



## Encontro Gaúcho de Educação Matemática

A Educação Matemática do presente e do futuro:  
resistências e perspectivas

21 a 23 de julho de 2021 - UFPel (Edição Virtual)

### O CONCEITO VETOR NA DISCIPLINA DE MECÂNICA GERAL I DE CURSOS DE ENGENHARIA

Viviane Roncaglio<sup>1</sup>

Cátia M. Nehring<sup>2</sup>

Isabel K. Battisti<sup>3</sup>

**Eixo:** 01 - Ensino e aprendizagem na e da Educação Matemática

**Modalidade:** Comunicação Científica

**Categoria:** Alunos de Pós-Graduação

#### Resumo

Este artigo tem por objetivo discutir a abordagem dada ao conceito vetor a partir da análise da disciplina Mecânica Geral I, a qual faz parte do núcleo comum dos cursos de Engenharia, de uma instituição de ensino e consta nas diretrizes curriculares de engenharia (BRASIL, 2019) como conteúdos básicos. A base teórica deste estudo é a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003). Para tanto, iremos utilizar como instrumento de análise o material orientador das aulas, de um professor na disciplina, mais especificamente os slides que orientam a exposição das aulas e são disponibilizados aos estudantes. A partir das análises realizadas concluímos que a abordagem dada ao conceito vetor na disciplina de Mecânica Geral I, está intimamente relacionada ao trabalho com o conceito da grandeza vetorial força.

**Palavras-chave:** Grandeza vetorial; Conceito Força; Registros de Representação Semiótica.

#### Introdução

A Matemática, como uma linguagem, pode ser tratada de forma articulada a outras linguagens. No programa curricular dos cursos de Engenharia tal entendimento pode ser observado, em diversas disciplinas e diferentes contextos, que exploram conceitos matemáticos essenciais para a formação do engenheiro. Um desses conceitos é o conceito de vetor, tratado, em diferentes cursos de Engenharia, na disciplina de Geometria Analítica e Vetores (GAV) (RONCAGLIO, NEHRING, 2019). O conceito vetor e o desenvolvimento de toda uma

---

<sup>1</sup> Doutoranda em Educação nas Ciências – UNIJUÍ. Integrante do GEEM. [roncaglioviviane@gmail.com](mailto:roncaglioviviane@gmail.com).

<sup>2</sup> Professora UNIJUÍ - PPGE - DCEEng – UNIJUÍ. Líder do GEEM. [catia@unijui.edu.br](mailto:catia@unijui.edu.br).

<sup>3</sup> Professora UNIJUÍ - DCEEng – UNIJUÍ. Integrante do GEEM. [isabel.battisti@unijui.edu.br](mailto:isabel.battisti@unijui.edu.br).



matemática relacionada a espaços vetoriais são indispensáveis em situações de várias áreas de conhecimento e, de forma especial, quando envolve o estudo de grandezas vetoriais.

Existem dois tipos de grandezas, as *Grandezas Escalares*, que são aquelas grandezas que são definidas por um número real e uma unidade de medida como por exemplo, temperatura, massa, densidade, volume, área e comprimento, e as *Grandezas Vetoriais*, que são aquelas que não ficam definidas apenas por um número real e uma unidade de medida. Para que essas grandezas possam ser determinadas é necessário indicar seu módulo (comprimento e intensidade), sua direção e seu sentido. Uma grandeza vetorial pode ser representada por um segmento de reta orientado que possui três características importantes, módulo (comprimento, tamanho do vetor), sentido (da origem para a extremidade, por exemplo, de A para B) e direção (ângulo de inclinação que o vetor forma com uma base horizontal). São exemplos de grandezas vetoriais, a velocidade, a aceleração e a força.

Características da grandeza vetorial indicam que este é um conceito utilizado em situações problemas que envolvem conceitos da física. Conceitos constitutivos da física são essenciais nos cursos de engenharia, tanto nos cálculos de velocidade e aceleração de um “objeto”, como as forças que agem sobre este “objeto”, quantidade de movimento (descrição de um movimento - cinemática) e campo eletromagnético, são descritas por vetores. Deste modo, o entendimento do conceito Vetor é de fundamental importância para os estudantes de engenharia, pois é um conceito que serve de base para várias disciplinas do curso, como é o caso da Mecânica Geral I.

