



Encontro Gaúcho de Educação Matemática

A Educação Matemática do presente e do futuro:
resistências e perspectivas

21 a 23 de julho de 2021 - UFPel (Edição Virtual)

SIMULADORES DE BRAÇOS ROBÓTICOS – TRIGONOMETRIA E A REPRESENTAÇÃO POLAR

Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa¹

Eixo: 06 – Educação Matemática: Tecnologias Digitais e Educação a Distância

Modalidade: Relato de experiência

Categoria: Professores do Ensino Superior

Resumo

Esse artigo apresenta os produtos educacionais desenvolvidos pelo grupo de pesquisas GECEM e a reflexão sobre o uso das tecnologias como suporte ao processo de ensino aprendizagem da matemática. Foram desenvolvidos um conjunto de simuladores de braços robóticos que exploram as relações trigonométricas no triângulo retângulo, as coordenadas retangulares e polares, integrando conceitos de engenharia e matemática aplicados em um contexto da realidade virtual. Os objetos de aprendizagem foram apresentados aos alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil, trazendo a reflexão do uso das tecnologias, em particular dos simuladores, e sua integração ao currículo das áreas de Matemática e Engenharia.

Palavras-chave: Simuladores; Tecnologias Digitais; Educação Matemática.

Introdução

O uso de simuladores na educação busca a integração da teoria e realidade em um ambiente virtual que permite a experimentação sem riscos físicos àquele que aprende e sem danos aos dispositivos, aparelhos ou equipamentos, pois estando em um ambiente virtual não há a possibilidade de danos físicos ao homem e à máquina.

A incorporação de temas como computação, robótica, programação, engenharia, tecnologia, design, ambientes virtuais, aplicativos, smartphones, games na sala de aula já ocorre. Em grande parte pela adoção da abordagem proposta pela educação STEM (*Science, Technology, Engineering, and Mathematics*), que usa da transdisciplinaridade buscando engajamento do aluno em atividades que envolvam estas temáticas. Sander (2009) ressalta que a educação STEM é um movimento de transformação da escola, do currículo e das

¹ Universidade Luterana do Brasil, iaqchan@hotmail.com.



metodologias de ensino, caracterizada pelo trabalho com as áreas STEM, mas exigindo mais do que reunir as quatro áreas dentro de uma sala de aula.

A educação STEM propõe atividades do tipo *hands-on*, tendo como referência a aprendizagem baseada em projetos. É uma educação que valoriza a ação dos estudantes, o educar pela pesquisa, a discussão, a reflexão e o trabalho com situações problemas da vida moderna.

Robótica na Educação (RE)

A robótica para os estudantes do Ensino Básico está muito associada aos robôs, explorados pela cultura do cinema e da TV, como sendo autômatos dotados de inteligência artificial e mais eficientes do que os seres humanos em determinadas situações, mas a realidade a robótica está muito mais associada às engenharias de produção, sendo amplamente utilizadas nas linhas de produção automatizadas.

A robótica na educação é um ambiente profícuo para os estudos envolvendo Matemática e Engenharia (STOHLMANN; MOORE; ROEHRIG, 2012; WU; ANDERSON, 2015). Em levantamento sobre trabalhos relacionados a robótica na educação publicados em três importante eventos na área, Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE), Workshop de Informática na Escola (WIE) e Workshop de Robótica na Educação (WRE), entre os anos de 2004 e 2014, Neto et al. (2015) identificaram um forte crescimento a partir de 2012. Os mesmos autores também ressaltam que dentre os 23 robôs construídos, 5 destinavam-se ao Ensino Médio. Os autores também apontam que a maioria dos robôs de locomoção utilizavam de rodas e associam tal característica à alta complexidade de manipulação dos demais tipos de robôs como os humanoides, aéreos ou aquáticos.

Dentre várias iniciativas para a aprendizagem envolvendo a robótica pode-se citar o *LEGO Education*, que atua há mais de 38 anos capacitando professores e profissionais da educação com o objetivo de preparar os alunos para os desafios da vida futura, desenvolvendo habilidades como criação, trabalho colaborativo e aprendizagem contínua.

