



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS  
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

**Dissertação**

**Espalhamento Compton Profundamente Virtual  
em Colisões Elétron-Próton e Elétron-Núcleo**

**Diego Spiering Pires**

**Pelotas  
2014**

**Diego Spiering Pires**

Espalhamento Compton Profundamente Virtual  
em Colisões Elétron-Próton e Elétron-Núcleo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves

Pelotas  
2014

*Este trabalho é dedicado  
a Loirinda Spiering,  
minha mãe.*

# Agradecimentos

- A minha mãe, Loirinda, por todo amparo que me permitiu chegar onde estou hoje, pelo carinho e pela incrível força de vontade demonstrada ao enfrentar tantas adversidades.
- Ao meu orientador, Victor, por todos os ensinamentos passados, por sempre arrumar tempo para me atender no meio de tantos afazeres, pela amizade e por ter contribuído tanto no meu desenvolvimento nesses últimos dois anos.
- A minha namorada, Graciana, por vivenciar ao meu lado bons e maus momentos, dando estímulo para continuar atravessando tantos períodos de estresse, bem conhecidos dos acadêmicos de física.
- A todos os meus familiares que reconhecem a importância da educação, dos quais eu sempre ouvi palavras de apoio para continuar estudando.
- A todos os meus amigos que topavam “um Cruz”, “um Sanata” ou “um Papuera” para aliviar o estresse da semana. Em especial aqueles com os quais pude compartilhar os dramas da pós-graduação (nem que fosse online).
- A todos os professores que contribuíram de variadas formas para o meu desenvolvimento, na graduação e na pós-graduação. Em especial ao meu orientador na graduação, Otavio Socolowski, que foi fundamental para que eu permanecesse na física.
- A todos os responsáveis pelo PPG em Física da UFPel, pelo empenho na tão rápida qualificação do PPG, em especial os professores Alexandre Diehl e Victor Gonçalves.
- A todas as pessoas que eu gostaria de conviver durante mais tempo e não pude, mas que entenderam pelo que eu passava ao ouvir repetidas vezes a frase “não posso, tenho que estudar”.
- A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo auxílio financeiro.

## Resumo

O regime de altas energias (pequeno  $x$ ) da Cromodinâmica Quântica (QCD) tem sido intensamente investigado através de experimentos de colisão em altas energias. Neste regime espera-se que efeitos não lineares determinem o comportamento dinâmico do conteúdo de quarks e glúons no interior dos hádrons. Como uma consequência da dinâmica não linear, espera-se que o crescimento da distribuição de pártons sature. A descrição do regime de saturação é dada pelo Condensado de Vidros de Cor (CGC), que é uma teoria efetiva que descreve a QCD em altas energias. Em particular, conjectura-se que o ambiente nuclear amplifique os efeitos de saturação, tornando a distinção entre os regimes linear e não linear mais clara. A saturação desempenha um papel fundamental no espalhamento difrativo profundamente inelástico, dada a forte dependência deste processo na distribuição de glúons. Como um exemplo de um processo difrativo exclusivo, temos o espalhamento Compton profundamente virtual (DVCS). Este processo foi estudado em espalhamento elétron-próton no colisor HERA, e devido a clara assinatura experimental dos processos exclusivos, ele também deve ser um importante observável para provar a saturação em futuros colisores elétron-íon. A fim de provar a importância dos efeitos de saturação na física de altas energias, neste trabalho calculamos a seção de choque DVCS, em processos  $ep$  e  $eA$ , utilizando diferentes modelos baseados no CGC. No caso elétron-próton, nossos resultados descrevem os dados atuais do HERA para a seção de choque. No caso nuclear, apresentamos previsões para as seções de choque total e distribuições diferenciais em momentum transferido, para interações coerente e incoerente, no regime cinemático que será provado pelos futuros colisores eRHIC e LHeC. Nossos resultados indicam que as previsões para o DVCS são fortemente dependentes do modelo utilizado para descrever a interação dipolo-hádron, principalmente na região de transição entre os regimes linear e não linear. Nossos resultados também indicam que a análise da distribuição no momentum transferido permitirá separar processos coerentes e incoerentes, sendo a razão entre estes processos fortemente dependente na virtualidade e no número atômico.

**Palavras-chave:** Cromodinâmica Quântica; física de altas energias; saturação partônica; espalhamento Compton profundamente virtual; difração.

# Abstract

The regime of high energies (small  $x$ ) of the quantum chromodynamics (QCD) has been intensively investigated in experiments at high collision energies. In this regime it is expected that nonlinear effects determine the dynamic behavior of quarks and gluons inside the hadrons. As a consequence of the nonlinear dynamics, it is expected that the growth of the distribution of partons saturate. The description of the saturation regime is given by the Color Glass Condensate (CGC), which is an effective theory which describes the QCD at high energies. In particular, it is conjectured that the nuclear medium amplify the effects of saturation, rendering the distinction between the linear and nonlinear regimes clearer. The saturation plays a key role in diffractive deep inelastic scattering, given the strong dependence of this process in the gluon distribution. As an example of an exclusive diffractive process, we have the deeply virtual Compton scattering (DVCS). This process was studied in the electron-proton scattering at the HERA collider, and because of the clear experimental signature of exclusive processes, it should also be an important observable to prove the saturation in future electron-ion colliders. In order to prove the importance of the saturation effects in the high energy physics, in this work we calculate the DVCS cross section in  $ep$  and  $eA$  processes using different models based on the CGC. In the electron-proton case, our results describe the current HERA data to the cross section. In the nuclear case, we present predictions for the total cross sections and differential momentum transferred distributions for coherent and incoherent interactions in the kinematical range which will be probed by the future eRHIC and e LHeC colliders. Our results indicate that the predictions for DVCS are strongly dependent on the model used to describe the dipole-hadron interaction, mainly in the region of transition between the linear and nonlinear regimes. Our results also indicate that the analysis of the transferred momentum distribution will allow to separate the coherent and incoherent processes, being the ratio between these processes strongly dependent on the photon virtuality and the atomic number.

**Key-words:** Quantum Chromodynamics; high energy physics; parton saturation; deeply virtual Compton scattering; diffraction.

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>A estrutura dos hádrons</b>	<b>4</b>
2.1	Espalhamento profundamente inelástico . . . . .	4
2.2	Modelo de pártons e escalonamento de Bjorken . . . . .	6
2.3	Cromodinâmica Quântica . . . . .	10
2.4	Equações de Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi . . . . .	16
2.5	Conclusões . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Difração</b>	<b>22</b>
3.1	Difração hadrônica . . . . .	22
3.2	Cinemática do espalhamento difrativo profundamente inelástico . . . . .	24
3.3	Processos difrativos exclusivos . . . . .	28
3.3.1	Correções fenomenológicas . . . . .	30
3.4	Conclusões . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Espalhamento profundamente inelástico na representação de dipolos de cor</b>	<b>32</b>
4.1	Processos inclusivos . . . . .	33
4.2	Processos difrativos . . . . .	35
4.3	Análise qualitativa . . . . .	36
4.4	Conclusões . . . . .	38
<b>5</b>	<b>Dinâmica partônica em altas energias</b>	<b>39</b>
5.1	A dinâmica DGLAP para pequeno $x$ . . . . .	39
5.2	Equação de Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov . . . . .	42
5.3	Equação de Gribov-Levin-Ryskin e Saturação Partônica . . . . .	43
5.4	Condensado de Vidros de Cor . . . . .	45
5.5	Modelos para a amplitude de espalhamento de dipolo . . . . .	51
5.5.1	Modelo de Golec-Biernat–Wüsthoff . . . . .	52
5.5.2	Modelo de Iancu–Itakura–Munier . . . . .	53
5.5.3	Solução numérica da rcBK . . . . .	53
5.5.4	Comparação entre os modelos de $\mathcal{N}$ . . . . .	54
5.6	Difração e saturação partônica . . . . .	56
5.7	Conclusões . . . . .	58
<b>6</b>	<b>Espalhamento Compton profundamente virtual em interação elétron-próton</b>	<b>59</b>
6.1	Formalismo . . . . .	60

6.2	Resultados . . . . .	62
6.2.1	Função peso . . . . .	62
6.2.2	Parâmetro B . . . . .	64
6.2.3	Seção de choque . . . . .	65
6.3	Conclusões . . . . .	66
<b>7</b>	<b>Espalhamento Compton profundamente virtual em interações elétron-núcleo</b>	<b>68</b>
7.1	Motivação para o caso nuclear . . . . .	68
7.2	Formalismo . . . . .	72
7.2.1	Seção de choque total . . . . .	73
7.2.2	Seção de choque diferencial em $t$ . . . . .	73
7.3	Resultados . . . . .	74
7.3.1	Seção de choque total . . . . .	74
7.3.2	Seção de choque diferencial em $t$ . . . . .	76
7.4	Conclusões . . . . .	78
<b>8</b>	<b>Conclusões</b>	<b>81</b>
	<b>Apêndice</b>	<b>83</b>
<b>A</b>	<b>Teorema ótico</b>	<b>83</b>
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>86</b>



# Lista de Figuras

2.1	Espalhamento profundamente inelástico (DIS) . . . . .	5
2.2	Relação entre DIS e o espalhamento fóton-párton em grande $Q^2$ . . . . .	7
2.3	Função de estrutura $F_2$ em função da virtualidade $Q^2$ . . . . .	9
2.4	Efeito de blindagem na QED . . . . .	14
2.5	Diagramas com laço em interações fortes . . . . .	14
2.6	Constante de acoplamento forte em função da escala de momentum . . . . .	15
2.7	Contribuições de processos $\gamma^*q \rightarrow qg$ ao espalhamento $ep \rightarrow eX$ . . . . .	16
2.8	Contribuições de processos $\gamma^*g \rightarrow q\bar{q}$ ao espalhamento $ep \rightarrow eX$ . . . . .	16
2.9	Frações de momentum da contribuição de $\gamma^*q \rightarrow qg$ em $ep \rightarrow eX$ . . . . .	17
2.10	Distribuição de pártons em $x$ para $Q^2 = 1,9 \text{ GeV}^2$ e $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ . . . . .	20
2.11	Forma simbólica da equação DGLAP do setor de quarks . . . . .	20
2.12	Forma simbólica da equação DGLAP do setor de glúons . . . . .	21
3.1	Seção de choque elástica próton-próton em função de $t$ . . . . .	23
3.2	Troca de números quânticos em processos difrativos e não difrativos . . . . .	24
3.3	DDIS e a lacuna de rapidez . . . . .	24
3.4	Espalhamento difrativo profundamente inelástico . . . . .	25
3.5	Analogia entre as variáveis $x$ e $\beta$ . . . . .	26
3.6	Função de estrutura $F_2^{D(3)}$ em função da virtualidade $Q^2$ . . . . .	27
3.7	Produção difrativa de méson vetorial . . . . .	28
3.8	Seção de choque exclusiva para a produção de diferentes mésons vetoriais . . . . .	29
3.9	Seção de choque exclusiva para a produção de $\rho$ em diferentes virtualidades . . . . .	29
4.1	Espalhamento $\gamma^*p$ na representação de dipolos de cor . . . . .	32
5.1	Regiões de aplicabilidade das equações de evolução no plano transversal . . . . .	46
5.2	Criação de dipolos no CGC . . . . .	47
5.3	Escalonamento geométrico nos dados experimentais do HERA para $x < 10^{-2}$ . . . . .	52
5.4	Amplitude de espalhamento de dipolo para diferentes valores de $x$ . . . . .	55
5.5	Razão entre seções de choque inclusiva e difrativa . . . . .	57
6.1	Processos DVCS e BH . . . . .	59
6.2	Processo DVCS no referencial de dipolo de cor . . . . .	60
6.3	Função peso DVCS com e sem saturação de $\mathcal{N}$ . . . . .	63
6.4	Função peso DVCS para diferentes modelos de $\mathcal{N}$ . . . . .	63
6.5	Função peso DVCS com $Q^2$ fixo e com $x$ fixo . . . . .	64
6.6	Comparação entre as formas funcionais para o parâmetro B . . . . .	65
6.7	Seção de choque DVCS $ep$ para $Q^2$ fixo . . . . .	65
6.8	Seção de choque DVCS $ep$ para $W$ fixo . . . . .	66

7.1	Região cinemática do colisor LHeC . . . . .	69
7.2	Escala de saturação para diferentes valores de $x$ e $A$ . . . . .	71
7.3	Processos de difração coerente e incoerente . . . . .	72
7.4	Seção de choque DVCS $eA$ coerente com $Q^2$ fixo para o Pb . . . . .	75
7.5	Seção de choque DVCS $eA$ incoerente com $Q^2$ fixo para o Pb . . . . .	75
7.6	Comparação e razão entre as seções de choque DVCS $eA$ coerente e incoerente para o Pb . . . . .	76
7.7	Comparação e razão entre as seções de choque DVCS $eA$ coerente e incoerente para o Ca . . . . .	76
7.8	Seção de choque diferencial DVCS $eA$ coerente para o Pb . . . . .	77
7.9	Seção de choque diferencial DVCS $eA$ incoerente para o Pb . . . . .	78
7.10	Comparação entre $d\sigma/dt$ DVCS para processos $eA$ coerente e incoerente com núcleo de Pb . . . . .	79
7.11	Comparação entre $d\sigma/dt$ DVCS em processos $eA$ para núcleos de Pb e Ca . . . . .	79

# Capítulo 1

## Introdução

A dinâmica interna dos hádrons é descrita pela teoria das interações fortes, a Cromodinâmica Quântica (QCD), através de equações de evolução para as funções de distribuição partônica. No regime de altas energias, as equações de evolução linear levam a resultados que violam a unitariedade da seção de choque. Para altas energias, a QCD prevê que o sistema hadrônico tenha uma alta densidade partônica, cuja presença deverá levar do regime dinâmico linear a um regime não linear. Neste regime espera-se que ocorra a limitação na máxima densidade partônica que pode ser alcançada na função de onda hadrônica/nuclear (saturação partônica), caracterizada por valores muito altos da intensidade de campo forte, formando um estado denominado de Condensado de Vidros de Cor (CGC). Nesta situação, o número de glúons por unidade de volume do espaço de fase praticamente satura e, para grandes densidades, cresce lentamente com a energia, implicando numa grande modificação da distribuição de glúons se comparada com as previsões da dinâmica linear. A existência do regime de saturação, bem como de uma escala de momentum na qual ele deve ocorrer (escala de saturação  $Q_s$ ), foi predita a muitos anos atrás, mas somente na última década que as equações que fornecem uma descrição completa do regime de saturação foram obtidas.

Uma extensa fenomenologia baseada na física de saturação foi desenvolvida recentemente, a qual descreve com sucesso os dados experimentais dos colisores elétron-próton DESY-HERA e deuteron-núcleo/núcleo-núcleo BNL-RHIC. Dois importantes desafios teóricos presentes correntemente são a determinação da região cinemática de validade do regime de saturação e a aplicação deste para colisões elétron-núcleo. Tendo em vista que em colisões elétron-núcleo a escala de saturação deve ser amplificada por um fator  $A^{1/3}$ , onde  $A$  é o número de massa do núcleo, esperamos que seja mais simples discriminar a presença dos efeitos não lineares associados e vincular a dinâmica presente neste novo regime.

A fim de provar a dinâmica de interações fortes em altas energias, o espalhamento Compton profundamente virtual (DVCS) foi estudado no HERA em processos elétron-próton. De uma maneira geral, esse processo é determinado pelo conteúdo de glúons do alvo, o qual está fortemente sujeito a efeitos de saturação partônica. Em particular, a seção de choque para o DVCS é proporcional ao quadrado da amplitude de espalhamento, que por sua vez é fortemente sensível à dinâmica de interações fortes. Neste trabalho utilizamos a representação de dipolos de cor, que permite escrever a amplitude de espalhamento fóton-próton de forma fatorizada, com a interação forte descrita por um único termo, a amplitude de espalhamento de dipolo. Nesta representação, o fóton emitido pelo elétron oscila em um par quark-antiquark (dipolo de cor) que, por sua vez, interage com o alvo. A amplitude de espalhamento de dipolo é descrita pela equação de Balitsky-Kovchegov

(BK) e por modelos fenomenológicos.

Neste trabalho calculamos a seção de choque para o processo DVCS, em espalhamentos elétron-próton e elétron-núcleo. Mostramos que esta abordagem é capaz de descrever os dados experimentais do HERA, e que a física de saturação é relevante para observáveis exclusivos em futuros colisores elétron-próton/elétron-núcleo, como o CERN-LHeC e o BNL-eRHIC.

No caso de processos elétron-próton utilizamos cinco diferentes modelos para a descrição da amplitude de espalhamento de dipolo. Analisamos a dependência do tamanho do dipolo no estudo da função peso, e por fim calculamos a seção de choque total do DVCS. Nossos resultados descrevem os dados experimentais do HERA, entretanto, tais dados não permitem distinguir entre os modelos. Esta distinção deve ser possível com dados experimentais no regime de energias mais elevadas, onde os resultados de cada modelo mais diferem.

No caso nuclear, além da seção de choque total, estendemos nossos cálculos para a seção de choque diferencial em função do momentum transferido no vértice hadrônico. Em espalhamentos  $eA$  consideramos os dois possíveis processos: um no qual o núcleo permanece intacto (difração coerente) e outro onde o núcleo dissocia (difração incoerente). Os resultados indicam que a análise da distribuição no momentum transferido permitirá diferenciar entre processos coerentes e incoerentes, sendo a razão entre esses processos fortemente dependente da virtualidade do fóton e do tamanho do núcleo. A distinção entre a contribuição de cada um desses processos difrativos, coerente e incoerente, será um desafio experimental. Portanto, o controle teórico da contribuição de cada um deles é muito importante. Nossos resultados indicam que as previsões para o DVCS são fortemente dependentes do modelo utilizado, principalmente na região de transição entre os regimes linear e não linear.

Neste trabalho utilizamos unidades naturais, com  $\hbar = c = 1$ . As quantidades transformadas com frequência são comprimento e área, dadas respectivamente por:  $5,07 \text{ GeV}^{-1} = 1 \text{ fm}$  e  $1 \text{ GeV}^{-2} = 0,389 \text{ mb}$ . Para os quadri-vetores  $x^\mu = (t, \vec{x})$ , não utilizaremos o prefixo “quadri”. Por exemplo, vamos nos referir ao quadrimomentum  $p^\mu$  apenas como momentum, já quando estivermos nos referindo às componentes espaciais  $\vec{p}$ , utilizamos o prefixo “tri”, como em trimomentum. Empregamos a notação *slash* de Feynman  $\not{p} := \gamma_\mu p^\mu$ , bem como a regra de soma de Einstein para índices repetidos,  $A \cdot B = A^\mu B_\mu = A^1 B_1 + A^2 B_2 + A^3 B_3 + A^4 B_4$ .

Esta dissertação está organizada da seguinte forma:

No Cap.2 revisamos a estrutura hadrônica, que é provada com o uso do espalhamento profundamente inelástico (DIS). O DIS leva a constatação de que os hádrons são formados por partículas puntiformes, chamadas de pártons. Na QCD, os pártons são identificados como quarks e glúons, que interagem via força forte. A dinâmica hadrônica é então descrita por equações de evolução para as funções de distribuição de partônicas (PDF), chamadas de equações de Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP).

No Cap.3 descrevemos o DIS para processos difrativos. Apresentamos os elementos utilizados para descrever essa classe de processos, bem como sua assinatura experimental. Também tratamos os processos exclusivos e a forma como estes provam diferentes regimes dinâmicos.

No Cap.4 apresentamos a representação de dipolos de cor, que descreve a seção de choque de forma fatorada, com a interação forte descrita pela amplitude de espalhamento de dipolo de cor, que está relacionada com o setor de glúons das PDFs. Também é feita uma análise qualitativa comparando as seções de choque inclusiva e difrativa, quando assume-se que a amplitude de espalhamento de dipolo deixa de crescer quando consideramos dipolos

grandes.

No Cap.5 estudamos a dinâmica partônica no regime de altas energias, no qual o tratamento com equações de evolução linear falha. Aqui é introduzida a dinâmica não linear, descrita inicialmente pela equação de Gribov-Levin-Ryskin (GLR), que considera efeitos de saturação no regime de altas densidades partônicas. O estado da arte deste regime é descrito pela teoria efetiva da QCD em altas energias, o CGC. Tal teoria leva à equação não linear de Balitsky-Kovchegov, que faz a evolução da amplitude de espalhamento de dipolo. Aqui também são apresentados modelos fenomenológicos para a descrição da amplitude de espalhamento de dipolo. Por fim é feita uma análise qualitativa para a razão entre as seções de choque difrativa e inclusiva, considerando descrições com e sem saturação. Nesta análise contata-se a importância da saturação na descrição da física de altas energias.

No Cap.6 aplicamos o formalismo visto nos capítulos anteriores na descrição do DVCS em processos de espalhamento elétron-próton. Aqui nossos primeiros resultados são obtidos no estudo da função peso do DVCS, onde analisamos a importância do tamanho do dipolo de cor, para diferentes modelos, em função da virtualidade e da energia. Por fim calculamos a seção de choque do DVCS e comparamos nossos resultados com os dados experimentais do HERA.

No Cap.7 descrevemos a seção de choque DVCS para processos de espalhamento elétron-núcleo. Aqui são descritos os dois tipos de processos difrativos presentes no ambiente nuclear: coerente e incoerente. Além da seção de choque total, também calculamos a seção de choque diferencial no momentum transferido. Analisamos a dependência de cada tipo de processo na energia, virtualidade e tamanho do núcleo. Também calculamos a razão entre os processos coerentes e incoerentes, bem como a distribuição de cada um deles no momentum transferido. Por fim apresentamos nossas previsões para as seções de choque total e diferencial, no regime cinemático dos futuros colisores elétron-íon.

No Cap.8 sintetizamos o estudo feito neste trabalho, e avaliamos as perspectivas para possíveis extensões deste trabalho.

Os resultados parciais deste trabalho foram apresentados no I Encontro de Físicos do Sul em Curitiba-PR, na XXV Reunião de Trabalhos sobre Interações Hadrônicas em Campinas-SP e na XVIII Semana Acadêmica da Física (UFPel) em Pelotas-RS. Os resultados completos deste trabalho serão apresentados em breve no Encontro de Pós-Graduação da XIII Mostra de Produção Universitária (FURG) em Rio Grande-RS e no XVI Encontro de Pós-Graduação (UFPel) em Pelotas-RS. Salientamos que o artigo contendo os resultados dos Cap.6 e 7 está sob elaboração.

# Capítulo 2

## A estrutura dos hádrons

Neste capítulo será feita uma revisão da estrutura hadrônica no limite de altas energias. Para explorar este regime, utiliza-se o espalhamento profundamente inelástico lépton-núcleon. Tal abordagem leva a um modelo que descreve os hádrons como objetos formados por partículas sem estrutura, chamadas de pártons. Este modelo prediz uma propriedade de escalonamento, na qual a estrutura dos hádrons é função apenas da fração de momentum portada pelos pártons. Quando comparado aos dados experimentais, este escalonamento mostra-se válido apenas em um regime cinemático restrito. Para explicar a violação de escalonamento, é necessário incluir processos dinâmicos associados a interação forte, os quais são descritos pela Cromodinâmica Quântica. Esta é uma teoria de calibre não abeliana, e a inclusão de seus bósons de interação leva a novos efeitos, ausentes no modelo de pártons. Tal teoria nos fornece as equações de evolução para a distribuição de pártons dentro do nucleon, chamadas equações Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP).

### 2.1 Espalhamento profundamente inelástico

O melhor modo de investigar a estrutura do próton é colidindo-o com uma partícula sem estrutura, como o elétron. Quando a virtualidade  $Q^2 = -q^2$  do fóton trocado entre o hádron e o elétron satisfaz  $Q^2 \gg M^2$ , e a massa invariante  $W$  do sistema fóton-hádron satisfaz  $W^2 \gg M^2$ , onde  $q$  é o momentum do fóton e  $M$  é a massa do hádron, esse processo recebe o nome de espalhamento profundamente inelástico (*deep inelastic scattering* - DIS). Se o próton fosse uma partícula puntual de spin 1/2, a análise do espalhamento elétron-próton seria simples, visto que a amplitude de espalhamento  $\mathcal{M}$ , e por sua vez a seção de choque  $\sigma$ , dada por

$$\sigma \propto \frac{|\mathcal{M}|^2}{(\text{fluxo inicial})} (\text{número de estados finais}), \quad (2.1)$$

seria escrita em termos de um produto de dois tensores leptônicos  $L^{\mu\nu}$ , o qual é conhecido da Eletrodinâmica Quântica (*Quantum Electrodynamics* - QED), assim teríamos  $|\mathcal{M}|^2 \propto L^{\mu\nu} L_{\mu\nu}$ . Mas essa abordagem é inadequada, uma vez que o próton possui estrutura, portanto um tensor hadrônico  $W^{\mu\nu}$  é introduzido para parametrizar nossa ignorância sobre a estrutura do próton, de forma que ficamos com  $|\mathcal{M}|^2 \propto L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}$  [1].

Antes de escrever uma forma geral para o  $W^{\mu\nu}$ , vamos identificar as variáveis cinemáticas do processo de espalhamento inelástico elétron-próton<sup>1</sup>, apresentado na Fig.2.1.

---

<sup>1</sup> Este tratamento é válido no regime em que  $Q^2 < M_{Z^0}^2$ , onde  $M_{Z^0}$  é a massa do bóson  $Z_0$  da interação fraca de corrente neutra, por isso, desconsideramos a troca de um  $Z^0$  entre o elétron e o próton.

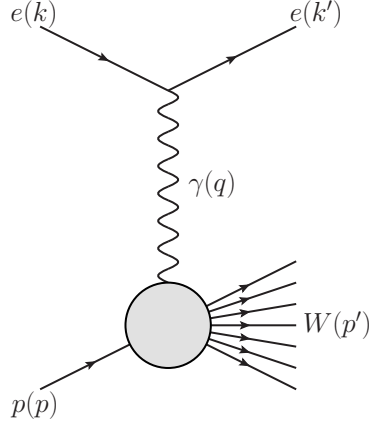


Figura 2.1: Espalhamento elétron-próton profundamente inelástico.

Tem-se que  $p$  é o momentum inicial do próton,  $p'$  é o momentum do estado final  $X$  (de massa invariante  $W$ ) resultante da fragmentação do próton,  $k$  é o momentum inicial do elétron,  $k'$  é o momentum final do elétron, e  $q$  é momentum do fóton que é trocado entre o elétron e o próton. Também podemos identificar as energias de centro de massa ao quadrado:  $s = (k+p)^2$  para o sistema lépton-próton e  $W^2 = (q+p)^2$  para o sistema fóton-hádrôn. O vértice hadrônico depende de três variáveis cinemáticas,  $p$ ,  $p'$  e  $q$ , mas devido a conservação de momentum há um vínculo entre essas variáveis e podemos escrever  $p+q=p'$ . Desta forma tem-se que o tensor  $W^{\mu\nu}$  depende apenas de duas variáveis independentes. O tensor hadrônico é construído a partir da forma mais geral para um tensor de segunda ordem em termos de duas variáveis independentes,

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_4}{M^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_5}{M^2} (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu), \quad (2.2)$$

tal que a contribuição antissimétrica é omitida, uma vez que  $W^{\mu\nu}$  aparece sempre contraído com o tensor simétrico  $L_{\mu\nu}$  na seção de choque de espalhamento elétron-próton. Os fatores de massa do próton ( $M$ ) são adicionados apenas para que todos os  $W_i$  possuam a mesma dimensão. Devido a conservação de corrente no vértice hadrônico,  $q_\mu W^{\mu\nu} = 0$ , os quatro  $W_i$  não são independentes. Isto implica que podemos escrever  $W_4$  e  $W_5$  em termos de  $W_1$  e  $W_2$ , de forma que somos levados à

$$W^{\mu\nu} = W_1 \left( -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{M^2} \left( p^\mu + \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left( p^\nu + \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right), \quad (2.3)$$

tal que  $W_1$  e  $W_2$  são duas funções de estrutura inelásticas, as quais são funções das variáveis escalares de Lorentz que podem ser construídas dos momenta do vértice hadrônico [2].

O vértice superior da Fig.2.1 contribui à seção de choque com o tensor leptônico  $L^{\mu\nu}$ , que pode ser obtido das regras de Feynman para QED, a saber,

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_{spins} [\bar{u}(k') \gamma^\mu u(k)] [\bar{u}(k') \gamma^\nu u(k)]^\dagger \quad (2.4)$$

onde  $u$  é o espinor associado ao elétron entrando no vértice,  $\bar{u}$  é o espinor associado ao elétron saindo do vértice, e  $\gamma^\mu$  são as matrizes de Dirac. Utilizando o truque de Casimir podemos escrever a média sobre spins em termos de traços de matrizes de Dirac e dos momenta, que leva a seguinte expressão para o tensor leptônico [1]:

$$L^{\mu\nu} = 2 [k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu + g^{\mu\nu} (m^2 - k' \cdot k)]. \quad (2.5)$$

De posse dos tensores  $W^{\mu\nu}$  e  $L^{\mu\nu}$  podemos escrever a amplitude de espalhamento não polarizado  $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ , que é a média sobre todos os spins iniciais com a soma sobre todos os spins finais,

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{e^4}{q^4} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}, \quad (2.6)$$

tal que no referencial do laboratório temos

$$L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} = 4EE' \left[ W_2(\nu, q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(\nu, q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right], \quad (2.7)$$

onde  $E$  é a energia do elétron incidente,  $E'$  é a energia do elétron espalhado,  $\theta$  é o ângulo de espalhamento entre eles e  $\nu = p \cdot q / M$ . Incluindo o fator de fluxo e o fator de espaço de fase para esse espalhamento, somos levados a seguinte seção de choque diferencial,

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha_{em}^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} \left[ W_2(\nu, q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(\nu, q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right], \quad (2.8)$$

onde  $\alpha_{em} = e^2/4\pi$  é a constante de acoplamento eletromagnética. Uma abordagem mais geral, incluindo os vetores de polarização do fóton, permite separar a seção de choque em termos de seções de choque transversal e longitudinal, o que leva à

$$\sigma_T = \sigma_0 W_1(\nu, q^2) \quad \text{e} \quad \sigma_L = \sigma_0 \left[ \left( 1 - \frac{\nu^2}{q^2} \right) W_2(\nu, q^2) - W_1(\nu, q^2) \right], \quad (2.9)$$

onde  $\sigma_0 = 4\pi^2 \alpha_{em} / (W^2 + M^2)$  [2].

## 2.2 Modelo de pártons e escalonamento de Bjorken

Supondo que o próton possui subestrutura, sendo composto por partículas pontuais (denominadas pártons), ao aumentarmos a energia do fóton (maior  $q^2$ ) estaremos aumentando o poder de resolução da interação, ou seja, ao sondar o próton com um fóton de menor comprimento de onda, esse fóton pode interagir diretamente com os constituintes do próton que possuam carga elétrica. Quando isto acontecer, a interação elétron-próton irá se comportar da mesma forma que a interação elétron-múon, ou seja, o elétron estará interagindo com uma partícula eletricamente carregada e portando spin 1/2. Então o espalhamento elétron-párton carregado é análogo ao espalhamento elétron-múon<sup>2</sup>. A seção de choque diferencial para o espalhamento elétron-múon é dada por

$$\frac{d\sigma(e\mu \rightarrow e\mu)}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha_{em}^2 E'^2}{q^4} \left[ \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2m^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \delta \left( \nu + \frac{q^2}{2m} \right), \quad (2.10)$$

onde  $m$  é a massa do múon. Já seção de choque elétron-próton (2.8) pode ser escrita como

$$\frac{d\sigma(ep \rightarrow ep)}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha_{em}^2 E'^2}{q^4} \left[ W_2(\nu, q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(\nu, q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]. \quad (2.11)$$

Portanto, quando o fóton atingir determinada energia, a seção de choque elétron-próton (2.11) se comportará como a seção de choque elétron-múon (2.10) [2]. Assim, comparando

---

<sup>2</sup> Essa interação é bem conhecida, visto que sua amplitude é a contração de dois tensores leptônicos (2.5).



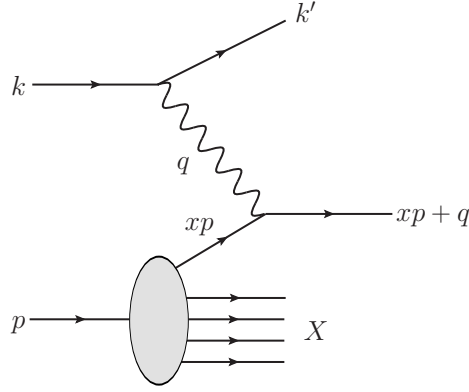


Figura 2.2: Diferente do caso da Fig.2.1, um fóton com maior virtualidade interage diretamente com um dos constituintes do nucleon.

essas duas expressões, espera-se que neste limite as funções de estrutura do próton tornem-se

$$2W_1^{\text{puntual}} = \frac{Q^2}{2m^2} \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2m}\right), \quad (2.12)$$

$$W_2^{\text{puntual}} = \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2m}\right), \quad (2.13)$$

onde  $m$  é a massa do párton. Assim, para grande  $Q^2$ , o espalhamento inelástico elétron-próton é visto como um espalhamento elástico fóton-párton, como apresentado na Fig.2.2. Podemos reescrever  $2mW_1^{\text{puntual}}$  e  $\nu W_2^{\text{puntual}}$  e deixá-los em termos apenas de  $Q^2/2m\nu$ . Após isso, fazendo uma mudança de escala (da massa  $m$  do quark para massa  $M$  do próton), escrevemos (2.12) e (2.13) como funções apenas da variável  $x$ ,

$$x = \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{Q^2}{2M\nu}, \quad (2.14)$$

ou seja, para grande  $Q^2$  temos

$$MW_1(\nu, Q^2) \longrightarrow F_1(x), \quad (2.15)$$

$$\nu W_2(\nu, Q^2) \longrightarrow F_2(x). \quad (2.16)$$

Esta dependência - no regime cinemático  $\nu, Q^2 \rightarrow \infty$  - das funções de estrutura apenas na variável  $x$ , e não mais em  $Q^2$  e  $\nu$  independentemente, foi mostrada por Bjorken para o nucleon constituído de férmions (partículas de spin semi-inteiro) puntiformes não interagentes [3]. Tal propriedade recebe o nome de escalonamento de Bjorken (*Bjorken scaling*), e pode ser vista na Fig.2.3, para valores de  $x \approx 0,1$ . Posteriormente essa variável, que recebe o nome de  $x$  de Bjorken, foi identificada como sendo a fração de momentum do próton portada pelo párton [2]. Ela pode ser escrita em termos da massa invariante do sistema  $\gamma p$ ,

$$x = \frac{Q^2}{W^2 + Q^2 - M^2} \simeq \frac{Q^2}{W^2 + Q^2}, \quad (2.17)$$

sendo esta uma aproximação usual, uma vez que  $W^2 \gg M^2$  (e normalmente  $W^2 \gg Q^2$ ) nas condições cinemáticas do HERA. Em particular, neste trabalho estamos interessados no

“regime de pequeno  $x$ ” ( $x \ll 1$ ), que é o regime de altas energias ( $W^2 \gg Q^2$ ):

$$x \simeq \frac{Q^2}{W^2} \ll 1 \quad \text{quando} \quad W^2 \gg Q^2. \quad (2.18)$$

O modelo de partons foi formulado por Bjorken [3,4] e Feynman [5], antes do advento da QCD. Este modelo e baseado na suposicao de que o foton virtual e espalhado incoerentemente<sup>3</sup> pelos constituintes internos do nucleon, os quais sao tratados como partıculas livres. Assim, o foton advindo do lepton interage apenas com um parton, sem perturbar os demais. Desta forma, a secao de choque foton-proton e a soma incoerente das secoes de choque de espalhamento dos componentes individuais do alvo. Entao, introduzindo  $f_i(\xi)$  como a funcao de distribucao partonica (*Parton Distribution Function* - PDF), a qual representa a densidade de probabilidade de encontrar um parton  $i$  carregando uma fracao  $\xi$  do momentum longitudinal do proton, podemos escrever a secao de choque diferencial de forma fatorizada:

$$d\sigma = \sum_i \int_x d\xi f_i(\xi) d\hat{\sigma} \left( \frac{x}{\xi} \right), \quad (2.19)$$

onde  $d\hat{\sigma}$  e a secao de choque do espalhamento foton-parton [6]. A notacao chapeu continuara sendo usada neste trabalho para distinguir as quantidades relacionadas a interacoes foton-parton daquelas relacionadas ao espalhamento foton-proton.

Podemos reescrever (2.15) e (2.16) em termos de (2.12) e (2.13) para um parton portando uma fracao  $x$  do momentum do proton, tal construcao nos leva a

$$\nu W_2(\nu, Q^2) \longrightarrow F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x), \quad (2.20)$$

$$MW_1(\nu, Q^2) \longrightarrow F_1(x) = \frac{1}{2x} F_2(x), \quad (2.21)$$

sendo a proporcionalidade entre as funcoes de estrutura  $F_1(x)$  e  $F_2(x)$  chamada de relacao de Callan-Gross [8].

Quando dados experimentais de DIS [9] confirmaram as previsoes de Bjorken [4], mostrando que  $F_1$  e  $F_2$  dependiam apenas de  $x$ , esse resultado foi interpretado por Feynman [5, 10] como uma evidencia de que o proton e composto por partıculas elementares puntiformes: os partons [11].

A fim de manter a ligacao entre funcoes de estrutura e secao de choque, utilizamos (2.20) e (2.21) em (2.9), de forma que obtemos

$$\sigma_T(x, Q^2) = \sigma_0 2x F_2(x, Q^2) \quad \text{e} \quad \sigma_L(x, Q^2) = \sigma_0 [F_2(x, Q^2) - 2x F_1(x, Q^2)], \quad (2.22)$$

definindo entao as funcoes de estrutura transversal e longitudinal como

$$F_T(x, Q^2) = 2x F_1(x, Q^2) \quad \text{e} \quad F_L(x, Q^2) = F_2(x, Q^2) - 2x F_1(x, Q^2), \quad (2.23)$$

podemos escrever a secao de choque como

$$\sigma_{L,T}(x, Q^2) = \frac{4\pi^2 \alpha_{em}}{Q^2} F_{L,T}(x, Q^2), \quad (2.24)$$

---

<sup>3</sup> O espalhamento ser incoerente implica que a secao de choque total foton-proton e igual a soma das secoes de choque foton-parton, pesada pela probabilidade  $f_i(x)$  (identificada como a distribucao de partons) de encontrar um parton  $i$  dentro do proton carregando uma fracao  $x$  do momentum do proton. Tal consideracao esta por tras de (2.19), ou seja, assumir espalhamento incoerente representa uma adicao de probabilidades (nao amplitudes) de espalhamento de um unico parton livre.

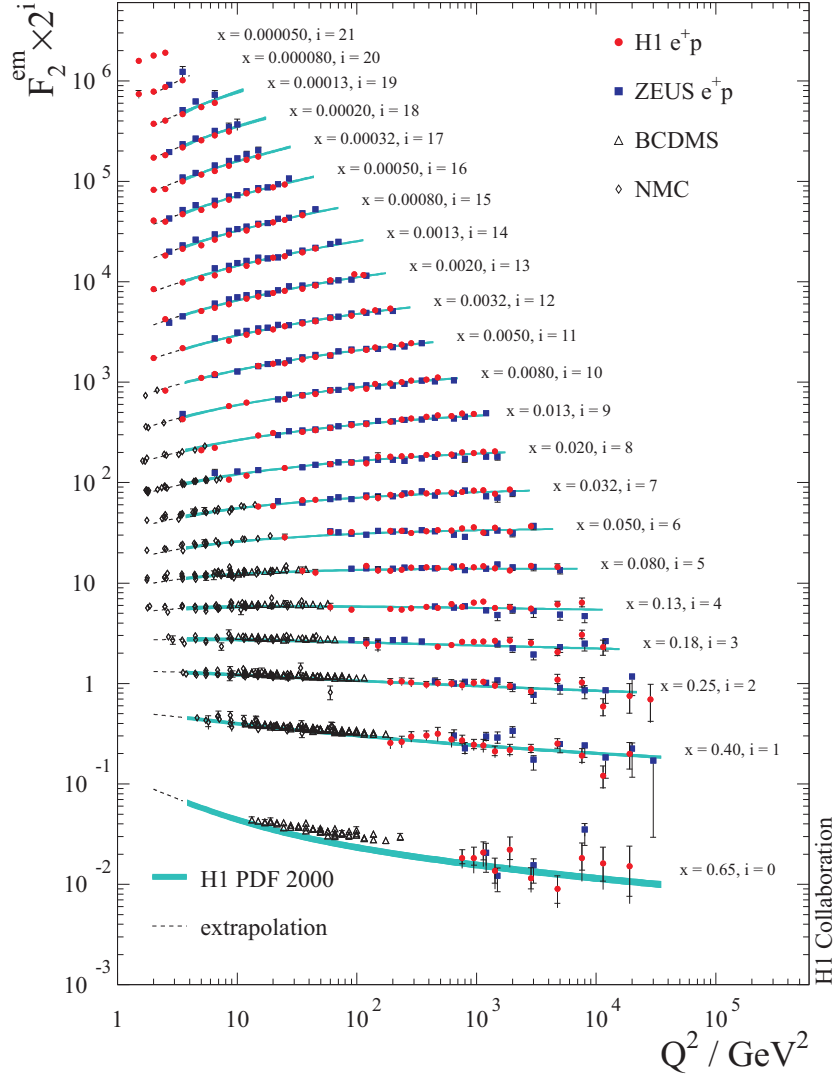


Figura 2.3: Função de estrutura  $F_2$  em função da virtualidade  $Q^2$  [7].

onde utilizamos  $Q^2 \gg \nu$  para reescrever  $\sigma_0$  [6]. Por fim, como  $F_2(x, Q^2) = F_L(x, Q^2) + F_T(x, Q^2)$ , podemos escrever

$$\sigma(x, Q^2) = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} F_2(x, Q^2). \quad (2.25)$$

Se integramos  $x$  com a distribuição  $f_i(x)$  e somamos sobre todos os tipos de pártons carregados, pela forma na qual este modelo foi construído, com a regra de soma deveríamos recuperar o momentum do próton, ou seja

$$\sum_i \int dx x f_i(x) = 1, \quad (2.26)$$

mas esse valor teórico não é verificado quando comparado aos valores para as funções de estrutura partônicas obtidos experimentalmente de DIS, onde obtém-se [2]

$$\sum_i \int dx x f_i(x) \simeq 0,5, \quad (2.27)$$

isto leva a conclusão que por volta de 50% do momentum do próton é carregado por pártons neutros, visto que partículas sem carga elétrica não interagem com o fóton de prova. Tais partículas neutras são identificadas como os glúons da Cromodinâmica Quântica, sendo os pártons carregados identificados como os quarks<sup>4</sup> [2].