A disciplina Mecânica Geral I, é a primeira disciplina específica do curso de Engenharia que utiliza da linguagem vetorial para representar situações no contexto da prática profissional do engenheiro, conforme pode ser identificado em Roncaglio; Nehring; Battisti (2019). A análise, que vamos realizar nesta produção, considera o material disponibilizado pelo professor aos estudantes, o qual é utilizado como orientador das aulas da referida disciplina. Optou-se por analisar aspectos desta, por ser uma das disciplinas específica do programa curricular do curso de Engenharia aqui considerado, que trata do conceito vetor em diferentes situações que envolvem a formação e atuação do engenheiro.

A disciplina de GAV, define o conceito, trabalha com as propriedades e operações em relação ao mesmo, sendo vetor o conceito estruturante. Tudo nela gira em torno deste conceito, para tanto o estudante precisa entender o significado das operações e o motivo pelo qual se opera para que possa apropriar-se do mesmo e desenvolver habilidades para utilizá-lo em



diferentes situações (RONCAGLIO, 2015). Na disciplina Mecânica Geral I, um dos conceitos base é o conceito força, o qual é representado por um vetor. Nesse sentido, é que focamos na disciplina Mecânica Geral I, para entender a partir do material disponibilizado pelo professor, como este conceito é abordado considerando especialmente os registros de representação semiótica.

A fundamentação teórica se sustenta a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003).

### **Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a Representação do Conceito de Vetor**

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS) (Duval, 2003), tem sido utilizada, principalmente, em pesquisas que visam à aquisição do conhecimento e à organização de situações de aprendizagem. O autor defende a ideia de que para o estudante aprender Matemática é preciso que ele saiba coordenar as diferentes representações provenientes de distintos registros. Toda comunicação em Matemática ocorre por meio de RRS. Desse modo, é imprescindível que ao aprendê-la, os estudantes não confundam os objetos e suas respectivas representações semióticas, pois o objeto matemático, é diferente de sua representação.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica considera a mobilização de uma grande variedade de representações: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e língua natural. A compreensão da grande variedade de registros de representação utilizados em Matemática determina o seu ensino e sua aprendizagem. De acordo com Duval (2003), a aprendizagem de conceitos matemáticos constitui um campo de estudo privilegiado para análise de atividades cognitivas fundamentais, como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas, e a compreensão de textos. Para analisar a atividade Matemática numa perspectiva de ensino e de aprendizagem, Duval (2003) afirma ser necessária uma abordagem cognitiva sobre os dois tipos de transformações de representações, consideradas fundamentais para esta análise: os tratamentos e as conversões de registros de representações semióticas. Por meio deles é possível analisar as atividades Matemáticas desenvolvidas pelos estudantes em uma situação de ensino. Duval (2003, p. 16) define tratamento como sendo

[...] transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria. [...] As



conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados; por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação a sua representação gráfica.

A compreensão em Matemática, portanto, implica na capacidade de os sujeitos mudar de registro. A dificuldade se deve ao fato de que o objeto representado não pode ser identificado com o conteúdo da representação que o torna acessível. Ou seja, “o conteúdo de uma representação depende mais do registro de representação do que do objeto representado” (DUVAL, 2003, p. 22). Passar de um registro a outro não é somente mudar o modo de tratamento, é preciso também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto.

Com base em Castro (2001) e Duval (2003), a representação do vetor pode ser realizada por meio de três registros de representação semiótica, o registro figural, constituído pelas representações gráfica e geométrica, o registro simbólico, constituído pelas representações da n-uplas, das combinações lineares, numérica e algébrica, e por fim o registro da língua natural.

## **Metodologia**

Esta pesquisa é um recorte da pesquisa de doutorado da primeira autora, orientada pelas demais autoras, que está sendo desenvolvida no programa de pós-graduação em Educação nas Ciências, e tem por objetivo identificar, a partir da análise de documentos didáticos (PPC, livro didático, material orientador das aulas e registro de estudantes), e de narrativas de acadêmicos de cursos de Engenharia Civil e de Engenheiros Cíveis em atuação, elementos que se mostram potenciais na criação de motivos para que os estudantes queiram aprender e que o professor possa mobilizar na organização do ensino do conceito vetor em cursos de engenharia.

