y_1 + y_2 = A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x - \omega\,t) + A\,\mathrm{sen}(\kappa\,x + \omega\,t)$$

$$y(x,t) = A\,[\,\mathrm{sen}(\kappa\,x - \omega\,t) + \mathrm{sen}(\kappa\,x + \omega\,t)]$$

$$\text{sen}(\alpha) + \text{sen}(\beta) = 2\cos\left[\frac{1}{2}(\alpha - \beta)\right]\text{sen}\left[\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\right]$$

Ondas estacionárias e Ressonância

- Interferência entre ondas que se propagam em sentidos opostos:



$$y_1(x,t) = A\,\text{sen}(\kappa\, x - \omega\, t) \qquad\qquad y_2(x,t) = A\,\text{sen}(\kappa\, x + \omega\, t)$$

$$y(x,t) = y_1 + y_2 = A\,\text{sen}(\kappa\, x - \omega\, t) + A\,\text{sen}(\kappa\, x + \omega\, t)$$

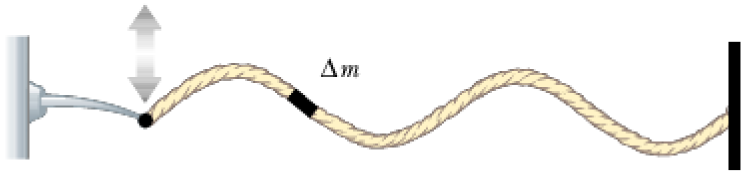
$$y(x,t) = A\,[\,\text{sen}(\kappa\, x - \omega\, t) + \text{sen}(\kappa\, x + \omega\, t)]$$

Usando a identidade trigonométrica:

$$\text{sen}(\alpha) + \text{sen}(\beta) = 2\cos\left[\frac{1}{2}(\alpha - \beta)\right] \text{sen}\left[\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\right]$$

Ondas estacionárias e Ressonância

- Interferência entre ondas que se propagam em sentidos opostos:



$$y_1(x,t) = A\,\text{sen}(\kappa\,x - \omega\,t) \qquad\qquad y_2(x,t) = A\,\text{sen}(\kappa\,x + \omega\,t)$$

$$y(x,t) = y_1 + y_2 = A\,\text{sen}(\kappa\,x - \omega\,t) + A\,\text{sen}(\kappa\,x + \omega\,t)$$

$$y(x,t) = A\,[\,\text{sen}(\kappa\,x - \omega\,t) + \text{sen}(\kappa\,x + \omega\,t)]$$

Usando a identidade trigonométrica:

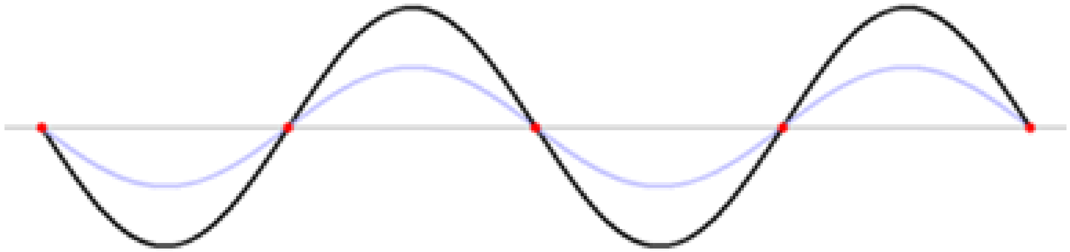
$$\boxed{y(x,t) = [2\,A\,\text{sen}(\kappa\,x)]\,\cos(\omega\,t)}$$

(não representa uma onda progressiva)

Ondas estacionárias e Ressonância

- Interferência entre ondas que se propagam em sentidos opostos:

$$\boxed{y(x,t) \;=\; [2\,A\;\text{sen}(\kappa\,x)]\;\cos(\omega\,t)}$$



nós: pontos estacionários
anti-nós: ponto médio entre nós consecutivos (amplitude da resultante chega ao máximo)

A forma da onda não se propaga, as posições x dos máximos e mínimos não variam, os nós e anti-nós permanecem estacionários.

Ondas estacionárias e Ressonância

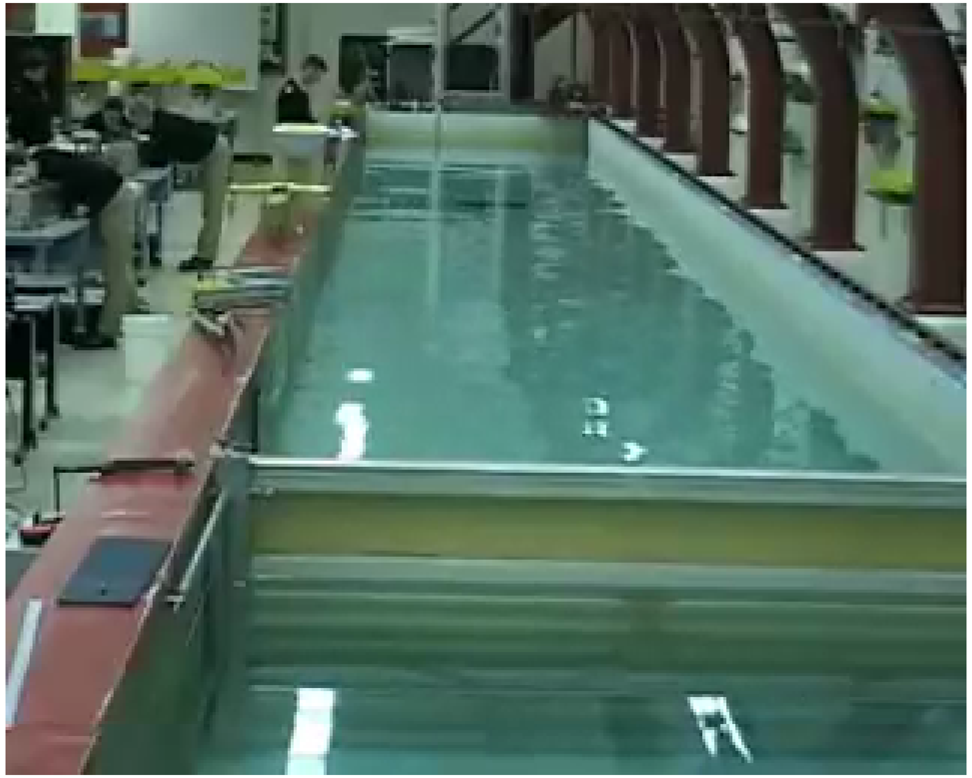
- Interferência entre ondas que se propagam em sentidos opostos:

Vídeo: Ondas Estacionárias

[Vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=pDkd-vO1x9k]

Ondas estacionárias e Ressonância

- Interferência entre ondas que se propagam em sentidos opostos:



Vídeo: Making Standing Waves

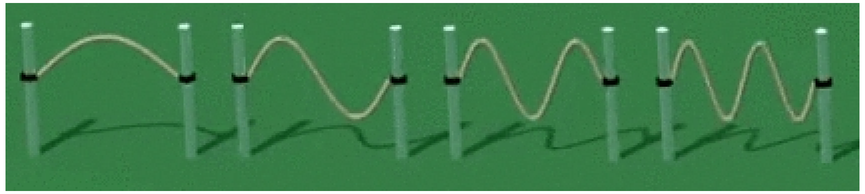
[Vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=NpEevfOU4Z8]

Ondas estacionárias e Ressonância

- **Ressonância**

Existem determinados modos de oscilação que produzem ondas estacionárias. Cada modo de vibração está associado a uma frequência, assim, as frequências que implicam em interferência de tal modo que a resultate seja uma onda estacionária são chamadas de **frequências de ressonância**.

