

Universidade Federal de Pelotas
Instituto de Física e Matemática
Departamento de Física
Disciplinas de Física Experimental

INTRODUÇÃO AS AULAS DE FÍSICA EXPERIMENTAL

Professor: Valdemar Vieira

Medidas e Erros

A) Introdução

Tanto os estudantes como os profissionais que se dedicam às áreas técnico-científicas lidam, diariamente, com a medida de elementos que estão relacionados entre si nos fenômenos que afetam nossa vida.

Assim, por exemplo, quando alguém diz que “pesa” 100 quilos, ninguém coloca qualquer restrição na expressão “pesa 100 quilos” porque os termos: “pesa” e “quilos” pertencem à linguagem diária com a qual estamos familiarizados. Assim como associamos entre si os termos calor e temperatura quando ouvimos a seguinte frase: “hoje vai fazer calor! As máximas previstas são de 35° centígrados”. Da mesma forma, geralmente, ninguém estranha quando, ao pedir em um posto de serviço para calibrar um pneu, ouve a pergunta: quantas libras? Entretanto, uma análise mais detalhada dos termos “pesa”, “quilos”, “libras”, “calor”, “temperatura” e “centígrados” mostrará que eles não são claros.

A expressão pesar, na linguagem diária, refere-se à medida da massa do objeto e não do seu peso, que é completamente diferente. O raciocínio anterior se aplica a frase: “hoje vai fazer calor!”. Claramente, o conceito de calor está sendo empregado de maneira inapropriada uma vez que ele está sendo utilizado com o significado de temperatura. O recomendável seria dizer que: “hoje vai estar quente!”. Por outro lado, o termo “quilos” não se refere a uma unidade de medida, mas é um prefixo que indica mil vezes a unidade escolhida. Corretamente, deve-se dizer quilograma (kg) que expressa mil vezes a unidade “grama”. O mesmo se aplica ao termo “graus centígrados” o qual não se refere a uma unidade de medida, mas representa o número de divisões unitárias de determinada escala termométrica, no caso a escala Celsius. Já, por sua vez, as libras, tanto poderiam representar peso ou massa, conforme uma palavra complementar necessária, mas nunca a pressão do pneu que o dono do veículo deseja.

É importante destacar que os supostos 100 kg de massa podem representar, da maneira como foi citado, na verdade, um valor qualquer compreendido entre 100 kg e 109 kg. Por quê? Naturalmente, além deste, outros erros podem ocorrer. Mas afinal, o que é erro? Como identificá-los, classificá-los, evitá-los ou corrigi-los?

Estes exemplos mostram que tanto a terminologia técnica como à medida das grandezas envolvidas nos fenômenos naturais exigem cuidados especiais. De fato, uma das maiores preocupações da humanidade está embutida no termo medir. Um instrumento de medida pode ser definido como uma extensão de nossos sentidos, e serve para determinar um valor variável. A partir de agora, iremos abordar alguns conceitos relativos ao processo de medição.

B) – Experimentação

É a reprodução de um fenômeno natural que tem como objetivo testar hipóteses que explicam ou equacionam o fenômeno em estudo.

Quando uma pessoa faz uma experimentação, deve ter em mente que a natureza é perfeita, mas hipóteses podem ser falsas. Muitas vezes, após experimentações, teorias são abandonadas surgindo, em seu lugar, novas hipóteses que, por sua vez, devem ser testadas por novas experimentações.

Também se deve lembrar que os fenômenos naturais ocorrem segundo leis específicas que, em geral, tem seus próprios limites. Por exemplo, as leis da chamada mecânica clássica, utilizadas diariamente, são válidas apenas para pontos materiais que se movem com velocidades muito inferiores à da luz, que é de aproximadamente 300.000.000 m/s no vácuo. Para fenômenos que envolvem partículas cujas velocidades são próximas às da luz, passam a ser válidas as leis formuladas por Einstein na sua teoria da relatividade.

C) Experiência

É algum conhecimento ou habilidade adquirida no passado e que se aplica no presente. Após a experimentação se adquire experiência.