Sendo assim, esta produção analisa os dados produzidos a partir da Análise Textual Discursiva (ATD) de Moraes e Galiuzzi (2016). A primeira etapa da ATD, a unitarização é o movimento inicial da análise, que exige uma leitura cautelosa e profunda dos dados permitindo marcar as principais unidades significativas. Esta primeira etapa é marcada pela desordem, o momento de desconstrução dos dados, na qual o pesquisador ao analisar os dados realiza várias interpretações. Considerando este movimento é que emergem as unidades significativas. Os dados que embasam esta escrita se fazem a partir do material orientador das aulas, disponibilizado pelo professor aos estudantes na disciplina de Mecânica Geral I. Analisamos de modo criterioso todo material utilizado nas aulas, com o intuito de compreender qual foi a



abordagem dada ao conceito vetor, a partir do material, já que tal conceito é considerado fundamental para o entendimento de situações do cotidiano do engenheiro.

Na segunda etapa da ATD, a categorização, é realizado um movimento construtivo, na qual se organiza as categorias de análise a partir das unidades de significado e do objetivo do presente estudo, nesta se explicita a ideia de Força, como grandeza vetorial, a partir do proposto no material da professora na disciplina de Mecânica Geral I. A terceira e última etapa da ATD refere-se ao captar o emergente, em que a nova compreensão é comunicada e validada. É a construção de um metatexto pelo pesquisador realizando considerações em relação às categorias de análise que se construiu. É uma escrita que busca apresentar de forma clara e objetiva o entendimento do pesquisador em relação a análise dos dados relacionando com a fundamentação teórica que sustenta o estudo, explicitado na forma de proposição, no caso, uma afirmativa que considera a abordagem teórica explicitada. O Quadro 1, a seguir, apresenta as três etapas do percurso analítico da pesquisa explicitando a unidade de significado, a categoria e a proposição.

**Quadro 1** - Unidade de Significado, Categoria e Proposição do Corpus

Unidade de Significado	Categoria de análise	Proposição
1. Abordagem dada ao Conceito Vetor nas aulas de Mecânica Geral I	1.1 Força, grandeza vetorial base da disciplina de Mecânica Geral I	1.1.1 Vetor na representação da grandeza vetorial Força considera diferentes registros de representação

### **Força, grandeza vetorial base da disciplina Mecânica Geral I**

Esta categoria de análise, considerando a grandeza vetorial força como base da disciplina Mecânica Geral I, visa compreender como o conceito vetor é apresentado nas aulas de Mecânica Geral I, identificando e analisando os principais elementos e registros utilizados na abordagem de tal conceito, a partir do material orientador das aulas, elaborado pelo professor da disciplina e disponibilizado aos estudantes. A disciplina Mecânica Geral I, está organizada em capítulos, os quais contemplam os tópicos indicados no conteúdo programático apresentado no Plano de Ensino, quais sejam: conceitos e princípios fundamentais; forças e grandezas vetoriais; sistemas equivalentes de forças; equilíbrio de um corpo rígido; propriedades de superfícies planas; e esforços internos em vigas.

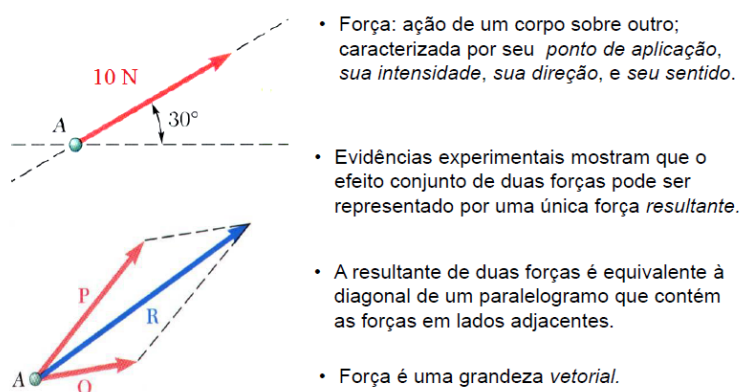
A partir da análise do material orientador das aulas (slides), consideramos para esta produção, os Capítulos 1 - conceitos e princípios fundamentais e 2 - forças e grandezas vetoriais, por serem os capítulos que estruturam a disciplina, e consideram de forma explícita o conceito vetor como representação da grandeza vetorial força. Ou seja, de acordo com o material organizado pela professora responsável por ministrar a disciplina de Mecânica Geral I, estes dois primeiros capítulos são os que exploram os conceitos básicos e fundamentais para o entendimento geral da disciplina.

