

A Matemática do Pokémon GO

Cydara Cavedon Ripoll¹; Lisandra Sauer²;

Andréia Quandt; Lucas Pinheiro; Marcelo Vieira³

Resumo:

A Matemática do Pokémon GO pretende trazer para o Festival da Matemática atividades onde serão discutidos conceitos matemáticos que estão por trás do jogo Pokémon Go para Smartphones, por meio de uma experimentação concreta, na qual o jogador, acompanhado por monitores, será convidado a raciocinar sobre suas ações.

Introdução

A Matemática do Pokémon GO é uma atividade lúdica que pretende aproveitar o jogo Pokémon GO, que se espalhou de forma viral pelo planeta, para explorar questões matemáticas que estão por trás deste jogo. Tais questões lidam tanto com conceitos tais como círculo, quadrado e retângulo e seus elementos como com localização plana e localização espacial. Além disso, pretende divulgar, para o público em geral, teorias matemáticas que justificam o funcionamento do GPS, instrumento que embasa a distribuição dos Pokémons no jogo Pokémon Go. Essa divulgação se dará na forma de cinco jogos no mundo real tendo como tema o jogo virtual. Salientamos que os jogos propostos são adaptações do jogo virtual, mas que envolvem conceitos nele utilizados.

Sobre o funcionamento do jogo e do GPS

i) Você conhece o jogo Pokémon GO?

O Pokémon GO é um jogo concebido para ser utilizado em Smartphones e que utiliza a geolocalização embutida no GPS (*Global Positioning System*) do aparelho e, por meio da câmera do mesmo, insere os Pokémons para que você, de posse do aparelho, possa vê-lo e então capturá-lo, como na figura 1.



Figura 1

Fonte: [1]

¹ Professora da UFRGS

² Professora da UFPEL

³ Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da UFPEL

ii) Detalhando o jogo:

O mapa onde os Pokémons são distribuídos em uma dada região é criado a partir da sincronização do GPS do seu celular com o Google Maps. No canto inferior direito da tela, você encontra uma janela de “Pokémon Nearby” (Figura 2), que indica os Pokémons que estão nas redondezas. A distância dos mesmos até você está indicada, em passos, abaixo de cada um dos Pokémons mostrados na tela, de modo que, assim, você saberá se eles estão próximos ou distantes de você.



Figura 2

Fonte: [2]

As PokéStops são reconhecidas como os ícones azuis do mapa (Figura 3). Você pode interagir com essas áreas para ganhar itens e ganhar experiência. Para isso, basta se aproximar do lugar geográfico do PokéStop e então clicar sobre o ícone; na tela aparecerão as recompensas. Estes lugares são frequentados para que os jogadores se abasteçam de bolas para poder caçar os Pokémons. Você pode visitar uma mesma Pokéstop a cada 5 minutos.



Figura 3

Fonte: [3]

Ginásios são reconhecidos como grandes torres que aparecem no horizonte. Eles podem aparecer em quatro cores diferentes (amarelo, azul, vermelho ou cinza). Nestes espaços são realizadas disputas entre Pokémons de jogadores diferentes. Estes jogos são feitos em rede. Os ginásios no Pokémon GO servem para dominar território e colocar Pokémon para defendê-lo, representando o time de cada jogador.

Outras coisas interessantes no jogo é que: “grama alta” pode ser reconhecida no mapa, a partir de uns pixels verdes (bem clarinhos) que ficam balançando no mapa. Elas aparecem em áreas aleatórias e geralmente indicam a presença de um Pokémon nas redondezas; parques reais que são reconhecidos pelo Google Maps, são mostrados como uma área verde escura. Esses são ótimos lugares para procurar por Pokémons, principalmente por conterem mais “gramas altas” do que outros lugares. Também graças ao Google Maps, oceanos, lagos, rios e outras fontes reais de água aparecem em azul no seu mapa. Essas áreas possuem uma grande concentração de Pokémons aquáticos. A figura 4, abaixo, é um mapa onde estão destacados um lago, dois parques, um ginásio, uma Pokéstop e grama alta.



