APROXIMAÇÕES POLINOMIAIS DE COEFICIENTES TABELADOS PARA O CÁLCULO DE LAJES RETANGULARES DE CONCRETO ARMADO SOB CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA

LUCAS CECHIN PAZ[1]; EDUARDO COSTA COUTO[2]
[1]*Universidade Federal de Pelotas – lcpprofissional@gmail.com*
[2]*Universidade Federal de Pelotas – e.costacouto@gmail.com*

1. INTRODUÇÃO

As lajes de concreto armado recebem as ações dos pisos e as transmitem às vigas e aos pilares. Para sua análise, empregam-se tabelas derivadas da teoria de placas delgadas de Kirchhoff-Love, das quais se obtêm flechas, momentos fletores e reações de apoio.

Essas tabelas fornecem valores discretos dos coeficientes em função de lx/ly. Para relações intermediárias, aproximações ou interpolações lineares podem não reproduzir o comportamento dos coeficientes.

Este trabalho ajusta polinômios de 5ª ordem aos coeficientes tabelados por Araújo (2023b) e avalia sua precisão em relação aos valores de referência.

2. METODOLOGIA

A análise adota a teoria de placas delgadas, fundamentada na Teoria da Elasticidade e consolidada por Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959). Os coeficientes tabelados de Kalmanok (1961), adaptados por Araújo (2023b) para v = 0,20, constituem a base dos ajustes.

As Equações 1 a 3 aplicam-se a lajes retangulares com lx/ly < 1, considerando lx como o menor vão.

$$W_C = 0{,}001 w_c \frac{p l_x^{\,4}}{D} \quad \text{Equação (1)}$$

$$M_x = 0{,}001 m_x p l_x^{\,2} \quad \text{Equação (2)}$$

$$R_x = 0{,}001 r_x p l_x \quad \text{Equação (3)}$$

As Equações 1, 2 e 3 fornecem, respectivamente, a flecha central, os momentos fletores e as reações de apoio. Nelas, p é o carregamento uniformemente distribuído, lx é o menor vão e D é a rigidez à flexão. Os coeficientes wc, mx, my, mxy, rx e ry são selecionados conforme a direção analisada.

Para cada coeficiente, ajustou-se uma regressão polinomial de 5ª ordem em função de lx/ly. A validação confrontou as expressões com os valores tabelados e com um caso prático de cálculo.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 1 confronta os valores tabelados e as curvas das regressões de 5ª ordem. A Tabela 1 apresenta os erros percentuais máximos, todos inferiores a 0,24%.