## 2.3 Cromodinâmica Quântica

A Cromodinâmica Quântica (QCD) é a teoria que descreve a interação forte entre quarks e glúons. Ela é uma teoria de calibre de Yang-Mills [14], respeitando a simetria do grupo SU(3) no grau de liberdade chamado cor. Assim, a interação forte é experimentada por partículas que portam carga de cor [1,15]. A fim de tornar de mais fácil entendimento a descrição da QCD que faremos aqui, usaremos diversas comparações com a teoria de calibre que descreve a interação eletromagnética, a QED. O leitor que não estiver familiarizado com a QED, pode consultar as referências [1, 2, 16, 17].

A descrição da QCD é baseada em um modelo de partículas elementares: temos os quarks, férmions de spin 1/2, massivos, dotados de carga elétrica fracionária e carga de cor; e os glúons, bósons de spin 1, não massivos, dotados de carga de cor mas não de carga elétrica. Os quarks interagem (por força forte) via troca de glúons, e os glúons também interagem entre si, visto que o próprio glúon é um objeto bicolor (cada glúon carrega uma carga de cor e uma carga de anticor). Desta forma, além do vértice quark-glúon, há também vértices glúon-glúon. Essa é uma diferença importante entre QCD e QED, visto que na QED existem apenas vértices do tipo elétron-fóton, mas não existe interação fóton-fóton. Como na QED, onde os léptons possuem sabores (elétron, múon, tau, neutrino do elétron, neutrino do múon e neutrino do tau), tendo cada sabor um valor distinto de massa, o mesmo acontece na QCD, onde os quarks apresentam-se em seis diferentes sabores, sendo eles: up ( $u$ ), down ( $d$ ), strange ( $s$ ), charm ( $c$ ), bottom ( $b$ ) e top ( $t$ ). O sabor é sempre conservado em interações fortes. Embora na QED exista apenas um tipo de carga elétrica, na QCD existem três tipos de cargas de cor ( $N_c = 3$ ), cada uma com sua respectiva anticor: vermelho ( $r$ ), azul ( $b$ ) e verde ( $g$ ). A cor é uma quantidade conservada, e todas as cores possuem o mesmo “peso” perante a interação forte. Enquanto muitas partículas carregam carga elétrica, não vemos partículas com cor livremente. Quarks e glúons só estão presentes na natureza como estados ligados sem carga líquida de cor. Esses estados são chamados de hádrons, e podem ser de dois tipos: bárions, formados por três (anti)quarks, ou mésons, constituídos por um par quark-antiquark [1]. Na QCD consideramos o próton como sendo constituído de três quarks de valência ( $uud$ ), acompanhados de glúons e de quarks do mar, os quais são gerados das flutuações dos glúons em pares de quark-antiquark ( $u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s} \dots$ ) [2].

A (densidade) lagrangiana clássica da QCD é baseada na suposição (confirmada por observações experimentais) de que todos os hádrons são compostos por quarks [18]. Ela foi proposta por Fritsch, Gell-Mann e Leutwyler [19], Gross e Wilczek [20,21] e Weinberg [22],

---

<sup>4</sup> Vale salientar que quando o modelo de pártons foi proposto, o modelo de quarks recém havia sido desenvolvido independentemente por Gell-Mann [12] e Zweig [13], e a identificação de pártons como quarks e glúons levou alguns anos para ser estabelecida.

sendo dada por

$$\mathcal{L} = \underbrace{\sum_{f=1}^{N_f} \bar{\psi}^f (i\gamma^\mu D_\mu - m_f) \psi^f}_{\mathcal{L}_1} - \underbrace{\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}}_{\mathcal{L}_2}. \quad (2.28)$$

No que segue, vamos analisar um termo de cada vez.

No termo  $\mathcal{L}_1$  temos a soma sobre os  $N_f$  sabores ativos de quarks, aqueles que satisfazem  $m_f < Q$ , onde  $Q$  dá a escala de energia. Como cada sabor  $f$  manifesta-se em três diferentes cores  $i$ , pode-se representar o estado do quark no espaço das cores como,

$$\psi^f = \begin{pmatrix} \psi_r^f \\ \psi_b^f \\ \psi_g^f \end{pmatrix}, \quad \bar{\psi}^f = (\bar{\psi}_r^f \ \bar{\psi}_b^f \ \bar{\psi}_g^f), \quad (2.29)$$

em que cada componente  $\psi_i^f$  é um espinor de Dirac de quatro componentes. Este termo é parecido com a lagrangiana livre de Dirac, dada por

$$\mathcal{L}_{Dirac} = \sum_{f=1}^{N_f} \bar{\psi}^f (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_k) \psi^f, \quad (2.30)$$

mas esta lagrangiana não é invariante sob transformações de calibre locais<sup>5</sup> do grupo SU(3). É da exigência dessa simetria, que introduz-se a derivada covariante apropriada,

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu + ig_s \frac{\lambda^a}{2} A_\mu^a, \quad (2.31)$$

onde  $\lambda_a$  são as matrizes de Gell-Mann e  $g_s$  é o análogo da carga elétrica para as interações fortes (caracterizando a intensidade da interação). Já  $A_\mu^a$  ( $a = 1, \dots, 8$ ) são oito campos de calibre, com spin 1 e massa nula. Assim,  $\mathcal{L}_1$  contém o termo cinético e de massa dos quarks (como na  $\mathcal{L}_{Dirac}$ ), e descreve a interação dos quarks com os oito glúons<sup>6</sup> (interação do campo fermiônico  $\psi^f$  com o campo de calibre  $A_\mu^a$ ). As quantidades citadas acima, presentes em (2.31), são introduzidas para compensar os termos que surgem quando são feitas as transformações de fase local do grupo SU(3) em  $\psi^f$  [1, 11, 24].

O termo  $\mathcal{L}_2$  que completa a lagrangiana clássica da QCD é análogo ao termo de energia cinética eletromagnético,  $F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ , no caso da QCD ele é o termo cinético do campo de glúons. O tensor intensidade de campo forte  $F_{\mu\nu}^a$ , além de carregar um índice de cor  $a$ , possui um termo a mais em relação ao caso eletromagnético,

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (2.32)$$

---

<sup>5</sup> Uma transformação de calibre ser local significa que podemos arbitrariamente variar a fase de ponto em ponto do espaço-tempo. Vale citar que no caso da QED (onde  $\mathcal{L}_{Dirac}$  contém os termos cinético e de massa para os léptons), que é uma teoria de calibre local do grupo Abelian U(1), as partículas que surgem para compensar as diferenças de fase quando impomos simetria de calibre local em (2.30) são partículas de spin 1 não massivas, os fótons. Neste contexto dizemos que os fótons são os bósons de calibre da QED [23].

<sup>6</sup> A caracterização de um glúon é dada pelo seu estado de cor, existem oito glúons, os quais compõem um octeto de cor.

tal que este novo termo surge para garantir que a lagrangiana seja invariante sob transformações locais de calibre não Abelianas. Os fatores  $f^{abc}$  são as constantes de estrutura que caracterizam a álgebra do grupo  $SU(3)$ , a qual está sujeita às relações de comutação

$$[\lambda^a, \lambda^b] = i f^{abc} \lambda^c, \quad (2.33)$$

sendo as matrizes de Gell-Mann os geradores da álgebra de Lie correspondente ao grupo  $SU(3)$ . Aqui podemos ver o caráter não Abeliano que a QCD possui, visto que os geradores do grupo não comutam. O termo  $g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$  que difere entre os tensores intensidade de campo forte e eletromagnético, é o responsável pela autointeração dos campos de glúons  $A_\mu^a$ . Como veremos a seguir, este termo é a fonte da liberdade assintótica da QCD [1, 11, 24].

Para maior clareza do caráter físico contido em cada termo da lagrangiana (2.28), podemos decompô-la:

$$\mathcal{L} = - \underbrace{\frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) (\partial^\mu A^{a\nu} - \partial^\nu A^{a\mu})}_{\text{termo cinético para os glúons}} \quad (2.34)$$

$$+ \underbrace{\sum_f \bar{\psi}^f (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_f) \psi^f}_{\text{termo cinético e de massa para os quarks}} - \underbrace{g_s A_\mu^a \sum_f \bar{\psi}_i^f \gamma^\mu \left(\frac{\lambda^a}{2}\right)_{ij} \psi_j^f}_{\text{termo de interação quark-glúon}} \quad (2.35)$$

$$- \underbrace{\frac{g_s}{2} f^{abc} (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) A^{b\mu} A^{c\nu}}_{\text{termo de interação entre 3 glúons}} - \underbrace{\frac{g_s^2}{4} f^{abc} f^{ade} A_\mu^b A_\nu^c A^{d\mu} A^{e\nu}}_{\text{termo de interação entre 4 glúons}}. \quad (2.36)$$

Para evitar contribuições infinitas no cálculo de propagadores, um termo de fixação de calibre deve ser adicionado a lagrangiana. Isto também é feito na QED, mas neste caso a escolha do calibre não afeta a física, uma vez que o calibre normalmente escolhido afeta apenas a parte longitudinal do campo do fóton, o qual não interage com os graus de liberdade físicos (transversais). Na QCD, a fixação do calibre também atua sobre a parte longitudinal do campo dos glúons, entretanto, este pode interagir com as componentes transversais de  $A_\mu^a$ . Desta forma, as componentes longitudinais (não físicas) contribuem aos laços de glúons, e devem ser subtraídas. A subtração é feita introduzindo-se um campo fictício, o qual cancela a contribuição não física advinda da escolha de calibre. Este é chamado de campo fantasma de Faddeev-Popov<sup>7</sup> [25]. Para cada laço de glúon, inclui-se um laço do campo fantasma, o qual cancela exatamente a parte longitudinal dos glúons [11, 15]. Portanto, a lagrangiana completa da QCD conta com mais dois termos, além da lagrangiana clássica (2.28):

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \mathcal{L}_{\text{clássica}} + \mathcal{L}_{\text{fixação de calibre}} + \mathcal{L}_{\text{fantasma}}, \quad (2.37)$$

sendo a forma dos dois novos termos dependente da escolha de calibre.

As regras de Feynman provenientes da lagrangiana da QCD são dadas abaixo, utilizando o calibre de Lorentz ( $\partial \cdot A^a = 0$ ) [18]. Usaremos letras gregas para índices de espaço-tempo,  $p$  para momentum, letras latinas  $i, j \dots = 1, 2, 3$  para cores de quarks e

<sup>7</sup> As partículas artificiais introduzidas pelo campo fantasma possuem seus próprios propagadores e fatores de acoplamento. Estes são escolhidos de forma que os diagramas contendo partículas fantasma cancelem as contribuições não físicas dos glúons. Vale salientar que essas partículas artificiais não possuem qualquer significado físico [11, 15].

$a, b \dots = 1, \dots, 8$  para cores de glúons e de fantasmas. Vamos começar pelas linhas externas (estados inicial e final), onde  $u$  e  $v$  são, respectivamente, os espinores do quark e do antiquark:

Quark entrando:  $\begin{array}{c} i \\ \longrightarrow \\ p \end{array} = u^i(p)$  (2.38)

Quark saindo:  $\begin{array}{c} p \\ \longrightarrow \\ i \end{array} = \bar{u}^i(p)$  (2.39)

Antiquark entrando:  $\begin{array}{c} i \\ \longleftarrow \\ p \end{array} = \bar{v}^i(p)$  (2.40)

Antiquark saindo:  $\begin{array}{c} p \\ \longleftarrow \\ i \end{array} = v^i(p)$  (2.41)

Os propagadores são dados por:

Propagador do quark:  $\begin{array}{c} j \\ \longrightarrow \\ p \\ \longrightarrow \\ i \end{array} = \frac{i(\not{p} + m_f)}{p^2 - m_f^2 + i\epsilon} \delta^{ij}$  (2.42)

Propagador fantasma:  $\begin{array}{c} b \\ \cdots\cdots\cdots\longrightarrow \\ p \\ \cdots\cdots\cdots\longrightarrow \\ a \end{array} = \frac{i}{p^2 + i\epsilon} \delta^{ab}$  (2.43)

Propagador do glúon:  $\begin{array}{c} b \\ \text{ooooo} \\ p \\ \text{ooooo} \\ a \\ \mu \end{array} = -\frac{iD_{\mu\nu}(p)}{p^2 + i\epsilon} \delta^{ab}$  (2.44)

No calibre de Lorentz,

$$D_{\mu\nu}(p) = g_{\mu\nu} - (1 - \xi) \frac{p_\mu p_\nu}{p^2},$$
 (2.45)

sendo a escolha  $\xi = 0$  chamada de calibre de Landau e a escolha  $\xi = 1$  chamada de calibre de Feynman. Por fim, vamos aos fatores de vértice:

Vértice quark-glúon:  $\begin{array}{c} j \\ \swarrow \\ \mu \\ \searrow \\ i \end{array} \begin{array}{c} \text{ooooo} \\ a \end{array} = ig_s \gamma^\mu (\lambda^a / 2)_{ji}$  (2.46)

Vértice fantasma-glúon (apenas no calibre de Lorentz):  $\begin{array}{c} b \\ \cdots\cdots\cdots \\ \mu \\ \cdots\cdots\cdots \\ c \\ p \end{array} \begin{array}{c} \text{ooooo} \\ a \end{array} = g_s p^\mu f^{abc}$  (2.47)

Vértice de 3 glúons (todos momenta entrando no vértice):  $\begin{array}{c} a \\ \text{ooooo} \\ p_1 \\ \mu \\ \text{ooooo} \\ \nu \\ b \\ \text{ooooo} \\ p_2 \\ \rho \\ \text{ooooo} \\ p_3 \\ c \end{array} = -g_s f^{abc} [(p_1 - p_3)^\nu g^{\mu\rho} + (p_2 - p_1)^\rho g^{\mu\nu} + (p_3 - p_2)^\mu g^{\nu\rho}]$  (2.48)

Vértice de 4 glúons:  $\begin{array}{c} a \\ \text{ooooo} \\ \mu \\ \text{ooooo} \\ \nu \\ b \\ \text{ooooo} \\ \rho \\ \text{ooooo} \\ \sigma \\ c \\ \text{ooooo} \\ d \end{array} = -ig_s^2 [f^{abe} f^{cde} (g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) + f^{ace} f^{bde} (g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) + f^{ade} f^{bce} (g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma})]$  (2.49)

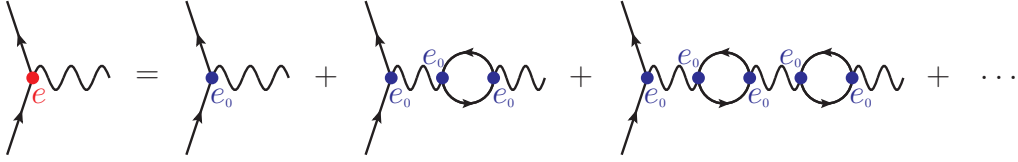


Figura 2.4: A carga física (medida experimentalmente) é a carga nua sob efeito de blindagem [23].

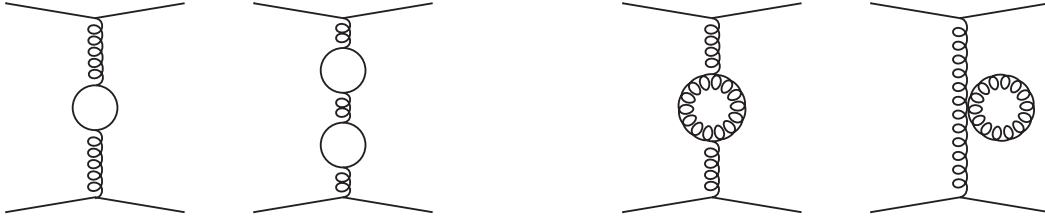


Figura 2.5: Os laços de quarks (esquerda) atuam blindando a carga de cor, e os laços de glúons (direita) agem como uma antiblindagem.

Uma importante característica da QCD surge do processo de renormalização. Antes de abordarmos a renormalização na QCD, vamos descrevê-la na QED. A renormalização é utilizada para lidar com infinitos que surgem do cálculo de diagramas com laços, como os mostrados na Fig.2.4. Seu processo consiste em assumir que os valores de massa e constante de acoplamento (que dá a intensidade da interação) medidos experimentalmente, já possuem fatores que compensam os infinitos, e de forma sistemática ignora-se as contribuições divergentes de diagramas de mais alta ordem. Neste cálculo vê-se que o valor efetivo da constante de acoplamento também possui um termo de correção finita que depende de  $Q^2$ , fazendo com que a constante de acoplamento  $\alpha_{em}(Q^2)$  seja de fato variável (*running coupling constant*). Desta forma, o acoplamento varia com a distância, que é inversamente proporcional à  $Q$ . Na QED, o acoplamento torna-se mais intenso quando as cargas aproximam-se (maior  $Q^2$ ). Isto é interpretado como a polarização do vácuo, devido a flutuações do fóton em pares elétron-pósitron ou em pares mais massivos. O vácuo atua como um tipo de meio dielétrico, blindando a carga (*screening*), de forma que quanto mais nos aproximamos (maior  $Q^2$ ), menos completa é a blindagem, e maior é a carga efetiva. Considerando apenas diagramas com laços da aproximação de ordem dominante, essas contribuições podem ser somadas explicitamente, levando a uma expressão para  $\alpha_{em}(Q^2)$ . No caso eletromagnético, essa dependência é muito suave, de forma que normalmente a aproximação  $\alpha_{em} \simeq 1/137$  é suficientemente boa [1].

Na QCD existem duas formas de polarização do vácuo. Uma delas é análoga à QED, onde temos diagramas com laços de quarks, como no lado esquerdo da Fig.2.5. Esta contribuição atua blindando a carga de cor do quark, e faz com que a constante de acoplamento da interação forte,  $\alpha_s$ , cresça em pequenas distâncias, da mesma forma que o caso eletromagnético. Entretanto, na QCD também temos laços de glúons, como vistos no lado direito da Fig.2.5. Estes possuem um efeito contrário aos laços de quarks, produzindo uma antiblindagem (*antiscreening*) que diminui o acoplamento em pequenas distâncias. A forma da  $\alpha_s$  resultante é dado por [1]

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(11N_c - 2N_f) \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)}, \quad Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2. \quad (2.50)$$

O parâmetro  $\Lambda_{QCD}$  é introduzido como uma escala que evita a região onde  $\alpha_s$  é grande,



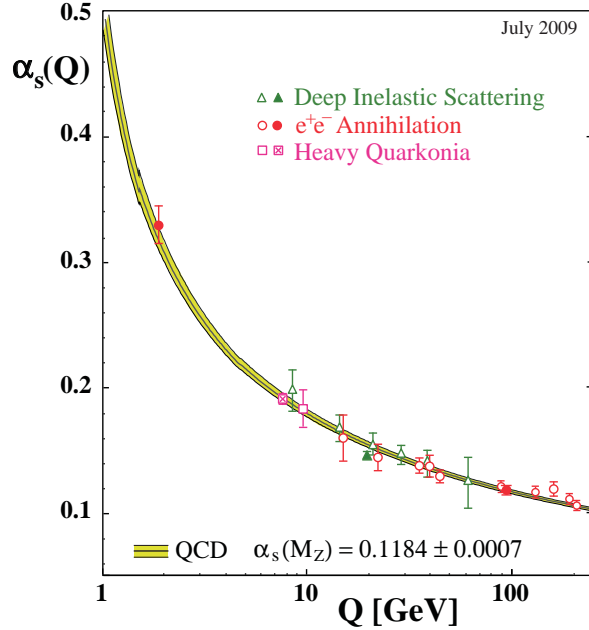


Figura 2.6: Evolução da constante de acoplamento  $\alpha_s$  em termos da escala  $Q$  [30].

assim garante-se  $\alpha_s$  pequeno o suficiente para que expansões perturbativas possam ser utilizadas. No Modelo Padrão de física de partículas temos  $N_c = 3$  e  $N_f = 6$ , assim  $11N_c > 2N_f$ , fazendo com que o efeito de antibrindagem domine e a constante de acoplamento diminua com o aumento de  $Q^2$ . Desta forma, a força forte torna-se relativamente pouco intensa a curtas distâncias [1]. Essa propriedade, que permite o tratamento perturbativo de interações fortes a curtas distâncias, é chamada de liberdade assintótica [26–28]. Tal propriedade pode ser usada como uma justificativa *a posteriori* do modelo partônico, visto que nele, os quarks são tratados como partículas livres quando sondados por um fóton de grande virtualidade  $Q^2$  [24]. Já em maiores distâncias (menores energias), a intensidade da interação forte aumenta, de forma que a atração entre os quarks mantenha-os presos dentro dos hádrons. Esta propriedade é conhecida como confinamento<sup>8</sup> [1]. O comportamento da constante de acoplamento  $\alpha_s$  com a escala de energia  $Q^2$  pode ser visto na Fig.2.6. A região perturbativa é caracterizada por  $Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$  [29].

Portanto, se o acoplamento depende da escala de energia, a função de estrutura  $F_2$  não pode mais depender apenas de  $x$ , mas também de  $Q^2$ . Essa dependência é chamada de violação do escalonamento de Bjorken, e é uma das consequências experimentalmente observáveis da inclusão de diagramas QCD ao DIS, podendo ser vista na Fig.2.3. Em particular, as violações de escalonamento estão diretamente associadas a presença de glúons [2].

O tratamento perturbativo da QCD (*perturbative Quantum Chromodynamics* - pQCD) consiste em escrever cada observável físico como uma série de potências na constante de acoplamento forte, e então, desprezar os termos de maior ordem em  $\alpha_s$ . Isto é válido apenas quando  $\alpha_s$  é pequeno, pois neste caso, quanto maior a potência de  $\alpha_s$ , menor é a contribuição de tal diagrama ao processo estudado. Existem séries em que  $\alpha_s$  está acompanhado de logaritmos, os quais são (ou podem ser) grandes, sendo necessário ressomar (considerar potências de maior ordem). Em DIS é possível ressomar grandes logaritmos em  $Q^2$ , que leva as equações DGLAP [31–33], que serão discutidas na próxima seção. Já para

<sup>8</sup> O confinamento ainda deve ser provado. Uma técnica chamada QCD na rede (*lattice QCD*) é utilizada para descrever a física no regime de forte acoplamento [23].

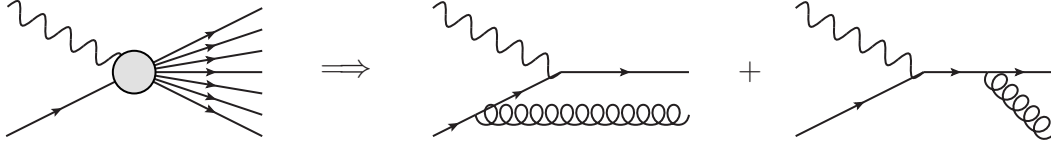


Figura 2.7: Contribuições de  $\gamma^* q \rightarrow qg$  ao  $ep \rightarrow eX$ .

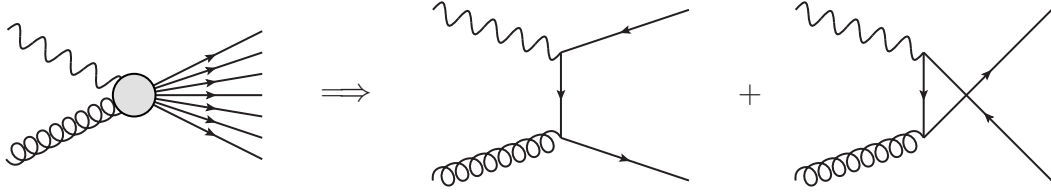


Figura 2.8: Contribuições de  $\gamma^* g \rightarrow q\bar{q}$  ao  $ep \rightarrow eX$ .

pequeno  $x$ , outra classe de logaritmo torna-se importante, do tipo  $\ln(1/x)$ . Neste caso, somos levados a equação BFKL, proposta por Balitsky, Fadin, Kuraev e Lipatov [34–37].

Na aproximação de  $\ln Q^2$  dominante (*leading  $\ln Q^2$  approximation* - LLA), termos do tipo  $\alpha_s^n \ln^n Q^2$  são ressomados. Em cada ordem perturbativa, apenas a potência mais alta de  $\ln Q^2$  é mantida:

$$\text{LLA: } \sum_n \alpha_s^n \ln^n Q^2 \left( \ln^n \frac{1}{x} + \ln^{n-1} \frac{1}{x} + \dots \right). \quad (2.51)$$

Se mantivermos potências subdominantes em  $\ln Q^2$ , isto é, termos do tipo  $\alpha_s^n \ln^{n-1} Q^2$ , obtemos a aproximação de próxima ordem  $\ln Q^2$  dominante (*next-to-leading  $\ln Q^2$  approximation* - NLLA), e assim por diante. Também temos a aproximação de  $\ln(1/x)$  dominante (*leading  $\ln(1/x)$  approximation* - LL<sub>x</sub>A), onde termos do tipo  $\alpha_s^n \ln^n(1/x)$  são ressomados. Neste caso apenas a potência mais alta de  $\ln(1/x)$  é mantida:

$$\text{LL}_x\text{A: } \sum_n \alpha_s^n \ln^n \frac{1}{x} (\ln^n Q^2 + \ln^{n-1} Q^2 + \dots). \quad (2.52)$$

Por fim, temos o caso onde tanto  $Q^2$  é grande, quanto  $x$  é pequeno. Neste caso temos a aproximação de duplo logaritmo dominante (*double leading log approximation* - DLLA), na qual ficamos apenas com a potência de mais alta ordem em ambos logaritmos [6]:

$$\text{DLLA: } \sum_n \alpha_s^n \ln^n Q^2 \ln^n \frac{1}{x}. \quad (2.53)$$

## 2.4 Equações de Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi

Ao incluir glúons, a dinâmica estudada no modelo de pártons é modificada. Se antes tínhamos apenas o vértice fóton-quark (como na Fig.2.2), agora devemos incluir também diagramas com o vértice glúon-quark. Esse evento pode ocorrer das seguintes maneiras: com o fóton interagindo com o quark após este emitir um glúon, ou, com o fóton interagindo com o quark antes deste emitir um glúon, como mostrado na Fig.2.7. Visto que agora

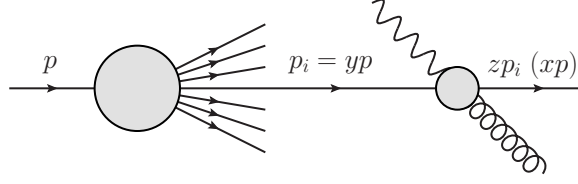


Figura 2.9: Frações de momentum da contribuição de  $\gamma^* q \rightarrow qg$  em  $ep \rightarrow eX$ .

quarks podem ser gerados a partir de glúons, também devemos incluir as possibilidades da Fig.2.8, onde temos glúons no estado inicial.

Vamos então relacionar os referenciais fóton-próton e fóton-párton, de forma que o para o próton com momentum  $p$  temos um párton com momentum  $p_i = yp$ , onde  $y$  é a fração de momentum do próton carregada pelo quark  $i$  antes da interação com o fóton, e para a fração de momentum  $x = Q^2/2p \cdot q$  no referencial do próton, temos  $z = Q^2/2p_i \cdot q = x/y$  no referencial do párton, como visto na Fig.2.9. As seções de choque dos dois sistemas ( $\gamma^*$ -próton e  $\gamma^*$ -párton  $i$ ) são relacionadas por

$$\frac{\sigma_T(x, Q^2)}{\sigma_0} = \sum_i \int_0^1 dz \int_0^1 dy f_i(y) \delta(x - zy) \frac{\hat{\sigma}_T(z, Q^2)}{\hat{\sigma}_0} \quad (2.54)$$

$$= \sum_i \int_x^1 \frac{dy}{y} f_i(y) \frac{\hat{\sigma}_T(x/y, Q^2)}{\hat{\sigma}_0}, \quad (2.55)$$

onde  $f_i(y)$  são as funções de distribuição partônica que dão a probabilidade de haver um párton  $i$  carregando uma fração  $y$  do momentum  $p$  do próton, e  $\hat{\sigma}_T$  é a seção de choque para a absorção de um fóton transversal de momentum  $q$  por um párton de momentum  $p_i$  [2].

A inclusão do processo de emissão de glúons da Fig.2.7 é feito utilizando um processo análogo da QED, o espalhamento Compton. Com o devido cuidado com os fatores de cor e constante de acoplamento, tomando o limite de espalhamento em pequeno ângulo, pode-se escrever a seção de choque diferencial pelo momentum transversal ( $p_T = k' \sin \theta$ ) do quark emitido como,

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dp_T^2} \simeq e_i^2 \hat{\sigma}_0 \frac{1}{p_T^2} \frac{\alpha_s}{2\pi} \underbrace{\frac{4}{3} \left( \frac{1+z^2}{1-z} \right)}_{P_{qq}(z)}, \quad (2.56)$$

onde  $\hat{\sigma}_0 = 4\pi^2 \alpha_{em} / (p_i + q)^2$ . O termo  $P_{qq}(z)$  é conhecido como função de desdobramento (*splitting function*) e representa a probabilidade de um quark emitir um glúon e ter seu momentum reduzido por uma fração  $z$ . Integrando essa seção de choque em  $p_T^2$  temos

$$\hat{\sigma} \simeq e_i^2 \hat{\sigma}_0 \left( \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qq}(z) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right), \quad (2.57)$$

onde  $\mu$  é introduzido como um corte para o valor mínimo de  $p_T$ , a fim de regularizar a divergência em  $p_T^2 \rightarrow 0$  [2]. Portanto, adicionar o processo de emissão de glúons introduz o termo (2.57) à expressão (2.55),

$$\frac{F_2(x, Q^2)}{x} = \sum_f e_f^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} q_f(y) \left[ \delta \left( 1 - \frac{x}{y} \right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qq}(z) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right], \quad (2.58)$$

onde passamos a identificar qual tipo de párton estamos tratando, com  $f_i \rightarrow q_f$ , sendo neste caso a PDF do setor dos quarks de sabor  $f$ . A equação acima pode ser escrita como

$$\frac{F_2(x, Q^2)}{x} = \sum_f e_f^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} [q_f(y) + \Delta q_f(y, Q^2)] \delta\left(1 - \frac{x}{y}\right) \quad (2.59)$$

$$= \sum_f e_f^2 [q_f(x) + \Delta q_f(x, Q^2)], \quad (2.60)$$

onde

$$\Delta q_f(x, Q^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \int_x^1 \frac{dy}{y} q_f(y) P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right), \quad (2.61)$$

tal que agora a densidade de quarks depende de  $Q^2$ . Quando  $Q^2$  cresce até um certo valor  $Q_0^2$ , o fóton passa a ver quarks de valência pontuais dentro do próton. Se os quarks não interagissem entre si, mais nenhuma estrutura seria vista com o aumento de  $Q^2$ , mas a QCD prediz que, aumentando a resolução,  $Q^2 \gg Q_0^2$ , vemos que cada quark tem em sua vizinhança uma nuvem de pártons. O número de pártons (compartilhando o momentum do próton) que pode ser resolvido pelo fóton aumenta com  $Q^2$ . Também há um aumento na probabilidade de encontrar um quark com pequeno  $x$  e uma diminuição da chance de encontrar um com grande  $x$ , visto que quarks com grande momentum irradiam glúons [2]. Isto pode ser visto na Fig.2.3. A evolução de  $q_f(x, Q^2)$  em  $Q^2$  é determinada pela QCD através de (2.61), e pode ser escrita como uma equação integro-diferencial, a qual considera a mudança na densidade de quarks,  $\Delta q_f(x, Q^2)$ , quando provada em um intervalo de virtualidade do fóton,  $\Delta \ln Q^2$ ,

$$\frac{\partial q_f(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} q_f(y, Q^2) P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right). \quad (2.62)$$

Essa equação expressa o fato de que um quark com fração de momentum  $x$  pode ter vindo de um quark “pai” com uma fração de momentum maior  $y$ , o qual irradiou um glúon, como visto na Fig.2.9. A probabilidade disto acontecer é proporcional a  $\alpha_s P_{qq}(x/y)$ . A integral é a soma sobre todas as possíveis frações de momentum  $y$  do quark “pai” [2].

Comparando a expressão (2.20) do modelo de pártons com a expressão (2.60) obtida com a inclusão dos vértices de interação forte, vemos que o modelo de pártons é apenas a aproximação de ordem zero,  $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$ , quando comparado à QCD. Já a função de desdobramento  $P_{qq}$  identificada acima, e as demais funções de desdobramento que serão vistas nesta seção, correspondem a primeira ordem em  $\alpha_s$ , visto que são obtidas do cálculo de diagramas com um vértice de interação forte, como vemos em Fig.2.7 e Fig.2.8. Diagramas de maior ordem em  $\alpha_s$  também podem ser estimados, podendo ser calculados ordem a ordem na pQCD [6].

Até agora incorporamos ao DIS apenas as contribuições com um quark no estado inicial,  $\gamma q \rightarrow qg$ , como mostrado na Fig.2.7. No entanto, a densidade de quarks também depende do processo  $\gamma g \rightarrow q\bar{q}$ , o qual nos leva, da mesma forma que em (2.58), à

$$\frac{F_2(x, Q^2)}{x} = \sum_q e_q^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} g(y) \underbrace{\frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{2} (z^2 + (1-z)^2)}_{P_{qg}\left(\frac{x}{y}\right)} \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \quad (2.63)$$

onde  $g(y)$  é a PDF que dá a densidade de glúons no próton e  $P_{qg}(z)$  é a função de desdobramento que dá a probabilidade de um glúon aniquilar-se dando origem a um par

quark-antiquark, no qual o quark possui uma fração  $z$  do momentum do glúon. Adicionando esta contribuição, podemos escrever a evolução completa da densidade de quarks, visto que incluímos os dois tipos de vértices que alteram a densidade de quarks dentro do próton,

$$\frac{\partial q_f(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ q_f(y, Q^2) P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) + g(y, Q^2) P_{qg} \left( \frac{x}{y} \right) \right]. \quad (2.64)$$

Com os mesmos argumentos que levam à (2.64) temos uma equação de evolução para a densidade de glúons:

$$\frac{\partial g(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ \sum_f q_f(y, Q^2) P_{gq} \left( \frac{x}{y} \right) + g(y, Q^2) P_{gg} \left( \frac{x}{y} \right) \right], \quad (2.65)$$

onde a soma é feita sobre todos os sabores de quarks e antiquarks, e

$$P_{gq}(z) = \frac{3}{4} \frac{1 + (1-z)^2}{z}, \quad (2.66)$$

$$P_{gg}(z) = 6 \left[ \frac{1-z}{z} + \frac{z}{1-z} + z(1-z) \right], \quad (2.67)$$

são respectivamente as probabilidades para um glúon de fração de momentum  $x$  vir de um quark com fração de momentum  $y$  do próton e de um glúon de fração de momentum  $x$  vir de um glúon com fração de momentum  $y$  do próton. O termo  $P_{gq}$  não depende do sabor  $f$  do quark se negligenciamos as massas dos quarks [2].

Podemos ver que duas das funções de desdobramento mostradas acima possuem singularidade em  $z = 1$ , são elas:  $P_{qq}(z)$  e  $P_{gg}(z)$ . Tais divergências são eliminadas quando são considerados diagramas com glúons virtuais. As modificações das funções  $P_{ij}$  citadas podem ser convenientemente expressas em termos da chamada “prescrição +” para regularização, na qual  $1/(1-z)$  é substituído por  $1/(1-z)_+$ , definido por

$$\int_0^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+} \equiv \int_0^1 dz \frac{f(z) - f(1)}{1-z}, \quad (2.68)$$

onde  $(1-z)_+ = (1-z)$  para  $z < 1$ , mas é infinito em  $z = 1$ . Assim que ficamos com [2]:

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \frac{1+z^2}{(1-z)_+} + 2\delta(1-z), \quad (2.69)$$

$$P_{gg}(z) = 6 \left[ \frac{1-z}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + z(1-z) \right] + \left( \frac{11}{2} - \frac{N_f}{3} \right) \delta(1-z). \quad (2.70)$$

As equações (2.62), (2.64) e (2.65) são as equações DGLAP e foram obtidas separadamente por: Dokshitzer [31], Gribov e Lipatov [32], e Altarelli e Parisi [33]. A pQCD somente permite determinar a evolução das distribuições partônicas através das equações DGLAP. As condições iniciais para a evolução são de natureza não perturbativa, devendo ser extraídas experimentalmente para uma dada escala de momentum. Como as distribuições partônicas são universais, independentes do processo considerado, após a determinação para uma condição inicial, podemos com auxílio das equações DGLAP, determinar seu valor para outra virtualidade e assim utilizá-las no cálculo do processo de interesse [29]. Vale salientar que as equações DGLAP possuem solução analítica apenas

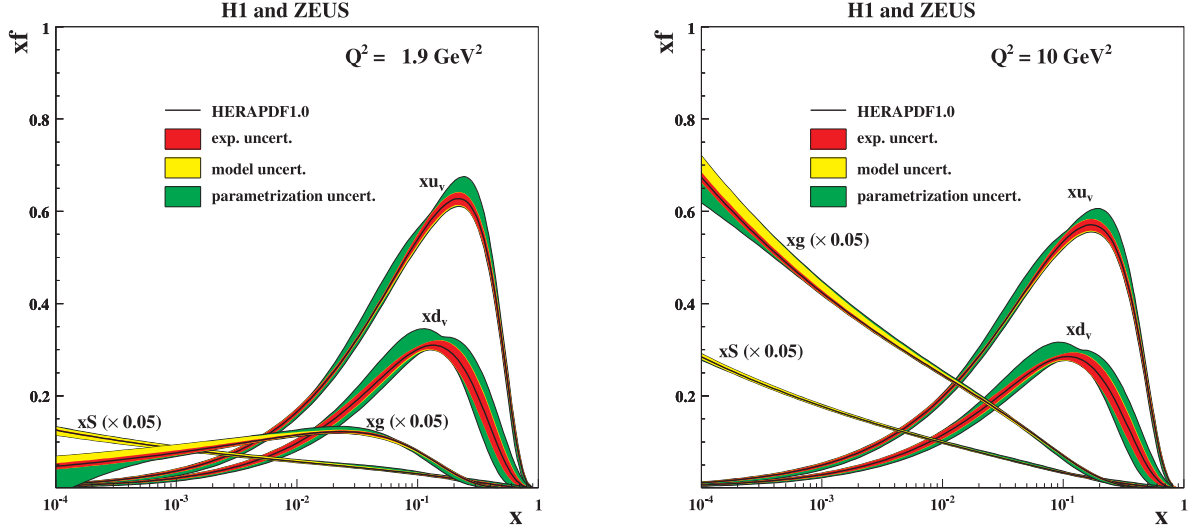


Figura 2.10: Distribuição de pártons obtidas a partir dos dados do HERA para  $Q^2 = 1,9 \text{ GeV}^2$  e  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  [40].

no regime de pequeno  $x$ , que será visto na Seção 5.1.

Diversos grupos, utilizando diferentes técnicas, produzem parametrizações para as PDFs. Elas são obtidas de análises globais, as quais utilizam dados de uma ampla gama de processos de espalhamento, associadas a cálculos teóricos da DGLAP considerando termos de mais alta ordem em  $\alpha_s$  [38]. A descrição de como esse processo é feito, bem como referências a muitas das parametrizações existentes são encontradas em [39].

Na Fig.2.10 apresentamos as predições dadas por HERAPDF [40] para as PDFs utilizando dados de DIS combinados dos experimentos H1 e ZEUS. Vemos que quando sondamos o próton com pequena virtualidade  $Q^2$ , o momentum do próton está concentrado nos três quarks de valência (em baixa energia, grande  $x$ ), e é diluído entre quarks de mar e glúons ao aumentarmos a energia (pequeno  $x$ ). Quando aumentamos a virtualidade  $Q^2$ , embora as distribuições sejam semelhantes (ao caso de menor  $Q^2$ ) em grande  $x$ , vemos que no regime de pequeno  $x$  o próton é dominado por um número muito grande de glúons compartilhando frações muito pequenas do momentum do próton. Isso nos permite concluir que ao sondar o próton com um fóton suficientemente energético ( $Q^2 \gtrsim 10 \text{ GeV}^2$ ), estamos em um regime onde a dinâmica em altas energias é dominada pela distribuição de glúons.

Para maior clareza, podemos expressar as equações DGLAP simbolicamente, como mostrado na Fig.2.11 e na Fig.2.12.

$$\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} (q_f(x, Q^2)) = P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) q_f(y, Q^2) q_f(x, Q^2) + P_{qg} \left( \frac{x}{y} \right) g(y, Q^2) q_f(x, Q^2)$$

Figura 2.11: Forma simbólica da equação DGLAP do setor de quarks (2.64).

$$\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} (g(x, Q^2)) = \sum_f q_f(y, Q^2) P_{gq}\left(\frac{x}{y}\right) + g(y, Q^2) P_{gg}\left(\frac{x}{y}\right)$$

Figura 2.12: Forma simbólica da equação DGLAP do setor de glúons (2.65).

## 2.5 Conclusões

Neste capítulo vimos os elementos básicos do espalhamento profundamente inelástico. Após, estudamos o modelo de pártons, no qual introduz-se as funções de estrutura hadrônica e as PDFs, bem como as relações destas com a seção de choque. Vimos que as predições do modelo de pártons para o escalonamento de Bjorken e para a fração de momentum do próton portada pelos quarks, não correspondem aos dados experimentais, de forma que este modelo é incompleto. As respostas para os problemas do modelo de pártons são obtidas da QCD, teoria na qual focamos o estudo apenas em seus elementos básicos e características de interesse para esta dissertação. Vimos como a QCD, ao introduzir os glúons, os quais portam a fração de momentum do próton que faltava no modelo de pártons, leva a uma violação do escalonamento de Bjorken consistente com os dados experimentais. Com os glúons, temos a inclusão de vértices do tipo quark-glúon e glúon-glúon ao processo de espalhamento  $\gamma^*p$ , levando então as equações de evolução DGLAP. As predições das equações DGLAP são consistentes com os dados experimentais de DIS para o regime cinemático do HERA. Por fim, vimos que para energias mais altas, a dinâmica é determinada pela distribuição de glúons. Antes de estudar a dinâmica no regime de altas energias, que será vista no Cap.5, estenderemos nosso estudo do DIS para o caso difrativo no Cap.3, bem como o DIS na representação de dipolos de cor, que veremos no Cap.4.

# Capítulo 3

## Difração

Neste capítulo estudaremos difração, que é uma importante classe dos processos de espalhamento, a qual possui uma estreita relação com fenômenos óticos. No capítulo anterior estudamos a cinemática DIS, neste capítulo veremos a descrição do DIS difrativo, bem como das assinaturas típicas deste tipo de processo. Por fim, veremos alguns aspectos dos processos exclusivos, analisando como a massa e o momentum das partículas envolvidas nesses processos alteram a dinâmica.