Figura 4 Fonte: [3]

iii) Onde você deve posicionar-se para poder caçar os Pokémons?

Quando visualizamos um Pokémon na tela do celular e queremos caçá-lo, precisamos, por meio do celular, atirar bolas na sua direção, mas se este Pokémon estiver muito longe tais bolas não irão atingi-lo. Para termos chance de êxito, devemos nos posicionar em um raio entre 35 e 100 passos, dependendo do Pokémon que se deseja caçar.



Figura 5

Fonte: [4]

O Pokémon desloca-se em várias direções. Você terá chance de capturá-lo se ele aparecer sobre a circunferência, o que pode ser visto na figura 6, ou no interior da circunferência como na figura 7. Note que o celular é o centro da circunferência.

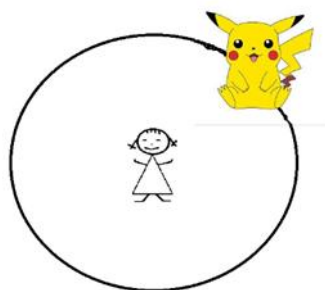


Figura 6

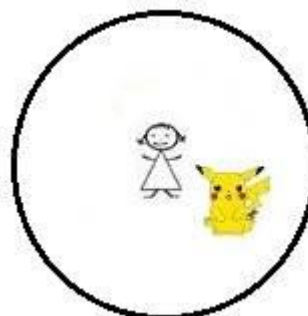


Figura 7

Uma vez em condições de capturar o Pokémon, você deve clicar sobre o mesmo; a circunferência então desaparece e ele surge na tela, frente a frente com você. Você deve

então jogar bolas, tentando acertá-lo. Cada Pokémon tem um poder de luta e cada bola tem um poder de fogo, assim a captura dependerá do poder de fogo das bolas que o jogador está atirando e do poder de luta do Pokémon. Por exemplo, se você está a 35 passos de um Pokémon chamado “Golem”, cuja poder de defesa é de 198, você terá que jogar bolas com poder de fogo maior ou igual a 198 para ter chances de captura-lo com um só arremesso. As bolas possuem poder de fogo que variam entre 1 arremesso até 244 arremessos, dependendo do nível em que o jogador está. Assim, para caçar Pokémons, você deve intercalar suas tentativas de captura com visitas às Pokenstops.

iv) Como funciona o GPS de seu smartfone?

GPS (*Global Positioning System*) consiste de 24 satélites que trafegam ao longo de órbitas pré-determinadas ao redor do nosso planeta, a uma altura de 20200 km. Ele permite aos seus receptores determinar sua localização em qualquer lugar do Planeta. São, ao todo, 6 órbitas, com 4 satélites em cada. Cada satélite faz, em 12 horas, uma volta na Terra e tem 28 graus de visualização sobre o Planeta.



Figura 8 Fonte: [5]

Existem no planeta 5 estações que gerenciam, monitoram e corrigem o posicionamento dos satélites, e fazem também a reprogramação do sistema. A transmissão dos satélites até o receptor é por rádio.

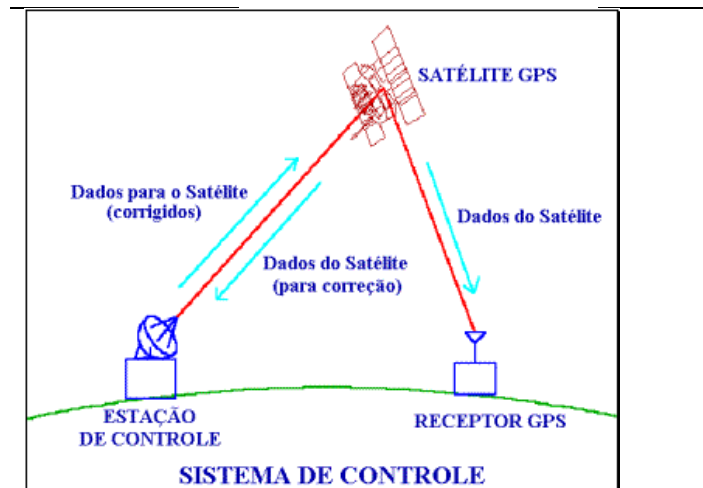


Figura 9

Fonte: [6]