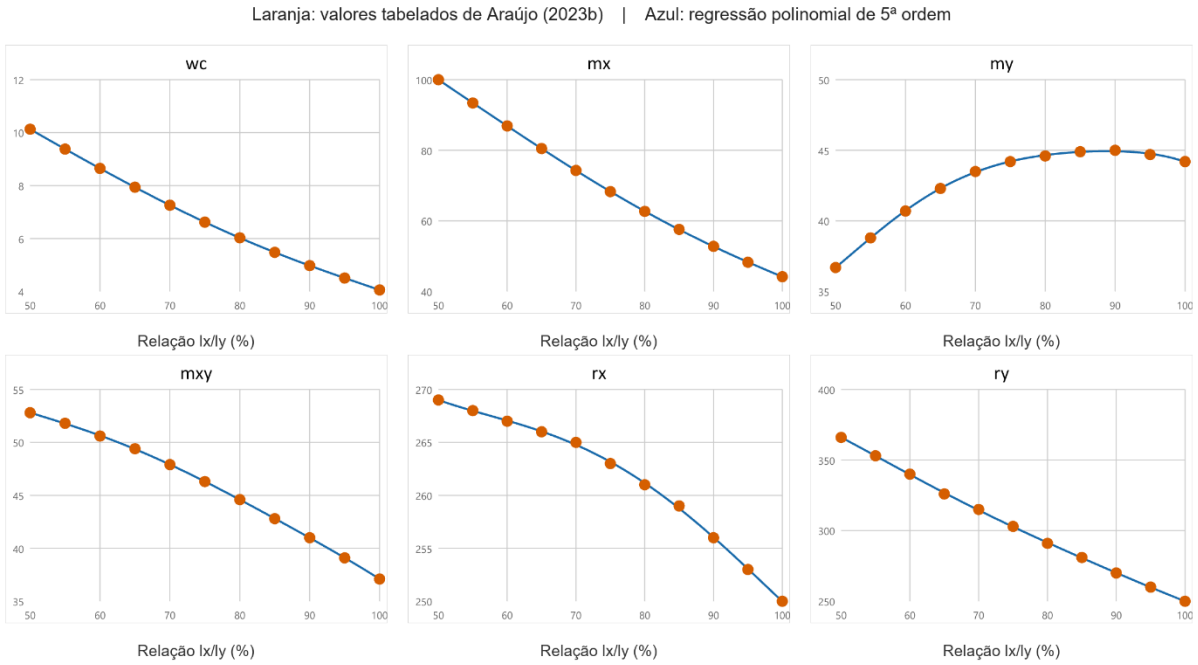

Figura 1 - Coeficientes tabelados e regressões polinomiais de 5ª ordem.
Fonte: Autoria própria.

Tabela 1 - Erros Percentuais dos Coeficientes.

Coeficiente	Maior Erro (%)	Relação lx/ly
wc	0,04%	0,8
mx	0,10%	0,95
my	0,15%	0,9
mxy	0,09%	0,6
rx	0,09%	0,85
ry	0,24%	0,65

Fonte: Autor (2026).

A Tabela 2 compara as respostas em uma laje de 3,0 m × 4,0 m, com quatro bordos apoiados, p = 5 kN/m², fck = 30 MPa e Ecs = 28 518 MPa, conforme Araújo (2023b, p. 64).

Tabela 2 - Comparação entre respostas obtidas com valores tabelados e polinomiais.

Resposta	Tabela	Polinômio	Erro (%)
Flecha no centro (mm)	1,08	1,08	0,03
Momento Mx ($\mathrm{kN \cdot m/m}$)	1,989	1,99	0,02
Momento My ($\mathrm{kN \cdot m/m}$)	3,07	3,08	0,05
Reação Rx ($\mathrm{kN/m}$)	4,55	4,54	0,09
Reação Ry ($\mathrm{kN/m}$)	3,95	3,95	0,06

Fonte: Autor (2026).

No exemplo, Ecs foi calculado segundo o CEB/90, conforme adotado por Araújo (2023b). A relação lx/ly foi sempre definida com lx como o menor vão; a inversão de referência no exemplo não altera os resultados.

4. CONCLUSÕES

Os ajustes polinomiais desenvolvidos oferecem uma forma contínua de obter os coeficientes tabelados empregados no cálculo de lajes retangulares de concreto armado. A principal contribuição está na possibilidade de avaliar relações lx/ly intermediárias sem recorrer à interpolação linear, mantendo a vinculação com as tabelas de referência. Dessa forma, as expressões podem apoiar rotinas de cálculo e de conferência para as condições de carregamento, geometria e apoio analisadas. Como continuidade, o mesmo procedimento pode ser aplicado a outras condições de vinculação e a novos conjuntos de coeficientes, mediante validação específica.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado.** v. 1**.** 5. ed. Rio Grande: Dunas, 2023a.
ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado.** v. 2**.** 5. ed. Rio Grande: Dunas, 2023b.
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: projeto de estruturas de concreto - procedimento.** Rio de Janeiro: ABNT, 2023.
KALMANOK, A. S. **Manual para el cálculo de placas.** Buenos Aires: Interciencia, 1961.
ORENGO, J. P. S.; REAL, M. V. **Emprego de polinômios no cálculo de placas no regime elástico**. In: XVIII Congresso Regional de Iniciação Científica e Tecnológica em Engenharia, 2002, Passo Fundo. Anais do XVII Congresso Regional de Iniciação Científica e Tecnológica em Engenharia. Passo Fundo: Editora UPF, 2002.
TIMOSHENKO, S. P.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. **Theory of plates and shells. 2. ed.** New York: McGraw-Hill, 1959.
VIRGA, E. G. **On the Kirchhoff-Love hypothesis (revised and vindicated).** Journal of Elasticity, 2021. DOI: 10.1007/s10659-021-09819-7.