### 3.1 Difração hadrônica

O fenômeno de difração é familiar para muitas áreas da física, geralmente associado ao surgimento de interferência construtiva ou destrutiva. Provavelmente a melhor analogia para difração em altas energias vem da ótica. O termo difração é usado em analogia ao fenômeno ótico que acontece quando um feixe de luz encontra um obstáculo (ou cruza uma abertura em um anteparo) com dimensões compatíveis ao seu comprimento de onda. Na ótica, a intensidade  $I$  da luz difratada em pequenos ângulos  $\theta$  e grandes comprimentos de onda  $k$  é dada por

$$I(\theta) \simeq I(0) [1 - Bk^2\theta^2], \quad (3.1)$$

onde  $B \sim R^2$  (raio do obstáculo ou da abertura) e  $q \simeq k\theta$  é o momentum transferido. Desta forma, a intensidade tem um pico em  $\theta = 0$  e decresce com o aumento de  $\theta$  (por vezes seguido de outros máximos secundários) [6].

Processos difrativos hadrônicos têm um comportamento similar. Para um pequeno momentum transferido  $|t|$ , a seção de choque desse tipo de processo comporta-se como

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} \Big|_{t=0} e^{-B|t|} \simeq \frac{d\sigma}{dt} \Big|_{t=0} (1 - B|t|), \quad (3.2)$$

sendo que em altas energias temos  $|t| \propto \theta^2$ . Neste caso, o parâmetro  $B$  é proporcional ao quadrado do raio do alvo hadrônico. Para  $|t|$  maiores temos uma sequência de máximos e mínimos que caracteriza efeitos difrativos [6], como vemos na Fig.3.1. Na mesma figura, podemos identificar o parâmetro  $B$ , que é dado pela derivada da curva que descreve o comportamento de  $d\sigma/dt$  em relação a  $t$ , no primeiro máximo.

A difração pode ser definida em física hadrônica da seguinte forma: em uma reação na qual nenhum número quântico é trocado entre as partículas colisoras, e cujo o estado final é caracterizado por uma grande (mas não suprimida exponencialmente) lacuna de



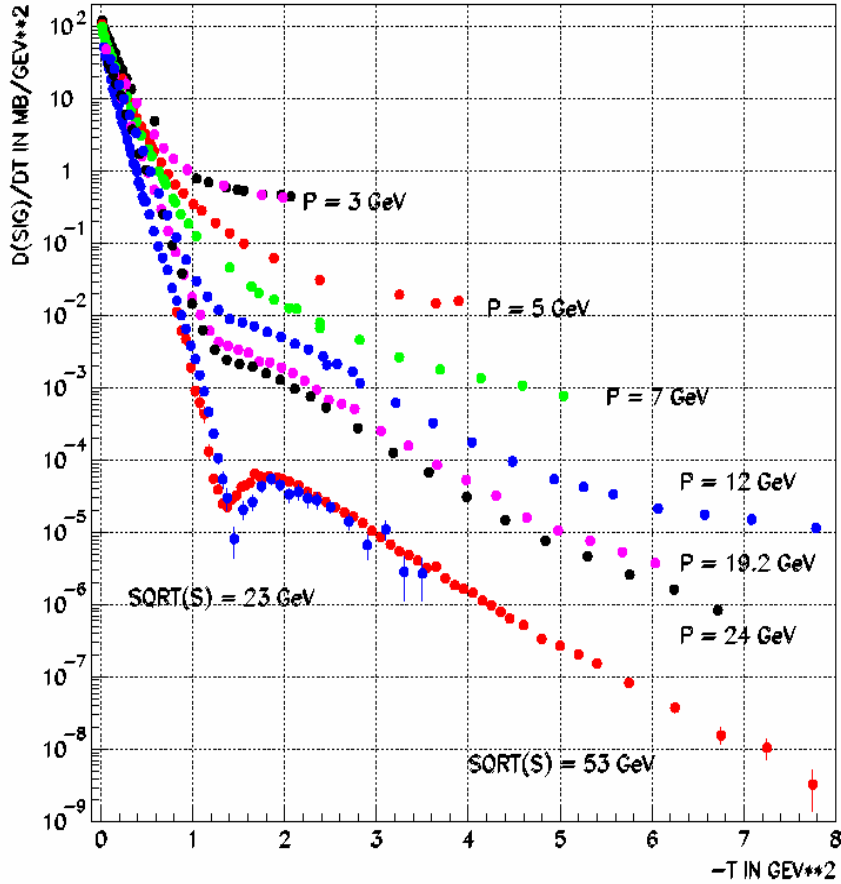


Figura 3.1: Seção de choque elástica próton-próton em função de  $t$ .  $P$  indica o momentum do próton em movimento (experimento de alvo fixo) [41].

rapidez<sup>1</sup>, é uma reação difrativa. Isso difere do caso não difrativo, onde a corrente de cor que conecta o pártion interagente ao próton remanescente produz uma cascata partônica, a qual preenche o espaço de fase de rapidez, como ilustrado na Fig.3.2. Na teoria de Regge<sup>2</sup> [43–45], este objeto com os números quânticos do vácuo, trocado entre o lépton e o hádron, é chamado de Pomeron [6]. Uma das formas de entender o Pomeron no contexto da QCD é considerando-o formado por dois glúons num estado singlete de cor [46].

Quando um processo satisfaz os critérios para ser considerado difrativo, ele pode ser classificado da seguinte forma: No caso em que uma das partículas incidentes não é alterada no processo, mas a outra partícula incidente dissocia em um conjunto de partículas com os mesmos números quânticos da partícula incidente, temos um processo de difração única (*single diffraction*),

$$1 + 2 \rightarrow 1' + X_2. \quad (3.3)$$

Já no caso em que cada uma das partículas incidentes dá origem a um grupo de partículas com exatamente os mesmos números quânticos de cada uma das duas partículas do estado

<sup>1</sup> A lacuna de rapidez (*rapidity gap*) é uma região do espaço de fase na qual não é observada nenhuma partícula. Em termos experimentais, é uma região angular no detector na qual nenhuma partícula é detectada.

<sup>2</sup>O leitor interessado nas ideias básicas e resultados da teoria de Regge, pode consultar [42].

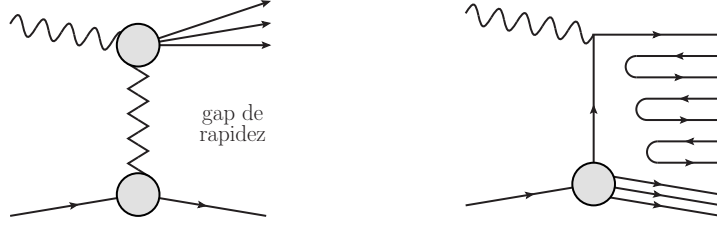


Figura 3.2: No processo difrativo (esquerda) temos uma interação com troca de números quânticos do vácuo, produzindo uma lacuna de rapidez. No processo não difrativo (direita), a interação é feita por uma partícula portadora de cor, a hadronização da corrente colorida preenche o espaço de fase de rapidez.

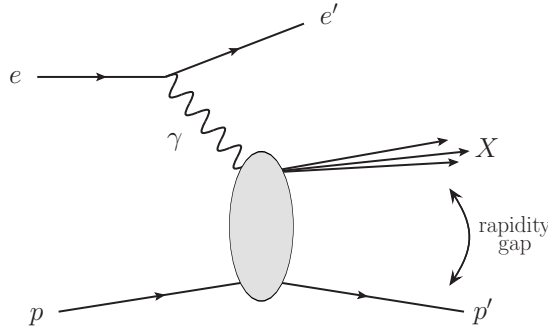


Figura 3.3: DDIS e sua assinatura típica, a lacuna de rapidez.

inicial, chamamos de difração dupla (*double diffraction*) [6],

$$1 + 2 \rightarrow X_1 + X_2. \quad (3.4)$$

## 3.2 Cinemática do espalhamento difrativo profundamente inelástico

Um processo difrativo típico, que é de interesse neste trabalho, é o espalhamento difrativo profundamente inelástico (*diffractive deep inelastic scattering* - DDIS), como mostrado na Fig.3.3. O DDIS é simplesmente um DIS com um estado final particular, caracterizado por uma grande lacuna de rapidez entre o próton remanescente e os produtos da hadronização do fóton. O fato do próton não dissociar implica que só pode haver troca de números quânticos do vácuo entre ele e o fóton. Desta forma, o sistema hadrônico  $X$  tem os mesmos números quânticos do fóton,  $J^{PC} = 1^{--}$ , onde  $J$  é o momentum angular total,  $P$  é a paridade e  $C$  é a conjugação de carga. O DDIS é um processo duro, no qual duas escalas de energia coexistem<sup>3</sup>: a macia, com  $R$ , e a dura, com  $Q^2$  [6].

<sup>3</sup> De acordo com a escala de energia envolvida em um processo, este pode ser classificado como macio ou duro. Os processos macios são caracterizados por uma escala de troca de energia da ordem do tamanho do hádron  $R$  ( $\sim 1$  fm). Esta é a única escala típica de tais processos. Essa classe de processos geralmente tem  $|t|$  pequeno:  $|t| \sim 1/R^2 \sim (\text{poucas centenas de MeV})^2$ . Devido a grande escala de comprimento presente nesses processos, eles são intrinsecamente não perturbativos. Por outro lado, os processos duros são caracterizados por duas (ou mais) escalas de energias: uma ainda do tamanho do hádron, como nos processos macios, e outra dura, com maior  $|t|$ . O momentum transferido é da ordem desta última, e por conseguinte, grande ( $\gtrsim 1$  GeV<sup>2</sup>). O alto valor do momentum transferido permite usar pQCD nesses processos [6].

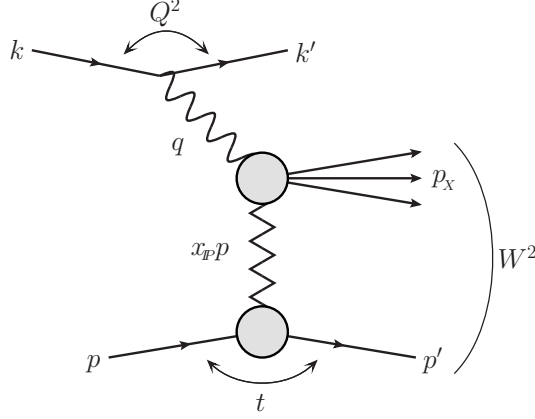


Figura 3.4: DDIS  $ep \rightarrow eXp$ .

A cinemática do processo  $\gamma^*p \rightarrow Xp$  pode ser descrita pelos invariantes

$$Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2 \quad \text{e} \quad t = (p' - p)^2, \quad (3.5)$$

e pelas variáveis escalonadas

$$x_{\mathcal{P}} = \frac{(p - p') \cdot q}{p \cdot q} = \frac{Q^2 + M_X^2 - t}{W^2 + Q^2 - M_p^2} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{Q^2}{2(p - p') \cdot q} = \frac{Q^2}{Q^2 + M_X^2 - t}, \quad (3.6)$$

onde  $W^2 = (p + q)^2$  é o quadrado da energia de centro de massa do processo  $\gamma^*p \rightarrow Xp'$ ,  $M_X$  é a massa invariante do sistema  $X$ ,  $M_p$  é a massa do próton e os momenta podem ser identificados na Fig.3.4. A variável  $x_{\mathcal{P}}$  é a fração de momentum perdida pelo próton incidente. A quantidade  $\beta$  tem a forma da variável de Bjorken (2.14), mas definida com respeito ao momentum  $(p - p')$  perdido pelo próton inicial, em vez do momentum inicial do próton  $p$ . Tal variável pode ser interpretada como a fração de momentum longitudinal do parton (que interage com fóton  $\gamma^*$ ) no Pomeron, o qual assumimos como sendo um par de glúons no estado singlete de cor. A relação entre  $x$ ,  $x_{\mathcal{P}}$  e  $\beta$  é dada por  $x = \beta x_{\mathcal{P}}$  [41, 47].

A seção de choque para o processo  $ep \rightarrow eXp$  pode ser escrita em termos das funções de estrutura difrativa  $F_2^{D(4)}$  e  $F_L^{D(4)}$  como<sup>4</sup>

$$\frac{d\sigma^{ep \rightarrow eXp}}{d\beta dQ^2 dx_{\mathcal{P}} dt} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{\beta Q^4} \left(1 - y + \frac{y^2}{2}\right) \sigma_r^{D(4)}(\beta, Q^2, x_{\mathcal{P}}, t), \quad (3.7)$$

onde  $\sigma_r^{D(4)}$  é a seção de choque reduzida, dada por

$$\sigma_r^{D(4)} = F_2^{D(4)} - \frac{y^2}{1 + (1 - y)^2} F_L^{D(4)}, \quad (3.8)$$

e  $y = (p \cdot q)/(p \cdot k)$  é a inelasticidade, que representa a fração de energia perdida pelo lépton incidente. A interpretação das funções de estrutura difrativa é análoga às funções de estrutura do DIS não difrativo  $ep \rightarrow eX$ . A função de estrutura  $F_L^{D(4)}$  corresponde ao fóton virtual com polarização longitudinal, e sua contribuição à seção de choque no

<sup>4</sup> O índice numérico refere-se ao número de variáveis que as funções de estrutura dependem, neste caso são 4:  $\beta$ ,  $Q^2$ ,  $x_{\mathcal{P}}$  e  $t$ .

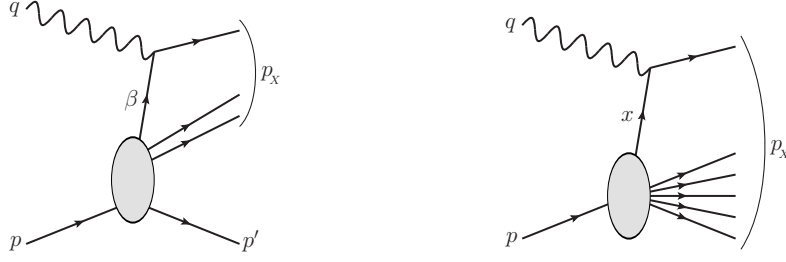


Figura 3.5: Analogia entre a fração de momentum portada pelo quark interagente, dado por  $\beta$  no caso difrativo (esquerda) e por  $x$  no caso não difrativo (direita).

regime cinemático acessível experimentalmente (baixo  $y$ ) é pequena. Dentro do intervalo  $\beta \lesssim 0,8 \sim 0,9$  podemos negligenciar  $F_L^{D(4)}$ ,

$$\frac{d\sigma^{ep \rightarrow eXp}}{d\beta dQ^2 dx_{\mathcal{P}} dt} \simeq \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{\beta Q^4} \left(1 - y + \frac{y^2}{2}\right) F_2^{D(4)}(\beta, Q^2, x_{\mathcal{P}}, t), \quad (3.9)$$

assim,  $F_2^{D(4)}$  é proporcional a seção de choque difrativa [6]. Quando o próton remanescente da colisão não é detectado, não há medida de  $t$ , e a seção de choque é integrada em  $t$ ,

$$\frac{d\sigma^{ep \rightarrow eXp}}{d\beta dQ^2 dx_{\mathcal{P}}} \simeq \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{\beta Q^4} \left(1 - y + \frac{y^2}{2}\right) F_2^{D(3)}(\beta, Q^2, x_{\mathcal{P}}), \quad (3.10)$$

onde a função de estrutura  $F_2^{D(3)}$  é definida como

$$F_2^{D(3)}(\beta, Q^2, x_{\mathcal{P}}) = \int dt F_2^{D(4)}(\beta, Q^2, x_{\mathcal{P}}, t). \quad (3.11)$$

Para comparar o comportamento de  $F_2^D$  difrativo com  $F_2$  não difrativo, observamos os diagramas de cada processo dentro do modelo de pártons, como mostrado na Fig.3.5. Nesta representação vemos que a variável  $\beta$  é a fração de momentum portada pelo quark interagente com respeito a  $(p-p')$ , enquanto a variável  $x$  é a fração de momentum com respeito a  $p$ . Assim, para um valor fixo de  $x_{\mathcal{P}}$ , a evolução em  $x$  e  $Q^2$  (do caso não difrativo) é equivalente a evolução em  $\beta$  e  $Q^2$  (do caso difrativo). Desta forma podemos fazer uma analogia no DIS, entre o  $\beta$  difrativo e o  $x$  não difrativo. Na Fig.3.6 vemos que a função de estrutura  $F_2^D$  aumenta logaritmicamente com  $Q^2$  (a não ser para  $\beta$  muito elevado), de forma que há um escalonamento de Bjorken aproximado. Comparando este resultado com o resultado de  $F_2$  da Fig.2.3, vemos que embora a função de estrutura inclusiva  $F_2$  cresça com  $Q^2$  apenas para  $x \lesssim 0,2$ , a função de estrutura difrativa  $F_2^D$  exhibe violação de escalonamento positiva mesmo para valores relativamente altos de  $\beta$ , acima de  $\beta = 0,4$ . Esta é uma indicação da diferença entre os conteúdos partônicos das funções de estrutura inclusiva e difrativa. No próton, violações negativas de escalonamento refletem a presença de quarks de valência irradiando glúons, enquanto as violações positivas são devido ao aumento das densidade de glúons e quarks de mar quando o próton é provado com maior resolução. Portanto, os dados de  $F_2^D$  sugerem que os pártons resolvidos em eventos difrativos são predominantemente glúons [6, 41].

Experimentalmente, além da distinção baseada em lacunas de rapidez, já descrita acima, outras duas técnicas são utilizadas para distinguir entre processos difrativos e não difrativos. Uma delas está baseada na distribuição de eventos com diferente massa invariante  $M_X^2$  do espalhamento  $\gamma^*p$ . No caso difrativo, sendo  $N$  o número de eventos, temos a

### HERA inclusive diffraction

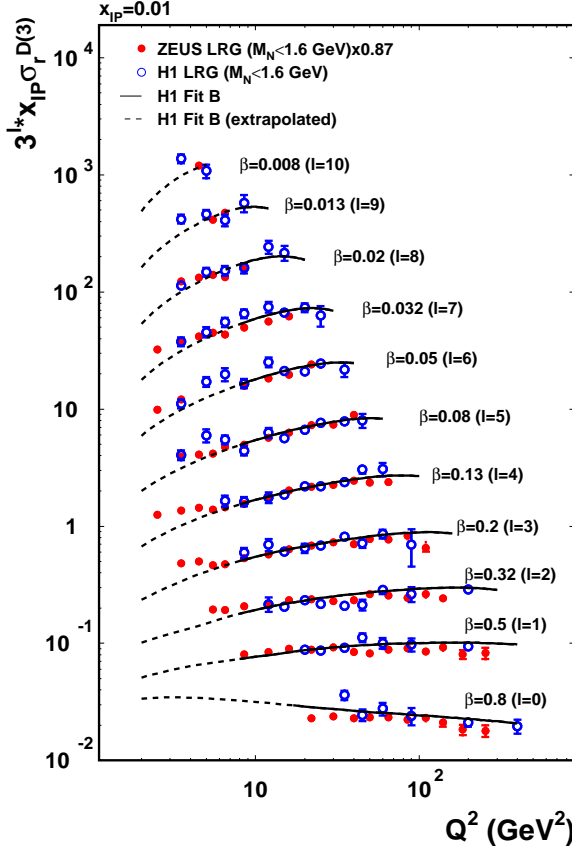


Figura 3.6: Violação de escalonamento de Bjorken no DDIS, mostrando a dependência de  $x_P \sigma_r^{D(3)} \sim F_2^{D(3)}$  em  $Q^2$  [48].

distribuição  $dN/d \ln M_X^2$  aproximadamente constante, enquanto que processos não difrativos produzem uma distribuição  $dN/d \ln M_X^2$  com dependência exponencial em  $\ln M_X^2$ . A outra forma de distinção é detectando diretamente o próton intacto no estado final. Este próton perde uma pequena fração de seu momentum longitudinal  $x_P$  e ganha apenas um pequeno momentum transversal, portanto, ele é espalhado com um ângulo muito pequeno. Como o próton permanece muito próximo da linha do feixe, sua detecção torna-se difícil, fazendo com que o número de eventos detectados usando essa técnica tenha grande incerteza estatística [6, 47].

Como feito para o caso de DIS não difrativo em (2.19), um teorema de fatorização também é usado para as funções de estrutura difrativa. Assim podemos escrever tais quantidades em termos das distribuições partônicas difrativas, que representam a probabilidade de encontrar um parton em um hádron, sob a condição de que o hádron sofra espalhamento difrativo. Usando a fatorização no caso não difrativo, podemos encontrar as PDFs em DIS  $ep$  e após, utilizar as mesmas PDFs em colisões hádron-hádron. Já no caso difrativo tal procedimento falha, de forma que não podemos usar as PDFs difrativas extraídas do DDIS para fazer previsões para processos difrativos hádron-hádron [6]. Tentativas de estabelecer um teorema corresponde para interações  $pp$  falharam devido às interações entre os partons espectadores e colisões múltiplas. Essas interações produzem partículas que preenchem as lacunas de rapidez que seriam deixadas por um espalhamento

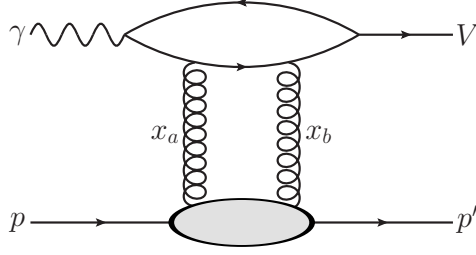


Figura 3.7: Produção difrativa de um méson vetorial  $V$ .

difrativo. Em reações  $pp$ , ambos objetos são sistemas compostos e de grande tamanho transversal, fazendo com que o número de interações múltiplas entre seus constituintes seja substancial. Em contraste, o fóton virtual em processos  $\gamma^*p$  possui um pequeno tamanho transversal, o que desfavorece interações múltiplas e permite utilizar o teorema de fatorização [41]. Também espera-se que diminuindo a virtualidade  $Q^2$ , o fóton se comporte mais como um hádron, de forma que a fatorização difrativa também é quebrada [47].

### 3.3 Processos difrativos exclusivos

Processos de espalhamento podem ser classificados de acordo com a identificação das partículas produzidas na colisão. Para um espalhamento

$$1 + 2 \rightarrow X + Y, \quad (3.12)$$

quando ambas partículas do estado final são identificadas, o processo é dito exclusivo. No caso em que apenas uma das partículas do estado final é identificado, o processo é denominado semi-inclusivo. Por fim, se não há identificação de qualquer partícula no estado final, esse processo é chamado de inclusivo [6].

Podemos ter processos exclusivos difrativos, nos quais um fóton dissocia em uma única partícula após o espalhamento, a qual denotaremos por  $V$ . Uma distinção pode ser feita quanto a virtualidade deste fóton, de forma que há dois possíveis processos:

Processos de fotoprodução ( $Q^2 \simeq 0$ ):  $\gamma + p \rightarrow V + p$ .

Processos de leptoprodução ( $Q^2 > 0$ ):  $\gamma^* + p \rightarrow V + p$ .

Uma vez que a difração envolve a troca de números quânticos do vácuo, a partícula  $V$  no estado final pode ser um fóton real ou um méson vetorial, que possui os mesmos números quânticos  $J^{PC}$  do fóton, sendo a última reação, um processo quase-elástico. Ambos processos foram intensamente estudados no HERA, para diversos mésons vetoriais [6]. Tal tipo de espalhamento pode ser visualizado na Fig.3.7. Uma característica notável dos dados do HERA, que pode ser vista na Fig.3.8 e na Fig.3.9, é que este tipo de processo prova diferentes regimes dinâmicos. A dependência em energia torna-se mais forte na presença da escala dura, a qual pode ser alcançada pela alta virtualidade do fóton ou pela grande massa do méson vetorial [41]. Por exemplo, na Fig.3.8, a seção de choque para a fotoprodução do méson pesado  $J/\psi$  cresce mais rapidamente com a energia do que a seção de choque do méson leve  $\rho$ . A parametrização mostrada é do tipo  $W^\delta$ , com os valores de  $\delta$  mostrados para cada reação. Vemos que há uma transição dos processos com baixa massa, de menor  $\delta$ , para processos com grande massa, de maior  $\delta$ . Neste caso, a transição entre processos macios e duros é determinada pela massa do méson vetorial [47]. Estas mesmas

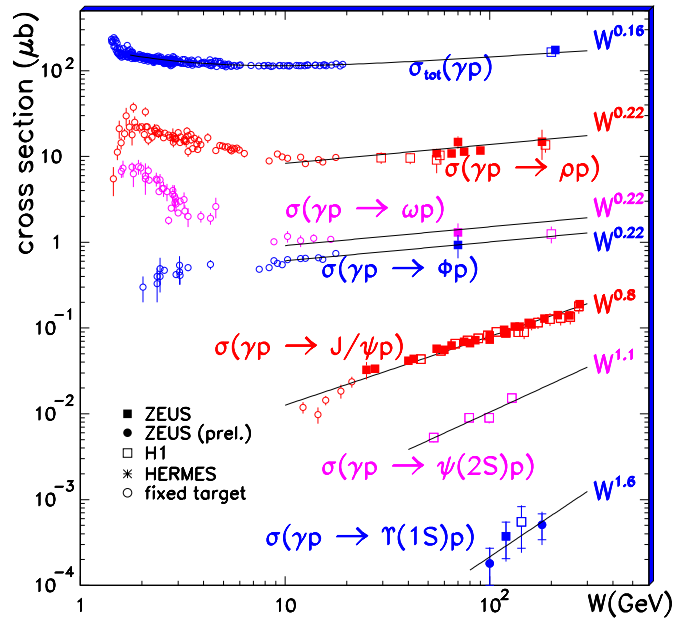


Figura 3.8: Dependência em  $W$  da seção de choque exclusiva para produção de diferentes mésons vetoriais [47].

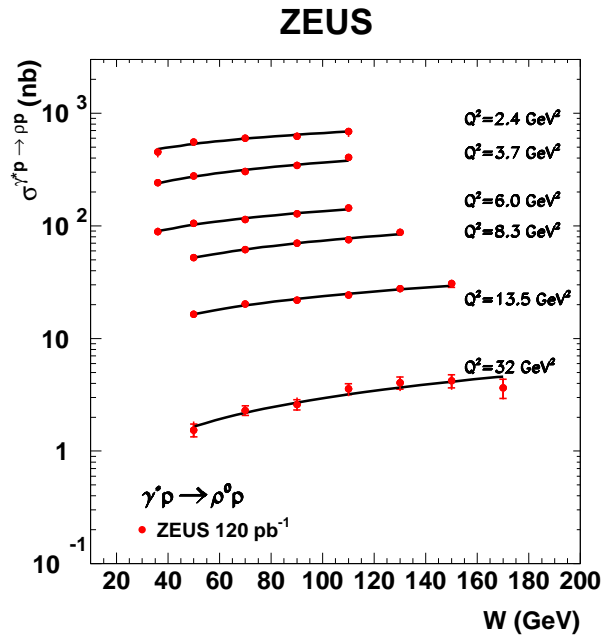


Figura 3.9: Dependência em  $W$  da seção de choque exclusiva para produção do méson vetorial  $\rho$  para diferentes virtualidades [49].

conclusões aplicam-se a Fig.3.9, onde temos a leptoprodução do méson  $\rho^0$ , para diferentes virtualidades. Entretanto, neste caso é a virtualidade que determina a transição entre dinâmicas. A presença da escala dura nesses processos (seja por  $Q^2$  ou por  $m_V$ ) garante que podemos utilizar pQCD para estudá-los. O rápido crescimento da seção de choque com  $W$  é atribuído ao aumento da distribuição de glúons em baixo  $x$  [6].

Para calcular a seção de choque total de fotoprodução de mésons vetoriais leves, a massa dos quarks não é suficiente para garantir que o processo seja duro, assim, um tratamento perturbativo só é possível para processos de leptoprodução, onde  $Q^2$  é diferente de zero.

### 3.3.1 Correções fenomenológicas

Para processos duros, a seção de choque inclusiva é bem descrita pelas PDFs, as quais dependem apenas da fração de momentum  $x$  portada pelo párton interagente e da escala de momentum  $\mu^2$  envolvida. Entretanto, seções de choque “elásticas”, como a produção difrativa de mésons vetoriais, devem ser descritas por funções de distribuição partônica generalizadas (*generalized parton distribution function* - GPDFs) [50–52]. As GPDFs dependem do momentum transferido  $t$ , da escala  $\mu^2$ , e da fração de momentum portada por cada um dos pártons interagentes,  $x_{a,b} = x \pm \xi$ . No caso de processos difrativos com grande lacuna de rapidez, a seção de choque é descrita em termos de GPDFs e tipicamente tem  $\xi \approx x \ll 1$ , ou seja,  $1 \gg x_a \gg x_b$ . Visto que estamos interessados no caso difrativo (troca de dois glúons no estado singleto de cor), limitaremos a discussão apenas à GPDF do setor de glúons. Esta é dada por  $H(x, \xi) \equiv H_g(x, \xi, \mu^2, t)$ . No limite de  $\xi \rightarrow 0$ , onde temos  $x_a = x_b$ , as GPDFs resumem-se as PDFs usuais, ou seja,  $H(x, 0) = xg(x)$  [53]. A correção da aproximação  $x_a = x_b$  é levada em conta na seção de choque se incluímos o fator de torção (*skewedness*)  $R_g$  no regime de  $x = \xi$ . Este fator é dado pela razão da GPDF pela PDF, tal que no regime  $x = \xi$  [54, 55],

$$R_g \equiv \frac{H(\xi, \xi)}{H(2\xi, 0)} = \frac{2^{2\lambda+3} \Gamma(\lambda + 5/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\lambda + 4)}, \quad (3.13)$$

sendo  $\lambda$  o expoente que fixa o comportamento da distribuição de glúons em  $x$ , na forma  $xg(x) \sim x^{-\lambda}$ .

Como veremos no Cap.4, na obtenção da amplitude de espalhamento  $\mathcal{A}$ , é suposto que  $\mathcal{A}$  seja puramente imaginária. Entretanto, a parte real da amplitude  $\mathcal{A}$  não é nula. Ela pode ser levada em conta ao incluímos um fator  $(1 + \beta^2)$  na seção de choque. O fator  $\beta$  é a razão da parte real pela parte imaginária da amplitude de espalhamento  $\mathcal{A}$ , e usando relações de dispersão obtém-se a seguinte expressão [54],

$$\beta = \frac{\text{Re } \mathcal{A}(t=0)}{\text{Im } \mathcal{A}(t=0)} = \tan\left(\frac{\pi\lambda}{2}\right). \quad (3.14)$$

As correções acima são utilizadas por diversos autores na descrição da produção difrativa exclusiva de mésons vetoriais e fótons reais, alguns exemplos são [56–61].

## 3.4 Conclusões

Neste capítulo vimos a relação dos processos difrativos em física de partículas com a difração ótica. Definimos uma reação difrativa em termos da ausência de números quânticos trocados entre as partículas colisoras, e da característica lacuna de rapidez no estado final desse tipo de processo. Apresentamos as variáveis usuais e os resultados do DDIS. Vimos que para altas energias, o conteúdo de glúons no DDIS é ainda mais relevante para a dinâmica do que no DIS. Ao estudar processos exclusivos, vimos como a virtualidade e a massa das partículas envolvidas regulam o regime dinâmico. Constatamos que altos valores de  $Q^2$  ou de  $m_V$  garantem a presença da escala de energia dura, onde



pQCD é válida. Por fim, vimos dois fatores que devem ser levados em consideração no cálculo da seção de choque exclusiva difrativa: a parte real da amplitude de espalhamento, e a diferença de momentum entre as partículas trocadas no processo de espalhamento. O próximo passo é estudar os processos vistos até agora no regime de altas energias, no qual utilizaremos a representação de dipolos de cor.

# Capítulo 4

## Espalhamento profundamente inelástico na representação de dipolos de cor

Uma abordagem utilizada para estudar o DIS no regime de altas energias (pequeno  $x$ ) é a representação de dipolos de cor. No referencial de dipolo, no qual o fóton tem energia suficiente apenas para flutuar em um par quark-antiquark, o fóton emitido pelo elétron flutua em um par  $q\bar{q}$  (a uma grande distância do alvo), então, após um longo tempo, o par  $q\bar{q}$  espalha-se no próton. Desde que o tempo de interação seja muito mais curto do que o tempo de vida do par, o tamanho transversal  $r$  do par  $q\bar{q}$  pode ser considerado fixo durante o processo de espalhamento. Isto nos permite interpretar o DIS como o espalhamento de um dipolo  $q\bar{q}$  com um nucleon, sendo esta interação descrita pela seção de choque de dipolo,  $\sigma_{dip}$  [6]. Usaremos essa ideia para descrever o espalhamento em termos de estados de Fock<sup>1</sup> do fóton. Obtêm-se assim as expressões para as seções de choque  $\gamma^*p$  inclusiva  $\sigma^{\gamma^*p}$  e difrativa  $\sigma^D$ , ambas em termos da seção de choque de dipolo  $\sigma_{dip}$ , a qual contém toda a informação sobre a interação do par  $q\bar{q}$  com o nucleon. Também será feita uma análise qualitativa para o comportamento das seções de choque  $\gamma^*p$  inclusiva e difrativa, considerando que  $\sigma_{dip}$  torne-se constante no regime de altas energias.

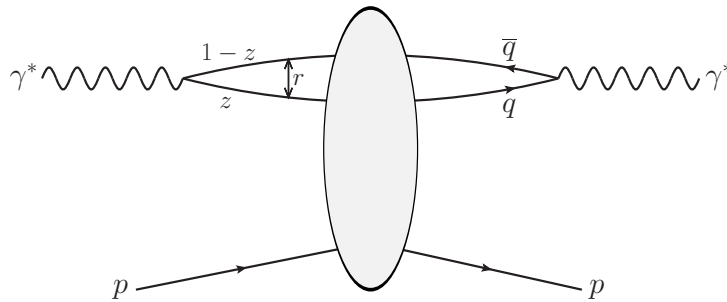


Figura 4.1: Espalhamento  $\gamma^*p$  na representação de dipolos de cor:  $z$  é a fração de momento do fóton portata pelo quark e  $r$  é o tamanho do dipolo no plano transversal.

<sup>1</sup> Vetores de estado  $|q\bar{q}, q\bar{q}g, \dots\rangle$  formam uma base do espaço de Hilbert de segunda quantização na representação de número de partícula, que envolve os operadores criação e aniquilação. Tais vetores de estados são chamados de estados de Fock, bem como este espaço de Hilbert é chamado de espaço de Fock [62].

## 4.1 Processos inclusivos

Iniciaremos o desenvolvimento da representação de dipolos com a descrição de processos inclusivos. Seja  $T$  a matriz que descreve a transição entre dois autoestados de interação de um hádron  $N$ . Supondo que a amplitude de espalhamento seja puramente imaginária:  $T = iD$ , onde  $D$  é real. Vamos considerar uma base de estados hadrônicos físicos  $|i\rangle$  com os mesmos números quânticos.

Introduzindo o conjunto completo de autoestados de  $D$  como

$$D|\alpha\rangle = d_\alpha|\alpha\rangle, \quad (4.1)$$

tal que o autovalor  $d_\alpha$  é proporcional à seção de choque total para o espalhamento  $\alpha N$ , que chamamos  $\sigma_\alpha$ . O teorema ótico (ver apêndice A) nos dá a relação entre a seção de choque total e parte imaginária da amplitude de espalhamento elástica:

$$\sigma_\alpha \equiv \sigma_{tot}^{\alpha N} = \frac{1}{s} \text{Im} [\langle \alpha | iD | \alpha \rangle] = \frac{1}{s} \text{Im} [i \langle \alpha | \alpha \rangle d_\alpha] = \frac{1}{s} d_\alpha, \quad (4.2)$$

onde  $\sqrt{s}$  é a energia de centro de massa do sistema  $\alpha N$ . Assumindo que o estado físico  $|i\rangle$  possa ser expandido em termos da base  $|\alpha\rangle$  de autoestados de  $D$  temos

$$|i\rangle = \sum_\alpha |\alpha\rangle \langle \alpha | i \rangle = \sum_\alpha c_{i\alpha} |\alpha\rangle, \quad (4.3)$$

e o mesmo para  $\langle k|$ ,

$$\langle k| = \sum_\beta \langle k | \beta \rangle \langle \beta| = \sum_\beta c_{k\beta}^* \langle \beta|, \quad (4.4)$$

com as duas expressões acima podemos escrever os elementos de matriz do operador  $D$  como

$$D_{ik} = \langle k | D | i \rangle = \sum_\alpha \sum_\beta c_{i\alpha} c_{k\beta}^* \langle \beta | D | \alpha \rangle = \sum_\alpha \sum_\beta c_{i\alpha} c_{k\beta}^* \langle \beta | \alpha \rangle d_\alpha \quad (4.5)$$

$$= \sum_\alpha \sum_\beta c_{i\alpha} c_{k\beta}^* \delta_{\alpha\beta} d_\alpha = \sum_\alpha c_{i\alpha} c_{k\alpha}^* d_\alpha \quad (4.6)$$

de forma que a amplitude elástica (elementos da diagonal) é

$$D_{ii} = \langle i | D | i \rangle = \sum_\alpha c_{i\alpha} c_{i\alpha}^* d_\alpha = \sum_\alpha |c_{i\alpha}|^2 d_\alpha, \quad (4.7)$$

utilizando (4.2) temos a seção de choque total do espalhamento  $iN$  [6]:

$$\sigma_{tot}^{iN} = \frac{1}{s} D_{ii} = \sum_\alpha |c_{i\alpha}|^2 \frac{d_\alpha}{s} = \sum_\alpha |c_{i\alpha}|^2 \sigma_\alpha. \quad (4.8)$$

O valor esperado de um dado operador  $\mathcal{O}$  no estado  $|i\rangle$  é

$$\langle \mathcal{O} \rangle \equiv \langle i | \mathcal{O} | i \rangle, \quad (4.9)$$

que expandido nos autoestados de  $D$  torna-se

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \sum_\alpha \sum_\beta \langle i | \alpha \rangle \langle \alpha | \mathcal{O} | \beta \rangle \langle \beta | i \rangle = \sum_\alpha \sum_\beta c_{i\alpha} c_{i\beta}^* \langle \alpha | \mathcal{O} | \beta \rangle, \quad (4.10)$$

se  $\mathcal{O}$  é um operador diagonal na base  $|\alpha\rangle$ , então:

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \sum_{\alpha} c_{i\alpha} c_{i\alpha}^* \langle \alpha | \mathcal{O} | \alpha \rangle = \sum_{\alpha} |c_{i\alpha}|^2 \mathcal{O}_{\alpha}. \quad (4.11)$$

Comparando (4.8) e (4.11) temos:

$$\sigma_{tot}^{iN} = \langle \sigma_{\alpha} \rangle, \quad (4.12)$$

ou seja, a seção de choque de um espalhamento  $iN$  pode ser expressa em termos do valor esperado da seção de choque de interação do autoestado  $\alpha$  com o alvo [6].

Agora vamos usar o formalismo acima para descrever o DIS em termos de dipolos de cor. Na representação de dipolos de cor o autoestado  $|\alpha\rangle$  definido acima será identificado com o estado de Fock  $|q\bar{q}\rangle$ , sendo este o estado no qual o fóton virtual flutua antes de encontrar o alvo. A seção de choque  $\sigma_{\alpha}$  será a seção de choque de espalhamento dipolo-próton,  $\sigma_{dip}(x, r)$ . Nesta representação, o valor esperado da seção de choque de espalhamento  $\sigma_{\alpha}$  (aqui identificada como  $\sigma_{dip}$ ) pode ser escrito somando-se dipolos de todos tamanhos e com qualquer divisão de fração de momentum do fóton (entre  $q$  e  $\bar{q}$ , de  $z = 0$  a  $z = 1$ ), sendo tal quantidade mediada pela função de onda do fóton, ou seja,

$$\langle \sigma_{L,T}^{dip}(x, Q^2) \rangle \equiv \int_0^1 dz \int d^2r |\Psi_{L,T}(z, r)|^2 \sigma_{dip}(x, r), \quad (4.13)$$

onde  $z$  é a fração de momentum do fóton carregada pelo quark e  $\bar{z} = (1 - z)$  a fração de momentum do fóton carregada pelo antiquark,  $r$  é o raio transversal do par  $q\bar{q}$ ,  $\Psi_{L,T}$  é a função de onda que descreve a flutuação do fóton em um dipolo de cor, e  $\sigma_{dip}$  é a seção de choque de interação entre o par  $q\bar{q}$  e o alvo [6]. Esta abordagem de dipolos de cor, bem como a expressão acima, foi mostrada válida por Nikolaev e Zakharov [63–65] e por Mueller [66–68].

O termo  $|\Psi_{L,T}(z, r)|^2$ , também obtido pelos autores acima citados, pode ser escrito em termos de funções de Bessel modificadas de segundo tipo ( $K_0$  e  $K_1$ ) e  $\epsilon^2 = Q^2 z\bar{z} + m_f^2$ , sendo dado por [69]:

$$|\Psi_L(z, r)|^2 = \frac{6\alpha}{(2\pi)^2} \sum_q 4e_q^2 Q^2 z^2 \bar{z}^2 K_0^2(\epsilon r), \quad (4.14)$$

$$|\Psi_T(z, r)|^2 = \frac{6\alpha}{(2\pi)^2} \sum_q e_q^2 [(z^2 + \bar{z}^2) \epsilon^2 K_1^2(\epsilon r) + m_f^2 K_0^2(\epsilon r)]. \quad (4.15)$$

As relações acima podem ser interpretadas como sendo a probabilidade do fóton virtual flutuar em um par  $q\bar{q}$ . Já a interação do par  $q\bar{q}$  com o alvo é representada pela quantidade  $\sigma_{dip}(x, r)$ , dada pela seguinte integral no momentum transversal  $k$  [63, 70, 71]:

$$\sigma_{dip}(x, r) = \frac{4\pi}{3} \int \frac{d^2k}{k^4} \alpha_s f(x, k^2) (1 - e^{ik \cdot r}), \quad (4.16)$$

onde  $f(x, k^2)$  é a distribuição de glúons não integrada, que está relacionada com a distribuição de glúons usual por

$$f(x, k^2) = \frac{\partial g(x, k^2)}{\partial \ln k^2}, \quad (4.17)$$

portanto, a seção de choque de dipolo contém a dinâmica do processo. A fatorização  $k_\perp$  de altas energias leva à [65, 71, 72]:

$$\sigma_{dip}(x, r) \sim r^2 \alpha_s(r) x g(x, 1/r^2), \quad (4.18)$$

válida para pequeno  $r$  em DLLA (veja seção 2.3) [41].