O receptor de um aparelho GPS coleta informação de 4 satélites, e, a partir dela, determina a posição do usuário. A função primária GPS é a locomoção e é usada em navios, aeronaves, veículos, dispositivos móveis e, mais recentemente, para jogar Pokémon GO.



Figura 10

Fonte: [7]

v) Por que a informação fornecida por quatro satélites do GPS basta para localizar um aparelho de GPS?

Para responder a essa pergunta imagine a seguinte situação que pode ocorrer no jogo Pokémon Go:

Imagine inicialmente a seguinte situação no plano: você recebe a informação *Existe um tesouro a 5 passos de você.*

É esta informação suficiente para você determinar a posição do tesouro? Se não, quantas e quais são tais posições?

E se juntarmos mais uma informação, por exemplo, supondo que seu irmão está de frente para você e que *tal tesouro está também a 3 passos do seu irmão*, seriam agora estas duas informações suficientes para você determinar a posição do tesouro? Se não, quantas e quais são tais posições?

Conclusão: a partir da informação sobre a distância de um objeto no plano a 3 pontos fixos e não alinhados no plano (digamos, os pontos A,B,C na Figura 11) , é possível determinar, sem dúvida, a posição de tal objeto.

Ou seja, se a Terra fosse plana, bastariam 3 torres fixas (no lugar de satélites) para localizar-se *qualquer* ponto do plano com precisão, conforme pode ser visto na figura 11.

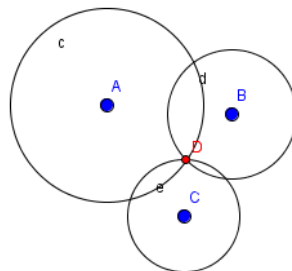


Figura 11

Mas... a terra não é plana! Além disso, objetos podem estar sobre a superfície da Terra ou até mesmo acima dela (por exemplo, quando queremos determinar a posição de um macaco em cima de uma árvore)! É necessário localizar um ponto sobre ela ou acima dela de outra forma. Esta localização pode ser feita por meio de satélites.

Se os alunos do ensino médio participarem da atividade inicial (no plano) anterior então o monitor estimulará o pensamento abstrato dos mesmos com as seguintes perguntas:

- Os satélites orbitam a terra a uma altura de 20.200 km onde o alcance máximo do sinal pode tocar a superfície da terra. Quando um satélite envia um sinal/uma informação quais são os pontos do espaço que podem receber tal informação? Espera-se que os alunos respondam “esfera”, mesmo não sendo mencionado o termo “forma geométrica”. Caso contrário, o monitor pode reformular a pergunta: De outra maneira, qual é a forma geométrica que representa o alcance do sinal?
- Se um satélite envia como informação a distância de um certo objeto até ele, é possível determinar a posição de tal objeto? Se não, quantos e quais são tais possíveis posições no espaço?
- Se pensarmos em dois satélites enviando, cada um, a informação sobre a distância de um mesmo objeto até ele, é possível determinar a posição de tal objeto? Se não, quantos e quais são tais possíveis posições no espaço?
- Se pensarmos em três satélites enviando, cada um, a informação sobre a distância de um mesmo objeto até ele, é possível determinar a posição de tal objeto? Se não, quantos e quais são tais possíveis posições no espaço?

E com quatro satélites?

Após esta discussão que apela exclusivamente para a imaginação/pensamento abstrato do aluno, o monitor poderá então mostrar uma situação com material concreto, como por exemplo, bolinhas de isopor.