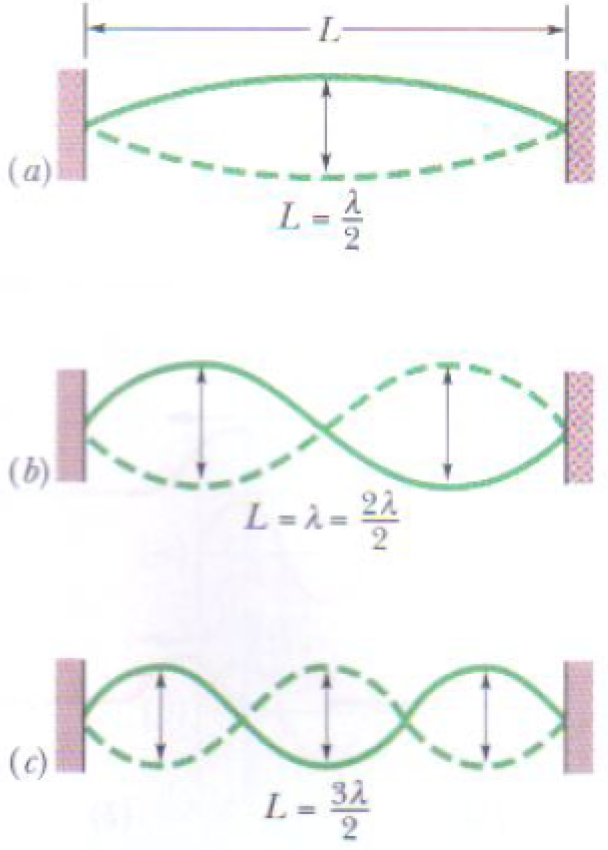
Dizemos que uma onda estacionária é produzida quando ocorre ressonância, isto é, quando o sistema que provoca a oscilação da corda, vibra na frequência de ressonância da mesma.



$$v = f\,\lambda \qquad v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$$

Ondas estacionárias e Ressonância

- Ressonância



$n = 1 \quad ; \quad \lambda_1 = 2\,L \quad ; \quad L = \dfrac{\lambda_1}{2}$

$n = 2 \quad ; \quad \lambda_2 = L \quad ; \quad L = 2\,\dfrac{\lambda_2}{2}$

$n = 3 \quad ; \quad \lambda_3 = \dfrac{2}{3}L \quad ; \quad L = 3\,\dfrac{\lambda_3}{2}$

... ...

$$L = n\,\frac{\lambda_n}{2}$$

$$\lambda_n = \frac{2\,L}{n}$$

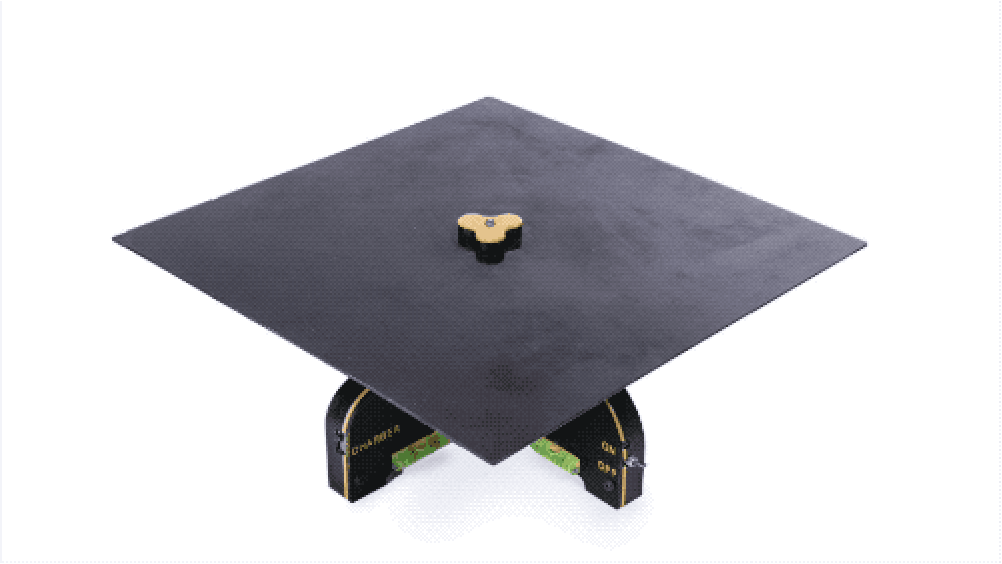
$$\boxed{f_n = n\,\frac{v}{2\,L}}$$

[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentos de Física, vol 2, 8a Ed., LTC, 2009]

Ondas estacionárias e Ressonância

- **Ressonância**

Exemplo, modos vibracionais em duas dimensões:



[Animação: https://klingereducational.com/product/chladni-2d-sound-waves-demo-set/]

Equação de Onda

Equação de Onda

Vamos considerar um elemento da corda que se move pela passagem da onda, portanto o mesmo sofre a ação de uma aceleração transversal que varia com o tempo:

$$a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad u_y = \frac{\partial y}{\partial t}$$

Lembrando que:

$$y = \mathrm{f}(x') = \mathrm{f}(x - v\,t)$$

Temos que y depende de t através da variável $x' = x - vt$, então usamos a regra da cadeia:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{d\mathrm{f}}{dx'}\frac{\partial x'}{\partial t} = -v\,\frac{d\mathrm{f}}{dx'}$$

Seguindo:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -v\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{d\mathrm{f}}{dx'}\right) = -v\,\frac{d}{dx'}\left(\frac{d\mathrm{f}}{dx'}\right)\overbrace{\frac{\partial x'}{\partial t}}^{-v}$$

