

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS  
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

# Fotoprodução de quarks pesados em colisões próton-próton no Grande Colisor de Hádrons \*

Anelise Ramires Meneses

Dissertação elaborada sob orientação do Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves (IFM-UFPel) e co-orientação do Prof. Dr. Magno Valério Trindade Machado (IF-UFRGS), em preenchimento parcial dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Pelotas  
2011

---

\* Trabalho financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)

Este trabalho é dedicado

a meus pais Julio e Sirlei  
e à minha irmã Lisiane,  
com todo meu amor.

# Agradecimentos

- Agradeço a meus pais por todo amor, amparo e pela luta e incentivo para que eu e minha irmã pudéssemos concluir nossos estudos. Agradeço à Lisiane que, com seu coração generoso, me possibilitou o acesso à Universidade, e se tornou exemplo enquanto pessoa e profissional, se mostrando sempre tão correta e batalhadora.
- Sou grata a Deus não apenas por concluir este trabalho, mas por ter me dado a graça de ter a Família que tenho;
- Ao Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves agradeço pela paciência, pelo conhecimento transmitido e pela companhia ao longo de todos os anos de orientação, desde a iniciação científica até a conclusão desta dissertação;
- Ao Co-orientador Prof. Dr. Magno Valério Trindade Machado por me auxiliar com as correções deste trabalho;
- Agradeço ao professores do Departamento de Física da UFPel, que viabilizaram de formas diferentes entre si, ao longo de minha carreira acadêmica, conhecimento suficiente para que me tornasse uma professora de Física. Em especial, agradeço ao Prof. Dr. José Francisco Dias da Fonseca por ter sido tão solícito quando dele precisei, e por ter sido sempre uma referência enquanto profissional. E ao Prof. Dr. Rudi Gaelzer pelos ensinamentos ao longo do mestrado e por me auxiliar com a adaptação ao linux;
- Agradeço ao meu cunhado Maurício pela boa convivência, pela paciência e por me oportunizar conviver mais dois anos ao lado de minha amada irmã.
- Aos amigos e colegas Michel, Moisés e Sandra pelo companheirismo ao longo da jornada enquanto estudantes de física, pelos momentos inesquecíveis de discussão sobre as lendárias histórias "da Física" e pelas angústias e incertezas divididas ao longo desta trajetória. E ao amigo e também colega Augusto pela agradável convivência ao longo deste mestrado;

- À amiga distante, mas não menos presente, Danuce pelo incansável incentivo e por seus valiosos conselhos;
- Aos amigos e antigos colegas de mestrado Alex, Mirian, Luciana, Cintia e Mão pelos agradáveis momentos divididos quando do início do mestrado. Em especial ao Alex e à Mirian por terem sido os primeiros companheiros do Grupo de Partículas;
- Aos colegas da pós-graduação: Bruno, Ronaldo e Lúcia com os quais compartilhei bons momentos nestes últimos meses.
- A todos aqueles que de uma forma ou de outra possibilitaram que este trabalho fosse realizado.

# Resumo

Em colisões hádron-hádron e lépton-hádron, estudos mostram que as seções de choque para produção de quarks pesados em altas energias são fortemente dependentes do comportamento da distribuição de glúons, que é determinada pela dinâmica QCD. Para altas energias, a evolução da QCD conduz a um sistema com alta densidade de glúons caracterizada por uma limitação no espaço de fase máximo da densidade de pártons que pode ser alcançado na função de onda hadrônica (saturação partônica). A transição é especificada por uma escala típica, dependente da energia e é chamada escala de saturação. Sinais da saturação tem sido observados em espalhamento profundamente inelástico  $ep$  e em colisões deutério-ouro no RHIC. Entretanto, descrições alternativas que desconsiderem saturação também descrevem estes dados. Portanto, a observação deste novo regime ainda precisa de confirmação e, conseqüentemente, há uma busca ativa por novos sinais experimentais. Nesta dissertação estudamos a fotoprodução inclusiva e difrativa de quarks pesados em colisões  $pp$  considerando três modelos fenomenológicos baseados no condensado de vidros de cor, o qual descreve muito bem os dados experimentais de HERA para observáveis inclusivos e exclusivos. A meta deste trabalho é atualizar estudos já existentes considerando novas parametrizações para a amplitude de espalhamento de dipolo e apresentar uma comparação entre os mecanismos de produção inclusiva e difrativa usando o mesmo formalismo teórico.

# Abstract

In hadron-hadron and lepton-hadron collisions the cross sections for heavy quark production at high energies are strongly dependent on the behavior of the gluon distribution, which is determined by the underlying QCD dynamics. At high energies the QCD evolution leads to a system with high gluon density, characterized by the limitation on the maximum phase-space parton density that can be reached in the hadron wavefunction (parton saturation). The transition is specified by a typical scale, which is energy dependent and is called saturation scale. Signals of parton saturation have already been observed both in  $ep$  deep inelastic scattering at HERA and in deuteron-gold collisions at RHIC. However, alternative descriptions that disregard the saturation also describe these data. However, the observation of this new regime still needs confirmation and so there is an active search for new experimental signatures. In this dissertation we study the inclusive and diffractive photoproduction of heavy quarks in proton-proton collisions considering three phenomenological models based on the Color Glass Condensate, which describe quite well the current experimental HERA data for inclusive and exclusive observables. Our goal is twofold: update existing studies considering these new parameterizations for the dipole scattering amplitude and present a comparison between the inclusive and diffractive production mechanisms using an identical theoretical input.

# Índice

Introdução . . . . .	1
<b>1. Espalhamento Profundamente Inelástico . . . . .</b>	<b>3</b>
1.1 Espalhamento de Rutherford . . . . .	3
1.2 Cinemática do DIS . . . . .	7
1.3 Modelo de Pártons . . . . .	12
1.4 Cromodinâmica Quântica (QCD) . . . . .	15
1.5 Equações DGLAP . . . . .	18
1.6 Dinâmica DGLAP para Pequeno $x$ . . . . .	21
1.7 Dinâmica BFKL . . . . .	24
1.8 Saturação Partônica . . . . .	26
<b>2. Formalismo de Dipolos de Cor . . . . .</b>	<b>29</b>
2.1 Fatorização $k_T$ . . . . .	29
2.2 DIS na Representação de Dipolos de Cor . . . . .	32
2.3 Espalhamento Profundamente Inelástico Difractivo - DDIS . . . . .	36
2.4 DDIS no formalismo de Dipolos de Cor . . . . .	38
<b>3. Dinâmica Não-Linear para Pequeno <math>x</math> . . . . .</b>	<b>45</b>
3.1 Equação Balitsky-Kovchegov . . . . .	46
3.2 Modelos Fenomenológicos . . . . .	52
3.2.1 Os Modelos GBW e BGBK . . . . .	52
3.2.2 Modelo IIM . . . . .	53
3.2.3 Modelo bCGC . . . . .	55
3.2.4 Modelo IP-SAT . . . . .	56
<b>4. Fotoprodução de Quarks Pesados . . . . .</b>	<b>59</b>
4.1 Fotoprodução de quarks pesados em HERA . . . . .	59
4.2 Fotoprodução em Colisões hádron-hádron . . . . .	62
4.2.1 Fluxo de Fótons Equivalentes . . . . .	63
4.2.2 Fotoprodução de Quarks Pesados no LHC . . . . .	68
4.3 Resultados . . . . .	69
4.4 Conclusão . . . . .	73

---

5. Conclusões e Perspectivas . . . . .	74
Referências Bibliográficas . . . . .	75



# Relação de Figuras

1.1	Representação esquemática do experimento de Rutherford. . . . .	4
1.2	Diagramas $ep$ para diferentes comprimentos de onda do elétron . . . . .	5
1.3	Resumo esquemático dos experimentos de espalhamentos de partículas $\alpha$ -núcleo, elétron-núcleo, elétron-próton, elétron-quark e quark-antiquark, respectivamente [5]. . . . .	6
1.4	Espalhamento Profundamente Inelástico (DIS). . . . .	8
1.5	Espalhamento Profundamente Inelástico segundo o Modelo de Pártons . . . .	13
1.6	Composição da cor do hádron (próton.) . . . . .	16
1.7	Representação da função desdobramento $P_{qg}$ . . . . .	19
1.8	Representação da função desdobramento $P_{gg}$ . . . . .	20
1.9	Função de estrutura $F_2$ como função da virtualidade do fóton ( $Q^2$ ) para diferentes valores de $x$ [24]. . . . .	21
1.10	Densidade de Pártons obtidas em NNLO. A dominância de glúons para pequeno $x$ e dos quarks de valência para grande $x$ é claramente evidente. As incertezas mostradas refletem os erros experimentais. [9] . . . . .	25
1.11	Não linearidade nas equações de evolução . . . . .	27
1.12	Regimes cinemáticos das equações de evolução para densidades partônicas . .	28
2.1	Representação de interação no formalismo $k_T$ . . . . .	30
2.2	DIS na representação de Dipolos de Cor . . . . .	32
2.3	Espalhamento Profundamente Inelástico Difractivo. . . . .	37
3.1	Diagrama de emissão de um glúon na evolução de dipolo no limite de grande $N_c$ . . . . .	47
3.2	Representação esquemática do modelo bCGC. . . . .	56
3.3	Representação esquemática do modelo IP-SAT. . . . .	57
3.4	Seção de choque de dipolo dividida por $r^2$ [45]. . . . .	58
4.1	Seção de choque para fotoprodução de charm. As medidas experimentais são de DESY-HERA. . . . .	61
4.2	Seção de choque para fotoprodução de bottom. As medidas experimentais são de DESY-HERA. . . . .	61
4.3	Dependência em energia da seção de choque difrativa para produção de charm (figura esquerda) e bottom (figura direita) para modelos fenomenológicos distintos [1]. . . . .	62
4.4	Partícula com carga $q$ se movendo com velocidade $\vec{v}$ em relação ao eixo $x_1$ . . .	64

4.5	(a) Campo gerado pelo movimento da partícula. (b) Pulso de radiação equivalente. . . . .	65
4.6	Comparação de diferentes cálculos do espectro de fótons equivalentes para prótons de alta energia; $x$ é a fração de energia do próton portada pelo fóton. Direita: Luminosidade de fótons equivalentes em colisões próton-próton e núcleo-núcleo no RHIC e LHC; $k$ é a energia do fóton no referencial de repouso do alvo [55]. . . . .	68
4.7	Distribuição de rapidez para fotoprodução inclusiva de charm (esquerda) e bótton (direita) em interações $pp$ para energias de $\sqrt{S_{NN}} = 1.96TeV$ do Tevatron. Diferentes curvas correspondem a diferentes modelos fenomenológicos. . . . .	71
4.8	Distribuição de rapidez para fotoprodução difrativa de charm (esquerda) e bottom (direita) em interações $p\bar{p}$ para energias de $\sqrt{S_{NN}} = 1.96TeV$ do Tevatron. Diferentes curvas correspondem a diferentes modelos fenomenológicos. . . . .	72
4.9	Distribuição de rapidez para fotoprodução inclusiva de charm (esquerda) e bottom (direita) em interações $pp$ para energias de $\sqrt{S_{NN}} = 14TeV$ do LHC. Diferentes curvas correspondem a diferentes modelos fenomenológicos. . . . .	72
4.10	Distribuição de rapidez para fotoprodução difrativa de charm (esquerda) e bottom (direita) em interações $pp$ para energias de $\sqrt{S_{NN}} = 14TeV$ do LHC. Diferentes curvas correspondem a diferentes modelos fenomenológicos. . . . .	72

# Relação de Tabelas

4.1	Seção de choque integrada para fotoprodução inclusiva e difrativa de quarks pesados em colisões $pp(\bar{p})$ para energias do Tevatron e LHC. . . . .	70
-----	--	----

# Introdução

Uma das questões presentes na física hadrônica de altas energias hoje é a procura por sinais da saturação de pártons, a qual é descrita pelo condensado de vidros de cor (Color Glass Condensate ou CGC). Os efeitos de alta densidade, esperados no limite de altas energias da Cromodinâmica Quântica (QCD), devem ser manifestos na modificação da dinâmica de glúons. Contudo, HERA (Hadron Electron Ring Accelerator), que realizava interações elétron-próton e fornecia excelentes dados para provar essa distribuição, deixou de operar em 2007 e uma busca por alternativas através dos experimentos disponíveis atualmente, se faz necessária. O Grande Colisor de Hádrons (Large Hadron Collider - LHC) poderá nos próximos anos comprovar se realmente ocorre saturação no regime de altas energias. Nesta dissertação apresentamos o trabalho desenvolvido ao longo do mestrado. Este trabalho está relacionado à física não linear, que leva em conta os efeitos de saturação. Os resultados deste trabalho foram publicados na referência [1] e são apresentados no capítulo 4 desta dissertação. Nele comparamos três modelos fenomenológicos baseados no CGC, sendo dois deles associados à uma versão clássica e o outro associado à versão quântica do formalismo. Estes modelos descrevem bem os dados experimentais de HERA para observáveis inclusivos e exclusivos. Então, fazemos uma predição para os mesmos observáveis para energias do LHC, a fim de verificar qual das versões (clássica ou quântica) melhor descreverá os dados para o regime saturado em altas energias.

Em resumo, os resultados originais são mostrados no capítulo 4. Os primeiros três capítulos apresentam uma descrição dos conceitos fundamentais necessários para compreensão desta dissertação. O material contido nestes capítulos foi extraído de dissertações, teses, livros e artigos, sendo estes devidamente referenciados.

No capítulo 1 é feita uma breve revisão sobre o histórico dos espalhamentos começando com o Espalhamento de Rutherford. A seguir, fazemos a abordagem da espalhamento profundamente inelástico (deep inelastic scattering - DIS), título deste capítulo. Passamos, então a uma abordagem do DIS através do modelos de pártons, discutindo a interação entre quarks e glúons, o que nos leva a uma breve descrição da cromodinâmica quântica (QCD), que é a teoria que descreve a interação entre quarks e glúons. Na discussão da QCD abordamos a quebra de escalamento, a qual é bem descrita pela abordagem DGLAP. Estudamos a DGLAP na região de pequeno  $x$  e suas limitações neste intervalo cinemático, discutimos o formalismo da equação BFKL e, por fim, falamos da física de saturação.

No capítulo 2 apresentamos o formalismo de dipolos de cor e fazemos um esboço de como o formalismo de fatorização  $k_T$  permite escrever a seção de choque do fóton virtual-próton considerando não nulo o momento transversal do párton incidente. Além disso, estudamos o DIS difrativo, ou seja, a interação na qual o próton alvo permanece intacto e sua representação no formalismos de dipolos.

No capítulo 3 fazemos um estudo da região de saturação através da equação de evolução não linear proposta por Balitsky-Kovchegov (equação BK) e de modelos fenomenológicos de saturação, dentre estes os modelos baseados no CGC que serão utilizados no capítulo 4.

No capítulo 4 fazemos um estudo da fotoprodução de quarks pesados através dos modelos de saturação IIM, bCGC (versões quântica do formalismo CGC) e IP-SAT (versão clássica do formalismo CGC), os quais descrevem satisfatoriamente os dados de HERA para observáveis inclusivos e exclusivos. Além disso, apresentamos nossas previsões para distribuição de rapidez para fotoprodução de charm e bottom para energias do LHC, assim como os cálculos para seção de choque integrada e para taxa de produção de charm e bottom em interações coerentes da referência [1]. Mostramos que no LHC, a região de alta densidade poderá ser melhor testada, permitindo discriminar entre as versões clássica ou quântica.

No capítulo 5, por fim, resumimos nossos principais resultados, os quais foram publicados na Ref. [1] e divulgados no Light-Cone 2009 [2], no XXX Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos (2009), no XI Encontro de Pós Graduação da UFPel, no Hadron Physics (2010) [3] e no XII Encontro de Pós Graduação da UFPel (2010).

## Capítulo 1

# Espalhamento Profundamente Inelástico

## Introdução

Iniciamos este capítulo com uma abordagem histórica dos processos de espalhamento e o significado da seção de choque. A seguir é feita uma revisão do espalhamento profundamente inelástico (DIS) lépton-hádrôn. Esta é uma forma simples de analisar a estrutura hadrônica, pois apenas uma das partículas do processo possui subestrutura. Descreveremos o DIS através do Modelo de Pártons, como uma interação do elétron com um dos pártons constituintes do próton. Porém, este modelo desconsidera certas interações possíveis, as quais são consideradas pela Cromodinâmica Quântica (QCD). A QCD utiliza-se de equações de evolução tais como a DGLAP (Dokshitzer - Gribov - Lipatov - Altarelli - Parisi) e a BFKL (Balitsky - Fadin - Kuraev - Lipatov) para descrever interações entre quarks e glúons, as quais serão tratadas no texto que segue. Também será discutido o comportamento destas equações na região de altas energias (pequeno  $x$ ) e o limite de saturação, bem como a existência de uma escala que a define, por tratarem-se de elementos fundamentais para compreensão do trabalho desta dissertação.

## 1.1 Espalhamento de Rutherford

No começo do século XX, Rutherford propôs um experimento para analisar a estrutura do átomo usando partículas  $\alpha$  como prova. Neste experimento, uma fina folha de metal é bombardeada com partículas  $\alpha$  e o ângulo  $\theta$  de espalhamento é medido. A distribuição angular para o espalhamento de partículas  $\alpha$  nos dá detalhes importantes da estrutura do átomo [5]. Na época desse experimento sabia-se que os átomos eram eletricamente neutros e continham elétrons. Portanto, era sabido que os átomos continham também carga positiva, mas a distribuição de carga positiva não era bem determinada. Para explicar os dados com grande ângulo de espalhamento, Rutherford hipotetizou que toda carga elétrica positiva do átomo estava concentrada em um pequeno volume. Dessa forma, a teoria de espalhamento de Rutherford assume que carga positiva está concentrado em um núcleo, pois a partícula  $\alpha$  não penetra o núcleo. Resultados experimentais realizados por Geiger e Marsden validaram o modelo de Rutherford. A figura 1.1 representa esquematicamente o experimento de Rutherford.

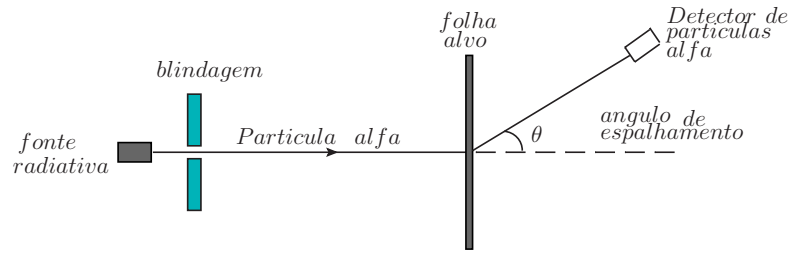


Fig. 1.1: Representação esquemática do experimento de Rutherford.

A probabilidade de uma interação produzir um determinado estado final ou um grupo de estados finais é especificada pela seção de choque  $\sigma$  de interação, a qual é definida como sendo a fração de partículas espalhadas - após a interação - numa direção particular em relação ao fluxo de partículas incidentes. A fórmula de Rutherford pode ser escrita na forma:

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = 2\pi \left( \frac{kq_1q_2}{m_\alpha v^2} \right)^2 \frac{1}{(1 - \cos\theta)^2} \quad (1.1)$$

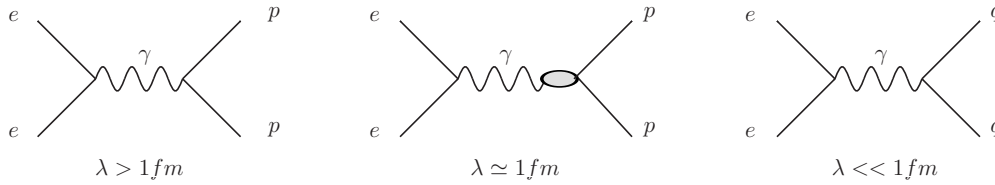
onde  $\sigma$  é a seção de choque,  $\theta$  o ângulo de espalhamento,  $m_\alpha$  a massa da partícula  $\alpha$ ,  $v$  a velocidade da partícula  $\alpha$ ,  $k$  uma constante e  $q_i$  são as cargas das partículas envolvidas no processo. A fórmula de Rutherford para distribuição angular de espalhamento da partícula  $\alpha$  não é válida se a partícula tem uma distância de aproximação menor que a extensão radial da carga do núcleo, pois a força já não é mais dada por  $kq_1q_2/r^2$ . A força é menor porque a carga efetiva que espalha a partícula  $\alpha$  é menor que a carga total do núcleo e este já não pode ser considerado como uma partícula pontual.

Convém ressaltar a existência da fórmula de Mott, que é a fórmula de Rutherford levando em conta os efeitos quântico-relativísticos, bem como o recuo do núcleo. Esta fórmula é usada quando elétrons são espalhados por uma partícula pontual. Elétrons são excelentes provas para estudar a distribuição de carga elétrica do núcleo por se tratarem de partículas pontuais (sem estrutura detectável). A seção de choque é dada pela fórmula Mott expressa a seguir:

$$\left( \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \right)_M = \left( \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \right)_R \frac{1 + \cos\theta}{2 \left[ 1 + \frac{(1 - \cos\theta)E_k}{Mc^2} \right]} \quad (1.2)$$

onde  $M$  é a massa do núcleo e  $E_k$  a energia cinética do elétron.

O núcleo é um estado ligado de prótons e nêutrons, onde a força ligante é a força forte. Mas o próton não se comporta como um objeto pontual a distâncias menores que cerca de 1fm. Isto foi observado primeiro pelo espalhamento de elétrons por um alvo de hidrogênio. A figura 1.2 explicita alguns diagramas para espalhamento elétron-próton. O espalhamento elétron-próton é qualitativamente diferente para três diferentes tamanhos de comprimento de onda do fóton. Quando o comprimento de onda é muito maior que o tamanho do próton (veja o primeiro diagrama da figura 1.2) o próton aparece como uma carga pontual; quando



**Fig. 1.2:** Diagramas  $ep$  para diferentes comprimentos de onda do elétron

o comprimento de onda é comparável ao tamanho do próton (1fm) (segundo diagrama da figura 1.2) observamos o elétron penetrar a distribuição de carga do próton, [5]; e, finalmente, para comprimentos de onda muito menores que o tamanho do próton, a carga do próton é distribuída em quarks individuais (terceiro diagrama da figura 1.2). O espalhamento de elétrons é uma importante técnica para determinar a distribuição de carga elétrica dentro do próton. Se o próton tem uma carga pontual, então a seção de choque será dada pela fórmula Mott, vista anteriormente. Se o próton não é uma carga pontual, a estrutura da distribuição de carga do próton causa um desvio na seção de choque. A seção de choque, para o caso em que um elétron penetra o próton, é dada por, [5]:

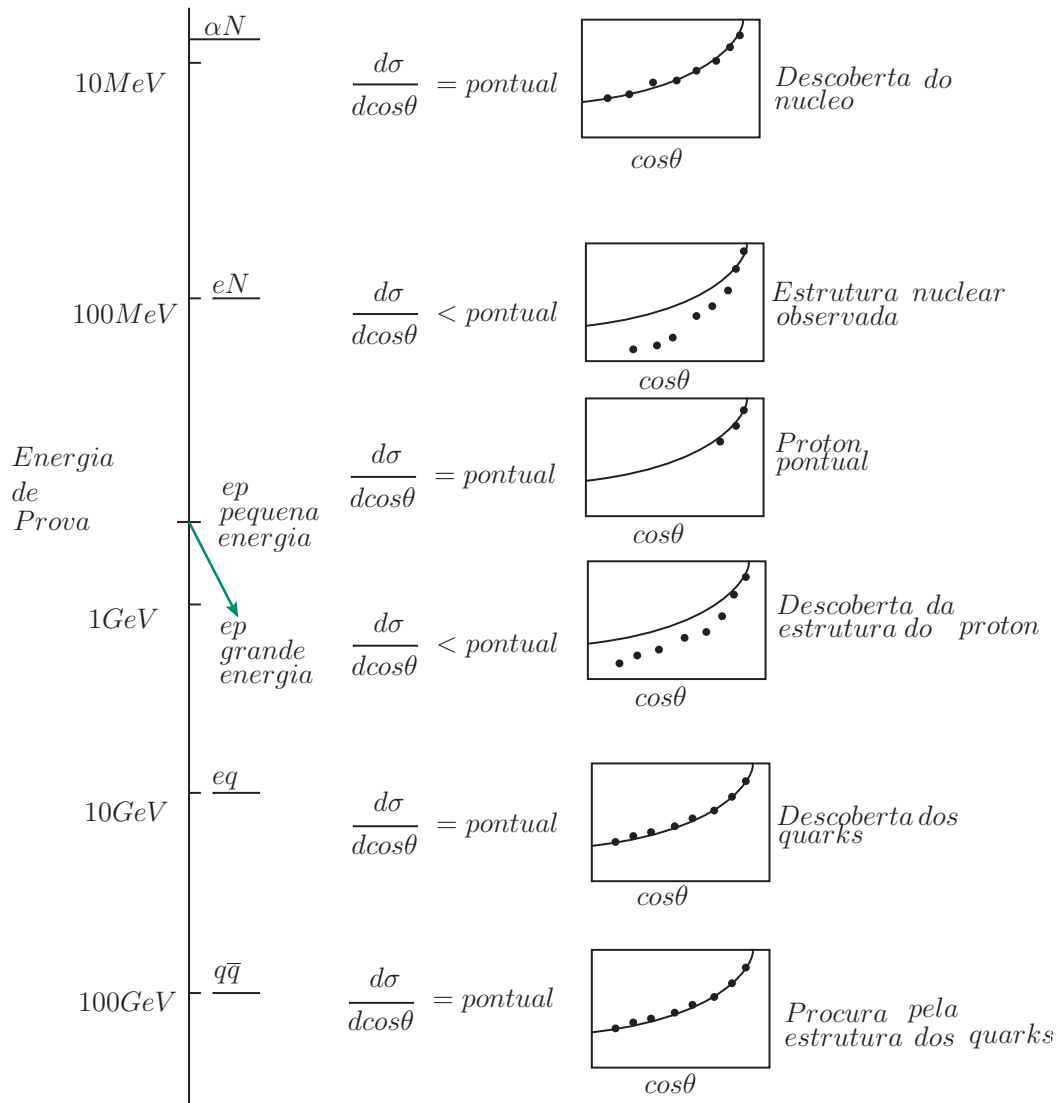
$$\left(\frac{d\sigma}{d\cos\theta}\right)_{proton} = \left(\frac{d\sigma}{d\cos\theta}\right)_{Mott} [F(\theta)]^2, \quad (1.3)$$

onde  $[F(\theta)]^2$  é menor que a unidade. A função  $F$  é chamada de fator de forma, pois ela contém toda a informação sobre a distribuição de carga dentro do próton. O fator de forma do próton foi medido pela primeira vez por Rofstadter utilizando elétrons com comprimento de onda de 550MeV, [5]. Verificou-se que os dados de Rofstadter eram inconsistentes com um próton pontual. Mas os detalhes da estrutura do próton são revelados somente considerando o experimento de espalhamento de elétrons com uma maior resolução, ou seja, é preciso um feixe de elétrons com grande momentum.

Uma série de medidas detalhadas foram feitas em 1960 por um grupo de físicos liderado por Jerome Friedman, Henry Kendall e Richard Taylor. Os experimentos usavam um feixe de elétrons com momentum de 10GeV/c; desta forma, eles dispunham de uma sonda cerca de 20 vezes mais refinada que o elétron de prova de Rofstadter, [5]. Quando um elétron com comprimento de onda pequeno o suficiente colide com um próton, a distribuição de carga do próton é medida com grande resolução. A distribuição de carga é vista como um número de objetos pontuais. Essas partículas pontuais são os quarks constituintes. A carga do próton é composta de um número de quarks pontuais, os quais, cada um carrega uma porção do momentum do próton. No centro de massa do sistema elétron-quark, o processo é uma colisão elástica.

O processo elétron-próton, pode ser descrito, dentro de uma determinada região cinemática, pelo espalhamento profundamente inelástico (DIS - deep inelastic scattering). De acordo com a análise anterior, se temos uma fonte de partículas altamente energéticas, então, seria possível a busca pela estrutura dos quarks. Em 1980 foi realizado um experimento com a colisão de um feixe prótons com um feixe de antiprótons, que tem cargas elétricas opostas, fazendo-os circular em direções opostas. O processo estudado é o espalhamento  $q\bar{q}$ , quark-





**Fig. 1.3:** Resumo esquemático dos experimentos de espalhamentos de partículas  $\alpha$ -núcleo, elétron-núcleo, elétron-próton, elétron-quark e quark-antiquark, respectivamente [5].

antiquark. Quando quarks com momentum de cerca de  $50 - 100 \text{ GeV}$ , [5], são espalhados entre si, eles se comportam como partículas livres em relação aos prótons que os contém, eles interagem por interação forte pela troca de partículas sem massa, os glúons. Como a distribuição angular é da forma de Rutherford  $(1 - \cos\theta)^2$ , até o momento, isto prova que o quarks são pontuais para uma distância de  $10^{-18}\text{m}$  (limite atual). Um resumo esquemático dos resultados dos experimentos de espalhamento é mostrado na Figura 1.3.

Na próxima seção estudaremos em detalhes o espalhamento profundamente inelástico.

## 1.2 Cinemática do DIS

O espalhamento profundamente inelástico (DIS) é uma forma simples de investigar a estrutura hadrônica no limite de altas energias, pois apenas uma partícula com subestrutura participa do processo. No DIS analisamos o espalhamento de um lépton carregado (ou neutro) com um hádron (geralmente um nucleon). Tomando o espalhamento elétron-próton [6]

$$L(l) + N(P) \longrightarrow L'(l') + X(P_x) \quad (1.4)$$

onde  $L$  representa o lépton,  $N$  o nucleon,  $X$  o sistema de hádrons produzidos pelo processo inelástico e, entre parênteses, expressamos os seus quadrimomentos. Trata-se de um processo inclusivo, pois não identificamos experimentalmente o estado  $X$  produzido. Diferentemente de um processo exclusivo, no qual os hádrons do estado final são identificados experimentalmente.

O processo citado anteriormente está representado pelo diagrama de Figura 1.4. A reação inclusiva é descrita por 3 variáveis cinemáticas, sendo  $E$  a energia do lépton de entrada, ou alternativamente, a energia de centro de massa ao quadrado  $s = (l + P)^2$ , fixada por condições experimentais [7]. As outras duas variáveis independentes são escolhidas entre os seguintes invariantes:

$$q^2 \equiv -Q^2 = (l - l')^2, \quad (1.5)$$

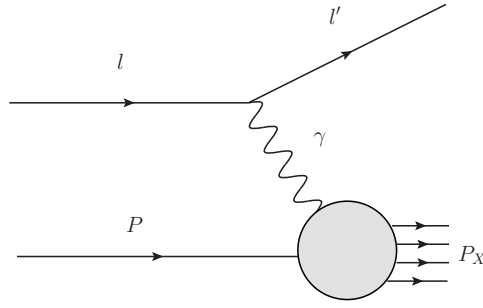
$$W^2 = (P + q)^2, \quad (1.6)$$

$$\nu = \frac{P \cdot q}{m_N} = \frac{W^2 + Q^2 - m_N^2}{2m_N}, \quad (1.7)$$

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} = \frac{Q^2}{2m_N \nu}, \quad (1.8)$$

onde  $x$  é a variável de Bjorken e

$$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot l} = \frac{W^2 + Q^2 - m_N^2}{s - m_N^2}. \quad (1.9)$$



**Fig. 1.4:** *Espalhamento Profundamente Inelástico (DIS).*

No sistema de repouso do alvo,  $\nu$  é a energia transferida, isto é,  $\nu = E - E'$ , com  $E$  sendo a energia do lépton antes da colisão e  $E'$  a energia do lépton após a colisão;  $l$  e  $l'$  são os momento final e inicial do lépton, respectivamente;  $P$  é o quadrado do momento do nucleon e  $q^2$  é o momento transferido do lépton. A variável  $s$  corresponde ao quadrado da energia total do sistema lépton-nucleon no referencial de centro de massa;  $m_N$  é a massa do nucleon,  $W^2$  é o quadrado da massa invariante do estado hadrônico final  $X$  e  $y$  é a fração de energia do lépton inicial transferida ao sistema hadrônico,  $y = \nu/E$ .