A resposta para a última pergunta está baseado no seguinte resultado de Geometria Espacial: **Se quatro esferas se intersectam e seus centros não são coplanares, então essa intersecção consiste em um único ponto.** Este fato pode ser ilustrado na seguinte figura:

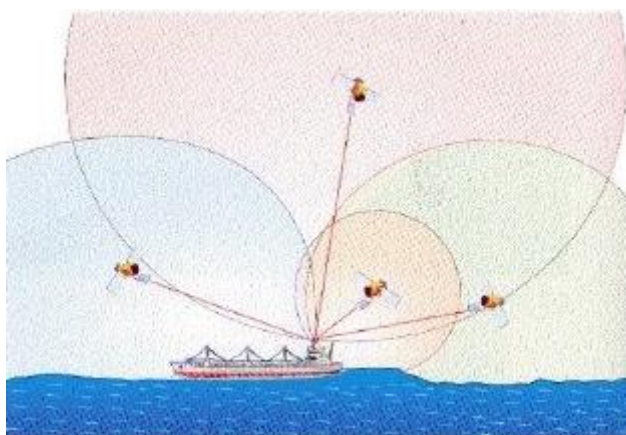


Figura 12

Fonte: [8]

A proposta deste trabalho

A seguir, apresentaremos as outras atividades lúdicas em forma de jogo real que pretendemos levar para o Festival da Matemática:

Atividade 1) Jogo “Pokémons no seu retângulo”

Nível: Educação Infantil e 1º ano

Conceitos a serem explorados: contagem, circunferência e retângulo

Número de participantes: 2 jogadores e 1 monitor

Objetivo: Fixado um retângulo, descobrir o(s) local(is) de melhor posicionamento do jogador no interior do retângulo, no sentido de alcançar o maior número de Pokémons que estão dispostos no retângulo.

Materiais: fita ou outro material para delimitar um retângulo; um cordão de aproximadamente 2,13 m; giz ou outro material para marcar o chão; vários objetos que representarão os Pokémons.

Cenário: um retângulo de 2,5m por 3,5 m de lado com seis Pokémons distribuídos aleatoriamente no interior do retângulo.

Como jogar? um jogador irá se posicionar em um local do interior do retângulo. O monitor irá marcar este local e entregar ao jogador o cordão que indicará o raio de ação do jogador para caçar Pokémons. O jogador segurará então uma ponta do cordão enquanto o outro jogador irá girar o cordão em torno do primeiro, formando um círculo de centro no primeiro jogador e verá quantos Pokémons ficam no interior do mesmo. Estes serão os Pokémons que serão capturados. (pois neste jogo não estão sendo levados em consideração as bolas e o poder de defesa dos pokémons) A posição entre os jogadores será alternada. O processo se repetirá até que o jogador descubra a(s) posição(ões) em que ele deve ficar no interior do retângulo onde todos os Pokémons possam ser capturados.

Resolução da Atividade: existe pelo menos uma tal posição ótima que é o centro do retângulo, uma vez que a corda possui comprimento maior que a diagonal do mesmo.

Durante a execução da atividade, o monitor irá fazer perguntas instigadoras que estimulem a matemática e a construção do pensamento geométrico tais como:

- 1) No início do jogo: Quantos Pokémons tem na cancha neste momento?
- 2) O monitor deve mostrar a corda e dizer que, com ela, vamos marcar o alcance máximo de um jogador, dando ao segundo jogador o giz para ele marcar no chão. Daí vem a pergunta, depois de o segundo jogador marcar todos os alcances máximos: Qual a sua posição com relação ao círculo?
- 3) Em relação ao círculo traçados quais serão Pokémons capturados?
- 4) Uma vez que um Pokémon que você deseja está fora do círculo, o que você tem que fazer para conseguir capturá-lo? Por que?
- 5) É possível alcançar qualquer Pokémon que esteja na cancha?
- 6) Qual é a melhor posição para você parar no interior do retângulo para pegar o maior número de Pokémons possível com o alcance determinado por esta corda?