Para Neto et al. (2015) os altos custos de kits LEGO, como o *Mindstorm*, explica o número de trabalhos que utilizaram de robôs construídos com as plataformas de prototipagem Arduino, GogoBoard e outras no levantamento realizado entre 2004 e 2014.

As plataformas de prototipagem são menos custosas que a da LEGO, mas ainda envolvem custos para aquisição e manutenção, pois sendo constituídos de componentes eletroeletrônicos, estes se danificam pelo uso incorreto, algo comum no processo aprendizagem



que envolve ações de experimentação. Neste contexto os simuladores são uma alternativa para a Robótica Educacional que permite a exploração sem prejuízos decorrentes de manipulações equivocadas, mantendo a integração entre áreas como Engenharia, Ciências e Matemática.

O objetivo da experiência realizada com um grupo de licenciandos em Matemática foi analisar suas percepções no uso de simuladores virtuais, como alunos e futuros professores, considerando suas interações, dificuldades e familiaridades com a proposta de atividades integradas com Engenharia e Matemática.

Simuladores Robóticos

O desenvolvimento dos simuladores robóticos buscou integrar Matemática e Engenharia em um equipamento virtual que tem comportamento semelhante ao real, mas com vantagens relevantes para o uso da educação. O uso de braços robóticos reais envolve um complexo aparato tecnológico, problemas decorrentes pelo uso indevido, dificuldades com transporte, manutenção e armazenamento, inviabilizando o uso em sala de aula. Já os simuladores digitais não se quebram, não precisam ser transportados, não requerem configuração, manutenção ou ajustes.

Outra característica relevante dos simuladores está associado com o grau de realidade que o mesmo representa quando comparado com o equipamento real (HOMA, 2019), pois estes reproduzem parte das características dos equipamentos ou das interações com o ambiente virtual no qual está inserido, levando a diminuição da complexidade dos equipamentos virtuais. Deste modo essa simplificação viabiliza o desenvolvimento das atividades em sala de aula de maneira que o foco da atenção seja as situações para a aprendizagem dos conceitos envolvidos e não nas dificuldades de manuseio dos equipamentos simulados.

Para Moore e Smith (2014), pode-se fazer uso de projetos de Engenharia como um motivador para a aprendizagem de conteúdos de Matemática/Ciências, logo a Engenharia não é o objetivo de aprendizagem, pois a atenção é centrada nos conhecimentos necessários para a resolução do problema de Engenharia. Os mesmos autores também apontam a possibilidade de integrar o conteúdo de Matemática/Ciências com o pensamento de Engenharia, de maneira que o objetivo de aprendizagem também inclua a aprendizagem de Engenharia.

Os simuladores desenvolvidos usam a situação problema de Engenharia para o desenvolvimento do processo de aprendizagem, permitindo aos estudantes o contato com a robótica, explorando conceitos como álgebra vetorial, trigonometria, coordenadas planas e espaciais, podendo ser aplicados em conjunto ou separados, sendo recomendada a organização



da atividade de acordo com o ano e o conteúdo que se deseja explorar e em concordância com o objetivo a ser alcançado.

Na robótica um dos conhecimentos básicos e imprescindíveis para a solução de problemas de movimentação de membros robóticos, é a representação espacial nas formas retangular, polar e esférica. A representação na forma retangular é estudada no Ensino Fundamental juntamente com funções e a representação polar é vista no Ensino Médio quando estudado os números complexos, mas a forma polar é particularmente útil na representação de fenômenos os quais envolvem distância e posição angular de um objeto, como é o caso dos radares da navegação marítima e aérea, os cálculos das órbitas planetárias e os braços robóticos utilizados nas Engenharias.

Os objetos de aprendizagem foram idealizados para aplicação de conteúdo matemático em uma situação de Engenharia, na forma simuladores de braços robóticos. Os simuladores foram desenvolvidos no software GeoGebra propiciando um ambiente para a experimentação e o contato com a robótica através das Tecnologias Digitais.

