ÁLGEBRA LINEAR
AULA 1

Luís Felipe Kiesow de Macedo

Universidade Federal de Pelotas - UFPel

Matrizes

1. Introdução
2. Tipos especiais de matrizes
3. Operações com Matrizes
4. Exercícios

Introdução

Exemplos:

Produção de grãos (em milhares de toneladas) durante o primeiro ano				
	soja	feijão	arroz	milho
Região A	3000	200	400	600
Região B	700	350	700	100
Região C	1000	100	500	800

$$\begin{bmatrix} 2x & -2 \\ 8 & log1 \\ -7 & 9 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$$

Introdução

- Os elementos de uma matriz podem ser números (reais ou complexos), funções ou ainda outras matrizes.

$$\begin{bmatrix} x & 2 \\ 3 & 3x \end{bmatrix}$$

- Usaremos letras maiúsculas para denotar matrizes.
  Ex:

$$A, B, A_{m\times n}$$

- Outras notações

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad A_{2\times 2} = \begin{Vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{Vmatrix}$$

Introdução

Matriz de m linhas e n colunas.

$$A_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$A_{m\times n} = \left[\ a_{ij}\ \right]_{m\times n}$$

Tipos especiais de matrizes

1. Matriz Quadrada

Número de linhas igual ao número de colunas (m=n)

2. Matriz Coluna

Possui uma única coluna ($n = 1$)

3. Matriz Linha

Possui uma única linha ($m = 1$)

4. Matriz Nula

$a_{ij} = 0$

5. Matriz Diagonal

Matriz quadrada ($m = n$) onde $a_{ij} = 0$ para $i \neq j$

Tipos especiais de matrizes

6. Matriz Identidade Quadrada

$a_{ii} = 1$ e $a_{ij} = 0$ para $i \neq j$

7. Matriz Triangular Superior

Todos elementos abaixo da diagonal são nulos.
$m = n$ e $a_{ij} = 0$ para $i > j$

8. Matriz Triangular Inferior

$m = n$ e $a_{ij} = 0$ para $i < j$

9. Matriz Simétrica

$m = n$ e $a_{ij} = a_{ji}$

Operações com Matrizes

1. Adição

Sejam $A_{m\times n} = \left[\ a_{ij}\ \right]_{m\times n}$ e $B_{m\times n} = \left[\ b_{ij}\ \right]_{m\times n}$ então $A + B = \left[\ a_{ij} + b_{ij}\ \right]_{m\times n}$

Propriedades

i $A + B = B + A$ (Comutatividade)

ii $A + (B + C) = (A + B) + C$ (Associatividade)

iii $A + 0 = A$ (0 matriz nula)

2. Multiplicação por Escalar

Sejam $A = \left[\ a_{ij}\ \right]_{m\times n}$ e k um número $k.A = \left[\ k.a_{ij}\ \right]_{m\times n}$

Propriedades

i $k(A + B) = kA + kB$

ii $(k_1 + k_2)A = k_1A + k_2A + C$

iii $0.A = 0$ (0 número)

iv $k_1.(k_2.A) = (k_1.k_2).A$

3. Transposição

Seja $A = \left[\ a_{ij}\ \right]_{m\times n}$, podemos obter uma matriz $A' = \left[\ b_{ij}\ \right]_{n\times m}$ cujas linhas são as colunas de A, $b_{ij} = a_{ij}$. A' é denominada transposta de A.

Propriedades

i Uma matriz é simétrica se, e somente se ela é igual a sua transposta ($A = A'$).

ii $A'' = A$

iii $(A + B)' = A' + B'$

iv $(k.A)' = kA'$

4. Multiplicação de matrizes.

Sejam $A_{m\times n}$ e $B_{n\times p}$ então $AB = C_{m\times p}$

Propriedades

i Em geral $AB \neq BA$.

ii $AI = IA = A$

iii $A(B + C) = AB + AC$ (distributividade à esquerda da multiplicação, em relação à soma).

iv $(A + B)C = AC + BC$ (distributividade à direita da multiplicação, em relação à soma).

v $(AB)C = A(BC)$ (associatividade)

vi $(AB)' = B'A'$

vii $0.A = 0$ e $A.0 = 0$

Obs O produto de duas matrizes só é possível se o número de colunas da primeira for igual ao de linhas da segunda.

Exercícios

Mais informações:

e-mail: `felipekiesow@gmail.com`

T+