### ***Vetor na Representação da Grandeza Vetorial Força considera diferentes registros de representação***

Conceitos como, espaço, tempo, massa e força, são apresentados na primeira aula a partir da explicitação da Mecânica como uma ciência que descreve e prevê as condições de repouso ou de movimento dos corpos sob a ação de forças. No contexto considerado, a Mecânica configura-se como base dos conceitos da formação do engenheiro, estruturando a discussão de outras disciplinas curriculares.

A grandeza força é discutida na primeira aula da disciplina considerando a representação da língua natural. Posteriormente este entendimento é ampliado com a exploração do registro figural na representação geométrica antes mesmo do conceito vetor, como podemos observar na Figura 1.

**Figura 1** - Definição de força e força resultante e representações pelo vetor.



**Fonte:** Material orientador (slides) das aulas de Mecânica Geral I, disponibilizado pelo professor aos estudantes.

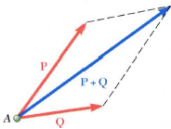
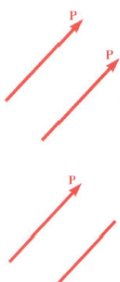
O conceito força apresentado aos estudantes destaca que este é uma grandeza vetorial, marcando a importância da compreensão das características desta grandeza, representada na forma de vetor. Como podemos observar, juntamente com a apresentação do conceito

explicitada na forma de linguagem natural, o registro figural, na representação geométrica da grandeza também é considerado, o que podemos indicar como sendo um aspecto positivo, uma vez que o registro figural amplia as possibilidades de compreensão pelo estudante do conceito vetor na representação da grandeza vetorial força. Ainda considerando os conceitos iniciais podemos destacar a apresentação da força resultante como força equivalente a diagonal de um paralelogramo que considera as forças em lados adjacentes. O conceito está explicitado em um dos objetivos do segundo capítulo estudado na referida disciplina, quando indica a investigação de forças que atuam sobre partículas.

O conceito vetor é apresentado, marcando suas características de formação, módulo (intensidade), sentido e direção, além da classificação de alguns tipos de vetor que são considerados na disciplina, como é identificado na Figura 2. Esta classificação, matematicamente é explicada a partir do entendimento de vetor como cada classe de equivalência determinada pela relação de equipolência. Segmentos orientados que possuem as mesmas características, ou seja, a mesma intensidade, direção e sentido, são equivalentes, estão numa relação de equipolência, constituindo assim, uma Classe de Equivalência.

Figura 2 - Definição do Conceito Vetor

VETORES

- Vetores: expressões matemáticas que têm **intensidade**, **direção e sentido** e que se somam conforme a **lei do paralelogramo**. Exemplos: deslocamentos, velocidades, acelerações.
- Classificações de vetores:
  - Vetores *fixos* têm pontos de aplicação bem definidos e não podem ser deslocados sem que se alterem as condições do Problema.
  - Vetores *livres* podem se mover livremente no espaço sem que se alterem as condições do Problema.
  - Vetores *deslizantes* podem ser deslocados ao longo de suas linhas de ação sem que se alterem as condições do Problema.
- Vetores *iguais* têm a mesma intensidade e o mesmo sentido.