Atividade 2) Jogo de estratégia: “Caçando Pokémons”

Nível: Ensino Fundamental 1

Conceitos e habilidades a serem exploradas: contagem, direções, adição e subtração de números naturais e relação de ordem. Aqui também será explorada a habilidade de cálculo mental envolvendo adição e subtração.

Número de participantes: 2 jogadores e 1 monitor

Objetivo: Fixado um retângulo de 2,5 m X 3,5 m de lados, caçar o maior número de Pokémons possível, levando em conta agora o poder de fogo de cada bola.

Materiais: fita ou outro material para delimitar um retângulo de 2,5 m X 3,5 m de lados; vários objetos que simularão os Pokémons com diferentes poderes de luta, já préfixados e explicitados, e seis bolas, cada uma com seu poder de fogo, também já préfixado.

Cenário: um retângulo de 2,5 m X 3,5 m de lados, que chamaremos de “canha”, com 10 Pokémons distribuídos aleatoriamente, cada um tendo o seu poder de luta explicitado.

Como jogar?: O jogo será em duplas. Cada jogador, recebe, inicialmente, 3 bolas, nas quais estão explicitados o seu poder de jogo, que consiste no número de vezes que a bola pode ser arremessada. Cada jogador deve se posicionar em um local do interior do retângulo, e, daí, arremessará uma bola na direção de um Pokémon, não importando, neste jogo, a distância que está do mesmo. O que o jogador deve levar em conta é o poder de luta do mesmo e o poder de fogo de suas bolas, pois só será capturado o Pokémon que for atingido por uma bola que tenha poder de fogo maior ou igual ao poder de luta do Pokémon, caso contrário o poder de luta do Pokémon diminuirá na mesma quantidade do poder de fogo da bola e o jogador poderá arremessar novamente outra bola que esteja em seu poder. Toda vez que um Pokémon for atingido, o monitor deverá convidar o jogador a comparar e explicar oralmente o seu poder de luta com o poder de fogo da bola lançada. Caso o jogador não acerte um Pokémon, passará a vez para o seu adversário. O jogo se encerra quando nenhum jogador tiver mais bolas. O poder de luta do Pokémon capturado será revertido em pontos para o jogador que o capturou. Será considerado vencedor o jogador que somar mais pontos.

Resolução da atividade: depende de cada jogada.

Durante a execução da atividade, o monitor deve fazer perguntas instigadoras e esclarecedoras para os dois jogadores, de modo a estimular a matemática e a noção de direção, por exemplo:

- 1) (Ao entregar as três bolas com o poder de fogo explicitado para cada jogador): É possível que todos os dez Pokémons sejam capturados? Esperasse que a partir da impossibilidade de caçar todos os Pokémons que ele explicita oralmente ao monitor a sua estratégia. Espera-se um argumento que envolva matemática, tais como: **“com a bola A eu consigo capturar o Pokémon X porque fogo de $A > \text{luta de X}$ ”** ou **“com as bolas A e B eu consigo capturar o Pokémon X porque fogo de $A + \text{fogo de B} > \text{luta de X}$ ”**.
- 2) Quando você (jogador) visualiza um Pokémon que deseja caçá-lo como deve proceder?
- 3) Qual é o Pokémon mais difícil de ser capturado por você? Por que?

- 4) Existe algum Pokémon que é impossível de você capturar? Por que? (Espera-se aqui que a criança verifique se a soma dos poderes de fogo de suas bolas é inferior ao poder de luta de algum Pokémon)
- 5) (A cada jogada, uma vez escolhido um Pokémon que ainda está na cancha): Existe alguma bola em seu poder que o capturaria ?
- 6) (Quando um Pokémon for atingido pelo jogador): Você conseguiu capturá-lo? Por que? Se não, qual a melhor bola para atingi-lo novamente? Por que?