D) Erro

Freqüentemente, quando um fenômeno é reproduzido em laboratório, outros fenômenos ocorrem ao mesmo tempo, além disso, quando efetuamos medidas diretas, nunca é possível obter um resultado preciso, ou seja, sempre obtemos um número aproximado de unidades. Tudo isso contribui para que os resultados obtidos experimentalmente não coincidam com os valores esperados teoricamente. Essa discrepância entre os resultados experimentais e os valores esperados tecnicamente é chamada de erro. Os erros podem ser classificados como:

1) **Sistemáticos:** são erros decorrentes de causas constantes que afetam as medidas da mesma maneira e, por isso, podem ser identificados e corrigidos.

Geralmente estes erros são causados por fenômenos alheios ao fenômeno em estudo, ocorrendo ao mesmo tempo. Este é o caso em que, ao se medir a pressão atmosférica com um barômetro de cuba, a altura da coluna de mercúrio muda em função da variação na temperatura do mesmo. Também podem decorrer de defeitos no funcionamento dos equipamentos. Por exemplo, se um cronômetro elétrico foi construído para funcionar com tensão alternada de 220 V e frequência de 50 Hz, mas a rede elétrica fornece tensão de 220 V e frequência de 60 Hz, isto faz com que o aparelho registre sempre um valor 20% maior que o valor real.

2) **Acidentais:** são erros que não podem ser identificados e, portanto, não podem ser corrigidos. Decorrem de causas diversas, tais como erro de manipulação do equipamento ou erros na leitura dos instrumentos.

3) **Paralaxe:** é um erro de leitura que ocorre quando se observa uma medida em uma escala e não nos posicionamos de modo que nossa linha de visão seja perpendicular ao plano da escala. Quando nossa linha de visão não é perpendicular ao plano da escala, estamos observando uma medida correspondente a um traço anterior, ou um traço posterior, ao traço correspondente à medida mais aproximada.

B) Algarismos significativos

A partir de uma abordagem mais simples, poderemos tomar algumas regras gerais ao operar com algarismos significativos. Precisemos primeiramente este conceito através de um exemplo.

Seja uma medida de comprimento, feita com régua dividida em cm (veja fig. 1).

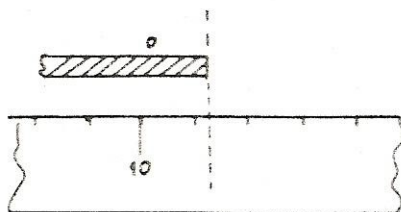


Fig. 1 – Medida efetuada em uma régua dividida em cm.

Um bom valor para o comprimento da haste “o”, lido na régua seria 11,3 cm. O leitor deste texto talvez opte pelo valor 11,2 cm, ao efetuar a leitura. Fica claro de qualquer modo que não há dúvidas quanto aos dois primeiros algarismos (11.). O terceiro algarismo não é exato, mas pode ser estimado. Uma regra geral em medidas pode ser esta: o último algarismo é estimado (duvidoso), os anteriores são corretos.

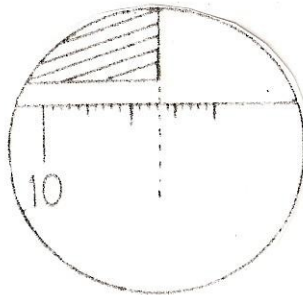


Fig. 2 – Nesta medida da figura 1, efetuada com uma régua milimetrada.

Na figura 2, o mesmo objeto é medido com uma régua milimetrada, garantindo desta maneira mais um algarismo significativo: 11,32 cm.

Obs. Zeros a esquerda de qualquer algarismo não podem ser considerados como sendo algarismos significativos.

Operações:

Adição e Subtração:

No item anterior verificou-se que a qualidade de um instrumento, ou “precisão” deste, pode ser verificada a partir do número de algarismos significativos que as medidas por eles feitas apresentam.

Exemplo 1: Uma folha de papel tem a sua base medida com régua graduada em cm, obtendo-se o resultado de 11,7 cm. A altura desta mesma folha, ao ser medida em uma régua milimetrada, foi de 22,42 cm. Calculemos o perímetro, p desta folha, considerando-a perfeitamente retangular:

$$p = 2(11,7 \text{ cm}) + 2(22,42 \text{ cm}) = 23,4 \text{ cm} + 44,84 \text{ cm}$$

Poderíamos representar esta soma da seguinte maneira:

$$\begin{array}{r} 23,4? \text{ cm} \\ + 44,84 \text{ cm} \\ \hline 68,26 \text{ cm} \end{array}$$

onde a interrogação representa um algarismo desconhecido. Neste caso, o resultado deverá ser expresso com o mesmo número de algarismos significativos da medida menos precisa, ou seja, neste caso, a de três algarismos significativos.

