

Nome:

Matrícula:

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Gabarito (a prova deve ser executada conforme orientações escritas na lousa).

As questões **1.** a **4.** são referentes à equação diferencial $3ydx - x(3x^3y \ln |y| + 1) dy = 0$, $y \neq 0$. Ela é uma equação diferencial de Bernoulli na variável x . Ela pode ser resolvida com uma transformação de variável $u = x^{-3}$. Ao realizar esta transformação, a equação resultante é uma equação diferencial linear na forma $\frac{du}{dy} + p(y)u = q(y)$.

- 1.** Considere as afirmativas a seguir.
- i.** Ela é separável.
 - ii.** Ela é linear.
 - iii.** Ela é exata.
- Qual das alternativas a seguir indica apenas todas as afirmativas verdadeiras?
- (a) Nenhuma (c) **i.** (e) NDA
 (b) **iii.** (d) **ii.**
- 2.** Qual é o valor de $p(1) + q(1)$?
- (a) 1 (c) -2 (e) NDA
 (b) 0 (d) 3
- 3.** Sua equação linear auxiliar (em u) pode ser resolvida via fator integrante $\mu(y)$. Qual é o valor de $\mu(2)$?
- (a) 2 (c) e^2 (e) NDA
 (b) $1/2$ (d) e^{-2}
- 4.** Seja sua solução na forma $f(x, y) = C/y$, com C constantes. Qual deve ser o valor de C para que a solução passe pelo ponto $(1, 1)$?
- (a) 1 (c) 4 (e) NDA
 (b) -1 (d) -2

As questões **5.** a **7.** são referentes à equação diferencial $\frac{dy}{dx} = \frac{x - y + 5}{2x - 2y - 2}$, $x - y - 1 \neq 0$. Ela pode ser resolvida com uma transformação de variável $v = x - y$.

- 5.** Sobre a equação diferencial resultante da transformação de variável, considere as afirmativas a seguir.
- i.** Ela é separável.
 - ii.** Ela é linear.
 - iii.** Ela tem uma solução constante.
- Qual das alternativas a seguir indica apenas todas as afirmativas verdadeiras?
- (a) **i.** e **iii.** (c) **iii.** (e) NDA
 (b) **i.** (d) **ii.**
- 6.** Seja $f(x, v) = C - v$, com C constante, a solução da equação transformada. Supondo que ela passe pelo ponto $(x, v) = (2, 8)$, qual é o valor de C ?
- (a) 7 (c) 5 (e) NDA
 (b) 0 (d) 8
- 7.** Seja $f(x, y) = C - y$, com C constante, a solução da equação original. Supondo que ela passe pelo ponto $(x, y) = (8, 0)$, qual é o valor de C ?
- (a) 4 (c) 5 (e) NDA
 (b) 0 (d) 8

As questões **8.** a **10.** são referentes ao modelo descrito a seguir. Um tanque de volume V L recebe água a uma taxa rL/s com concentração de sal Lkg/L . Simultaneamente, rL/s de solução misturada é retirada do tanque.

- 8.** Qual das equações diferenciais a seguir melhor representa a equação de balanço de massa no tanque para o sal ($Q(t)$ é a quantidade de sal no tanque no instante de tempo t)?
- (a) $Q' = rL - rQ/V$ (d) $Q' = L + Q/V$
 (b) $Q' = rL - Q/V$ (e) NDA
 (c) $Q' = rL - rQ$
- 9.** Se no instante inicial a concentração da solução era zero, quanto tempo levaria para que a concentração da solução no tanque chegasse a $L/2$ kg/L?

$$(a) \frac{V}{r} \ln \left(\frac{2V}{2V-1} \right)$$

$$(b) r \ln \left(\frac{2V}{2V-1} \right)$$

$$(c) \frac{V}{r} \ln \left(\frac{2V-1}{2V} \right)$$

$$(d) V \ln \left(\frac{2V-1}{2V} \right)$$

(e) NDA

10. Se no instante inicial a concentração da solução era $2L$ kg/L, quanto tempo levaria para que a concen-

tração da solução no tanque chegasse a $3L/2$ kg/L?

$$(a) \frac{V}{r} \ln \left(\frac{4-2V}{3-2V} \right)$$

$$(b) \frac{V}{r} \ln \left(\frac{2-2V}{1-2V} \right)$$

$$(c) \frac{V}{r} \ln \left(\frac{4-V}{3-V} \right)$$

$$(d) \frac{V}{r} \ln \left(\frac{2-2V}{4-2V} \right)$$

(e) NDA

NDA: nenhum(a) dos(as) anteriores.

Todas as questões têm resposta certa letra A.

As constantes de integração em fatores integrantes são sempre 1.

Orientações para a execução da prova

- Entregue a prova até as H O R A . (100min)
- Mostra de provas: D I A , H O R A , COT-A205.6.
- Faça silêncio.
- Não se comunique com outrem, exceto com o fiscal.
- Utilize apenas caneta azul ou preta (sem corretivo, grafite, calculadora e eletrônicos).
- A interpretação das questões faz parte da prova.
- A única consulta permitida é uma folha tamanho A5 escrita a mão, com grafite, com conteúdo próprio e devidamente identificada.
- Identifique as folhas de rascunho e de prova. Esta última, no campo a isto destinado.
- As folhas de rascunho devem conter o número da folha e podem conter rasuras sem desconto de nota.
- Cada questão tem exatamente uma alternativa correta entre (a), (b), (c), (d) e (e).
- A letra com a resposta final de cada questão deve ser escrita na grade abaixo da identificação, na folha de prova, por cima do número correspondente à questão. Não rasure ao fazê-lo.
- Ao entregar, entregue a folha de prova, as folhas de rascunho e a folha de consulta.
- É proibido sair da sala de prova sem ter entregue a prova.
- Após a entrega, saia da sala de prova e evite permanecer próximo à mesma.
- O descumprimento de qualquer orientação implicará em anulação de questões.
- Ao realizar a prova, declara estar ciente de suas orientações e implicações.