Variação para participantes de 1º e 2º anos: o poder de luta dos Pokémon será adaptado para números entre 1 e 20. E as bolas terão de poder de fogo compatível com estes números.

Atividade 3) Caçando Pokémon com os amigos

Nível: Ensino Fundamental 2

Conceitos a serem explorados: direção, adição e subtração de números naturais e relação de ordem.

Número de participantes: 1 monitor e 2 equipes com cinco jogadores cada, sendo um dos integrantes o atirador de sua equipe e os demais serão Pokémon.

Objetivo: obter o maior número de pontos com capturas de Pokémon da equipe adversária;

Materiais: 29,5 m de corda ou barbante para a cancha, uma bola e oito fichas que indicarão o poder de luta dos quatro jogadores que não são os atiradores e que serão os Pokémon de sua equipe. As fichas serão de duas cores. A soma total das fichas é o mesmo valor para ambas as cores, mas são distribuídas de forma diferentes.

Cenário: Será fixado um retângulo de 6 m X 3,5 m de lados, dividido ao meio, formando duas canchas de 3m x 3,5m. tendo cada cancha uma subdivisão com a região mais próxima ao centro com 1mX3,5m. Cada equipe ficará em uma parte da cancha com o seu atirador na região central, conforme a figura abaixo.

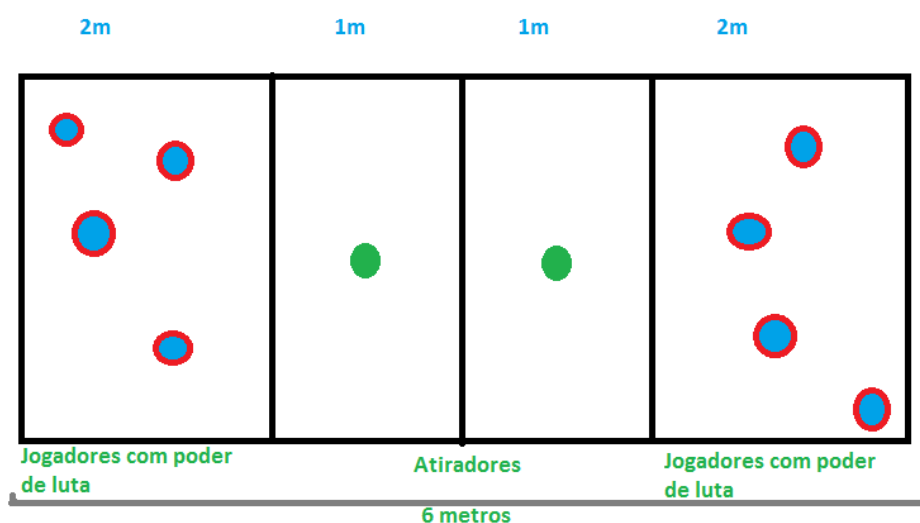


Figura 13

Como jogar? Na sua vez de jogar, o atirador da equipe deve arremessar uma bola, na direção dos Pokémons da equipe adversária, procurando atingir um deles. Todos os jogadores devem permanecer na sua região de origem. Se o atirador acertar, sua equipe continua jogando, e o poder de luta do Pokémon atingido será revertido em pontos para a equipe e Pokémon atingido é excluído do jogo. Caso nenhum Pokémon da equipe adversária tenha sido atingido, então será a vez do atirador da equipe adversária. Se o atirador acertar então ele continua a atirar. O jogo termina ao final de 10 minutos de jogo corrido. Ganha o jogo a equipe que tiver acumulado mais pontos.

Resolução da atividade: depende de cada jogada.

Este é um jogo de ação, assim as perguntas serão feitas no início e no final do jogo pelo monitor. Por exemplo:

No início do jogo:

- 1) É possível as duas equipes conseguirem fazer a mesma pontuação?
- 2) Qual equipe possui o Pokémon de maior poder de luta?