[Ver: NUSSENZVEIG, Herch Moysés. Curso de Física Básica, vol. 2, 4a Ed. rev., São Paulo, Edgard Blücher, 2002]

Equação de Onda

Então:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{d^2 \mathrm{f}}{dx'^2}$$

Considerando:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{d\mathrm{f}}{dx'} \frac{\partial x'}{\partial x}$$

Temos que:

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(x - v\,t) = 1$$

Ou seja:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{d\mathrm{f}}{dx'}$$

Assim:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{d^2 \mathrm{f}}{dx'^2} \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{d^2 \mathrm{f}}{dx'^2}$$

[Ver: NUSSENZVEIG, Herch Moysés. Curso de Física Básica, vol. 2, 4a Ed. rev., São Paulo, Edgard Blücher, 2002]

Equação de Onda

Deste modo, temos uma equação que relaciona a função de onda e suas segundas derivadas no tempo e no espaço:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Ou ainda:

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

(Equação de onda)

Que também pode ser escrita como:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

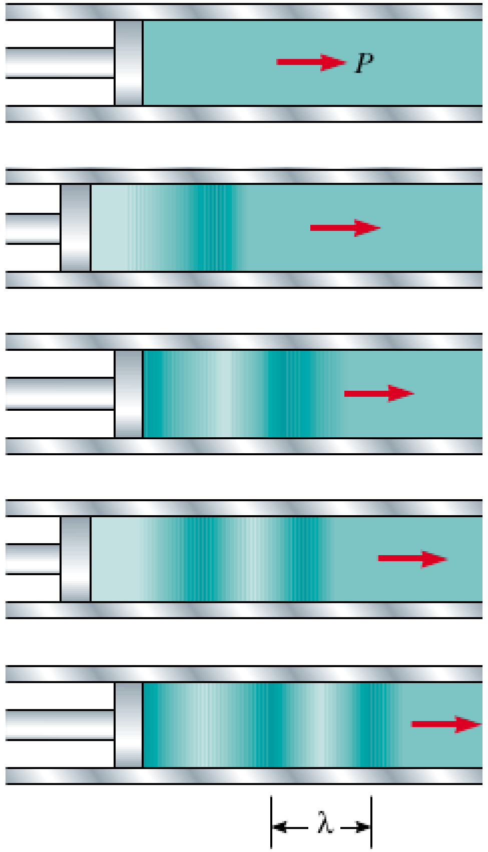
[Ver: NUSSENZVEIG, Herch Moysés. Curso de Física Básica, vol. 2, 4a Ed. rev., São Paulo, Edgard Blücher, 2002]

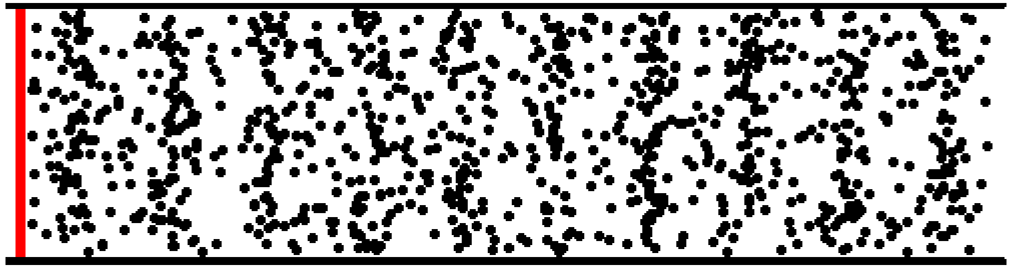
Ondas Sonoras

→ Ondas longitudinais que se propagam em um meio material.

Ondas Sonoras

→ Ondas longitudinais que se propagam em um meio material.

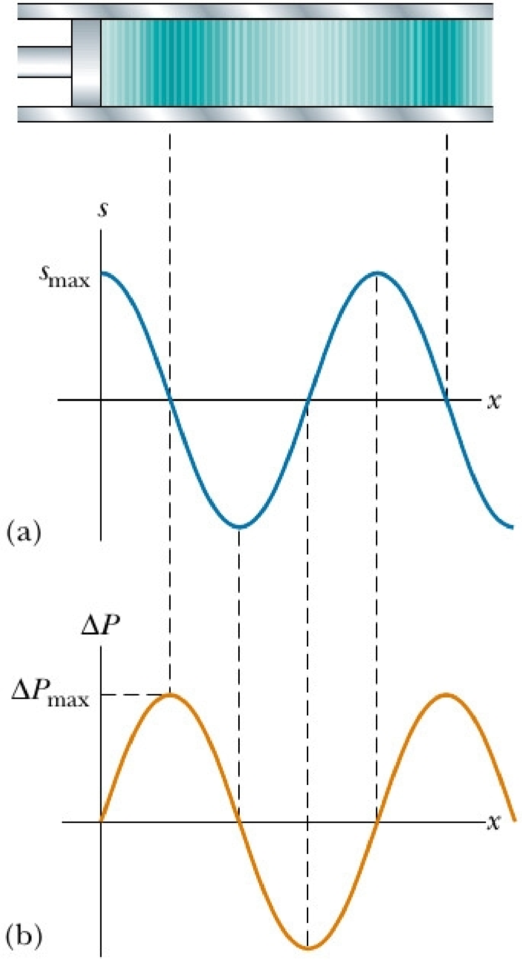




[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentos de Física, vol 2, 8a Ed., LTC, 2009
http://www.exatas.net/ondulatoria.htm]

Ondas Sonoras

→ Ondas longitudinais que se propagam em um meio material.



$$s(x,t) = s_m \cos(\kappa x - \omega t)$$

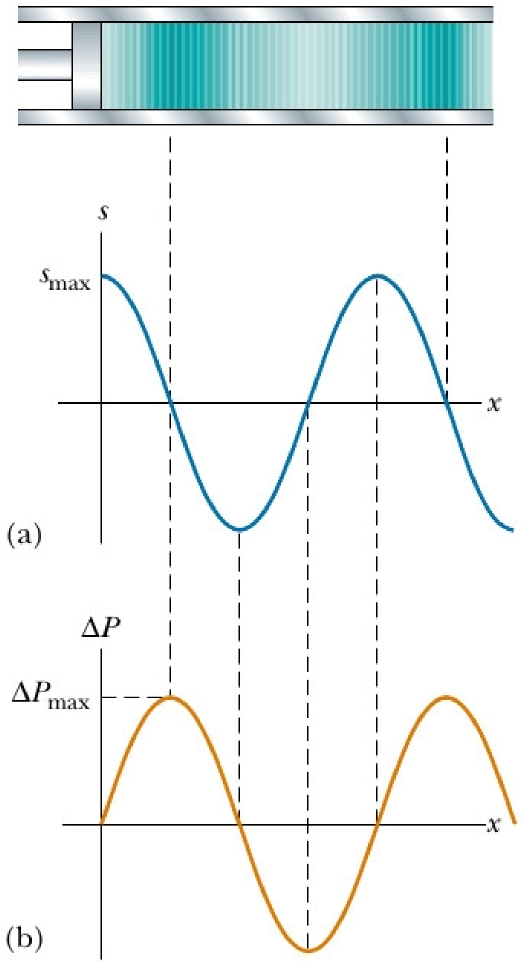
$$\boxed{\Delta P(x,t) = P_m \operatorname{sen}(\kappa x - \omega t)}$$

[Figura: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentos de Física, vol 2, 8a Ed., LTC, 2009]

Ondas Sonoras

→ Ondas longitudinais que se propagam em um meio material.