Por fim, utilizando (4.12) e (4.13), o espalhamento inclusivo fóton-próton pode ser escrito na representação de dipolos de cor como

$$\sigma_{L,T}^{\gamma^* p}(x, Q^2) \equiv \int_0^1 dz \int d^2 r |\Psi_{L,T}(z, r)|^2 \sigma_{dip}(x, r). \quad (4.19)$$

## 4.2 Processos difrativos

Agora passamos a descrição dos processos difrativos, usando o mesmo formalismo utilizado na seção anterior. Por definição [6], a seção de choque difrativa em  $t=0$  é

$$\left. \frac{d\sigma_{iN}^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi s^2} \sum_{k \neq i} D_{ik}^2 = \frac{1}{16\pi s^2} \left( \sum_k D_{ik}^2 - D_{ii}^2 \right), \quad (4.20)$$

usando a completeza do estado  $|k\rangle$  podemos reescrever o seguinte termo

$$\sum_k D_{ik}^2 = [\langle i|D|k\rangle]^2 = \sum_k \langle i|D|k\rangle \langle i|D|k\rangle^* = \sum_k \langle i|D|k\rangle \langle k|D|i\rangle = \langle i|D^2|i\rangle \quad (4.21)$$

de forma que (4.20) torna-se

$$\left. \frac{d\sigma_{iN}^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi s^2} (\langle i|D^2|i\rangle - \langle i|D|i\rangle^2). \quad (4.22)$$

Expandindo  $|i\rangle = \sum_\alpha c_{i\alpha} |\alpha\rangle$ , e usando (4.2) e (4.11) temos

$$\langle i|D^2|i\rangle = \sum_\alpha c_{i\alpha} c_{i\alpha}^* \langle \alpha|D^2|\alpha\rangle = \sum_\alpha |c_{i\alpha}|^2 \langle \alpha|D^2|\alpha\rangle = s^2 \sum_\alpha |c_{i\alpha}|^2 \sigma_\alpha^2 = s^2 \langle \sigma_\alpha^2 \rangle, \quad (4.23)$$

e fazendo analogamente para o termo  $\langle i|D|i\rangle^2$ , podemos escrever (4.22) como

$$\left. \frac{d\sigma_{iN}^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi} (\langle \sigma_\alpha^2 \rangle - \langle \sigma_\alpha \rangle^2). \quad (4.24)$$

Esta fórmula expressa a seção de choque de dissociação difrativa em termos de valor esperado [6]. Com as mesmas considerações utilizadas no caso inclusivo da seção anterior,  $|\alpha\rangle \rightarrow |q\bar{q}\rangle$  e  $\sigma_\alpha \rightarrow \sigma_{dip}$ , podemos escrever:

$$\left. \frac{d\sigma_{L,T}^D(x, Q^2)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi} (\langle \sigma_{dip}^2(x, r) \rangle_{L,T} - \langle \sigma_{dip}(x, r) \rangle_{L,T}^2). \quad (4.25)$$

Uma vez que  $\langle \sigma_{dip}(x, r) \rangle_{L,T} \equiv \sigma_{L,T}^{\gamma^* p} = \mathcal{O}(\alpha_{em})$ , podemos negligenciar o termo  $\langle \sigma_{dip}(x, r) \rangle_{L,T}^2$  em (4.25).

Por fim, utilizamos (4.13) para reescrever o valor esperado, somos levados à,

$$\left. \frac{d\sigma_{L,T}^D(x, Q^2)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi} \langle \sigma_{dip}^2(x, r) \rangle_{L,T} = \frac{1}{16\pi} \int_0^1 dz \int d^2 r |\Psi_{L,T}(z, r)|^2 \sigma_{dip}^2(x, r). \quad (4.26)$$

Embora a derivação acima seja semi-intuitiva, a expressão (4.26) é exata [6]. Portanto, a seção de choque difrativa total é dada por<sup>2</sup>

$$\sigma_{L,T}^D(x, Q^2) = \int_{-\infty}^0 dt \frac{d\sigma_{L,T}^D}{dt} = \int_{-\infty}^0 dt e^{-Bt} \frac{d\sigma_{L,T}^D}{dt} \Big|_{t=0} \quad (4.27)$$

$$= \frac{1}{16\pi B} \int_0^1 dz \int d^2r |\Psi_{L,T}(z, r)|^2 \sigma_{dip}^2(x, r). \quad (4.28)$$

### 4.3 Análise qualitativa

A seção de choque de espalhamento dipolo-próton será estudada em detalhes no Cap.5, neste momento apenas analisaremos seu comportamento assintótico. Para isso, consideraremos que a  $\sigma_{dip}$  tenda a um valor constante com o aumento da energia, comportamento que será justificado no próximo capítulo.

No caso de pares pequenos,  $r \rightarrow 0$ , temos

$$\sigma_{dip}(x, r) \sim r^2, \quad (4.29)$$

de forma estes pares interagem muito pouco com o próton. Essa propriedade é chamada de transparência de cor. Já para grandes valores de  $r$ , devido ao confinamento,  $\sigma_{dip}$  deixa de crescer em algum valor típico de seção de choque hádron-nucleon [6]:

$$\sigma_{dip}(x, r) \sim \sigma_0. \quad (4.30)$$

Além de  $\sigma_{dip}$ , a seção de choque fóton-próton depende de  $|\Psi_{L,T}(z, r)|^2$ , que por sua vez depende das funções de Bessel  $K_0(\chi)$  e  $K_1(\chi)$ , as quais diminuem exponencialmente para  $\chi = \epsilon r$  grande, de forma que a contribuição dominante vem de pares  $q\bar{q}$  com  $\chi \approx 1$ , ou seja, de pares com tamanho

$$r^2 \sim \frac{1}{\epsilon^2} \approx \frac{1}{Q^2 z(1-z)}, \quad (4.31)$$

onde desprezamos a massa.

Assim, os pares assimétricos (pares com  $z \approx 0$  ou  $z \approx 1$ ), nos quais um dos pártons carrega a maior parte do momentum, têm grande tamanho  $r \gtrsim R \gg 1/Q$ , onde  $R \sim 1$  fm é o raio de confinamento típico. Já os pares simétricos (pares com  $z \approx 1/2$ , ou seja,  $z \approx \bar{z}$ ), nos quais o quark e o antiquark carregam uma fração de momentum longitudinal semelhante, têm tamanhos menores  $r \lesssim 1/Q$  [6].

Para uma análise qualitativa da seção de choque difrativa, vamos aproximar as funções de Bessel modificadas por funções degrau:

$$K_0(\epsilon r) \sim \Theta(1 - \epsilon r) \quad \text{e} \quad K_1(\epsilon r) \sim \frac{\Theta(1 - \epsilon r)}{\epsilon r}. \quad (4.32)$$

Faremos a análise do processo difrativo, sendo que este difere do caso inclusivo apenas pela potência da seção de choque de dipolo, como podemos ver ao comparar (4.13) e (4.26).

Para o caso da configuração simétrica (pequeno dipolo) temos  $z \sim 1/2$  e  $r \sim 1/Q$ .

---

<sup>2</sup> A dependência em  $t$  na forma exponencial é uma aproximação devido ao rápido decréscimo da seção de choque em função de  $t$ , estando  $B$  relacionado à distribuição espacial de pártons dentro do nucleon (função perfil) [6].

Aqui introduzimos um corte na integral em  $r$ , devido ao comportamento exponencial das funções de Bessel. Assim, utilizando (4.14) e (4.15), a seção de choque (4.26) pode ser aproximada por

$$\left. \frac{d\sigma_T^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16} \int_0^1 dz \int_0^{1/Q^2} dr^2 \left[ \frac{6\alpha}{(2\pi)^2} \sum_q 4e_q^2 (z^2 + \bar{z}^2) \epsilon^2 K_1^2(\epsilon r) \right] \sigma_{dip}^2(x, r) \quad (4.33)$$

$$\sim \underbrace{\int_0^1 dz [z^2 + (1-z)^2]}_{\sim \text{cte}} \int_0^{1/Q^2} dr^2 \frac{\epsilon^2}{\epsilon^2 r^2} \underbrace{\sigma_{dip}^2(x, r)}_{\sim r^4} \sim \int_0^{1/Q^2} dr^2 r^2 \sim \frac{1}{Q^4}, \quad (4.34)$$

e

$$\left. \frac{d\sigma_L^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16} \int_0^1 dz \int_0^{1/Q^2} dr^2 \left[ \frac{6\alpha}{(2\pi)^2} \sum_q 4e_q^2 Q^2 z^2 \bar{z}^2 K_0^2(\epsilon r) \right] \sigma_{dip}^2(x, r) \quad (4.35)$$

$$\sim \underbrace{\int_0^1 dz [z^2(1-z)^2]}_{\sim \text{cte}} \int_0^{1/Q^2} dr^2 Q^2 \underbrace{\sigma_{dip}^2(x, r)}_{\sim r^4} \sim Q^2 \int_0^{1/Q^2} dr^2 r^4 \sim \frac{1}{Q^4}. \quad (4.36)$$

Já para o caso da configuração assimétrica (dipolo grande) temos  $z \sim \mu^2/Q^2$  e  $r \sim 1/\mu$  (onde  $\mu \sim 1/R$ )<sup>3</sup>

$$\left. \frac{d\sigma_T^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16} \int_0^1 dz \int_{1/\mu^2}^\infty dr^2 \left[ \frac{6\alpha}{(2\pi)^2} \sum_q 4e_q^2 (z^2 + \bar{z}^2) \epsilon^2 K_1^2(\epsilon r) \right] \sigma_{dip}^2(x, r) \quad (4.38)$$

$$\sim \underbrace{\int_0^1 dz [z^2 + (1-z)^2]}_{\sim z \sim \mu^2/Q^2} \int_{1/\mu^2}^\infty dr^2 \frac{\epsilon^2}{\epsilon^2 r^2} \underbrace{\sigma_{dip}^2(x, r)}_{\sim r^4} \sim \frac{\mu^2}{Q^2} \int_{1/\mu^2}^\infty dr^2 r^2 \sim \frac{1}{\mu^2 Q^2}, \quad (4.39)$$

e

$$\left. \frac{d\sigma_L^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16} \int_0^1 dz \int_{1/\mu^2}^\infty dr^2 \left[ \frac{6\alpha}{(2\pi)^2} \sum_q 4e_q^2 Q^2 z^2 \bar{z}^2 K_0^2(\epsilon r) \right] \sigma_{dip}^2(x, r) \quad (4.40)$$

$$\sim \underbrace{\int_0^1 dz [z^2(1-z)^2]}_{\sim z^3 \sim \mu^6/Q^6} \int_{1/\mu^2}^\infty dr^2 Q^2 \underbrace{\sigma_{dip}^2(x, r)}_{\sim r^4} \sim \frac{\mu^6}{Q^6} Q^2 \int_{1/\mu^2}^\infty dr^2 r^4 \sim \frac{1}{Q^4}. \quad (4.41)$$

Fazendo a mesma análise ao caso inclusivo obtemos, para o caso simétrico,

$$\sigma_T^{\gamma^* p} \sim \frac{1}{Q^2} \quad \text{e} \quad \sigma_L^{\gamma^* p} \sim \frac{1}{Q^2}, \quad (4.42)$$

e para o caso assimétrico,

$$\sigma_T^{\gamma^* p} \sim \frac{1}{Q^2} \quad \text{e} \quad \sigma_L^{\gamma^* p} \sim \frac{\mu^4}{Q^4}. \quad (4.43)$$

---

<sup>3</sup> Aqui usamos

$$\int_0^\infty dr^2 = \int_0^{1/\mu^2} dr^2 + \int_{1/\mu^2}^\infty dr^2 \quad (4.37)$$

tal que  $\mu \sim 1/R$  pode ser visto como uma escala que separa as regiões perturbativa e não perturbativa.

Podemos concluir então que o DDIS é dominado por pares grandes e assimétricos, com a seção de choque de dipolo determinada pelo seu comportamento na região de grandes separações. Embora  $Q^2$  seja uma escala dura, o DDIS é amplamente não perturbativo (visto que envolve distâncias grandes). Para podermos tratá-lo como um processo perturbativo, precisamos selecionar estados finais especiais, que fiquem na região de pequeno  $r$  (grande  $\epsilon$ ), assim procuramos alguma das seguintes características:  $\epsilon^2 \sim Q^2$  implica em processos com grande virtualidade (leptoprodução de mésons leves),  $\epsilon^2 \sim m^2$  implica em estados finais massivos (produção de mésons pesados), e  $\epsilon^2 \sim z\bar{z}$  implica em pares altamente assimétricos (produção de jatos com grande momentum transversal). Tais escolhas evitam a região não perturbativa [6].

Em contraste, no caso do DIS as contribuições de pares pequenos e grandes são comparáveis. Nele os fenômenos de curta distância (duros) e longa distância (macio) coexistem.

## 4.4 Conclusões

Neste capítulo apresentamos a representação de dipolos de cor, a qual descreve a seção de choque  $\gamma^*p$  de forma fatorada, tal que toda a interação forte fica contida na seção de choque de dipolo, a qual está relacionada com a distribuição de glúons. Obtivemos as seções de choque inclusiva e difrativa em termos da seção de choque de dipolo, com a última dependendo mais fortemente de  $\sigma_{dip}$ . Analisamos o comportamento das seções de choque difrativa e inclusiva ao considerar um modelo rudimentar para a  $\sigma_{dip}$ , com crescimento quadrático em  $r$  para pequenos dipolos, e mantendo-se constante para grandes dipolos. Tal análise nos mostrou que enquanto o DIS possui contribuições comparáveis para os tamanhos assintóticos de dipolo, o DDIS é dominado por pares grandes, de forma que seu tratamento perturbativo só é possível quando selecionamos condições especiais, as quais envolvam ao menos uma das características a seguir: grande virtualidade, estado final massivo e pares altamente assimétricos. Agora que já estudamos DIS, DDIS e a representação de dipolos de cor, estamos prontos para estudar a dinâmica partônica em altas energias, que será vista no próximo capítulo.



# Capítulo 5

## Dinâmica partônica em altas energias

Vimos que a dinâmica partônica tem sua evolução regida pelas equações DGLAP. Iniciaremos nosso estudo do regime de pequeno  $x$  tratando do caso assintótico das equações DGLAP para altas energias. Neste contexto também veremos a predição da equação BFKL. O resultado desta abordagem viola propriedades gerais da mecânica quântica, como o limite de Froissart e a unitariedade da seção de choque. Estes problemas são evitados quando processos de recombinação de glúons são introduzidos. A primeira proposta neste sentido foi feita por Gribov, Levin e Ryskin (GLR), sendo esta uma proposta de equação de evolução não linear para as PDFs. O modelo GLR leva ao conceito de saturação partônica, o qual será amplamente utilizado neste trabalho. Após, veremos o estado da arte para a descrição do regime de altas densidades partônicas, dado pelo Condensado de Vidros de Cor, o qual descreve a seção de choque de dipolo em termos de uma amplitude de espalhamento de dipolo. A evolução desta amplitude é dada pela equação de Balitsky-Kovchegov, ou, por modelos fenomenológicos. Por fim, veremos como que o DDIS demonstra a necessidade do conceito de saturação para altas energias.

### 5.1 A dinâmica DGLAP para pequeno $x$

No regime de pequeno  $x$  podemos obter uma solução analítica para a equação DGLAP. As funções de desdobramento  $P_{ij}$  associadas ao setor de glúons, dadas por (2.66) e (2.67), são singulares para  $z \rightarrow 0$ . Como consequência, o comportamento das distribuições partônicas para pequeno  $x$  é determinado pela dinâmica do setor de glúons [73]. Nessa região temos para o termo singular de desdobramento

$$P_{gg}^{z \rightarrow 0} = \frac{2N_c}{z}, \quad (5.1)$$

onde  $z = x/x'$ . Portanto podemos escrever a evolução DGLAP do setor de glúons em pequeno  $x$  como

$$Q^2 \frac{\partial g(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \frac{x'}{x} g(x', Q^2), \quad (5.2)$$

$$x \frac{\partial g(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \frac{1}{Q^2} \frac{\alpha_s N_c}{\pi} x' g(x', Q^2). \quad (5.3)$$

Integrando no momentum ao quadrado, de  $Q_0^2$  até  $Q^2$ , onde  $Q_0^2$  introduz um corte para baixo momentum transverso, ficamos com

$$xg(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dk^2}{k^2} \frac{\alpha_s N_c}{\pi} x' g(x', k^2), \quad (5.4)$$

definindo  $Y$  como logaritmo do inverso da fração de momentum,  $Y = \ln(1/x')$ , tal que  $x' = e^{-Y}$  temos

$$xg(x, Q^2) = \int_0^Y dY' \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dk^2}{k^2} \frac{\alpha_s N_c}{\pi} x' g(x', k^2), \quad (5.5)$$

agora definindo  $\Gamma = \ln(Q^2/Q_0^2)$  e  $k^2 = Q_0^2 e^\Gamma$  temos

$$xg(x, Q^2) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \int_0^Y dY' \int_0^\Gamma d\Gamma' x' g(x', k^2), \quad (5.6)$$

onde também consideramos a constante de acoplamento fixa no último passo. Introduzindo a transformada de Mellin de  $xg(x, Q^2)$  como  $G(Y, \Gamma)$ , com  $\omega$  sendo a variável conjugada a  $Y$  [73],

$$G(\omega, \Gamma) = \int_0^\infty dY e^{-\omega Y} G(Y, \Gamma), \quad (5.7)$$

e sua inversa

$$G(Y, \Gamma) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} d\omega e^{\omega Y} G(\omega, \Gamma), \quad (5.8)$$

podemos escrever (5.6) como

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} d\omega e^{\omega Y'} G(\omega, \Gamma) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^Y dY' \int_0^\Gamma d\Gamma' \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \int_{-i\infty}^{i\infty} d\omega e^{\omega Y'} G(\omega, \Gamma') \quad (5.9)$$

$$\int_{-i\infty}^{i\infty} d\omega e^{\omega Y'} G(\omega, \Gamma) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \int_{-i\infty}^{i\infty} d\omega \int_0^\Gamma d\Gamma' G(\omega, \Gamma') \int_0^Y dY' e^{\omega Y'} \quad (5.10)$$

$$\int_{-i\infty}^{i\infty} d\omega e^{\omega Y'} G(\omega, \Gamma) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi \omega} \int_{-i\infty}^{i\infty} d\omega e^{\omega Y'} \int_0^\Gamma d\Gamma' G(\omega, \Gamma') \quad (5.11)$$

onde identificamos

$$G(\omega, \Gamma) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi \omega} \int_0^\Gamma d\Gamma' G(\omega, \Gamma'), \quad (5.12)$$

que pode ser expresso como uma equação diferencial,

$$\frac{dG(\omega, \Gamma)}{d\Gamma} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi \omega} G(\omega, \Gamma), \quad (5.13)$$

cuja solução é

$$G(\omega, \Gamma) = G(\omega, \Gamma_0) \exp\left(\frac{\alpha_s N_c}{\pi \omega} \Gamma\right). \quad (5.14)$$

Substituindo em (5.8) temos

$$G(Y, \Gamma) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} d\omega e^{\omega Y} G(\omega, \Gamma_0) \exp\left(\frac{\alpha_s N_c \Gamma}{\pi \omega}\right). \quad (5.15)$$

Assumindo que a condição inicial não é singular, na região de pequeno  $x$  (grande  $Y$ ) e grande  $\Gamma$  (grande  $Q^2$ ), podemos utilizar o método do ponto de sela para calcular esta integral [29]. Sendo  $f(\omega)$  o argumento da exponencial, o ponto de sela é dado por  $df(\omega)/d\omega = 0$ , ou seja,

$$\omega_s = \sqrt{\frac{\alpha_s N_c \Gamma}{\pi Y}}, \quad (5.16)$$

com  $f(\omega_s)$  dado por

$$f(\omega_s) = 2\sqrt{\frac{\alpha_s N_c \Gamma Y}{\pi}} \quad (5.17)$$

e o fator

$$\left| \frac{d^2 f(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega_s}^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{Y^{3/4}} \left( \frac{\alpha_s N_c \Gamma}{\pi} \right)^{1/4} \quad (5.18)$$

tal que o fator  $(2\pi i)^{-1}$  de (5.15) cancela-se com o fator  $(2\pi i)$  dos resíduos [74]. Assim temos

$$G(y, \Gamma) = G(\omega_0, \Gamma_0) \frac{1}{Y^{3/4}} \left( \frac{\alpha_s N_c \Gamma}{\pi} \right)^{1/4} \exp\left(2\sqrt{\frac{\alpha_s N_c \Gamma Y}{\pi}}\right). \quad (5.19)$$

Agora se consideramos que a condição inicial  $G(Y, \Gamma_0)$  contenha uma singularidade, e que esta seja do tipo  $G(Y, \Gamma_0) = e^{\omega_0 Y}$ , usando (5.7) teremos

$$G(\omega, \Gamma_0) = \int_0^\infty dY e^{-\omega Y} e^{\omega_0 Y} = \frac{1}{\omega - \omega_0}, \quad (5.20)$$

tal que

$$G(Y, \Gamma) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} d\omega e^{\omega Y} \frac{1}{\omega - \omega_0} \exp\left(\frac{\alpha_s N_c \Gamma}{\pi \omega}\right), \quad (5.21)$$

sendo então o comportamento assintótico resultado de uma competição das duas contribuições [29]: o pólo  $\omega = \omega_0$  leva a

$$G(Y, \Gamma) \approx \exp\left(\omega_0 Y + \frac{\alpha_s N_c \Gamma}{\pi \omega_0}\right), \quad (5.22)$$

enquanto o ponto de sela implica em

$$G(Y, \Gamma) \approx \exp\left(2\sqrt{\frac{\alpha_s N_c \Gamma Y}{\pi}}\right). \quad (5.23)$$

Portanto, na região  $\omega_0 Y \gg \sqrt{\alpha_s N_c \Gamma Y / \pi}$  as condições iniciais definem a solução e seu comportamento assintótico, mas para grandes virtualidades ( $\alpha_s \Gamma \gg Y$ ), o ponto de sela

determina o comportamento assintótico de  $xg(x, Q^2)$ . Desta maneira o comportamento assintótico da distribuição de glúons é da forma

$$xg(x, Q^2) \approx \exp \sqrt{\frac{\alpha_s N_c \Gamma Y}{\pi}} = \exp \sqrt{\frac{\alpha_s N_c}{\pi} \ln \left( \frac{Q^2}{Q_0^2} \right) \ln \left( \frac{1}{x} \right)}, \quad (5.24)$$

ou com um crescimento ainda mais acentuado com o aumento de  $Q^2$  ou diminuição de  $x$ . Assim concluímos que no limite de pequeno  $x$ , a solução da DGLAP na DLLA (veja seção 2.3), que ressona termos do tipo  $\alpha_s \ln Q^2 \ln(1/x)$ , é determinada pelo crescimento assintótico da distribuição de glúons [29].

## 5.2 Equação de Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov

Como já comentado na Seção 2.3, para a descrição do DIS, podemos ressonar duas classes de logaritmos. Um deles é para altos valores de virtualidade, na qual a ressona de grandes  $\ln Q^2$  (LLA) leva às equações DGLAP. Para altas energias, também é possível ressonar grandes  $\ln(1/x)$  (LL<sub>x</sub>A). O procedimento para a ressona de grandes logaritmos de  $1/x$  foi proposto por Balitsky, Fadin, Kuraev e Lipatov (BFKL) [34–37]. Nos limitaremos a apresentar a equação e o resultado predito por ela. A derivação da BFKL pode ser vista em [75] e sua resolução em [6, 46].

A BFKL é uma equação de evolução para a distribuição de glúons não integrada no momentum transversal,  $f(x, k^2)$ . Essa distribuição dá a probabilidade de encontrar um glúon com fração de momentum  $x$  do hádron e momentum transversal  $k$ . A relação desta com a distribuição de glúons usual, é dada por

$$xg(x, Q^2) = \int^{Q^2} \frac{dk^2}{k^2} f(x, k^2). \quad (5.25)$$

A representação diferencial da equação BFKL em ordem dominante, com  $\alpha_s$  fixo, pode ser expressa por [76]

$$\frac{\partial f(x, k^2)}{\partial \ln(1/x)} = \frac{3\alpha_s k^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{dQ^2}{Q^2} \left[ \frac{f(x, Q^2) - f(x, k^2)}{|Q^2 - k^2|} + \frac{f(x, k^2)}{\sqrt{4Q^4 + k^4}} \right], \quad (5.26)$$

cujas soluções descrevem a dinâmica no regime de pequeno  $x$ :

$$f(x, k^2) \sim \left( \frac{x}{x_0} \right)^{-\lambda} \left[ \frac{k^2}{\ln(x/x_0)} \right]^{1/2} \exp \left[ -\frac{\ln^2(k^2/\bar{k}^2)}{c\alpha_s \ln(x_0/x)} \right], \quad (5.27)$$

onde  $x_0$ ,  $\bar{k}$ ,  $c$  e  $\lambda$  são constantes.

A característica de interesse na solução da equação BFKL para nós está contida no termo  $x^{-\lambda}$ . Este termo regula o crescimento de  $f(x, k^2)$  para altas energias, sendo  $\lambda(\alpha_s \approx 0,2) \approx 0,5$  [6]. Assim como a solução da DGLAP para pequeno  $x$ , a solução da BFKL prevê um forte crescimento da distribuição de glúons no limite de altas energias, característica que está associada ao fato da BFKL, assim como a DGLAP, considerar apenas processos de emissão de glúons. Vale salientar que em DLLA, as equações BFKL e DGLAP possuem limite comum [29].

Outra propriedade importante da solução da BFKL, essa não presente na DGLAP, é o padrão difusivo devido ao fator  $\ln^2 k^2$  da exponencial. Isso é devido a ausência de um forte ordenamento em momentum transverso. Desta forma, quando evoluímos para pequeno  $x$ , o termo de difusão causa um alargamento da distribuição em  $k$ , levando a contribuição, tanto de grandes quanto de pequenos valores de momentum transverso. Tal característica pode levar a não aplicabilidade do tratamento perturbativo, visto que há contribuição do limite infravermelho, onde a escala de momentum típico é pequena comparada a  $\Lambda_{QCD}$  [6, 75, 76].

### 5.3 Equação de Gribov-Levin-Ryskin e saturação partônica

A dinâmica DGLAP prevê um crescimento indefinido do número de glúons no interior do próton a medida que aumentamos  $Q^2$ , assim como a BFKL leva a mesma conclusão com a diminuição de  $x$ . Em termos geométricos, isso faz com que a área total ocupada pelos glúons possa tornar-se compatível ou até mesmo maior que a área transversa do nucleon. Como consequência disso, teríamos a violação da unitariedade da seção de choque. Além disso, o crescimento da seção de choque predita pelas equações de evolução DGLAP e BFKL é do tipo potência com a energia, violando assim o limite de Froissart [77, 78], o qual estabelece que a seção de choque não pode crescer mais rapidamente do que  $\ln^2(s)$ . Consequentemente, algum outro efeito deve ser incluído para diminuir (ou mesmo parar) este crescimento indefinido do número de glúons nestes limites [29]. Agora veremos a primeira proposta feita neste sentido.

O crescimento do número de glúons pode ser entendido como um efeito de radiação iterativa, onde os próprios glúons dividem-se em dois ou três, além de serem emitidos pelos quarks. Este crescimento no número de glúons faz com que o próton (quando observado em altas energias) seja visto como um meio denso e colorido [46]. Gribov, Levin e Ryskin (GLR) propuseram que em altas densidades partônicas o processo de recombinação de pártons torna-se importante [79]. Esse processo de recombinação é expresso matematicamente por uma equação de evolução não linear, denominada GLR. O número (ou densidade) de pártons é determinado pela equação de evolução: de acordo com as equações DGLAP, que representam a evolução QCD na virtualidade  $Q^2$ , o número de pártons com pequeno  $x$  cresce muito rápido. Então, no plano transverso (plano do parâmetro de impacto) temos a seguinte imagem: na região de médio  $x$  vemos um sistema diluído de pártons, enquanto na região de pequeno  $x$  a densidade torna-se alta, levando à interação entre pártons. Devemos lembrar que as equações DGLAP e BFKL levam em conta apenas processos de decaimento ( $A \rightarrow B + C$ ), os quais implicam em um crescimento da densidade partônica. Com alta densidade partônica devemos esperar que processos de aniquilação ( $A + B \rightarrow C$ ) sejam importantes. Esses processos levam a diminuição da densidade partônica [29].

No cenário que estudamos até agora, as modificações das densidades partônicas são obtidas pelo desdobramento do párton incidente em dois pártons emergentes. Tal evolução é proporcional à probabilidade de encontrar o párton inicial, de forma que tenhamos uma equação linear. Já nos processos de recombinação, as modificações das densidades partônicas são dadas pela recombinação de dois pártons incidentes em um párton emergente. Neste caso, a evolução é proporcional à probabilidade de encontrar dois pártons incidentes, logo podemos assumi-la como sendo proporcional ao quadrado da probabilidade

de encontrar um párton, resultando em uma equação não linear. Isso pode ser expresso em termos da densidade de glúons no plano transversal,  $\rho = xg(x, Q^2)/(\pi R^2)$ , da seguinte forma:

Processos de desdobramento ( $1 \rightarrow 2$ )  $\implies$  probabilidade proporcional à  $\alpha_s \rho$ ;

Processos de aniquilação ( $2 \rightarrow 1$ )  $\implies$  probabilidade proporcional à  $\alpha_s^2 d^2 \rho^2 \propto \alpha_s^2 \frac{1}{Q^2} \rho^2$ ,

onde  $d$  é o tamanho do párton produzido no processo, que em DIS, é inversamente proporcional à  $Q$ . Quando  $x$  não é muito pequeno, apenas o desdobramento é importante, uma vez que  $\rho$  é pequeno. Entretanto, uma vez que  $\rho$  cresce quando  $x \rightarrow 0$ , a alta densidade de glúons faz com que a aniquilação torna-se importante [29].

O que foi dito acima pode ser expresso matematicamente subtraindo-se um termo proporcional à  $\rho^2$  na forma diferencial da equação DGLAP (5.4):

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial \ln \frac{1}{x} \partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \rho - \frac{\alpha_s^2 \gamma \pi}{Q^2} \rho^2, \quad (5.28)$$

ou, em termos da distribuição de glúons, temos a equação GLR:

$$\frac{\partial^2 xg(x, Q^2)}{\partial \ln \frac{1}{x} \partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} xg(x, Q^2) - \frac{\alpha_s^2 \gamma}{Q^2 R^2} [xg(x, Q^2)]^2, \quad (5.29)$$

onde  $\gamma = 81/16$  (para  $N_c = 3$ ) representa o valor do acoplamento no processo de aniquilação, calculado por Mueller e Qiu, os quais também obtiveram a expressão acima por um caminho diferente do utilizado pelos autores originais [80].

A análise da solução da equação GLR, feita por diversos autores [81–83], leva às seguintes propriedades: o termo não linear resulta em um menor crescimento da distribuição de glúons para pequenos valores de  $x$  (quando comparado às equações lineares), além disso, para energias muito elevadas, a distribuição de glúons passa a ser independente da energia. Em outras palavras, a equação GLR prevê a saturação da distribuição de glúons no regime assintótico de pequeno  $x$ , além de uma linha crítica separando o regime linear (baixa densidade) do regime não linear (alta densidade), sendo válida somente na região próxima a esta linha [29].

Podemos determinar o regime assintótico da equação GLR, tomando a densidade de glúons constante, ou seja, quando o lado esquerdo de (5.29) anula-se:

$$xg(x, Q^2)|_{\text{sat}}^{\text{GLR}} = \frac{16Q^2 R^2}{27\pi\alpha_s}. \quad (5.30)$$

Da expressão acima podemos isolar  $Q^2$ , de forma que obtemos a escala de momentum na qual a saturação é alcançada,

$$Q_s^2 = \frac{27\pi\alpha_s}{16Q^2 R^2} xg(x, Q_s^2) \approx \frac{27\pi\alpha_s}{16R^2} x^{-\lambda}, \quad (5.31)$$

tal que no último passo consideramos o comportamento da distribuição de glúons em pequeno  $x$ , assumindo  $xg(x) \sim x^{-\lambda}$ . A escala de saturação  $Q_s^2$  separa o regime linear ( $Q^2 > Q_s^2$ ) do regime não linear ( $Q^2 < Q_s^2$ ).

Embora a GLR implique em saturação no regime assintótico, seu regime de validade termina antes que a saturação seja alcançada [80]. Isto deve-se ao fato que a equação GLR é um truncamento no primeiro termo não linear do desenvolvimento em série de potências da

densidade. Portanto, antes que o comportamento de saturação esteja presente, os termos de mais alta ordem na densidade serão importantes e não podem ser desconsiderados. Assim sendo, a equação GLR não é válida no regime de elevadas densidades (valores de  $x$  muito pequenos) [29]. Ou seja, a GLR prediz a estagnação do crescimento da densidade de glúons, mas ela não é válida neste regime onde há saturação. Para tal regime, termos com maior potência em  $\alpha_s$  devem ser incluídos em (5.29).

## 5.4 Condensado de Vidros de Cor

O trabalho de Gribov, Levin e Ryskin gerou uma longa série de trabalhos (explorada em [29]), cujo objetivo era desenvolver uma teoria da saturação. Em particular, Venugopalan e McLerran (MV) propuseram uma nova abordagem para tratar o campo de glúons no regime de altas densidades partônicas [84–86]. Tal abordagem desenvolveu-se e hoje constitui a teoria efetiva da QCD em altas energias, denominada de Condensado de Vidros de Cor (*Color Glass Condensate* - CGC) [87–90], que leva às equações Jalilian-Iancu-McLerran-Weigert-Leonidov-Kovner (JIMWLK) [91–94]. Uma teoria semelhante, mas com aproximações diferentes, foi desenvolvida por Balitsky [95] e depois por Kovchegov [96]. Dela é possível chegar à equação de evolução de Balitsky-Kovchegov (BK), a qual será apresentada mais a frente. O nome CGC deve-se às principais características do sistema que a teoria descreve: a “cor” vem por ser um sistema composto de glúons, o “vidro” é devido a sua dinâmica interna estar congelada (o sistema como um todo não varia durante as escalas de tempo envolvidas no processo de espalhamento), e o “condensado” é porque o sistema é caracterizado por um grande número de ocupação e fortes campos coloridos clássicos. A alta densidade e a liberdade assintótica implicam que o CGC é fracamente acoplado [46].

Na Fig.5.1 é apresentada uma representação pictórica para as densidades partônicas em um plano formado pelos eixos de virtualidade e energia. Nele, as diferentes equações de evolução são mostradas em relação a variável que é evoluída, assim como indicamos a região não perturbativa da QCD (baixo  $Q^2$ ) e uma linha que separa as regiões de densidade diluída e saturada. Nas equações de evolução DGLAP, fixamos  $x$  e evoluímos a função de distribuição em  $Q^2$ . Desta forma, conforme aumentamos a resolução, o sistema torna-se mais diluído, pois, mesmo com o número de glúons crescendo, a área efetiva para interação de cada um torna-se menor. Já no caso da equação BFKL, fixamos  $Q^2$  e evoluímos em relação a  $x$ . Neste caso, conforme a energia aumenta, o número de pártons dentro do hádron aumenta, mas diferente do caso da DGLAP, a área de cada glúon permanece a mesma, uma vez que a resolução é fixa. No limite comum das equações DGLAP e BFKL, dado pela aproximação de duplo logaritmo dominante (DLLA), a evolução é feita tanto em  $Q^2$  quanto em  $x$ . Tal evolução em  $Q^2$  e  $x$  também é feita pela equação GLR. A escala de saturação  $Q_s^2(x)$ , a qual define uma linha (no plano  $\ln(1/x)$  por  $Q^2$ ) que separa os regimes linear e não linear, também é exemplificada. Ainda na Fig.5.1, ilustramos que a saturação ocorre assim que toda a área do hádron for ocupada pelo crescente número de glúons [46]. De fato, a escala de saturação pode ser entendida como o inverso da área transversa dentro da qual a probabilidade de encontrar mais do que um glúon é da ordem de um [97].

Embora já tenhamos antecipado o comportamento da seção de choque de dipolo na análise qualitativa da Seção 4.3, ainda não temos sua forma funcional. Já vimos que a dinâmica de interações fortes em altas energias é dominada pela distribuição de glúons. Dessa forma, a descrição da  $\sigma_{dip}(x, r)$  deve levar em conta que a densidade de glúons para

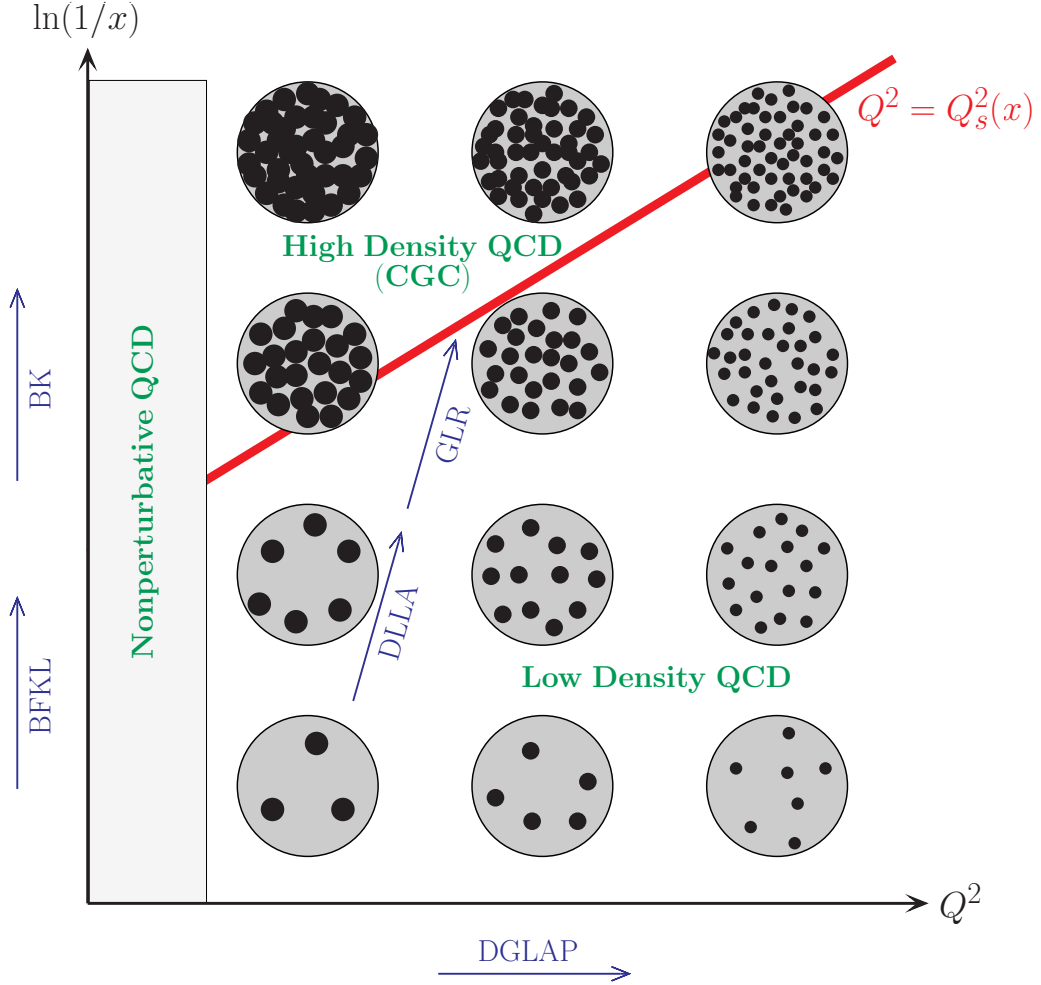


Figura 5.1: Regiões de aplicabilidade das equações de evolução no plano transverso.

um dado  $x$  cresce com o aumento de  $Q^2$ , assim como cresce para um dado  $Q^2$  fixo quando  $x$  torna-se menor. Como em algum momento os glúons começam a sobreporem-se, espera-se que neste regime a densidade partônica sature e as equações de evolução linear da QCD percam sua validade, dando origem a uma dinâmica não linear caracterizada pela escala de saturação  $Q_s$ , tal que para  $Q^2 \sim Q_s^2$  o efeito não linear de saturação torne-se importante. No formalismo CGC a seção choque de dipolo é dada por

$$\sigma_{dip}(x, r) = \int d^2b \frac{d\sigma_{dip}}{d^2b} = 2 \int d^2b \mathcal{N}(x, r, b), \quad (5.32)$$

onde  $b$  é o parâmetro de impacto e  $\mathcal{N}$  é a amplitude de espalhamento dipolo-alvo, a qual carrega toda a informação sobre o espalhamento hadrônico [97]. A amplitude  $\mathcal{N}$  é obtida resolvendo-se uma equação de evolução em rapidez ou por modelos fenomenológicos.

A dependência da amplitude  $\mathcal{N}$  no parâmetro de impacto não é tratável perturbativamente, visto que esta dependência está enraizada na física de confinamento. Portanto, é útil assumir que a dependência de  $\mathcal{N}$  em  $b$  possa ser fatorizada [97],

$$\mathcal{N}(x, r, b) = \mathcal{N}(x, r)S(b), \quad (5.33)$$

isto implica que a amplitude de espalhamento de dipolo é invariante em toda a região transversal do hádron (invariância translacional), ou seja, o alvo é homogêneo. Uma



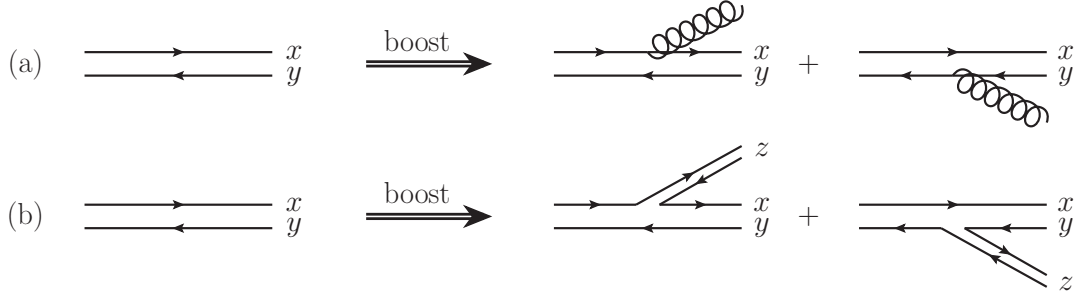


Figura 5.2: O processo de emissão de um glúon pelo par  $q\bar{q}$  em (a) pode ser visto em (b) como a criação de um novo dipolo  $q\bar{q}$  no limite de grande número de cores.

opção comum é fazer

$$2 \int S(b) d^2b \rightarrow \sigma_0, \quad (5.34)$$

onde  $\sigma_0$  é um parâmetro livre e é interpretado como o dobro da área transversa média da distribuição de quarks no hádron [98]. Assim podemos escrever

$$\sigma_{dip}(x, r) = \sigma_0 \mathcal{N}(x, r), \quad (5.35)$$

desta forma a dinâmica do espalhamento dipolo-hádron está contida em  $\mathcal{N}(x, r)$ .