Neste artigo se apresenta os simuladores e o experimento realizado, com os alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil, que buscou fomentar a discussão do uso das tecnologias, em específico o uso dos simuladores de braços robóticos, e sua integração na sala de aula trabalhando a trigonometria para a compreensão das representações em coordenadas retangulares e polares.

Simulador de braço robótico 1

Os simuladores foram simplificados minimizando a sobrecarga computacional exigida para rodar com o Geogebra, bem como foram reduzindo os comandos necessários para as movimentações dos braços. A visualização dos simuladores foi dividida em três áreas, na área da esquerda acima ficam as instruções, os comandos de movimento e os botões de *Nova Bola* e *Pegar Bola*, abaixo dessa área fica a tela CAS (*Computer Algebra System*) do GeoGebra que pode ser utilizado para a realização dos cálculos e a direita tem-se a visualização tridimensional do braço robótico com a possibilidade de interação para mudança da vista.

Os comandos para o robô 1 (Figura 1) são *Tamanho do braço* e *Ângulo de rotação* que representam respectivamente a distância da garra em relação a base e quanto o braço deve rotacionar para posicionar a garra sobre a bola. O ângulo de rotação pode ser fornecido como um valor positivo, movimento anti-horário, ou negativo, movimento horário.

Este simulador dispõe de um controle que permite limitar ao primeiro quadrante o posicionamento aleatório da bola, e desta forma diminuindo o grau de complexidade da situação problema. Tal artifício é adequado às primeiras situações a serem resolvidas pelos estudantes para a compreensão das relações trigonométricas estando disponível somente no robô 1. Após realizar as interações no primeiro quadrante, recomenda-se a organização da atividade utilizando dos demais quadrantes, explorando os ângulos côngruos nas relações trigonométricas.

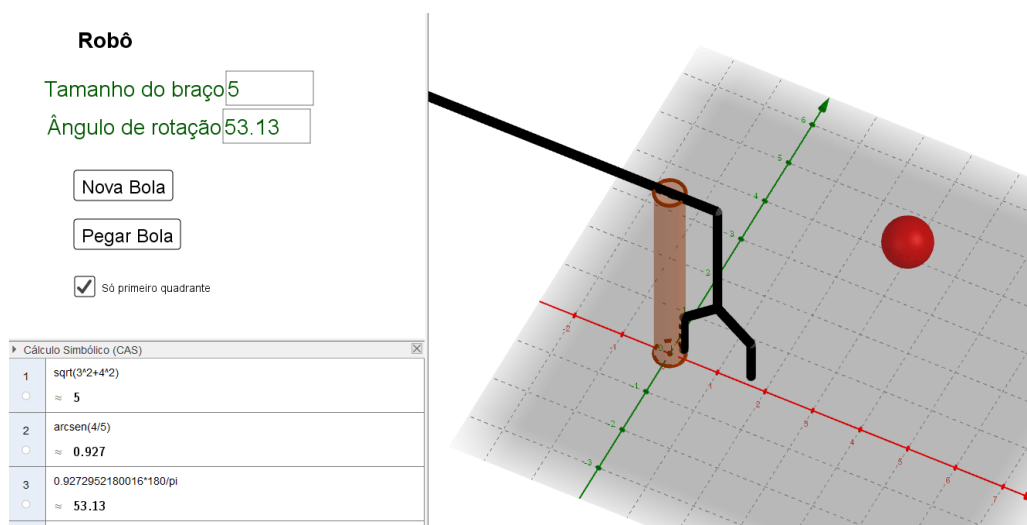


Figura 1 - Simulador de braço robótico 1
Fonte: O Autor.

Simulador de braço robótico 2

O segundo simulador (Figura 2) apresenta um braço robótico de cinco graus de liberdade que simplificado para três, com o simulador gerenciando o movimento transversal do primeiro segmento, para elevar e abaixar a garra até a bola, e o ângulo da garra em relação ao plano, mantendo a perpendicularidade, deste modo o aluno precisa informar somente o ângulo de rotação e o ângulo da articulação central do braço robótico.