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$



$$s(x,t) = s_m \cos(\kappa x - \omega t)$$

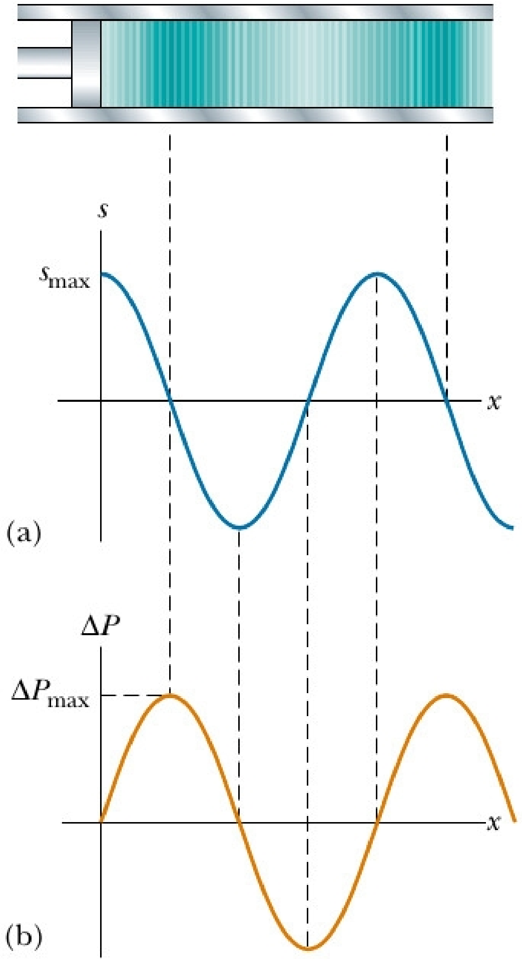
$$\boxed{\Delta P(x,t) = P_m \,\mathrm{sen}(\kappa x - \omega t)}$$

[Figura: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentos de Física, vol 2, 8a Ed., LTC, 2009]

Ondas Sonoras

→ Ondas longitudinais que se propagam em um meio material.

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$



$$s(x,t) = s_m \cos(\kappa x - \omega t)$$

$$\boxed{\Delta P(x,t) = P_m \operatorname{sen}(\kappa x - \omega t)}$$

A Velocidade do Som[a]

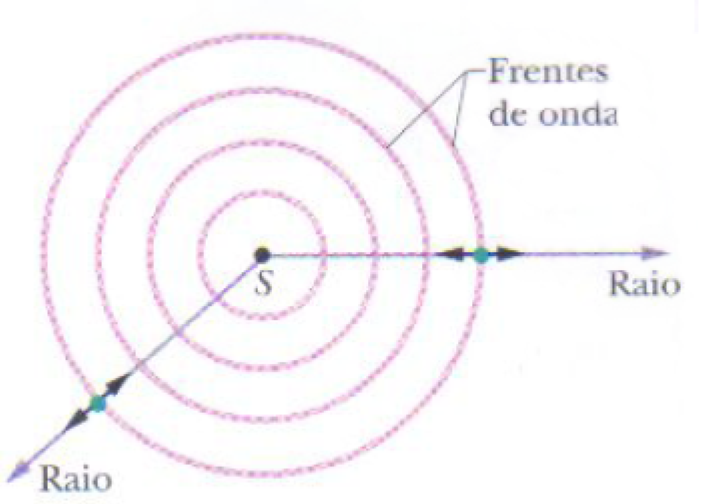
Meio	Velocidade (m/s)
Gases	
Ar (0°C)	331
Ar (20°C)	343
Hélio	965
Hidrogênio	1284
Líquidos	
Água (0°C)	1402
Água (20°C)	1482
Água salgada[b]	1522
Sólidos	
Aço	5941
Alumínio	6420
Granito	6000

[a] A 0°C e 1 atm de pressão, a menos que haja uma indicação em contrário.
[b] A 20°C e com 3,5% de salinidade.

[Figura: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentos de Física, vol 2, 8a Ed., LTC, 2009]

Ondas Sonoras

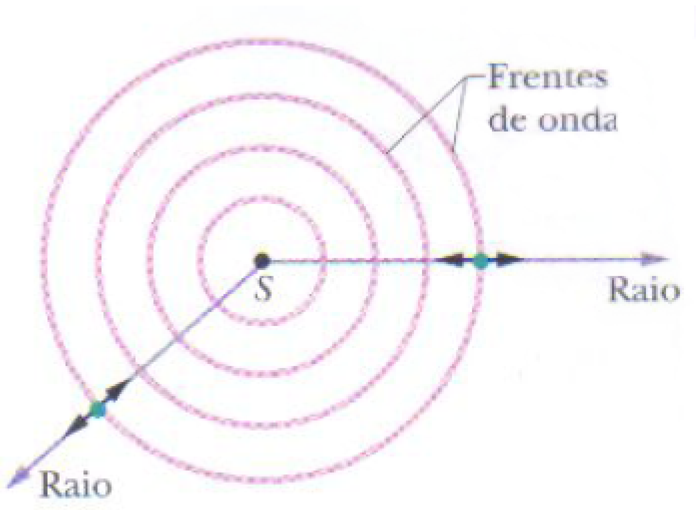
→ Ondas longitudinais que se propagam em um meio material.