No final da partida:

- 1) Qual a pontuação de cada equipe?
- 2) Qual a equipe que foi vencedora?

Atividade 4) Ginásio Pokémon – e se a sua aproximação não pudesse ser feita em linha reta?

Nível: Ensino Médio

Noções a serem exploradas: Distância Euclidiana no plano, sistemas de coordenadas no plano.

Participantes: 2 jogadores por tabuleiro. Haverá quatro tabuleiros e dois monitores.

Objetivo: chegar o mais próximo possível do território do adversário;

Materiais: quatro tabuleiros 7 x 7 com os territórios de cada jogador fixados em extremos opostos no tabuleiro, conforme a figura; algumas células do tabuleiro são destacadas, pintadas de outra cor; dois objetos representando Pokémons e que aqui serão chamados de *pinos*; dois dados de cores distintas com seis faces, um deles representará o movimento para a direita e o outro para a frente; dez cartas com perguntas relacionadas a localização no plano; dez cartas com um Pokémon e poder de luta pré-fixado, régua de apoio.

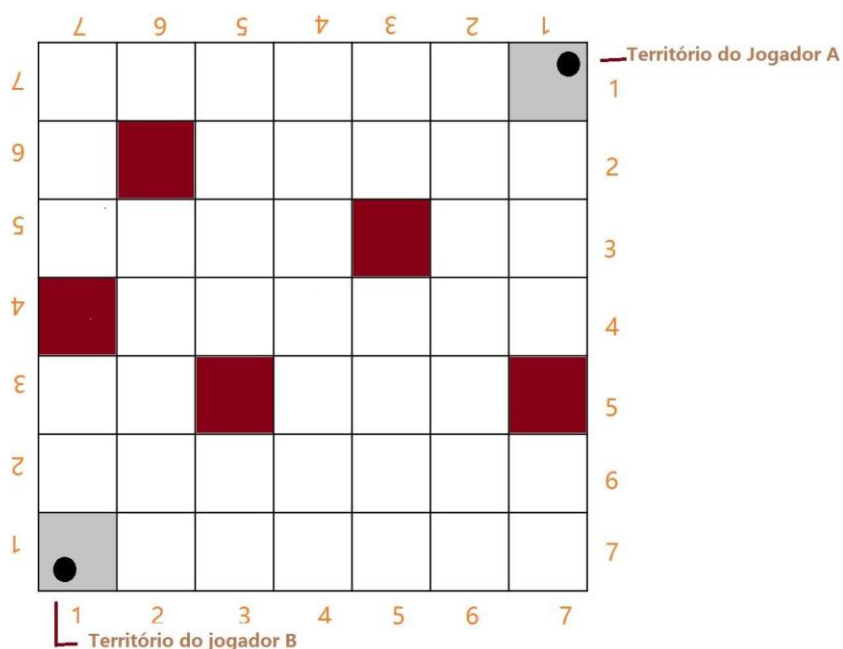


Figura 14

Cenário: Inicia-se a partida com o pino de cada jogador sendo posicionado em seu território conforme a figura 14.

Como jogar? O jogador mais novo irá jogar os dois dados simultaneamente. Irá mover o pino sobre o tabuleiro segundo os números que saíram nos dados. Por exemplo: se saiu o número 3 no dado de cor verde e 4 no dado de cor amarelo, o pino será deslocado três unidades na horizontal para a direita e quatro na vertical para frente. Em seguida, será a vez do próximo jogador, e assim por diante. Ao serem sorteados nos dados números que ultrapassariam as casas do tabuleiro, o pino deve ser deslocado em sentidos opostos, ou seja, horizontal para a esquerda e vertical para baixo. Caso a posição ao final da jogada seja sobre uma célula destacada, o jogador deverá sortear uma carta e responder corretamente à pergunta feita nesta carta. Neste caso poderá lançar os dados novamente. Caso não acerte a pergunta, será a vez de seu adversário lançar os dados. Caso os pinos dos dois jogadores fiquem posicionados na mesma célula, cada um sorteará uma das cartas com o Pokémon e o poder de luta. O que estiver com o Pokémon com poder de luta maior terá direito a mover uma casa na diagonal na direção do território de ser adversário. A ordem de arremesso de dados não será alterada. O jogo termina quando um pino chega no território do adversário ou depois de transcorridos 5 minutos de jogo. Neste último caso, o ganhador será o jogador que estiver mais próximo do território do adversário.