Uma relação usual que conecta  $x, y$  e  $Q^2$  é dada por:

$$xy = \frac{Q^2}{s - m_N^2} \simeq \frac{Q^2}{s} \quad (1.10)$$

Como  $W \geq m_N$  ( $W$  é a energia de centro de massa ao quadrado do sistema  $\gamma^*N$ , que é a massa invariante ao quadrado do sistema hadrônico  $X$ ), a variável de Bjorken  $x$  assume valores entre 0 e 1 e, então, obtemos  $y$ . Chamamos de profundamente inelástico o regime cinemático onde  $m_N\nu$  e  $Q^2$  são muito maiores que  $m_N^2$  com relação a outras escalas do problema.

A seção de choque para esse processo é dada por:

$$d\sigma = \frac{1}{4(l \cdot P)} \frac{1}{2} \sum_{S_l, S_l'} \frac{1}{2} \sum_S \sum_X \int \frac{dP_x}{(2\pi)^3 2P_x^0} (2\pi)^4 \delta^4(P + l - P_x - l') |M|^2 \frac{d^3l'}{(2\pi)^3 2E'} \quad (1.11)$$

onde a soma é realizada sobre os spins  $S_l$  e  $S_l'$  do elétron e sobre os spins  $S$  do hádron e  $X$  do produto final. O quadrado da amplitude de espalhamento é dado por:

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \frac{e^2}{q^4} [\bar{U}_{l'}(l', S_l') \gamma_\mu U_l(l, S_l)]^* [\bar{U}_{l'}(l', S_l') \gamma_\nu U_l(l, S_l)] \\ &\quad \times \langle X | J^\mu(0) | P, S \rangle^* \langle X | J^\nu(0) | P, S \rangle. \end{aligned} \quad (1.12)$$

com  $J^\mu$  sendo a corrente do próton,  $U$  e  $\bar{U}$  são os espinores dos férmions de spin 1/2 entrando e saindo, respectivamente.

Introduzimos agora o tensor hadrônico  $W^{\mu\nu}$  definido como:

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu} &\equiv \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2} \sum_S \sum_X \int \frac{d^3 P_x}{(2\pi)^3 2P_x^0} (2\pi)^4 \delta^4(P + q - P_x) \langle P, S | J^\mu(0) | X \rangle \langle X | J^\nu(0) | P, S \rangle \\ &= \frac{1}{2\pi} \int d^4 Z e^{iqZ} \langle N | J^\mu(Z) J^\nu(0) | N \rangle \end{aligned} \quad (1.13)$$

O tensor leptônico  $L_{\mu\nu}$  é definido, negligenciando a massa do lépton, como:

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &\equiv \frac{1}{2} \sum_{S_l, S'_l} [\bar{U}_\nu(l', S'_l) \gamma_\mu U_l(l, S_l)]^* [\bar{U}_\nu(l', S'_l) \gamma_\nu U_l(l, S_l)] \\ &= \frac{1}{2} Tr[\not{k} \gamma_\mu \not{l}' \gamma_\nu] \\ &= 2(l_\mu l'_\nu + l_\nu l'_\mu - g_{\mu\nu} l \cdot l') \end{aligned} \quad (1.14)$$

Se inserirmos (1.9) em (1.8) e usamos as definições (1.10) e (1.11), a seção de choque diferencial, escrita no sistema do alvo em repouso, onde  $(l \cdot P) = m_N E$ , toma a forma ( $\Omega \equiv (\theta, \varphi)$  sendo o ângulo sólido identificando a direção do lépton espalhado)

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha_{em}^2}{2m_N Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} \quad (1.15)$$

sendo  $\alpha_{em} = e^2/4\pi$ .

O tensor hadrônico  $W^{\mu\nu}$  pode ser parametrizado como:

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu} &= \left( -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) W_1(P \cdot q, q^2) \\ &+ \frac{1}{m_N^2} \left[ \left( P_\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left( P_\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\nu \right) \right] W_2(P \cdot q, q^2) \end{aligned} \quad (1.16)$$

e a seção de choque do DIS (não polarizado) é, então, expressa em termos de duas funções de estrutura  $W_1$  e  $W_2$  ( $d\Omega = d\cos\theta d\varphi$ )

$$\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha_{em}^2 E'^2}{Q^4} \left[ 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (1.17)$$

Como podemos ver, no caso não polarizado, a seção de choque do DIS depende do ângulo de espalhamento  $\theta$ , mas não do ângulo azimutal  $\varphi$ , que pode ser integrado.

Considerando o conjunto das variáveis de Mandelstam  $s$ ,  $t$  e  $u$  [8] definidas por

$$s \equiv (P + k)^2 = E_{CM}^2, \quad (1.18)$$

$$t \equiv (k + k')^2 = -Q^2, \quad (1.19)$$

$$u \equiv (k + P_x)^2, \quad (1.20)$$

com

$$s + t + u = m_e^2 + m_e'^2 + m_N^2 + W^2, \quad (1.21)$$

a seção de choque pode ser reescrita em termos de variáveis de Mandelstam na forma

$$\frac{d\sigma}{dtdu} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{s^2t^2} \frac{1}{s+u} [-(s+u)tMW_1(\nu, Q^2) - us\nu W_2(\nu, Q^2)]. \quad (1.22)$$

A seção de choque pode ser escrita também em termos de variáveis do DIS, apresentadas nas equações abaixo:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dydx_{lab}} &= \frac{2\pi m_N E y}{E'} \frac{\alpha_{em}^2}{4E^2 \left(\frac{xy m_N}{2E'}\right)^2} \left[ 2W_1 \frac{xy m_N}{2E'} + W_2 \frac{E}{E'} \left( 1 - y - \frac{m_N xy}{2E} \right) \right] \\ &= \frac{2\pi\alpha_{em}^2}{Em_N x^2 y} \left[ xy m_N W_1 + E \left( 1 - y - \frac{m_N xy}{2E} \right) W_2 \right] \\ &= \frac{2\pi\alpha_{em}^2}{Em_N x^2 y^2} \left[ xy^2 F_1 + \left( 1 - y - \frac{m_N xy}{2E} \right) F_2 \right] \end{aligned} \quad (1.23)$$

onde as funções de estrutura  $F_1$  e  $F_2$  são definidas como:

$$F_1(x, Q^2) \equiv m_N W_1(\nu, Q^2),$$

$$F_2(x, Q^2) \equiv \nu W_2(\nu, Q^2).$$

Em termos de  $F_1$  e  $F_2$ , o tensor hadrônico é dado por:

$$W_{\mu\nu} = 2 \left( -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} F_1(x, Q^2) \right) + \frac{2}{P \cdot q} \left[ \left( P_\mu - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} q_\mu \right) \left( P_\nu - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} q_\nu \right) \right] F_2(x, Q^2) \quad (1.24)$$

e a seção de choque do DIS escrita como função de  $x$  e  $y$  é:

$$\frac{d\sigma}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2 S}{Q^4} \left[ xy^2 F_1(x, Q^2) + \left( 1 - y - \frac{xy m_N^2}{S} \right) F_2(x, Q^2) \right] \quad (1.25)$$

As funções de estrutura do DIS podem ser relacionadas [6] com a seção de choque total de absorção do fóton virtual por:

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^* N}(x, Q^2) = \frac{2\pi^2 \alpha_{em}}{m_N \sqrt{\nu^2 + Q^2}} \varepsilon_{\mu}^{(\lambda)} \varepsilon_{\nu}^{(\lambda)*} W^{\mu\nu} \quad (1.26)$$

onde  $\varepsilon_{\mu}^{(\lambda)}$  é o vetor de polarização de um fóton de helicidade  $\lambda$ .

Introduzimos os projetores de helicidade do fóton:

$$d_{\mu\nu}^{(\Sigma)} = \sum_{\lambda=0, \pm 1} \varepsilon_{\mu}^{(\lambda)} \varepsilon_{\nu}^{(\lambda)*} = \left( -g_{\mu\nu} + \frac{q_{\mu} q_{\nu}}{Q^2} \right) \quad (1.27)$$

$$\begin{aligned} d_{\mu\nu}^{(L)} &= \varepsilon_{\mu}^{(0)} \varepsilon_{\nu}^{(0)*} \\ &= \frac{Q^2}{m_N^2 (\nu^2 + Q^2)} \left( P_{\mu} + \frac{P \cdot q}{Q^2} q_{\mu} \right) \left( P_{\nu} + \frac{P \cdot q}{Q^2} q_{\nu} \right) \end{aligned} \quad (1.28)$$

$$d_{\mu\nu}^{(T)} = \frac{1}{2} \left[ \varepsilon_{\mu}^{(+1)} \varepsilon_{\nu}^{(+1)*} + \varepsilon_{\mu}^{(-1)} \varepsilon_{\nu}^{(-1)*} \right] = \frac{1}{2} \left[ d_{\mu\nu}^{(\Sigma)} - d_{\mu\nu}^{(L)} \right] \quad (1.29)$$

Usando essas expressões, podemos calcular as seções de choque de fotoprodução longitudinal e transversal, expressas abaixo:

$$\sigma_L^{\gamma^* N} = \frac{2\pi^2 \alpha_{em}}{m_N \sqrt{\nu^2 + Q^2}} d_{\mu\nu}^{(L)} W^{\mu\nu} = \frac{4\pi^2 \alpha_{em}}{\sqrt{\nu^2 + Q^2}} \left[ -W_1 + \left( 1 + \frac{\nu^2}{Q^2} \right) W_2 \right] \quad (1.30)$$

$$\sigma_T^{\gamma^* N} = \frac{2\pi^2 \alpha_{em}}{m_N \sqrt{\nu^2 + Q^2}} d_{\mu\nu}^{(T)} W^{\mu\nu} = \frac{4\pi^2 \alpha_{em}}{\sqrt{\nu^2 + Q^2}} W_1 \quad (1.31)$$

Tomando  $Q^2$  muito grande com relação a  $\nu^2$  e, introduzindo as funções de estrutura  $F_1$  e  $F_2$ , as equações (1.30) e (1.31) tomam a forma

$$\sigma_L^{\gamma^* N} = \frac{4\pi^2 \alpha_{em}}{Q^2} (F_2 - 2xF_1) \quad (1.32)$$

$$\sigma_T^{\gamma^* N} = \frac{4\pi^2 \alpha_{em}}{Q^2} 2xF_1 \quad (1.33)$$

Finalmente, se definirmos as funções de estrutura longitudinal e transversal como

$$F_T = 2xF_1 \quad (1.34)$$

$$F_L = F_2 - 2xF_1 \quad (1.35)$$

as seções de choque  $\gamma^*N$  podem ser expressas como

$$\sigma_{L,T}^{\gamma^*N}(x, Q^2) = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} F_{L,T}(x, Q^2) \quad (1.36)$$

Vemos que,  $F_2 = F_L + F_T$  e a seção de choque de fotoprodução virtual  $\sigma^{\gamma^*N}$ , é proporcional a  $F_2$

$$\sigma^{\gamma^*N}(x, Q^2) = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} F_2(x, Q^2) \quad (1.37)$$

Resta agora, determinar a função de estrutura  $F_2(x, Q^2)$ .

### 1.3 Modelo de Pártons

O modelo de Pártons foi formulado por Bjorken [12, 13] e Feynman [14] antes do advento da QCD, tema da próxima seção. Este modelo nos permite representar o espalhamento inelástico através do espalhamento incoerente dos constituintes internos do nucleon (pártons, tratados como partículas livres, sem estrutura) por um fóton virtual. O fóton virtual interage com um dos pártons, enquanto que os outros permanecem não perturbados. Cada partícula constituinte carrega uma fração do momento total do hádron inicial, de forma que  $\sum_i x_i P = P$ .

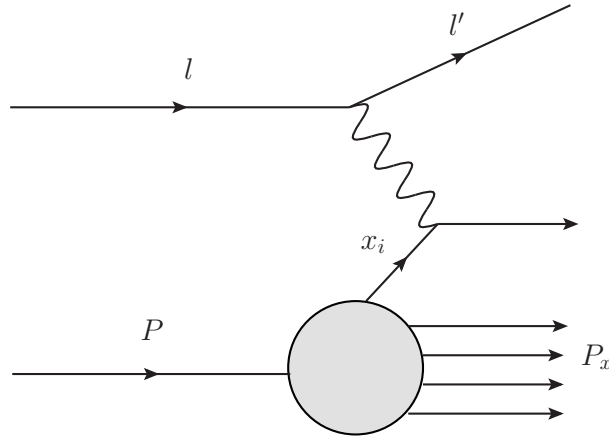
O modelo de pártons é baseado em duas hipóteses [17]:

1) Num referencial onde o hádron possui momentum  $P \rightarrow \infty$ , este comporta-se como um conjunto de partículas livres que se movem paralelamente ao hádron e que portam uma parcela  $x_i$  de seu momento total.

2) A seção de choque inelástica lépton-hádron é a soma da seção de choque elástica lépton-párton sendo, estes pártons, tratados como livres.

Esta forma de tratamento do DIS está representada na Figura 1.5.

As hipóteses do modelo de pártons justificam-se num sistema de referência de Lorentz, de forma que a massa dos pártons e seu momento transversal possam ser desprezados, isto é



**Fig. 1.5:** *Espalhamento Profundamente Inelástico segundo o Modelo de Pártons*

$$|P| \gg M, m, P_T. \quad (1.38)$$

Considerando as hipóteses do modelo, definimos a probabilidade  $q_i(x_i)$  de encontrarmos um parton do tipo  $i$ , no interior de um hádron, portando uma fração de momento  $x_i = \frac{P_i}{P}$ , onde  $x_i$  é a fração de momento portada pelo parton  $q_i$ . O número de pártons  $i$  no hádron pode ser expresso da forma:

$$N_i = \int_0^1 q_i(x_i) dx_i. \quad (1.39)$$

A conservação do momento implica que

$$\sum_i \int_0^1 x_i q_i(x_i) dx_i = 1 \quad (1.40)$$

ou seja, somando sobre todas as frações de momento portados pelos pártons deve-se obter o momento total.

O modelo de pártons nos permite obter a seção de choque diferencial do espalhamento lépton-hádron em função da seção de choque diferencial do espalhamento lépton-parton, ou seja,

$$\frac{d\sigma}{dt du}^{\text{lepton-hadron}} = \sum_i \int_0^1 dx q_i(x) \frac{d\sigma}{dt du}^{\text{lepton-parton}} \quad (1.41)$$

onde a soma se dá sobre os pártons que portam carga elétrica (quarks) que interagem com o fóton virtual e onde  $q_i$  é a probabilidade de encontrar o quark  $i$  no próton carregando uma fração  $x$  do seu momentum.



A seção de choque para o processo elástico  $l + q_i \rightarrow l + q_i$ , em termos das variáveis de Mandelstam deste processo  $\hat{s}$ ,  $\hat{t}$  e  $\hat{u}$ , é dada por [6]

$$\frac{d\sigma}{dt du} \stackrel{\text{lepton-parton}}{=} = x_i \frac{d\sigma}{d\hat{t} d\hat{u}} = \frac{2\pi\alpha^2 e_i^2}{t^2} x_i \left( \frac{s^2 + u^2}{s^2} \right) \delta[t + x_i(s + u)] \quad (1.42)$$

onde assumimos no limite de altas energias que:

$$s = 2k.P, \quad (1.43)$$

$$t = -2k.k', \quad (1.44)$$

$$u = -2k'.P, \quad (1.45)$$

para o processo  $lP \rightarrow l'X$ , e

$$\hat{s} = 2 k.P_i = x_i s \quad (1.46)$$

$$\hat{t} = -2k.k' = t \quad (1.47)$$

$$\hat{u} = -2k'.P_i = x_i u, \quad (1.48)$$

para o subprocesso  $l + q_i \rightarrow l + q_i$ . Substituindo (1.42) em (1.41), e comparando o resultado com a expressão da seção de choque lépton-próton descrita em termos das variáveis de Mandelstam (1.18), obtém-se que:

$$F_2 = 2xF_1(x) = \sum_i x_i e_i^2 q_i(x_i) \quad (1.49)$$

A relação acima, chamada relação de Callan-Gross (hipótese que pártons possuem spin 1/2), tem sua soma realizada sobre os sabores dos quarks e onde  $e_i$  é a fração de carga do nucleon que o párton porta. Além disso:

$$x_i = \frac{-t}{s + u} = \frac{q^2}{2M\nu} = x, \quad (1.50)$$

é chamada escala de Bjorken. Tendo sido identificado no DIS elétron-próton no SLAC (Stanford Linear Acelerador Center) [22], esse escalamento (consequência do modelo de pártons) foi previsto por Bjorken; ele sugeriu que, em muito altas energias, a dependência das funções de estrutura em  $Q^2$  desaparece, e elas se tornam funções de  $x$  apenas. Isso ocorre no limite em que  $\nu, Q^2 \rightarrow \infty$ .

A conservação do momento no processo elástico leva a identificação da variável cinemática  $x$  com a fração de momento do párton  $x_i$ . Outra forma de obter essa identidade é considerar a colisão do fóton de momentum  $q$  com um párton de momentum  $x'p$  gerando um párton de momentum  $p'$ . A conservação do quadrimomentum implica

$$x'p + p = p' \rightarrow 2x'p \cdot q = -q^2 \equiv Q^2 \quad (1.51)$$

$$x' = \frac{Q^2}{2p \cdot q} \equiv x, \quad (1.52)$$

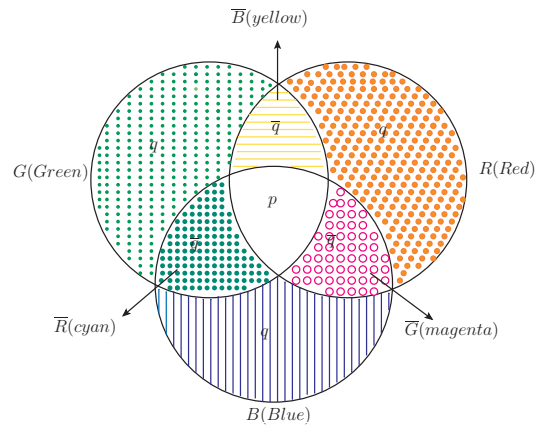
onde desconsideramos as massas dos quarks. Consideramos a denominação  $u(x) = q_u(x)$ ,  $d(x) = q_d(x)$ , para os quarks de sabor  $i = u, d, \dots$  e a estrutura hadrônica passa a ser descrita por doze funções de distribuição. No caso de nucleons (prótons e nêutrons), o conteúdo total dos quarks  $c, b$  e  $t$  é desprezível se comparado com as distribuições dos quarks leves  $u, d$  e  $s$ . Dessa forma, a função de estrutura do próton  $F_2^p$ , pode ser expressa por:

$$F_2^p = x \left\{ \left( \frac{2}{3} \right)^2 [u(x) + \bar{u}(x)] + \left( \frac{1}{3} \right)^2 [d(x) + \bar{d}(x)] \right\} \quad (1.53)$$

onde  $\bar{q}$  representa a distribuição de anti-quark de sabor  $q$ .

## 1.4 Cromodinâmica Quântica (QCD)

A Cromodinâmica Quântica é a teoria quântica de campos [15] que descreve a interação de quarks e glúons, sua quantização e aplicação nos mais diferentes processos. A QCD oferece uma boa descrição teórica a processos com grande momento (pequenas distâncias), diferentemente de processos com pequeno momento (grandes distâncias), para os quais o cálculo torna-se mais complicado. A carga da interação (número de cor) surge da necessidade de explicar algumas discrepâncias do modelo de quarks com a experiência. Tomamos, por exemplo, o hádron  $\Delta^{++}$  que foi descoberto como uma ressonância no espalhamento  $\pi^+p$ , que espectroscopicamente deveria ser formada por três quarks  $u$ , ter spin  $3/2$ , sendo todos os seus spins paralelos. Mas quarks são férmions e, pelo Princípio da Exclusão de Pauli, não é possível ter três quarks idênticos no mesmo estado. Uma forma de resolver o problema é dar aos quarks um número quântico adicional, a cor, que pode assumir três valores possíveis: vermelho, verde e azul (red, green, blue -RGB) [9, 16]. Hádrons são postulados serem desprovidos de cor, isto é, singletos de cor do grupo  $SU(3)$  constituídos de um tripleto das cores fundamentais de quarks ( $q_R, q_G, q_B$ ). Bárions (qqq) e mésons ( $q\bar{q}$ ) são claramente permitidos, mas quarks livres são proibidos, pois eles carregam cor. O quebra-cabeças do confinamento do quark (ausência experimental de quarks livres) foi substituído pelo quebra-cabeças de como pode a cor ser confinada. Os quarks constituintes de um determinado hádron são identificados pelo seu número quântico de sabor e são divididos em dois tipos: quarks de valência e quarks de mar, com  $q \equiv q_v + q_s$ . Os quarks de valência são os



**Fig. 1.6:** *Composição da cor do hádron (próton.)*

quarks utilizados na descrição espectroscópica, e geram os números quânticos do hádron. Os quarks de mar são pares virtuais de quarks-antiquarks, originados por flutuações dos bósons da interação forte. Essas partículas carregam os números quânticos do vácuo. Usando o vínculo da soma do momentum de (1.37) com as distribuições partônicas, obtidas a partir dos dados das combinações das funções de estrutura, nota-se aproximadamente 50% do momentum total dos nucleons está associado a pártons que não portam carga elétrica não sendo detectados em experimentos do DIS. A presença desses pártons no interior do nucleon pode ser justificada pela dinâmica das interações entre quarks, identificando esses pártons com as partículas de troca da interação forte, os glúons. Na QCD, a interação é mediada pela troca de glúons, que consideramos desprovidos de massa e que possuem spin 1, entre quarks coloridos. Oito diferentes combinações de cor de glúons são requeridas para neutralizar todas as possíveis diferenças de fase: uma combinação de cor é feita explicitamente na Figura 1.6, ver [6].

Consideramos os glúons como tendo massa nula e, portanto, alcance infinito mas, ainda assim, a força forte entre hádrons tem um alcance muito curto. A força nuclear está relacionada com a interação de cor residual entre hádrons. Como a cor está confinada, a força nuclear deve ter alcance curto e as partículas constituintes devem estar confinadas para dimensões hadrônicas. Assim, temos uma interação cuja força é relativamente fraca para curtas distâncias (liberdade assintótica), mas a força cresce para grandes distâncias (confinamento). Assim, a QCD possui dois importantes aspectos: *liberdade assintótica* e *confinamento*. Para que possamos compreender esses aspectos, devemos levar em conta alguns fatos sobre as interações fortes. O espectro hadrônico é muito bem descrito pelo modelo de quarks, mas, como já mencionado, os quarks nunca foram observados isoladamente. Qualquer esforço em produzir quarks isolados de experimentos de espalhamento geram apenas a produção de mésons ( $q_i\bar{q}_j$ ) e bárions ( $q_iq_jq_k$ ), o que nos leva a crer que as forças entre os quarks devem crescer com a tentativa de separação. Contudo, certos processos a altas energias tem suas seções de choque bem descritas pelo modelo de pártons, no qual os quarks não interagem. Assim, temos uma interação cuja força é relativamente fraca para curtas distâncias (liberdade assintótica), mas a força cresce para grandes distâncias (confinamento). Segundo [21], para provar a propriedade da liberdade assintótica, devemos

lembrar da constante de acoplamento  $\alpha_s$  da QCD ( $\alpha_s = \frac{g^2}{4\pi}$ ) é obtida como uma solução da equação para o grupo de renormalização

$$\frac{d\alpha_s(Q^2)}{dt} = \beta(\alpha_s(Q^2)) \quad (1.54)$$

onde

$$t = \log \frac{Q^2}{\mu^2} \quad (1.55)$$

$$\beta(\alpha_s) = \mu^2 \frac{d\alpha_s}{d\mu^2} \quad (1.56)$$

sendo que  $\mu$  é a escala de renormalização da teoria. Na QCD,  $\beta$  tem uma expansão perturbativa

$$\beta(\alpha_s) = -b\alpha_s^2[1 + b'\alpha_s + O(\alpha_s^2)], \quad (1.57)$$

com

$$b = \frac{(33 - 2n_f)}{2\pi} \quad e \quad b' = \frac{(153 - 19n_f)}{2\pi(33 - 2n_f)} \quad (1.58)$$

com  $n_f$  representando o número de sabores ativos. Substituindo (1.56) em (1.53) obtém-se uma equação diferencial que pode ser resolvida truncando a série (1.56). Desprezando o termo com coeficiente  $b'$  e termos de ordem mais elevada em  $\alpha_s$ , a solução tem a forma

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu)}{1 + \alpha_s(\mu)bt}. \quad (1.59)$$

Pela equação acima, temos que, para  $t$  muito grande, a constante de acoplamento  $\alpha_s$  tende a zero, com uma potência inversa de  $\log Q^2$ , que representa a liberdade assintótica da QCD. Assim, a interação entre partículas pode ser caracterizada por um parâmetro de acoplamento que depende da distância entre as partículas, onde o acoplamento vai a zero para distâncias muito pequenas. Portanto, a QCD perturbativa é válida para pequenas distâncias (altas energias). Quando olhamos para o confinamento, a QCD perturbativa não fornece resultados satisfatórios, o que implica que devemos lançar mão de métodos não-perturbativos. É válido ressaltar que o prêmio Nobel de Física de 2004 foi concedido a David Gross, David Politzer e Franck Wilczek pela descoberta da liberdade assintótica da teoria interações fortes.

Devemos ressaltar que a presença de glúons como portadores de carga da interação forte possui implicações observáveis experimentalmente, as quais não são consideradas pelo modelo de pártons ao desprezar o fato que os quarks podem emitir glúons e que glúons

podem contribuir no estado inicial. A principal implicação da presença de glúons é que passam a ocorrer violações de escalamento das funções de estrutura:  $q_i(x) \rightarrow q_i(x, Q^2)$ , onde  $q_i(x, Q^2)$  representa a densidade de pártons de sabor  $i$  com momentum  $xP$ , quando a escala do processo usado para resolver a estrutura do hádron é  $Q^2$ .

Para a QCD, cada um dos quarks que constituem o próton está envolvido por uma nuvem de glúons virtuais e pares quark-antiquark. Portanto, ao modificarmos a resolução com a qual observamos o próton ( $\simeq Q^2$ ), mais profundamente penetramos nesta nuvem de partículas virtuais, e observamos um maior número de pártons, cada um deles portanto uma parcela do momentum total do próton. Então, a QCD prediz que a densidade de pártons observados nos processos de espalhamento depende do momentum transferido no processo,  $Q^2$ , prevendo a quebra do escalamento das distribuições partônicas. Essa quebra de escalamento possui forma logarítmica e será descrita pela abordagem DGLAP, que descreve a evolução dinâmica das funções de estrutura usando uma linguagem partônica, mais intuitiva, assunto tratado na próxima seção.