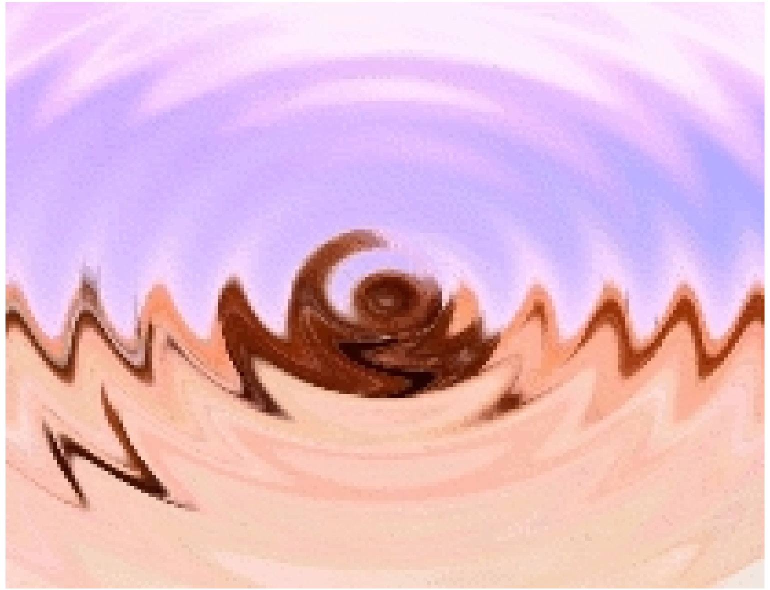


[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentos de Física, vol 2, 8a Ed., LTC, 2009]

Ondas Sonoras

→ Ondas longitudinais que se propagam em um meio material.

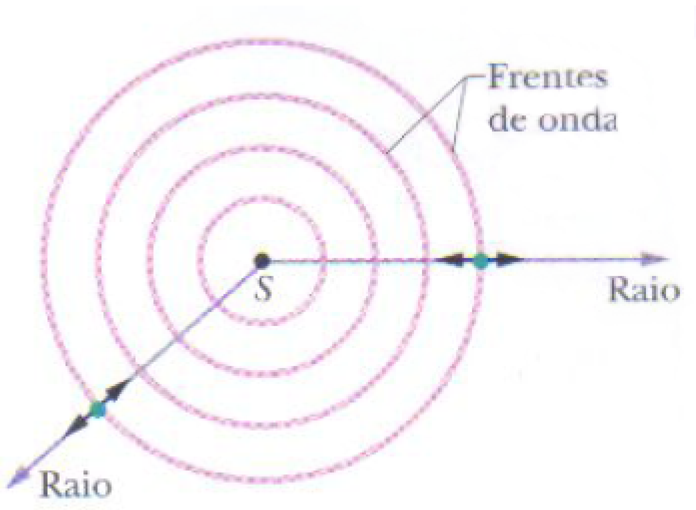


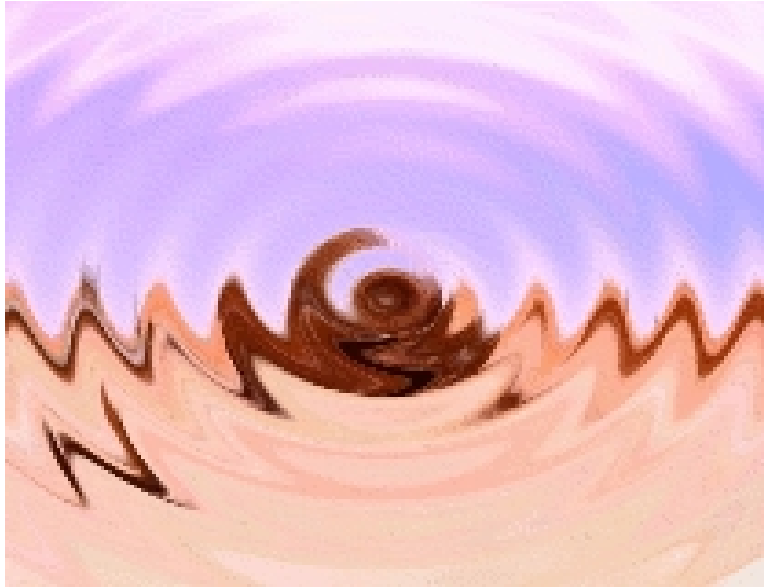


[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentos de Física, vol 2, 8a Ed., LTC, 2009]

Ondas Sonoras

→ Ondas longitudinais que se propagam em um meio material.





Há também interferência, reflexão, refração, e a **difração**.

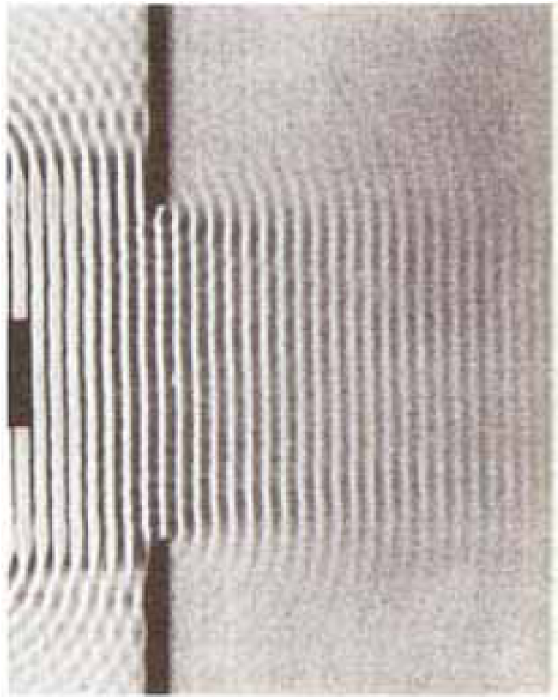
[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentos de Física, vol 2, 8a Ed., LTC, 2009]

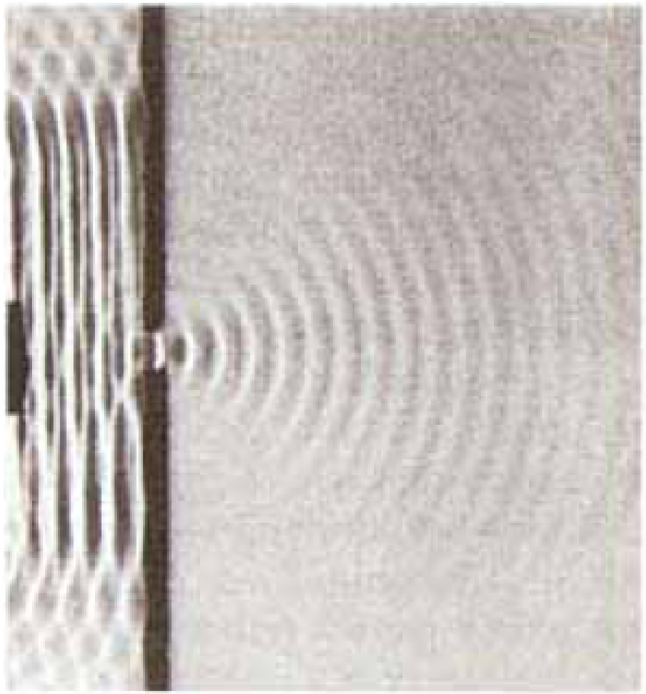
Ondas Sonoras

→ **Difração**

É o desvio das frentes de onda provocado por um obstáculo (objeto ou uma fenda)

Exemplos em tanque de ondas:





[Figuras:TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Ondas Sonoras

→ **Difração**

É o desvio das frentes de onda provocado por um obstáculo (objeto ou uma fenda)

Ondas podem ser refletidas por objetos, e assim, podemos perceber perfis de tais objetos.