Resolução da atividade: depende de cada jogada.

Durante a execução da atividade, o monitor irá fazer perguntas instigadoras aos dois jogadores, estimulando a noção de localização, por exemplo:

- 1) O que significa, no tabuleiro, ficar mais próximo do território do adversário? Espera-se aqui que o jogador (estudante do Ensino Médio) saiba calcular a distância a partir da contagem das células na horizontal e na vertical, aplicando o teorema de Pitágoras
- 2) É possível este jogo dar empate?

Uma variação do jogo pode ter um tabuleiro envolvendo para coordenadas também números negativos;

As cartas terão as seguintes perguntas:

- 1) Quais são as coordenadas da célula que você se encontra com relação ao seu território?
- 2) Quais são as coordenadas da célula que você se encontra com relação ao território do seu adversário?
- 3) A distância da célula que você se encontra com relação ao seu território é maior ou menor do que as somas das coordenadas de sua posição?
- 4) Qual a distância que se encontra o seu pino e de seu adversário?
- 5) Quais as coordenadas do território inicial?
- 6) Quais as coordenadas do território inicial de seu adversário?
- 7) Qual é a distância entre os territórios?
- 8) Quais as coordenadas da célula que está no centro do tabuleiro? Por que?
- 9) Qual é a célula simétrica, em relação ao centro do tabuleiro, à que você se encontra?
- 10) Qual a figura geométrica formada pelo segmento que une a célula que você se encontra ao seu território e um dos lados do tabuleiro?

No decorrer de todas as atividades, os monitores farão perguntas aos jogadores, de acordo com sua faixa etária, procurando estimulá-los a explicitarem oralmente seu raciocínio. As respostas não serão fornecidas sem que o participante pense a respeito.

Atividade 5) Simulando um GPS para o plano (em elaboração)

Ideia: Baseado em (v) acima é possível propor uma atividade a ser realizada com as crianças de várias idades, dando-lhes uma corda de YY m que ela utilizará para determinar todos os possíveis lugares com chance de encontrarmos o tesouro.

Referências:

Livros:

- ALVES, Sergio. *A Matemática do GPS*. Revista do Professor de Matemática, 59, 2006.
- DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de matemática elementar*. Vol. 9. São Paulo: Atual, 2005.
- HALLEF, Emanuel. *Pokemon Go: De treinador a mestre. Guia não oficial*. Ribeirão Preto, SP: Novo Conceito, 2016.

Sites:

- [1] <http://metropolitanafm.uol.com.br/novidades/entretenimento/pokemon-go-podera-ser-bloqueado-no-brasil-qualquer-momento>
- [2] <http://www.gamepur.com/guide/23615-pokemon-go-how-track-pokemon-footprint.html>

- [3] <http://www.mobilegamer.com.br/wp-content/uploads/2016/08/pokemon-go-tutorial-dica-mobilegamer-raio-alcance-treinador.jpg>
- [4] <http://ovicio.com.br/dicas-e-segredos-do-mapa-de-pokemon-go/>
- [5] <http://www.gpscenter.com.br/index64.html>
- [6] [http://www2.uefs.br/geotec/topografia/apostilas/topografia\(6\).htm](http://www2.uefs.br/geotec/topografia/apostilas/topografia(6).htm)
- [7] <https://pixabay.com/pt/gps-navega%C3%A7%C3%A3o-garmin-dispositivo-304842/>
- [8] <http://pt.slideshare.net/luciasalgado/g-p-s0708>