DF- IFM- UFPel

Mecânica Geral I, prof. Eduardo. Segunda lista de questões.

1) Em relação ao oscilador harmônico simples, responda as seguintes solicitações. a) Por meio de leis de Newton mostre que a equação diferencial que rege o movimento é $m\ddot{x} = -kx$ ou $\ddot{x}+\omega_0^2 x = 0$, $\omega_0^2 = k/m$. b) Sendo x_0 e v_0 a posição e a velocidade iniciais, mostre que $x = x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t) + (v_0/\omega_0)\sin(\omega_0 t)$ é a solução da equação diferencial do oscilador. c) Por um gráfico de $x(t)$ com $v_0 = 0$, prove que $T = 2\pi/\omega_0$ é o período do movimento. A escolha de uma velocidade inicial nula é relevante para a conclusão? d) Que escolha de $A =$ amplitude e $\phi =$ fase fazem a solução se equivaler a $x(t) = A\cos(\omega_0 t - \phi)$? e) Moste que, com a e b adequados, $x(t) = a\exp(i\omega_0 t) + b\exp(-i\omega_0 t)$. f)Analise o oscilador do ponto de vista da conservação da energia e levante seu *diagrama de fases*. g) (*opcional*) Mostre como se obtém a equação do oscilador a partir da *equação de Lagrange* do sistema, $(d/dt)(\partial L/\partial\dot{x}) = \partial L/\partial x$, com $L = T$ - U $=$ lagrangiana $=$ energia cinética - energia potencial.

2) Um pêndulo, sob a ação da gravidade, tem comprimento l. a) Se θ é um pequeno desvio em relação ao ponto de equilíbrio estável, mostre por leis de Newton, equação $\vec{N} = \left(d\vec{L}/dt\right)$ ou, *opcionalmente*, por equação de Lagrange, que o movimento será oscilatório com período $T = 2\pi\sqrt{l/g}$. b) Construa o diagrama de fases do pêndulo. c) Descreva o movimento nas imediações do ponto de equilíbrio instável $\theta = \pi$.

3) Para um oscilador harmônico amortecido ("damped"), regido por $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$, ou $\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$, analise os três casos possíveis de solução. Para facilitar, se necessário, tome $v_0 = 0$. (Para alternativa, ver texto do livro).

4) Para um oscilador forçado $\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = A\cos(\omega t)$, *subamortecido* ($\beta$ relativamente pequeno), obtenha a amplitude D e a fase δ da solução permanente $x_p(t) = D\cos(\omega t - \delta)$. Levante gráficos de D e δ e mostre que se β é relativamente pequeno o fator de qualidade $Q = \omega_R/2\beta$ (ω_R =frequência de ressonância) se aproxima de $\omega_0/\Delta\omega$, em que $\Delta\omega$ é uma faixa de freqências na curva de ressonância ($D(\omega)$) correspondentes a uma altura D equivalente a $1/\sqrt{2}$ da do valor máximo de D (dado em $\omega = \omega_R$). (resposta parcial: $\tan\delta = 2\omega\beta/\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)$, $D = A/\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\omega^2\beta^2}$. Para alternativa, ver o texto do livro).

5) a) Considere uma partícula de massa m nas proximidades da Terra, a uma pequena altura z do solo. A partir do potencial gravitacional $\Phi = -GM_T/r$, encontre g, mostre que a força peso tem intensidade mg e que a energia potencial, a menos de uma constante, é mgz (potencial gz). Encontre a velocidade de escape v_e da superfície da Terra. c) A que distância do centro de um planeta deve estar um satélite geoestacionário de órbita circular?

6) Analise os modos normais de vibração dos seguintes sistemas. a) Sistema linear de duas massas M, acopladas por uma mola de constante K. Cada uma dessas massas está também ligada a paredes (duas paredes, uma para

cada massa), por molas de constante k (ver seção 12.2 do livro). Encontre as *coordenadas normais* do sistema. b) Sistema linear de três massas, $m_1 = m$, $m_2 = M$ e $m_3 = m$, em que a massa central M se liga às outras duas por molas de constante k (exemplo 12.5 do livro). Considere apenas oscilações longitudinais.

7) Solucione os seguintes problemas do capítulo 3 (oscilações) de TM: 3.7, 3.8, 3.9, 3.12.

8) Solucione os seguintes problemas do capítulo 5 de TM (gravitação): 5.2, 5.4, 5.7, 5.14.

9) Solucione os seguintes problemas do capítulo 12 de TM (osciladores acoplados): 12.3, 12.12.