A amplitude de espalhamento  $\mathcal{N}(x, r)$  contém toda a informação sobre o alvo e a física de interação forte. No formalismo CGC, ela pode ser obtida resolvendo a equação Balitsky-Kovchegov [95, 96] (BK), que é uma equação que evolui  $\mathcal{N}$  na rapidez  $Y = \ln(x_0/x)$ , onde  $x_0$  é o valor inicial de  $x$  [58]. Usando a aproximação de invariância translacional, que é justificada para  $r \ll b$ , ou seja, para um alvo homogêneo com raio muito maior do que qualquer tamanho de dipolo considerado, a equação BK pode ser escrita como [99]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{N}(r, Y)}{\partial Y} = \int \frac{d^2z}{2\pi} K(\vec{r}, \vec{r}_1, \vec{r}_2) [ & \mathcal{N}(r_1, Y) + \mathcal{N}(r_2, Y) \\ & - \mathcal{N}(r, Y) - \mathcal{N}(r_1, Y)\mathcal{N}(r_2, Y)], \end{aligned} \quad (5.36)$$

sendo  $\mathcal{N}(r, Y)$  a amplitude de espalhamento para um dipolo  $q\bar{q}$  (de tamanho  $r \equiv |\vec{r}|$ ) no alvo. As quantidades  $r_1$  e  $r_2$  são dadas em termos das localizações do quark e do antiquark, sendo

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{x} - \vec{y}, & \vec{r}_1 &= \vec{x} - \vec{z}, \\ \vec{b} &= \frac{\vec{x} + \vec{y}}{2}, & \vec{r}_2 &= \vec{y} - \vec{z}, \end{aligned} \quad (5.37)$$

onde  $\vec{x}$  é a posição do quark e  $\vec{y}$  é a posição do antiquark no espaço transversal com respeito ao centro do alvo.

A equação BK possui a seguinte interpretação probabilística: quando evoluído em rapidez (ou seja, quando observado com uma energia maior) o dipolo pai, com final  $(\vec{x}, \vec{y})$ , emite um glúon, o qual corresponde no limite de grande  $N_c$  a mais um par  $q\bar{q}$ , de forma que após o aumento de energia temos dois dipolos, com finais  $(\vec{x}, \vec{z})$  e  $(\vec{z}, \vec{y})$ . A probabilidade de emissão  $K(\vec{r}, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$  é multiplicada pela probabilidade de espalhamento dos dois novos dipolos  $\mathcal{N}(r_1, Y)$  e  $\mathcal{N}(r_2, Y)$  a menos da probabilidade do espalhamento com o

dipolo pai  $\mathcal{N}(r, Y)$ . O termo não linear  $\mathcal{N}(r_1, Y)\mathcal{N}(r_2, Y)$  é subtraído para evitar dupla contagem, visto que a probabilidade de ambos espalharem simultaneamente está contida em  $\mathcal{N}(r_1, Y) + \mathcal{N}(r_2, Y)$  [99]. A evolução descrita acima pode ser vista como um impulso (*boost*) em rapidez (consequentemente, em energia), como mostrado na Fig.5.2.

Vale salientar que a forma com simetria azimutal da equação de evolução BFKL, a qual dá a contribuição dominante para altas energias, corresponde a equação BK sem o termo não linear. É este termo não linear que evita que a amplitude cresça ilimitadamente com a rapidez [99].

Utilizando a constante de acoplamento fixa, o núcleo (*kernel*) BFKL é dado por

$$K^{\text{LO}}(\vec{r}, \vec{r}_1, \vec{r}_2) = \bar{\alpha}_s \frac{r^2}{r_1^2 r_2^2}, \quad (5.38)$$

onde  $\bar{\alpha}_s = \alpha_s N_c / 2\pi^2$ . As previsões para o crescimento da escala de saturação com a diminuição de  $x$ , obtidas com a utilização deste núcleo, mostram um crescimento de  $Q_s^2(x)$  muito rápido se comparado aos resultados extraídos fenomenologicamente em DIS de pequeno  $x$  [58, 97]. Portanto, correções devem ser feitas. A prescrição proposta por Balitsky [100] utiliza constante de acoplamento variável, de forma que o núcleo é modificado para

$$K^{\text{Bal}}(\vec{r}, \vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{N_c \alpha_s(r^2)}{2\pi^2} \left[ \frac{r^2}{r_1^2 r_2^2} + \frac{1}{r_1^2} \left( \frac{\alpha_s(r_1^2)}{\alpha_s(r_2^2)} - 1 \right) + \frac{1}{r_2^2} \left( \frac{\alpha_s(r_2^2)}{\alpha_s(r_1^2)} - 1 \right) \right], \quad (5.39)$$

levando a resultados mais consistentes com os dados de DIS de pequeno  $x$  [58]. A equação BK utilizando um núcleo com constante de acoplamento variável é referida por rcBK (*running coupling*).

A fim de obter a forma da escala de saturação via equação BK, bem como a solução da BK no regime de altas energias, utilizaremos (5.36) escrita em termos do elemento de matriz de espalhamento dipolo-hádron  $S$ , que está relacionado com a amplitude de espalhamento dipolo-hádron  $\mathcal{N}$  por

$$S(x_\perp, y_\perp, Y) = 1 - \mathcal{N}(x_\perp, y_\perp, Y). \quad (5.40)$$

onde já utilizamos as variáveis de posição no plano transversal, ainda com as relações (5.37). Com o núcleo (5.38), podemos escrever (5.36) como

$$\frac{\partial \mathcal{N}(r_\perp, Y)}{\partial Y} = \bar{\alpha}_s \int \frac{d^2 z_\perp}{2\pi} \frac{r_\perp^2}{r_{1\perp}^2 r_{2\perp}^2} \left[ \mathcal{N}(r_{1\perp}, Y) + \mathcal{N}(r_{2\perp}, Y) - \mathcal{N}(r_\perp, Y) - \mathcal{N}(r_{1\perp}, Y)\mathcal{N}(r_{2\perp}, Y) \right] \quad (5.41)$$

$$\frac{\partial [1 - S(r_\perp, Y)]}{\partial Y} = \bar{\alpha}_s \int \frac{d^2 z_\perp}{2\pi} \frac{r_\perp^2}{r_{1\perp}^2 r_{2\perp}^2} \left\{ [1 - S(r_{1\perp}, Y)] + [1 - S(r_{2\perp}, Y)] - [1 - S(r_\perp, Y)] - [1 - S(r_{1\perp}, Y)][1 - S(r_{2\perp}, Y)] \right\} \quad (5.42)$$

$$\frac{\partial S(r_\perp, Y)}{\partial Y} = -\bar{\alpha}_s \int \frac{d^2 z_\perp}{2\pi} \frac{r_\perp^2}{r_{1\perp}^2 r_{2\perp}^2} \left[ S(r_\perp, Y) - S(r_{1\perp}, Y)S(r_{2\perp}, Y) \right]. \quad (5.43)$$

Para pequenos dipolos ( $r_\perp \ll 1/Q_s(x)$ ) a equação acima leva a equação BFKL [101]. Já no caso de dipolos grandes ( $r_\perp \gg 1/Q_s(x)$ ), regime com baixo momentum  $q_\perp^2 \lesssim Q_s^2(x)$ , onde

efeitos não lineares tornam-se importantes, o dipolo é fortemente absorvido pelo hádron, de forma que  $S(r_\perp) \ll 1$ . Neste regime podemos negligenciar o termo quadrático de (5.43), região na qual a contribuição dominante vem de  $z_\perp$  satisfazendo

$$1/Q_s(x) \ll |z_\perp - x_\perp| \ll r_\perp \quad \text{com} \quad |y_\perp - z_\perp| \approx r_\perp, \quad (5.44)$$

ou

$$1/Q_s(x) \ll |y_\perp - z_\perp| \ll r_\perp \quad \text{com} \quad |z_\perp - x_\perp| \approx r_\perp, \quad (5.45)$$

que são os casos onde temos um dipolo muito grande (próximo ao tamanho do dipolo original) e outro dipolo muito pequeno. Assim ficamos com

$$\frac{\partial S(r_\perp, Y)}{\partial Y} = -\bar{\alpha}_s \int \frac{d^2 z_\perp}{2\pi} \frac{r_\perp^2}{r_{1\perp}^2 r_{2\perp}^2} S(r_\perp, Y) \quad (5.46)$$

$$\frac{\partial S(x_\perp - y_\perp, Y)}{\partial Y} = -\bar{\alpha}_s S(x_\perp - y_\perp, Y) \int \frac{d^2 z_\perp}{2\pi} \frac{(x_\perp - y_\perp)^2}{(x_\perp - z_\perp)^2 (z_\perp - y_\perp)^2}, \quad (5.47)$$

fazendo a troca de variáveis  $x_\perp - z_\perp = z_\perp^*$  podemos escrever  $y_\perp - z_\perp = z_\perp^* - r_\perp$ , de forma que ficamos com

$$\frac{\partial S(r_\perp, Y)}{\partial Y} = -\bar{\alpha}_s S(r_\perp, Y) \int \frac{d^2 z_\perp^*}{2\pi} \frac{r_\perp^2}{z_\perp^{*2} (r_\perp - z_\perp^*)^2}, \quad (5.48)$$

no regime em que estamos trabalhando, de (5.44), temos  $(r_\perp - z_\perp^*)^2 \simeq r_\perp^2$ , portanto obtemos

$$\frac{\partial S(r_\perp, Y)}{\partial Y} \simeq -\bar{\alpha}_s S(r_\perp, Y) \int_{1/Q_s(x)}^{r_\perp} \frac{d^2 z_\perp^*}{2\pi} \frac{1}{z_\perp^{*2}} = -\frac{\bar{\alpha}_s S(r_\perp, Y)}{2} \int_{1/Q_s^2(x)}^{r_\perp^2} dz_\perp^{*2} \frac{1}{z_\perp^{*2}} \quad (5.49)$$

$$\simeq -\bar{\alpha}_s S(r_\perp, Y) \ln(r_\perp^2 Q_s^2(x)). \quad (5.50)$$

Esta é a equação BK na região de saturação e com a constante de acoplamento fixa [101]. Para resolvê-la precisamos da forma funcional de  $Q_s(Y)$ . Isto pode ser obtido da equação BK na forma (5.43) se assumimos o escalonamento das variáveis  $Q_s^2(Y)$  e  $r_\perp^2$ , de forma que a solução da BK no regime de altas energias dependa apenas do produto  $Q_s r_\perp$ . Esta abordagem é motivada pelos resultados obtidos em [102], que serão discutidos no final desta seção. Assim, assumimos que  $S(r_\perp, Y)$  tenha a forma

$$S(r_\perp, Y) \equiv 1 - \Phi(\xi), \quad (5.51)$$

onde

$$\xi \equiv \ln \frac{1}{r_\perp^2 Q_s^2(Y)}. \quad (5.52)$$

Antes de resolver (5.43) para (5.51), vamos ver duas propriedades para qualquer função de  $\xi$  que serão úteis: Uma delas é

$$\frac{\partial f(\xi)}{\partial Y} = \underbrace{\frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi}}_{f'(\xi)} \frac{\partial \xi}{\partial Y} = f'(\xi) \frac{\partial}{\partial Y} [-\ln(r_\perp^2 Q_s^2(Y))] = -f'(\xi) \frac{\partial}{\partial Y} \ln[Q_s^2(Y)], \quad (5.53)$$

e a outra é

$$\frac{\partial f(\xi)}{\partial r_{\perp}^2} = \underbrace{\frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi}}_{f'(\xi)} \frac{\partial \xi}{\partial r_{\perp}^2} = f'(\xi) \frac{\partial}{\partial r_{\perp}^2} [-\ln(r_{\perp}^2 Q_s^2(Y))] = -f'(\xi) \frac{1}{r_{\perp}^2} \quad (5.54)$$

$$r_{\perp}^2 \frac{\partial f(\xi)}{\partial r_{\perp}^2} = -f'(\xi). \quad (5.55)$$

Agora vamos utilizar as propriedades acima no cálculo de interesse, de forma que iremos primeiro dividir (5.43) por  $r_{\perp}^2$ , e depois integrar nesta mesma variável. O lado esquerdo de (5.43) fica

$$\int d^2 r_{\perp} \frac{1}{r_{\perp}^2} \frac{\partial S(\xi)}{\partial Y} = \int d^2 r_{\perp} \frac{1}{r_{\perp}^2} \left[ -\frac{\partial}{\partial Y} \ln Q_s^2(Y) \right] S'(\xi) \quad (5.56)$$

$$= \frac{\partial}{\partial Y} \ln Q_s^2(Y) \int d^2 r_{\perp} \frac{1}{r_{\perp}^2} [-S'(\xi)] \quad (5.57)$$

$$= \frac{\partial}{\partial Y} \ln Q_s^2(Y) \int d^2 r_{\perp} \frac{1}{r_{\perp}^2} \left[ r_{\perp}^2 \frac{\partial S(\xi)}{\partial r_{\perp}^2} \right] \quad (5.58)$$

$$= \frac{\partial}{\partial Y} \ln Q_s^2(Y) \pi \int_0^{\infty} dr_{\perp}^2 \frac{\partial S(\xi)}{\partial r_{\perp}^2} \quad (5.59)$$

$$= \frac{\partial}{\partial Y} \ln Q_s^2(Y) \pi [S(\infty) - S(0)] = -\pi \frac{\partial}{\partial Y} \ln Q_s^2(Y), \quad (5.60)$$

onde utilizamos as condições de contorno  $S(r=0)=1$  e  $S(r=\infty)=0$ . Já o lado direito de (5.43), com a mesma troca de variáveis utilizada em (5.48), pode ser escrito como

$$-\bar{\alpha}_s \int \frac{d^2 z_{\perp} d^2 r_{\perp}}{2\pi} \frac{1}{z_{\perp}^2 (r_{\perp} - z_{\perp})^2} [S(r_{\perp}, Y) - S(z_{\perp}, Y)S(r_{\perp} - z_{\perp}, Y)] = -\bar{\alpha}_s c \quad (5.61)$$

visto que assumimos  $S(r_{\perp}, Y) = S(\xi)$  como uma solução escalonada (o que faz com que  $c$  seja uma constante independente de  $Y$ ) [99]. Por fim, igualando (5.60) e (5.61) temos

$$-\pi \frac{\partial}{\partial Y} \ln Q_s^2(Y) = -\bar{\alpha}_s c \quad (5.62)$$

$$Q_s^2(Y) = \Lambda^2 e^{\bar{\alpha}_s c Y}, \quad (5.63)$$

com  $\Lambda$  fixado pela condição inicial (usualmente,  $\Lambda \sim \Lambda_{\text{QCD}}$ ) [101]. O resultado (5.63) demonstra que a escala de saturação cresce com a energia, isso nos indica que conforme aumentamos a energia, a física de saturação torna-se cada vez mais importante.

Agora que conhecemos a forma com que a escala de saturação depende da rapidez, podemos utiliza-la em (5.50) para obter a solução da equação BK no regime de saturação. Para isso, começamos escrevendo

$$\frac{\partial S}{\partial Y} = \frac{\partial S}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial Y}, \quad (5.64)$$

onde

$$\frac{\partial \xi}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial Y} [-\ln(r_{\perp}^2 Q_s^2(Y))] = -\frac{1}{r_{\perp}^2 Q_s^2(Y)} \frac{\partial}{\partial Y} [r_{\perp}^2 Q_s^2(Y)] \quad (5.65)$$

$$= -\frac{1}{Q_s^2(Y)} \frac{\partial}{\partial Y} [\Lambda^2 e^{\bar{\alpha}_s c Y}] = -\frac{\bar{\alpha}_s c}{Q_s^2(Y)} [\Lambda^2 e^{\bar{\alpha}_s c Y}] = -\bar{\alpha}_s c, \quad (5.66)$$

voltando à (5.64) temos

$$\frac{\partial S}{\partial Y} = -\bar{\alpha}_s c \frac{\partial S}{\partial \xi}, \quad (5.67)$$

comparando com (5.50) ficamos com

$$-\bar{\alpha}_s S(r_\perp, Y) \ln(r_\perp^2 Q_s^2(x)) = \bar{\alpha}_s S(r_\perp, Y) \xi = -\bar{\alpha}_s c \frac{\partial S}{\partial \xi} \quad (5.68)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \xi} = -\frac{1}{c} \xi S, \quad (5.69)$$

resolvendo a equação diferencial para  $S$  temos

$$S(\xi) = S_0 e^{-\xi^2/2c}, \quad (5.70)$$

ou, em termos da amplitude de espalhamento de dipolo,

$$\mathcal{N}(\xi) = 1 - S_0 \exp\left\{-\frac{\ln^2[r^2 Q_s^2(Y)]}{2c}\right\}, \quad (5.71)$$

sendo válida para grandes dipolos. A expressão acima é conhecida como lei de Levin-Tuchin [103].

A solução da equação BK em altas energias caracteriza-se pela presença do chamado escalonamento geométrico (*geometric scaling* - GS)<sup>1</sup>. Assim, no limite de  $x \rightarrow 0$ , as soluções da BK não dependem mais das variáveis  $r$  e  $x$  separadamente, mas de uma única variável  $\tau$ , ou seja,  $\mathcal{N}(r, Y) \rightarrow \mathcal{N}(\tau)$ , tal que

$$\tau \equiv r Q_s(x). \quad (5.72)$$

Dados experimentais de DIS no HERA para a região de  $x < 0,01$  confirmam o escalonamento geométrico [102], como pode ser visto na Fig.5.3.

## 5.5 Modelos para a amplitude de espalhamento de dipolo

A equação BK não possui solução conhecida em todo seu regime cinemático, assim, não existe uma forma analítica para  $\mathcal{N}$ , a não ser em casos assintóticos. Nos últimos anos surgiram vários modelos para a descrição da amplitude de espalhamento de dipolo no regime de altas densidades, incorporando as características esperadas do CGC. Veremos a seguir duas propostas fenomenológicas para a amplitude  $\mathcal{N}(x, r)$ , bem como diferentes parametrizações para soluções analíticas da equação rcBK.

Embora a dependência em  $b$  da amplitude  $\mathcal{N}(x, r, b)$  tenha sido desconsiderada quando assumimos a invariância translacional (5.33), existem artigos que exploram essa dependência. Este aspecto que não será tratado nesta dissertação. Uma análise numérica da equação BK com dependência no parâmetro de impacto é feita em [105]. Dois modelos fenomenológicos que incorporam a dependência de  $\mathcal{N}$  em  $b$  são: o b-Sat [56] e o b-CGC [57].

---

<sup>1</sup> Como demonstrado em [104], a solução da equação DGLAP em ordem dominante para  $Q^2 \gtrsim 10$  GeV<sup>2</sup>, utilizando condições de contorno genéricas, apresenta o escalonamento geométrico. Ressomando em pequeno  $x$ , estende-se a região com GS da equação DGLAP para menor  $Q^2$ . Porém, para valores de  $Q^2 \lesssim 5$  GeV<sup>2</sup>, o GS não pode ser explicado usando teoria de perturbação linear.

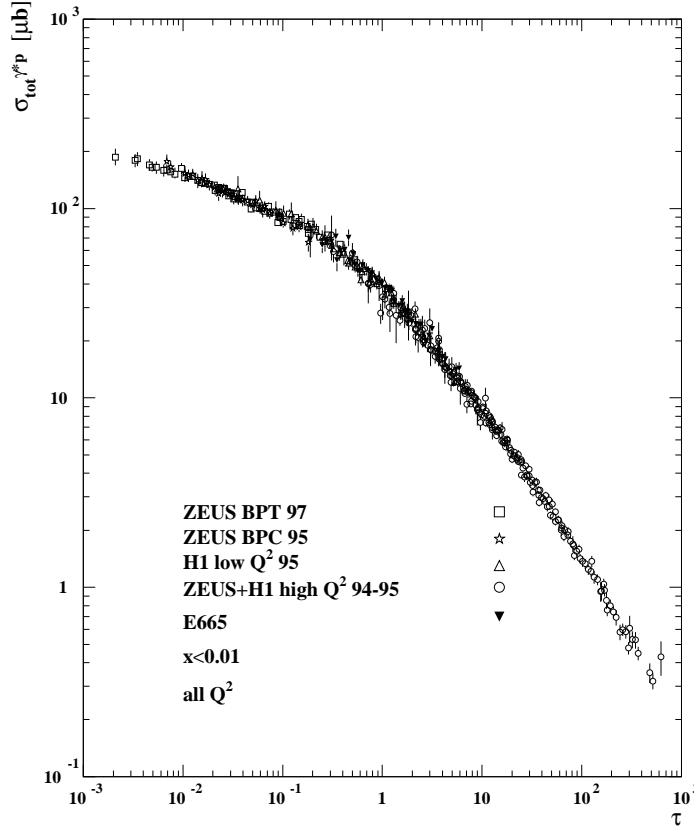


Figura 5.3: Dados do HERA para a seção de choque  $\gamma^*p$  em função da variável de escalonamento geométrico  $\tau$  [102].

### 5.5.1 Modelo de Golec-Biernat–Wüsthoff

Uma das primeiras bem sucedidas aplicações fenomenológicas baseada em ideias de saturação para descrever dados de DIS de pequeno  $x$  é de Golec-Biernat e Wüsthoff [69] (GBW). Seu trabalho descreve a seção de choque de espalhamento lépton-próton fazendo uso de um modelo que descreve a amplitude de espalhamento dipolo-próton, o qual leva em conta as principais características de saturação. Este modelo é puramente fenomenológico, sem base em qualquer equação de evolução. Nele a amplitude de espalhamento dipolo-próton é dada por

$$\mathcal{N}(x, r) = 1 - \exp\left(-\frac{[Q_s(x)r]^2}{4}\right), \quad (5.73)$$

onde a escala de saturação é dada por

$$Q_s^2 = Q_0^2 (x_0/x)^\lambda, \quad (5.74)$$

e a seção de choque de dipolo é dada por  $\sigma_{dip} = \sigma_0 \mathcal{N}(x, r)$ , como em (5.35).

As quantidades  $\sigma_0$ ,  $\lambda$  e  $x_0$  são parâmetros livres, ajustáveis a partir de dados de DIS. A quantidade  $Q_0$  ajusta a dimensão, tal que assume-se  $Q_0 = 1$  GeV. Um parâmetro adicional deste modelo é a massa efetiva dos quarks leves ( $u, d$  e  $s$ ),  $m = 0,14$  GeV, sendo esta uma entrada não perturbativa do modelo. Neste trabalho utilizaremos os mesmos parâmetros propostos pelo trabalho original:  $x_0 = 3,04 \times 10^{-4}$ ,  $\lambda = 0,288$  e  $\sigma_0 = 23,03$  mb.

Vemos que para  $Q_s^2 r^2 \ll 1$ , o modelo reduz-se à transparência de cor: temos  $\mathcal{N} \sim r^2$ , o que leva à  $\sigma_{dip} \sim r^2$ . Já para  $Q_s^2 r^2 \geq 0$  o próton comporta-se como um disco negro: ficamos com  $\mathcal{N} \rightarrow 1$ , e como consequência,  $\sigma_{dip} \rightarrow \sigma_0$  [69]. Essas características são as mesmas que foram utilizadas na análise qualitativa da Seção 4.3.

### 5.5.2 Modelo de Iancu–Itakura–Munier

Este modelo fenomenológico foi proposto por Iancu, Itakura e Munier [106] (IIM), e é baseado nas soluções assintóticas da equação BK. Para dipolos menores que  $1/Q_s(x)$ , a amplitude de espalhamento é baseada na solução da BFKL na fronteira do regime da saturação. Já para dipolos maiores que  $1/Q_s(x)$ , a amplitude de espalhamento satura indo a um. A parametrização de  $\mathcal{N}$  interpola suavemente entre os limites de grande e pequeno dipolo: a solução da BFKL para pequenos dipolos,  $r \ll 1/Q_s(x)$ , e a lei de Levin-Tuchin (5.71) para grandes dipolos,  $r \gg 1/Q_s(x)$ . A amplitude de espalhamento é dada por:

$$\mathcal{N}(x, r) = \begin{cases} \mathcal{N}_0 \left(\frac{rQ_s}{2}\right)^2 \left[\gamma_s + \frac{\ln(2/rQ_s)}{\kappa\lambda Y}\right] & \text{para } rQ_s(x) \leq 2, \\ 1 - \exp[-a \ln^2(brQ_s)] & \text{para } rQ_s(x) > 2, \end{cases} \quad (5.75)$$

sendo os coeficientes  $a$  e  $b$  determinados a partir da condição de continuidade da seção de choque em  $rQ_s(x) = 2$ . Já os coeficientes  $\gamma_s$  e  $\kappa$  são fixados pela solução da BFKL em ordem dominante. Neste modelo a normalização da seção de choque é dada considerando o próton como um disco homogêneo de raio  $R$ , escrevendo a seção de choque de dipolo como  $\sigma_{dip} = \sigma_0 \mathcal{N}(x, r)$ , tal que  $\sigma_0 \equiv 2\pi R_p^2$ , onde  $R_p$  é o raio do próton. A escala de saturação utilizada é a mesma do modelo GBW,  $Q_s(x) = (x_0/x)^{\lambda/2}$ . A quantidade  $\mathcal{N}_0$  é dada por  $\mathcal{N}(rQ_s=2, Y)$ . Os únicos parâmetros livres para ajuste são  $R_p$ ,  $x_0$  e  $\lambda$  [106].

Quando o modelo IIM foi proposto, ele foi ajustado apenas para contribuições dos três quarks mais leves. Neste trabalho utilizaremos os parâmetros obtidos no ajuste de Soyez [107], que inclui contribuições de quarks pesados, com  $m_{u,d,s} = 0,14$  GeV,  $m_c = 1,4$  GeV e  $m_b = 4,5$  GeV. Os parâmetros utilizados são  $\mathcal{N}_0 = 0,7$ ,  $\gamma_s = 0,7376$ ,  $\kappa = 9,9$ ,  $\lambda = 0,2197$ ,  $x_0 = 1,632 \times 10^{-5}$  e  $\sigma_0 = 27,28$  mb. Por este motivo, vamos nos referir a este modelo por IIMS.

### 5.5.3 Solução numérica da rcBK

A equação BK com contante de acoplamento variável (rcBK), utilizando o núcleo de Balitsky (5.39), é uma equação integro-diferencial não linear, sem solução analítica conhecida em todo o regime cinemático de rapidez. No que segue desta dissertação, usaremos as soluções numéricas da rcBK obtidas pelos trabalhos descritos abaixo. Em ambos casos, embora os autores apresentem duas formas de condições iniciais, optamos por utilizar os resultados obtidos para a amplitude  $\mathcal{N}$  com uma condição inicial inspirada no modelo GBW, dada por

$$\mathcal{N}(r, Y=0) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{r^2 Q_{s0}^2}{4}\right)^\gamma\right], \quad (5.76)$$

onde  $Q_{s0}$  é a escala de saturação inicial e  $\gamma$  é a dimensão anômala, que controla a velocidade com que a amplitude  $\mathcal{N}$  vai da região diluída para a região de disco negro com a variação de  $r$ .

No trabalho [97], a rcBK é usada para um ajuste apenas aos dados de  $F_2$ , considerando dados para  $x \leq 10^{-2}$  e  $0,045 \text{ GeV}^2 \leq Q^2 \leq 800 \text{ GeV}^2$ . Como o valor experimental mais alto de  $x$  incluído neste ajuste foi  $x_0 = 0,01$ , a evolução começa na rapidez  $Y = \ln(x_0/x) = 0$ . O melhor ajuste aos dados experimentais foi obtido com a escala de saturação inicial  $Q_{s0} = 0,24 \text{ GeV}^2$  e com dimensão anômala  $\gamma = 1$ . É assumida apenas a presença dos três quarks mais leves, todos com  $m = 0,14 \text{ GeV}$ . A normalização da seção de choque é dada por  $\sigma_0 = 31,59 \text{ mb}$ . O método numérico utilizado para resolver a rcBK foi Runge-Kutta de segunda ordem [108, 109], com o passo em rapidez de  $\Delta h_Y = 0,05$ . Esta solução é identificada nos gráficos por “rcBK”.

No trabalho [98], a rcBK é usada para um ajuste aos dados mais recentes do HERA para a seção de choque reduzida<sup>2</sup>, considerando dados para  $x \leq 10^{-2}$  e  $0,045 \text{ GeV}^2 \leq Q^2 \leq 50 \text{ GeV}^2$ . Este trabalho apresenta duas parametrizações. Uma delas considerando apenas quarks leves, a qual chamaremos de AAMQS (L), e a outra considerando quarks leves e pesados, que chamaremos de AAMQS (H). O valor inicial de  $x$  é diferente em cada parametrização:  $x_0 = 0,00893$  quando apenas quarks leves são considerados e  $x_0 = 0,008$  na parametrização que inclui os sabores charm e bottom. As parametrizações AAMQS utilizam as seguintes massas:  $m_{u,d,s} = 0,14 \text{ GeV}$ ,  $m_c = 1,27 \text{ GeV}$  e  $m_b = 4,2 \text{ GeV}$ . O modelo AAMQS (L) utiliza a seção de choque normalizada com  $\sigma_0 = 32,357 \text{ mb}$ , escala de saturação inicial  $Q_{s0} = 0,241 \text{ GeV}^2$  e dimensão anômala  $\gamma = 0,971$ . O modelo AAMQS (H) utiliza  $\mathcal{N}$  e  $\sigma_0$  distintos para sabores leves e pesados:

$$\begin{aligned} \sigma_{T,L}(x, Q^2) &= \sigma_0^L \sum_{f=u,d,s} \int_0^1 dz \int d^2r \left| \Psi_{T,L}^f(e_f, m_f, z, Q^2, r) \right|^2 \mathcal{N}^L(r, x) \\ &+ \sigma_0^H \sum_{f=c,b} \int_0^1 dz \int d^2r \left| \Psi_{T,L}^f(e_f, m_f, z, Q^2, r) \right|^2 \mathcal{N}^H(r, x), \end{aligned} \quad (5.78)$$

onde o setor leve utiliza  $\sigma_0^L = 35,465 \text{ mb}$ ,  $Q_{s0}^2 = 0,2386$  e  $\gamma = 1,263$ , e para o setor pesado temos  $\sigma_0^H = 18,430 \text{ mb}$ ,  $Q_{s0}^2 = 0,2329$  e  $\gamma = 0,883$ . O método numérico utilizado nas parametrizações AAMQS para resolver a rcBK foi Runge-Kutta de segunda ordem [108, 109], com o passo em rapidez de  $\Delta h_Y = 0,1$ .

### 5.5.4 Comparação entre os modelos de $\mathcal{N}$

Acima vimos diferentes modelos para a amplitude de espalhamento de dipolo, com soluções fenomenológicas e numéricas, agora vamos analisá-las. A discussão que segue é em relação ao resultado mostrado na Fig.5.4, na qual temos a amplitude de espalhamento de dipolo  $\mathcal{N}(x, r)$  em função do tamanho do dipolo ao quadrado, para diferentes valores de energia. Uma característica presente em todas as parametrizações, é:

- Na região de pequenos dipolos  $\Rightarrow \mathcal{N}$  cresce linearmente em  $r^2$ ;
- Na região de grandes dipolos  $\Rightarrow \mathcal{N}$  tende a um valor máximo.

<sup>2</sup> A seção de choque reduzida é dada em termos de  $F_2$  e  $F_L$ :

$$\sigma_r(y, x, Q^2) = F_2(x, Q^2) - \frac{y^2}{1 + (1 - y)^2} F_L(x, Q^2), \quad (5.77)$$

onde  $y = Q^2/sx$  é a variável inelasticidade [98].



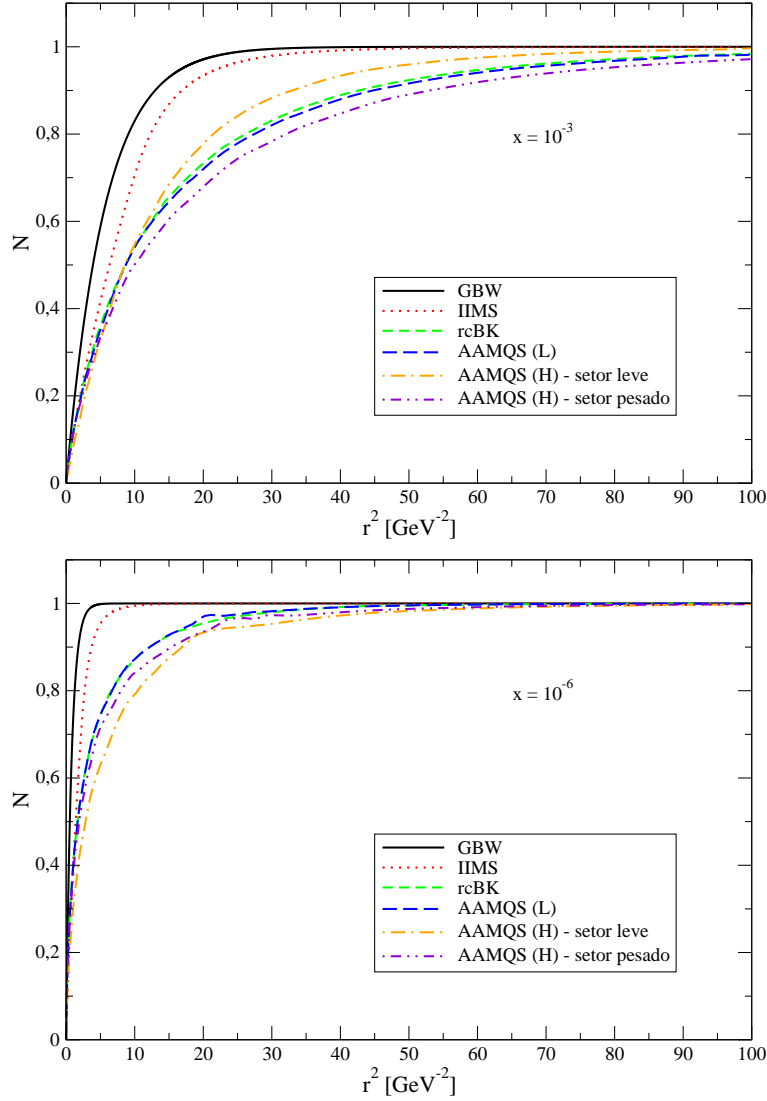


Figura 5.4: Amplitude  $\mathcal{N}(x, r)$  para diferentes modelos em dois valores de  $x$ .

Os modelos diferem na região de  $r$  em que chega-se à saturação. Podemos observar que a saturação é alcançada para menores tamanhos de dipolos nos modelos fenomenológicos, sendo alcançada para pares  $q\bar{q}$  maiores nas soluções da equação BK. Ou seja, as soluções da BK levam a uma transição mais suave. Por exemplo, entre os modelos fenomenológicos, a transição da região linear para o regime assintótico é mais abrupta no modelo GBW que no modelo IIMS. Já entre as soluções da BK, tal conclusão depende do regime de energia: em energias menores ( $x = 10^{-3}$ ), o setor pesado da solução AAMQS (H) possui a transição mais suave, mas quando vamos para energias maiores ( $x = 10^{-6}$ ), vemos que o setor leve da solução AAMQS (H) apresenta a transição mais suave entre os regimes linear e não linear.

Na região de transparência de cor, vemos um comportamento muito parecido entre as soluções da BK, tendo estes modelos um crescimento de  $\mathcal{N}$  mais lento que os modelos fenomenológicos. O modelo GBW nessa região é obtido expandindo (5.73) para pequeno  $r^2$  e descartando os termos de mais alta ordem, de forma que obtemos crescimento linear em  $r^2$ ,  $\mathcal{N}(r \rightarrow 0) \propto r^2$ . Essa dependência linear é a mais forte entre todos os modelos. Já no caso do IIMS, a dependência na região de transparência de cor é dada por (5.75) em

$rQ_s \leq 2$ , ou seja,  $\mathcal{N}(r \rightarrow 0) \propto [r^2]^{\gamma_{eff}}$ . Dado que  $\gamma_{eff} \leq 1$ , o IIMS apresenta um crescimento de  $\mathcal{N}$  mais fraco em  $r$  do que o GBW.

O comportamento qualitativo descrito acima repete-se para diferentes valores de energia, com os modelos fenomenológicos saturando em menores valores de  $r$  quando comparados as soluções da BK. A consequência do aumento da energia, é que a saturação mostra-se presente em dipolos menores. Por exemplo, em  $x = 10^{-3}$ , a saturação é alcançada em  $r^2 \approx 25 \text{ GeV}^{-2}$  ( $r \approx 1 \text{ fm}$ ) no modelo GBW e em  $r^2 \gtrsim 100 \text{ GeV}^{-2}$  ( $r \gtrsim 2 \text{ fm}$ ) nas soluções da equação BK. Já em  $x = 10^{-6}$ , o regime assintótico é atingido em  $r^2 \approx 3 \text{ GeV}^{-2}$  ( $r \approx 0,35 \text{ fm}$ ) no modelo GBW e em  $r^2 \approx 40 \text{ GeV}^{-2}$  ( $r \approx 1,3 \text{ fm}$ ) nas soluções da equação BK.

## 5.6 Difração e saturação partônica

A fim de investigar a importância de saturação em difração, analisaremos as dependências das seções de choque inclusiva e difrativa, para isso serão utilizados dois modelos simples para a seção de choque de dipolo, um deles sem levar em conta qualquer efeito de saturação, e o outro utilizando uma  $\sigma_{dip}$  baseada no modelo GBW. Para esta análise utilizaremos a seguinte aproximação para as funções de onda (4.14) e (4.15) [110]:

$$|\Psi_{L,T}(z, r)|^2 \approx \frac{6}{\alpha_{em}} 4\pi^2 \sum_f e_f^2 (z^2 + \bar{z}^2) \frac{1}{r} \Theta [z\bar{z}Q^2r^2 < 1], \quad (5.79)$$

onde a contribuição dominante vem de pares assimétricos. Usando (5.79) em (4.19) e (4.28) temos:

$$\sigma(x, Q^2) \approx \frac{6\alpha_{em}}{2\pi} \sum_f e_f^2 \frac{1}{Q^2} \int_{4/Q^2}^{\infty} \frac{dr^2}{r^4} \sigma_{dip}, \quad (5.80)$$

$$\sigma^D(x, Q^2) \approx \frac{6\alpha_{em}}{32\pi^2 B} \sum_f e_f^2 \frac{1}{Q^2} \int_{4/Q^2}^{\infty} \frac{dr^2}{r^4} \sigma_{dip}^2, \quad (5.81)$$

sendo o limite inferior necessário para garantir que o termo  $z\bar{z}$  na função  $\Theta$  não exceda  $1/4$ .

Primeiro utilizaremos um  $\sigma_{dip}$  que contém saturação:

$$\sigma_{dip} \approx \begin{cases} \sigma_0 r^2 Q_s^2(x)/4 & \text{para } r^2 Q_s^2(x) < 4, \\ \sigma_0 & \text{para } r^2 Q_s^2(x) > 4, \end{cases} \quad (5.82)$$

onde  $Q_s = (x_0/x)^{\lambda/2}$  é a escala de saturação, já introduzida em (5.74), e as quantidades  $\sigma_0$ ,  $x_0$  e  $\lambda$  constantes ajustáveis. Inserindo (5.82) em (5.80) e (5.81) temos, após a integração:

$$\sigma(x, Q^2) \approx \frac{6\alpha_{em}}{2\pi} \sum_f e_f^2 \frac{\sigma_0 Q_s^2(x)}{4Q^2} \ln [Q^2/Q_s^2(x)], \quad (5.83)$$

$$\sigma^D(x, Q^2) \approx \frac{6\alpha_{em}}{16\pi^2 B} \sum_f e_f^2 \frac{\sigma_0^2 Q_s^2(x)}{4Q^2}. \quad (5.84)$$

Este resultado leva a uma razão aproximadamente constante entre as seções de choque difrativa e inclusiva,  $\sigma^D/\sigma$  (similar ao resultado exato obtido em [69]):

$$\frac{\sigma^D}{\sigma} \approx \frac{\sigma_0}{8\pi B} \frac{1}{\ln [Q^2/Q_s^2(x)]} \sim \frac{1}{\ln [W^{-2\lambda}]}. \quad (5.85)$$

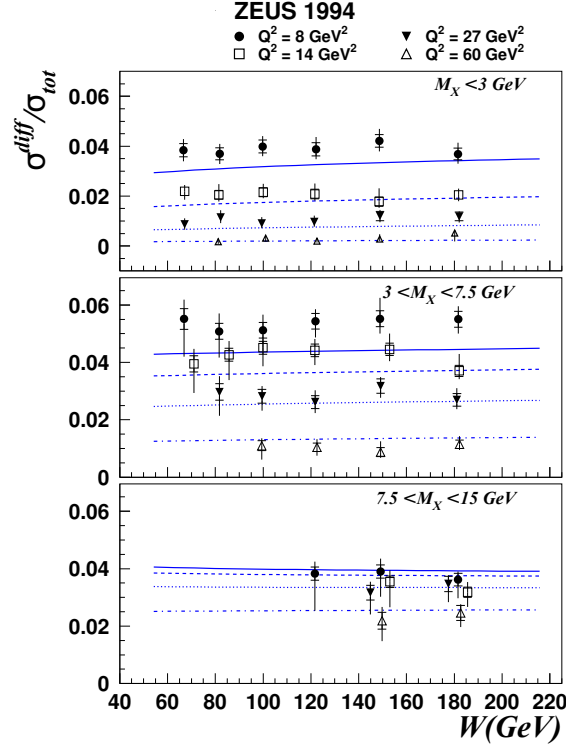


Figura 5.5: Razão entre as seções de choque difrativa e inclusiva como função  $W$  para diferentes  $Q^2$  e  $M_X$  [110].

Por outro lado, se usamos uma seção de choque de dipolo sem saturação, equivalente a versão linear do modelo GBW,

$$\sigma_{dip}(x, Q^2) \approx \sigma_0 r^2 Q_s^2(x)/4, \quad (5.86)$$

ao inserir em (5.80) e (5.81) somos levados à

$$\sigma(x, Q^2) \approx \frac{6\alpha_{em}}{2\pi} \sum_f e_f^2 \frac{\sigma_0 Q_s^2(x)}{4Q^2} \ln(Q^2/4Q_{cut}^2), \quad (5.87)$$

$$\sigma^D(x, Q^2) \approx \frac{6\alpha_{em}}{21\pi^2 B} \sum_f e_f^2 \frac{\sigma_0^2 Q_s^4(x)}{16Q^2 Q_{cut}^2}. \quad (5.88)$$

onde  $Q_{cut}$  é uma escala introduzida para separar a região não perturbativa. Vemos aqui que, embora a seção de choque inclusiva dependa fracamente de  $Q_{cut}$ , a seção de choque difrativa possui forte dependência em  $Q_{cut}$ . Neste caso, a razão entre as seções de choque difrativa e inclusiva, além de depender fortemente de  $Q_{cut}$ , também depende da energia,

$$\frac{\sigma^D}{\sigma} \approx \frac{\sigma_0}{64\pi B} \frac{Q_s^2(x)}{Q_{cut}^2 \ln[Q^2/4Q_{cut}^2]} \sim \frac{W^{2\lambda}}{Q_{cut}^2}. \quad (5.89)$$

Os dados experimentais mostrados na Fig.5.5 distinguem os dois resultados encontrados acima para a razão  $\sigma^D/\sigma$ , mostrando que ela é aproximadamente constante como função da massa invariante  $W$  para diferentes valores de virtualidade  $Q^2$  e dentro de diferentes intervalos de massa difrativa  $M_X$ <sup>3</sup> [110]. Isso mostra que a saturação tem um papel importante em processos difrativos.