Este é o princípio de funcioamento do **sonar**, assim como do aparelho de **ultrassom**.

Porém a difração impõe um limite na localização de objetos por reflexão de ondas, bem como na qualidade da resolução dos perfis ou detalhes dos objetos.

Ondas Sonoras

→ **Difração**

É o desvio das frentes de onda provocado por um obstáculo (objeto ou uma fenda)

Ondas podem ser refletidas por objetos, e assim, podemos perceber perfis de tais objetos.

Este é o princípio de funcionamento do **sonar**, assim como do aparelho de **ultrassom**.

Porém a difração impõe um limite na localização de objetos por reflexão de ondas, bem como na qualidade da resolução dos perfis ou detalhes dos objetos.

- Som: f entre 20 Hz a 20.000 Hz (20 kHz) : ondas audíveis por humanos
- infrassom: f abaixo de 20 Hz
- ultrassom: f acima de 20 kHz

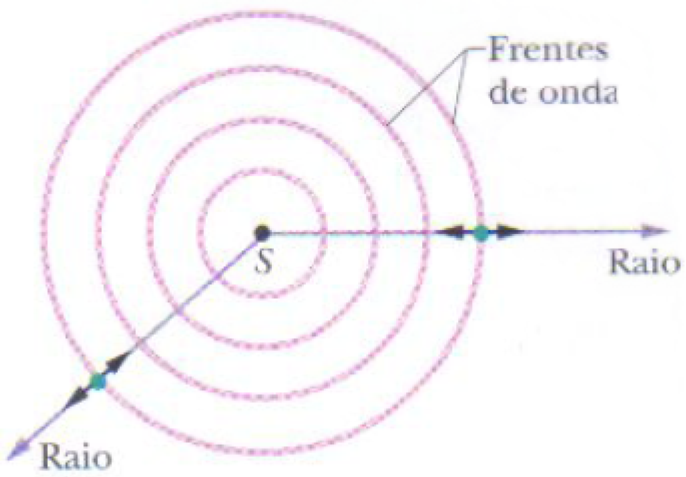
Ondas

[Foto: Yuri Bevilacqua, Florianópolis, 2011 ; https://www.instagram.com/floripa_art]

Ondas Sonoras

→ **Intensidade e Nível Sonoro**

A potência emitida pela fonte é distribuída ao longo da área da superfície esférica de raio r , assim temos a **intensidade**:



$$I = \frac{\mathcal{P}_{\text{med}}}{A}$$

$$I = \frac{\mathcal{P}_{\text{med}}}{4\,\pi\,r^2}$$

$$I \propto \frac{1}{r^2}$$

[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentos de Física, vol 2, 8a Ed., LTC, 2009]

Ondas Sonoras

→ **Intensidade e Nível Sonoro**

A intensidade de onda sonora captada pelo ouvido humano depende da amplitude de vibração das partículas do ar (que implicam em uma amplitude de pressão), e causam vibração do diafragma no ouvido.

Para o ouvido humano, a amplitude do deslocamento do diafragma varia entre 10^{-11} m para o som menos intenso detectável, até 10^{-5} m para o som mais intenso tolerável (limiar da dor); razão de 10^{6}.

A intensidade varia com o quadrado da amplitude... , razão entre intensidades de 10^{12} .

Por causa do intervalo enorme entre valores de intensidade perceptíveis, é conveniente redefinir em termos de logaritmos:

Nível sonoro:

$$\boxed{\beta = (10\ \mathrm{dB}) \log\left(\frac{I}{I_0}\right)}$$

Ondas Sonoras

→ **Intensidade e Nível Sonoro**

Nível sonoro:

$$\boxed{\beta = (10\ \text{dB}) \log\left(\frac{I}{I_0}\right)}$$

onde, I_0 é a intensidade de referência (10^{-12} W/m^2), limite inferior da audição humana.

Ex.:

$I = 10^{-12}$ W/m^2 ; $I = I_0$ → $\beta = 0$ dB (limiar da audição)

$I = 1$ W/m^2 ; $I = 10^{12}\, I_0$ → $\beta = 120$ dB (limiar da dor)

(não é uma escala linear)