## 1.5 Equações DGLAP

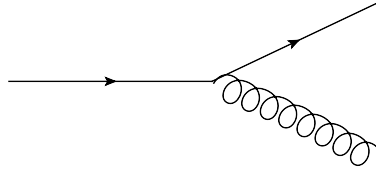
As equações de Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) descrevem o comportamento das funções de distribuição que são definidas para o DIS no modelo de Pártons sob a influência de correções perturbativas da QCD. Obteremos as equações DGLAP pelo método intuitivo seguindo o trabalho de Altarelli e Parisi [23]. Tomemos a variável:

$$t \equiv \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}, \quad (1.60)$$

onde  $Q_0^2$  é um valor inferior para a virtualidade, no qual a QCD perturbativa é válida. A dependência em  $t$  de  $q_i(x, t)$  surge devido à possibilidade de um quark, com fração de momentum  $x$ , para um dado  $t_1$ , apresentar-se como um quark, com fração de momentum  $x' < x$ , acompanhado por um glúon com um valor de virtualidade  $t_2 > t_1$ . Admitindo que um quark com fração de momentum  $x$  possa irradiar um glúon e reter uma fração  $z < 1$  de seu momentum original. Se não existisse nenhuma interação gluônica, a densidade de probabilidade de encontrar um quark com fração  $z < 1$  do momentum  $x$  seria zero, independente do poder de resolução  $t$ . Desse modo, a densidade de probabilidade de um quark com fração de momentum  $z$  ser observado seria dada por

$$\mathcal{P}_{qq}^0 = \delta(z - 1). \quad (1.61)$$

Na QCD, contudo, existe uma densidade de probabilidade no espaço de momentum de observarmos um quark com fração de momentum  $z < 1$ , com amplitude de probabilidade proporcional à constante de acoplamento  $\alpha_S(t)$  da QCD. Esta contribuição adiciona-se à densidade (1.61) quando provado por uma corrente com poder de resolução  $t + \Delta t$ , ou seja, a densidade de probabilidade de encontrarmos um quark com fração de momentum  $z$  para a resolução  $t + \Delta t$  será dada por [11]:



**Fig. 1.7:** Representação da função desdobramento  $P_{qg}$ .

$$\mathcal{P}_{qq}^0 + d\mathcal{P}_{qq}^q = \delta(z-1) + \frac{\alpha_S(t)}{2\pi} P_{qq}^0 dt, \quad (1.62)$$

onde acrescentamos a variação da probabilidade de encontrar um quark com fração  $z$  dentro do quark original, quando provado para uma resolução  $t$ , por unidade de  $t$  [11]. Assim, a mudança na densidade de quarks do tipo  $i$  será dada por:

$$\frac{dq_i(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_S(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) q_i(y, t). \quad (1.63)$$

Consideremos os processos de desdobramento, um quark de sabor  $i$ , obtido da emissão de um glúon por um quark  $j$ , com fração de momentum  $y$ , e a criação de um par  $q^i \bar{q}^j$ , a partir de um glúon  $g$  de fração de momentum  $y$ . As probabilidades desses processos para uma resolução  $t + \Delta t$ , sejam dadas, respectivamente, por [11]:

$$\frac{\alpha_S}{2\pi} \sum_i P_{q^i q^j} dt, \quad \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{q^i g} dt, \quad (1.64)$$

onde obtemos que a equação de evolução para a distribuição de quarks é dada por [8]:

$$\frac{dq^i(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_S(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) q^i(y, t) + P_{qg} \left( \frac{x}{y} \right) g(y, t) \right], \quad (1.65)$$

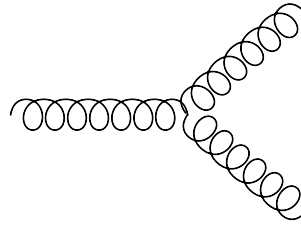
onde consideramos também que existe independência de sabor nos processos de radiação, isto é

$$P_{q^i q^j} = \delta_{ij} P_{qq} \quad (1.66)$$

$$P_{gq^i} = P_{gq}$$

$$P_{q^i g} = P_{qg} \quad (1.67)$$

Um quark do tipo  $i$  com fração de momentum  $y$  pode emitir um glúon de fração de momentum  $x$ , Fig. 1.7, ou a partir de um glúon de fração de momentum  $y$  também é possível se obter um glúon com fração de momentum  $x$  através de um vértice de três glúons, Fig. 1.8, comum da QCD. Sendo as probabilidades de desdobramento destes processos dadas respectivamente por:



**Fig. 1.8:** Representação da função desdobramento  $P_{gg}$ .

$$\frac{\alpha_S}{2\pi} \sum_i P_{gq^i} \quad , \quad \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{gg} dt \quad (1.68)$$

Usando a equação (1.64), teremos que a equação de evolução para a distribuição de glúons terá a forma

$$\frac{dg(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_S(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ \sum_i P_{gq^i} \left( \frac{x}{y} \right) q^i(y, t) + P_{gg} \left( \frac{x}{y} \right) g(y, t) \right]. \quad (1.69)$$

As equações (1.65) e (1.69) são chamadas de equações DGLAP. As funções de desdobramento  $P_{ij}$  podem ser calculadas via QCD perturbativa como uma expansão em  $\alpha_S$ . Em ordem dominante de  $\alpha_S$  essas funções são dadas por:

$$P_{qq}^0(z) = C_F \left[ \frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right] \quad (1.70)$$

$$P_{qg}^0(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2] \quad (1.71)$$

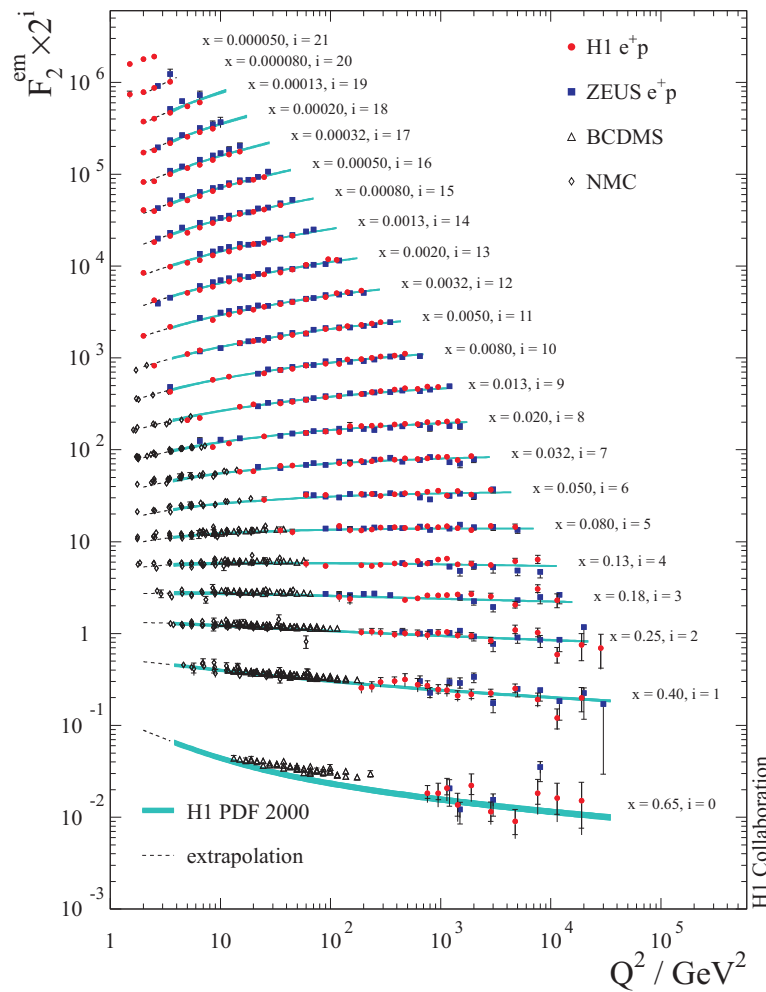
$$P_{gq}^0(z) = C_F \left[ \frac{1+(z-1)^2}{z} \right] \quad (1.72)$$

$$P_{gg}^0(z) = 2C_A \left[ \frac{z}{(1-z)_+} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right] + \frac{11C_A - 2n_f}{6} \delta(1-z) \quad (1.73)$$

onde  $C_F = (N_C^2 - 1)/2N_C$ ,  $C_A = N_C$  e  $n_f$  é o número de sabores; e tomamos  $z = x/y$ . As distribuições ”+” são dadas por:

$$\int_0^1 dx \frac{f(x)}{(1-x)_+} = \int_0^1 dx \frac{f(x) - f(1)}{1-x}. \quad (1.74)$$

As funções de desdobramento  $P_{ij}$  podem ser interpretadas como a probabilidade de um parton  $i$  emitir um parton  $j$ . A QCD perturbativa permite determinar somente a evolução das distribuições partônicas (por meio das equações DGLAP). As condições iniciais para a evolução são de natureza não perturbativa, sendo obtidas do experimento para uma dada virtualidade do fóton. Como as distribuições partônicas independem do processo considerado, após determiná-las para certo valor de  $Q^2$  é possível, com o auxílio das equações



**Fig. 1.9:** Função de estrutura  $F_2$  como função da virtualidade do fóton ( $Q^2$ ) para diferentes valores de  $x$  [24].

DGLAP, determinarmos seus valores para outra virtualidade e assim utilizá-las. Experimentalmente se verificou que a violação de escalamento acontece de fato, e que  $F_2$  se torna uma função de  $x$  e  $Q^2$ . Esse comportamento é bem descrito pela equação DGLAP (na expansão na constante de acoplamento), em próxima ordem dominante (next leading order - NLO), como pode ser visto na Figura 1.9 [24].

## 1.6 Dinâmica DGLAP para Pequeno $x$

Consideremos as equações DGLAP exploradas na seção anterior. Partindo da análise feita das funções de desdobramento  $P_{ij}$  verifica-se que as funções associadas ao setor de glúons  $P_{gq}(z)$  e  $P_{gg}(z)$  são singulares para  $z \rightarrow 0$  e/ou  $x \rightarrow 0$ , tomando que  $z = x/x_1$ . Permanecendo as funções de desdobramento associadas ao setor de quarks regulares neste limite. Esta evidência nos leva a crer que o comportamento das distribuições partônicas para pequeno  $x$  seja determinado pela dinâmica gluônica. De acordo com o que foi comentado



acima, podemos aproximar a equação DGLAP para  $g(x, Q^2)$  na região de pequeno  $x$  por [10]:

$$\frac{dq(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{qg}\left(\frac{x}{y}\right) g(y, Q^2), \quad (1.75)$$

$$\frac{dg(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{gg}\left(\frac{x}{y}\right) g(y, Q^2), \quad (1.76)$$

Definindo a transformada de Mellin [8]:

$$\bar{h}(\omega, Q^2) \equiv \int_0^1 \frac{dx}{x} x^\omega h(x, Q^2), \quad (1.77)$$

e sua inversa

$$h(x, Q^2) \equiv \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} d\omega x^{-\omega+1} \bar{h}(\omega, Q^2) \quad (1.78)$$

cujos contornos de integração estão localizados à direita da singularidade dominante da função momento  $\bar{h}(\omega, Q^2)$  no plano complexo  $\omega$ , assim, podemos escrever as aproximações às equações DGLAP como [11]:

$$\frac{d\bar{q}(\omega, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \gamma_{qg}(\omega) \bar{g}(\omega, Q^2), \quad (1.79)$$

$$\frac{d\bar{g}(\omega, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \gamma_{gg}(\omega) \bar{g}(\omega, Q^2) \quad (1.80)$$

onde foram introduzidas as dimensões anômalas  $\gamma_{ij}$ , correspondentes às transformadas de Mellin para as funções de desdobramento  $P_{ij}$ .

A equação DGLAP transformada (1.80) pode ser resolvida diretamente, tendo por solução para a distribuição de glúons:

$$\bar{g}(\omega, Q^2) = \bar{g}(\omega, Q_0^2) \exp \left[ \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dq^2}{q^2} \gamma_{gg}(\omega) \right] \quad (1.81)$$

Vemos que o comportamento das distribuições em pequeno  $x$  se resume à análise do comportamento da dimensão anômala nesta região. As dimensões anômalas são calculadas perturbativamente a partir de processos básicos da QCD e correspondem ao momento associado à função desdobramento [11]:

$$\gamma_{ij}(\omega, Q^2) = \int_0^1 dz z^\omega P_{ij}(z, \alpha_S(Q^2)). \quad (1.82)$$

As funções  $\gamma_{gg}$  e  $\gamma_{qg}$  possuem singularidades (um pólo) no ponto  $\omega = 1$  do plano complexo, que caracteriza o comportamento da distribuição de glúons em pequeno  $x$ . Em ordem dominante

$$\int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dq^2}{q^2} \gamma_{gg}(\omega, \alpha_S(q^2)) = \gamma_{(0)}^{gg}(\omega) \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dq^2}{q^2} \frac{\alpha_S(q^2)}{2\pi} \quad (1.83)$$

$$= \gamma_{(0)}^{gg}(\omega) \epsilon(Q^2, Q_0^2). \quad (1.84)$$

Sendo assim, a distribuição de glúons no espaço  $\omega$  será dada por

$$\bar{g}(\omega, Q^2) = \bar{g}(\omega, Q_0^2) \exp[\gamma_{gg}^{(0)}(\gamma) \epsilon(Q^2, Q_0^2)]. \quad (1.85)$$

Tomando apenas o termo singular em  $\gamma_{gg}^{(0)}$ , temos:

$$\bar{g}(\omega, Q^2) \simeq \bar{g}(\omega, Q_0^2) \exp\left[\frac{6}{\omega - 1} \epsilon(Q^2, Q_0^2)\right]. \quad (1.86)$$

Utilizando a transformada de Mellin inversa podemos obter a distribuição de glúons no espaço  $x$ , [11]:

$$xg(x, Q^2) \approx \frac{1}{2\pi i} \int d\omega \bar{g}(\omega, Q_0^2) \exp\left[(\omega - 1) \ln \frac{1}{x} + \frac{6}{\omega - 1} \epsilon(Q^2, Q_0^2)\right].$$

Vemos, de acordo com a equação (1.86), que as singularidades podem ocorrer nas dimensões anômalas e/ou na distribuição de glúons de entrada (não perturbativa). O crescimento da distribuição gluônica em pequeno  $x$  (ou pequeno  $\omega$ ) está associado ao fato de que a dimensão anômala torna-se muito grande para  $\omega \rightarrow 0$ . A singularidade dominante controla a distribuição de glúons para pequeno  $x$ , bem como a distribuição de quarks de mar. Se esta for a singularidade da dimensão anômala, isto é, se a distribuição gluônica não perturbativa de entrada comportar-se como uma constante para pequeno  $x$ , pode-se obter a solução para a equação anterior pelo método ponto de sela. Para esta expressão, o ponto de sela ocorre para [8]:

$$\frac{\partial H}{\partial \omega} = 0, \quad (1.87)$$

com  $H$  sendo o argumento da exponencial de (1.87)

$$H \equiv \left[(\omega - 1) \ln \frac{1}{x} + \frac{6}{\omega - 1} \epsilon(Q^2, Q_0^2)\right]. \quad (1.88)$$

Dessa forma,

$$\begin{aligned} \ln \frac{1}{x} - \frac{6}{(\omega - 1)^2} \epsilon(Q^2, Q_0^2) &= 0 \\ (\omega_S - 1) &= \left[\frac{6\epsilon(Q^2, Q_0^2)}{\ln \frac{1}{x}}\right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (1.89)$$

Pode-se estimar a integral na expressão (1.87) para grandes valores de  $\ln 1/x$  e  $\epsilon(Q^2, Q_0^2)$  através da expansão sobre o ponto de sela  $\omega_S$  de  $H$  calculado acima, ou seja,

$$H \approx H(\omega_S) + k(\omega - \omega_S)^2. \quad (1.90)$$

Assumindo  $(\omega - \omega_S) = i\nu$ , teremos  $H \approx H(\omega_S) - K\nu^2$ . Substituindo em (1.87), devemos resolver uma integral gaussiana em  $\nu$ , obtendo para  $\alpha_S$  constante

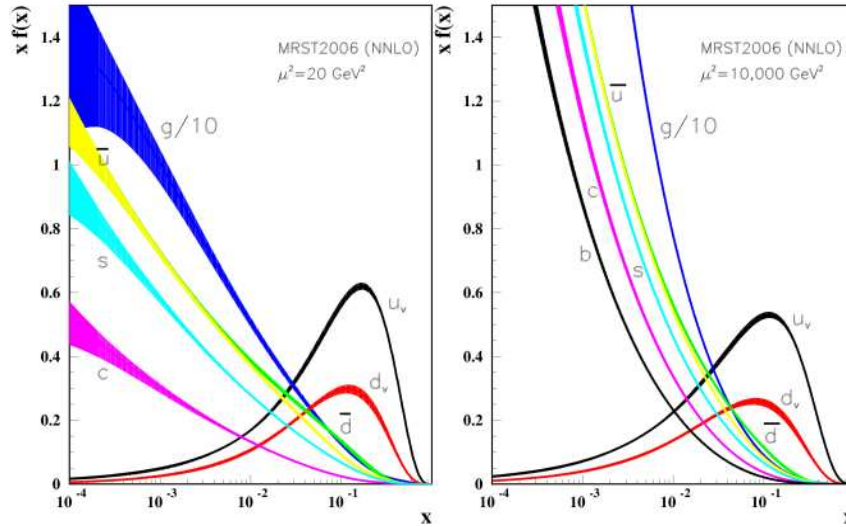
$$xg(x, Q^2) \approx \left\{ \frac{\ln(\frac{1}{x})}{\frac{\alpha_S}{2\pi} \ln(\frac{Q^2}{Q_0^2})} \right\}^{\frac{3}{4}} \exp \left\{ 2 \left[ 3 \frac{\alpha_S}{\pi} \ln \frac{Q^2}{Q_0^2} \ln \frac{1}{x} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (1.91)$$

Dessa forma, a DGLAP prediz que a distribuição de glúons cresce mais rapidamente que potências de  $\ln(1/x)$  porém, mais lentamente que potências de  $1/x$ , sendo este crescimento dependente do comprimento de evolução de  $Q_0^2$  a  $Q^2$  através do termo  $\epsilon(Q^2, Q_0^2)$ . Este comportamento é chamado de Aproximação de Duplo Logaritmo (DLA), onde os diagramas somados contribuem com termos da ordem de  $[\alpha_S \ln(Q^2/Q_0^2) \ln(1/x)]^n$ . Os termos proporcionais a  $\ln(1/x)$  aparecem sempre acompanhados de um  $\ln Q^2$ , o que significa que esta descrição é válida apenas na região de grandes valores de  $1/x$  e  $Q^2$ .

Dois grupos (CTEQ [19] e MRST [20]) têm usado dados de espalhamentos profundamente inelásticos e processo envolvendo prótons incidentes e/ou antiprótons para determinar densidades de pártons do próton. O processo parametriza a dependência em  $x$  das funções de distribuição para baixa, mas ainda perturbativa, escala  $Q^2$ . Assim, usa-se a DGLAP para evoluir as funções de distribuição em  $Q^2$  e para descrever a todos os dados disponíveis para determinar os valores dos parâmetros de entrada. A princípio, existem 11 distribuições partônicas ( $u, \bar{u}, d, \bar{d}, s, \bar{s}, c, \bar{c}, b, \bar{b}, g$ ). Contudo,  $m_c, m_b \gg \Lambda_{QCD}$ , onde  $\Lambda_{QCD}$  é uma função da escala de renormalização de massa. Então,  $c = \bar{c}$  e  $b = \bar{b}$  são calculados em QCD perturbativa através do processo  $gg \rightarrow Q\bar{Q}$ . A densidade de quarks pesados  $c$  e  $b$  são particularmente importantes para pequeno  $x$ , especialmente com o aumento de  $Q^2$ . Para, por exemplo,  $Q^2 \sim m_c^2$  o quark charm não age como um párton, em vez disso, é criado no estado final pela fusão  $\gamma g \rightarrow c\bar{c}$ . Mas para  $Q^2 \gg m_c^2$ , claramente comporta-se como um párton. Os intervalos cinemáticos de alvo fixo e experimentos de colisores permitem que as densidades partônicas sejam determinadas sobre uma ampla escala de  $x$  e  $Q^2$ . A análise pode ser feita para NNLO (next-to-next-to-leading order) e um exemplo das distribuição partônica resultante é mostrado na Figura 1.10, [9].

## 1.7 Dinâmica BFKL

Analisar a região cinemática de pequeno  $x$  e valores medianos de  $Q^2$  implica somar diagramas que contribuam em termos da ordem  $[(\alpha_S) \ln(1/x)]^n$  com  $\alpha_S \ln(Q^2/Q_0^2) \ll 1$  e  $\alpha_S \ln(1/x) \approx 1$ . Portanto, precisamos considerar termos com dominância em  $\ln(1/x)$ . Entretanto, nesta região cinemática as equações DGLAP não são válidas, sendo necessária uma nova dinâmica para descrever como as distribuições partônicas evoluem. Na década de 70, Y. Balitski, V. Fadin, E. Kuraev e L. Lipatov propuseram uma equação que considerava termos da ordem



**Fig. 1.10:** Densidade de Pártons obtidas em NNLO. A dominância de glúons para pequeno  $x$  e dos quarks de valência para grande  $x$  é claramente evidente. As incertezas mostradas refletem os erros experimentais. [9]

de  $\alpha_S \ln(1/x)$  para o cálculo das amplitudes de espalhamento no limite de altas energias (pequeno  $x$ ). Esta equação foi denominada BFKL em homenagem ao grupo que a propôs. Tendo em vista o fato de o espaço de fase não estar restrito pelo ordenamento nos momenta transversos, a equação BFKL deve ser escrita em termos da função de glúons não integrada,  $\mathcal{F}(x, k^2)$ , que fornece a probabilidade de encontrar um glúon com momentum transversal  $k$  e fração de momentum longitudinal  $x$ . A representação diferencial da equação BFKL em ordem dominante (leading order - LO) pode ser expressa na forma:

$$\frac{\partial \mathcal{F}(x, k^2)}{\partial \ln(1/x)} = \frac{3\alpha_S}{\pi} \int_0^\infty dl^2 \frac{k^2}{l^2} \left( \frac{\mathcal{F}(x, l^2) - \mathcal{F}(x, k^2)}{|l^2 - k^2|} + \frac{\mathcal{F}(x, k^2)}{(4l^4 + k^4)^{\frac{1}{2}}} \right) \quad (1.92)$$

onde a função de glúons não integrada  $\mathcal{F}(x, k^2)$  está relacionada com a função de glúons usual por

$$xg(x, Q^2) = \int_0^{Q^2} \frac{dk^2}{k^2} \mathcal{F}(x, k^2). \quad (1.93)$$

A condição inicial para a equação (1.91) deve ser tomada para um valor de  $x$  pequeno o suficiente, tal que sejam satisfeitas as condições

$$\alpha_S \ll 1 \quad , \quad \alpha_S \ln(Q^2/Q_0^2) \ll 1 \quad , \quad \alpha_S \ln(1/x) \approx 1. \quad (1.94)$$

Pode-se obter uma solução analítica para a equação BFKL a partir da transformada de Mellin da função  $\mathcal{F}(x, k^2)$  na variável  $k^2$  da forma,

$$\frac{\partial \mathcal{F}(x, \bar{\gamma})}{\partial \ln(1/x)} = \bar{K}(\bar{\gamma}) \mathcal{F}(x, \bar{\gamma}), \quad (1.95)$$

cuja solução tem a forma

$$\mathcal{F}(x, \bar{\gamma}) = \mathcal{F}(x_0, \bar{\gamma}) \left( \frac{x}{x_0} \right)^{-\bar{K}(\bar{\gamma})}. \quad (1.96)$$

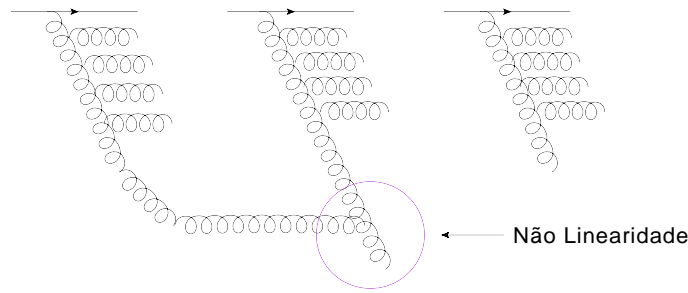
onde  $\bar{\gamma}$  é a variável conjugada de  $k^2$ ,  $\mathcal{F}(x, \bar{\gamma})$  é a função transformada e  $\bar{K}$  é o núcleo transformado. Fazendo uso de uma forma explícita para as funções transformadas, pode-se obter a função de glúon não integrada [25],

$$\mathcal{F}(x, k^2) = \left( \frac{x}{x_0} \right)^{-\lambda} \frac{(k^2)^{1/2} \mathcal{F}(x_0, \bar{\gamma} = 1/2)}{(6\alpha_S 28\zeta(3) \ln(x/x_0))^{1/2}} \exp \left[ \frac{-\ln(k^2/\bar{k}^2)}{(6(\alpha_S/\pi) 28\zeta(3) \ln(x/x_0))} \right] \quad (1.97)$$

onde  $\zeta(x)$  é a função zeta de Riemann, o primeiro fator dá origem a um comportamento  $x^{-\lambda}$ , com  $\lambda = \frac{3\alpha_S}{\pi} 4 \ln 2$ , para a distribuição de glúons não integrada, característico do formalismo BFKL. Para um  $\alpha_S \approx 0.2$ , o expoente  $\lambda$  terá valor  $\approx 0.5$ , representando um crescimento para a distribuição de glúons, no limite de altas energias. E, com isso, esperamos que o crescimento da distribuição de glúons se reflita na função de estrutura  $F_2(x, Q^2)$  e, conseqüentemente, na seção de choque de espalhamento fóton-próton. O fato de as soluções terem sido obtidas para  $\alpha_S$ , independente de  $Q^2$ , limita a validade da equação um intervalo de  $Q^2$  pequeno. Mas é importante salientar que, assim como a DGLAP, a equação BFKL é uma equação válida numa região limitada de  $x$ , pois a estrutura teórica que descrever o limite  $x \rightarrow 0$  deve prever uma suavização (controle) do crescimento da distribuição gluônica, restaurando a unitariedade.

## 1.8 Saturação Partônica

Como vimos nas seções anteriores, a distribuição de glúons no próton aumenta de acordo com o aumento da energia do projétil (região de pequeno  $x$ ) e/ou aumenta a virtualidade  $Q^2$  do fóton emitido pelo mesmo. Mas como o próton possui tamanho finito, esse aumento da distribuição não pode persistir indefinidamente. Dessa forma, um novo efeito na região de pequeno  $x$  deve surgir. Esse efeito, proposto pela primeira vez por Gribov, Levin, Ryskin [46] em 1983 e, posteriormente, por Mueller e Qiu [47] em 1986, é a recombinação gluônica ( $g + g \rightarrow g$ ), sendo também conhecido como saturação partônica, que limita o crescimento das distribuições de glúons  $xg(x, Q^2)$ . Trata-se do formalismo GLR, que introduz correções de unitariedade inseridos em uma equação de evolução conhecida como equação GLR. Este formalismo considera diagramas de múltiplas-escadas chamados de diagramas fan, formados por uma escada de glúons e subdivisões subseqüentes em escadas gluônicas. Expressa em termos da densidade de glúons, a equação GLR dada por [10]:



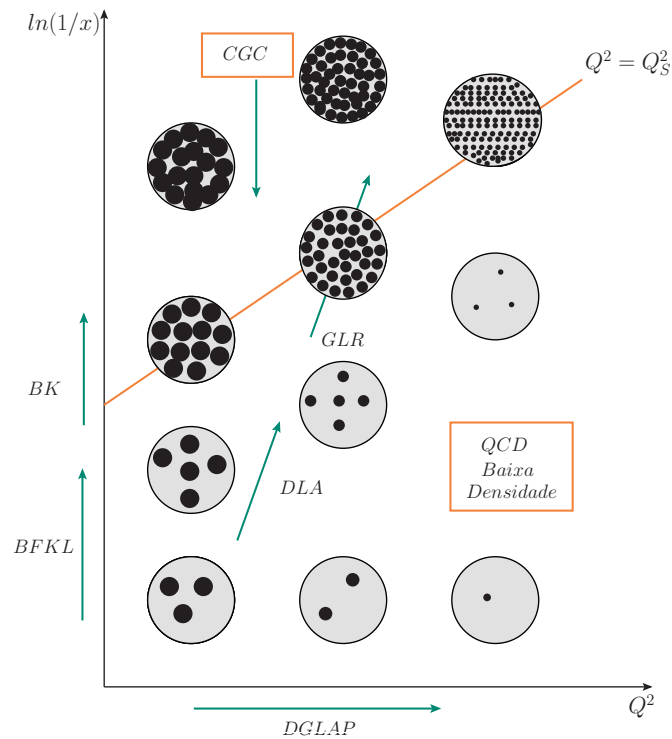
**Fig. 1.11:** Não linearidade nas equações de evolução

$$Q^2 \frac{\partial^2 xg(x, Q^2)}{\partial \ln(1/x) \partial Q^2} = \frac{\alpha_S N_c}{\pi} xg(x, Q^2) - \frac{4\alpha_S^2 n_c}{3C_F R^2} \frac{1}{Q^2} [xg(x, Q^2)]^2 \quad (1.98)$$

que é válida nos limites  $\ln(1/x) \gg 1$  e  $\ln Q^2 \gg 1$ . A partir da equação GLR é possível estimar que a saturação ocorrerá quando os termos não linear e linear se tornarem idênticos. Isso ocorrerá para  $Q^2 \equiv Q_S^2$  [10]:

$$Q_S^2 = \frac{4\pi\alpha_S}{3C_F R^2} xg(x, Q^2). \quad (1.99)$$

Esta escala é denominada escala de saturação. O regime caracterizado por  $Q^2 > Q_S^2$  é o regime linear, governado por cascatas partônicas individuais, sem interação entre si; enquanto que, para  $Q^2 < Q_S^2$ , temos o regime não linear ou de saturação, no qual partons de cascatas distintas começam a interagir devido a superposição espacial, conforme ilustrado na Figura 1.11. Ainda que a GLR determine a saturação no regime assintótico, é necessário cautela com esta afirmativa, pois o regime no qual a equação GLR é válida termina antes que a saturação seja alcançada [18]. Isto deve-se ao fato de a equação GLR ser um truncamento no primeiro termo não linear do desenvolvimento em série de potências da densidade. Portanto, antes que o comportamento de (1.99) esteja presente, os termos de mais alta ordem na densidade serão importantes e não podem ser desconsiderados. Conseqüentemente, a equação GLR não possui validade no regime de elevadas densidades (muito pequenos valores de  $x$ ). O trabalho de Gribov, Levin e Ryskin gerou uma longa série de trabalhos que visavam desenvolver uma teoria de saturação. Uma teoria efetiva da QCD a altas energias (pequeno  $x$ ) é o chamado Condensado de Vidros de Cor (CGC - Color Glass Condensate). Outra teoria, mas com aproximações diferentes, desenvolvida por Balitsky e, em seguida, por Kovchegov leva à equação de evolução chamada BK (Balitsky-Kovchegov) que será discutida no capítulo 3. Essas equações são de difícil solução. Mostramos, na Figura 1.12 a seguir, uma representação das equações de evolução para densidades partônicas. Nela vemos o comportamento de  $Q^2$  na equação DGLAP para  $x$  fixo, isto é, ao aumentarmos a resolução, o sistema torna-se mais diluído (maior número de glúons com área cada vez menor). Vemos também o comportamento de  $x$  para  $Q^2$  fixo segundo a equação BFKL, ou seja, aumentando a energia, aumenta a distribuição de partons no hadron, cada um deles com uma mesma área, pois  $Q^2$  (resolução) permanece a mesma.



**Fig. 1.12:** Regimes cinemáticos das equações de evolução para densidades partônicas

A linha  $Q_S$  da figura, chamada de escala de saturação, separa o regime linear do não linear. Quando a soma de todas as áreas transversas dos glúons for igual a área total do alvo, os glúons começam a se sobreporem entre si, e o processo de recombinação, ou saturação partônica, torna-se relevante. Existe uma intensa busca e inúmeras são as propostas de novos observáveis que confirmem esse "novo estado da matéria" como, muitas vezes, o CGC é chamado. Mas o fato é que a situação permanece em aberto e a busca pela "assinatura" do CGC continua, assunto que será melhor discutido no capítulo 3.

## Conclusão

Neste capítulo vimos a teoria, modelos e equações que descrevem as interações entre partículas. A equação DGLAP que descrevem o comportamento das funções de distribuição, sua validade e limitações ao descrever a região cinemática de pequeno  $x$  (altas energias) que é o foco deste trabalho (energias do LHC, por exemplo). Estudamos a aplicabilidade da equação BFKL quando da limitação das equações DGLAP e, por fim, discutimos a saturação partônica, ou seja, o controle do aumento da quantidade de glúons que constitui o próton em altas energias. A partir do que foi discutido, podemos investigar a região de pequeno  $x$ , como descrever o DIS neste limite e o tipo de fatorização correspondente.

## Capítulo 2

# Formalismo de Dipolos de Cor

## Introdução

Neste capítulo tratamos da fatorização para pequeno  $x$  que considera o momento transverso do párton incidente e a forma de representar o DIS no limite de altas energias, ou seja, o DIS na representação de dipolos de cor. Também discutiremos os processos nos quais o alvo permanece intacto após a interação denominados espalhamentos profundamente inelástico difrativo (diffractive deep inelastic scattering - DDIS) e este tipo de processo na representação de dipolos de cor.

