

LISTA 5: ÁLGEBRA LINEAR

Prof. Luís Felipe Kiesow de Macedo

Autovalores e Autovetores

1 Determinar os autovalores e autovetores das seguintes transformações lineares:

(a) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(x, y) = (x + y, 2x + y)$

(b) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(x, y) = (5x - y, x + 3y)$

(c) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(x, y) = (y, -x)$

(d) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, T(x, y, z) = (x + y + z, 2y + z, 2y + 3z)$

(e) $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4, T(x, y, z, w) = (x, x + y, x + y + z, x + y + z + w)$

2 Determinar os autovalores e os correspondentes autovetores das seguintes matrizes:

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

3 Encontre a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, tal que T tenha autovalores -2 e 3 associados aos autovetores $(3y, y)$ e $(-2y, y)$ respectivamente.

4 Verifique utilizando a definição se $\vec{v} = (-2, 1)$ é autovetor da matriz A .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

5 Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ uma transformação linear que dobra o comprimento do vetor $\vec{u} = (2, 1)$ e triplica o comprimento do vetor $\vec{v} = (1, 2)$, sem alterar as direções nem inverter os sentidos.

(a) Calcule $T(0, 3)$

(b) Determine $T(x, y)$