Ondas Sonoras

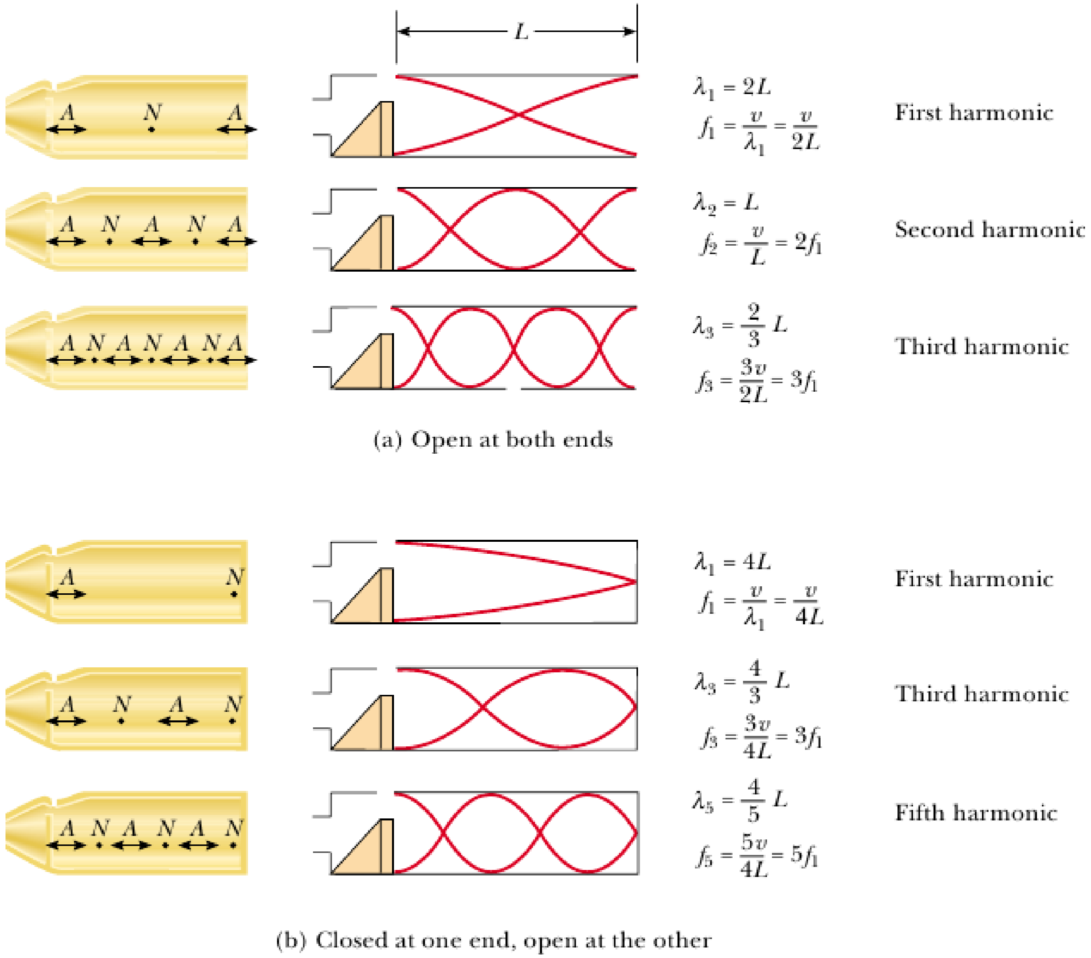
→ **Intensidade e Nível Sonoro**

Fonte	I/I_0	dB	Descrição
	10^0	0	Limiar de audição
Respiração normal	10^1	10	Quase inaudível
Farfalhar	10^2	20	
Murmúrio (a 5 m)	10^3	30	Muito quieto
Biblioteca	10^4	40	
Escritório tranqüilo	10^5	50	Quieto
Conversação normal (a 1 m)	10^6	60	
Tráfego intenso	10^7	70	
Escritório barulhento com máquinas; fábrica média	10^8	80	
Caminhão pesado (a 15 m); cataratas do Niágara	10^9	90	A exposição constante prejudica a audição
Trem velho de metrô	10^{10}	100	
Ruído de construção (a 3 m)	10^{11}	110	
Concerto de rock com amplificadores (a 2 m); decolagem de jato (a 60 m)	10^{12}	120	Limiar da dor
Rebitador automático; metralhadora	10^{13}	130	
Decolagem de jato (próximo)	10^{15}	150	
Motor de foguete grande (próximo)	10^{18}	180	

[Figura: TIPLER, Paul A., MOSCA, Gene., Física Para Cientistas e Engenheiros, vol. 1, 6a ed., LTC, 2009]

Ondas Sonoras

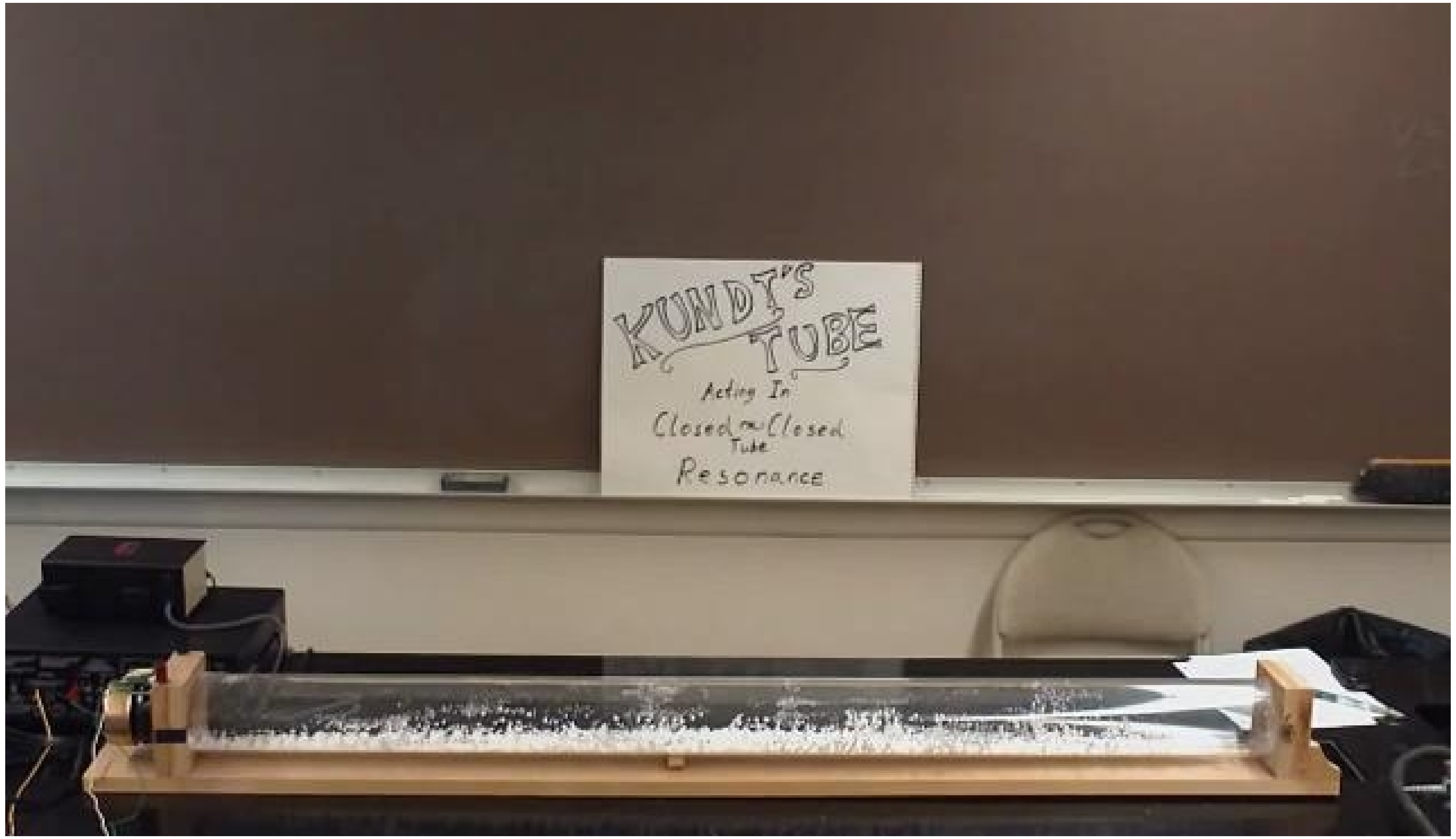
→ **Ressonância e modos normais de vibração**



[Figuras: HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. WALKER, Jearl. Fundamentals of Physics, 8th Ed., John Wiley & Sons, 2008]

Ondas Sonoras

→ **Ressonância e modos normais de vibração**



Vídeo: Tubo de Kundt

Vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=qUiB_zd9M0k]

Efeito Doppler

- Efeito Doppler em ondas sonoras (mas também ocorre em ondas eletromagnéticas)