A distância da bola até a base é a mesma da garra até a base, sendo definida pelo ângulo de abertura entre os dois segmentos do braço robótico. Pode-se trabalhar com a Lei dos cossenos fornecida nas instruções, mas é necessária a organização da atividade para que os alunos identifiquem, em relação ao ângulo formado pelos segmentos do braço, quais são os lados adjacentes e opostos para uso adequado da Lei dos cossenos.

Robô Coordenada Polar 2

Determine o ângulo da articulação α usando a lei dos cossenos.
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$

Para (a) o segmento oposto ao ângulo α
 (b) (c) os segmentos representados pelo
 braço do robô, ambos medindo 4.

Rotação da base

Ângulo da articulação

Cálculo Simbólico (CAS)	
1	ResolverNumericamente($x^2=5^2+5^2$) → { $x = -7.071, x = 7.071$ }
2	ResolverNumericamente($7.071^2=4^2+4^2-2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos(x)$) → { $x = -2.168, x = 2.168$ }
3	$2.168 \cdot 180/\pi$ ≈ 124.217
4	$\arcsen(5/7.071) \cdot 180/\pi$ ≈ 45.001

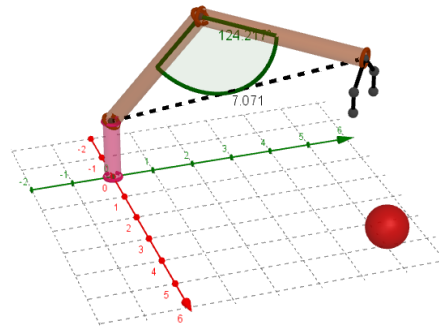


Figura 2 – Simulador de braço robótico 2
 Fonte: O Autor.

Também pode-se explorar a atividade com as relações trigonométricas considerando os triângulos retângulos formados pelos dois segmentos do braço (que possuem 4 unidades de comprimento), a bissetriz do ângulo de abertura e o segmento definido pela base e a garra conforme Figura 3.

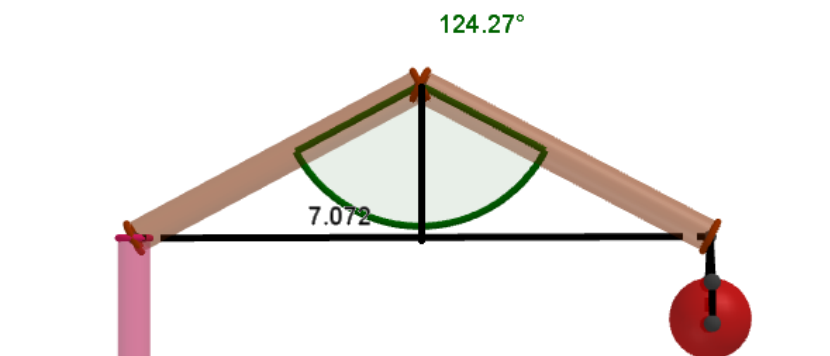


Figura 3 – Posição do braço robótico ao pegar a bola.
 Fonte: O Autor.

Para determinar os valores dos ângulos de abertura e de rotação, apresenta-se na Figura 2 os comandos utilizando o CAS do GeoGebra. Note que não há necessidade da solução algébrica das equações bastando introduzir as equações juntamente com o comando *ResolverNumericamente*. Ressalta-se que a organização da atividade e a utilização dos recursos



do GeoGebra, como CAS, são de acordo com o objetivo a ser alcançado, bem como depende da programação da atividade pelo professor.

Atividade com os licenciandos em Matemática

Os dois simuladores foram apresentados aos alunos matriculados na disciplina de Estágio em Matemática, do curso de Matemática Licenciatura da Universidade Luterana do Brasil. Por se tratar de uma pesquisa sobre as percepções dos licenciandos sobre os simuladores virtuais, considerou-se uma abordagem de pesquisa qualitativa, através do estudo de caso, com o objetivo de descrever e interpretar as atitudes dos licenciandos para com os objetos de aprendizagem.