<sup>3</sup> Em um processo difrativo  $ep \rightarrow epX$  como visto na Fig.3.3,  $M_X$  é a massa do sistema  $X$  (produto da hadronização do fóton  $\gamma^*$ ). No caso da Fig.5.5  $M_X$  é integrada sobre os intervalos indicados,  $\sigma^D = \int dM_X \sigma_{\gamma^*p \rightarrow XN}^D$  [111].

## 5.7 Conclusões

Neste capítulo vimos como as equações DGLAP e BFKL levam a um forte crescimento da seção de choque para DIS no limite de altas energias. Tal crescimento viola dois princípios importantes: a unitariedade da seção de choque e o limite de Froissart. Ao considerar processos de recombinação de glúons em energias elevadas, o modelo GLR leva a saturação da distribuição de glúons (de forma que  $g(x, Q^2)$  deixe de depender da energia). Uma linha crítica separando os regimes saturado e diluído também é prevista pelo modelo GLR. O desenvolvimento de uma teoria para descrever o regime de alta densidade partônica, bem como efeitos de saturação, levou à teoria CGC e a equação BK, que descrevem a dinâmica em termos da amplitude de espalhamento de dipolo. A solução da BK em altas energias leva ao escalonamento geométrico, o qual está acordo com dados experimentais.

O estudo feito em [112] compara a estabilidade das soluções da DGLAP e da rcBK, ajustadas aos dados de pequeno  $x$  do HERA, concluindo que ajustes utilizando a rcBK são mais robustos do que aqueles utilizando a DGLAP. Desta forma, fornecendo uma indicação adicional para a relevância da dinâmica não linear na análise dos dados de pequeno  $x$  do HERA. Enquanto nenhuma conclusão definitiva possa ser obtida da análise dos dados disponíveis atualmente, é justo dizer que um grande número de observáveis é muito bem descrito em termos da dinâmica não linear, associada a presença de uma alta densidade de glúons. A descrição unificada dos dados de pequeno  $x$  para colisões  $ep$ ,  $pp$ ,  $pA$ ,  $dA$  e  $AA$ , alcançada dentro do formalismo de CGC, dá suporte a ideia de que efeitos de saturação são um ingrediente central nesse tipo de colisão [113].

Além da BK, também utilizamos modelos fenomenológicos para descrever  $\mathcal{N}$ . Na análise do comportamento da amplitude  $\mathcal{N}$ , constatamos que em todos os modelos,  $\mathcal{N}$  cresce linearmente com  $r^2$  na região de pequenos dipolos, mas torna-se constante quando aumentamos o tamanho do dipolo. Constatamos também que com o aumento da energia, a saturação é alcançada por dipolos menores. Por fim, vimos que a razão entre as seções de choque difrativa e inclusiva, calculada nos casos com e sem saturação, nos indicam que a saturação é uma característica fundamental na descrição da dinâmica partônica em altas energias e dos processos difrativos. Com o conhecimento acumulado até aqui, somos capazes de descrever processos de espalhamento em altas energias, considerando efeitos de saturação partônica. É nesta aplicação que consistem os próximos dois capítulos.

# Capítulo 6

## Espalhamento Compton profundamente virtual em interação elétron-próton

Nos capítulos anteriores vimos que os processos de espalhamento difrativo exclusivo  $\gamma p$  testam diferentes dinâmicas, sendo seu regime estabelecido pela virtualidade do fóton do estado inicial ou pela massa da partícula produzida no estado final. Também vimos que processos difrativos são mais sensíveis a dinâmica de interações fortes. Portanto, uma das opções para estudar a dinâmica de interações fortes em altas energias, é utilizando a produção difrativa de mésons vetoriais. O problema com os mésons vetoriais é que a função de onda desse tipo de partícula, por ser uma quantidade não perturbativa, não é bem conhecida [6].

Um processo que apresenta as vantagens acima citadas, sem o problema com a função de onda do estado final, é o espalhamento  $ep \rightarrow ep\gamma$ . Este caso conta com um fóton real no estado final, o qual tem a função de onda bem conhecida. A reação  $ep \rightarrow ep\gamma$  recebe contribuição de dois processos. Um deles é o processo Bethe-Heitler (BH), o qual é puramente eletromagnético, sendo o fóton do estado final emitido pelo elétron. O outro é o espalhamento Compton profundamente virtual (*deeply virtual Compton scattering* - DVCS), que é um processo de interação forte, no qual o fóton do estado final vem de uma interação com o próton [47]. Ambos processos podem ser visualizados na Fig.6.1. Como queremos provar a dinâmica de interações fortes, estamos interessados apenas no DVCS. A contribuição do BH para a seção de choque  $ep$  pode ser precisamente calculada na QED. Desta forma, a seção de choque do DVCS é obtida subtraindo-se a contribuição do BH do total de processos  $ep \rightarrow ep\gamma$ . Isto pode ser feito apenas quando a contribuição do processo BH

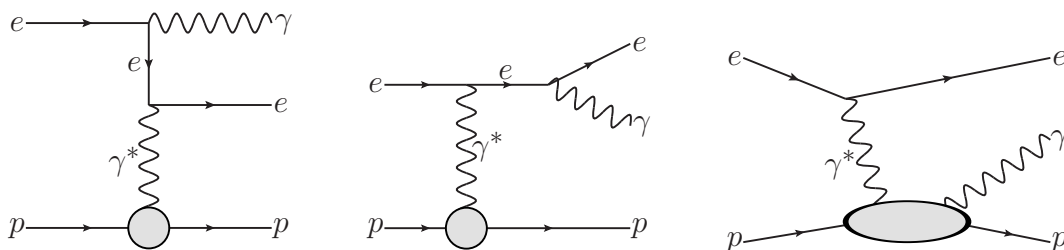


Figura 6.1: Contribuições ao espalhamento  $ep \rightarrow ep\gamma$ : BH (esquerda e centro) e DVCS (direita).

não é dominante no total de eventos, e se o termo de interferência entre os dois processos é negligenciável. Este é o caso da região cinemática de pequeno  $x$  dos experimentos H1 e ZEUS [47]. Mais detalhes sobre este procedimento são encontrados em [114–117]

Para descrever o DVCS utilizaremos a representação de dipolos de cor, com modelos para a amplitude espalhamento dipolo-próton inspirados no CGC. Salientamos entretanto, que esta não é a única abordagem existente para descrição do DVCS. Utiliza-se também uma descrição em termos das GPDFs [118], abordagem que não será explorada neste trabalho.

No que segue, apresentaremos o formalismo usado para descrever o DVCS. Após, faremos nossa análise da função peso do DVCS, e por fim, compararemos nossos resultados para a seção de choque com os dados experimentais do HERA.

## 6.1 Formalismo

Usando a abordagem de dipolos de cor, já apresentada no Cap.4, o processo DVCS representado na Fig.6.2 é descrito pela seguinte sequência de processos:

- 1°. O elétron emite um fóton com grande virtualidade;
- 2°. O fóton flutua em um par quark-antiquark;
- 3°. O par  $q\bar{q}$  troca glúons na configuração singleto de cor com o próton;
- 4°. O par quark-antiquark aniquila-se gerando um fóton real no estado final.

No referencial de dipolo, a maior parte da energia é carregada pelo hádron, enquanto o fóton tem energia suficiente apenas para dissociar-se em um par quark-antiquark antes do espalhamento.

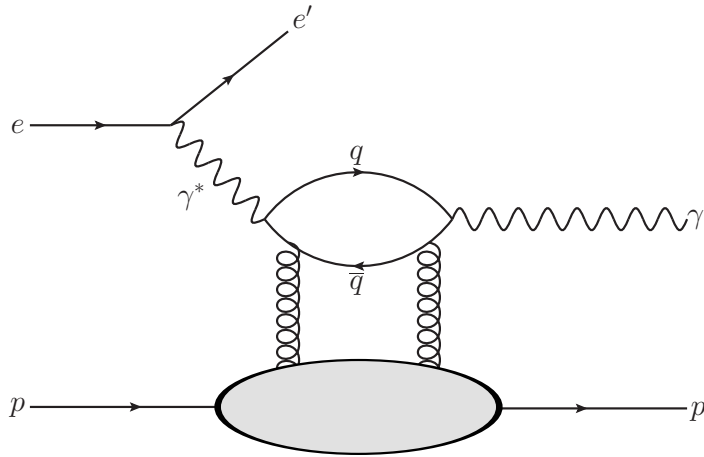


Figura 6.2: Processo DVCS no referencial de dipolo de cor.

A seção de choque total,  $\sigma_{tot} = \sigma_L + \sigma_T$ , para um espalhamento exclusivo difrativo é dada por

$$\sigma_{L,T} = \int \frac{d\sigma_{L,T}}{dt} dt, \quad (6.1)$$

onde a seção de choque diferencial no momentum transferido é

$$\frac{d\sigma_{L,T}}{dt} = \frac{1}{16\pi} |\mathcal{A}_{L,T}(x, Q^2, t)|^2, \quad (6.2)$$

onde  $\mathcal{A}(x, Q^2, t)$  é a amplitude de espalhamento fóton-próton [6]. Nela consideramos as correções em relação a sua parte real e a efeitos de *skewedness*, dados respectivamente, por  $\beta$  e  $R_g$  (veja Seção 3.3)<sup>1</sup>. A amplitude de espalhamento fóton-próton  $\mathcal{A}(x, Q^2, t)$  contém, na representação de dipolos, a amplitude de espalhamento dipolo-próton  $\mathcal{N}(x, r, b)$ . Uma vez que os modelos que estudados assumem invariância translacional,  $\mathcal{N}(x, r, b) = \mathcal{N}(x, r)S(b)$ , utilizamos a seguinte aproximação para a seção de choque diferencial:

$$\frac{d\sigma_{L,T}}{dt} \simeq \frac{d\sigma_{L,T}}{dt} \Big|_{t=0} e^{-Bt}, \quad (6.4)$$

onde  $B$  é inclinação da curva que descreve a dependência da seção de choque em  $t$  (veja Seção 3.1). Assim podemos escrever (6.1) como [58]

$$\sigma_{L,T} = \int dt \left[ \frac{d\sigma_{L,T}}{dt} \Big|_{t=0} e^{-Bt} \right] = \frac{1}{B} \left[ \frac{d\sigma_{L,T}}{dt} \right]_{t=0}. \quad (6.5)$$

Utilizando as expressões acima, a seção de choque total torna-se

$$\sigma_{L,T} = \frac{1}{B} \left[ \frac{d\sigma_{L,T}}{dt} \right]_{t=0} = \frac{R_g^2}{16\pi B} |\mathcal{A}_{L,T}(x, Q^2, t=0)|^2 (1 + \beta^2). \quad (6.6)$$

onde todos os elementos da dinâmica do processo estão contidos na amplitude  $\mathcal{A}(x, Q^2)$ .

Agora podemos aplicar o formalismo acima para descrever o DVCS. Neste caso, uma vez que o estado final contém um fóton real, e este só possui polarização transversa [62], não há contribuição da parte longitudinal. Logo, a seção de choque é dada por

$$\sigma_{tot}(\gamma^* p \rightarrow \gamma p) = \frac{R_g^2}{16\pi B} \left| \mathcal{A}_T^{\gamma^* p \rightarrow \gamma p}(x, Q^2, t=0) \right|^2 (1 + \beta^2), \quad (6.7)$$

com a amplitude de espalhamento fóton-próton sendo descrita por

$$\mathcal{A}_T^{\gamma^* p \rightarrow \gamma p}(x, Q^2) = \sum_f \int dz \int d^2r [\Psi_{\gamma^*}^* \Psi_{\gamma}(r, z, Q^2)]_T^f \sigma_{dip}(x, r^2), \quad (6.8)$$

onde a soma é feita sobre os sabores. O termo que incorpora as funções de onda do fóton,  $\Psi_{\gamma^*}^* \Psi_{\gamma}$ , é dado pela QED,

$$(\Psi_{\gamma^*}^* \Psi_{\gamma})_T^f = \frac{N_c \alpha_{em} e_f^2}{2\pi^2} \{ [z^2 + \bar{z}^2] \epsilon_1 K_1(\epsilon_1 r) \epsilon_2 K_1(\epsilon_2 r) + m_f^2 K_0(\epsilon_1 r) K_0(\epsilon_2 r) \}, \quad (6.9)$$

sendo  $K_0$  e  $K_1$  as funções de Bessel modificadas de segundo tipo,  $\bar{z} = 1 - z$  e  $\epsilon_{1,2}^2 = z\bar{z}Q_{1,2}^2 + m_f^2$  [58]. A seção de choque de dipolo é descrita pelos modelos apresentados na Seção 5.5.

---

<sup>1</sup> O fator  $\lambda$  que descreve o comportamento da distribuição de glúons em  $x$ , utilizado no cálculo de  $\beta$  e  $R_g$ , é dado na representação de dipolos por [58]

$$\lambda = \frac{\partial \ln \mathcal{A}}{\partial \ln(1/x)}. \quad (6.3)$$

## 6.2 Resultados

Nesta seção apresentamos nossos resultados para DVCS em interações elétron-próton. Para uma transição suave no limite de fotoprodução, seguindo [69], utilizamos a seguinte modificação na variável de Bjorken,

$$x \rightarrow x \left( 1 + \frac{4m_f^2}{Q^2} \right) = \frac{Q^2 + 4m_f^2}{W^2}, \quad (6.10)$$

que consiste em tomar  $x_{\mathcal{P}}$  de (3.6) no limite de altas energias, considerando  $M_X^2$  na camada de massa.

Para o cálculo de  $R_g$  e  $\beta$ , utilizamos o  $\lambda$  dado pela escala de saturação. Há grande incerteza quanto a contribuição dessas quantidades, de forma que, como feito na maioria dos trabalhos, não utilizaremos a dependência de  $\lambda$  em  $Q^2$ . No caso dos modelos fenomenológicos,  $\lambda$  é obtido diretamente do expoente da escala de saturação de cada modelo. Já para as soluções numéricas da rcBK, aproximamos  $\lambda$  pelo mesmo valor utilizado no modelo IIMS. Assim, obtemos  $R_g^2 = 1,64$  para o modelo GBW e  $R_g^2 = 1,46$  para os modelos IIMS, rcBK e AAMQS. No caso de  $\beta$ , aproximamos com o valor de  $\beta = 0,30$  para todos os modelos, independente da energia [119].

### 6.2.1 Função peso

Investigaremos agora a importância do tamanho do dipolo, encontrando o tamanho médio dominante para a amplitude de espalhamento fóton-próton do DVCS. Definimos a função peso (*overlap function*), que é dada pelo integrando em  $r$  da amplitude<sup>2</sup> (6.8):

$$H(r, x, Q^2) = 2\pi r \int dz [\Psi_{\gamma^*}^* \Psi_{\gamma}(r, z, Q^2)]_T \sigma_{dip}(x, r). \quad (6.12)$$

A contribuição dos sabores pesados é algumas ordens de grandeza menor do que a contribuição dos sabores leves ( $10^4$  já para o quark charm), portanto, na análise que segue, serão considerados apenas os sabores leves (up, down e strange), com  $m_{u,d,s} = 140$  MeV.

Começamos fazendo uma comparação entre a função peso nos casos com e sem saturação. Para isso, utilizaremos o modelo GBW com a amplitude de espalhamento dada por (5.73), e uma versão linear do mesmo modelo, a qual não incorpora saturação para grande  $r$ . A versão linear do modelo GBW é obtida expandindo  $\mathcal{N}$  em uma série de potência em  $r$ , e tomando apenas a contribuição de primeira ordem,

$$\mathcal{N}(x, r) = \frac{1}{4} [rQ_s(x)]^2. \quad (6.13)$$

Ou seja, no GBW linear assume-se que o comportamento de dipolos pequenos pode ser estendido para dipolos grandes. A comparação entre esses modelos (presença e ausência de saturação), com  $x$  e  $Q^2$  fixos, é apresentada na Fig.6.3. Nela vemos que para dipolos com tamanho de até  $r = 1$  GeV<sup>-1</sup> ( $r \approx 0,2$  fm), não há distinção entre os resultados com

<sup>2</sup> A quantidade  $2\pi r$  surge quando reescrevemos o elemento diferencial,  $d^2r \rightarrow dr$ :

$$\int d^2r = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^r r dr = 2\pi \int_0^r r dr. \quad (6.11)$$



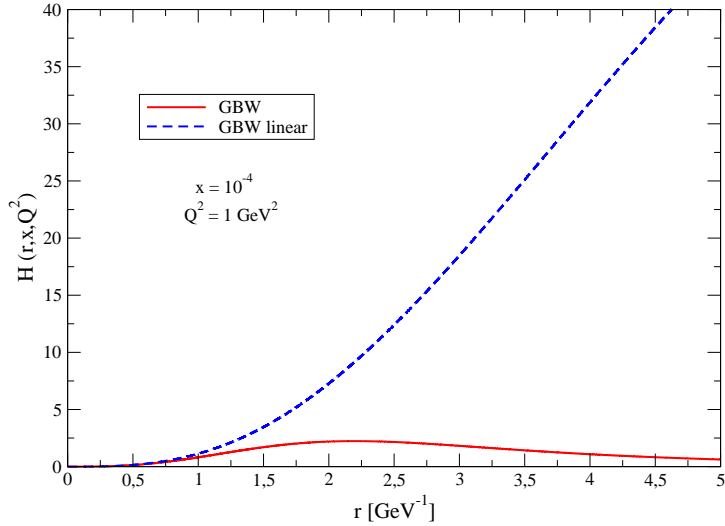


Figura 6.3: Função peso nos casos com e sem saturação de  $\mathcal{N}$ .

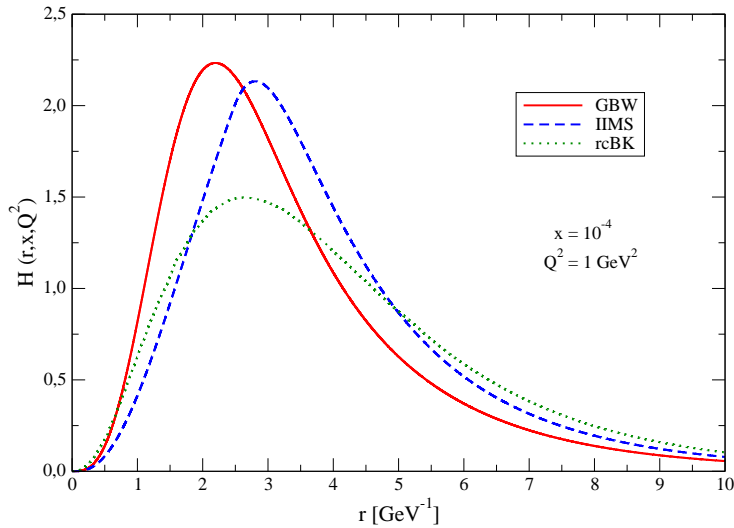


Figura 6.4: Comparação da função peso para modelos para  $\mathcal{N}$ .

e sem saturação. Já para  $r > 1 \text{ GeV}^{-1}$ , os dois modelos diferem fortemente, tal que os efeitos de saturação suprimem a contribuição para grandes dipolos. Já ao desprezarmos tais efeitos (GBW linear), a seção de choque difrativa é dominada por dipolos grandes, ou seja, por uma física não perturbativa. Observamos também que a área sob a curva é reduzida fortemente pelos efeitos de saturação, o que implica que os observáveis associados serão amplamente modificados por esses efeitos.

Na Fig.6.4 temos a comparação utilizando a amplitude de espalhamento dada por dois modelos fenomenológicos, GBW e IIMS, e para  $\mathcal{N}$  dado pela equação BK, utilizando a solução rcBK. Observamos que todas as soluções possuem um comportamento parecido, com a maior contribuição sendo dada por dipolos de tamanho entre  $r = 2 \text{ GeV}^{-1}$  e  $r = 3 \text{ GeV}^{-1}$  ( $0,4 \text{ fm} \leq r \leq 0,6 \text{ fm}$ ). Para todas as soluções, a contribuição é muito reduzida para grandes valores de separação do par  $q\bar{q}$ . A diferença entre os modelos fenomenológicos e a solução rcBK, é que a última apresenta uma distribuição mais larga em  $r$ . Essa característica é uma consequência do quão rápida é alcançada a saturação de  $\mathcal{N}$  quando aumentamos  $r$ . Desta forma, a largura da distribuição em  $r$  encontrada na Fig.6.4 está

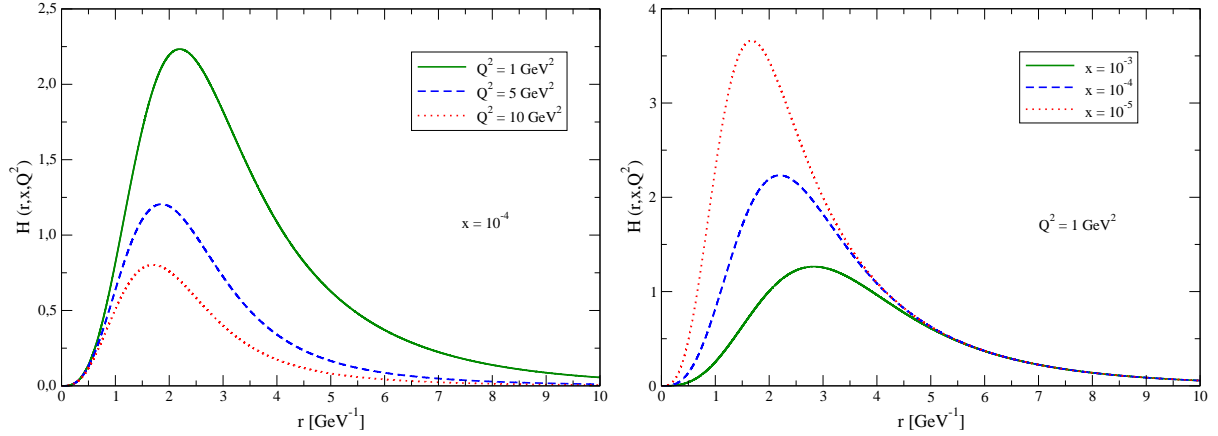


Figura 6.5: Função peso com  $x$  fixo (esquerda) e com  $Q^2$  fixo (direita).

de acordo com o que vimos na Fig.5.4, a qual mostra que a transição entre os regimes linear e saturado é mais suave em soluções da BK do que nos modelos fenomenológicos. Já entre os modelos fenomenológicos, a distribuição obtida utilizando o IIMS apresenta maior peso em valores mais elevados de  $r$ , implicando que efeitos de saturação contribuem mais fortemente ao IIMS do que ao GBW.

Agora vamos analisar o comportamento de  $H(r, x, Q^2)$  em função de  $x$  e  $Q^2$ , independentemente. Para isto, utilizaremos a seção de choque de dipolo dada pelo modelo GBW. Na Fig.6.5, no painel esquerdo, fixamos  $x$  e variamos  $Q^2$  entre  $1 \text{ GeV}^2$  e  $10 \text{ GeV}^2$ . Observamos, como já era esperado, que quando aumentamos a virtualidade  $Q^2$ , a contribuição dominante vem de dipolos cada vez menores, visto que o pico da função peso desloca-se para a esquerda. Portanto, os efeitos de saturação são reduzidos para grandes valores de  $Q^2$ , de forma que ao selecionar processos com alto  $Q^2$ , ficamos dentro do regime perturbativo. No painel direito da Fig.6.5, fixamos  $Q^2$  e variamos  $x$  entre  $10^{-3}$  e  $10^{-5}$ . O comportamento é análogo ao caso anterior, vemos que quando aumentamos a energia do sistema (diminuimos o valor de  $x$ ), a contribuição dominante na função peso vem de dipolos cada vez menores. Ou seja,  $Q^2$  e  $x$  ditam a escala do processo. Com o aumento de  $Q^2$ , a contribuição dominante vem de dipolos cada vez menores, para os quais os efeitos de saturação diminuem. Já ao diminuir  $x$ , embora a contribuição dominante seja de dipolos menores, devemos lembrar que neste caso a saturação é alcançada em pares  $q\bar{q}$  menores (como visto na Fig.5.4).

## 6.2.2 Parâmetro B

O parâmetro (*slope*)  $B$ , como já foi identificado na Seção 3.1, surge da parametrização  $d\sigma/dt \sim e^{-B|t|}$ , e seu ajuste descreve muito bem (em pequeno  $x$ ) os dados de DVCS e produção de mésons vetoriais, como pode ser visto em [47].

Há duas formas funcionais para  $B$  na literatura. Em uma delas,  $B$  é dado em termos de  $\sigma_0$ , sendo  $B(\sigma_0) = \sigma_0/4\pi$  [41]. A outra alternativa, é com  $B$  em termos da virtualidade, sendo  $B(Q^2) = a [1 - b \ln(Q^2/Q_0^2)]$ , como proposto em [120]. Neste caso, utilizamos os parâmetros da colaboração H1 [115], os quais descrevem satisfatoriamente os dados experimentais do HERA:  $a = 6,98 \text{ GeV}^{-2}$ ,  $b = 0,12$  e  $Q_0^2 = 2 \text{ GeV}^2$ .

Uma comparação entre as formas funcionais  $B(Q^2)$  e  $B(\sigma_0)$ , utilizando o  $\sigma_0$  de cada modelo, é mostrada na Fig.6.6. Na região com  $8 \text{ GeV}^2 \leq Q^2 \leq 25 \text{ GeV}^2$ , a diferença entre as duas formas funcionais chega a até 65%. Há grande incerteza entre estas dis-

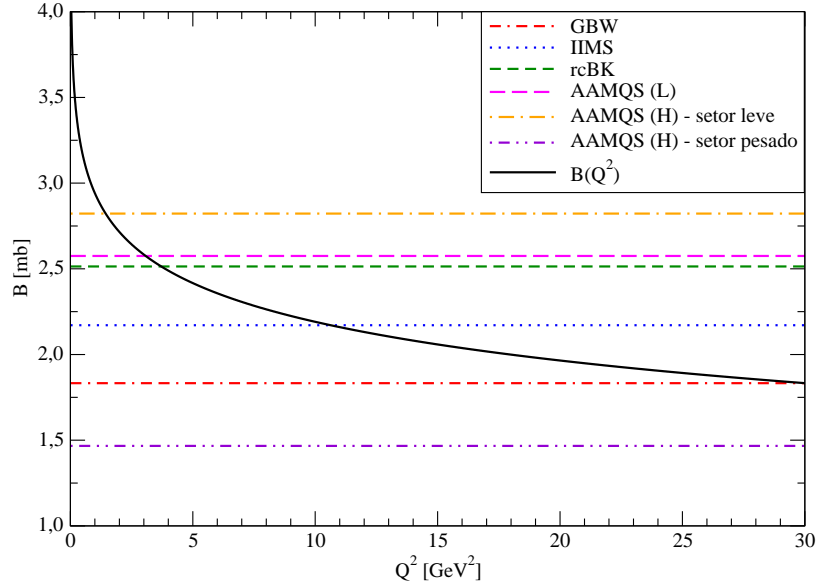


Figura 6.6: Comparação entre parâmetro  $B$  com dependência em  $Q^2$  ou em  $\sigma_0$ .

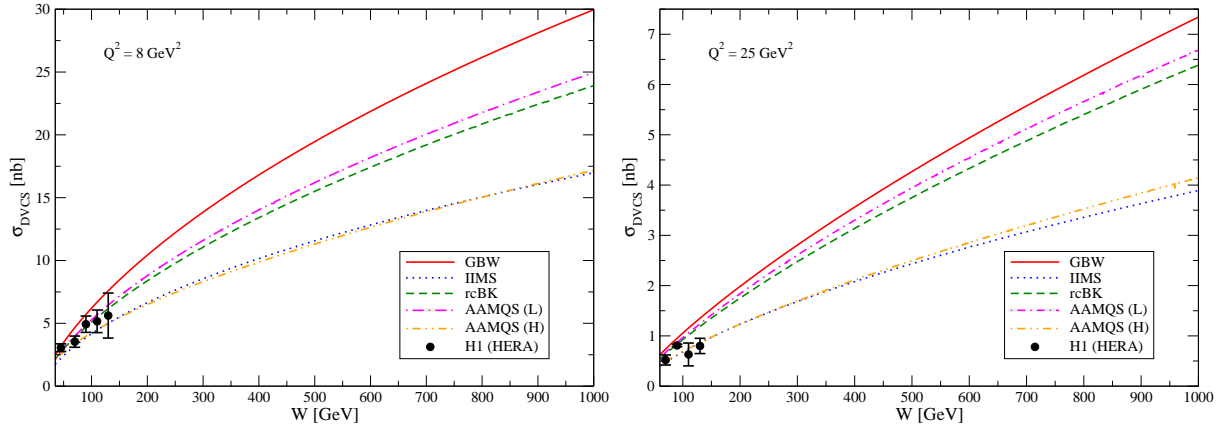


Figura 6.7: Seção de choque DVCS  $\sigma^{\gamma^*p \rightarrow \gamma p}$  como função de  $W$  para  $Q^2$  fixo.

tintas previsões, a qual está diretamente associada ao fato de termos desconsiderado a dependência do parâmetro de impacto<sup>3</sup> na seção de choque de dipolo. No que segue usaremos a forma funcional  $B(Q^2)$ , a qual está vinculada pelos dados experimentais.

### 6.2.3 Seção de choque

Analisaremos o espalhamento DVCS utilizando (6.7), com a seção de choque de dipolo dada por todos os modelos apresentados na Seção 5.5. Em ambos casos discutidos abaixo, compararemos nossos resultados com os dados experimentais do HERA [117] para  $W < 150$  GeV.

Na Fig.6.7 temos a seção de choque variando com a energia, para dois valores fixos de virtualidade:  $Q^2 = 8 \text{ GeV}^2$  e  $Q^2 = 25 \text{ GeV}^2$ . Com virtualidade  $Q^2 = 8 \text{ GeV}^2$ , os dados do HERA não permitem distinguir entre as previsões de cada modelo. Nesta virtualidade espera-se provar a região de transição entre as dinâmicas linear e não linear. Já para

<sup>3</sup> O momentum transferido  $t$  e o parâmetro de impacto  $b$ , estão relacionados por uma transformada de Fourier.

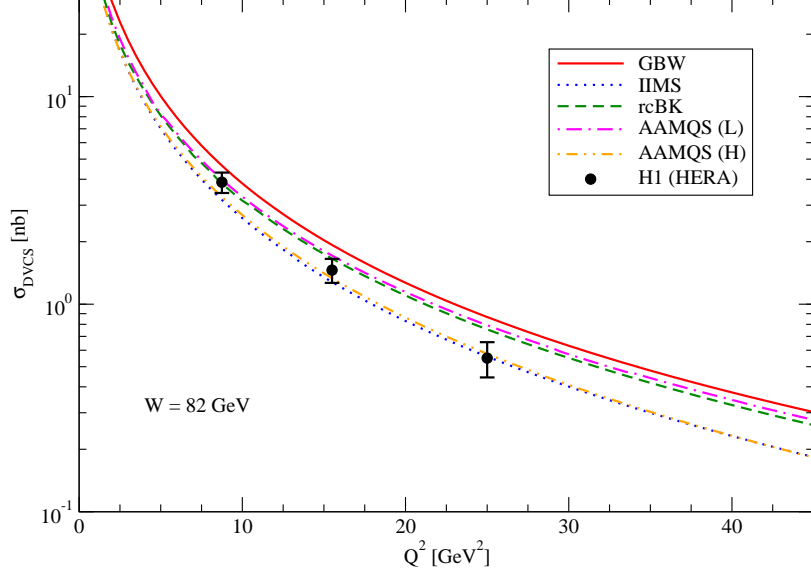


Figura 6.8: Dependência da seção de choque DVCS na virtualidade, para massa invariante do sistema  $\gamma p$  fixa.

$Q^2 = 25 \text{ GeV}^2$ , os dados favorecem os modelos IIMS e AAMQS (H). Todavia, a aplicação dos modelos estudados na descrição de dados com virtualidade tão elevada é uma extrapolação, visto que tais modelos descrevem apenas os regimes de saturação e próximo da saturação. Ainda não há modelo que descreva os regimes linear e não linear. Dados experimentais um pouco acima da região cinemática do HERA poderiam distinguir alguns modelos. Para uma melhor distinção entre eles, precisamos de dados experimentais com  $W \sim 1 \text{ TeV}$ , região cinemática que pode ser explorada por futuros colisores [121–126].

Na Fig.6.8 temos a seção de choque variando com a virtualidade, para energia fixa de  $W = 82 \text{ GeV}$ . Podemos ver que conforme vamos para uma região de virtualidades cada vez menores, ou seja, na região onde espera-se que os efeitos de saturação estejam mais presentes, todos os modelos levam a resultados muito próximos. Já na região de maior  $Q^2$ , onde espera-se que estejamos na região de transição, alguns modelos divergem. Os modelos rcBK e AAMQS (L) descrevem melhor os dados na região de  $Q^2 \approx 9 \text{ GeV}^2$ , enquanto os modelos IIMS e AAMQS (H) descrevem melhor os dados na região de  $Q^2 \approx 25 \text{ GeV}^2$ .

Em ambos casos discutidos acima, devemos levar em consideração a incerteza no parâmetro  $B$ . Com esta incerteza, nenhum modelo estudado pode ser descartado pelos dados experimentais atuais.

## 6.3 Conclusões

Neste capítulo, após apresentarmos o formalismo para o cálculo da seção de choque do DVCS, chegamos aos primeiros resultados inéditos obtidos neste trabalho.

Na análise da função peso, observamos que a utilização de uma amplitude  $\mathcal{N}$  sem saturação leva a resultados muito diferentes daqueles obtidos ao utilizar um modelo que leva em conta a saturação na amplitude de espalhamento de dipolo. Em seguida, vimos qual o tamanho de dipolo que dá a contribuição dominante para diferentes modelos de  $\mathcal{N}$ , onde os resultados obtidos são um reflexo do comportamento de transição entre os regimes linear e não linear, obtidos na Seção 5.5 para cada modelo de  $\mathcal{N}$  estudado. Também vimos

como o aumento da virtualidade e da escala de energia leva a maior contribuição de dipolos menores.

Por fim, chegamos aos resultados para o observável de interesse, a seção de choque para o DVCS. Aqui obtivemos, para todos os modelos considerados, resultados consistentes com os dados experimentais na região cinemática do HERA. As diferenças encontradas entre os modelos, neste regime cinemático, são menores que as diferenças encontradas entre as formas funcionais de  $B$ . Uma distinção entre os modelos será possível com dados experimentais no regime de energias maiores, as quais serão acessíveis em futuros colisores.

Os resultados obtidos aqui para a seção de choque DVCS são consistentes com os obtidos em [58] e [127], nos quais a análise foi feita apenas utilizando os modelos rcBK e GBW, respectivamente. Os resultados para este observável utilizando os modelos IIMS e AAMQS foram obtidos pela primeira vez neste trabalho. Constatamos que os modelos IIMS e AAMQS (H) levam a resultados muito similares.

Além da possibilidade de provar a física de saturação em futuros colisores elétron-próton, outra possibilidade é utilizar processos elétron-núcleo, onde espera-se um reforço na escala de saturação no meio nuclear. Esta alternativa será explorada no próximo capítulo.

# Capítulo 7

## Espalhamento Compton profundamente virtual em interações elétron-núcleo

Nosso objetivo é tratar a QCD no regime de saturação, assim queremos estudar a região onde os efeitos da física de saturação estão mais presentes, que é para  $Q^2 \lesssim Q_s^2$ . Entretanto, para baixo  $Q^2$  estamos muito próximos da região não perturbativa da QCD, a qual é tratada utilizando-se modelos efetivos ou a formulação de QCD na rede (*lattice QCD*). Portanto, queremos que a escala de saturação tenha o maior valor possível, de forma que o espaço de fase da física não linear, que vai da  $Q_s^2$  até a fronteira com o regime da não perturbativo, seja maximizado. Uma das formas de aumentar  $Q_s^2$  é com colisões elétron-núcleo. Essa amplificação da escala de saturação é a principal vantagem de usar um alvo nuclear no DIS.

Neste capítulo estudaremos o DVCS nuclear, que pode ser classificado de acordo com a dissociação do núcleo atômico. No caso dito coerente, o núcleo permanece intacto, já no caso dito incoerente, temos a dissociação do núcleo. Distinguir entre estes dois processos, provavelmente será um desafio para os futuros experimentos, dada a dificuldade de medidas em pequenos ângulos (em relação ao feixe). Usualmente, o que se mede é um evento com grande lacuna de rapidez entre o fóton real e o alvo remanescente na direção do feixe (que pode ou não ser um núcleo intacto). Portanto, o controle teórico sobre a razão entre esses eventos torna-se muito importante.

Veremos nos resultados desse capítulo, que a difração coerente tem uma dependência muito característica em  $t$ , fazendo dela uma poderosa ferramenta para estudar a contribuição de campo médio do CGC. Já a difração incoerente surge de contribuições do campo de glúons além da aproximação de campo médio, com seu estudo podendo revelar a dinâmica de flutuações quânticas no CGC [128].

No que segue, veremos as motivações para estudar DDIS exclusivo em processos elétron-núcleo, e após, veremos o formalismo utilizado no cálculo das seções de choque total e diferencial, nos casos coerente e incoerente. Por fim, apresentaremos nossos resultados para o DVCS nuclear.

### 7.1 Motivação para o caso nuclear

Até agora vimos os efeitos da QCD apenas em processos hadrônicos, entretanto, o ambiente nuclear também está sujeito à interação forte. O DIS de altas energias utilizando

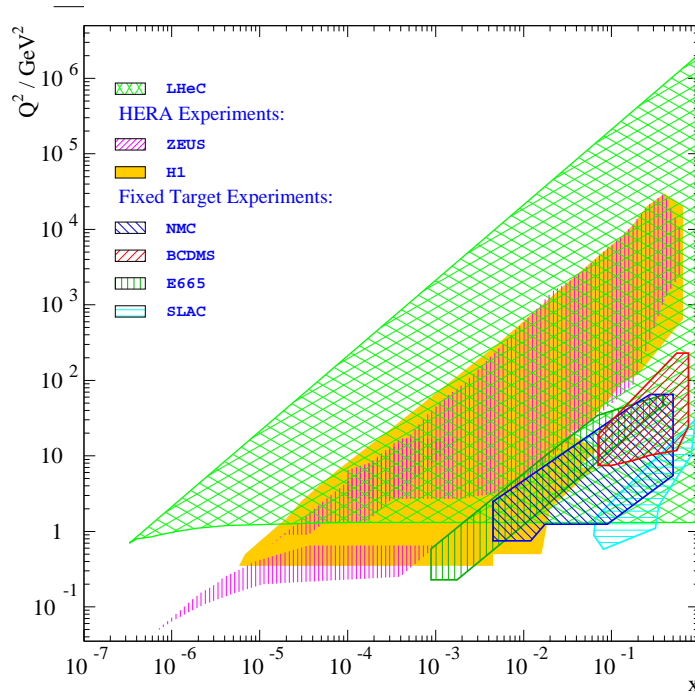


Figura 7.1: Região cinemática do colisor LHeC [131].

grandes núcleos (íons pesados) é mais uma forma de investigar a dinâmica de glúons, dominante neste regime. No caso do nuclear, além de interações entre dois glúons oriundos de um mesmo nucleon, temos também a interação de glúons de diferentes nucleons. Assim, o grande número de nucleons em um íon pesado resulta em intensos campos de cor, podendo levar ao regime de saturação partônica, descrito pelo CGC. A transição para este regime não linear é caracterizada pela escala de saturação  $Q_s$ , a qual deve ser maior quando consideramos íons pesados, como veremos a seguir. Conjectura-se que o CGC tenha propriedades universais, como a saturação partônica, a qual é válida tanto para espalhamento em prótons quanto em núcleos [124]. A universalidade da física de CGC foi investigada em [129], onde foi constatada a presença do escalonamento geométrico nos dados de colisões  $\gamma^*p$ ,  $\gamma^*A$ ,  $dA$  e  $AA$ . No entanto, o papel de intensos campos de cor e efeitos de saturação no núcleo são pouco conhecidos. Isto é devido, além das dificuldades teóricas, a inexistência de dados experimentais para evidenciar a dinâmica não linear em espalhamento elétron-núcleo em altas energias [124]. Tais medidas devem ser fornecidas por DIS com íons pesados, em futuros aceleradores elétron-íon, como o eRHIC [124, 130] e o LHeC [121, 131]. O regime cinemático coberto pelo LHeC é mostrado na Fig. 7.1.

Agora veremos como a dinâmica de glúons em um núcleo com velocidade ultrarrelativística leva a amplificação do efeito de saturação no ambiente nuclear. Devido ao princípio da incerteza de Heisenberg, glúons com pequeno  $x$  interagem coerentemente<sup>1</sup> com todo o núcleo na direção longitudinal. Portanto, apenas a distribuição de glúons no plano transversal do núcleo é importante para a função de onda nuclear em altas energias. Em razão da alta velocidade, a contração de comprimento de Lorentz atua achatando o

<sup>1</sup> Neste contexto, um processo ser coerente significa que a interação experimentada é gerada pelo núcleo como um todo, sendo o efeito do conjunto de nucleons, diferente da soma dos efeitos individuais de cada nucleon. Já em um processo incoerente temos a contribuição de cada nucleon de forma independente, de forma que a interação com o núcleo seja igual a  $A$  vezes a interação com o próton, onde  $A$  é o número de massa do núcleo.

núcleo em forma de disco na direção longitudinal. Desta forma, temos a sobreposição de nucleons no plano transversal, levando a altas densidades partônicas. O grande número de ocupação no campo de cor leva ao comportamento clássico do campo de glúons [124]. Esta é a essência do modelo MV [84]. O campo de cor efetivo no núcleo é resultante dos glúons de todos os nucleons. Desde que não estejamos próximos à borda do núcleo, a densidade de glúons é aproximadamente constante. Assim, o número de nucleons para um parâmetro de impacto fixo, é proporcional a espessura do núcleo. Para grandes núcleos, essa espessura é proporcional ao raio do núcleo, que por sua vez, está relacionado com o número de massa por  $R_A \sim A^{1/3}$ . Podemos pensar no momentum transversal dos glúons como surgido de muitas colisões no plano transversal, com pártons de todo o núcleo. Negligenciando interações coerentes entre nucleons, podemos pensar nessas colisões como sendo arbitrárias. Como na caminhada aleatória, após  $A^{1/3}$  colisões, a escala de momentum típica, que é a própria escala de saturação, torna-se  $Q_s \sim \sqrt{A^{1/3}}$ , assim temos  $Q_s^2 \sim A^{1/3}$ .