### 2.1 Fatorização $k_T$

No limite de pequeno  $x$ , temos uma forma de fatorização na qual o párton incidente em uma interação possui momento transverso  $k_T$  não nulo (figura 2.1), diferentemente do caso da fatorização colinear, ferramenta básica para o cálculo de observáveis na região na qual a contribuição dominante advém de um forte ordenamento no momento transverso, a qual dá origem as equações DGLAP. A fórmula de fatorização (fatorização  $k_T$ ) para a seção de choque do processo  $\gamma^* p \rightarrow q\bar{q}$ , é dada da seguinte forma [7]:

$$\sigma_\lambda^{\gamma^* p}(x, Q^2) = \int \frac{d\vec{k}^2}{\vec{k}^2} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \mathcal{F}\left(\frac{x}{x'}, \vec{k}^2\right) \hat{\sigma}_\lambda^{\gamma^* g}(x', \vec{k}^2, Q^2) \quad (2.1)$$

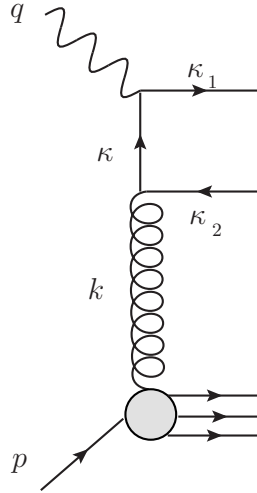
onde  $\lambda$  representa a polarização do fóton virtual e  $\hat{\sigma}_\lambda^{\gamma^* g}$  é a seção de choque gluônica. Na aproximação de logaritmo dominante ( $\ln(1/x)$ ), tomando a simplificação  $x/x' \rightarrow x$ , podemos escrever:

$$\mathcal{F}\left(\frac{x}{x'}, \vec{k}^2\right) \simeq \mathcal{F}(x, \vec{k}^2) \quad (2.2)$$

uma vez que

$$\ln^n \frac{x}{x'} = \ln^n x \left[ 1 + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\ln x}\right) \right] \quad (2.3)$$





**Fig. 2.1:** Representação de interação no formalismo  $k_T$ .

Por conveniência, tomamos a definição de distribuição de glúons não integrada (por isso fatorização  $k_T$ ):

$$\mathcal{F}(x, \vec{k}^2) = \frac{\partial [xg(x, \vec{k}^2)]}{\partial \ln \vec{k}^2} \quad (2.4)$$

que está relacionada com a distribuição de glúons usual por:

$$g(x, Q^2) = \int^{Q^2} \frac{d\vec{k}^2}{\vec{k}^2} \mathcal{F}(x, \vec{k}^2). \quad (2.5)$$

Assim, tomando o limite de integração inferior em  $x$  como sendo zero, a equação (2.1) torna-se

$$\sigma_\lambda^{*p}(x, Q^2) = \int \frac{d\vec{k}^2}{\vec{k}^2} \mathcal{F}(x, \vec{k}^2) \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \sigma_\lambda^{*g}(x', \vec{k}^2, Q^2) \quad (2.6)$$

Podemos escrever a equação (2.6), tomando  $\beta = x/x'$  como

$$\sigma_\lambda^{*p}(x, Q^2) = \int \frac{d\vec{k}^2}{\vec{k}^2} \int \frac{d\beta}{\beta} \mathcal{F}(\beta, \vec{k}^2) \hat{\sigma}_\lambda^{*g}(\beta, \vec{k}^2, Q^2) \quad (2.7)$$

Introduzindo índices de polarização do fóton e decompondo  $\kappa$  em termos dos vetores originais (decomposição de Sudakov), ver [7], é possível escrever a seção de choque para o espalhamento do fóton virtual por glúons, ambos fora da camada de massa (off-shell) da forma

$$\sigma_{\gamma^*g}^\lambda = \frac{\beta}{8\pi^2 W^4 \vec{k}^2} \int \frac{dz}{z(1-z)} \int d^2 \vec{\kappa} \delta \left( \beta - \frac{z\vec{\kappa}^2 + (1-z)(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2}{z(1-z)W^2} \right) H_\lambda \quad (2.8)$$

onde  $W$  é a energia de centro de massa do sistema fóton virtual-próton,  $\beta \equiv x/x'$  é a fração de momentum longitudinal do próton carregada pelo glúon,  $\varepsilon^2 \equiv Q^2 z(1-z)$  e

$$H_\lambda = 8\pi^2 \alpha_s \alpha_{em} e_q^2 \frac{z(1-z)W^4}{Q^2} \left\{ \frac{N_\lambda(\vec{\kappa}, \vec{\kappa})}{(\vec{\kappa}^2 + \varepsilon^2)^2} + \frac{N_\lambda(\vec{\kappa} + \vec{k}, \vec{\kappa} + \vec{k})}{[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2]^2} - \frac{2N_\lambda(\vec{\kappa}, \vec{\kappa} + \vec{k})}{(\vec{\kappa}^2 + \varepsilon^2)[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2]} \right\}$$

com

$$N_L(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = 4z^2(1-z)^2 Q^4 \quad (2.9)$$

$$N_T(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = Q^2 [z^2 + (1-z)^2] \vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2 \quad (2.10)$$

onde  $L$  e  $T$  representam a polarização longitudinal e transversal do fóton, respectivamente.

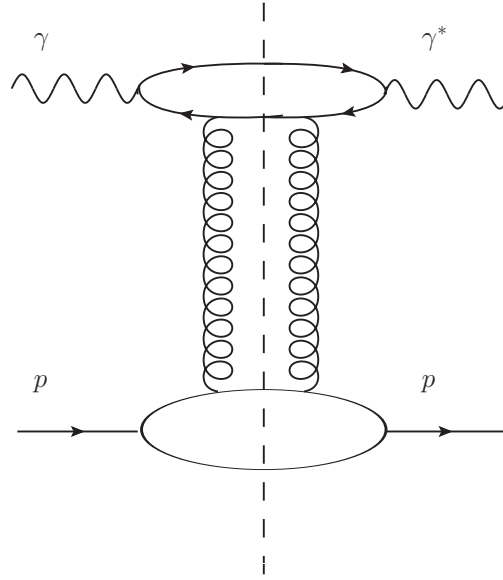
Inserindo  $H_\lambda$  em (2.11), temos:

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma^*g}^\lambda &= \frac{\beta}{8\pi^2 W^4 \vec{k}^2} \int \frac{dz}{z(1-z)} \int d^2 \vec{\kappa} \delta \left( \beta - \frac{z\vec{\kappa}^2 + (1-z)(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2}{z(1-z)W^2} \right) \\ &\times \left[ 8\pi^2 \alpha_s \alpha_{em} e_q^2 \frac{z(1-z)W^4}{Q^2} \right] \left[ \frac{N_\lambda(\vec{\kappa}, \vec{\kappa})}{(\vec{\kappa}^2 + \varepsilon^2)^2} \right. \\ &+ \left. \frac{N_\lambda(\vec{\kappa} + \vec{k}, \vec{\kappa} + \vec{k})}{[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2]^2} - \frac{2N_\lambda(\vec{\kappa}, \vec{\kappa} + \vec{k})}{(\vec{\kappa}^2 + \varepsilon^2)[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2]} \right] \\ &= \frac{\beta}{\vec{k}^2} \int dz \int d^2 \vec{\kappa} \delta \left( \beta - \frac{z\vec{\kappa}^2 + (1-z)(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2}{z(1-z)W^2} \right) \\ &\times \left[ \alpha_s \alpha_{em} \frac{e_q^2}{Q^2} \right] \left[ \frac{N_\lambda(\vec{\kappa}, \vec{\kappa})}{(\vec{\kappa}^2 + \varepsilon^2)^2} + \frac{N_\lambda(\vec{\kappa} + \vec{k}, \vec{\kappa} + \vec{k})}{[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2]^2} - \frac{2N_\lambda(\vec{\kappa}, \vec{\kappa} + \vec{k})}{(\vec{\kappa}^2 + \varepsilon^2)[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2]} \right] \end{aligned}$$

Substituindo a expressão anterior em (2.7), temos:

$$\begin{aligned} \sigma_{LT}^{\gamma^*p} &= \int \frac{d\vec{k}^2}{\vec{k}^2} \int \frac{d\beta}{\beta} \mathcal{F}(\beta, \vec{k}^2) \left\{ \frac{\beta}{\vec{k}^2} \int dz \int d^2 \vec{\kappa} \delta \left( \beta - \frac{z\vec{\kappa}^2 + (1-z)(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2}{z(1-z)W^2} \right) \right. \\ &\times \left. \alpha_s \alpha_{em} \frac{e_q^2}{Q^2} \left[ \frac{N_\lambda(\vec{\kappa}, \vec{\kappa})}{(\vec{\kappa}^2 + \varepsilon^2)^2} + \frac{N_\lambda(\vec{\kappa} + \vec{k}, \vec{\kappa} + \vec{k})}{[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2]^2} - \frac{2N_\lambda(\vec{\kappa}, \vec{\kappa} + \vec{k})}{(\vec{\kappa}^2 + \varepsilon^2)[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2]} \right] \right\} \end{aligned}$$

Rearranjando os termos, aplicando a delta na integral em  $d\beta$  e introduzindo a soma sobre os sabores  $q$ , temos:



**Fig. 2.2:** *DIS na representação de Dipolos de Cor*

$$\begin{aligned} \sigma_{LT}^{\gamma^*p} &= \frac{\alpha_{em}}{Q^2} \sum_q e_q^2 \int \frac{d\vec{k}^2}{\vec{k}^4} \int_0^1 dz \int d^2\vec{\kappa} \alpha_s \mathcal{F}(\beta, \vec{k}^2) \\ &\times \left[ \frac{N_\lambda(\vec{\kappa}, \vec{\kappa})}{(\vec{\kappa}^2 + \varepsilon^2)^2} + \frac{N_\lambda(\vec{\kappa} + \vec{k}, \vec{\kappa} + \vec{k})}{[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2]^2} - \frac{2N_\lambda(\vec{\kappa}, \vec{\kappa} + \vec{k})}{(\vec{\kappa}^2 + \varepsilon^2)[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2]} \right] \end{aligned} \quad (2.11)$$

As distribuições partônicas  $f$  correspondem às contribuições de longa distância (pequeno momento), não sendo calculáveis em QCD perturbativa.

Na próxima seção, passaremos à discussão da seção de choque  $\sigma_{LT}^{\gamma^*p}$  do espaço de momentos transversais para o espaço de coordenadas transversas e mostraremos como obtermos a seção de choque de dipolo  $\sigma_{dip}$ .

## 2.2 DIS na Representação de Dipolos de Cor

O Formalismo de Dipolos de Cor descreve o espalhamento profundamente inelástico (DIS) no regime de pequeno  $x$ , no referencial do próton em repouso. Neste referencial, o fóton, emitido pelo elétron, flutua em um par quark-antiquark ( $q\bar{q}$ ), isto é, num dipolo de cor [7]. Este dipolo, depois de um tempo longo, interage com o sistema alvo (próton ou núcleo). Uma vez que o tempo de interação é muito menor que o tempo de formação do par, o tamanho transversal do dipolo  $q\bar{q}$  é aproximadamente congelado durante o processo de espalhamento. Veja a Figura (2.2).

No sistema do alvo em repouso, representamos o momentum do fóton, por:

$$q = (\nu, 0, 0, q_3)$$

mas, como  $q^2 = -Q^2$ , temos:

$$\begin{aligned} \nu^2 - q_3^2 &= q^2 = -Q^2 \\ \nu^2 + Q^2 &= q_3^2 \\ q_3 &= \sqrt{\nu^2 + Q^2} \end{aligned}$$

onde  $\nu = \kappa - \kappa'$ . Desta forma, o momenta do fóton pode ser expresso por:

$$q = (\nu, 0, 0, \sqrt{\nu^2 + Q^2}).$$

Usando as variáveis do cone de luz:

$$q_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(q^0 \pm q^3) \quad (2.12)$$

teremos,

$$q^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}[\nu + \sqrt{\nu^2 + Q^2}]$$

e, expandindo a raiz, no limite de Bjorken:

$$q^+ \simeq \frac{1}{\sqrt{2}}[\nu + \nu] \simeq \sqrt{2}\nu$$

A partir das variáveis do cone de luz, teremos também:

$$q^- = \frac{1}{\sqrt{2}}[\nu - \sqrt{\nu^2 + Q^2}] = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\nu - \nu^2\left(1 + \frac{Q^2}{\nu^2}\right)\right]^{1/2}$$

novamente, fazendo uso da expansão da raiz, resulta:

$$q^- \simeq \frac{1}{2}\left(-\frac{Q^2}{2\nu}\right) \simeq -\frac{Q^2}{2q^+}$$

Logo, podemos escrever os momentum  $q$  do fóton virtual ( $\gamma^*$ ),  $\kappa$  do quark ( $q$ ) e  $\kappa'$  do antiquark ( $\bar{q}$ ), respectivamente, como [10]:

$$\gamma^* : q^\mu = \left(q^+, -\frac{Q^2}{2q^+}, \vec{0}_\perp\right); \quad (2.13)$$

$$q : \kappa = \left(zq^+, \frac{\vec{\kappa}^2}{2zq^+}, \vec{\kappa}\right); \quad (2.14)$$

$$\bar{q} : \kappa' = \left((1-z)q^+, \frac{\vec{\kappa}^2}{2(1-z)q^+}, -\vec{\kappa}\right). \quad (2.15)$$

onde  $z$  é a fração de momento do fóton carregada pelo quark e  $(1-z)$  é a fração de momento do fóton carregada pelo antiquark.

A massa invariante quadrada do par  $q\bar{q}$  tem a forma:

$$M^2 = (\kappa + \kappa')^2 = \frac{\vec{\kappa}^2}{z(1-z)}.$$

Usando o princípio da incerteza, estimamos o tempo de vida  $\tau_f$  do par:

$$\tau_f \sim \frac{1}{\Delta E}$$

com  $\Delta E = E_{par} - E_{\gamma^*}$ , onde  $E_{par}$  pode ser obtida a partir de (2.14) e (2.15):

$$E_{par} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( q^+ + \frac{\vec{\kappa}^2}{2z(1-z)q^+} \right)$$

e, sendo a energia do fóton expressa por:

$$E_{\gamma^*} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( q^+ - \frac{Q^2}{2q^+} \right),$$

teremos que:

$$\Delta E = E_{par} - E_{\gamma^*} = \frac{1}{2\sqrt{2}q^+} \left( Q^2 + \frac{\vec{\kappa}^2}{z(1-z)} \right),$$

isto é,

$$\Delta E \simeq \frac{Q^2}{\sqrt{2}q^+} = m_N x,$$

para  $\vec{\kappa}^2 \leq z(1-z)Q^2$ , ou seja,  $M^2 \leq Q^2$ .

Assim, concluímos que:

$$\tau_f \sim \frac{1}{\Delta E} \sim \frac{1}{m_N x}.$$

Vemos que, para  $x \rightarrow 0$ ,  $\tau_f$  é muito maior que o tempo típico da interação:  $\tau_{int} \sim R_p$ , onde  $R_p$  é o raio do alvo (próton). Desta forma, o tamanho transversal do par está congelado durante a interação com o próton e podemos interpretar o DIS em pequeno  $x$  como o espalhamento de um dipolo de cor  $q\bar{q}$  de tamanho fixo por um nucleon.

A seguir, faremos uma análise mais quantitativa da representação do DIS no formalismo de dipolos [7]. Para isto, partimos da seção de choque expressa pela equação (2.11):

$$\begin{aligned} \sigma_{L,T}^{\gamma^*p} &= \frac{\alpha_{em}}{Q^2} \sum_q e_q^2 \int \frac{d\vec{k}^2}{k^4} \int_0^1 dz \int d^2\vec{\kappa} \alpha_s f(\beta, \vec{k}^2) \\ &\times \left[ \frac{N_\lambda(\vec{\kappa}, \vec{\kappa})}{(\vec{\kappa}^2 + \varepsilon^2)^2} + \frac{N_\lambda(\vec{\kappa} + \vec{k}, \vec{\kappa} + \vec{k})}{[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2]^2} - \frac{2N_\lambda(\vec{\kappa}, \vec{\kappa} + \vec{k})}{(\vec{\kappa}^2 + \varepsilon^2)[(\vec{\kappa} + \vec{k})^2 + \varepsilon^2]} \right] \end{aligned}$$

Com  $\alpha_s$  fixo e  $f(\beta, \vec{\kappa}^2) \simeq f(x, \vec{\kappa}^2)$  calculamos, separadamente, a contribuição longitudinal e parte transversa, usando (2.9) e (2.10) e recorrendo às identidades a seguir:

$$\begin{aligned} \int \frac{d^2\vec{\kappa}}{(\vec{k}^2 + \varepsilon^2)[(\vec{k} + \vec{\kappa})^2 + \varepsilon^2]} &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2\vec{\kappa}_1 \int d^2\vec{\kappa}_2 \int d^2\vec{\rho} \frac{e^{i\vec{\rho}(\vec{\kappa}_1 + \vec{k}) - i\vec{\rho}\vec{\kappa}_2}}{(\vec{\kappa}_1^2 + \varepsilon^2)(\vec{\kappa}_2^2 + \varepsilon^2)} \\ &= \int d^2\vec{\rho} e^{i\rho\vec{k}} \left[ \frac{1}{2\pi} \int d^2\vec{k} \frac{e^{i\vec{k}\vec{\rho}}}{(\vec{k}^2 + \varepsilon^2)} \right]^2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

e

$$\begin{aligned} \int d^2\vec{\kappa} \frac{\vec{\kappa}^2 + \vec{\kappa} \cdot \vec{k}}{(\vec{k}^2 + \varepsilon^2)[(\vec{k} + \vec{\kappa})^2 + \varepsilon^2]} &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2\vec{\kappa}_1 \int d^2\vec{\kappa}_2 \int d^2\vec{\rho} \\ &\times \frac{(\vec{\nabla} e^{i\rho(\vec{\kappa}_1 + \vec{k})})(\vec{\nabla} e^{-i\rho\vec{\kappa}_2})}{(\vec{\kappa}_1^2 + \varepsilon^2)(\vec{\kappa}_2^2 + \varepsilon^2)} \end{aligned} \quad (2.17)$$

onde  $\nabla \equiv \partial/\partial\vec{\rho}$ . Estas identidades nos levam do espaço de momentos transversos para o espaço de coordenadas transversas, sendo  $\rho$  identificada como a separação transversal do dipolo  $q\bar{q}$ .

Usando a identidade integral:

$$\int_0^\infty \frac{t^{\nu+1} J_\nu(at) dt}{(t^2 + z^2)^{\mu+1}} = \frac{a^\mu z^{\nu-\mu}}{2^\mu \Gamma(\mu+1)} K_{\nu-\mu}(az) \quad (2.18)$$

que pode ser encontrada em ([26], p. 488) e, em seguida, realizando integrações angulares ([7], p.16), escrevemos a seção de choque de foto-absorção virtual como:

$$\sigma_{L,T}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int_0^1 dz \int d^2\vec{\rho} |\Psi_{L,T}(z, \rho)|^2 \sigma_{dip}(x, \rho) \quad (2.19)$$

onde  $\sigma_{dip}(x, \rho)$  é a seção de choque de interação total de um par  $q\bar{q}$  com o próton, e expressa da forma:

$$\sigma_{dip}(x, \rho) = \frac{4\pi}{3} \int \frac{d^2\vec{k}}{k^4} \alpha_s \mathcal{F}(x, \vec{k}^2) (1 - e^{i\vec{k}\cdot\vec{\rho}}). \quad (2.20)$$

$|\Psi_{L,T}|^2$  podem ser interpretadas como a probabilidade de um fóton virtual flutuar em um par  $q\bar{q}$  e este par, então, interagir com o alvo e são expressas (se  $m_q = 0$ ) da forma:

$$|\Psi_L(z, \rho)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{(2\pi)^2} \sum_q 4e_q^2 Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\varepsilon\rho) \quad (2.21)$$

$$|\Psi_T(z, \rho)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{(2\pi)^2} \sum_q e_q^2 [z^2 + (1-z)^2] \varepsilon^2 K_1^2(\varepsilon\rho) \quad (2.22)$$

sendo  $\varepsilon^2 = Q^2 z(1-z)$ , lembrando que,  $L$  e  $T$  significam a polarização longitudinal e transversal do fóton. Nas fórmulas acima,  $K_0$  e  $K_1$  são as funções McDonald-Bessel.

Podemos obter uma relação importante que relaciona a seção de choque de dipolo e a densidade de glúons reescrevendo (2.20) na forma:

$$\sigma_{dip}(x, \rho) = \frac{\pi}{3} \rho^2 \int \frac{d^2\vec{k}}{k^2} \alpha_s \frac{4[1 - J_0(k\rho)]}{(k\rho)^2} \frac{\partial xg(x, \vec{k}^2)}{\partial \ln \vec{k}^2} \quad (2.23)$$

Se aproximamos  $4[1 - J_0(\xi^2)]/(\xi^2)^2$  pela função passo  $\Theta(A - \ln \xi^2)$  com  $A \approx 10$ , a equação acima pode ser expressa por:

$$\sigma_{dip}(x, \rho) \sim \frac{\pi^2}{3} \rho^2 \alpha_s(\rho) xg\left(x, \frac{A}{\rho^2}\right) \quad (2.24)$$

A relação acima é válida no regime linear das interações fortes e explicita que  $\sigma_{dip}(x, \rho) \propto \rho^2$  para pequeno  $\rho$ . Esta propriedade é chamada de transparência de cor, pois implica que a matéria é quase transparente para pares de pequeno tamanho [7].

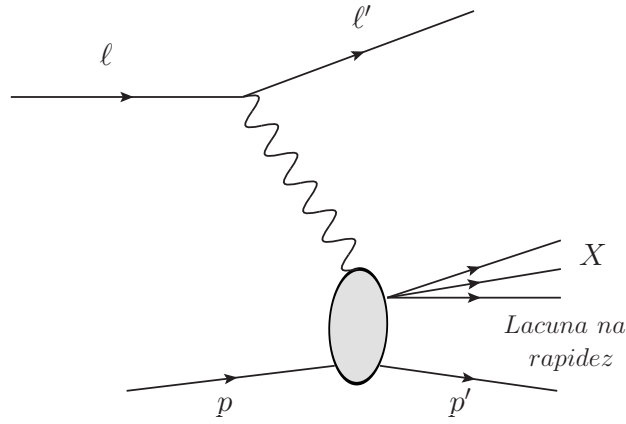
## 2.3 Espalhamento Profundamente Inelástico Difrativo - DDIS

Para um certo número de eventos de espalhamento profundamente inelásticos, entre 5 e 10%, o próton alvo permanece praticamente intacto [7]. Neste caso, o DIS dito ser difrativo, ou seja, DDIS. Este processo é representado na Figura 2.3.

O processo da figura acima é descrito em termos de seu quadrimomenta da seguinte forma:

$$l(\ell) + p(P) \longrightarrow l'(\ell') + p'(P') + X(P_x) \quad (2.25)$$

A presença de uma lacuna de rapidez entre o próton espalhado e o estado hadrônico  $X$  significa que não há troca de números quânticos entre o fóton virtual e o próton, o que justifica o uso do termo difrativo para esta reação. DDIS é um processo difrativo no qual a escala dura de energia existente é a virtualidade do fóton  $Q^2$ . Em analogia ao DIS inclusivo, a seção de choque diferencial do DIS difrativo pode ser escrita em termos de duas funções



**Fig. 2.3:** *Espalhamento Profundamente Inelástico Difractivo.*

de estrutura,  $F_1^{D(4)}$  e  $F_2^{D(4)}$ , dependentes das variáveis  $x$ ,  $Q^2$ ,  $x_P$  e  $t$ , as quais justificam o subscrito 4. Assim, analogamente à equação (1.25), a seção de choque do DDIS é expressa como [7, 10]:

$$\frac{d\sigma_{\gamma^*p}^D}{dx dQ^2 dx_P dt} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{xQ^4} \left\{ 1 - y + \frac{y^2}{2[1 + R^{D(4)}(x, Q^2, x_P, t)]} \right\} F_2^{D(4)}(x, Q^2, x_P, t) \quad (2.26)$$

onde  $R^{D(4)} = F_L^{D(4)}/F_T^{D(4)}$  e as variáveis cinemáticas  $x_P$  e  $t$  são dadas por:

$$t = -(P' - P)^2 \sim \frac{\vec{P}_\perp'^2}{x_F} \quad (2.27)$$

$$x_P = \frac{(P' - P) \cdot q}{P \cdot q} = \frac{M^2 + Q^2 - t}{W^2 + Q^2 - m_N^2} \sim \frac{M^2 + Q^2}{W^2 + Q^2} = 1 - x_F \quad (2.28)$$

E, supondo  $F_L^{D(4)} \ll F_T^{D(4)}$  para  $\beta \leq 0.8 - 0.9$ , escrevemos:

$$\frac{d\sigma_{\gamma^*p}^D}{dx dQ^2 dx_P dt} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{xQ^4} \left( 1 - y + \frac{y^2}{2} \right) F_2^{D(4)}(x, Q^2, x_P, t) \quad (2.29)$$

A função  $F_2^{D(4)}$  está relacionada com a seção de choque diferencial do espalhamento difrativo  $\gamma^*p$  por:

$$F_2^{D(4)}(x, Q^2, x_P, t) = \frac{Q^2}{4\pi\alpha_{em}} \frac{d\sigma_{\gamma^*p}^D}{dx_P dt}. \quad (2.30)$$

Se o próton de saída não é detectado, não existe medida de  $t$  e é obtida apenas a seção de choque integrada sobre  $t$ :

$$\frac{d\sigma_{\gamma^*p}^D}{dx dQ^2 dx_P} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{xQ^4} \left( 1 - y + \frac{y^2}{2} \right) F_2^{D(3)}(x, Q^2, x_P) \quad (2.31)$$



onde

$$F_2^{D(3)}(x, Q^2, x_P) = \int_0^\infty dt |F_2^{D(4)}(x, Q^2, x_P, t)| \quad (2.32)$$

## 2.4 DDIS no formalismo de Dipolos de Cor

O formalismo de dipolos de cor consiste em uma das principais ferramentas teóricas de abordagem da QCD para processos difrativos duros.

Façamos um estudo partindo da representação mecânico-quântica da difração. Chamamos  $T$  a matriz de transição descrevendo o espalhamento elástico e difrativo de um hádron  $N$ , assumimos a amplitude de espalhamento como sendo puramente imaginária,  $T = i\mathcal{D}$ , com  $\mathcal{D}$  real, e vamos considerar uma base de estados hadrônicos físicos  $|i\rangle$ . Como o espalhamento difrativo leva um estado em outro estado distinto e o espalhamento elástico leva cada estado nele mesmo, temos que  $\mathcal{D}_{ik} \equiv \langle k|\mathcal{D}|i\rangle$  é a amplitude de espalhamento para a transição difrativa  $|k\rangle \rightarrow |i\rangle$ . Os elementos da diagonal  $\mathcal{D}_{ii} \equiv \langle i|\mathcal{D}|i\rangle$  são as amplitudes elásticas de espalhamento. Consideremos o seguinte conjunto de auto-estados de  $\mathcal{D}$ :

$$\mathcal{D}|\alpha\rangle = d_\alpha|\alpha\rangle. \quad (2.33)$$

O auto-valor  $d_\alpha$  é proporcional a seção de choque total para o espalhamento  $\alpha N$ , que chamamos  $\sigma_\alpha$ :

$$\sigma_\alpha \equiv \sigma_{tot}^{\alpha N} = \frac{1}{s} \text{Im} \langle \alpha | i\mathcal{D} | \alpha \rangle = \frac{1}{s} d_\alpha. \quad (2.34)$$

Expandindo os estados físicos  $|i\rangle$  em termos de  $|\alpha\rangle$ :

$$|i\rangle = \sum_\alpha c_{i\alpha} |\alpha\rangle, \quad (2.35)$$

sendo os elementos de matriz do operador  $\mathcal{D}$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{ik} &= \langle k|\mathcal{D}|i\rangle \\ &= \sum_\alpha \sum_\beta c_{k\alpha}^* c_{i\beta} \langle \alpha|\mathcal{D}|\beta\rangle \\ &= \sum_\alpha \sum_\beta c_{k\alpha}^* c_{i\beta} \langle \alpha|\beta\rangle d_\alpha \\ &= \sum_\alpha c_{k\alpha}^* c_{i\alpha} d_\alpha \end{aligned} \quad (2.36)$$

Todos os observáveis físicos podem ser calculados a partir de  $\sigma_\alpha$  e dos coeficientes  $c_{i\alpha}$ .

A amplitude de espalhamento elástica, dada por:

$$\mathcal{D}_{ii} = \langle i|\mathcal{D}|i\rangle = \sum_\alpha c_{i\alpha}^* c_{i\alpha} d_\alpha = \sum_\alpha |c_{i\alpha}|^2 d_\alpha, \quad (2.37)$$

nos fornece a seção de choque total para o espalhamento  $iN$  [7]:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{tot}^{iN} &= \frac{1}{s} \mathcal{D}_{ii} \\
 &= \sum_{\alpha} |c_{i\alpha}|^2 \frac{d_{\alpha}}{s} \\
 &= \sum_{\alpha} |c_{i\alpha}|^2 \sigma_{\alpha}.
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Dado um operador  $\mathcal{O}$ , seu valor esperado em um estado  $|i\rangle$  será:

$$\begin{aligned}
 \langle \mathcal{O} \rangle &\equiv \langle i | \mathcal{O} | i \rangle \\
 &= \sum_{\alpha, \beta} \langle i | \alpha \rangle \langle \alpha | \mathcal{O} | \beta \rangle \langle i | \beta \rangle \\
 &= \sum_{\alpha, \beta} c_{i\alpha} c_{i\beta}^* \langle \alpha | \mathcal{O} | \beta \rangle.
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

Se  $\mathcal{O}$  é diagonal na base  $|\alpha\rangle$ , então:

$$\begin{aligned}
 \langle \mathcal{O} \rangle &= \sum_{\alpha, \beta} c_{i\alpha} c_{i\beta}^* \langle \alpha | \mathcal{O} | \alpha \rangle \\
 &= \sum_{\alpha} |c_{i\alpha}|^2 \mathcal{O}_{\alpha}.
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

Considerando esta análise, podemos reescrever (2.38) como:

$$\sigma_{tot}^{iN} = \langle \sigma_{\alpha} \rangle. \tag{2.41}$$

Por definição, a seção de choque difrativa, para  $t = 0$ , é:

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{d\sigma_{iN}^D}{dt} \right|_{t=0} &= \frac{1}{16\pi s^2} \sum_{k \neq i} \mathcal{D}_{ik}^2 \\
 &= \frac{1}{16\pi s^2} \left( \sum_k \mathcal{D}_{ik}^2 - \mathcal{D}_{ii}^2 \right).
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

Usando a relação de completeza dos auto-estados  $|i\rangle$ , a equação anterior, torna-se:

$$\left. \frac{d\sigma_{iN}^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi s^2} (\langle i | \mathcal{D}^2 | i \rangle - \langle i | \mathcal{D} | i \rangle^2), \tag{2.43}$$

e, lembrando que  $|i\rangle = \sum_{\alpha} c_{i\alpha} |\alpha\rangle$ :

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{d\sigma_{iN}^D}{dt} \right|_{t=0} &= \frac{1}{16\pi s^2} \left\{ \sum_{\alpha} |c_i \alpha|^2 \langle \alpha | D^2 | \alpha \rangle - |c_i \alpha|^4 \langle \alpha | D | \alpha \rangle^2 \right\} \\
 &= \frac{1}{16\pi s^2} \left\{ \sum_{\alpha} |c_i \alpha|^2 D_{\alpha}^2 - |c_i \alpha|^4 D_{\alpha}^2 \right\} \\
 &= \frac{1}{16\pi s^2} (\langle \mathcal{D}_{\alpha}^2 \rangle - \langle \mathcal{D}_{\alpha} \rangle^2).
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

Aplicamos, finalmente, o formalismo descrito acima para o caso do DIS difrativo (DDIS). No caso do DDIS, os auto-estados são os dipolos de cor  $q\bar{q}$ . O dipolo de cor tem um tempo de vida muito maior que o tempo de interação e seu tamanho permanece fixo durante o processo. Os estados  $|\alpha\rangle$  são identificados com os estados  $|q\bar{q}\rangle$ , ou seja, estados nos quais o fóton flutua em um par  $q\bar{q}$  antes de encontrar o próton. Estes estados são chamados estados de Fock. A seção de choque  $\sigma_{\alpha}$ , será substituída pela seção de choque de espalhamento dipolo-próton  $\sigma_{dip}$ :

$$\left. \frac{d\sigma_{L,T}^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{16\pi} (\langle \sigma^2(x, \rho) \rangle_{L,T} - \langle \sigma(x, \rho) \rangle_{L,T}^2), \tag{2.45}$$

onde os valores esperados são definidos como:

$$\langle \sigma_{dip}(x, \rho) \rangle_{L,T} \equiv \int_0^1 dz \int d^2 \vec{\rho} |\Psi(z, \rho)|^2 \sigma_{dip}(x, \rho). \tag{2.46}$$

Como  $\langle \sigma_{dip}(x, \rho) \rangle_{L,T} \equiv \sigma_{L,T}^{\gamma^* p}(x, Q^2) = \mathcal{O}(\alpha_{em})$ , o termo  $\langle \sigma_{dip}(x, \rho) \rangle^2$ , pode ser desconsiderado e, então, obtemos:

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{d\sigma_{L,T}^D}{dt} \right|_{t=0} &= \frac{1}{16\pi} \langle \sigma_{dip}(x, t)^2 \rangle_{L,T} \\
 &= \frac{1}{16\pi} \int_0^1 dz \int d^2 \rho |\Psi_{L,T}(z, \rho)|^2 \sigma_{dip}^2(x, \rho).
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

Ao analisarmos importantes propriedades da seção de choque de dipolo, tomando a expansão da exponencial na equação (2.20), encontramos para pequeno  $\rho^2$  [7]:

$$\sigma(x, \rho) \sim \rho^2. \tag{2.48}$$

de forma que pares de pequeno tamanho interagem muito pouco com o próton.