O experimento ocorreu durante o período da disciplina de Estágio em Matemática no qual os licenciandos foram apresentados aos simuladores em uma atividade exploratória e livre, pois está explícito o objetivo de pegar a bola através dos comandos do simulador. Após o primeiro contato com o primeiro simulador abriu-se a discussão sobre a relevância do uso de simuladores e as possibilidades de integração ao currículo de Matemática para a aprendizagem das formas de representação das coordenadas de um ponto no plano.

Dentre as sugestões apresentadas pelos futuros licenciandos, foi de consenso a contextualização dos braços robóticos apresentando vídeos de retroescavadeiras e robôs de produção fabril, antes do desenvolvimento das atividades com simuladores, trazendo a robótica da vida real para a sala de aula.

Uma situação particularmente interessante e não intencional ocorreu com um dos alunos que não conseguia determinar o ângulo de abertura do braço para uma bola na coordenada (6,6), ou seja, a uma distância de 8,845 unidades da base. Esse aluno compartilhou com o grupo que utilizando o CAS do GeoGebra ele havia conseguido dar os comandos para pegar a bola em várias posições, mas que não conseguia esta última posição com a equação:

$$8,845^2 = 4^2 + 4^2 - 2 * 4 * 4 * \cos(x)$$

Ao resolverem algebricamente o grupo chegou a $x = \arccos(1,25)$. Então os alunos perceberam que, se não há valores de cosseno de um ângulo maiores que 1, então não é possível calcular o arco cosseno de 1,25. A discussão continuou procurando por um erro algébrico que os teria levado a 1,25 equivocadamente até que, durante as análises da situação problema, verificou-se que um braço com dois segmentos de comprimento 4 não consegue alcançar um objeto a distância de 8,845. Com essa constatação alguns alunos lembraram que a soma dos lados menores de um triângulo não poderia ser superior ao comprimento do lado maior.



Considerações finais

Este trabalho apresenta o relato do experimento realizado com os licenciandos em Matemática da Universidade Luterana do Brasil que por estarem acostumados com o GeoGebra em suas aulas não tiveram dificuldades no manuseio dos simuladores virtuais. Essa mesma familiaridade com o GeoGebra os levou a indagar sobre como foram desenvolvidos os simuladores, principalmente as animações dos braços robóticos. O pesquisador e desenvolvedor explicou como foram idealizados os movimentos e as programações utilizadas, que levou os licenciandos a unanimidade de que seria inviável trabalhar essas construções em sala de aula. Acredita-se que tal opinião é decorrente do uso de atividades didáticas, baseadas na construção com o GeoGebra, para a aprendizagem de conceitos.

Após alinhar a ideia de que os simuladores não são para serem construídos pelos alunos, mas para serem utilizados como estão, os licenciandos enxergaram as possibilidades do uso deles em sala de aula de uma maneira mais receptiva. O grupo considerou interessante e relevante a proposta de integração da Matemática com a Engenharia em uma atividade na qual a matemática tem uma aplicação real e compreensível dentro de um contexto de realidade tecnológica como é o caso dos braços robóticos.

As discussões sobre o experimento e as situações que se apresentaram levou o grupo a constatar a importância de atividades que permitem o protagonismo da aprendizagem pelo aluno tendo, o professor como mediador do processo; assim como a relevância das atividades realizadas de modo colaborativo, em duplas ou grupos, que propiciam um ambiente profícuo à discussão, a troca de ideias e a busca de soluções ótimas.

Considerações

Os licenciandos não conseguiram utilizar os simuladores em celulares, porque o aplicativo do GeoGebra para celular apresenta a tela de visualização 2D e 3D simultaneamente, que inviabiliza a interação com os campos e os botões de ação dos simuladores.

Na realização do experimento o grupo considerou importante a expansão dos objetos de aprendizagem para as representações no espaço, que levou ao desenvolvimento do simulador de braço robótico 3 (Figura 4) que permite explorar a trigonometria que constitui a base para a compreensão das coordenadas esféricas. Isto levou ao desenvolvimento do braço robótico 3, com base no braço robótico 2, mas com a bola aparecendo sobre um pilar tendo a informação da distância entre o plano e o centro da bola. O objeto de aprendizagem foi idealizado para uso em uma sequência didática para a aprendizagem das coordenadas esféricas.