O termo de intensificação  $A^{1/3}$  na escala de saturação é chamado de fator de amplificação nuclear (*nuclear “oomph” factor*), uma vez que ele reflete o reforço dos efeitos de saturação no ambiente nuclear [124]. Esse fator já fora estimado nos primeiros trabalhos sobre saturação partônica [79, 80, 84]. O cálculo de funções de estrutura nuclear incorporando saturação, nos casos inclusivo e difrativo, e utilizando o escalonamento de  $A^{1/3}$  na escala de saturação, pode ser visto nos trabalhos [132, 133].

A dependência da escala de saturação em  $A$ , é a principal motivação para estudar o caso nuclear. Este fator de amplificação permite estudar o regime de saturação em espalhamentos  $eA$  para energias significativamente menores do que seria possível em colisões  $ep$ , como veremos no próximo parágrafo. Outro aspecto interessante do caso nuclear é que, como  $Q_s$  cresce com o aumento de  $A$  e diminuição de  $x$ , para colisões com íons pesados em altas energias, a escala de saturação torna-se grande o suficiente para evitar a região não perturbativa, com  $Q_s^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$ . Nesse caso, normalmente  $Q_s$  é a maior escala de momentum presente, de forma que deve determinar o valor da constante de acoplamento forte, com  $\alpha_s(Q_s^2) \ll 1$  [124].

Na Fig.7.2 temos a dependência da escala de saturação em  $x$  e  $A$ , para a parametrização  $(Q_s^A)^2 = A^{1/3}(Q_s^p)^2$ , onde utilizamos a escala de saturação do próton dada pelo modelo IIMS [107], apresentado no Cap.5. Vamos começar analisando o caso de  $A$  fixo. Para alcançarmos a escala de saturação em  $1 \text{ GeV}^2$  com próton ( $A=1$ ), precisamos chegar a  $x \sim 10^{-5}$ . Se quisermos aumentar a contribuição da física de saturação com o próton, indo por exemplo, até a escala de saturação de  $5 \text{ GeV}^2$ , precisamos chegar a  $x \sim 10^{-8}$ , escala de energia que está além de qualquer colisor de partículas atual. Já para o caso do núcleo de chumbo ( $A=208$ ), a escala de saturação de  $Q_s^2 = 5 \text{ GeV}^2$  é alcançada em energias bem menores, para  $x > 10^{-5}$ . Agora vamos ao comportamento com  $x$  fixo. Fixando  $x$  em  $x = 10^{-4}$ , nem sequer alcançamos  $Q_s^2 = 1 \text{ GeV}^2$  para o próton, mas já temos  $Q_s^2 \sim 2 \text{ GeV}^2$  para o cálcio e  $Q_s^2 \approx 4 \text{ GeV}^2$  para o chumbo. Aumentando a energia até a escala de  $x = 10^{-5}$ , alcançamos a escala de saturação de  $1 \text{ GeV}^2$  para o próton, quase  $4 \text{ GeV}^2$  para o cálcio e acima de  $6 \text{ GeV}^2$  para o chumbo. Aqui vemos facilmente que o fator de amplificação nuclear para o chumbo é  $A^{1/3} \approx 6$ . Uma discussão semelhante é encontrada em [134].

Os resultados da Fig.7.2 nos permitem concluir, que se queremos provar um regime com maior contribuição de fenômenos de saturação, que é alcançado com o aumento da escala de saturação, podemos considerar dois caminhos principais. Um deles é aumentar a escala de energia em colisores elétron-próton. O outro é utilizar núcleos pesados no lugar de prótons, em colisores elétron-núcleo. A primeira alternativa foi explorada no capítulo



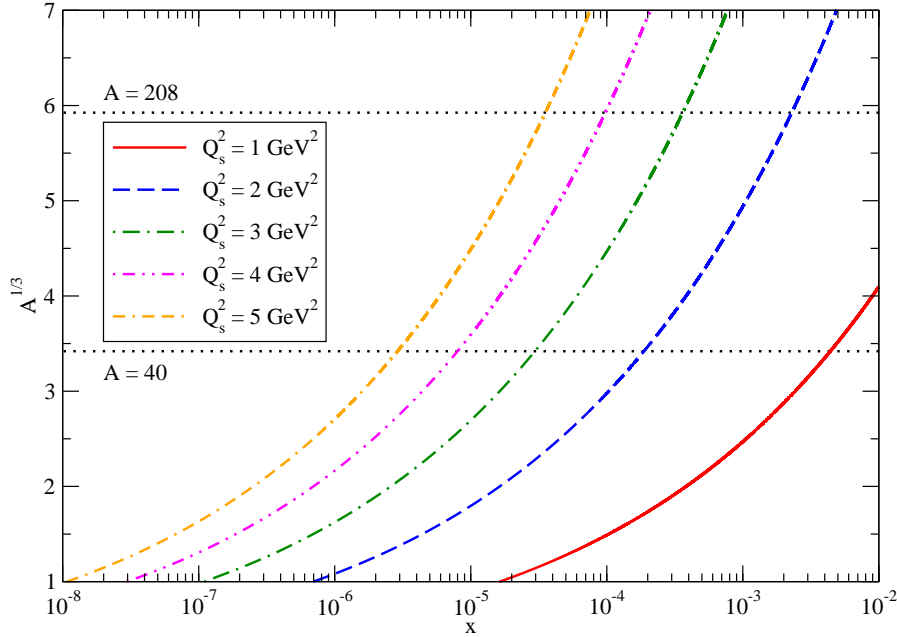


Figura 7.2: Escala de saturação para diferentes valores de  $x$  e  $A$ , calculada considerando  $Q_s^2 = A^{1/3} Q_0^2 (x_0/x)^\lambda$  com os parâmetros do modelo IIMS.

anterior, e a segunda alternativa é explorada neste capítulo.

Olhando apenas observáveis inclusivos, é muito difícil distinguir entre os efeitos do CGC da QCD linear. Entretanto, o estudo de observáveis difrativos tem se mostrado promissor [132, 135, 136]. Já vimos que a dinâmica em altas energias é determinada por glúons, e uma vez que no DDIS o objeto trocado precisa ter cor neutra, é necessária a troca de, no mínimo, dois glúons. Já no DIS, a interação pode ser mediada por um único parton. Devido ao DDIS incluir mais interações, ele é mais sensível que o DIS aos fenômenos de saturação. Em [133], encontrou-se que a razão entre as seções de choque total e difrativa cresce com o número atômico do alvo, alcançando valores entre 30~40% no regime de pequeno  $x$  e baixo  $Q^2$ . Já no regime assintótico de altas energias, a seção de choque difrativa (incluindo todos os eventos com lacuna de rapidez) pode consistir de até 50% da seção de choque total [137]. Este valor parece contra intuitivo, entretanto, quando constatou-se que uma fração de aproximadamente 15% de todos os eventos do HERA apresentavam lacunas de rapidez [138, 139], isto também não era esperado [140]. Isso corresponde a situação em que o elétron atinge violentamente um próton, e aproximadamente uma em cada sete vezes, nada acontece com o próton. No limite de disco negro,  $\sigma \rightarrow 2\pi R^2$ , essa taxa seria de um evento com lacuna de rapidez para cada dois eventos de espalhamento. Espera-se que em colisões  $eA$ , a razão entre as seções de choque difrativa e total, seja uma evidência concreta para a saturação partônica [133, 136, 141].

O DDIS é a única classe de eventos conhecida que permite obter uma visão da distribuição de glúons em núcleos. A razão para isto, é a sensibilidade que as funções de estrutura difrativa possuem, em um amplo regime cinemático, com dependência quadrática na distribuição de glúons. Já no DIS essa dependência é linear. Entre os processos difrativos, temos a produção exclusiva de mésons vetoriais e de fótons reais, nas quais apenas uma partícula é produzida no estado final, tornando esse tipo de processo experimentalmente limpo, com a lacuna de rapidez identificada claramente. Tais processos em colisões elétron-núcleo permitem calcular  $t$  no vértice hadrônico, no qual o momentum do núcleo

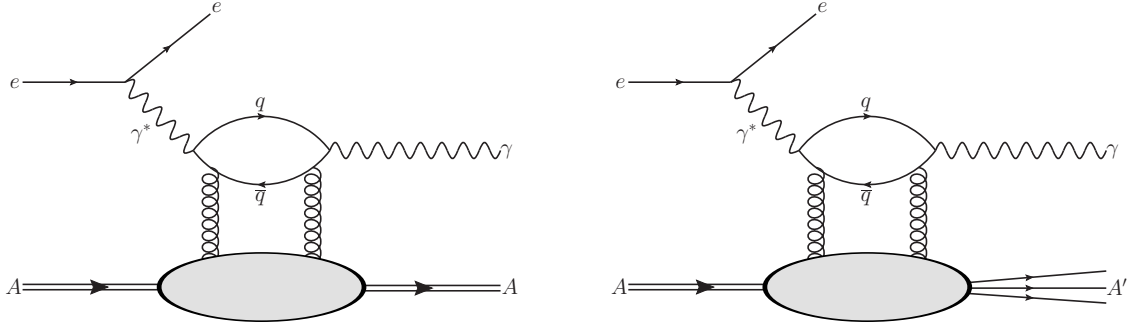


Figura 7.3: Processo coerente, no qual o núcleo permanece intacto (esquerda) e processo incoerente, no qual o núcleo é excitado e dissocia (direita).

espalhado normalmente não pode ser medido [124].

Os dois tipos de produção difrativa de hádrons, coerente e incoerente, foram estudados no formalismo de CGC em [128, 142–145], levando às seguintes conclusões: processos coerentes provam a dinâmica da matéria nuclear, enquanto processos incoerentes medem flutuações do campo de cor nuclear [146]. A seguir estudaremos ambos processos, coerente e incoerente, bem como a contribuição de cada um deles no espalhamento de  $eA \rightarrow eA\gamma$ .

## 7.2 Formalismo

No espalhamento Compton no regime de DIS, o fóton virtual emitido pelo elétron interage com o alvo, que pode ser um próton, como foi estudado no capítulo anterior, ou um núcleo, caso que estudaremos agora.

Continuaremos tratando o DVCS na representação de dipolos de cor, sendo que a generalização para o caso nuclear, é feita assumindo que a amplitude de espalhamento  $\gamma A$  pode ser descrita em termos da amplitude de espalhamento  $\gamma p$ . Esse procedimento é inspirado no modelo de Glauber [147] (uma revisão detalhada deste modelo é encontrada em [128]). Desta forma, a amplitude de espalhamento dipolo-núcleo é descrita em termos da amplitude de espalhamento dipolo-próton. Assim podemos utilizar os modelos para  $\mathcal{N}$  apresentados no Cap.5.

Continuaremos usando a aproximação  $\sigma_{dip}(x, r) = \sigma_0 \mathcal{N}(x, r)$ , com a amplitude de espalhamento dipolo-próton independente do parâmetro de impacto. Já a nível nuclear, esta dependência será levada em conta na função perfil nuclear  $T_A(b)$ . A função perfil nuclear é a integral longitudinal da densidade nuclear  $\rho_A(z, b)$ ,  $T_A(b) = \int dz \rho_A(z, b)$ , com a normalização  $\int d^2b T_A(b) = 1$ . Para a densidade nuclear emprega-se a distribuição de Woods-Saxon [148], com os parâmetros dados por [149].

Os processos de espalhamento difrativo nuclear podem ser classificados em dois tipos: coerente e incoerente. Nos processos coerentes, o fóton interage com o núcleo como um todo, deixando núcleo intacto. Esses processos serão denotados por  $\gamma^* A \rightarrow \gamma A$ . Já nos processos incoerentes, o fóton interage diretamente com um nucleon do núcleo, levando a dissociação do núcleo<sup>2</sup>. Denotaremos esses processos por  $\gamma^* A \rightarrow \gamma A'$ .

A média de uma quantidade  $\mathcal{O}$  na representação de dipolos, que soma sobre todos os

<sup>2</sup> No caso incoerente, o núcleo dissocia em constituintes de cor neutra, não preenchendo a lacuna de rapidez entre o fóton real (oriundo da aniquilação do par  $q\bar{q}$ ) e a região de fragmentação do núcleo.

tamanhos de dipolos e todas as configurações de fração de momentum do fóton portada pelo quark/antiquark, será denotada neste capítulo por

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \int d^2r \int dz |\Psi_T(r, z, Q)|^2 \mathcal{O}, \quad (7.1)$$

com a função de onda  $\Psi_T(r, z, Q)$  dada por (6.9).

### 7.2.1 Seção de choque total

Para a descrição da seção de choque total exclusiva, tanto coerente quanto incoerente, seguiremos a metodologia empregada em [146, 150], utilizando o formalismo descrito em [151] para o caso de grande comprimento de coerencia ( $l_c$ ), com  $l_c \gg R_A$ , onde  $R_A$  é o raio do núcleo. Neste caso, o tamanho do dipolo não varia durante o espalhamento.

Para o caso em que o núcleo alvo permanece intacto, a seção de choque integrada no regime de altas energias é dada por

$$\sigma_{coh} = R_g^2 (1 + \beta^2) \int d^2b \langle \mathcal{N}^A(x, r, b) \rangle^2, \quad (7.2)$$

onde a integral é feita sobre o parâmetro de impacto e a amplitude de espalhamento dipolo-núcleo é dada por

$$\mathcal{N}^A(x, r, b) = 1 - \exp \left[ -\frac{1}{2} \sigma_{dip}(x, r) A T_A(b) \right], \quad (7.3)$$

com  $\sigma_{dip}$  sendo a seção de choque de dipolo-próton (5.32),  $A$  o número de massa do núcleo e  $T_A(b)$  a função perfil nuclear. A forma acima para a amplitude  $\mathcal{N}^A$  é baseada no formalismo de Glauber-Gribov [152, 153]. Ela foi proposta em [154], onde foi utilizada para descrever os escassos dados experimentais para a função de estrutura nuclear.

Para o caso no qual núcleo dissocia, a seção de choque integrada no regime de altas energias é dada por

$$\sigma_{inc} = \frac{R_g^2 (1 + \beta^2)}{16\pi B} \int d^2b A T_A(b) \left\langle \sigma_{dip}(x, r) [1 - \mathcal{N}^A(x, r, b)] \right\rangle^2, \quad (7.4)$$

onde os elementos que compõe a seção de choque incoerente, são os mesmos da seção de choque coerente (7.2). Uma vez que o fóton é espalhado por um nucleon de forma independente, o parâmetro  $B$  é o mesmo do caso  $\gamma^*p$ .

As expressões (7.2) e (7.4) seguem o formalismo de [151], e podem ser vistas como uma extensão do modelo de Glauber [147] para o caso nuclear.

### 7.2.2 Seção de choque diferencial em $t$

Para tratar a seção de choque diferencial exclusiva com dependência no momentum transferido no vértice nuclear ( $t$ ), usaremos a abordagem prescrita em [59], na qual é calculada a seção de choque difrativa exclusiva incoerente, inspirada no CGC. Em sua obtenção, considera-se que o espalhamento seja independente entre os diferentes nucleons, negligenciando correlações nucleon-nucleon. Já para a seção de choque difrativa exclusiva coerente, utiliza-se o mesmo formalismo que leva à (7.2), sendo uma aplicação da teoria

de Glauber.

Para o caso coerente temos

$$\frac{d\sigma_{coh}}{dt} = \frac{R_g^2(1 + \beta^2)}{16\pi} |\mathcal{A}^{\gamma^*A \rightarrow \gamma A}(x, Q^2, t)|^2, \quad (7.5)$$

onde a amplitude de espalhamento  $\gamma^*A \rightarrow \gamma A$  é dada por

$$\mathcal{A}^{\gamma^*A \rightarrow \gamma A}(x, Q^2, t) = 2 \int d^2b e^{-ib \cdot \Delta} \langle \mathcal{N}^A(x, r, b) \rangle, \quad (7.6)$$

sendo  $\Delta^2 = -t$  e  $\mathcal{N}^A$  dado por (7.3).

Para o caso incoerente temos

$$\frac{d\sigma_{inc}}{dt} = \frac{R_g^2(1 + \beta^2)}{16\pi} \langle \langle |\mathcal{A}^{\gamma^*A \rightarrow \gamma A'}(x, Q^2, t)|^2 \rangle \rangle, \quad (7.7)$$

onde a amplitude de espalhamento  $\gamma^*A \rightarrow \gamma A'$  é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{\gamma^*A \rightarrow \gamma A'}(x, Q^2, t) &= 16\pi^2 B_p^2 \int d^2b e^{-B_p \Delta^2} \mathcal{N}(r) \mathcal{N}(r') T_A(b) \\ &\times \exp \left\{ -2\pi(A-1)B_p T_A(b) [\mathcal{N}(r) + \mathcal{N}(r')] \right\}, \end{aligned} \quad (7.8)$$

onde  $\mathcal{N}(x, r)$  é a amplitude de espalhamento dipolo-próton. A quantidade  $B_p$  está relacionada com a função perfil do próton, assumindo-se que tenha a forma gaussiana  $T_p(b) = \exp(-b^2/2B_p)$ . Uma vez que não utilizamos a amplitude de espalhamento  $\mathcal{N}(x, r)$  com dependência no parâmetro de impacto, podemos relacionar  $B_p$  com  $\sigma_0$  por  $B_p = \sigma_0/4\pi$ .

## 7.3 Resultados

Nesta seção apresentamos nossos resultados para o DVCS em interações elétron-núcleo. Utilizaremos novamente os fatores de correção que levam em conta a parte real da amplitude de espalhamento e o *skewedness*,  $\beta$  e  $R_g$ . Seus valores são os mesmos utilizados no caso *ep*.

### 7.3.1 Seção de choque total

Na Fig.7.4 temos a seção de choque coerente, dada por (7.2), variando com a energia, para dois valores de virtualidade:  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$  e  $Q^2 = 8 \text{ GeV}^2$ . Ambos resultados mostram a seção de choque crescendo a uma taxa maior para energias menores. Ao aumentar a energia, mais distintas são as previsões entre os diferentes modelos. Chamamos atenção pela diferença de escala, sendo a seção de choque com  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$  bem maior que com  $Q^2 = 8 \text{ GeV}^2$ . O crescimento da seção de choque com  $W$  está relacionado com o crescimento da seção de choque de dipolo com a energia. Já o decréscimo da seção de choque com  $Q^2$  está relacionado com a função de onda do processo.

Na comparação entre os diferentes modelos, vemos um crescimento mais acentuado (com  $W$ ) nos modelos GBW, rcBK e AAMQS (L) quando comparados ao IIMS e AAMQS (H). Os resultados com o modelo GBW sobre-estimam os resultados dos demais modelos. As duas parametrizações da equação BK para a descrição de quarks leves, rcBK e AAMQS (L), levam a resultados bastante parecidos. Para energias mais baixas também vemos

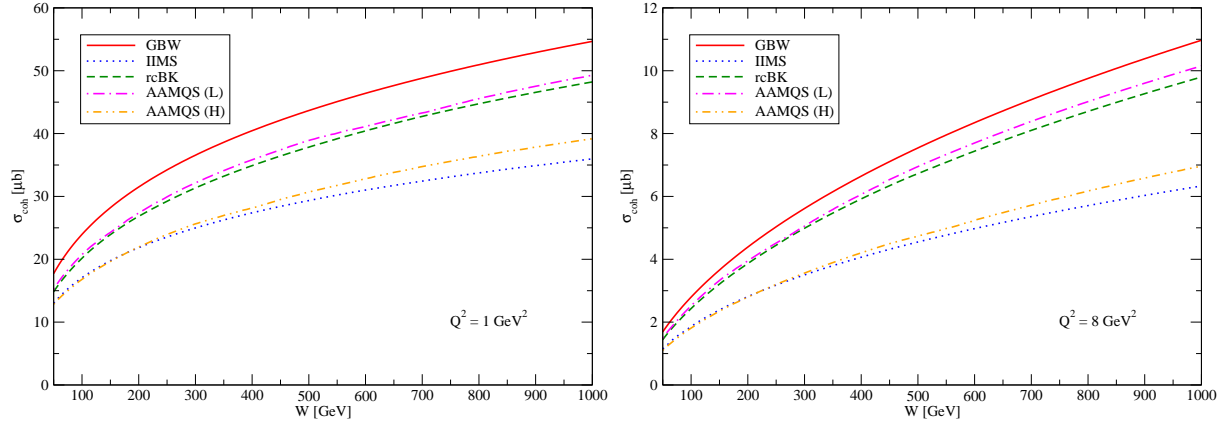


Figura 7.4: Dependência da seção de choque coerente na massa invariante do sistema  $\gamma^*A$ , com virtualidade fixa e  $A=208$ .

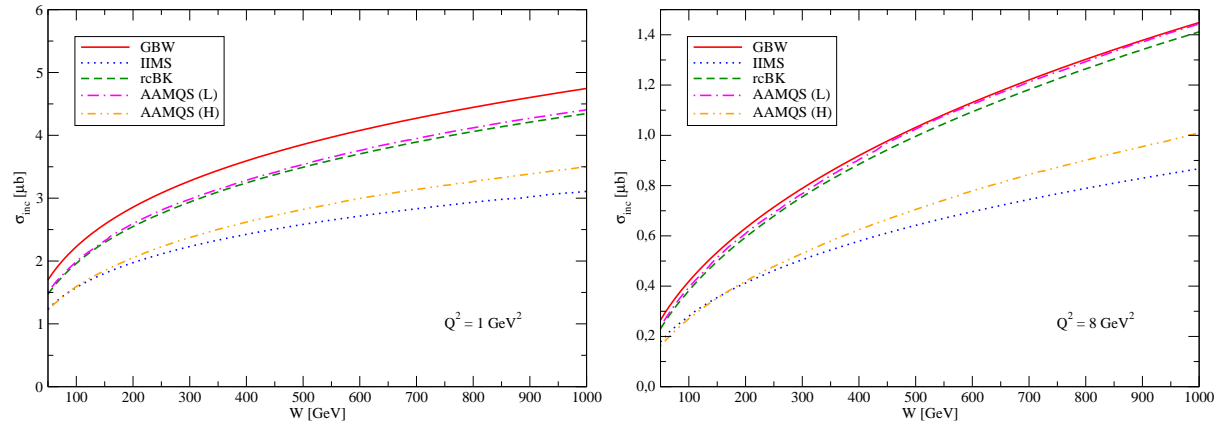


Figura 7.5: Dependência da seção de choque incoerente na massa invariante do sistema  $\gamma^*A$ , com virtualidade fixa e  $A=208$ .

resultados parecidos entre as duas parametrizações que incluem a descrição de quarks pesados, IIMS e AAMQS(H). Os resultados destes modelos subestimam os demais.

Na Fig.7.5 temos a seção de choque incoerente, dada por (7.4), variando com a energia, para dois valores de virtualidade:  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$  e  $Q^2 = 8 \text{ GeV}^2$ . Os resultados são análogos ao do caso coerente, com uma mudança de escala, uma vez que a seção de choque incoerente corresponde a aproximadamente 9,5% (15%) da seção de choque coerente para  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$  ( $Q^2 = 8 \text{ GeV}^2$ ). Ou seja, quando aumentamos a virtualidade, a proporção de processos incoerentes cresce. Este resultado é mostrado na Fig.7.6, onde apresentamos ambas  $\sigma_{coh}$  e  $\sigma_{inc}$ , bem com a razão  $\sigma_{inc}/\sigma_{coh}$ , para  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$  e  $Q^2 = 8 \text{ GeV}^2$ , utilizando o modelo rcBK. Podemos ver o crescimento da choque coerente com a energia é levemente mais rápido do que o crescimento da seção de choque incoerente, sendo a razão entre elas quase constante. Portanto,  $\sigma_{inc}/\sigma_{coh}$  depende fracamente de  $W$ .

A fim de considerar a dependência dos nossos resultados no número de massa ( $A$ ) do projétil, as mesmas quantidades mostradas na Fig.7.6, calculadas para o núcleo de chumbo, são mostradas também na Fig.7.7, desta vez calculadas para o núcleo de cálcio. O comportamento qualitativo da seção de choque, crescendo com  $W$  e diminuindo com  $Q^2$ , se mantém. Entretanto, a seção de choque do cálcio é consideravelmente menor que a do chumbo. Como no caso do chumbo, também obtivemos que com o aumento da virtualidade, a razão  $\sigma_{inc}/\sigma_{coh}$  cresce, embora  $\sigma_{coh}$  continue sendo dominante. Neste

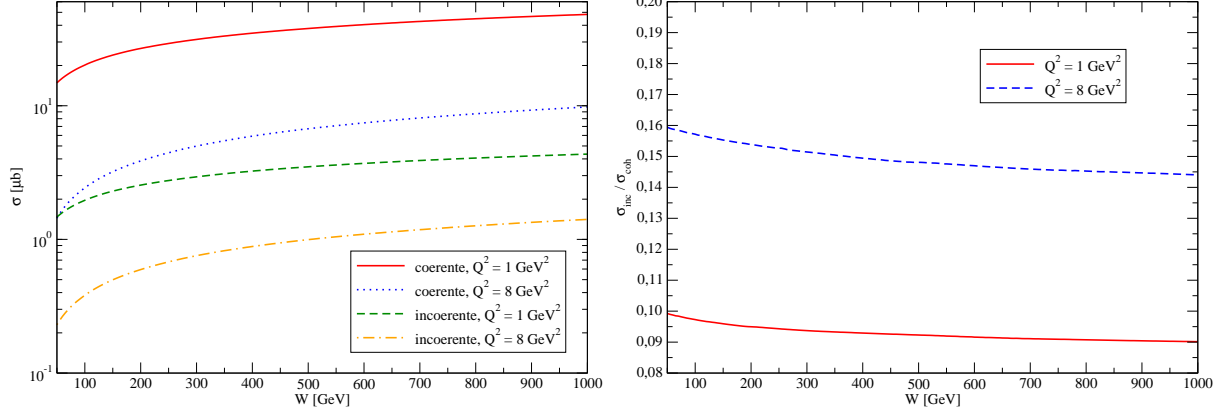


Figura 7.6: Comparação (esquerda) e razão (direita) entre as seções de choque coerente e incoerente, com  $W$  variável e  $Q^2$  fixo, utilizando o modelo rcBK com  $A=208$ .

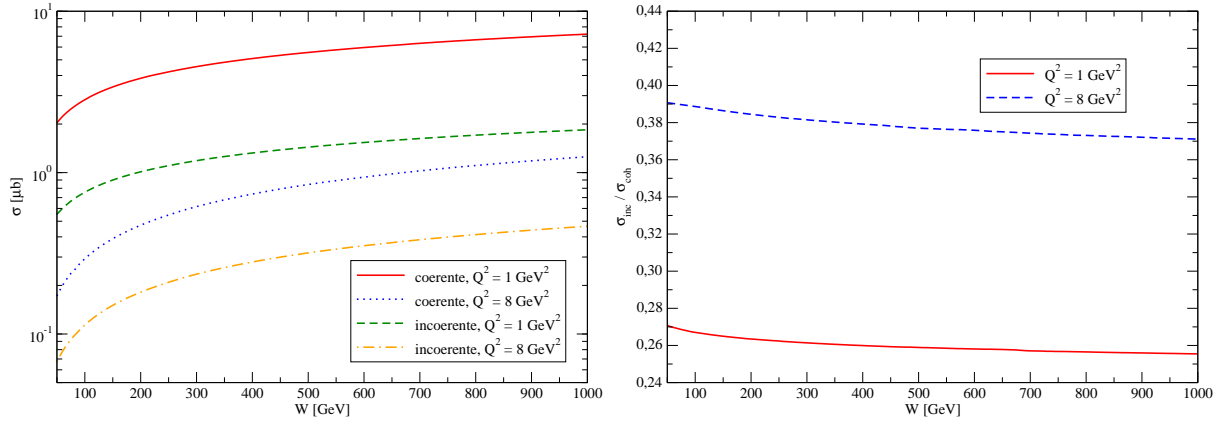


Figura 7.7: Comparação (esquerda) e razão (direita) entre as seções de choque coerente e incoerente, com  $W$  variável e  $Q^2$  fixo, utilizando o modelo rcBK com  $A=40$ .

aspecto temos a principal diferença entre as seções de choque do cálcio e do chumbo, vista na razão  $\sigma_{inc}/\sigma_{coh}$ , sendo  $\sigma_{inc}/\sigma_{coh}$  para o cálcio bem maior do que no caso do chumbo: 0,26 para  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$  e 0,38 para  $Q^2 = 8 \text{ GeV}^2$ . Ou seja, diminuindo o número de massa, a contribuição de processos nos quais o núcleo dissocia aumenta.

### 7.3.2 Seção de choque diferencial em $t$

Na Fig.7.8 temos a seção de choque diferencial coerente, dada por (7.5), variando com o momentum transferido  $t$ , para dois valores de virtualidade ( $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$  e  $Q^2 = 8 \text{ GeV}^2$ ) e dois valores de energia ( $W = 100 \text{ GeV}$  e  $W = 500 \text{ GeV}$ ). Aqui observamos o clássico comportamento difrativo, com máximos e mínimos. Podemos ver que  $d\sigma_{coh}/dt$  cresce com  $W$  e diminui com  $Q^2$ . Todos os modelos levam a resultados muito próximos no máximo central ( $t \rightarrow 0$ ) e nos mínimos. Já nos máximos secundários, vemos significativa sensibilidade ao modelo utilizado (note que o gráfico cobre 7 ordens de grandeza em  $d\sigma/dt$ ), principalmente no caso de  $Q^2 = 8 \text{ GeV}^2$  e  $W = 500 \text{ GeV}$ .

Na Fig.7.9 temos a seção de choque diferencial incoerente, dada por (7.7), variando com o momentum transferido  $t$ , para dois valores de virtualidade ( $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$  e  $Q^2 = 8 \text{ GeV}^2$ ) e dois valores de energia ( $W = 100 \text{ GeV}$  e  $W = 500 \text{ GeV}$ ). Podemos ver que  $d\sigma_{inc}/dt$  cresce

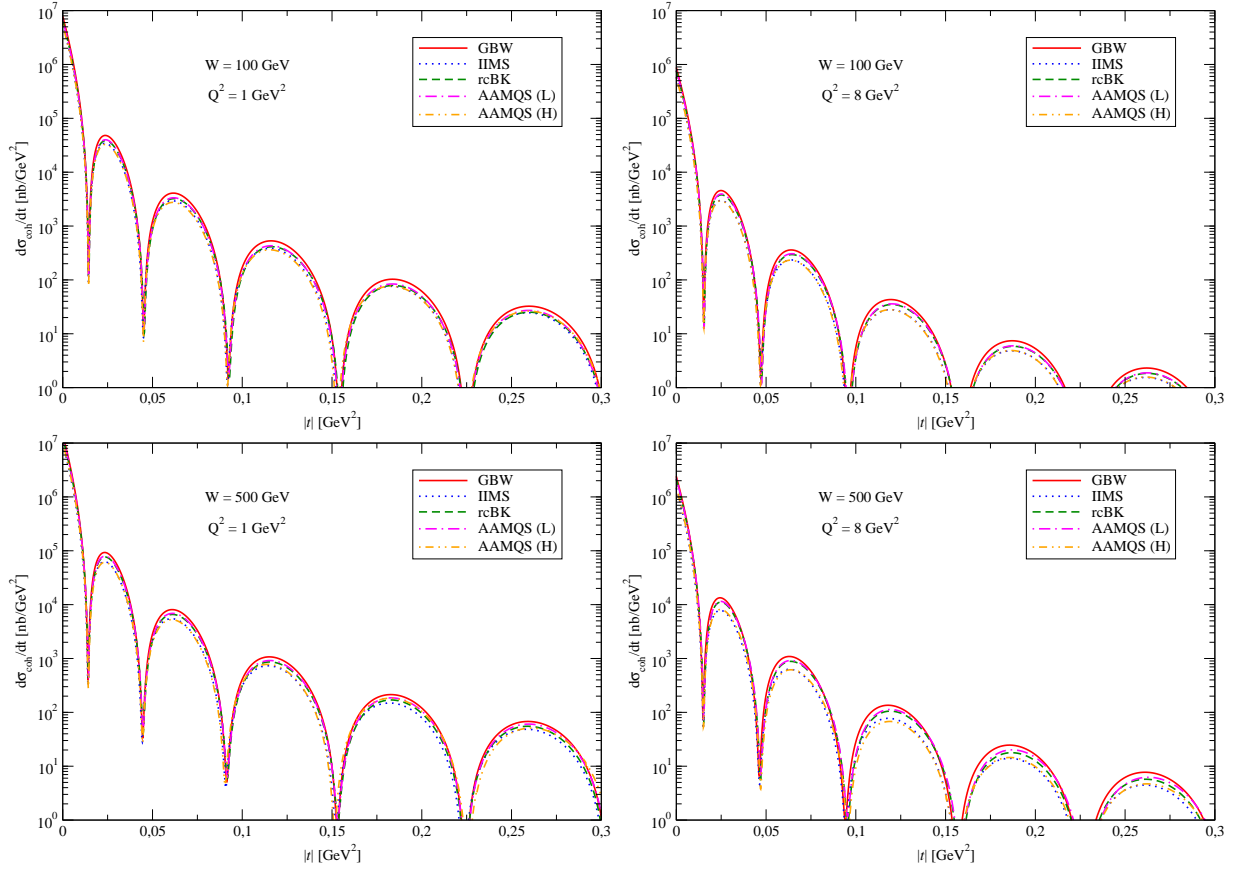


Figura 7.8: Dependência da seção de choque diferencial coerente no momentum transferido  $t$ , com  $W$  e  $Q^2$  fixos, para  $A=208$ .

com  $W$  e diminui com  $Q^2$  (chamamos atenção pela diferença de escala).

O comportamento obtido usando cada modelo, para  $d\sigma_{coh}/dt$  e  $d\sigma_{inc}/dt$ , segue o que foi visto no caso da seção de choque total, com os resultados utilizando o modelo GBW sobreestimando os demais, os modelos rcBK e AAMQS (L) com resultados muito próximos, assim como os modelos IIMS e AAMQS (H), estando estes dois subestimando os demais.

A comparação entre os casos coerente e incoerente é mostrada na Fig.7.10, para diferentes configurações cinemáticas, utilizando o modelo rcBK. O momentum transferido  $t$  está relacionado (por conservação de momentum no vértice nuclear) com o momentum dos glúons trocados entre o núcleo e o par quark-antiquark. Na região de pequeno  $t$  ( $-tR_A^2/3 \ll 1$ )<sup>3</sup>, temos glúons de menor energia interagindo com o núcleo. Tal interação acontece com o núcleo como um todo, de forma que o núcleo não dissocia. Essa é a região de domínio do processo coerente. Já na região de grande  $t$  ( $-tR_A^2/3 \gg 1$ ), os glúons possuem maior energia, interagindo diretamente com um nucleon do núcleo, fazendo com que este dissocie. Essa é a região de domínio do processo incoerente. Vale ressaltar que medimos  $t$  em  $\text{GeV}^2$ , assim, mesmo valores “baixos” de  $t$ , como  $|t|=0,05 \text{ GeV}^2$ , já estão em uma escala de energia acima da energia de ligação por nucleon no núcleo, que é da ordem de poucas unidades de MeV [156]. Alertamos que, dadas as aproximações que levaram a obtenção de (7.7), a descrição dos processos incoerentes com  $t$  muito pequeno (abaixo de  $0,1 \text{ GeV}^2$ ) é uma extrapolação.

<sup>3</sup> A região em  $t$  de domínio de cada processo, coerente para  $-tR_A^2/3 \ll 1$  e incoerente para  $-tR_A^2/3 \gg 1$ , fora prevista em [155].

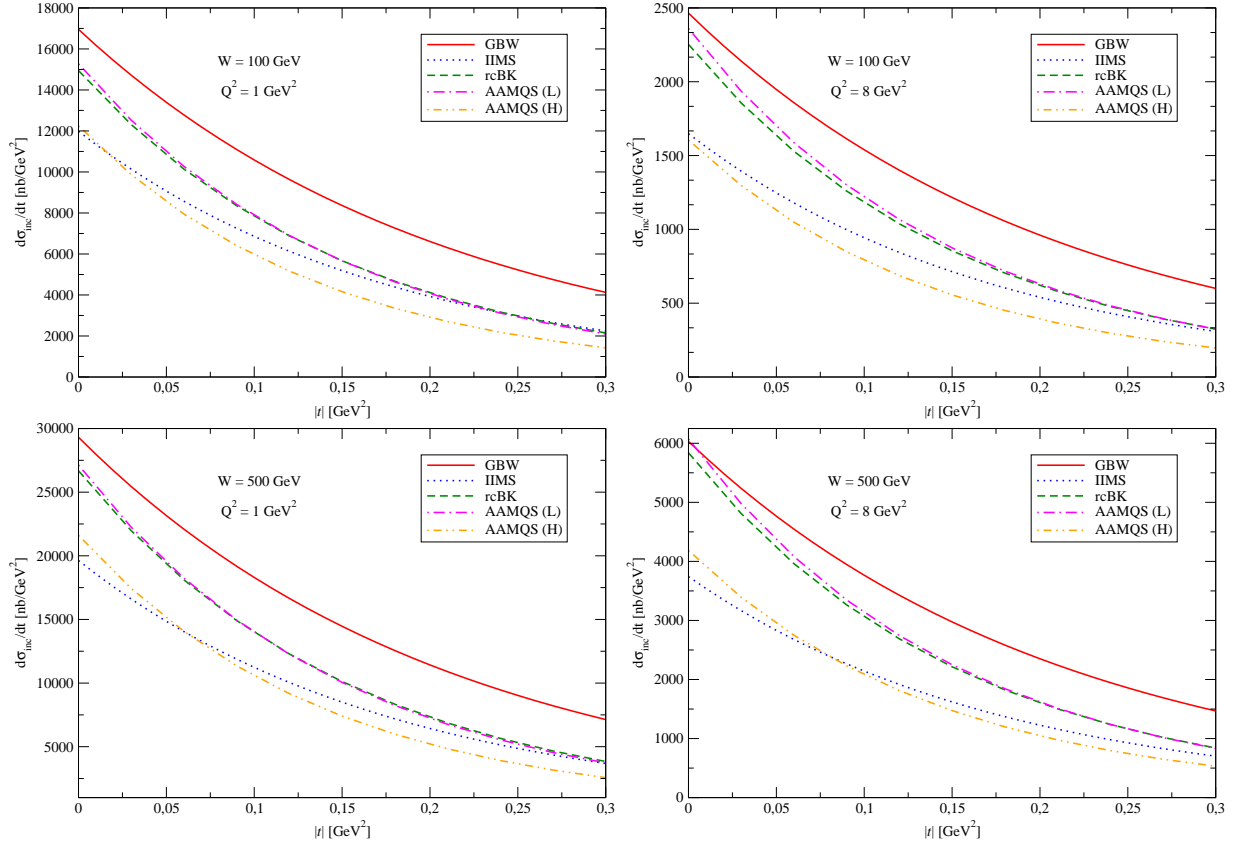


Figura 7.9: Dependência da seção de choque diferencial incoerente no momentum transferido  $t$ , com  $W$  e  $Q^2$  fixos, para  $A=208$ .

A fim de analisar o efeito do número atômico em  $d\sigma/dt$ , na Fig.7.11 comparamos os resultados obtidos anteriormente para o núcleo chumbo, com os resultados utilizando o núcleo de cálcio. O comportamento qualitativo em relação a variação de  $W$  e  $Q^2$  para o cálcio, é o mesmo apresentado para o chumbo. Observamos que ambas seções de choque, coerente e incoerente, diminuem para menor valor de  $A$ . Aqui podemos ver a diferença do parâmetro (*slope*)<sup>4</sup>  $B$  de cada núcleo, que é obtido para pequeno  $t$ . Tal como esperado, temos  $B(\text{Pb}) > B(\text{Ca})$ , com o primeiro mínimo sendo deslocado para maior valor de  $t$  quando diminuimos o valor de  $A$ .

## 7.4 Conclusões

Neste capítulo apresentamos o formalismo para o estudo do caso nuclear, bem como a motivação para tal estudo, que está focada no aumento da escala de saturação presente no ambiente nuclear. Após, apresentamos nossos resultados para o DVCS nuclear.

Na análise da seção de choque total, vimos que tanto no caso coerente quanto no caso incoerente, a seção de choque cresce com a energia e com o número atômico, e diminui com a virtualidade. O comportamento qualitativo de todos os modelos mostrou-se semelhante, mas com os modelos IIMS e AAMQS (H) apresentando um crescimento (de  $\sigma$  com  $W$ ) menos acentuado que os demais modelos.

<sup>4</sup>Para  $t$  pequeno,  $t \sim 1/R_A^2$ , a dependência da seção de choque em  $t$  é do tipo  $\exp(-tR_A^2/3)$ , onde identificamos o parâmetro  $B$  como  $B = R_A^2/3$ . [157]



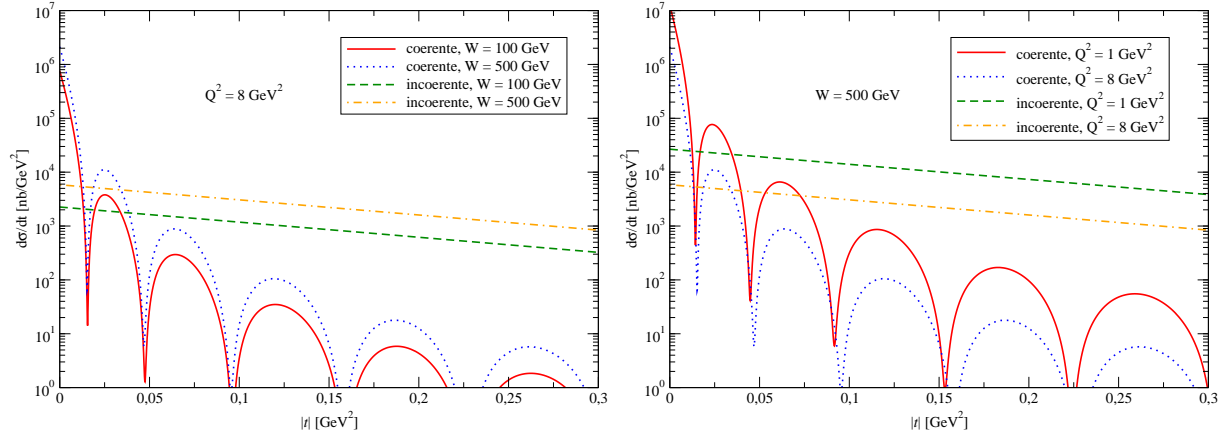


Figura 7.10: Comparação entre  $d\sigma/dt$  para processos coerente e incoerente, com diferentes configurações cinemáticas, utilizando o modelo rcBK com  $A=208$ .