Um cálculo mais preciso de  $\sigma(x, \rho)$  para  $\rho$  nos leva a:

$$\sigma_{dip}(x, \rho) \sim \rho^2 \alpha_s(\rho) \ln \left( \ln \frac{\rho^2}{\rho_0^2} \right), \tag{2.49}$$

e, quando substituída em (2.19), leva a  $\sigma_T^{\gamma^*p}$  escrita na forma:

$$\sigma_T^{\gamma^*p} \sim \frac{1}{Q^2} \ln^2 \left( \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right). \quad (2.50)$$

Para grande  $\rho$ , devido ao confinamento, a seção de choque  $\sigma_{dip}(x, \rho)$ , satura em algum valor da seção de choque  $\sigma_0$  hádron-nucleon:

$$\sigma_{dip}(x, \rho) \sim \sigma_0. \quad (2.51)$$

No caso de fótons transversais, a integral de normalização  $\int dz \int d^2\rho |\Psi_{L,T}|^2$ , diverge logaritmicamente no limite do ultravioleta, ou pequenas distâncias. Neste limite  $K_1 \sim 1/y$  quando  $y \rightarrow 0$ , mas isto não constitui problema, uma vez que,  $\sigma(x, \rho) \sim \rho^2$  para pequeno  $\rho$  (raio). Como  $K_0(y)$  e  $K_1(y)$  caem exponencialmente com  $y$ , a contribuição dominante para  $\sigma_{LT}^{\gamma^*p}$  é dada por dipolos  $q\bar{q}$  de tamanho:

$$\rho^2 \sim \frac{1}{\epsilon^2} = \frac{1}{Q^2 z(1-z)}. \quad (2.52)$$

Desta forma, pares assimétricos ( $z \approx 0$  ou  $z \approx 1$ ), nos quais um dos pártons porta a maior porção do momentum, têm grande tamanho,  $\rho \geq R \gg 1/Q$ , onde  $R \sim 1$  é o raio de confinamento típico. Esta configuração é chamada de "jato alinhado", [7]. Diferentemente no caso de pares simétricos ( $z \approx 1/2$ ), nos quais quark e antiquark portam igual fração de momentum longitudinal, tem pequeno tamanho  $\rho \leq 1/Q$ .

Devido ao comportamento exponencial das funções de Bessel  $K_0$  e  $K_1$  introduzimos um corte efetivo na integral sobre  $\rho$ . É possível se fazer uma estimativa de  $\sigma_{LT}^{\gamma^*p}$ , aproximando  $K_0$  e  $K_1$  pelas funções  $\theta$ , ou seja, tomando  $K_0(\epsilon\rho) \sim \theta(1 - \epsilon\rho)$  e  $K_1(\epsilon\rho) \sim \theta(1 - \epsilon\rho)/(\epsilon\rho)$ . E, usando (2.19) e (2.22), encontramos para a seção de choque transversa:

$$\begin{aligned} \sigma_T^{\gamma^*p} &\sim \int dz [z^2 + (1-z)^2] \int_0^{1/Q^2} d\rho^2 \frac{\sigma(\rho)}{\rho^2} \\ &\sim \int dz [z^2 + (1-z)^2] \frac{1}{Q^2} \sim \frac{1}{Q^2}. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Para a seção de choque longitudinal, a partir de (2.19), (2.21) e, levando em conta as considerações sobre as funções de Bessel, acima tomadas, obtemos:

$$\begin{aligned} \sigma_L^{\gamma^*p} &\sim Q^2 \int dz z^2(1-z)^2 \int_0^{1/Q^2} d\rho^2 \sigma(\rho) \\ &\sim Q^2 \int dz z^2(1-z)^2 \frac{1}{Q^4} \sim \frac{1}{Q^2}. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Vemos que, para uma configuração simétrica, ambas seções de choque, longitudinal e transversa, dependem de  $1/Q^2$ . Desse modo, levam a um comportamento dependente de  $Q^2$  para as funções de estrutura.

Considerando agora uma configuração assimétrica,  $z \sim \mu^2/Q^2$  e  $\rho \sim 1/\mu$  com  $\mu \sim 1/R$ . Neste caso, encontramos a seção de choque transversa expressa na forma:

$$\begin{aligned}\sigma_T^{\gamma^*p} &\sim \int dz [z^2 + (1-z)^2] \int_0^{1/\mu^2} d\rho^2 \frac{\sigma(\rho)}{\rho^2} \\ &\sim \int dz [z^2 + (1-z)^2] \frac{1}{\mu^2} \sim \frac{\mu^2}{Q^2} \frac{1}{\mu^2} = \frac{1}{\mu^2}.\end{aligned}\quad (2.55)$$

e a longitudinal, na forma:

$$\begin{aligned}\sigma_L^{\gamma^*p} &\sim Q^2 \int dz \quad z^2(1-z)^2 \int_0^{1/\mu^2} d\rho^2 \sigma(\rho) \\ &\sim Q^2 \int dz \quad z^2(1-z)^2 \frac{1}{\mu^4} \sim Q^2 \frac{\mu^6}{Q^6} \frac{1}{\mu^4} = \frac{\mu^2}{Q^4}.\end{aligned}\quad (2.56)$$

Pares grandes têm comportamento diferente de pares pequenos. As configurações de jato alinhado têm sua contribuição suprimida para  $\sigma_L^{\gamma^*p}$  por um fator  $1/Q^2$ . Na seção de choque há predominância de dipolos pequenos. Fazendo este mesmo estudo para o caso do espalhamento difrativo  $\gamma^*p$ , no caso de pares assimétricos (dipolos grandes) [10], temos:

$$\left. \frac{d\sigma_T^D}{dt} \right|_{t=0} \sim \int dz [z^2 + (1-z)^2] \int_{\frac{1}{\mu^2}}^{\infty} d\rho^2 \epsilon^2 \frac{1}{\epsilon^2 \rho^2} \sigma^2(\rho) \sim \frac{\mu^2}{Q^2} = \frac{1}{\mu^2 Q^2}$$

e

$$\left. \frac{d\sigma_L^D}{dt} \right|_{t=0} \sim Q^2 \int dz \quad z^2(1-z)^2 \int_{\frac{1}{\mu^2}}^{\infty} d\rho^2 \sigma^2(\rho) \sim Q^2 \frac{\mu^6}{Q^6} \frac{1}{\mu^6} = \frac{1}{Q^4},$$

onde  $\mu \sim m_q \sim 1/R$ . No caso de pares simétricos (dipolos pequenos), tem-se:

$$\left. \frac{d\sigma_T^D}{dt} \right|_{t=0} \sim \int dz [z^2 + (1-z)^2] \int_0^{\frac{1}{Q^2}} d\rho^2 \epsilon^2 \frac{1}{\epsilon^2 \rho^2} \sigma^2(\rho) \sim \frac{1}{Q^4}$$

e

$$\left. \frac{d\sigma_L^D}{dt} \right|_{t=0} \sim Q^2 \int dz \quad z^2(1-z)^2 \int_0^{\frac{1}{Q^2}} d\rho^2 \sigma^2(\rho) \sim Q^2 \frac{1}{Q^6} = \frac{1}{Q^4}.$$

Podemos escrever, de modo simplificado:

$$\sigma_{LT}^{\gamma^*} \sim W_{LT}^{\alpha} \sigma_{\alpha} \quad (2.57)$$

e

$$\left. \frac{d\sigma_L^D}{dt} \right|_{t=0} \sim W_{LT}^\alpha \sigma_\alpha^2. \quad (2.58)$$

$\alpha$  denota o dipolo de cor e  $W_{LT}^\alpha$  incorporam as funções de onda do fóton e as integrações.

Para demonstrar a principal característica da saturação na difração deteremos nossa discussão, por hora, ao espalhamento elástico do par  $q\bar{q}$ . O espalhamento elástico  $q\bar{q}$  domina em espalhamentos  $\gamma^*p$  difrativo para valores de massa difrativa  $M$  que não são tão grandes. A seção de choque para o espalhamento elástico  $q\bar{q}$  toma a forma de (2.47) e em [27] é calculada sua dependência, assumindo uma dependência exponencial com a inclinação difrativa  $B_D$ . Assim, a seção de choque difrativa integrada em  $t$  é igual a:

$$\sigma^D(x, Q^2) = \int_{-\infty}^0 dt e^{B_D t} \left. \frac{d\sigma^D}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{B_D} \left. \frac{d\sigma^D}{dt} \right|_{t=0}, \quad (2.59)$$

para fótons tanto longitudinal quanto transverso.

Golec-Biernat e Wusthoff em [27] proporam descrever os dados de HERA considerando um modelo cuja dinâmica da saturação é incorporada na seção de choque de dipolo efetiva e cuja análise qualitativa, feita a seguir, reforçará a importância da saturação para difração. As funções de onda nas equações (2.21) e (2.22) podem ser aproximadas por (veja referência [27])

$$\begin{aligned} |\Psi_{L,T}(\alpha, \vec{r})|^2 &\simeq \frac{6\alpha_{em}}{4\pi^2} \sum_f e_f^2 [\alpha^2 + (1-\alpha)^2] \\ &\times \frac{1}{r^2} \Theta[\alpha(1-\alpha)Q^2 r^2 < 1]. \end{aligned} \quad (2.60)$$

onde é usada a relação  $K_1(x) \simeq 1/x$  para  $x < 1$ . O ângulo de espalhamento  $\theta$  é dado por  $\cos(\alpha) = 1 - 2\alpha$ , i.e. para  $\alpha \rightarrow O(1)$  nós temos  $\theta \rightarrow O(\pi)$ . A função  $\Theta$  na equação (2.60) reforça a condição de que  $\alpha$  ou  $1 - \alpha$  é menor que  $1/(Q^2 r^2)$ . Fazemos uso desta condição e da simetria  $\alpha \leftrightarrow 1 - \alpha$  para realizar a integração em  $\alpha$  nas equações (2.19) e (2.59) e obtém-se:

$$\begin{aligned} \sigma(x, Q^2) &\simeq \frac{6\alpha_{em}}{2\pi} \sum_f e_f^2 \frac{1}{Q^2} \int_{4/Q^2}^{\infty} \frac{dr^2}{r^4} \hat{\sigma}(x, r^2), \\ \sigma^D(x, Q^2) &\simeq \frac{6\alpha_{em}}{32\pi^2 B_D} \sum_f e_f^2 \frac{1}{Q^2} \int_{4/Q^2}^{\infty} \frac{dr^2}{r^4} \hat{\sigma}(x, r^2). \end{aligned} \quad (2.61)$$

O limite inferior é necessário, uma vez que o fator  $1/(Q^2 r^2)$  que resulta da integração em  $\alpha$  não deve exceder  $1/4$ . Em [27], a seção de choque de dipolo é aproximada por:

$$\hat{\sigma} \simeq \begin{cases} \sigma_0 r^2 / [4R_0^2(x)] & \text{para } r^2 < 4R_0^2(x), \\ \sigma_0 & \text{para } r^2 > 4R_0^2(x) \end{cases} \quad (2.62)$$

Inserindo (2.62) em (2.61) e integrando, obtém-se:

$$\begin{aligned} \sigma(x, Q^2) &\simeq \frac{6\alpha_{em}}{2\pi} \sum_f e_f^2 \frac{\sigma_0}{4R_0^2(x)Q^2} \ln[R_0^2(x)Q^2], \\ \sigma^D(x, Q^2) &\simeq \frac{6\alpha_{em}}{16\pi^2 B_D} \sum_f e_f^2 \frac{\sigma_0^2}{4R_0^2(x)Q^2}. \end{aligned} \quad (2.63)$$

Assim, Golec-Biernat e Wusthoff obtiveram como resultado um raio constante aproximado a partir da razão entre as seções de choque difrativa e inclusiva:

$$\frac{\sigma^D}{\sigma} \approx \frac{\sigma_0}{8\pi B_D} \frac{1}{\ln[R_0^2(x)Q^2]}. \quad (2.64)$$

onde  $B_D$  indica a inclinação da difração e  $\sigma_0$  é a normalização.

Se, por outro lado, usarmos:

$$\hat{\sigma}(x, Q^2) \approx \sigma_0 \frac{r^2}{4R_0^2(x)} \quad (2.65)$$

ou seja, desconsiderando-se a saturação, deve-se inserir um limite superior "à mão" nas seções de choque difrativa e total. Neste limite, denominado  $R_{cut}$ , as seções de choque total e difrativa tomam a forma:

$$\begin{aligned} \sigma(x, Q^2) &\approx \frac{6\alpha_{em}}{2\pi} \sum_f e_f^2 \frac{\sigma_0}{4R_0^2(x)Q^2} \ln(R_{cut}^2/4), \\ \sigma^D(x, Q^2) &\approx \frac{6\alpha_{em}}{32\pi^2 B_D} \sum_f e_f^2 \frac{\sigma_0^2 R_{cut}^2}{[4R_0^2(x)]^2 Q^2}. \end{aligned} \quad (2.66)$$

A seção de choque difrativa possui forte dependência em  $R_{cut}$ . Percebe-se também que, sob o pressuposto de (2.65), a seção de choque difrativa, sendo proporcional a  $1/R_0^4(x)$ , aumenta para pequeno  $x$  com uma intensidade da ordem de  $x^{-2\lambda}$ . E a razão  $\sigma^D/\sigma$  será  $\sim x^{-\lambda}$ , isto é, uma previsão teórica dominada pela física não perturbativa, a qual não é observada pelos dados de HERA.

A principal consequência deste modelo é que não existe saturação apenas em baixo  $Q^2$ , mas também em pequeno  $x$ . Isto leva a incorporação de um tratamento perturbativo para  $Q^2$  grande.

## Conclusão

Neste capítulo estudamos o modelo de dipolos, devido a sua importância enquanto ferramenta de investigação do espalhamento profundamente inelástico (DIS). Passamos a seguir a um estudo do DDIS, por este descrever processos de espalhamento nos quais o alvo permanece intacto (cerca 5 a 10% dos eventos), e sua descrição através do modelo de dipolos. No próximo capítulo abordaremos em mais detalhes a dinâmica do sistema.

## Capítulo 3

# Dinâmica Não-Linear para Pequeno $x$

## Introdução

De acordo com a análise feita no primeiro capítulo deste trabalho, as distribuições partônicas dos hádrons, obedecem a equações de evolução, que determinam como evoluem as distribuições em termos das variáveis cinemáticas  $x$  e  $Q^2$ . Nas equações consideradas, a distribuição de pártons evolui levando em conta apenas diagramas de emissão. Contudo, com o aumento da energia, a probabilidade de emissão de um novo párton aumenta, implicando para altas energias que a densidade de pártons pode aumentar muito e atingir um limite onde existe uma grande densidade de pártons no hádron. As equações DGLAP e BFKL prevêm um forte crescimento da seção de choque  $\sigma(\gamma^*N)$  em altas energias [17]. Este comportamento implica que não há um limite no crescimento da seção de choque, sendo necessário algum efeito, não presente nos formalismos DGLAP e BFKL. Como exemplo, podemos citar efeitos de recombinação partônica ou o efeito de sombreamento que, de modo geral, pode ser obtido considerando termos não lineares nas equações de evolução partônicas (equações de evolução não lineares), as quais serão tratadas no decorrer deste capítulo, bem como modelos fenomenológicos que descrevem o sistema no intervalo cinemático de pequeno  $x$  (altas energias).

Em 1994, McLerran e Raju Vegunopalan [31, 40] argumentaram que o regime de alta densidade hadrônica pode ser descrito por um conjunto de campos gluônicos clássicos e que o número de glúons com momento menor do que a escala de saturação é tamanho que o estado encontra-se saturado. Este regime é descrito pelo Condensado de Vidros de Cor (Color glass condensate - CGC). O CGC é um sistema de alta densidade hadrônica, que controla as interações em QCD a altas energias, ou pequenos valores da variável  $x$  de Bjorken. Previsto a partir de considerações teóricas várias evidências da presença deste sistema a partir dos dados experimentais de HERA (Hadron Electron Ring Accelerator) e RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider). Acredita-se que, no LHC (Large Hadron Collider), será ainda mais fácil observá-lo. No CGC, o termo "condensado" exprime a grande densidade de pártons do sistema, "vidros" está associado ao fato de sua escala de tempo natural ser muito maior que a escala de tempo do espalhamento em altas energias, ou seja, a dinâmica interna do sistema está congelada, e "cor" é usado para expressar a carga (cor) portada pelos pártons. A alta densidade e a liberdade assintótica implicam que o CGC é fracamente acoplado. Assim, uma teoria efetiva foi construída para descrever a evolução da função de onda hadrônica com o aumento da energia na presença de efeitos não lineares associados a alta densidade de glúons. Essa teoria prediz que a distribuição de glúons satura para um momento transversal



abaixo de uma escala, daí a chamada "escala de saturação", que cresce com a energia.

O estudo da evolução de hádrons realizado por Jalilian-Marian, Kovner, Leonidov, Weigert, McLerran e Iancu deu origem a famosa equação JIMWLK [41], a qual é escrita em termos de uma equação funcional não linear. Balitsky, fazendo uso da expansão do produto de operadores para QCD em altas energias derivou uma hierarquia de equações de evolução acopladas, a qual, no limite de grande número de cor, reduz-se a uma única equação. Essa equação foi derivada de forma independente por Kovchegov no modelo de dipolo para espalhamento em altas energias. Ambas as relações levam ao mesmo resultado, conhecido como equação Balitsky-Kovchegov (BK). Essa equação tem sido o ponto de partida para inúmeros estudos analíticos e numéricos [42].

Começaremos este capítulo fazendo um estudo da equação de evolução não linear BK e, a seguir, passaremos a abordar modelos fenomenológicos, baseados em soluções assintóticas da BK (linear e não linear), da seção de choque de dipolo. Estes modelos fenomenológico são aplicados à análise da fotoprodução de quarks pesados, tema de estudo do capítulo 4.

### 3.1 Equação Balitsky-Kovchegov

A equação BK [42] descreve a evolução em rapidez (variável diretamente associada a energia da colisão,  $Y = \ln(s/s_0) = \ln(x_0/x)$ ) da probabilidade de espalhamento  $N(\vec{x}, \vec{y}, Y)$  de um dipolo  $q\bar{q}$  com o hádron alvo, onde  $\vec{x}(\vec{y})$  é a posição de um quark  $q$  (anti-quark  $\bar{q}$ ) no espaço transversal com relação ao centro do alvo. Independente do parâmetro de impacto, ou seja, considerando o alvo homogêneo com raio muito maior do que o tamanho do dipolo considerado, a equação BK toma a forma, para  $r \equiv |\vec{r}|$  [10]:

$$\frac{\partial N(r, Y)}{\partial Y} = \int \frac{d^2z}{2\pi} K(\vec{r}, \vec{r}_1, \vec{r}_2) [N(r_1, Y) + N(r_2, Y) - N(r, Y) - N(r_1, Y)N(r_2, Y)], \quad (3.1)$$

onde definiu-se [10]:

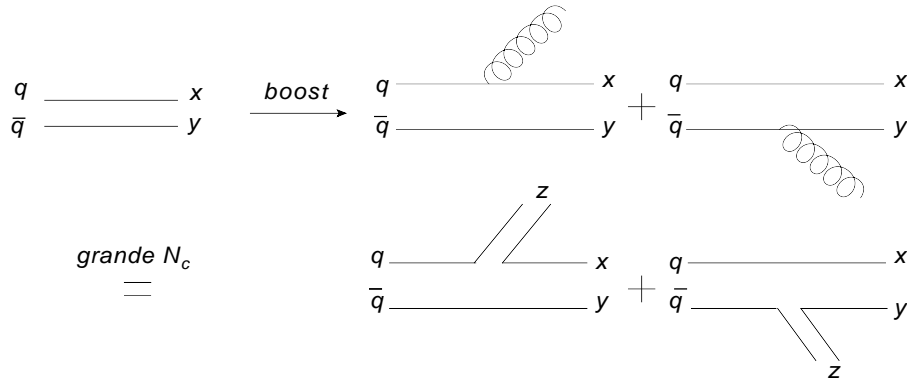
$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{x} - \vec{y}, \\ \vec{r}_1 &= \vec{x} - \vec{z}, \\ \vec{r}_2 &= \vec{y} - \vec{z} \end{aligned}$$

e onde  $K(\vec{r}, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$  é dado por:

$$K(\vec{r}, \vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \frac{r^2}{r_1^2 r_2^2}. \quad (3.2)$$

sendo  $\alpha_s$  fixa.

A interpretação probabilística da equação BK, Fig. 3.1, nos diz que: o dipolo pai com finais localizados em  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$ , quando evoluído em rapidez (maior energia), emite um glúon. Este glúon, no limite de grande  $N_c$  pode ser interpretado por um dipolo. Consequentemente, a emissão de um glúon por um dipolo representa a transição de um dipolo  $(\vec{x}, \vec{y})$  para dois dipolos com finais  $(\vec{x}, \vec{z})$  e  $(\vec{z}, \vec{y})$ , respectivamente. A probabilidade de emissão é dada pela equação (3.2) multiplicada pela probabilidade de espalhamento dos novos dipolos menos a



**Fig. 3.1:** Diagrama de emissão de um glúon na evolução de dipolo no limite de grande  $N_c$

probabilidade de espalhamento do dipolo pai. O termo não linear é subtraído para evitar a dupla contagem, e é este termo que contrasta com a equação BFKL, sendo o responsável pelo crescimento limitado da amplitude em rapidez. A equação BK assegura a unitariedade local na configuração de espaço transversal,  $|N(r, Y)| \leq 1$  pois, a derivada com relação a  $Y$  em 3.2, não pode ser positiva. Para grande rapidez ( $Y \rightarrow \infty$ ), as soluções da BK exibem a característica de escalamento geométrico, isto é, as soluções não são mais funções das variáveis  $r$  e  $Y$  separadamente, mas dependem de uma única variável:

$$\tau \equiv rQ_s(Y). \quad (3.3)$$

Na região de  $Q_s(Y) \gg \Lambda_{QCD}$ , a equação BK para  $\alpha_s$  fixa pode ser escrita em termos de  $\vec{r} = Q_s \vec{r}$ ,  $\vec{r}_1 = Q_s \vec{r}_1$  e  $\vec{r}_2 = Q_s \vec{r}_2$ . A dependência de  $N(r, Y)$  em  $Y$  está contida em  $Q_s(y)$ ,  $N(r, Y) \equiv N(\tau)$ . Aplicando a regra da cadeia a (3.1), temos:

$$\frac{\partial N(\tau)}{\partial Y} = \frac{\partial N}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial Y} = \frac{\partial Q_s(Y)}{\partial Y} r \frac{\partial N}{\partial \tau} = \frac{\partial \ln[Q_s^2(Y)/\Lambda_{QCD}^2]}{\partial Y} r^2 \frac{\partial N}{\partial r^2}. \quad (3.4)$$

Integrando (3.4) em relação a  $d^2r/r^2$ , temos:

$$\int \frac{d^2r}{r^2} \frac{\partial N(\tau)}{\partial Y} = \pi \frac{\partial \ln[Q_s(Y)/\Lambda_{QCD}^2]}{\partial Y} [N(\infty) - N(0)] = \pi \frac{\partial \ln[Q_s(Y)/\Lambda_{QCD}^2]}{\partial Y}, \quad (3.5)$$

sendo as condições de contorno  $N(\infty) = 1$  e  $N(0) = 0$ . Integrando da mesma forma o do lado direito da equação (3.1) e usando que

$$\frac{d^2r}{r^2} = \frac{d^2\tau}{\tau^2} \quad (3.6)$$

o lado direito da equação (3.1) terá a forma:

$$\int \frac{d^2\tau d^2\tau_1}{2\pi} \bar{\alpha}_s \frac{1}{\tau_1^2 \tau_2^2} [N(\tau_1) + N(\tau_2) - N(\tau) - N(\tau_1)N(\tau_2)]. \quad (3.7)$$

Igualando (3.5) a (3.7), tem-se:

$$\frac{\partial Q_s^2(Y)/\Lambda_{QCD}^2}{\partial Y} = \bar{\alpha}_s \frac{1}{\tau_1^2 \tau_2^2} [N(\tau_1) + N(\tau_2) - N(\tau) - N(\tau_1)N(\tau_2)]. \quad (3.8)$$

Como o integrando independe de  $Y$ , temos

$$\frac{\partial \ln[Q_s^2(Y)/\Lambda_{QCD}^2]}{\partial Y} = d\bar{\alpha}_s. \quad (3.9)$$

Resolvendo para  $Q_s$ ,

$$Q_s^2 = \Lambda_{QCD}^2 e^{d\bar{\alpha}_s Y}. \quad (3.10)$$

Esta relação mostra que a escala de saturação cresce de acordo com a energia. Portanto, espera-se que, no limite de altas energias, as seções de choque sejam determinadas pela física de saturação. Esta é a forma da escala de saturação dependente da rapidez para o caso de  $\alpha_s$  fixa.

No regime linear a equação BK, eq. (3.1), recai na equação BFKL, escrita como [10]:

$$\frac{\partial N(r_\perp)}{\partial Y} = -\bar{\alpha}_s \int \frac{d^2 z}{\pi} \frac{r_\perp^2}{z_\perp^2 (r_\perp - z_\perp)^2} \left( N(z_\perp) - \frac{1}{2} N(r_\perp) \right), \quad (3.11)$$

Consideraremos a condição de contorno  $N(r_\perp) \sim 1$  para  $r_\perp \sim 1/Q_s(Y)$ , isto é, o regime de saturação, para obter a solução desta equação. Usando a transformada de Mellin na coordenada transversal [10]:

$$N(r_\perp) = \int \frac{d\gamma}{2\pi i} \left( \frac{r_\perp^2}{l^2} \right)^\gamma N(\gamma), \quad (3.12)$$

com  $l^2 = 1/\Lambda^2$  e  $r_\perp^2 \ll l^2$ . E usando o fato que a equação BFKL é invariante perante transformações de escala, a equação resultante para  $N(\gamma)$  é local em  $\gamma$ :

$$\frac{\partial N(\gamma)}{\partial Y} = \bar{\alpha}_s \chi(\gamma) N(\gamma) \quad (3.13)$$

onde

$$\chi(\gamma) = 2\Psi(1) - \Psi(\gamma) - \Psi(1 - \gamma), \quad (3.14)$$

sendo  $\Psi$  a função di-gamma. A solução da equação (3.11) tem a forma:

$$N(\gamma) = e^{\bar{\alpha}_s \chi(\gamma) Y} N_0(\gamma) \quad (3.15)$$

pode-se retornar às coordenadas espaciais, resolvendo a integral:

$$N = \int_C \frac{d\gamma}{2\pi i} e^{\gamma r} e^{\bar{\alpha}_s \chi(\gamma) Y} N_0(\gamma) = \int_C \frac{d\gamma}{2\pi i} e^{F(\gamma, r, Y)}, \quad (3.16)$$

onde  $r = \ln(r_\perp^2/l^2)$  é negativo, pois  $r_\perp^2 \ll l^2$  e  $F(\gamma, r, Y) \equiv r\gamma + \bar{\alpha}_s \chi(\gamma) Y$ . Esta integral pode ser calculada via aproximação de ponto de sela. Desprezando a condição inicial  $N_0(\gamma)$ , uma vez que a contribuição para a função  $F(\gamma, r, Y)$  no expoente não é mais importante do que  $r$  ou  $\bar{\alpha}_s Y$ , obtemos ( $\gamma = \gamma_0 + i\nu$ ):

$$N \simeq e^{F(\gamma_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}\nu^2 F''(\gamma_0)} = e^{F(\gamma_0)} \frac{1}{\sqrt{2\pi F''(\gamma_0)}}, \quad (3.17)$$

onde  $\gamma_0$  satisfaz a condição de ponto de sela:

$$\left. \frac{\partial F(\gamma, r, Y)}{\partial Y} \right|_{\gamma_0} = 0, \quad \gamma_0 = \gamma_0(r, Y). \quad (3.18)$$

A função  $\chi(\gamma)$  é uma função convexa com seu mínimo em  $\gamma = 1/2$  e pólos em  $\gamma = 0$  e  $\gamma = 1$ , sendo uma boa aproximação para esta função em  $0 < \gamma < 1$  dada por:

$$2\Psi(1) - \Psi(\gamma) - \Psi(1 - \gamma) \approx \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{1 - \gamma} + 4\ln 2 - 4. \quad (3.19)$$

Desta forma, existe um único ponto de sela  $\gamma_0$  entre  $0 < \gamma < 1$ , cuja posição varia entre 0 e 1 dependendo do valor da razão  $r/\bar{\alpha}_s Y$ . Existem três casos limites de interesse:

- Para  $r/\bar{\alpha}_s Y$  positivo e suficientemente grande: o ponto de sela está próximo de  $\gamma = 0$ .
- Para  $r/\bar{\alpha}_s Y \sim 0$ : o ponto de sela está próximo de  $\gamma = 1/2$ .
- Para  $r/\bar{\alpha}_s Y$  extremamente negativo: o ponto de sela está próximo de  $\gamma = 1$ .

O primeiro caso possui relevância quando consideramos a equação BFKL no espaço de momento, onde  $r \equiv \ln(k_\perp^2/\lambda^2)$  é sempre positivo no intervalo de interesse. O terceiro caso é aplicável apenas no espaço de coordenadas, onde  $r \equiv \ln(r_\perp^2/l^2)$  é negativo. Os primeiro e terceiro casos correspondem a aproximação de duplo logaritmo (DLA), que descreve o comportamento dominante da solução para grande  $k_\perp^2$  (pequeno  $r_\perp^2$ ) para  $Y$  fixo e grande, o qual é um limite comum às equações BFKL e DGLAP. Por outro lado, o segundo caso, aplica-se tanto ao espaço dos momentos ( $r > 0$ ) quanto ao espaço das coordenadas ( $r < 0$ ). No primeiro caso, quando  $\gamma_0 \ll 1$ , tem-se:

$$F(\gamma) \simeq r\gamma + \frac{\bar{\alpha}_s Y}{\gamma}.$$

Fazendo uso da condição de ponto de sela, obtém-se:

$$\gamma_0 = \sqrt{\frac{\bar{\alpha}Y}{r}}. \quad (3.20)$$

Substituindo este resultado na equação 4.11, obtém-se o resultado para  $N$  da forma:

$$N(k_\perp) \simeq e^{2\sqrt{\bar{\alpha}_s}Yr} \sqrt{\frac{\gamma^3}{4\pi\bar{\alpha}_sY}}, \quad (3.21)$$

onde  $r = \ln(k_\perp^2/\Lambda^2)$ . A solução acima é conhecida como a solução DLA no espaço dos momentos.