Efeito Doppler

- Efeito Doppler em ondas sonoras (mas também ocorre em ondas eletromagnéticas)

Variação da frequência captada pelo receptor em relação à frequência emitida pela fonte em função do movimento relativo entre a fonte (v_f) e o receptor (v_r), sendo v a velocidade do som:

Efeito Doppler

- Efeito Doppler em ondas sonoras (mas também ocorre em ondas eletromagnéticas)

Variação da frequência captada pelo receptor em relação à frequência emitida pela fonte em função do movimento relativo entre a fonte (v_f) e o receptor (v_r), sendo v a velocidade do som:

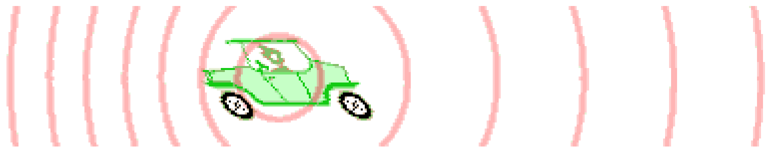
$$\boxed{f_r = \left(\frac{v \pm v_r}{v \pm v_f}\right) f_f}$$

Efeito Doppler

- Efeito Doppler em ondas sonoras (mas também ocorre em ondas eletromagnéticas)

Variação da frequência captada pelo receptor em relação à frequência emitida pela fonte em função do movimento relativo entre a fonte (v_f) e o receptor (v_r), sendo v a velocidade do som:

$$\boxed{f_r = \left(\frac{v \pm v_r}{v \pm v_f}\right) f_f}$$



Efeito Doppler

[Animação: http://galileoandeinstein.physics.virginia.edu/more_stuff/flashlets/doppler.htm]

Ondas

TÁTICAS PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Tática 1: ***Cálculo de Funções Trigonométricas para Fases Muito Grandes*** Às vezes, como nos Exemplos 16-2*d* e 16-3, um ângulo muito maior que 2π rad (ou 360°) aparece no problema e precisamos calcular o seno ou co-seno desse ângulo. Somar ou subtrair um múltiplo inteiro de 2π rad ou 360° a um ângulo não muda o valor de nenhuma função trigonométrica. Assim, no Exemplo 16-2*d* devemos calcular o seno de −35,1855 rad. Somando (6)(2π rad) a este ângulo, obtemos

$$-35{,}1855 \text{ rad} + (6)(2\pi \text{ rad}) = 2{,}51361 \text{ rad},$$

que é um ângulo menor do que 2π rad com as mesmas funções trigonométricas que −35,1855 rad (Fig. 16-9). Por exemplo, o seno tanto de 2,51361 rad como de −35,1855 rad é 0,588.

As calculadoras reduzem esses ângulos automaticamente. *Atenção:* não arredonde ângulos grandes se pretende calcular o seno ou o co-seno. Ao calcular o seno de um ângulo muito grande, *jogamos fora a maior parte do ângulo e calculamos o seno do que sobrou.* Se, por exemplo, arredondarmos −35,1855 rad para −35 rad (uma variação de 0,5%, que normalmente constitui uma aproximação razoável), estaremos mudando o valor do seno do ângulo em 27%. Além disso, ao converter um ângulo grande de *graus para radianos assegure-se de que está usando um fator de* conversão exato (como $180° = \pi$ rad) em vez de um fator aproximado (como $57{,}3° \approx 1$ rad).

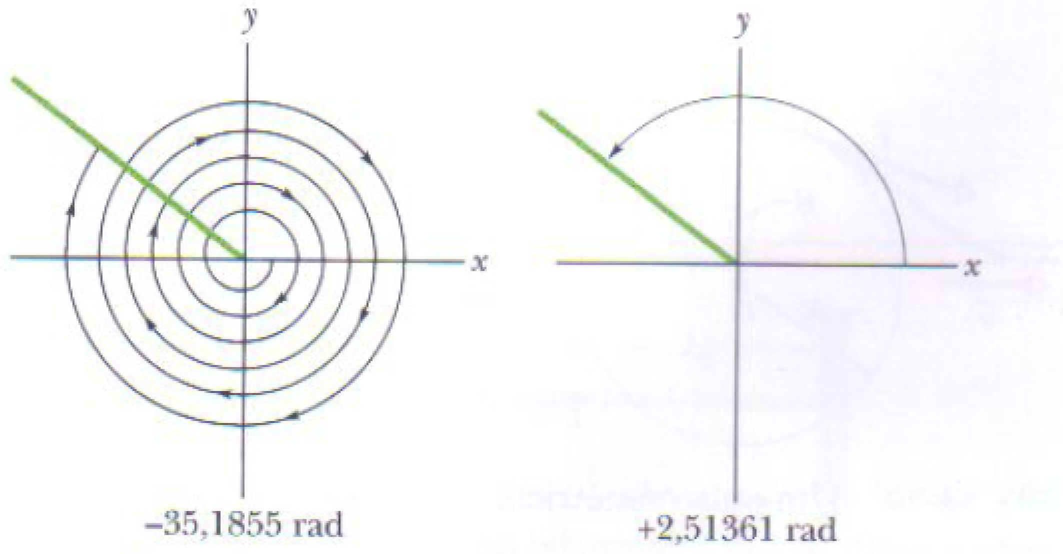


FIG. 16-9 Estes dois ângulos são diferentes, mas todas as suas funções trigonométricas são iguais.

Ondas

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Exemplo: Para um dado sistema massa-mola em $t = 0$ a posição é dada por $x(0) = -8{,}50$ cm. A velocidade $v(0) = -0{,}920$ m/s e a aceleração é dada por $a(0) = 47{,}0$ m/s^2. (a) Qual é a frequência angular ω do sistema? (b) Quais são os valores da constante de fase θ_0 e da amplitude x_m?

(b)

$$\omega = 23,5 \text{ rad/s}$$

$$\theta_0 = 155,27°$$

$$(2,710 \text{ rad})$$

$$x_m = \frac{x(0)}{\cos(\theta_0)}$$

$$x_m = \frac{(-0,0850 \text{ m})}{\cos(155,27°)} = \frac{(-0,0850 \text{ m})}{(-0,9083)}$$

$$x_m = 0,0936 \text{ m}$$

$$x_m = \underline{9,36 \text{ cm}}$$

$$\boxed{x(t) = 0,0936 \cos(23,5\,t + 2,710)}$$

Ondas

Exemplo: Um bloco de 2,00 kg está preso a uma mola cuja constante elástica é $k = 196$ N/m. O bloco é afastado 5,00 cm de sua posição de equilíbrio e liberado em $t = 0$. (a) Determine a frequência angular ω, a frequência f e o período T. (b) Escreva x como função do tempo.