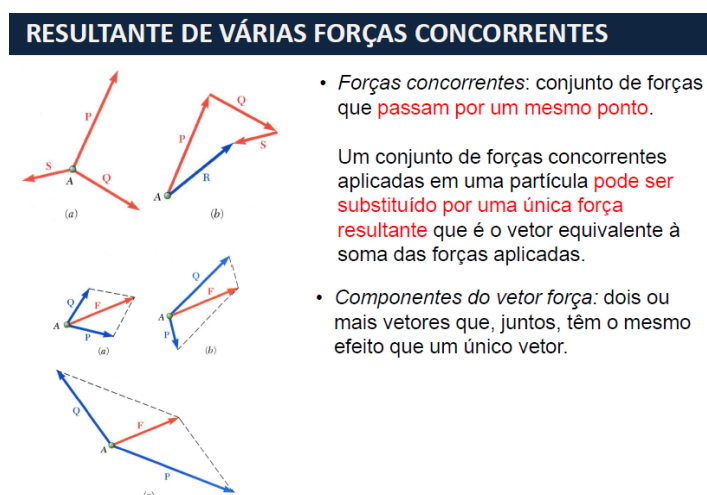
**Fonte:** Material orientador (slides) das aulas de Mecânica Geral I, disponibilizado pelo professor aos estudantes.

O registro figural na representação geométrica também é considerado na definição de vetor. Outro aspecto interessante a ser apontado é que, em ambas as definições, há a indicação da operação adição de vetores pela lei do paralelogramo, tendo como soma a força resultante. Na disciplina GAV, quando se trabalha com esta operação, são apresentados dois métodos, a regra do paralelogramo e a regra do polígono (também conhecida como regra do triângulo),



ambas apresentam o mesmo vetor resultante. Na matemática não existe distinção quanto ao uso de uma outra lei pois, ambas chegam à mesma conclusão. Já, na física, geralmente quando se trabalha com a grandeza força, utiliza-se a regra do paralelogramo, e para o deslocamento a regra do polígono. Talvez seja esta a razão pela qual, em ambas as definições é realizada esta relação com a obtenção da força resultante pela lei do paralelogramo (conforme Figura 3).

**Figura 3** - Vetor na representação da grandeza força.



- *Forças concorrentes*: conjunto de forças que **passam por um mesmo ponto**.

Um conjunto de forças concorrentes aplicadas em uma partícula **pode ser substituído por uma única força resultante** que é o vetor equivalente à soma das forças aplicadas.

- *Componentes do vetor força*: dois ou mais vetores que, juntos, têm o mesmo efeito que um único vetor.

**Fonte:** Material orientador (slides) das aulas de Mecânica Geral I, disponibilizado pelo professor aos estudantes.

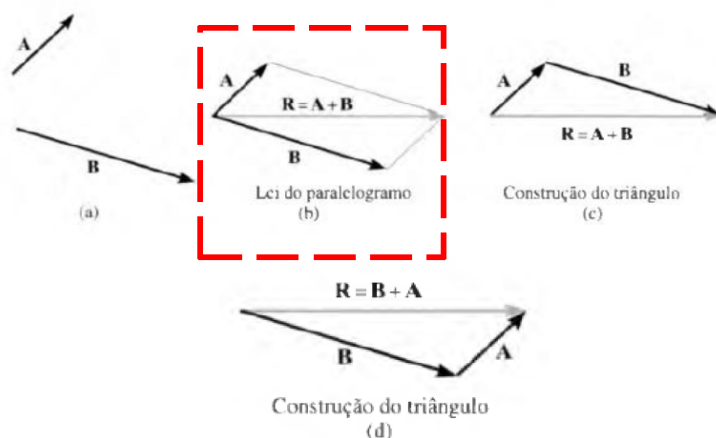
A Figura 3 apresenta uma situação que envolve a força resultante de três forças representadas pelos vetores P, Q e S. Esta força resultante (R) é obtida a partir da adição de vetores por meio da Regra do Polígono, o que exige o movimento de translação dos vetores envolvidos. A efetivação desta operação carrega em si propriedades do vetor, seja como um conjunto, seja considerando a relação de equipolência entre os seus diferentes representantes que determina sua classe de equivalência. Ideia está considerada na Figura 3, quando destaca como classificação de vetores, vetores livres e vetores deslizantes.

Considerando a adição de vetores, a Figura 4 apresenta a adição de forças vetoriais, traz a representação geométrica dos dois métodos (lei do polígono e a lei do paralelogramo) para realizar a adição, com destaque para a Lei do paralelogramo. Outro aspecto a ser destacado nesta figura é em relação aos registros apresentados. É a primeira vez que o registro simbólico, na representação algébrica aparece quando o docente apresenta a adição de vetor na forma  $R = A + B$ .