A condição  $\gamma_0 \ll 1$  deve ser reformulada para  $\gamma_0 \ll 1/4$ , uma vez que  $\gamma_0 = 1/4$  é o ponto médio entre os pontos de sela 0 e 1/2.

No segundo caso, para  $\gamma \rightarrow 1/2$ , tem-se que o ponto de sela será:

$$\gamma_0 \simeq \frac{1}{2} - \delta, \quad \delta \equiv \frac{r}{\beta\bar{\alpha}_sY}, \quad (3.22)$$

o que implica que

$$\begin{aligned} F(\gamma_0) &= r\left(\frac{1}{2} - \delta\right) + \bar{\alpha}_sY\chi\left(\frac{1}{2} - \delta\right) \\ F''(\gamma_0) &= \bar{\alpha}_sY\chi''\left(\frac{1}{2} - \delta\right) \end{aligned}$$

onde

$$\chi(1/2) = 2\Psi(1) - 2\Psi(1/2) = 4\ln 2\chi''(1/2) = -2\Psi''(1/2) = 28\zeta(3) \equiv \beta.$$

Substituindo estes resultados em 4.11, obtém-se:

$$N \simeq e^{\omega\bar{\alpha}_sY} e^{\frac{1}{2}r} e^{-\frac{r^2}{2\beta\bar{\alpha}_sY}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta\bar{\alpha}_sY}}, \quad (3.23)$$

onde  $\omega = \chi(1/2) = 4\ln 2$ .

Quando  $r = \ln(k_\perp^2/\Lambda^2)$ , esta equação corresponde à solução usual da equação BFKL no espaço de momento. Mas, quando  $r = \ln(r^2/l^2)$ , ela corresponde à solução da equação BK linearizada no espaço de coordenadas.

Podemos reescrever a equação BK (3.1) em função da matriz de espalhamento dipolo-hádron  $S$ , a qual está relacionada com a amplitude de espalhamento dipolo-hádron  $N$  por:

$$S = 1 - N. \quad (3.24)$$

Assim a equação BK em termos de  $S$  toma a forma [30]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S(x_\perp - y_\perp, Y)}{\partial Y} &= \frac{\alpha N_c}{2\pi^2} \int d^2z_\perp \frac{(x_\perp - y_\perp)^2}{(x_\perp - z_\perp)^2(z_\perp - y_\perp)^2} \\ &\times [S(x_\perp - z_\perp, Y)S(z_\perp - y_\perp, Y) - S(x_\perp - y_\perp, Y)] \end{aligned} \quad (3.25)$$

Para altas energias a equação acima pode ser linearizada ao desprezar-se o termo quadrático em  $S$ . Isto é válido porque a contribuição dominante advém de  $z_\perp$ , satisfazendo:  $1/Q_s(Y) \ll |x_\perp - z_\perp| \ll r_\perp$ . Assim a equação (3.25) torna-se:

$$\frac{\partial S}{\partial Y} = -\bar{\alpha}_s S(r_\perp) \int_{1/Q_s}^{r_\perp} \frac{d^2 z}{2\pi} \frac{r_\perp^2}{z_\perp^2 (r_\perp - z_\perp)^2}. \quad (3.26)$$

Integrando em  $z_\perp$  resulta:

$$\frac{\partial S}{\partial Y} \sim \bar{\alpha}_s \quad (3.27)$$

Definindo a variável de escalamento:  $\xi \equiv \ln[r_\perp^2 Q_s^2(Y)]$  e tomando

$$\frac{\partial \xi}{\partial Y} = \frac{\partial \ln[r_\perp^2 Q_s^2(Y)]}{\partial Y} = c\bar{\alpha}_s \quad (3.28)$$

tem-se

$$\frac{\partial S}{\partial Y} = \frac{\partial S}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial Y}. \quad (3.29)$$

Assim,

$$\frac{\partial S}{\partial \xi} c\bar{\alpha}_s = -\bar{\alpha}_s \ln[r_\perp^2 Q_s^2] S(r_\perp) \quad (3.30)$$

e

$$\frac{\partial S}{\partial \xi} = -\frac{1}{c} \xi S. \quad (3.31)$$

Resolvendo a equação anterior para  $S$ , obtém-se:

$$S(\xi) = S_0 e^{-\xi^2/2c}. \quad (3.32)$$

E retornando para a amplitude de espalhamento dipolo-hádron  $N$ , temos que:

$$N(r_\perp, Y) = 1 - S_0 e^{-\ln^2[r_\perp^2 Q_s^2(Y)]/2c}, \quad (3.33)$$

que é a solução analítica da equação BK na região de saturação e é conhecida como lei de Levin-Tuchin [32].

Recentemente foram feitas correções em próxima ordem dominante (next-to-leading order) para a equação BK [33, 34], utilizando a ressonância de contribuição de  $\alpha_s N_f$  de todas as ordens, onde  $N_f$  é o número de sabores. Tais cálculos permitem estimar correções no acoplamento "running" do kernel da evolução, possibilitando determinar a escala do acoplamento running no kernel.

O cálculo das correções no acoplamento running no kernel da evolução BK foi feito explicitamente nas referências [33, 34], onde os autores incluem correções  $\alpha_s N_f$  no kernel para todas as ordens. A equação BK melhorada é dada em termos do acoplamento running e um termo de subtração, que representa contribuições de acoplamento não-running. Na

descrição proposta por Balitsky [33] a contribuição do termo de subtração é minimizada para grandes energias. Em [35] esta contribuição foi descartada, e a equação BK melhorada foi numericamente substituindo o kernel em ordem dominante na equação (3.1) pelo kernel modificado que inclui correções no acoplamento running e é dada por [33]:

$$K^{Bal}(r, r_1, r_2) = \frac{N_c \alpha_s(r^2)}{2\pi^2} \left[ \frac{r^2}{r_1^2 r_2^2} + \frac{1}{r_1^2} \left( \frac{\alpha_s(r_1^2)}{\alpha_s(r_2^2)} - 1 \right) + \frac{1}{r_2^2} \left( \frac{\alpha_s(r_2^2)}{\alpha_s(r_1^2)} - 1 \right) \right]. \quad (3.34)$$

A partir de um estudo numérico da equação BK melhorada [36], foi confirmado que as correções no acoplamento running levam a um considerável aumento na dimensão anômala e a um abrandamento na rapidez da evolução, o que implica, por exemplo, um crescimento mais lento da escala de saturação com a energia, em contraste com o rápido crescimento previsto pela equação BK em LO [37]. Além disso, a equação BK melhorada tem se mostrado extremamente satisfatória quando utilizada para descrição dos dados de HERA  $ep$  para função de estrutura difrativa e inclusiva do próton, bem como para o espectro hadrônico em colisões  $pp$  e  $dA$  [35, 38, 39].

## 3.2 Modelos Fenomenológicos

Tendo apresentado a equação de evolução não linear (BK), e discutido o formalismo de dipolos, vamos apresentar alguns modelos de seção de choque de dipolo, baseados nas soluções das equações de evolução, e que serão posteriormente abordados. Fazemos uso destes modelos pelo fato deles fornecerem uma abordagem analítica, diferentemente da equação BK, cuja solução é obtida numericamente. De modo geral, usa-se em fenomenologia um modelo para a seção de choque de dipolo. A principal propriedade destes modelos, consiste em interpolar as regiões de pequenas separações transversas (região perturbativa) e as regiões de grande separação transversa (física não-perturbativa). Nas subseções que seguem, discutiremos alguns destes modelos fenomenológicos.

### 3.2.1 Os Modelos GBW e BGBK

Um dos modelos mais simples para seção de choque de dipolo é o modelo fenomenológico de saturação proposto por Golec-Biernat e Wüsthoff (GBW), no qual uma forma paramétrica eikonal é proposta para a seção de choque de dipolo, tendo os parâmetros ajustados através da descrição dos resultados experimentais do DIS. Este modelo interpola o comportamento de transparência de cor  $\sigma_{dip} \sim r^2$  para região de pequeno  $r$ , e o comportamento de confinamento  $\sigma_{dip} \sim \sigma_0$  para grande  $r$  [17]. A forma paramétrica do modelo GBW, consiste numa forma eikonal expressa como [43]:

$$\sigma_{dip}^{GBW}(x, r) = \sigma_0 \left( 1 - e^{-r^2 Q_s^2(x)/4} \right), \quad (3.35)$$

onde  $\sigma_0$  é uma constante e  $Q_s(x)$  denota a dependência em  $x$  da escala de saturação,  $Q_s^2(x) = (x_0/x)^{\lambda_{GBW}} GeV^2$ . Os parâmetros  $\sigma_0 = 23mb$ ,  $\lambda_{GBW} = 0.29$  e  $x_0 = 3 \times 10^{-4}$  foram determinados por um ajuste nos dados de  $F_2$  sem incluir quarks charm. Com a

inclusão da contribuição de quarks charm com massa  $m_c = 1.5\text{GeV}$  no fit, os parâmetros do modelo GBW mudam para  $\sigma_0 = 29\text{mb}$ ,  $\lambda_{GBW} = 0.28$  e  $x_0 = 4 \times 10^{-5}$ . Embora o modelo de dipolos seja teoricamente bem justificado para dipolos de pequeno tamanho, o modelo GBW prova ser uma boa descrição apenas para dados valor de  $Q^2$  médio ( $\sim 30\text{GeV}^2$ ) e baixo  $Q^2$  ( $\sim 0.1\text{GeV}^2$ ). A escala de saturação está intimamente relacionada com a densidade de glúons no plano transversal. O expoente  $\lambda_{GBW}$  determina portanto, o crescimento das seções de choque total e difrativa com o decréscimo de  $x$ . Para tamanhos de dipolos que são grandes comparados a  $1/Q_s$ , a seção de choque de dipolo satura pela aproximação de um valor constante  $\sigma_0$ , que torna-se independente de  $\lambda_{GBW}$ . Isto é um aspecto característico do modelo GBW, que uma boa descrição dos dados seja devido ao efeitos de saturação, isto é, o forte crescimento devido ao fator  $x^{-\lambda_{GBW}}$  é, para grandes dipolos, significativamente reduzido pela exponencial em (3.35).

A suposição da saturação fornece um atrativo teórico para a investigação da transição entre os regimes perturbativo e não-perturbativo nos dados do antigo HERA. Apesar da simplicidade e do êxito do modelo GBW, ele sofre de insuficiências claras. Em particular, ele não traz uma conexão direta com a distribuição de glúons, não considera a evolução DGLAP em suas dependências e prediz um cenário de saturação muito intenso. Todas estas desvantagens tentam ser sanadas no modelo BGBK, proposto por Bartels, Golec-Biernat and Kowalski. O modelo fenomenológico de saturação BGBK é uma versão modificada do modelo GBW, pois inclui explicitamente a evolução QCD, e a seção de choque pode ser escrita como [43],

$$\sigma_{dip}^{BGBK}(x, r) = \sigma_0 \{1 - \exp[-\pi^2 r^2 \alpha_s(\mu^2) x g(x, \mu^2) / (3\sigma_0)]\}. \quad (3.36)$$

A escala  $\mu^2$  foi assumida como sendo

$$\mu^2 = \frac{C}{r^2} + \mu_0^2. \quad (3.37)$$

Na parametrização BGBK, seus autores propuseram a seguinte distribuição de glúons com escala inicial  $Q_0^2 = 1\text{GeV}^2$  [17],

$$xg(x, Q_0^2) = A_g x^{-\lambda_g} (1-x)^{5.6}. \quad (3.38)$$

a qual foi evoluída de acordo com a equação DGLAP (LO) sem quarks.

Existem cinco parâmetros livres ( $\sigma_0, C, \mu_0^2, A_g$  e  $\lambda_g$ ), os quais são determinados por ajuste aos dados das colaborações ZEUS e H1 no DESY-HERA. No processo de ajuste, o parâmetro  $\sigma_0$  é fixado em  $23\text{mb}$ , como no modelo GBW original.

### 3.2.2 Modelo IIM

A evolução DGLAP, que é geralmente usada na análise dos dados de HERA, pode não ser apropriada quando  $x$  aproxima-se da região de saturação. Portanto, Iancu, Itakura e Munier [44], propuseram um novo modelo de saturação, o IIM, válido num intervalo cinemático



onde esperava-se efeitos de alta densidade ( $x \leq 10^{-2}$  e  $Q^2 < 50 GeV^2$ ) e consistente com os dados experimentais de HERA. O limite superior de  $Q^2$  foi escolhido grande o suficiente para incluir um número significativo de pontos de dados "perturbativos", mas pequeno o suficiente para justificar a ênfase na evolução BFKL. Dentro do intervalo cinemático considerado por este modelo foi feito um ajuste razoável para os dados de HERA para  $F_2$  baseado na solução aproximada da equação BK, por isso este modelo também é conhecido como modelo CGC. O ajuste do modelo IIM envolve o mesmo conjunto de parâmetros livres (isto é,  $\sigma_0, x_0$  e  $\lambda$ ) como no modelo de saturação GBW. A necessidade dos dois primeiros parâmetros ( $\sigma_0$  e  $x_0$ ) reflete o fato que, mesmo no início dos cálculos incluindo saturação, alguns aspectos dos cálculos permanecem não-perturbativos: dependência no parâmetro de impacto da amplitude de espalhamento e a condição inicial para baixa energia. O próton é tratado como um disco homogêneo de raio  $R$ . Assim,  $\sigma_{dip}(x, \vec{r}) = \sigma_0 \mathcal{N}(x, \vec{r})$  com  $\sigma_0 \equiv 2\pi R^2$  e  $\mathcal{N}(x, \vec{r})$  dado pela solução da versão homogênea da BK. Dentro da aproximação usada para resolver a equação, a condição inicial é totalmente caracterizada por um parâmetro: o valor  $x_0$  de  $x$  para o qual  $Q_s$  é igual a  $1 GeV$ . O terceiro parâmetro,  $\lambda$ , que controla a dependência em energia da escala de saturação, é conceitualmente diferente, uma vez que isto pode ser calculado em teoria de perturbação, [46], [48]. A função  $\mathcal{N}(Y, \vec{r})$  é construída interpolando entre duas componentes controláveis analiticamente: a solução da equação BFKL para dipolos de pequeno tamanho  $r \ll 1/Q_s(x)$ , e a lei Levin-Tuchin [49] para grandes dipolos,  $r \gg 1/Q_s(x)$ . Embora a qualidade do ajuste não seja muito sensível aos detalhes da interpolação, nem a forma exata da abordagem para o limite  $\mathcal{N} = 1$ , os dados são bastante sensíveis aos detalhes da amplitude de espalhamento para tamanhos menores que  $r \leq 1/Q_s(x)$  e, assim, fornece um teste da dinâmica BFKL.  $\mathcal{N}(Y, \vec{r})$  é obtido via aproximação ponto de sela para a equação BFKL em LO, seguida por uma expansão em segunda ordem em torno do ponto de sela da saturação. O formalismo LO é escolhido por fornecer uma expressão explícita para  $\mathcal{N}(Y, \vec{r})$ , cuja interpretação física é transparente. Porém, para suprir a falta de precisão do formalismo LO para  $Y$  não-assintótico, o expoente de saturação  $\lambda$  é tratado como um parâmetro livre.

Para ambos, acoplamento  $\alpha_s$  fixo ou acoplamento variável  $\alpha_s(Q_s(Y))$ , a solução da BFKL pode ser escrita na forma de Mellin, como [44]:

$$\mathcal{N}(Y, \vec{r}) = \int_c \frac{d\gamma}{2\pi i} (\vec{r}^2, Q_0^2)^\gamma e^{h(Y)\chi(\gamma)} \mathcal{N}_0(\gamma), \quad (3.39)$$

onde  $Q_0$  é uma escala de referência da ordem de  $\Lambda_{QCD}$ , introduzida pelas condições iniciais de baixa energia,  $\chi(\gamma) = 2\psi(1) - \psi(\gamma) - \psi(1 - \gamma)$  com  $\psi(\gamma) = d \ln \Gamma(\gamma) / d\gamma$ ,  $\mathcal{N}_0(\gamma)$  é a transformada de Mellin da condição inicial  $\mathcal{N}(0, \vec{r})$  e a função  $h(Y)$  depende da hipótese sobre o running de  $\alpha_s$ : para acoplamento fixo  $h(Y) = \bar{\alpha}_s Y$  com  $\bar{\alpha}_s = \alpha_s N_c / \pi$ , enquanto para um acoplamento variável  $\alpha_s(Q_s(Y))$ ,  $h(Y)$  é determinado por  $dh/dY = \bar{\alpha}_s(Q_s(Y))$ , com  $h(0) = 0$ . A condição de saturação é escrita como:  $\mathcal{N}(Y, \vec{r}) = \mathcal{N}_0$  para  $r = 1/Q_s(Y)$ , onde  $\mathcal{N}_0$  é um número da ordem de 1, sendo este valor uma questão de convenção. A seção de choque de dipolo usada no ajuste do CGC para o modelo IIM é dada em [44], por:

$$\sigma_{dip}(x, \vec{r}) = 2\pi R^2 \mathcal{N}(rQ_s, Y) \quad (3.40)$$

com

$$\mathcal{N}(rQ_s, Y) = \begin{cases} \mathcal{N}_0 \left( \frac{rQ_s}{2} \right)^{2\left(\gamma_s + \frac{\ln(2/rQ_s)}{\kappa\lambda Y}\right)} & rQ_s \leq 2 \\ 1 - \exp[-A \ln^2(BrQ_s)] & rQ_s > 2 \end{cases} \quad (3.41)$$

onde  $Y = \ln(1/x)$ ,  $\kappa = \chi''(\gamma_s)/\chi'(\gamma_s)$ , sendo  $\chi$  uma função característica da BFKL em LO, a potência  $\gamma_s$  é frequentemente referida como dimensão anômala,  $Q_s \equiv Q_s(x) = (x_0/x)^{\lambda/2} GeV$ , e  $Q_s$  é tomado de tal forma que  $\mathcal{N}(rQ_s, Y) = \mathcal{N}_0$  para  $rQ_s = 2$ . A expressão da segunda linha tem a forma funcional correta para  $rQ_s \gg 2$  (região de saturação), que pode ser obtida resolvendo a equação BK, como já mencionado. Os coeficientes  $A$  e  $B$  são determinados unicamente a partir da condição de  $\mathcal{N}(rQ_s, Y)$  e sua derivada serem contínuos para  $rQ_s = 2$ . Estudos fenomenológicos de produção de mésons vetoriais [50], processos difrativos em HERA [51] e descrição da função de onda longitudinal [52] fizeram uso deste modelo. O modelo IIM pode ser considerado como o limite quântico do CGC por capturar as propriedades básicas da evolução quântica deste formalismo, presentes na equação BK.

### 3.2.3 Modelo bCGC

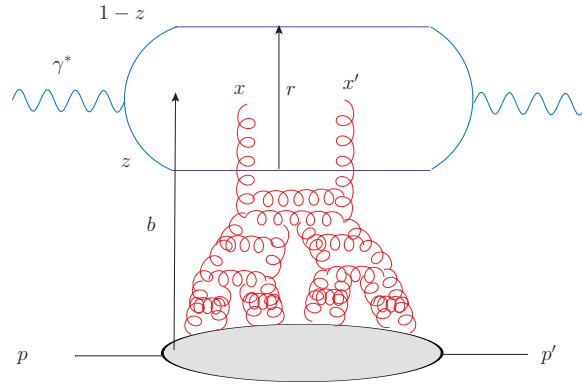
Recentemente o modelo IIM foi modificado pela inserção da dependência no parâmetro de impacto da amplitude de espalhamento, resultando em um modelo usualmente denotado por bCGC. Uma representação esquemática deste modelo é mostrada na Figura 3.2, [45]. Os parâmetros do bCGC foram ajustado para descrever os dados de HERA [53]. Em [43] temos que a amplitude de espalhamento dipolo-próton é dada por:

$$\mathcal{N}^{\text{bCGC}}(x, \vec{r}, \vec{b}) = \begin{cases} \mathcal{N}_0 \left( \frac{rQ_s}{2} \right)^{2\left(\gamma_s + \frac{\ln(2/rQ_s)}{\kappa\lambda Y}\right)} & rQ_s \leq 2 \\ 1 - \exp[-A \ln^2(BrQ_s)] & rQ_s > 2 \end{cases} \quad (3.42)$$

novamente com  $Y = \ln(1/x)$ ,  $\kappa = \chi''(\gamma_s)/\chi'(\gamma_s)$ , sendo  $\chi$  uma função característica da BFKL em LO. Neste modelo, a escala de saturação do próton  $Q_s$  agora depende do parâmetro de impacto:

$$Q_s \equiv Q_s(x, \vec{b}) = \left( \frac{x_0}{x} \right)^{\frac{\lambda}{2}} \left[ \exp \left( - \frac{\vec{b}^2}{2B_{CGC}} \right) \right]^{\frac{1}{2\gamma_s}}. \quad (3.43)$$

O parâmetro  $B_{CGC}$  foi ajustado para dar uma boa descrição da dependência em  $t$  da fotoprodução exclusiva de  $J/\psi$ , é válido ressaltar que o tema fotoprodução será discutido no capítulo seguinte. Além disso, os fatores  $\mathcal{N}_0$  e  $\gamma_s$  foram tomados como parâmetros livres. Desta forma, uma boa descrição dos dados de  $F_2$  foi obtida. O conjunto de parâmetros que está sendo usado neste trabalho é apresentado na segunda linha da tabela II de [53]:  $\gamma_s = 0.46$ ,  $B_{CGC} = 7.5 GeV^{-2}$ ,  $\mathcal{N}_0 = 0.558$ ,  $x_0 = 1.84 \times 10^{-6}$  e  $\lambda = 0.119$ . O modelo bCGC, assim como o modelo IIM, é considerado como o limite quântico do Condensado de Vidros de cor.



**Fig. 3.2:** Representação esquemática do modelo  $bCGC$ .

### 3.2.4 Modelo IP-SAT

A fim de descrever os dados experimentais de HERA de processos exclusivos (produção de mésons vetoriais), Kowalski e Teaney assumiram pressupostos sobre a seção de choque de dipolo e sobre as funções de onda do fóton e mésons vetoriais [54]. Inicialmente consideraram uma forma simples para a seção de choque de dipolo e contrastaram este modelo com outros modelos que surgiram previamente. Eles definiram a função de estrutura de glúons  $xg(x, \mu^2)$  e o fator de forma do próton  $T(b)$  que está incluída na seção de choque de dipolo. A seção de choque total para um dipolo  $q\bar{q}$  pequeno que passa por uma nuvem de glúons é proporcional à área do dipolo, à constante de acoplamento forte, e ao número de glúons na nuvem [54]

$$\sigma_{q\bar{q}} = \frac{\pi^2}{N_c} r^2 \alpha_s(\mu^2) xg(x, \mu^2) \rho(b, z) dz. \quad (3.44)$$

onde  $\rho$  denota a densidade de glúons no próton, sendo normalizada a 1:

$$\int d^2b dz \rho(b, z) = 1. \quad (3.45)$$

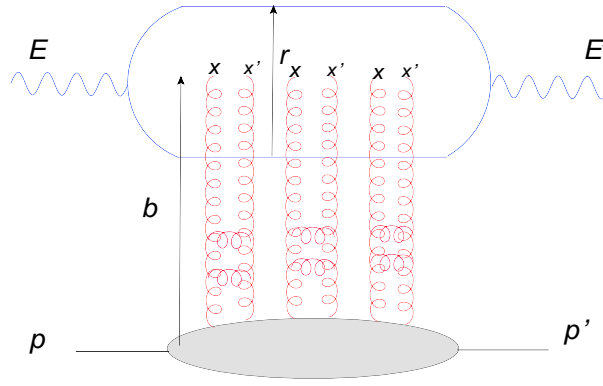
Tomando a exponencial deste resultado, obtém-se que a probabilidade do dipolo não sofrer interações inelásticas passando por todo o próton é  $|S(b)|^2$ ,

$$|S(b)|^2 = \exp\left(-\frac{\pi^2}{N_c} r^2 \alpha_s(\mu^2) xg(x, \mu^2) T(b)\right). \quad (3.46)$$

Na expressão acima,  $T(b)$  é a função espessura,

$$T(b) = \int_{-\infty}^{\infty} dz \rho(b, z). \quad (3.47)$$

Para obter a seção de choque para um dado parâmetro de impacto, assume-se que o elemento de matriz  $S$  é predominantemente real. Assim, a seção de choque para um dado



**Fig. 3.3:** Representação esquemática do modelo IP-SAT.

parâmetro de impacto  $b$ , conhecida como seção de choque de dipolo Glauber-Mueller, é dada por

$$\frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2b} \equiv 2[1 - \text{Re}S(b)] = 2\mathcal{N}(x, r, b) \quad (3.48)$$

ou ainda:

$$\frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2b} = 2 \left[ 1 - \exp \left( - \frac{\pi^2}{2N_c} r^2 \alpha_s(\mu^2) x g(x, \mu^2) T(b) \right) \right]. \quad (3.49)$$

Assim, a amplitude de espalhamento para este modelo é escrita da forma:

$$\mathcal{N}(x, r, b) = 2 \left[ 1 - \exp \left( - \frac{\pi^2}{2N_c} r^2 \alpha_s(\mu^2) x g(x, \mu^2) T(b) \right) \right], \quad (3.50)$$

onde  $\mu^2$  está relacionado com o tamanho do dipolo  $r$  por  $\mu^2 = 4/r^2 + \mu_0^2$ . Este modelo é conhecido como IP-SAT (impact parameter - saturation) ou ainda b-SAT e está ilustrado na Figura 3.3.

A densidade de glúons,  $xg(x, \mu^2)$ , é evoluída a partir da escala  $\mu_0^2$  até  $\mu^2$  usando a evolução DGLAP em LO sem quarks [43]:

$$\frac{\partial xg(x, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \frac{\partial_s(\mu^2)}{2\pi} \int_x^1 dz P_{gg}(z) \frac{x}{z} g\left(\frac{x}{z}, \mu^2\right). \quad (3.51)$$

A densidade inicial de glúons para escala  $\mu_0^2$  é dada na forma

$$xg(x, \mu_0^2) = A_g x^{-\lambda_g} (1-x)^{5.6}. \quad (3.52)$$

Os valores dos parâmetros  $\mu_0^2$ ,  $A_g$  e  $\lambda_g$  são determinados a partir dos ajustes dos dados de  $F_2$ . Para quarks leves, a densidade de glúons é avaliada para  $x = x_B$  (variável de Bjorken  $x$ ), com quarks charm,  $x = x_B(1 + 4m_c^2/Q^2)$ . A contribuição do quark bottom é omitida. A fórmula LO para acoplamento forte  $\alpha_s(\mu^2)$  running é usada, com sabores fixos e  $\Lambda_{QCD} = 0.2 \text{ GeV}$ . Vale lembrar que  $T(b)$  é primeiramente considerada com uma forma Gaussiana:

$$T_G(b) = \frac{1}{2\pi B_G} e^{-(b^2/2B_G)}, \quad (3.53)$$

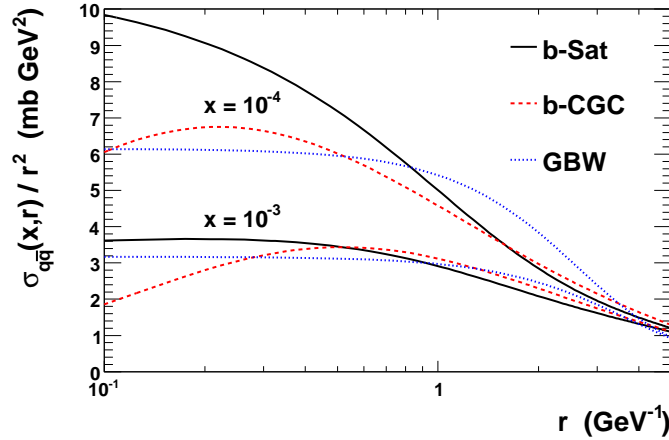


Fig. 3.4: Seção de choque de dipolo dividida por  $r^2$  [45].

onde  $B_G$  é um parâmetro livre fixo pelo ajuste na seção de choque diferencial  $d\sigma/dt$  para produção exclusiva de mésons.

O conjunto de parâmetros usado em nossos cálculos está presente na primeira linha da Tabela III de [53]:  $\mu_0^2 = 1.17\text{GeV}^2$ ,  $A_g = 2.55$ ,  $\lambda_g = 0.020$  e  $B_G = 4\text{GeV}^{-2}$ . O modelo IP-SAT é considerado um modelo fenomenológico para o limite clássico do Condensado de Vidros de Cor, pois considera as interações entre diferentes escadas gluônicas.

A figura 3.4 mostra diferentes curvas representando os diferentes modelos já discutidos para a seção de choque de dipolo dividida por  $r^2$  [45].

## Conclusão

Neste capítulo investigamos as diferentes análises, para região de saturação, presentes na literatura e três diferentes modelos fenomenológicos baseados no condensado de vidros de cor (CGC) que descrevem satisfatoriamente dados de experimentos (HERA). Os dois primeiros modelos IIM e bCGC diferem entre si, basicamente pela presença do parâmetro de impacto no modelo bCGC, estes dois modelos tomam uma abordagem quântica do formalismo CGC. O terceiro modelo IP-SAT trata-se de uma abordagem clássica do CGC.

No próximo capítulo aplicaremos os diferentes modelos estudados para descrever a produção de quarks pesados.

## Capítulo 4

# Fotoprodução de Quarks Pesados

## Introdução

Neste capítulo investigamos a fotoprodução de quarks pesados em interações ultraperiféricas através de modelos fenomenológicos de saturação, baseados no condensado de vidros de cor. Estes modelos descrevem satisfatoriamente os dados do colisor HERA para observáveis inclusivos e exclusivos. Desse modo, iniciamos nossa discussão tratando da fotoprodução de quarks pesados em HERA ( $ep$ ). Abordamos o conceito de fluxo de fótons equivalentes, para descrever interações ultraperiféricas, bem como a fotoprodução de quarks pesados em colisões hádron-hádron, enfatizando a sensibilidade da seção de choque e da distribuição de rapidez no comportamento com a energia da distribuição de glúons. Demonstramos que o estudo da fotoprodução de quarks pesados através dos modelos pode ser usado para discriminar entre as versões clássica e quântica do formalismo CGC. Os resultados apresentados neste trabalho foram publicados na Ref. [1] e divulgados no Light-Cone 2009 [2], no XXX Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos (2009), no XI Encontro de Pós Graduação da UFPel, no Hadron Physics (2010) [3] e no XII Encontro de Pós Graduação da UFPel (2010).

## 4.1 Fotoprodução de quarks pesados em HERA

Fotoprodução de quarks pesados é um importante campo de teste para a Cromodinâmica Quântica (QCD), porque cálculos da QCD são confiáveis se uma escala dura se faz presente no processo. Na produção de quarks pesados a escala dura é fornecida pela massa do quark. Além disso, a produção de quarks pesados pode dar acesso direto à densidade de glúons no próton, pois em fotoprodução  $ep$ , por exemplo, um fóton advindo de um elétron gera um par quark-antiquark, o qual interage com o próton através troca de glúons. Várias técnicas experimentais são usadas para selecionar eventos com charm e bottom, objetos de estudo desta dissertação. Os resultados encontrados devem ser compatíveis com predições da QCD perturbativa (pQCD).

