MATERIAL EXTRA 1

-Fatoração:

Fatorar uma expressão algébrica significa escrevê-la na forma de um produto de expressões mais simples.

- Casos de fatoração:

.Fator Comum:

Ex.: $ax + bx + cx = x (a + b + c)$
O fator comum é x.

Ex.: $12x^3 - 6x^2 + 3x = 3x (4x^2 - 2x + 1)$
O fator comum é 3x

.Agrupamento:

Ex.: $ax + ay + bx + by$

Agrupar os termos de modo que em cada grupo haja um <u>fator</u> <u>comum.</u>

$$(ax + ay) + (bx + by)$$

Colocar em evidência o fator comum de cada grupo

$$a(x + y) + b(x + y)$$

Colocar o fator comum $(x + y)$ em evidência $(x + y) (a + b)$ Este produto é a forma fatorada da expressão dada

.Diferença de Dois Quadrados: $\mathbf{a^2 - b^2 = (a + b) (a - b)}$

A expressão $a^2 - b^2$ representa a diferença de dois quadrados e sua forma fatorada é:

$$(a + b)(a - b)$$

Ex: $x^2 - 36 = (x + 6) (x - 6)$

.Trinômio Quadrado Perfeito: $\mathbf{a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2}$

Um trinômio é quadrado perfeito quando:

.dois de seus termos são quadrados perfeitos (a^2 e b^2)

.o outro termo é igual ao dobro do produto das raízes dos quadrados perfeitos (2ab)

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

Ex.: $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Ex.: $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

.Trinômio do 2o Grau:

Supondo $\mathbf{x_1}$ e $\mathbf{x_2}$ raízes reais do trinômio, temos: $\mathbf{ax^2 + bx + c = a (x - x_1) (x - x_2)}$, $\mathbf{a \neq 0}$
(ver material extra 2 para mais detalhes)

Ex.: $x^2 + 5x + 6 = (x + 2) (x + 3)$
$x^2 + 2x - 8 = (x + 4) (x - 2)$
$x^2 - 5x + 6 = (x - 2) (x - 3)$
$x^2 - 2x - 8 = (x - 4) (x + 2)$

.Soma de Dois Cubos: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

A expressão $a^3 + b^3$ representa a soma de dois cubos.
Sua forma fatorada é: $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Ex.: $x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

.Diferença de Dois Cubos: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

A expressão $\mathbf{a^3 - b^3}$ representa a diferença de dois cubos.
Sua forma fatorada é: $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Ex.: $x^3 - 27 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

-Divisão de Polinômios:

.Método da Chave:

$$
\begin{array}{r|l}
P(x) & D(x) \\ \cline{2-2}
R(x) & Q(x)
\end{array}
$$

Observamos que dividir um polinômio P(x) por um polinômio não nulo D(X) é determinar dois polinômios Q(X) e R(X) que verificam as condições:

1ª) $P(x) = D(x).Q(x) + R(x)$

2ª) $gr(R) < gr(D)$ ou $R(X) = 0$

Ex.:

$$
\begin{array}{l|l}
6x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 1 & 2x^2 + x - 3 \\ \cline{2-2}
6x^4 - 3x^3 + 9x^2 & 3x^2 - 2x + 7 \text{ (quociente)} \\ \cline{1-1}
0 - 4x^3 + 12x^2 - x + 1 & \\
\quad +4x^3 + 2x^2 - 6x & \\ \cline{1-1}
\quad 0 + 14x^2 - 7x + 1 & \\
\quad -14x^2 - 7x + 21 & \\ \cline{1-1}
\qquad 0 - 14x + 22 \text{ (resto)} &
\end{array}
$$

- <u>Relações de Girard:</u>

São fórmulas matemáticas que relacionam os coeficientes e as raízes de uma equação algébrica.

.Equação de 2º grau:

Sejam r_1 e r_2 as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a > 0$.
Pelo teorema da decomposição, teremos:

$$
\begin{cases}
r_1 + r_2 = \dfrac{-b}{a} \\[2ex]
r_1 \cdot r_2 = \dfrac{c}{a}
\end{cases}
$$

.Equação de 3º grau:

Sejam r_1, r_2 e r_3 as raízes da equação $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, com $a \neq 0$.

Pelo teorema da decomposição, teremos:

$$\begin{cases} r_1 + r_2 + r_3 = \dfrac{-b}{a} \\ r_1 \cdot r_2 + r_2 \cdot r_3 + r_1 \cdot r_3 = \dfrac{c}{a} \\ r_1 \cdot r_2 . r_3 = \dfrac{-d}{a} \end{cases}$$

POTENCIAÇÃO

Definição: para $n \in \mathbb{Z}$ e $a \in IR$,

i) $a^n = \underbrace{a.a.a.\ldots.a}_{n \text{ fatores}}$;

ii) $a^1 = a$;

iii) $a^0 = 1$;

iv) $a^{-n} = \left(\dfrac{1}{a}\right)^n$, $a \neq 0$

OBS 1: geralmente $(-a)^n \neq -a^n$

OBS 2: geralmente $(a^m)^n \neq a^{m^n}$

Propriedades: para $m, n \in \mathbb{Z}$ e $a, b \in IR$,

P1) $a^m . a^n = a^{m+n}$

P2) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$

P3) $a^n . b^n = (ab)^n$

P4) $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n, b \neq 0$

P5) $(a^m)^n = a^{m.n}$

RADICIAÇÃO

i) $\sqrt{x^2} = |x|$, onde $|x| = \begin{cases} x, \text{ se } x \geq 0 \\ -x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$

ii) $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

Racionalização:

a) denominador: $\sqrt[n]{a^m}$

$\Rightarrow$ fator de racionalização: $\sqrt[n]{a^{m-n}}$

b) denominador: $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$

$\Rightarrow$ fator de racionalização: $\sqrt{a} \mp \sqrt{b}$

Propriedades:

P1) $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

P2) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}, b \neq 0$

P3) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$

P4) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

P5) $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n.p]{a^{m.p}}$, $p \neq 0$