**Figura 4** - Representação geométrica e algébrica da adição de forças vetoriais.



## ADIÇÃO DE FORÇAS VETORIAIS



**Fonte:** Material orientador (slides) das aulas de Mecânica Geral I, disponibilizado pelo professor aos estudantes.

Muitas das situações trabalhadas na disciplina, situações problemas envolvendo forças, utiliza a operação adição de vetores. Esta operação é realizada no registro figural e na representação geométrica utilizando principalmente, a lei do paralelogramo.

### Considerações Finais

Considerando o objetivo do presente estudo, mediante as análises do material orientador das aulas de Mecânica Geral I, podemos afirmar que: este reafirma a importância da compreensão do conceito vetor por parte dos estudantes, futuros engenheiros; os registros de representação utilizados pela docente estão relacionados às definições matemáticas, o que revela a forma como a professora da disciplina organizou e desenvolveu o ensino; o conceito vetor é essencial, uma vez que toda representação da grandeza força é realizada por vetor e força é a grandeza central nesta disciplina; o registro simbólico foi considerado na mobilização das definições em apenas uma situação; o material analisado possibilita a exploração de tratamentos especialmente nos registros figurais e a conversão entre os registros figurais e língua natural. A partir da análise do material proposto pelo docente, podemos afirmar que a abordagem dada ao conceito vetor na disciplina de Mecânica Geral I, está íntima e fortemente relacionada ao trabalho com o conceito força.

Como analisamos, a grandeza vetorial força é o conceito chave nesta disciplina, utilizada em diversas situações, assim como a obtenção da força resultante pela operação adição de vetores. Sendo assim, para que os estudantes consigam se apropriar dos conceitos trabalhados na disciplina é necessário que já tenham se apropriado de alguns conceitos, como



por exemplo, o de vetor, considerado como uma linguagem para representar a grandeza força, assim como das operações que envolvem vetor. A compreensão do conceito vetor amplia consideravelmente as condições de apreensão e significação do conceito força. Para tanto, considerar diferentes registros de representação envolvendo vetor é de fundamental importância, em especial, o registro figural na representação geométrica, uma vez que a operação adição e até mesmo na decomposição de forças, utiliza-se desta representação. Além disso, o registro simbólico e o registro da língua natural, também constituem representações importantes para o processo de apropriação dos conceitos. Nesse sentido, reforçamos a importância do trabalho com os diferentes registros de representação semiótica do conceito vetor e suas propriedades, assim como das operações que envolvem este conceito e das transformações (tratamento e conversão) entre os registros de representação.

Outro aspecto importante a ser destacado é em relação a forma como o material orientador das aulas é apresentado aos estudantes, com destaque às definições de conceitos essenciais para a compreensão da mecânica. Este processo pode indicar uma preocupação por parte da professora em possibilitar aos estudantes, ferramentas teóricas ou conhecimentos teóricos fundamentais para o entendimento de questões mais específicas da área de atuação profissional. O que pode ser compreendido como uma ação educativa intencional importante no processo de ensino e de aprendizagem, influenciando a forma como os estudantes se apropriam dos conceitos discutidos ao longo da disciplina de Mecânica Geral I.

### Referências

CASTRO, Samira Choukri de. **Os Vetores do Plano e do Espaço e os Registros de Representação**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – 2001.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas – São Paulo: Papirus, 2003.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise Textual Discursiva**. 3.ed.rev. e ampl. – Ijuí: Ed. Unijuí, 2016.

RONCAGLIO, Viviane; NEHRING, Cátia M. **Registros de Representação Semiótica: conversão e tratamento em vetores**. 1.ed. – Curitiba: Appris, 2019, 181 p.



Encontro Gaúcho de Educação Matemática

Edição Virtual - 2021 - UFPel

RONCAGLIO, Viviane; NEHRING, Cátia M.; BATTISTI, Isabel K. **O Conceito de Vetor a partir da Análise de Livros Didáticos de Matemática, Física e Engenharia.** In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2019, Cuiabá. Anais.

RONCAGLIO, Viviane. **Registros de Representação Semiótica: atividades de conversão e tratamento em vetores e suas operações a partir da argumentação de estudantes de engenharia.** Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2015.