No regime do DIS, todas as aproximações assumem que  $Q^2$  e a massa  $m_Q$  do quark pesado fornecem uma escala dura o suficiente para garantir a aplicabilidade da pQCD, bem como a validade do teorema de fatorização, discutido no capítulo anterior. No regime de fotoprodução a escala dura é dada pelo momentum transversal do quark pesado  $p_{t,Q}$  e/ou  $m_Q$ . No regime de número de sabores fixos,  $u$ ,  $d$  e  $s$  são somente sabores ativos nas funções

de estrutura do próton e fóton. Este regime é esperado ser bem descrito nas regiões onde  $p_{t,Q}^2 \sim m_Q^2$  (se no regime de fotoprodução) ou onde  $Q^2 \sim m_Q^2$  (se no regime do DIS). Para grande momento transverso ou  $Q^2$ , cálculos baseados neste regime podem falhar devido a grande logaritmos  $\sim \ln(p_{t,Q}^2/m_Q^2)$  ( $\sim \ln(Q^2/m_Q^2)$ ). Neste caso, o regime "sem massa" seria aplicável. Isto é, charm e bottom são considerados como sabores ativos nas funções de estrutura do próton e fóton e são fragmentados de partons sem massa e, hádrons massivos depois do processo duro. Existem cálculos que tratam corretamente de quarks pesados para todo  $Q^2$ . Assim, para pequeno  $Q^2$ , um quark pesado é produzido dinamicamente no processo de fusão bóson-glúon, enquanto que, para grande  $Q^2$  densidades partônicas de quarks pesados são introduzidas. Esta transição entre os dois extremos é tratada de diferentes formas por diferentes autores [71].

No caso de uma interação fóton-hádron a altas energias (pequeno  $x$ ), esta é descrita usualmente no sistema de momento infinito do hádron em termos do espalhamento do fóton por um mar de quarks, que é tipicamente emitido por um glúon com pequeno  $x$  do próton. Entretanto, para descrever interações inclusiva e difrativa e desvendar a dinâmica de pequeno  $x$  da função de onda do hádron, é mais adequado considerar o espalhamento fóton-hádron no sistema de dipolo, no qual a energia é carregada pelo hádron e o fóton tem sua energia dissociada em um par quark-antiquark após o espalhamento. Em particular, na representação de dipolos, a seção de choque para fotoprodução de quarks pesados [ $\gamma p \rightarrow Q\bar{Q}X$ ] inclusiva é dada por [1]:

$$\sigma_{tot}(\gamma p \rightarrow Q\bar{Q}X) = 2 \int d^2\vec{b} \int d^2\vec{r} \int dz \Psi_\gamma^*(\vec{r}, z) \mathcal{N}(x, \vec{r}, \vec{b}) \Psi_\gamma(\vec{r}, z) \quad (4.1)$$

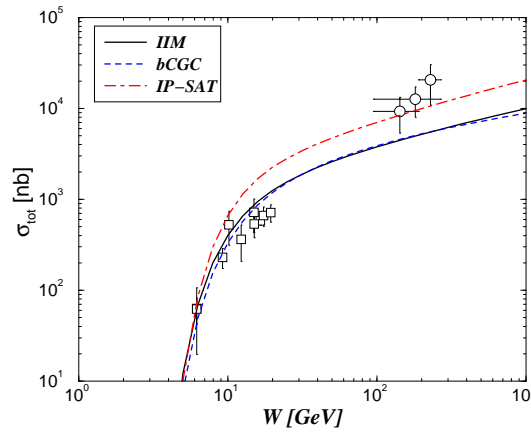
E a seção de choque difrativa para o processo  $\gamma p \rightarrow Q\bar{Q}p$  é dada por:

$$\sigma_{tot}^D(\gamma p \rightarrow q\bar{q}p) = \int d^2\vec{b} \int d^2\vec{r} \int dz \Psi_\gamma^*(\vec{r}, z) \mathcal{N}^2(x, \vec{r}, \vec{b}) \Psi_\gamma(\vec{r}, z) \quad (4.2)$$

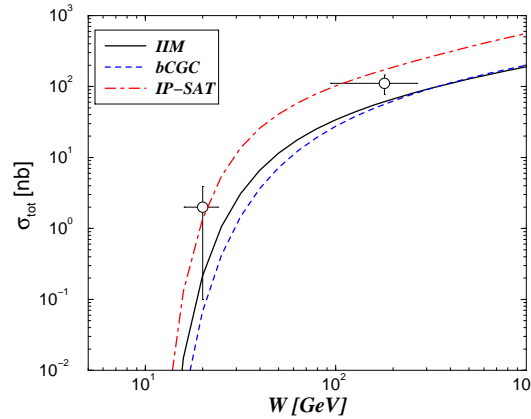
Nas equações (4.1) e (4.2) a variável  $\vec{r}$  define a separação transversa relativa do par (dipolo),  $z(1-z)$  é a fração de momentum longitudinal do quark (antiquark) e a função de onda  $\Psi_\gamma(\vec{r}, z)$  é a função de onda do cone do luz para fótons polarizados transversalmente, que dependem, neste trabalho, da carga ( $e_Q$ ) e da massa ( $m_Q$ ) do quark pesado, sendo dada por:

$$|\Psi_\gamma|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{4\pi^2} e_Q^2 \{ [z^2 + (1-z)^2] m_Q^2 K_1^2(m_Q \vec{r}) + m_Q^2 K_0^2(m_Q \vec{r}) \}. \quad (4.3)$$

A função  $\mathcal{N}(x, \vec{r}, \vec{b})$  é a amplitude de espalhamento para um dipolo de tamanho  $\vec{r}$  e parâmetro de impacto  $b$  que engloba toda informação sobre o espalhamento hadrônico, e assim, sobre os efeitos não linear e quântico na função de onda do hádron [69]. Isto pode ser obtido pela inserção da equação de evolução BK, vista no capítulo 3. Porém, são necessárias várias melhorias para que se possa aplicar a solução ao cálculo dos observáveis. Em particular, é preciso incluir correções de ordem mais alta na equação de evolução e analisar uma performance global de todos os dados para pequeno  $x$ . Este é um trabalho em aberto. À princípio,



**Fig. 4.1:** Seção de choque para fotoprodução de charm. As medidas experimentais são de DESY-HERA.

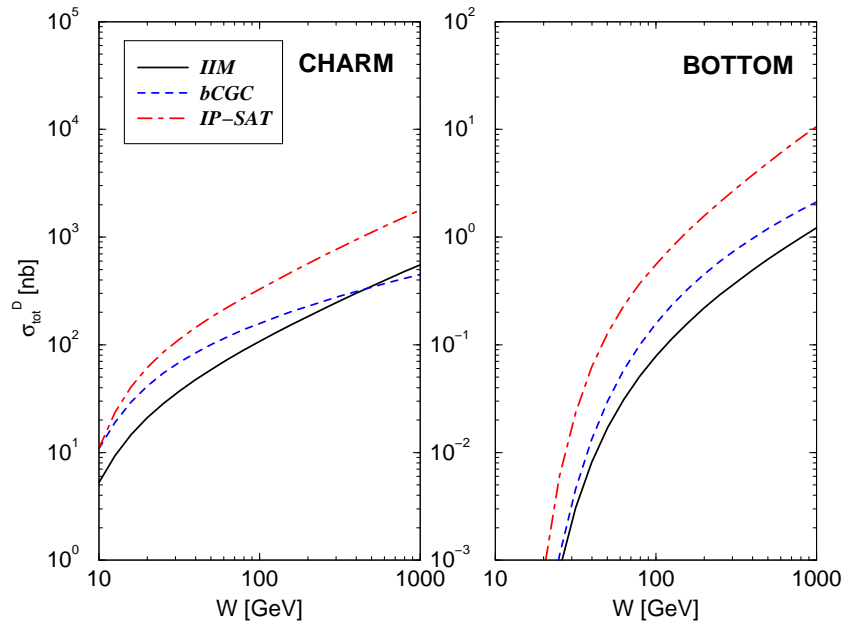


**Fig. 4.2:** Seção de choque para fotoprodução de bottom. As medidas experimentais são de DESY-HERA.

utilizam-se modelos fenomenológicos para  $\mathcal{N}$  que capturem propriedades mais essenciais da solução, tais como os modelos trabalhados anteriormente. Com base no que foi discutido até o momento e de acordo com os modelos apresentados no capítulo 3 (IIM, bCGC e IP-SAT), nas Figuras 4.1 e 4.2 mostramos [1] resultados numéricos para fotoprodução inclusiva de quarks pesados com os dados experimentais de DESY-HERA [70].

Em todos os cálculos usamos as mesmas massas de quarks  $m_c = 1.4\text{GeV}$  e  $m_b = 4.5\text{GeV}$ . Para descrever a região limite  $W \rightarrow 2m_Q$ , multiplicamos a seção de choque por um fator  $(1-x)^7$ , seguindo estudos apresentados na referência [72]. No caso de charm, Figura 4.1, as previsões IIM e bCGC são quase idênticas em toda faixa cinemática. Em contraste, as previsões para estes dois modelos diferem para produção de bottom para pequena energia. As previsões IP-SAT são aproximadamente um fator de dois maiores que as previsões IIM e bCGC. Temos que os modelos IIM e bCGC subestimam os dados experimentais para produção de charm a altas energias, produzindo uma descrição razoável da região limite (baixas energias:  $W \leq 20\text{GeV}$ ). Em contraste, o modelo IP-SAT descreve a região de altas energias, mas subestima a região de baixas energias. Para o caso do bottom, o valor





**Fig. 4.3:** Dependência em energia da seção de choque difrativa para produção de charm (figura esquerda) e bottom (figura direita) para modelos fenomenológicos distintos [1].

de  $x$  que determina a magnitude da escala de saturação não é suficientemente pequena, o que implica na seção de choque ser determinada pela região linear da amplitude de espalhamento. Os três modelos dão uma descrição razoável dos escassos dados experimentais. Infelizmente a precisão atual e a estatística das medidas experimentais da seção de choque de fotoprodução são pequenas para formular conclusões definitivas sobre a consistência dos modelos de saturação apresentados neste trabalho. Medidas mais precisas podem ser postas sob restrições mais rigorosas com relação à energia e a normalização total. Podemos notar que os cálculos presentes referem-se apenas a contribuição direta do fóton à seção de choque, considerando que a componente resolvida foi suprimida.

A Figura 4.3 apresenta previsões para fotoprodução difrativa de quarks pesados. Em comparação ao caso inclusivo, as seções de choque difrativa são aproximadamente um fator de 30 menores. O principal aspecto é que a diferença entre modelos de saturação é ampliada, já que é diretamente associada a dependência quadrática da seção de choque na amplitude de espalhamento. Isto implica que o estudo experimental destes observáveis pode ser útil para determinar a dinâmica QCD para altas energias. Até o momento não existem dados experimentais.

## 4.2 Fotoprodução em Colisões hádron-hádron

Colisões hádron-hádron podem ser utilizadas para o estudo de interações fóton-hádron (fotoprodução). Particularmente, processos de fotoprodução nos quais uma escala perturbativa esteja presente despertam interesse, o que justifica o tratamento teórico do processo via QCD perturbativa. Podemos citar como exemplos de processos perturbativos a fotoprodução de

quarks pesados ( $c\bar{c}$ ,  $b\bar{b}$ ) e de quarkonium ( $J/\Psi$ ,  $\Upsilon$ ). No presente trabalho, trataremos da fotoprodução de quarks pesados, tendo sido também objeto de estudo de nosso grupo a fotoprodução de mésons [58, 62].

### 4.2.1 Fluxo de Fótons Equivalentes

Em 1924, Enrico Fermi, submeteu o paper "On the Theory of Collisions Between Atoms and Elastically Charged Particles", no qual derivou um método conhecido como *Método dos fótons equivalentes (virtuais)*, onde tratou os campos eletromagnéticos de uma partícula carregada como um fluxo de fótons virtuais. Dez anos mais tarde, Weiszäcker e Williams estenderam esta aproximação de modo a incluir partículas ultra-relativísticas, e o método ficou conhecido como *Método Wizaäcker-Williams*, [57]. Este método nos permite determinar o espectro de radiação equivalente e, a partir daí, podemos calcular os efeitos de interação do alvo com os fótons virtuais. Este método também é conhecido como *aproximação dos fótons equivalentes* ou ainda *método dos quanta virtuais*.

De forma resumida [56], pode-se dizer que, dado um processo  $A$ , devido à interação eletromagnética de uma partícula com o alvo, podemos obter a seção de choque  $\sigma_A$  para o processo a partir da seção de choque de fotoprodução por fótons livres,  $\sigma_\gamma$ , via método W.W. O procedimento consiste em, uma vez conhecida a seção de choque de fotoprodução e a densidade de fótons virtuais equivalentes, basta integrá-la sobre todo o espectro de fótons equivalentes.

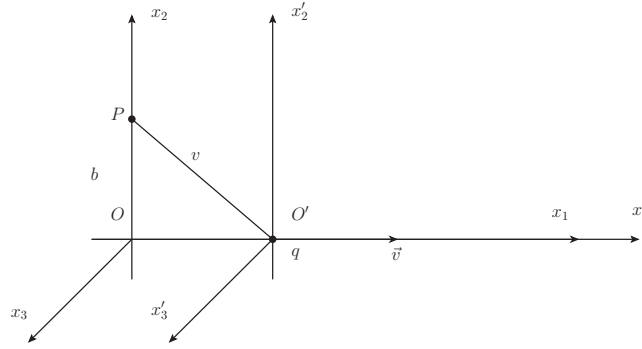
Analisemos como se transformam as componentes dos campos eletromagnéticos, segundo uma transformação de Lorentz, considerando o movimento dos sistemas inerciais paralelo ao eixo  $x_1$ . Neste caso, as componentes são dadas na forma:

$$\begin{aligned}
 E'_1 &= E_1 & B'_1 &= B_1 \\
 E'_2 &= \gamma[E_2 - \beta B_3] & B'_2 &= \gamma[B_2 + \beta E_3] \\
 E'_3 &= \gamma[E_3 - \beta B_2] & B'_3 &= \gamma[B_3 - \beta E_2]
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

As transformadas inversas de (4.4) são obtidas trocando-se as quantidades com linha e sem linha e fazendo  $\beta \rightarrow -\beta$ , ou seja,

$$\begin{aligned}
 E_1 &= E'_1 & B_1 &= B'_1 \\
 E_2 &= \gamma[E'_2 + \beta B'_3] & B_2 &= \gamma[B'_2 - \beta E'_3] \\
 E_3 &= \gamma[E'_3 + \beta B'_2] & B_3 &= \gamma[B'_3 + \beta E'_2]
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Agora obteremos a partir dos campos elétrico e magnético no referencial da partícula, os valores correspondentes em um referencial inercial  $O$  que se desloca em relação referencial de repouso  $O'$  da partícula. Consideremos uma carga  $q$  que se move com velocidade  $\vec{v}$  constante e paralela ao eixo  $x_1$ , como mostra a Figura 4.4. No referencial de repouso da



**Fig. 4.4:** Partícula com carga  $q$  se movendo com velocidade  $\vec{v}$  em relação ao eixo  $x_1$ .

partícula, referencial com linha, os campos elétrico e magnético são:

$$\begin{aligned} \vec{B}' &= 0 \quad \text{ou} \quad B'_1 = B'_2 = B'_3 = 0 \\ \vec{E}' &= \frac{-q\vec{r}'}{(r')^3} \quad \text{ou} \quad E_1 = \frac{-qv't'}{(r')^3}; \quad E_2 = \frac{qb}{(r')^3}; \quad E'_3 = 0 \end{aligned}$$

A distância  $r' = \sqrt{b^2 + (vt')^2}$  deve ser expressa em termos das coordenadas de R. Pela transformação de Lorentz para o tempo, temos:

$$t' = \gamma \left[ t - \frac{\beta}{c} x_1 \right] = \gamma t$$

pois a coordenada  $x_1$  do ponto  $P$  em  $R$  é nula.

Desta forma, obtemos,

$$B'_1 = B'_2 = B'_3 = 0$$

e

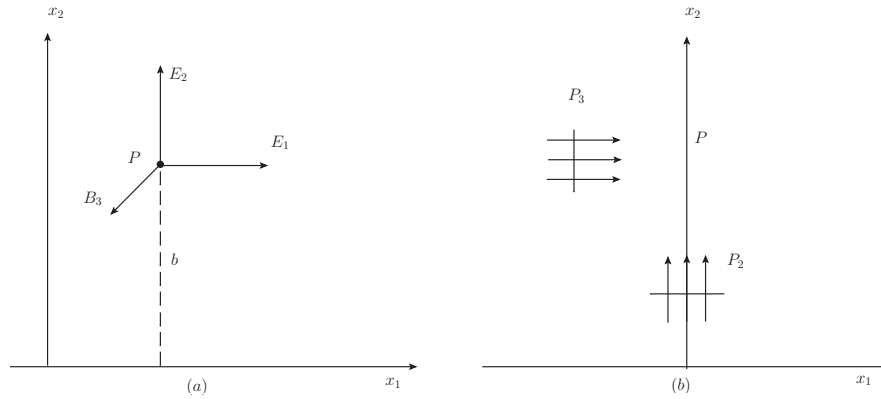
$$E'_1 = \frac{-q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}; \quad E'_2 = \frac{qb}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}; \quad E'_3 = 0 \quad (4.6)$$

e, usando as transformações (4.4), encontramos:

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{-q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} \\ E_2 &= \gamma E'_2 = \frac{\gamma qb}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} \\ E_3 &= \gamma \beta E'_2 = \beta E_2 \end{aligned} \quad (4.7)$$

sendo nulas as demais componentes.

No limite  $\beta \approx 1$ , um observador no ponto  $P$  não consegue distinguir o campo criado pela partícula em movimento e o campo de um pulso de radiação plana polarizada que se



**Fig. 4.5:** (a) Campo gerado pelo movimento da partícula. (b) Pulso de radiação equivalente.

propaga na mesma direção da partícula, Figura 4.5(a). Isto é, os campos  $E_2(t)$  e  $B_3(t)$  são equivalentes a um pulso de radiação plana polarizada  $P_1$  que se desloca na direção  $x_1$ , Figura 4.5(b). No entanto, um pulso  $P_2$ , que se desloca segundo a direção  $x_2$ , não reproduz exatamente um pulso criado por  $E_1(t)$ , pois não existe nenhuma componente magnética associada a  $E_1(t)$ . Para que os pulsos  $P_1$  e  $P_2$  produzam efeitos equivalentes àqueles produzidos pela partícula, a reação sobre a partícula em movimento deve ser pequena, de modo a podermos considerá-la como centro de um campo coulombiano que descreve uma trajetória retilínea. Assim, o campo eletromagnético da partícula torna-se equivalente à superposição de dois pulsos de radiação  $P_1$  e  $P_2$ . E para determinarmos o espectro de radiação equivalente, utilizaremos a distribuição de energia por unidade de área e por intervalo unitário de frequência - o espectro de frequência  $I(\omega, b)$  - dos pulsos  $P_1$  e  $P_2$ , cujos campos são dados pelas equações 4.4. Da Eletrodinâmica Clássica, teremos que [56]:

$$I_1(\omega, b) = \frac{c}{2\pi} |E_2(\omega)|^2 \quad (4.8)$$

$$I_2(\omega, b) = \frac{c}{2\pi} |E_1(\omega)|^2 \quad (4.9)$$

sendo  $E_2(\omega)$  e  $E_1(\omega)$  as transformadas de Fourier dos campos  $E_2(t)$  e  $E_1(t)$ .

Vimos que, em princípio, o método de W.W. estabelece uma relação entre os efeitos de colisão de uma partícula carregada com um certo sistema e os efeitos produzidos por uma **radiação equivalente** e o mesmo sistema. Podemos associar a cada frequência  $\nu$  do espectro do campo criado pela partícula, um fóton de energia  $h\nu$ . Neste sentido, vemos que o princípio básico deste método é substituir a partícula por um espectro de fótons virtuais e calcular os efeitos desta radiação equivalente sobre o sistema. Por isso, o método de W.W. é também conhecido como *método dos fótons virtuais* ou ainda *método dos quanta equivalentes*.

A partir do conhecimento da distribuição de intensidade de fótons é possível determinar a probabilidade de excitação de um processo eletromagnético em uma colisão periférica de

prótons em termos da seção de choque relativa ao mesmo processo induzido por fótons [58],

$$P(b) = \int I(\omega, b) \sigma_\gamma d(\hbar\omega) = \int N(\omega, b) \sigma_\gamma(\omega) \frac{d\omega}{\omega}, \quad (4.10)$$

onde  $I(\omega, b) = I_1(\omega, b) + I_2(\omega, b)$ ,  $\sigma_\gamma$  é a seção de choque de fotoprodução, sendo a energia do fóton  $E_\gamma = \hbar\omega$  e  $N(\omega)$  é o número de fótons virtuais por unidade de energia. A expressão para  $N(\omega)$  pode ser obtida a partir das equações (4.8) e (4.9):

$$N(\omega, b) = \frac{Z_1^2 \alpha}{\pi^2} \left( \frac{\omega}{\gamma v} \right)^2 \left( \frac{c}{v} \right)^2 \left[ K_1^2(x) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2(x) \right], \quad (4.11)$$

onde  $x = \omega b / \gamma v$ ,  $K_0$  e  $K_1$  são funções de Bessel modificadas e  $\alpha = e^2 / \hbar c$ . O primeiro termo da equação 4.11 representa o número de fótons do pulso  $P_1$  e o segundo o número de fótons do pulso  $P_2$ , o qual torna-se desprezível quando  $\gamma \gg 1$ . É possível constatar que a função de distribuição de fótons equivalentes é significativamente diferente de zero para valores de  $x$  a 1. A condição  $x = 1$  consiste no limite de energia dos fótons, o que leva, no caso de uma colisão com parâmetro de impacto  $b$ , a energia máxima dos fótons como sendo:

$$k_\gamma^{max} = \frac{\gamma \hbar c}{b}. \quad (4.12)$$

Esta expressão representa um corte de energia, ou seja, em uma colisão periférica somente estados com energia igual ou inferior a este limite podem ser excitados. Para  $\gamma \simeq 100$ , por exemplo, ocorre a produção de pares de léptons, mésons e estados hadrônicos de ressonâncias exóticas.

A seção de choque de excitação pode ser obtida integrando a equação (4.10) sobre o parâmetro de impacto no intervalo  $b = R$  e  $b = \infty$ . O valor de  $R$  depende do processo considerado. No caso de uma colisão periférica de íons com excitação coulombiana do núcleo,  $R = R_1 + R_2$ , onde  $R_1$  e  $R_2$  são os raios dos dois núcleos interagentes. Deste modo, a seção de choque de fotoprodução sobre todo o espectro dos fótons equivalentes será dada por:

$$\sigma = \int_R^\infty 2\pi b P(b) db = \int n(\omega) \sigma_\gamma(\omega) \frac{d\omega}{\omega}, \quad (4.13)$$

onde

$$n(\omega) = \int_R^\infty 2\pi b N(\omega, b) db = \frac{2}{\pi} Z_1^2 \alpha \left( \frac{c}{v} \right)^2 \left[ \xi K_0 K_1 - \frac{v^2 \xi^2}{2c^2} (K_1^2 - K_0^2) \right] \quad (4.14)$$

é a função de distribuição total de fótons equivalentes com frequência  $\omega$ . As funções de Bessel modificadas são, agora, funções do parâmetro  $\xi = \omega R / \gamma v$ . Para  $\gamma \gg 1$ , exceto no caso de frequências muito baixas, tais que  $\omega R / c \ll 1$ , podemos escrever 4.14, como:

$$n(\omega) = \frac{1}{\pi} Z_1^2 \alpha \ln \left[ \left( \frac{\delta}{\xi} \right)^2 + 1 \right] \simeq \frac{2}{\pi} Z_1^2 \alpha \ln \left( \frac{\delta}{\xi} \right), \quad (4.15)$$

sendo  $\delta = 0,681\dots$ , é um número associado a constante de Euler. Este resultado mostra que a seção de choque de excitação de um dado processo tende a aumentar logarithmicamente com  $\gamma$ .

Para um objeto extenso, tal como o próton ou um núcleo, o espectro de energia pode ser calculado por [55]:

$$f(x) = \frac{dn_\gamma}{dx} = \frac{\alpha Z^2}{\pi} \frac{1-x+1/2x^2}{x} \int_{Q_{min}^2}^{\infty} \frac{Q^2 - Q_{min}^2}{Q^4} |F(Q^2)|^2 dQ^2. \quad (4.16)$$

Na equação anterior,  $Q^2$  é o 4-momentum transferido do projétil, com fator de forma  $F(Q^2)$ , e  $\alpha$  é a constante de estrutura fina. Consideramos unidades em que  $\hbar = c = 1$ . O momentum transferido mínimo,  $Q_{min}^2$ , é uma função de  $x$  e trata-se de uma boa aproximação dada por  $Q_{min}^2 = (xM_A)^2/(1-x)$ , onde  $M_A$  é a massa da partícula incidente. O espectro de fótons equivalentes de prótons com alta energia foi calculado por Drees e Zeppenfeld [59]. Usando o fator de forma do dipolo elétrico  $F_E(Q^2) = 1/(1+Q^2/0.71GeV^2)^2$ , eles encontraram:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{1-x+1/2x^2}{x} \left[ \ln(A) - \frac{11}{6} + \frac{3}{A} - \frac{3}{2A^2} + \frac{1}{3A^3} \right] \quad (4.17)$$

onde  $A = 1 + (0.71GeV^2)/Q_{min}^2$ . Este resultado pode ser derivado da equação (4.16), desprezando o segundo termo contendo  $Q_{min}^2$  dentro da integral, isto é, fazendo a aproximação  $Q^2 - Q_{min}^2/Q^4 \approx 1/Q^2$ . Se incluirmos este termo,  $f(x)$  terá a seguinte forma [55]:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{1-x+1/2x^2}{x} \left[ \frac{A+3}{A-1} \ln(A) - \frac{17}{6} - \frac{4}{3A} + \frac{1}{6A^2} \right]. \quad (4.18)$$

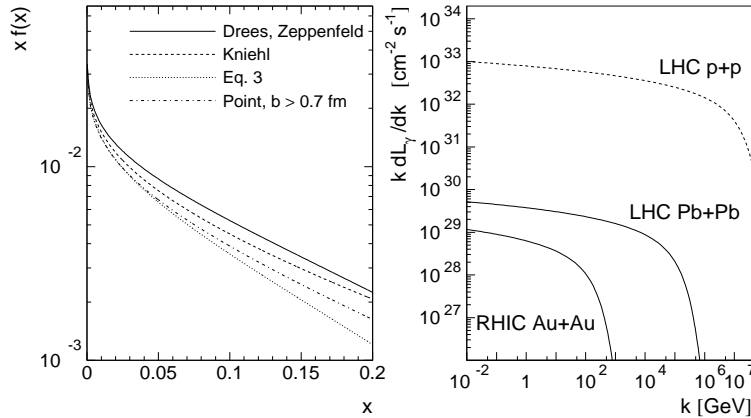
A equação (4.16) pode, a princípio ser usada também para o espectro de íons pesados relativísticos, com um fator de forma apropriado. Para uma colisão entre dois íons pesados é mais apropriado calcular o espectro de fótons equivalentes como uma função do parâmetro de impacto. A vantagem é que nesta representação a contribuição de interações nas quais os íons interagem hadronicamente pode ser excluída.

O espectro de energia dos fótons produzidos por uma partícula pontual que passa por um alvo com um parâmetro de impacto mínimo  $b_{min}$ , pode ser calculado analiticamente e é encontrado em [61]:

$$f(x) = \frac{\alpha Z^2}{\pi} \frac{1}{x} \left\{ 2Y K_0(Y) K_1(Y) - Y^2 [K_1^2(Y) - K_0(Y)] \right\}, \quad (4.19)$$

onde  $K_0$  e  $K_1$  são funções de Bessel modificadas e  $Y = xM_A b_{min}$ .

O espectro de diferentes fótons de prótons de alta energia discutidos acima são mostrados na Figura 4.6 (esquerda), sendo que a referida equação 3 da Figura corresponde à equação (4.18) deste texto. A inclusão do fator  $(Q^2 - Q_{min}^2)/Q^2$  na integral da equação (4.16) leva a uma redução no fluxo de fótons comparada com ao resultado de Drees e Zeppenfeld. Incluindo o efeito do momento magnético do próton (Kniehl, [60]) temos um fluxo de fótons maior que o da equação (4.18), mas menor que o encontrado por Drees e Zeppenfeld. A diferença entre as várias abordagens são maiores para grandes valores de  $x$  [55]. Para  $x = 0.05$ , as equações 4.17 e 4.18 diferem cerca de 15% dos dados de Kniehl; para  $x = 0.01$  a



**Fig. 4.6:** Comparação de diferentes cálculos do espectro de fótons equivalentes para prótons de alta energia;  $x$  é a fração de energia do próton portada pelo fóton. Direita: Luminosidade de fótons equivalentes em colisões próton-próton e núcleo-núcleo no RHIC e LHC;  $k$  é a energia do fóton no referencial de repouso do alvo [55].

diferença é de cerca de 8%. Todas as três aproximações dão resultados muito semelhantes ao de uma carga pontual com parâmetro de impacto  $b_{min} = 0.7 fm$  (curva pontilhada da Figura 4.6). É importante lembrar que os espectros citados acima são referem-se a um único próton. Em uma colisão próton-próton ( $p + p$ ), o fluxo efetivo de fótons pode ser reduzido se ambos os prótons permanecem intactos e não interagem hadronicamente. Isso introduz um grau de incerteza no espectro de fótons. O espectro do fóton pode ser convertido em luminosidade de fótons equivalentes multiplicando  $f(x)$  pela luminosidade do feixe correspondente,  $\mathcal{L}$ . O resultado para interações  $Au + Au$  no RHIC e interações  $Pb + Pb$  e  $p + p$  no LHC são mostradas na Figura 4.6 (direita). Comparando as luminosidades do fóton em  $Pb + Pb$  e  $p + p$ , é possível ver que, para fótons de baixa energia, a luminosidade em  $p + p$  é maior que em  $Pb + Pb$  por um fator  $\mathcal{L}_{pp}/(Z^2 \mathcal{L}_{PbPb})$ . O espectro do fóton, além disso, estende-se para energias maiores em  $p + p$  devido a alta energia do feixe ( $\sqrt{s} = 14 TeV$  vs.  $5.5 TeV$  para o LHC) e maior momentum transferido, [55]. As luminosidades do fóton na Figura 4.6 foram calculadas a partir da equação (4.19) com parâmetros de impacto mínimos de  $b_{min} = 0.7 fm$  (pp),  $14.0 fm$  (AuAu) e  $14.2 fm$  (PbPb).