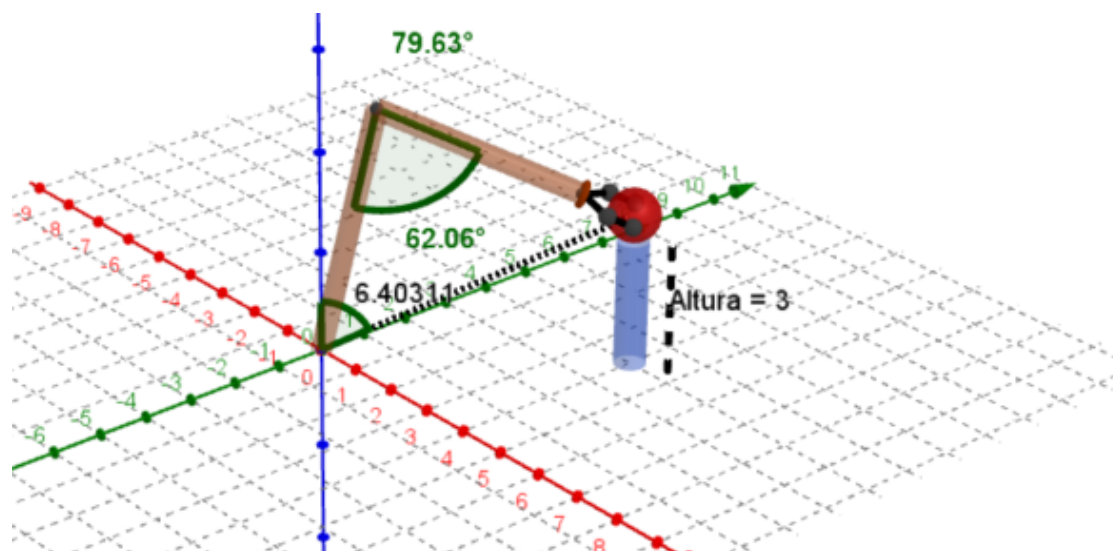


Figura 4 – Simulador robótico 3.

Fonte: O Autor.

Como no simulador 2, deve ser informado o ângulo de rotação do braço, o ângulo de abertura associado à distância da base até a bola e o ângulo de descida da garra. Ressalta-se que se optou por trabalhar com o ângulo entre o eixo z e o vetor origem-garra, com a intenção de associar os cálculos diretamente com as coordenadas esféricas. Até o presente momento não foi realizado nenhum experimento com o último simulador desenvolvido.

Os dois primeiros braços robóticos se encontram disponíveis no site de materiais do GeoGebra: <https://www.geogebra.org/m/fgyakxv5>; <https://www.geogebra.org/m/hdr7x82g>.

Referências

HOMA, Agostinho Iaqchan Ryokiti. Robotics simulators in STEM education. *Acta Scientiae*, [s. l.], v. 21, n. 5, p. 178–191, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.17648/ACTA.SCIENTIAE.5417>

NETO, Ranulfo Plutarco Bezerra *et al.* Robótica na Educação: Uma Revisão Sistemática dos Últimos 10 Anos. *Anais do XXVI Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE 2015)*, [s. l.], v. 1, n. Sbie, p. 386, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.5753/cbie.sbie.2015.386>

SANDERS, Mark. STEM, STEM Education, STEMmania. [s. l.], p. 20–27, 2009.

STOHLMANN, Micah; MOORE, Tamara J; ROEHRIG, Gillian H. Considerations for Teaching Integrated STEM Education. *Journal of Pre-College Engineering Education Research*, [s. l.], v. 2, n. 1, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.5703/1288284314653>

WU, Ying-tien; ANDERSON, O. Roger. Technology-enhanced STEM (science, technology, engineering, and mathematics) education. *Journal of Computers in Education*, [s. l.], v. 2, n. 3, p. 245–249, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s40692-015-0041-2>