LISTA 4: ÁLGEBRA LINEAR

Prof. Luís Felipe Kiesow de Macedo

Transformações Lineares

1 Dentre as transformações $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definidas pelas seguintes leis, verifique quais são lineares.

(a) $T(x, y) = (y, x)$

(b) $T(x, y) = (x + 1, y)$

(c) $T(x, y) = (|x|, 2y)$

2 Seja $V = \mathbb{R}^2$. Faça o gráfico de um vetor genérico $\vec{v} = (x, y)$ do domínio e de sua imagem $T(\vec{v})$ sob a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ dada por:

(a) $T(x, y) = (2x, y)$

(b) $T(x, y) = -2(x, y)$

3 Seja $T : M(2, 2) \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = (a - c, b + c)$.
Verifique se T é linear.

4 Determine a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ tal que
$T(1, -1, 0) = (1, 1)$, $T(0, 1, 1) = (2, 2)$ e $T(0, 0, 1) = (3, 3)$.

5 Seja $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $T(x, y) = (x + 2y - z, 2x - y + z)$.

(a) Determine o núcleo de T, a dimensão e uma base para o núcleo encontrado.

(b) Determine a imagem de T, a dimensão e uma base para a imagem encontrada.

6 Seja $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, tal que $T(-2, 3) = (-1, 0, 1)$ e $T(1, -2) = (0, -1, 0)$.

(a) Encontre $T(x, y)$.

(b) Determine $N(T)$.

(c) Determine $Im(T)$.

7 Consideramos a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definida por
$T(x, y, z) = (2x+y-z, x+2y)$ e as bases $A = \{(1, 0, 0), (2, -1, 0), (0, 1, 1)\}$ do $\mathbb{R}^3$ e $B = \{(-1, 1), (0, 1)\}$ do $\mathbb{R}^2$. Determine a matriz $[T]^A_B$.

8 Sejam S e T operadores lineares de $\mathbb{R}^2$ definidos por $S(x, y) = (x - 2y, y)$ e $T(x, y) = (2x, -y)$. Determinar:

(a) $S + T$

(b) $T - S$

(c) $2S + 4T$

(d) $S \circ T$

(e) $T \circ S$

(f) $S \circ S$