## 4.2.2 Fotoprodução de Quarks Pesados no LHC

O trabalho desta dissertação, em particular, trata da fotoprodução de quarks pesados (charm e bottom), sendo a seção de choque de fotoprodução em uma colisão próton-próton dada por:

$$\sigma_{p+p \rightarrow p+Q\bar{Q}+Y} = 2 \int_0^\infty n(\omega) \sigma_{\gamma p \rightarrow Q\bar{Q}+Y}(W_{\gamma p}^2 = 2\omega\sqrt{S_{NN}}) d\omega, \quad (4.20)$$

onde  $\omega$  é a energia do fóton no sistema centro de massa (c.m.s),  $W_{\gamma p}$  é a energia de centro de massa  $\gamma p$  e  $\sqrt{S_{NN}}$  denota a energia de centro de massa do sistema  $pp$ . O estado final  $Y$

pode ser um estado hadrônico gerado pela fragmentação de um próton colidindo (produção inclusiva) ou um próton (produção difrativa). O espectro do fóton é dado pela equação 4.17, sendo derivada considerando o método Weizsäcker-Williams e usando um fator de forma elástico do próton [59, 66]. É importante ressaltar que a equação (4.17) é baseada em uma aproximação heurística, o que leva a uma seção de choque superestimada para altas energias ( $\approx 11\%$  com  $\sqrt{S} = 1.3TeV$ ) se comparada a cálculos mais rigorosos do espectro do fóton para espalhamento elástico de prótons calculados em [67]. Como um fóton originado de um campo eletromagnético de um dos dois prótons colidindo pode interagir tanto com um fóton do outro próton (processo fóton-fóton) quanto pode interagir diretamente com outro próton (processo fóton-próton). A princípio, o sinal experimental desses dois processos é distinto e pode facilmente ser separado. Em interações fóton-fóton espera-se a presença de dois intervalos de rapidez e o hádron não se quebra, enquanto que na produção inclusiva de quarks pesados numa interação fóton-próton, esperamos apenas um intervalo de rapidez e a dissociação do hádron. Estas reações podem ocorrer em altas taxas no regime cinemático do LHC. Por outro lado, as seções de choque para produção difrativa são aproximadamente duas ordens de magnitude menor que o caso inclusivo, mas devido a assinatura experimental limpa deste processo (dois intervalos de rapidez), este tipo de análise experimental é factível. A fotoprodução difrativa de quarks pesados, onde esperamos a presença de dois intervalos de rapidez no estado final, similar a interação entre dois fótons, background a busca por evidências do Higgs (a partícula do Modelo Padrão responsável pelo surgimento das massas das partículas) e/ou uma nova física em produção difrativa dupla [68].

### 4.3 Resultados

Em [1] calculamos a distribuição de rapidez e as seções de choque total para fotoprodução inclusiva e difrativa de quarks pesados em colisões próton-próton para altas energias. Os modelos fenomenológicos revisados no capítulo 3 são o ponto de partida para cálculos usando a equação (4.20) para energias dos atuais e futuros aceleradores  $pp$  e  $p\bar{p}$ . Isto é, considera o valor  $\sqrt{S_{NN}} = 1.96TeV$  do Tevatron para interações  $p\bar{p}$  e valor de energia futura  $\sqrt{S_{NN}} = 14TeV$  do LHC para colisões  $pp$ .

A distribuição de rapidez  $y$  do estado de quark pesado produzido pode ser diretamente calculado da equação (4.20), usando sua relação com a energia do fóton  $\omega$ , isto é,  $y \propto \ln(\omega/m_Q)$ . Uma reflexão em torno de  $y = 0$  leva em conta a troca entre o próton emissor do fóton e o próton alvo. Explicitamente, a distribuição de rapidez é escrita como:

$$\frac{d\sigma[p + p \rightarrow p + Q\bar{Q} + Y]}{dy} = xf(x)\sigma_{\gamma p \rightarrow Q\bar{Q}Y}(\omega), \quad (4.21)$$

onde  $f(x)$  é dado pela equação (4.17),  $Y$  representa um estado hadrônico final  $X$  resultante da fragmentação no caso inclusivo e  $Y = p$  para produção difrativa.

As distribuições de rapidez resultantes para fotoprodução inclusiva e difrativa de quarks pesados advinda de diferentes modelos fenomenológicos considerados em capítulos anteriores são mostradas nas Figuras 4.7 a 4.10 para energias do Tevatron e LHC. Para o caso inclusivo (Figuras 4.7, 4.8), as predições de IIM e bCGC são muito semelhantes, como esperado a partir de análises feitas a nível de fóton-próton. Em contraste, estas predições são distintas



	$Q\bar{Q}$	IIM	bCGC	IP-SAT
<b>Tevatron</b>	$c\bar{c}$ (incl.)	1230 nb	1245 nb	2310 nb
	$c\bar{c}$ (diff.)	37 nb	49 nb	114 nb
	$b\bar{b}$ (incl.)	11 nb	10 nb	32 nb
	$b\bar{b}$ (diff.)	0.04 nb	0.08 nb	0.30 nb
<b>LHC</b>	$c\bar{c}$ (incl.)	3821 nb	3662 nb	7542 nb
	$c\bar{c}$ (diff.)	165 nb	161 nb	532 nb
	$b\bar{b}$ (incl.)	51 nb	51 nb	158 nb
	$b\bar{b}$ (diff.)	0.32 nb	0.52 nb	3 nb

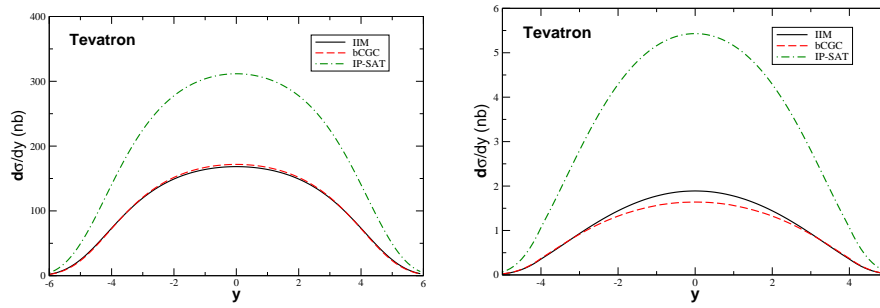
**Tab. 4.1:** *Seção de choque integrada para fotoprodução inclusiva e difrativa de quarks pesados em colisões  $pp(\bar{p})$  para energias do Tevatron e LHC.*

no caso difrativo, com a predição bCGC sendo maior que IIM na rapidez média. Por outro lado, a predição IP-SAT é maior que estas duas predições por um fator de 2 no caso de charme e um fator de 3 maior no caso de bottom. Consideramos as predições IIM e bCGC como um limite inferior para produção coerente de quarks pesados para Tevatron e LHC. Nossos resultados indicam que o estudo experimental da fotoprodução inclusiva de quarks pesados pode ser muito útil para discriminar entre as versões clássica e quântico formalismo CGC. Isto também é válido no caso difrativo, onde os diferentes modelos podem ser discriminados mais facilmente.

Calculamos também a seção de choque integrada considerando os distintos modelos fenomenológicos. Os resultados são apresentados na Tabela 4.1, para produção inclusiva e difrativa do par charm e bottom para Tevatron e LHC. O modelo IP-SAT apresenta as maiores taxas para as aproximações estudadas, seguido pelos modelos IIM e bCGC com quase idênticas predições. No caso inclusivo, os valores são grandes para Tevatron e LHC, indo de algumas unidades de nanobarns para Tevatron a microbarns para LHC.

Em comparação a outros resultados para produção inclusiva de quarks pesados [73], onde tem-se que as predições usando os modelos fenomenológicos IIM e bCGC são similares. No entanto, a predição de IP-SAT é um fator de  $\approx 2$  maior. No caso difrativo, as predições de [73] são maiores por um fator  $\geq 2$  que as apresentadas em [74], onde foi usado o modelo GBW como base para os cálculos. Este comportamento está diretamente associado a diferentes dependências em energias preditas pelos modelos para o regime linear. Além disso, em comparação com as predições para hadroprodução de quarks pesados (veja [75]) as seções de choque de fotoprodução são muito menores ( $\leq 1\%$ ). Portanto, a separação experimental entre estes dois mecanismos é viável devido a presença de um intervalo de rapidez no processo de fotoprodução.

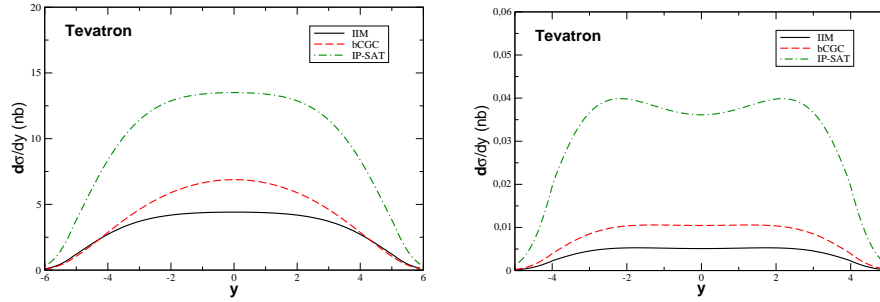
Calculamos a taxa de produção de charm e bottom em interações coerentes. Para Tevatron, assumindo a luminosidade  $\mathcal{L}_{Tevatron} = 2 \times 10^{32} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ , temos para a produção de charm  $2 - 4 \times 10^2$  eventos por segundo e para bottom  $2 - 6$  eventos por segundo. No caso difrativo, prevemos  $7 - 22(8 - 60 \times 10^{-3})$  eventos/segundo para produção de charm (bottom). Para o LHC, onde  $\mathcal{L}_{LHC} = 10^{34} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ , prevemos para produção inclusiva (difrativa) de



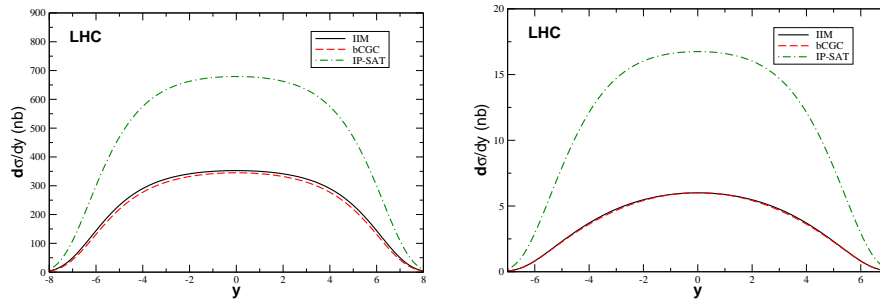
**Fig. 4.7:** Distribuição de rapidez para fotoprodução inclusiva de charm (esquerda) e bótton (direita) em interações  $pp$  para energias de  $\sqrt{S_{NN}} = 1.96\text{TeV}$  do Tevatron. Diferentes curvas correspondem a diferentes modelos fenomenológicos.

charm  $38 - 75 \times 10^3$  ( $16 - 52 \times 10^2$ ) e para o bottom  $5 - 15 \times 10^2$  ( $3 - 30$ ) eventos por segundo. Note a grande taxa para bottom no LHC.

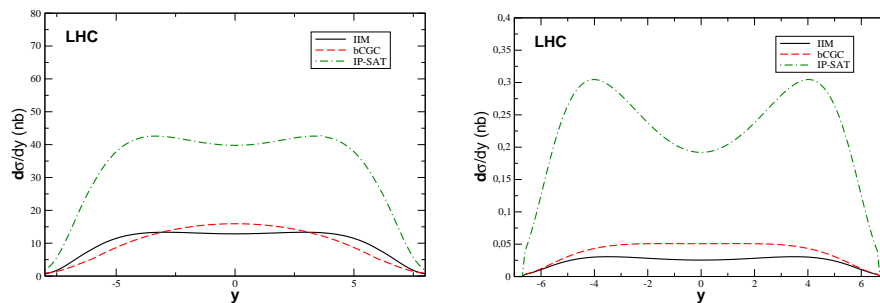
Finalmente, discutimos a distinção experimental da fotoprodução inclusiva e difrativa de quarks pesados. Como enfatizado nas referências [66, 73, 74], embora a seção de choque de fotoprodução inclusiva seja uma pequena fração da seção de choque hadrônica, a separação deste canal é viável se impusermos a presença de um intervalo de rapidez no estado final. Isto ocorre devido ao próton, que é o emissor do fóton, permanecer intacto no processo. Esperamos que o corte no momentum transversal do par possa eliminar a maior parte da contribuição associada a hadroprodução de quarks pesados. Além disso, em comparação com a hadroprodução de quarks pesados, a multiplicidade para interações com fotoprodução é menor, o que implica que ela pode ser usada como um fator de separação entre estes processos. No caso de fotoprodução difrativa de quarks pesados esperamos a presença de dois intervalos de rapidez no estado final, similarmente para dois fótons ou interações Pomeron-Pomeron. Conseqüentemente é importante determinar a magnitude desta seção de choque para estimar o conhecimento para outros canais. Em particular, o processo de difração exclusiva central (CED) caracterizado pela produção de um estado final através da fusão de dois Pomerons tem sido intensamente estudada como uma alternativa a processos que evidenciem o Higgs e/ou uma nova física, com o fundamento principal sendo a produção exclusiva de  $b\bar{b}$ . Na Ref. [76], produção difrativa dupla (DD) de quarks pesados é estudada usando o teorema da fatorização difrativa, incluindo correções de absorção. A magnitude da seção de choque para o Tevatron é  $\sigma_{cc}^{DD} \simeq 4.6\mu\text{b}$  e  $\sigma_{bb}^{DD} \simeq 0.1\mu\text{b}$ , enquanto que para o LHC obtém-se  $\sigma_{cc}^{DD} \simeq 18\mu\text{b}$  e  $\sigma_{bb}^{DD} \simeq 0.5\mu\text{b}$ . Espera-se que fótons emergindo de processos CED e DD tenham um momentum transversal muito maior que aqueles resultantes de processos de fotoprodução difrativa. Conseqüentemente, a princípio, é possível inserir um critério de seleção para separar estes dois processos. No entanto, este assunto merece um estudo mais detalhado.



**Fig. 4.8:** Distribuição de rapidez para fotoprodução difrativa de charm (esquerda) e bottom (direita) em interações  $p\bar{p}$  para energias de  $\sqrt{S_{NN}} = 1.96\text{TeV}$  do Tevatron. Diferentes curvas correspondem a diferentes modelos fenomenológicos.



**Fig. 4.9:** Distribuição de rapidez para fotoprodução inclusiva de charm (esquerda) e bottom (direita) em interações  $pp$  para energias de  $\sqrt{S_{NN}} = 14\text{TeV}$  do LHC. Diferentes curvas correspondem a diferentes modelos fenomenológicos.



**Fig. 4.10:** Distribuição de rapidez para fotoprodução difrativa de charm (esquerda) e bottom (direita) em interações  $pp$  para energias de  $\sqrt{S_{NN}} = 14\text{TeV}$  do LHC. Diferentes curvas correspondem a diferentes modelos fenomenológicos.

## 4.4 Conclusão

Neste capítulo abordamos interações hádron-hádron através da fotoprodução dos quarks pesados charm e bottom, apresentando nossas previsões para seção de choque e distribuição de rapidez destes processos. Demonstramos que estes observáveis podem ser úteis para provar o comportamento da região de saturação. Mostramos também que os dados de produção inclusiva de quarks pesados em HERA concordam com nossas previsões, mas ainda são escassos. No LHC, a região de alta densidade poderá ser melhor testada, permitindo discriminar entre os modelos, clássico ou quântico, que melhor descreve o regime saturado.

## Capítulo 5

# Conclusões e Perspectivas

Nesta dissertação calculamos as seções de choque para fotoprodução inclusiva e difrativa de quarks pesados em interações ultraperiféricas hádron-hádron ( $p\bar{p}$  e  $pp$ ) para energias do Tevatron e LHC, respectivamente. Este cálculo foi realizado utilizando três modelos fenomenológicos baseados no formalismo do Condensado de Vidros de Cor, que descreve muito bem os dados para observáveis inclusivos e exclusivos medidos em colisões elétron-próton ( $ep$ ) de HERA. Os valores obtidos se mostram consideráveis para Tevatron e são ainda maiores para LHC. A viabilidade de detecção destas reações é animadora, uma vez que a assinatura experimental deve ser devidamente clara. Além disso, permite precisar o entendimento da dinâmica QCD para altas energias, o que é fundamental para prever os observáveis que serão medidos em colisões hádron-hádron no LHC.

Futuramente, pretendemos incluir em nossas estimativas da predição da fotoprodução de quarks pesados o uso da solução da equação BK com acoplamento variável como entrada. E analisar a produção exclusiva de mésons em colisões periféricas, sendo que, resultados iniciais para este processo em interações  $ep$  foram obtidos na Ref. [37]. Além disso, objetivamos avançar no estudo da dinâmica QCD.

# Bibliografia

- [1] GONÇALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T.; MENESES, A. R. Heavy Quark Photoproduction in Coherent Interactions at High Energies. *Phys. Rev. D* v. 80, p. 034021, 2009.
- [2] GONÇALVES, V. P.; MENESES, A. R.; MACHADO, M. V. T. Heavy quark photoproduction in pp coherent interactions at LHC. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* v. 199, p. 137, 2010.
- [3] GONÇALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T.; MENESES, A. R. Heavy quark photoproduction at LHC. *AIP Conf. Proc.* v. 1296, p. 246, 2010.
- [4] GONÇALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T. Geometric scaling in inclusive charm production.. *Phys. Rev. Lett* v. 91, p. 2022002, 2003.
- [5] ROHLF, J. W. *Modern physics from  $\alpha$  to  $Z^0$* . John Wiley e Sons, Inc., New York, 1994.
- [6] HALZEN, F.; MARTIN, A. D. *Quarks & Leptons: an introductory course in modern particle physics*. John Wiley & Sons, 1984.
- [7] BARONE, V.; PREDAZZI, E. *High-Energy Particle Diffraction*. Verlag Berlin Heidelberg New york: Springer, 2001.
- [8] GONÇALVES, V. P. *A obtenção da distribuição de glúons na QCD para pequeno  $x$* . Porto Alegre: Curso de Pós-Graduação em Física - UFRGS, Dissertação de mestrado, 1997.
- [9] MARTIN, A. D., *Proton Structure, Partons, QCD, DGLAP and Beyond*. arXiv:0802.0161v1 [hep-ph] 1Feb 2008
- [10] KUGERATSKI, M. S. *Dipolos de cor e interações a altas energias*. São Paulo: Curso de Pós-Graduação em Física - USP, Tese de doutorado, 2007.
- [11] MACKEDANZ, L. F., *Supressão de  $J/\Psi$  em Processos Próton-Núcleo e Núcleo-Núcleo devido a Efeitos de Alta Densidade*. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2003, Dissertação de Mestrado.
- [12] BJORKEN, J. D. Asymptotic sum rules at infinite momentum. *Phys. Rev.*, v.179, p. 1547-1553, 1969.

- [13] BJORKEN, J. D. Inelastic Electron-Proton and  $\gamma$ -Proton scattering and the structure of the nucleon. *Phys. Rev.*, v.185, p. 1975, 1969.
- [14] FEYNMAN, R. *Photon-Hadron Interactions*. Reading, Massachusetts, 1972.
- [15] AMARAL, J. T. S., *Amplitudes de Espalhamento na Cromodinâmica Quântica em Altas Energias no Formalismo de Dipolos*. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2008, Tese de Doutorado.
- [16] SAUTER, W. K., *Fenomenologia em Cromodinâmica Quântica com Propagador de Glúon Modificado*. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2003, Tese de Doutorado.
- [17] BETEMPS, M. A., *A Produção de Dileptons no Condensado de Vidros de Cor*. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2007, Tese de Doutorado.
- [18] GONÇALVES, V. P. *A Cromodinâmica Quântica para sistemas densos*. Porto Alegre: Curso de Pós-Graduação em Física - UFRGS, Tese de Doutorado, 2000.
- [19] PUMPLIN, J., Charm Parton content of the nucleon. *Phys. Rev. D* v. 75, p. 054029, 2007.
- [20] MARTIN, A. D., STIRLING, W. J., THORNE, R. S. A and WATT, G. Update of Parton distribution at NNLO. *Phys. Lett. B* v. 652, p. 292, 2007.
- [21] MACKEDANZ, L. F. *Produção e propagação de pártons energéticos no meio nuclear*. Porto Alegre: Curso de Pós-Graduação em Física - UFRGS, Tese de doutorado, 2008.
- [22] FRIEDMAN, J. I. and KENDAL, H. W. Deep Inelastic Electron Scattering. *Ann. Rev. Nucl. Sci.* v. 22, p. 203, 1972.
- [23] ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic freedom in parton language. *Nucl. Phys. B* v. 126, p.298-318, 1977.
- [24] NEWMAN, P., Int. J. Deep Inelastic Lepton-Nucleon Scattering at HERA. *Mod. Phys. A* v. 19, p. 1061-1073, 2004; *hep-ex/0312018*.
- [25] AYALA FILHO, A. L., *Formalismo de Glauber para interações partônicas*. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 1998, Tese de Doutorado.
- [26] ABRAMOWITZ, M. and STEGUN, I. A., *Handbook of Mathematical Functions: with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover Publications, New York, 1972.
- [27] GOLEC-BIERNAT, K. and WUSTHOFF, M., Saturation in diffractive deep inelastic scattering. *Phys. Rev. D* v. 60, p. 114023, 1999.
- [28] GOLEC-BIERNAT, K. and WUSTHOFF, M., Saturation effects in deep inelastic scattering at low  $Q^2$  and its implications on diffraction *Phys. Rev. D* v. 59, p. 014017, 1998.

- [29] KOVCHEGOV, Y. V. Small-x F2 structure function of a nucleus including multiple Pomeron exchanges *Phys. Rev. D* v. 60, p. 034008, 1999.
- [30] XIANG, W. High-energy scattering in the saturation regime including running coupling and rare fluctuation effects *Phys. Rev. D* v. 79, p. 014012, 2009.
- [31] McLERRAN, L. D. and VENUGOPALAN, R., Computing quark and gluon distribution functions for very large nuclei. *Phys. Rev. D* v. 49, p. 2233, 1994.
- [32] LEVIN, E. and TUCHIN, K. Solution to the evolution equation for high parton density QCD. *Nucl. Phys. B* v. 573, p. 833, 2000.
- [33] KOVCHEGOV, Y. V. and WEIGERT, H. Triumvirate of running couplings in small-x evolution. *Nucl. Phys. A* v. 784, p. 188, 2007; Quark loop contribution to BFKL evolution: Running coupling and leading-Nf NLO intercept. *Nucl. Phys. A* v. 789, p. 260, 2007; KOVCHEGOV, Y., KUOKKANEN, J., RUMMUKAINEN, K. and WEIGERT, H. Subleading-Nc corrections in non-linear small-x evolution. *Nucl. Phys. A* v. 823, p. 47, 2009.
- [34] BALITSKY, I. Quark contribution to the small-x evolution of color dipole. *Phys. Rev. D* v. 75, p. 014001, 2007; BALITSKY, I. and CHIRILLI, G. A. Next-to-leading order evolution of color dipoles. *Phys. Rev. D* v. 77, p. 014019, 2008.
- [35] ALBACETE, J. L., ARMESTO, N., MILHANO and SALGADO, C. A. Nonlinear QCD meets data: A global analysis of lepton-proton scattering with running coupling Balitsky-Kovchegov evolution. *Phys. Rev. D* v. 80, p. 034031, 2009.
- [36] ALBACETE, J. L. and KOVCHEGOV, Y. V. Solving the high energy evolution equation including running coupling corrections. *Phys. Rev. D* v. 75, p. 125021, 2007.
- [37] CONÇALVES, V. P., MACHADO, M. V. T., MENESES, A. R. Non-linear QCD dynamics and exclusive production in  $ep$  collisions. *Eur. Phys. J. C* v. 68, p. 133, 2010.
- [38] BETEMPS, M. A., CONÇALVES, V. P. and SANTANA, J. T. Testing Nonlinear Evolution with Running Coupling Corrections in  $ep$  and  $pp$  collisions. *Eur. Phys. J. C* v. 66, p. 137, 2009.
- [39] ALBACETE, J. L. and MARQUET, C. Single inclusive hadron production at RHIC and the LHC from the color glass condensate. *Phys. Lett. B* v. 687, p. 174, 2010.
- [40] McLERRAN, L. D. and VENUGOPALAN, R., Gluon distribution functions for very large nuclei at small transverse momentum. *Phys. Rev. D* v. 49, p. 3352, 1994.
- [41] JALILIAN-MARIAN, J., KOVNER, A., LEONIDOV, A. and WEIGERT, H., The BFKL equation from the Wilson renormalization group. *Nucl. Phys. B* v. 504, p. 415, 1997; Wilson renormalization group for low x physics: Towards the high density regime. *Phys. Rev. D* v. 59, p. 014014, 1999; JALILIAN-MARIAN, J., KOVNER, A. and WEIGERT, H., Wilson renormalization group for low x physics: Gluon



- evolution at finite parton density. *Phys. Rev. D* v. 59, p. 014015, 1999; WEIGERT, H., *Nucl. Phys. A* v. 703, p. 823, 2002.
- [42] BALITSKY, I Operator expansion for high-energy scattering. *Nucl. Phys. B* V. 463, p. 99, 1996; KOVCHEGOV, Y.V., Small-x F2 structure function of a nucleus including multiple Pomeron exchanges. *Phys. Rev. D* v. 60, p. 034008, 1999.
- [43] KOWALSKI, H., MOTYKA, L. and WATT, G., Exclusive diffractive processes at HERA within the dipole picture. *Phys. Rev. D* v. 74, p. 074016, 2006.
- [44] IANCU, E., ITAKURA, K. and MUNIER, S., Saturation and BFKL dynamics in the HERA data at small-x. *Phys. Lett. B* v. 590, p. 199-208, 2004.
- [45] WATT, G. and KOWALSKI, H., Impact parameter dependent color glass condensate dipole model. *Phys. Rev. D* v. 78, p. 014016, 2008.
- [46] GRIBOV, L.V., LEVIN, E. M. and RYSKIN, M.G. Semihard processes in QCD. *Phys. Rep.* v. 100, p. 1-150, 1983.
- [47] MUELLER, A. H. and JIAN-WEI-QIU, Gluon recombination and shadowing at small values of x. *Nucl. Phys. B* v. 268, p. 427, 1986.
- [48] IANCU, E., ITAKURA, K., McLERRAN, L. The energy dependence of the saturation momentum. *Nucl. Phys. B* v. 640, p.331, 2002.
- [49] LEVIN, E., TUCHIN, K., Solution to the evolution equation for high parton density QCD. *Nucl. Phys. B* v. 573, p. 833, 2000.
- [50] FORSHAW, J. R., SANDAPEN, R. and SHAW, G., Color dipoles and  $\rho$ ,  $\phi$  electroproduction. *Phys. Rev. D* v. 69, p. 094013, 2004.
- [51] FORSHAW, J. R., SANDAPEN, R. and SHAW, G., Predicting  $F_2^{D(3)}$  from the colour glass condensate model. *Phys. Lett. B* v. 594, P. 283, 2004.
- [52] GONÇALVES, V. P. and MACHADO, M. V. T., A Phenomenological analysis of the longitudinal structure function at small  $x$  and low  $Q^2$ . *Eur. Phys. J. C* v. 37, p. 299, 2004.
- [53] WATT, G. and KOWALSKI, H., Impact parameter dependent color glass condensate dipole model. *Phys. Rev. D* v. 78, p. 014016, 2008.
- [54] KOWALSKI, H. and TEANEY, D., Impact parameter dipole saturation model. *Phys. Rev. D* v. 68, p. 114005, 2003.
- [55] NYSTRAND, J. Eletromagnetic interactions in nucleus-nucleus and proton-proton collisions. *Nucl. Phys. A*, v. 752, p. 470-479, 2005.
- [56] CARUZO, F. *Sobre o Método de Weizsäcker-Williams e suas Primeiras Aplicações* Monografia apresentada ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF 2009.

- [57] BERTULANI, C. A., KLEIN, S. R. and NYSTRAND, J. Physics of ultra-peripheral nuclear collisions *An. Rev. Nucl. Part. Sci.* v. 55, p. 271, 2005.
- [58] GRIEP, M. T., *Determinação da Distribuição de Glúons nuclear na fotoprodução de quarkonium no RHIC e no LHC*. Pelotas: Instituto de Física e Matemática, 2010, Dissertação de Mestrado.
- [59] DRESS, M. and ZEPPENFELD, D. Production of supersymmetric particles in elastic ep collisions. *Phys. Rev. D*, v. 39, p.2536, 1989.
- [60] KNIEHL, B. A. Elastic ep scattering and the Weizsacker-Williams approximation. *Phys. Lett. B*, v. 254, p. 267, 1991.
- [61] JACKSON, J. D., *Classical Electrodynamics*, 2nd edition, John Wiley & Sons, 1975.
- [62] AYALA FILHO, A. L., GONÇALVES, V. P., GRIEP, M. T. Nuclear shadowing from exclusive quarkonium photoproduction at the BNL RHIC and CERN LHC. *Phys. Rev. C* v. 78, p. 044904, 2008.
- [63] RYSKIN, M. G. Diffractive  $J/\Psi$  eletroproduction in LLA QCD. *Z Phys. C* v. 57, p. 89, 1993.
- [64] BRODSKY, S. J.; FRANKFURT, L.; GUNION, J. F.; MUELLER, A. H.; STRIKMAN, M. Diffractive leptonproduction of vector mesons in QCD. *Phys. Rev. D* v. 50, p. 3134, 1994.
- [65] KRÄMER, M. Photoproduction of Heavy Quarks. *arXiv:hep-ph/9505380*.
- [66] KLEIN, S. R. and NYSTRAND, J. Photoproduction of Quarkonium in Proton-Proton and Nucleus-Nucleus Collisions. *Phys. Rev. Lett.* v. 92, p. 142003, 2004.
- [67] KNIEHL, B. A. Elastic ep scattering and the Weizscker-Williams approximation. *Phys. Lett. B* v. 254, p. 267, 1991.
- [68] KHOSE, V. A., MARTIN, A. D. and RYSKIN, M. G., Prospects for new physics observations in diffractive processes at the LHC and Tevatron. *Eur. Phys. J C* v. 23, p. 311, 2002.
- [69] IANCU, E. and VENUGOPALAN, R. The Color Glass Condensate and High Energy Scattering in QCD. *arXiv:hep-ph/0303204*.
- [70] BREITWEG, J. et al. [ZEUS Collaboration], Measurement of inclusive  $DD$  and associated dijet cross sections in photoproduction at HERA. *Eur. Phys. J. C* v. 6, p. 67 (1999); ADLOFF, C. et al. [H1 Collaboration], Measurement of  $D^*$  meson cross sections at HERA and determination of the gluon density in the proton using NLO QCD. *Nucl. Phys. B* v. 545, 21 (1999); BREITWEG, J. et al. [ZEUS Collaboration], Measurement of  $DD$  production and the charm contribution to  $F_2F_2$  in deep inelastic scattering at HERA. *Eur. Phys. J. C* 12, 35 (2000); AUBERT, J. J. et al. [European Muon Collaboration], Observation of wrong-sign tri-muon

- events in  $250\text{GeV}$  muon-nucleon interactions . *Phys. Lett. B* 106, 419 (1981); BREITWEG, J. et al. [ZEUS Collaboration], Measurement of open beauty production in photoproduction at HERA. *Eur. Phys. J. C* 18, 625 (2001).
- [71] BRUGNERA, R Charm and beauty structure of the proton. *Proceedings of HQL06*; *arXiv: hep-ex/0701027v1*, 2007.
- [72] SZCZUREK, A. Heavy quark production in photon-nucleon and photon-photon collisions *Eur. Phys. J. C* v. 26, p. 183-194, 2002.
- [73] GONÇALVES, V. P. and MACHADO, M. V. T. Heavy quark photoproduction in proton-proton collisions. *Phys. Rev. D* v. 71, p.014025, 2005.
- [74] GONÇALVES, V. P. and MACHADO, M. V. T. Diffractive photoproduction of heavy quarks in hadronic collisions. *Phys. Rev. D* v. 75, p.031502, 2007.
- [75] RAUFEISEN, J. and PENG, J. C. Relating the parton model and color dipole formulation of heavy quark hadroproduction *Phys. Rev. D* v. 67, p. 054008, 2003.
- [76] MACHADO, M. V. T. Estimation of single and double diffractive heavy flavor production in hadron-hadron colliders. *Phys. Rev. D* v. 76, p. 054006, 2007.