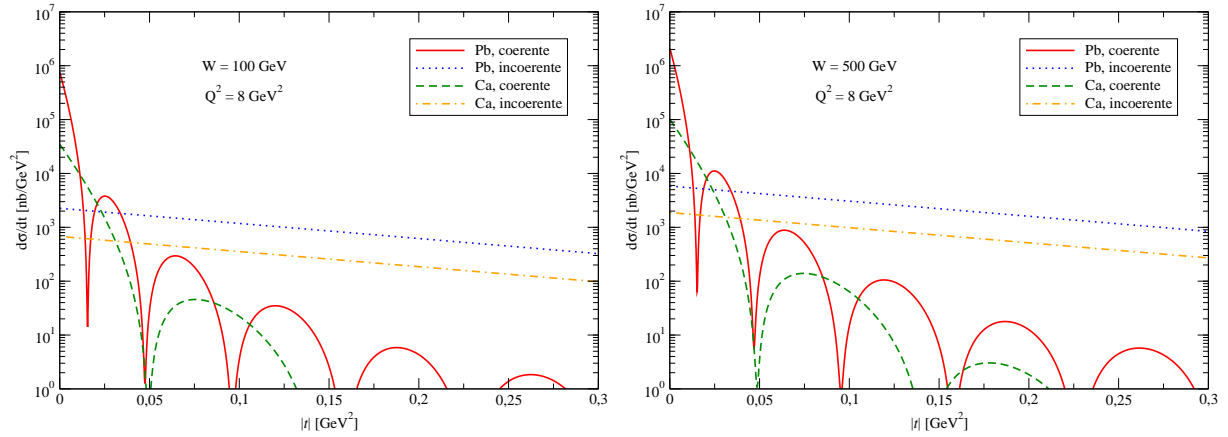


Figura 7.11: Comparação entre  $d\sigma/dt$  coerente e incoerente, com  $W$  e  $Q^2$  fixos, utilizando o modelo rcBK com  $A=40$  e  $A=208$ .

Embora a medida experimental do núcleo intacto em futuros colisores  $eA$  possa ser muito difícil, nossos resultados sugerem fortemente que esse é o processo dominante em altas energias. O cálculo de  $\sigma_{inc}/\sigma_{coh}$  mostrou que essa razão diminui com  $A$  e com  $W$ , mas aumenta com  $Q^2$ . Assim, quanto mais pesado é o núcleo, maior a energia, ou menor a virtualidade, temos que menores são as chances do núcleo dissociar.

A análise da seção de choque em função de  $t$  revelou que os processos coerentes são dominantes para valores pequenos de  $t$ , onde encontra-se o máximo primário do pico de difração. Possivelmente o primeiro máximo secundário do processo coerente também seja dominante em relação ao processo incoerente, entretanto, o procedimento utilizado na obtenção de  $d\sigma_{inc}/dt$  limita seu uso para baixo momentum transferido. Já os processos incoerente dominam para grande  $t$ .

Nossos resultados para a seção de choque total, tanto coerente quanto incoerente, utilizando os modelos GBW, IIMS e AAMQS são inéditos na literatura. A descrição do DVCS nuclear com o modelo rcBK está presente em [150], onde obtém-se resultados similares aos nossos. No que diz respeito a seção de choque diferencial em  $t$ , os resultados obtidos com todos os modelos são inéditos. Previsões semelhantes às encontradas aqui, mas para a produção de mésons vetoriais, podem ser encontradas em [59, 146, 150, 151, 157]. Já os resultados para o caso de difração inclusiva podem ser vistos em [136, 158].

Nossas previsões para o DVCS nuclear são relevantes para os futuros experimentos eRHIC e LHeC, sendo este um processo com bastante precisão teórica e experimentalmente limpo, o que faz dele um bom observável para provar a física de saturação.

# Capítulo 8

## Conclusões

Nesta dissertação estudamos a dinâmica partônica em altas energias, na qual utilizamos a representação de dipolos de cor para descrever processos de espalhamento elétron-próton e elétron-íon. Focamos nossa análise na descrição de processos difrativos exclusivos, em particular, no espalhamento Compton profundamente virtual. A dinâmica partônica no regime de pequeno  $x$  é descrita pela teoria do Condensado de Vidros de Cor, que é uma teoria efetiva da QCD em altas energias. O CGC incorpora uma dinâmica não linear que leva a saturação da distribuição de glúons. Nessa teoria, a interação forte nos processos de espalhamento é descrita pela amplitude de espalhamento de dipolo. Tal amplitude é descrita pela equação de Balitsky-Kovchegov e por modelos fenomenológicos.

Nossos resultados no caso de espalhamento elétron-próton são os cálculos da função peso e da seção de choque do DVCS, utilizando diferentes modelos para a amplitude de espalhamento de dipolo. Os resultados para a seção de choque descrevem bem os dados do HERA. Entretanto, os dados do HERA não permitem distinguir entre os diferentes modelos empregados. Essa diferenciação deve ser possível com dados experimentais no regime de energia de futuros colisores ( $W \sim 1$  TeV).

Nossos resultados no caso de espalhamento elétron-núcleo são os cálculos das seções de choque total e diferencial do DVCS, nos casos de difração coerente e incoerente, utilizando diferentes modelos para a amplitude de espalhamento de dipolo. Aqui também calculamos a razão entre os processos incoerente e coerente, mostrando a dominância do último. Vimos que embora essa razão dependa fracamente da energia, ela tem forte dependência na virtualidade e no tamanho do núcleo. A análise da seção de choque diferencial no momento transferido permitiu discriminar entre os processos coerentes (domínio em pequeno  $t$ ) e incoerentes (domínio em grande  $t$ ). Os resultados para processos  $eA$  também mostram significativa dependência no modelo usado para descrever a amplitude de espalhamento de dipolo, particularmente em energias mais elevadas. Para o caso nuclear, nossas previsões foram feitas considerando o regime cinemático dos futuros colisores elétron-íon, eRHIC e LHeC.

No caso de processos elétron-próton, os resultados que obtivemos com os modelos IIMS e AAMQS são inéditos na literatura. Já os resultados obtidos com os modelos GBW e rcBK, são condizentes com os resultados encontrados na literatura. No caso de processos elétron-núcleo, para seção de choque total, coerente e incoerente, nossos resultados com os modelos GBW, IIMS e AAMQS são novos. Com o modelo rcBK nossos resultados concordam com os encontrados na literatura. Já no caso da seção de choque diferencial, coerente e incoerente, os resultados obtidos com todos os modelos são inéditos.

Os próximos passos são utilizar um modelo para a amplitude de espalhamento de di-

polo com dependência no parâmetro de impacto. Pretendemos avançar no estudo do CGC, com particular ênfase na derivação e obtenção das soluções das equações JIMWLK e BK. Além disso, objetivamos estudar o processo DVCS no formalismo de GPDFs, visando estabelecer a sua conexão com o formalismo de dipolos de cor e comparar as previsões destes dois formalismos.

# Apêndice A

## Teorema ótico

Revisamos aqui o teorema ótico (veja, por exemplo, [159]), que relaciona a seção de choque de espalhamento em todos os canais<sup>1</sup> com a parte imaginária da amplitude de espalhamento elástica. O teorema ótico é um importante resultado que pode ser obtido na mecânica quântica impondo-se a unitariedade da matriz de espalhamento  $S$ , garantindo assim a conservação da probabilidade. Sem o objetivo de fazer uma análise completa de como a matriz de espalhamento  $S$  leva ao teorema ótico, faremos apenas uma descrição de como o resultado final é obtido.

A matriz  $S$  é um operador linear que transforma o estado inicial  $|i\rangle$  de um processo de espalhamento em um estado final  $|f\rangle$ ,

$$S|i\rangle = |f\rangle. \quad (\text{A.1})$$

Os estados inicial e final são definidos nos tempos  $t_i = -\infty$  e  $t_f = +\infty$ , e representam estados assintoticamente livres. A probabilidade de que, partindo de um estado  $|i\rangle$ , o sistema seja encontrado, após o espalhamento, em um estado  $|f\rangle$  é, por definição,

$$P_{i \rightarrow f} = |\langle f|S|i\rangle|^2. \quad (\text{A.2})$$

A matriz  $S$  coincide com o operador evolução temporal  $U$ , de  $t = -\infty$  até  $t = +\infty$ ,

$$S \equiv U(-\infty, +\infty), \quad (\text{A.3})$$

que é dado pela série de Dyson,

$$S = \mathbb{I} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \int d^4x_1 \cdots d^4x_n \mathcal{T}(H_{int}(x_1) \cdots H_{int}(x_n)), \quad (\text{A.4})$$

onde  $\mathbb{I}$  é o operador identidade,  $H_{int}$  é o hamiltoniano de interação (na representação de interação) e  $\mathcal{T}$  denota o produto ordenado no tempo. Mais detalhes sobre a representação de interação e o produto ordenado no tempo podem ser encontrados em [62].

Isolando o operador identidade da matriz  $S$  obtemos a matriz de transição  $T$ ,

$$S = \mathbb{I} + iT, \quad (\text{A.5})$$

tal que os elementos de matriz  $S$  são

$$S_{if} \equiv \langle f|S|i\rangle = \delta_{if} + i\langle f|T|i\rangle = \delta_{if} + iT_{if}, \quad (\text{A.6})$$

---

<sup>1</sup> Cada uma das diferentes formas que um conjunto de partículas pode ir a outro conjunto através de um processo de espalhamento é chamada de canal [160].

fatorando de  $T$  a função  $\delta$  que garante a conservação de momentum temos,

$$S_{if} \equiv \langle f|S|i\rangle = \delta_{if} + i(2\pi)^4 \delta^4(p_f - p_i) A(i \rightarrow f), \quad (\text{A.7})$$

onde  $A(i \rightarrow f)$  é a amplitude de espalhamento relativística. Para um processo de espalhamento do tipo  $1+2 \rightarrow n$ , com o estado inicial de duas partículas  $|i\rangle = |p_1 p_2\rangle$  e o estado final de  $n$  partículas  $|f_n\rangle = |p'_1 \cdots p'_n\rangle$ , a matriz  $S$  está relacionada com a seção de choque diferencial por

$$d\sigma = \frac{1}{\Phi} |A(i \rightarrow f_n)|^2 d\Pi_n, \quad (\text{A.8})$$

onde  $\Phi$  é o fluxo incidente e  $d\Pi$  é o espaço de fase para  $n$  partículas no estado final. A seção de choque total é obtida integrando (A.8) e somando sobre todos possíveis números de partículas produzidas no estado final,

$$\sigma_{tot} = \frac{1}{\Phi} \sum_n \int d\Pi_n |A(i \rightarrow f_n)|^2. \quad (\text{A.9})$$

As expressões explícitas para o espaço de fase e o fluxo incidente são, respectivamente,

$$d\Pi_n = \prod_{j=1}^n \frac{d^4 p'_j}{(2\pi)^3} \delta(p_j'^2 - m_j^2) (2\pi)^4 \delta^4 \left( p_1 + p_2 - \sum_{j=1}^n p'_j \right) \quad (\text{A.10})$$

$$= \prod_{j=1}^n \frac{d^3 \vec{p}'_j}{(2\pi)^3 2E'_j} (2\pi)^4 \delta^4 \left( p_1 + p_2 - \sum_{j=1}^n p'_j \right) \quad (\text{A.11})$$

e

$$\Phi = 2E_1 2E_2 |\vec{v}_1 - \vec{v}_2| = 4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2} \underset{s \rightarrow \infty}{\simeq} 2s, \quad (\text{A.12})$$

onde  $s$  é a energia de centro de massa do sistema composto pelas partículas 1 e 2. Se consideramos uma reação exclusiva  $1+2 \rightarrow 3+4$ , a seção de choque diferencial (A.8) torna-se

$$d\sigma = \frac{1}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} |A(12 \rightarrow 34)|^2 \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{d^3 \vec{p}_3 d^3 \vec{p}_4}{(2\pi)^3 2E_3 (2\pi)^3 2E_4}. \quad (\text{A.13})$$

Usando  $\delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) = \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4)$  e utilizando a função delta para os tri-momenta, elimina-se a integração sobre  $d^3 \vec{p}_4$ . Além disso, decompõe-se o elemento de volume como  $d^3 \vec{p}_3 = \vec{p}_3^2 d|p_3| d\Omega$ , sendo  $d\Omega = d\cos\theta d\phi$ , assim temos, após integração sobre  $|\vec{p}_3|$ ,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} |A(s, t)|^2. \quad (\text{A.14})$$

O ângulo de espalhamento  $\theta$  está relacionado com o momentum transferido  $t$ , tal relação, no limite de  $s \rightarrow \infty$ , é dada por  $d\cos\theta \simeq (2/s)dt$ , de forma que temos

$$\frac{d\sigma}{dt} \simeq \frac{1}{16\pi s^2} |A(s, t)|^2. \quad (\text{A.15})$$

Uma propriedade assumida para a matriz  $S$  é a unitariedade. Esta é uma consequência direta da conservação da probabilidade. Assim, se  $S$  é unitária,

$$S^\dagger S = S S^\dagger = \mathbb{I}, \quad (\text{A.16})$$

em termos da matriz de transição definida em (A.5) temos

$$(\mathbb{I} - iT^\dagger)(\mathbb{I} + iT) = \mathbb{I} \quad (\text{A.17})$$

$$i(T^\dagger - T) = T^\dagger T, \quad (\text{A.18})$$

tomando a matriz de elementos entre os estados inicial  $|i\rangle$  e final  $|f\rangle$  de um processo de espalhamento, e inserindo um conjunto completo de estados intermediários  $|n\rangle$ , temos

$$i\langle f|(T^\dagger - T)|i\rangle = \langle f|T^\dagger T|i\rangle = \sum_{\{n\}} \langle f|T^\dagger|n\rangle \langle n|T|i\rangle, \quad (\text{A.19})$$

utilizando a definição de parte imaginária de um operador linear,  $\text{Im } \mathcal{O} = (\mathcal{O} - \mathcal{O}^*)/2i$ , temos

$$2 \text{Im } T_{if} = \sum_{\{n\}} T_{fn}^* T_{in}, \quad (\text{A.20})$$

onde  $\sum_{\{n\}}$  contém a integração sobre todas as variáveis contínuas e a soma sobre todos os números quânticos. Se os estados  $|n\rangle$  representam sistemas de  $n$  partículas sem spin com tri-momenta  $\vec{q}_1, \dots, \vec{q}_n$  e energias  $E_1, \dots, E_n$ , então  $\sum_{\{n\}}$  é<sup>2</sup>

$$\sum_{\{n\}} = \sum_n \int \prod_{j=1}^n \frac{d^3 \vec{q}_j}{(2\pi)^3 2E_j}. \quad (\text{A.21})$$

Fatorando de  $T$  a função delta de conservação de momentum, como feito em (A.7), temos para (A.20)

$$2 \text{Im } A(i \rightarrow f) = \sum_n \int d\Pi_n A^*(f \rightarrow n) A(i \rightarrow n). \quad (\text{A.22})$$

Se os estados inicial  $|i\rangle$  e final  $|f\rangle$  são idênticos, temos o caso (para um processo  $2 \rightarrow 2$ ) de colisão elástica frontal ( $t=0$ ), de maneira que (A.22) torna-se

$$2 \text{Im } A_{el}(s, t=0) = \sum_n \int d\Pi_n |A(i \rightarrow n)|^2, \quad (\text{A.23})$$

comparando este resultado com (A.9), podemos escrever

$$\sigma_{tot} = \frac{2}{\Phi} \text{Im } A_{el}(s, t=0) \underset{s \rightarrow \infty}{\simeq} \frac{1}{s} \text{Im } A_{el}(s, t=0), \quad (\text{A.24})$$

que é o teorema ótico para espalhamento relativístico. Ele afirma que a seção de choque total (para reações  $1+2 \rightarrow$  qualquer sistema) é dado pela parte imaginária de apenas um elemento de matriz de  $S$ , sendo este, a amplitude para o espalhamento elástico  $1+2 \rightarrow 1+2$  em  $t=0$ . [6]. Em outras palavras, o teorema ótico diz que a seção de choque para

---

<sup>2</sup> O fator  $(2\pi)^3 2E_j$  é devido a normalização dos autoestados de momentum:  $\langle p|p'\rangle = (2\pi)^3 2E\delta^3(\vec{p}-\vec{p}')$ .

o espalhamento em todos os canais, tanto elásticos quanto inelásticos, é proporcional a parte imaginária da amplitude de espalhamento elástica na direção frontal [160].

O teorema ótico foi obtido a partir da unitariedade da matriz de espalhamento  $S$ . Outras duas características advindas da unitariedade são: *i*) na região de pequeno ângulo, a parte imaginária da amplitude de espalhamento domina sobre a parte real; *ii*) há um pico de difração frontal que decresce muito rapidamente quando nos afastamos de espalhamentos com ângulo zero (quando  $|t|$  aumenta) [6].



# Referências Bibliográficas

- [1] D. Griffiths. *Introduction to elementary particles*. Wiley, 2008.
- [2] F. Halzen and A. Martin. *Quark & Leptons: An introductory Course in Modern Particle Physics*. Wiley, 1984.
- [3] J. Bjorken. Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum. *Phys.Rev.*, 179:1547–1553, 1969.
- [4] J. Bjorken and E. Paschos. Inelastic Electron Proton and gamma Proton Scattering, and the Structure of the Nucleon. *Phys.Rev.*, 185:1975–1982, 1969.
- [5] R. Feynman. *Photon-Hadron Interactions*. WA Benjamin, Inc., 1972.
- [6] E. Predazzi and V. Barone. *High-Energy Particle Diffraction*. Springer, 2002.
- [7] P. Newman. Deep inelastic lepton nucleon scattering at HERA. *Int.J.Mod.Phys.*, A19:1061–1073, 2004.
- [8] C. Callan and D. Gross. High-energy electroproduction and the constitution of the electric current. *Phys.Rev.Lett.*, 22:156–159, 1969.
- [9] W. Panofsky. Low q electrodynamics, elastic and inelastic electron (and muon) scattering. *14th International Conference on High-energy Physics*, 1968.
- [10] R. Feynman. Very high-energy collisions of hadrons. *Phys.Rev.Lett.*, 23:1415–1417, 1969.
- [11] T. Muta. *Foundations of quantum chromodynamics: an introduction to perturbative methods in gauge theories*. World Scientific, 2010.
- [12] M. Gell-Mann. A schematic model of baryons and mesons. *Physics Letters*, 8(3):214 – 215, 1964.
- [13] G. Zweig. An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking. Version 2. (CERN-TH-412):80 p, Feb 1964. Version 1 is CERN preprint 8182/TH.401, Jan. 17, 1964.
- [14] C. Yang and R. Mills. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance. *Physical review*, 96(1):191, 1954.
- [15] W. Greiner, S. Schramm, and E. Stein. *Quantum chromodynamics*. Springer, 2007.
- [16] W. Greiner and J. Reinhardt. *Quantum electrodynamics*. Springer, 1994.

- [17] M. Thomson. *Modern Particle Physics*. Cambridge University Press, 2013.
- [18] Y. Kovchegov and E. Levin. *Quantum chromodynamics at high energy*. Cambridge University Press, 2012.
- [19] H. Fritzsch, M. Gell-Mann, and H. Leutwyler. Advantages of the color octet gluon picture. *Physics Letters B*, 47(4):365–368, 1973.
- [20] D. Gross and F. Wilczek. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories. *Physical Review Letters*, 30(26):1343–1346, 1973.
- [21] D. Gross and F. Wilczek. Asymptotically free gauge theories. ii. *Physical Review D*, 9(4):980, 1974.
- [22] S. Weinberg. Non-abelian gauge theories of the strong interactions. *Physical Review Letters*, 31(7):494, 1973.
- [23] A. Martin. Proton structure, Partons, QCD, DGLAP and beyond. *Acta Phys.Polon.*, B39:2025–2062, 2008.
- [24] M. Anselmino, F. Caruso, J. Mahon, and V. Oguri. *Introdução à QCD Perturbativa*. LTC, 2013.
- [25] L. Faddeev and V. Popov. Feynman Diagrams for the Yang-Mills Field. *Phys.Lett.*, B25:29–30, 1967.
- [26] G. 't Hooft and M. Veltman. Proceedings of the Colloquium on Renormalization of Yang-Mills Fields, Marseille, June 19-23, 1972. 1972.
- [27] H. Politzer. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? *Phys.Rev.Lett.*, 30:1346–1349, 1973.
- [28] D. Gross and F. Wilczek. Ultraviolet Behavior of Nonabelian Gauge Theories. *Phys.Rev.Lett.*, 30:1343–1346, 1973.
- [29] V. Gonçalves. *A Cromodinâmica Quântica para sistemas densos*. Doutorado, Instituto de Física, UFRGS, 2000.
- [30] S. Bethke. The 2009 World Average of  $\alpha(s)$ . *Eur.Phys.J.*, C64:689–703, 2009.
- [31] Y. Dokshitzer. Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and  $e^+ e^-$  Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics. *Sov.Phys.JETP*, 46:641–653, 1977.
- [32] V. Gribov and L. Lipatov. Deep inelastic  $e p$  scattering in perturbation theory. *Sov.J.Nucl.Phys.*, 15:438–450, 1972.
- [33] G. Altarelli and G. Parisi. Asymptotic Freedom in Parton Language. *Nucl.Phys.*, B126:298, 1977.
- [34] V. Fadin, E. Kuraev, and L. Lipatov. On the Pomernanchuk Singularity in Asymptotically Free Theories. *Phys.Lett.*, B60:50–52, 1975.

- [35] E. Kuraev, L. Lipatov, and V. Fadin. Multi - Reggeon Processes in the Yang-Mills Theory. *Sov.Phys.JETP*, 44:443–450, 1976.
- [36] E. Kuraev, L. Lipatov, and V. Fadin. The Pomeranchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories. *Sov.Phys.JETP*, 45:199–204, 1977.
- [37] I. Balitsky and L. Lipatov. The Pomeranchuk Singularity in Quantum Chromodynamics. *Sov.J.Nucl.Phys.*, 28:822–829, 1978.
- [38] W. Tung. Global QCD analysis and hadron collider physics. *AIP Conf.Proc.*, 753:15–29, 2005.
- [39] S. Forte. Parton distributions at the dawn of the LHC. *Acta Phys.Polon.*, B41:2859–2920, 2010.
- [40] F. Aaron et al. Combined Measurement and QCD Analysis of the Inclusive  $e^+p$  Scattering Cross Sections at HERA. *JHEP*, 1001:109, 2010.
- [41] M. Arneodo and M. Diehl. Diffraction for non-believers. *arXiv:hep-ph/0511047*, 2005.
- [42] P. Collins. *An Introduction to Regge Theory and High Energy Physics*. Cambridge University Press, 1977.
- [43] T. Regge. Introduction to complex orbital momenta. *Nuovo Cim.*, 14:951, 1959.
- [44] G. Chew and S. Frautschi. Principle of Equivalence for All Strongly Interacting Particles Within the S Matrix Framework. *Phys.Rev.Lett.*, 7:394–397, 1961.
- [45] V. Gribov. Partial waves with complex orbital angular momenta and the asymptotic behavior of the scattering amplitude. *Sov.Phys.JETP*, 14:1395, 1962.
- [46] M. Souza. *Dipolos de cor e interação a altas energias*. Doutorado, Instituto de Física, USP, 2007.
- [47] L. Schoeffel. Advances in diffraction of subnuclear waves. *Prog.Part.Nucl.Phys.*, 65:9–49, 2010.
- [48] P. Newman and M. Ruspa. Towards a Combined HERA Diffractive Deep Inelastic Scattering Measurement. *arXiv:0903.2957*, pages 401–411, 2009.
- [49] S. Chekanov et al. Exclusive  $\rho^0$  production in deep inelastic scattering at HERA. *PMC Phys.*, A1:6, 2007.
- [50] A. Radyushkin. Scaling limit of deeply virtual Compton scattering. *Phys.Lett.*, B380:417–425, 1996.
- [51] X. Ji. Deeply virtual Compton scattering. *Phys.Rev.*, D55:7114–7125, 1997.
- [52] D. Müller, D. Robaschik, B. Geyer, F. Dittes, and J. Hořejši. Wave functions, evolution equations and evolution kernels from light ray operators of QCD. *Fortsch.Phys.*, 42:101–141, 1994.

- [53] L. Harland-Lang. A simple form for the low-x generalized parton distributions in the skewed regime. *Phys.Rev.*, D88:034029, 2013.
- [54] A. Shuvaev, K. Golec-Biernat, A. Martin, and M. Ryskin. Off diagonal distributions fixed by diagonal partons at small x and xi. *Phys.Rev.*, D60:014015, 1999.
- [55] A. Martin, M. Ryskin, and T. Teubner.  $Q^{*2}$  dependence of diffractive vector meson electroproduction. *Phys.Rev.*, D62:014022, 2000.
- [56] H. Kowalski, L. Motyka, and G. Watt. Exclusive diffractive processes at HERA within the dipole picture. *Phys.Rev.*, D74:074016, 2006.
- [57] G. Watt and H. Kowalski. Impact parameter dependent colour glass condensate dipole model. *Phys.Rev.*, D78:014016, 2008.
- [58] V. Goncalves, M. Machado, and A. Meneses. Non-linear QCD dynamics and exclusive production in  $ep$  collisions. *Eur.Phys.J.*, C68:133–139, 2010.
- [59] T. Lappi and H. Mantysaari. Incoherent diffractive J/Psi-production in high energy nuclear DIS. *Phys.Rev.*, C83:065202, 2011.
- [60] A. Rezaeian, M. Siddikov, M. Van de Klundert, and R. Venugopalan. Analysis of combined HERA data in the Impact-Parameter dependent Saturation model. *Phys.Rev.*, D87(3):034002, 2013.
- [61] A. Rezaeian and I. Schmidt. Impact-parameter dependent Color Glass Condensate dipole model and new combined HERA data. *Phys.Rev.*, D88:074016, 2013.
- [62] W. Greiner and J. Reinhardt. *Field quantization*. Springer, 1996.
- [63] N. Nikolaev and B. Zakharov. Color transparency and scaling properties of nuclear shadowing in deep inelastic scattering. *Z.Phys.*, C49:607–618, 1991.
- [64] N. Nikolaev and B. Zakharov. Pomeron structure function and diffraction dissociation of virtual photons in perturbative QCD. *Z.Phys.*, C53:331–346, 1992.
- [65] N. Nikolaev and B. Zakharov. The Triple pomeron regime and the structure function of the pomeron in the diffractive deep inelastic scattering at very small x. *Z.Phys.*, C64:631–652, 1994.
- [66] A. Mueller. Soft gluons in the infinite momentum wave function and the BFKL pomeron. *Nucl.Phys.*, B415:373–385, 1994.
- [67] A. Mueller and B. Patel. Single and double BFKL pomeron exchange and a dipole picture of high-energy hard processes. *Nucl.Phys.*, B425:471–488, 1994.
- [68] A. Mueller. Unitarity and the BFKL pomeron. *Nucl.Phys.*, B437:107–126, 1995.
- [69] K. Golec-Biernat and M. Wüsthoff. Saturation effects in deep inelastic scattering at low  $Q^2$  and its implications on diffraction. *Phys. Rev. D*, 59:014017, Nov 1998.
- [70] N. Nikolaev and B. Zakharov. Scaling Properties of Nuclear Shadowing in Deep Inelastic Scattering. *Phys.Lett.*, B260:414–420, 1991.

- [71] V. Barone, M. Genovese, N. Nikolaev, E. Predazzi, and B. Zakharov. Unitarization of structure functions at large  $1/x$ . *Phys.Lett.*, B326:161–167, 1994.
- [72] V. Barone, M. Genovese, N. Nikolaev, E. Predazzi, and B. Zakharov. Structure functions of bound nucleons: From the EMC effect to nuclear shadowing. *Z.Phys.*, C58:541–558, 1993.
- [73] E. Levin. Orsay lectures on low  $x$  deep inelastic scattering. Technical Report LPTHE-91-02, Paris 11. Lab. Phys. Théor. Hautes Energ., Orsay, Jan 1991.
- [74] G. Arfken, H. Weber, and F. Harris. *Mathematical Methods For Physicists*. Elsevier Science, 2005.
- [75] J. Forshaw and D. Ross. *Quantum chromodynamics and the pomeron*. Cambridge University Press, 1997.
- [76] A. Askew, J. Kwiecinski, A. Martin, and P. Sutton. Properties of the BFKL equation and structure function predictions for HERA. *Phys.Rev.*, D49:4402–4414, 1994.
- [77] M. Froissart. Asymptotic behavior and subtractions in the Mandelstam representation. *Phys.Rev.*, 123:1053–1057, 1961.
- [78] A. Martin. Unitarity and high-energy behavior of scattering amplitudes. *Phys.Rev.*, 129:1432–1436, 1963.
- [79] L. Gribov, E. Levin, and M. Ryskin. Semihard Processes in QCD. *Phys.Rept.*, 100:1–150, 1983.
- [80] A. Mueller and J. Qiu. Gluon Recombination and Shadowing at Small Values of  $x$ . *Nucl.Phys.*, B268:427, 1986.
- [81] J. Collins and J. Kwiecinski. Shadowing in Gluon Distributions in the Small  $x$  Region. *Nucl.Phys.*, B335:89, 1990.
- [82] J. Bartels, G. Schuler, and J. Blumlein. A Numerical study of the small  $x$  behavior of deep inelastic structure functions in QCD. *Z.Phys.*, C50:91–102, 1991.
- [83] J. Bartels and E. Levin. Solutions to the Gribov-Levin-Ryskin equation in the nonperturbative region. *Nucl.Phys.*, B387:617–637, 1992.
- [84] L. McLerran and R. Venugopalan. Computing quark and gluon distribution functions for very large nuclei. *Phys.Rev.*, D49:2233–2241, 1994.
- [85] L. McLerran and R. Venugopalan. Gluon distribution functions for very large nuclei at small transverse momentum. *Phys.Rev.*, D49:3352–3355, 1994.
- [86] L. McLerran and R. Venugopalan. Green’s functions in the color field of a large nucleus. *Phys.Rev.*, D50:2225–2233, 1994.
- [87] E. Iancu and R. Venugopalan. The Color glass condensate and high-energy scattering in QCD. *arXiv:hep-ph/0303204v3*, 2003.
- [88] E. Iancu, A. Leonidov, and L. McLerran. Nonlinear gluon evolution in the color glass condensate. 1. *Nucl.Phys.*, A692:583–645, 2001.

- [89] E. Iancu, A. Leonidov, and L. McLerran. The Color glass condensate: An Introduction. *arXiv:hep-ph/0202270*, pages 73–145, 2002.
- [90] J. Jalilian-Marian. The Color glass condensate at RHIC. *J.Phys.*, G30:S751–S758, 2004.
- [91] J. Jalilian-Marian, A. Kovner, A. Leonidov, and H. Weigert. The BFKL equation from the Wilson renormalization group. *Nucl.Phys.*, B504:415–431, 1997.
- [92] J. Jalilian-Marian, A. Kovner, A. Leonidov, and H. Weigert. The Wilson renormalization group for low x physics: Towards the high density regime. *Phys.Rev.*, D59:014014, 1998.
- [93] J. Jalilian-Marian, A. Kovner, and H. Weigert. The Wilson renormalization group for low x physics: Gluon evolution at finite parton density. *Phys.Rev.*, D59:014015, 1998.
- [94] H. Weigert. Unitarity at small Bjorken x. *Nucl.Phys.*, A703:823–860, 2002.
- [95] I. Balitsky. Operator expansion for high-energy scattering. *Nucl.Phys.*, B463:99–160, 1996.
- [96] Y. Kovchegov. Small x F(2) structure function of a nucleus including multiple pomeron exchanges. *Phys.Rev.*, D60:034008, 1999.
- [97] J. Albacete, N. Armesto, J. Milhano, and C. Salgado. Non-linear QCD meets data: A Global analysis of lepton-proton scattering with running coupling BK evolution. *Phys.Rev.*, D80:034031, 2009.
- [98] L. Albacete, N. Armesto, J. Milhano, P. Quiroga-Arias, and C. Salgado. AAMQS: A non-linear QCD analysis of new HERA data at small-x including heavy quarks. *Eur.Phys.J.*, C71:1705, 2011.
- [99] J. Albacete, N. Armesto, J. Milhano, C. Salgado, and U. Wiedemann. Numerical analysis of the Balitsky-Kovchegov equation with running coupling: Dependence of the saturation scale on nuclear size and rapidity. *Phys.Rev.*, D71:014003, 2005.
- [100] I. Balitsky. Quark contribution to the small-x evolution of color dipole. *Phys.Rev.*, D75:014001, 2007.
- [101] E. Iancu, K. Itakura, and L. McLerran. Geometric scaling above the saturation scale. *Nucl.Phys.*, A708:327–352, 2002.
- [102] A. Stasto, K. Golec-Biernat, and J. Kwiecinski. Geometric scaling for the total gamma\* p cross-section in the low x region. *Phys.Rev.Lett.*, 86:596–599, 2001.
- [103] E. Levin and K. Tuchin. Solution to the evolution equation for high parton density QCD. *Nucl.Phys.*, B573:833–852, 2000.
- [104] F. Caola and S. Forte. Geometric Scaling from DGLAP evolution. *Phys.Rev.Lett.*, 101:022001, 2008.
- [105] K. Golec-Biernat and A. Stasto. On solutions of the Balitsky-Kovchegov equation with impact parameter. *Nucl.Phys.*, B668:345–363, 2003.

- [106] E. Iancu, K. Itakura, and S. Munier. Saturation and BFKL dynamics in the HERA data at small  $x$ . *Phys.Lett.*, B590:199–208, 2004.
- [107] G. Soyez. Saturation QCD predictions with heavy quarks at HERA. *Phys.Lett.*, B655:32–38, 2007.
- [108] W. Press, B. Flannery, S. Teukolsky, and W. Vetterling. *Numerical recipes*. Cambridge University Press, 1990.
- [109] K. Enslein, A. Ralston, and H. Wilf. *Mathematical Methods for Digital Computers*. Wiley, 1977.
- [110] K. Golec-Biernat, J. Krzysztow, and M. Wusthoff. Saturation in diffractive deep inelastic scattering. *Phys.Rev.*, D60:114023, 1999.
- [111] J. Breitweg et al. Measurement of the diffractive cross-section in deep inelastic scattering using ZEUS 1994 data. *Eur.Phys.J.*, C6:43–66, 1999.
- [112] J. Albacete, A. Dumitru, H. Fujii, and Y. Nara. CGC predictions for p+Pb collisions at the LHC. *Nucl.Phys.*, A897:1–27, 2013.
- [113] J. Albacete and C. Marquet. Gluon saturation and initial conditions for relativistic heavy ion collisions. *Prog.Part.Nucl.Phys.*, 76:1–42, 2014.
- [114] A. Aktas et al. Measurement of deeply virtual compton scattering at HERA. *Eur.Phys.J.*, C44:1–11, 2005.
- [115] F. Aaron et al. Measurement of deeply virtual Compton scattering and its  $t$ -dependence at HERA. *Phys.Lett.*, B659:796–806, 2008.
- [116] S. Chekanov et al. A Measurement of the  $Q^{*2}$ ,  $W$  and  $t$  dependences of deeply virtual Compton scattering at HERA. *JHEP*, 0905:108, 2009.
- [117] F. Aaron et al. Deeply Virtual Compton Scattering and its Beam Charge Asymmetry in  $e^+$ - Collisions at HERA. *Phys.Lett.*, B681:391–399, 2009.
- [118] E. Aschenauer, S. Fazio, K. Kumericki, and D. Mueller. Deeply Virtual Compton Scattering at a Proposed High-Luminosity Electron-Ion Collider. *JHEP*, 1309:093, 2013.
- [119] R. Sandapen. *The Colour Dipole Model of Diffractive Scattering*. Doutorado, Department of Physics and Astronomy, The University of Manchester, 2002.
- [120] L. Frankfurt, M. Strikman, and C. Weiss. Small- $x$  physics: From HERA to LHC and beyond. *Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.*, 55:403–465, 2005.
- [121] J. Abelleira et al. A Large Hadron Electron Collider at CERN: Report on the Physics and Design Concepts for Machine and Detector. *J.Phys.*, G39:075001, 2012.
- [122] N. Armesto. Physics at low  $x_{Bj}$  and in  $eA$  at the LHeC. *J.Phys.Conf.Ser.*, 422:012030, 2013.
- [123] A. Accardi, V. Guzey, A. Prokudin, and C. Weiss. Nuclear physics with a medium-energy Electron-Ion Collider. *Eur.Phys.J.*, A48:92, 2012.

- [124] A. Accardi et al. Electron Ion Collider: The Next QCD Frontier - Understanding the glue that binds us all. *arXiv:1212.1701v2*, 2012.
- [125] A. Deshpande. Physics of an Electron Ion Collider. *Nucl.Phys.*, A904-905:302c–309c, 2013.
- [126] D. Boer et al. Gluons and the quark sea at high energies: Distributions, polarization, tomography. *arXiv:1108.1713v2*, 2011.
- [127] L. Favart and M. Machado. Deeply virtual Compton scattering and saturation approach. *Eur.Phys.J.*, C29:365–371, 2003.
- [128] K. Tuchin. Coherent and incoherent diffractive hadron production in pA collisions and gluon saturation. *Phys.Rev.*, C79:055206, 2009.
- [129] N. Armesto, C. Salgado, and U. Wiedemann. Relating high-energy lepton-hadron, proton-nucleus and nucleus-nucleus collisions through geometric scaling. *Phys.Rev.Lett.*, 94:022002, 2005.
- [130] A. Deshpande, R. Milner, R. Venugopalan, and W. Vogelsang. Study of the fundamental structure of matter with an electron-ion collider. *Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.*, 55:165–228, 2005.
- [131] J. Dainton, M. Klein, P. Newman, E. Perez, and F. Willeke. Deep inelastic electron-nucleon scattering at the LHC. *JINST*, 1:P10001, 2006.
- [132] M. Kugeratski, V. Goncalves, and F. Navarra. Probing the color glass condensate in an electron-ion collider. *Eur.Phys.J.*, C46:465–473, 2006.
- [133] M. Kugeratski, V. Goncalves, and F. Navarra. Saturation in diffractive deep inelastic eA scattering. *Eur.Phys.J.*, C46:413–420, 2006.
- [134] M. Kugeratski, V. Goncalves, and F. Navarra. Testing universality of the color glass condensate descriptions. *Eur.Phys.J.*, C44:577–586, 2005.
- [135] E. Cazaroto, F. Carvalho, V. Goncalves, and F. Navarra. Constraining the nuclear gluon distribution in eA processes at RHIC. *Phys.Lett.*, B669:331–336, 2008.
- [136] H. Kowalski, T. Lappi, C. Marquet, and R. Venugopalan. Nuclear enhancement and suppression of diffractive structure functions at high energies. *Phys.Rev.*, C78:045201, 2008.
- [137] N. Nikolaev, B. Zakharov, and V. Zoller. Unusual effects of diffraction dissociation for multiproduction in deep inelastic scattering on nuclei. *Z.Phys.*, A351:435–446, 1995.
- [138] M. Derrick et al. Observation of events with a large rapidity gap in deep inelastic scattering at HERA. *Phys.Lett.*, B315:481–493, 1993.
- [139] T. Ahmed et al. Deep inelastic scattering events with a large rapidity gap at HERA. *Nucl.Phys.*, B429:477–502, 1994.
- [140] H. Abramowicz and A. Caldwell. HERA collider physics. *Rev.Mod.Phys.*, 71:1275–1410, 1999.



- [141] L. Frankfurt, V. Guzey, and M. Strikman. Leading twist coherent diffraction on nuclei in deep inelastic scattering at small  $x$  and nuclear shadowing. *Phys.Lett.*, B586:41–52, 2004.
- [142] Y. Li and K. Tuchin. Gluon multiplicity in coherent diffraction of onium on a heavy nucleus. *Phys.Rev.*, D77:114012, 2008.
- [143] Y. Li and K. Tuchin. Spectrum of diffractively produced gluons in onium-nucleus collisions. *Nucl.Phys.*, A807:190–205, 2008.
- [144] Y. Li and K. Tuchin. Probing the low- $x$  structure of nuclear matter with diffractive hadron production in pA collisions. *Phys.Rev.*, C78:024905, 2008.
- [145] F. Dominguez, C. Marquet, and B. Wu. On multiple scatterings of mesons in hot and cold QCD matter. *Nucl.Phys.*, A823:99–119, 2009.
- [146] V. Goncalves, M. Kugeratski, M. Machado, and F. Navarra. Exclusive vector meson production in electron-ion collisions. *Phys.Rev.*, C80:025202, 2009.
- [147] R. Glauber. Cross-sections in deuterium at high-energies. *Phys.Rev.*, 100:242–248, 1955.
- [148] R. Woods and D. Saxon. Diffuse Surface Optical Model for Nucleon-Nuclei Scattering. *Phys.Rev.*, 95:577–578, 1954.
- [149] C. De Jager, H. De Vries, and C. De Vries. Nuclear charge and magnetization density distribution parameters from elastic electron scattering. *Atom.Data Nucl.Data Tabl.*, 14:479–508, 1974.
- [150] E. Cazaroto, F. Carvalho, V. Goncalves, M. Kugeratski, and F. Navarra. Exclusive processes in electron-ion collisions. *Phys.Lett.*, B696:473–477, 2011.
- [151] B. Kopeliovich, J. Nemchik, A. Schafer, and A. Tarasov. Color transparency versus quantum coherence in electroproduction of vector mesons off nuclei. *Phys.Rev.*, C65:035201, 2002.
- [152] V. Gribov. Glauber corrections and the interaction between high-energy hadrons and nuclei. *Sov.Phys.JETP*, 29:483–487, 1969.
- [153] V. Gribov. Interaction of gamma quanta and electrons with nuclei at high-energies. *Sov.Phys.JETP*, 30:709–717, 1970.
- [154] N. Armesto. A Simple model for nuclear structure functions at small  $x$  in the dipole picture. *Eur.Phys.J.*, C26:35–43, 2002.
- [155] B. Kopeliovich, J. Nemchick, N. Nikolaev, and B. Zakharov. Decisive test of color transparency in exclusive electroproduction of vector mesons. *Phys.Lett.*, B324:469–476, 1994.
- [156] H. Schechter and C. Bertulani. *Introdução à física nuclear*. UFRJ, 2007.
- [157] A. Caldwell and H. Kowalski. Investigating the gluonic structure of nuclei via J/psi scattering. *Phys.Rev.*, C81:025203, 2010.

- [158] H. Kowalski, T. Lappi, and R. Venugopalan. Nuclear enhancement of universal dynamics of high parton densities. *Phys.Rev.Lett.*, 100:022303, 2008.
- [159] R. Newton. Optical theorem and beyond. *American Journal of Physics*, 44(7):639–642, 1976.
- [160] L. Ballentine. *Quantum Mechanics: A Modern Development*. World Scientific, 1998.