Portanto, o resultado final será: 68,3 cm.

Aqui verifica-se um arredondamento do valor 2 para 3 no algarismo duvidoso. Este procedimento ocorrerá sempre que o algarismo que sucede o duvidoso for igual ou maior que 5.

Multiplicação:

O produto de duas medidas conterà no mínimo m e no máximo $m+1$ algarismos significativos, sendo m o número de algarismos do fator que contém o menor número de algarismos significativos.

Exemplo 2: um resistor traz o código de cores impresso que indica um valor de $3,2 \cdot 10^3 \Omega$ para a sua resistência elétrica, R . Ao ser submetido a uma certa diferença de potencial elétrico (ddp) circula por ele uma corrente I de $450 \cdot 10^{-3} \text{ A}$. Qual o será o valor da ddp, V a que está submetido?

Sabendo que $V = R \cdot I$, temos:

$V = 3,2 \cdot 10^3 \Omega \cdot 450 \cdot 10^{-3} \text{A}$, ou seja:

$$\begin{array}{r} 450 \\ \times 3,2 \\ \hline 900 \\ +1350 \\ \hline 1440,0 \end{array}$$

Temos $m = 2$ e $m+1 = 3$, portanto o resultado será apresentado com o máximo de três algarismos significativos, uma das possíveis maneiras é a seguinte:

$$V = 1,44 \cdot 10^3 \text{ volts.}$$

Divisão:

Suponhamos que duas medidas contenham m e n algarismos significativos, respectivamente, e que precisamos efetuar a divisão de m por n . Podem ocorrer os três casos seguintes:

$m = n$ (número de significativo do dividendo igual ao do divisor)

$m < n$ (dividendo com menos significativos que o divisor)

$m > n$ (dividendo com mais significativos que o divisor).

Nos dois primeiros casos, o quociente deve conter um mínimo de $m - 1$ e um máximo de m algarismos significativos. No terceiro caso, o resultado deve conter o número n , de algarismos do divisor.

Exemplo 3: uma força resultante de 90,0N foi aplicada sobre um corpo de massa igual a 8,250kg. Que aceleração a força produziu?

Lembrando que: $F = m \cdot a$, temos:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{90,0N}{8,250kg}$$

Nesta situação temos $m = 3$ e $n = 4$ (segundo caso), logo o resultado pode conter dois ou três algarismos significativos. Logo,

$$a = 10,9 \text{ m/s}^2.$$

Exemplo 4: a potência térmica máxima de um chuveiro elétrico é de 6000W. Ao ser ligado na rede elétrica de 220V, qual a intensidade da corrente elétrica que o percorre?

Lembrando que: $P = V \cdot I$, temos:

$$I = \frac{P}{V} = \frac{6000W}{220V}$$

Portanto, temos $m = 4$ e $n = 3$ (terceira situação) logo o resultados deve conter três algarismos significativos. Logo,

$$I = 27,3A.$$

Radiciação:

A raiz quadrada de uma medida que contém m algarismos significativos deverá conter m ou $n-1$ algarismos significativos.

Exemplo 5: um pêndulo simples, de comprimento L igual a 0,645m, está oscilando em uma região onde $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Calcule o seu período de oscilação, T.

Lembrando que: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, temos que:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0,645\text{m}}{9,81\text{m/s}^2}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{0,066\text{s}^2}$$

$$T = 2\pi \cdot 0,26\text{s}$$

$$\boxed{T = 2,63\text{s}}$$

Considerações Importantes:

a) Zero a esquerda de um algarismo significativo não é significativo. Por isso, o comprimento do pêndulo no exemplo cinco só tem três algarismos significativos.

b) Zero entre algarismos significativos, ou à direita deles, é significativo. Este é o caso do zero decimal na medida da força do exemplo 3.

c) Em uma operação que envolva produto ou quociente de uma medida por uma constante, essa constante não afeta o número de algarismos significativos da medida.

Quando um produto atingir a casa das dezenas, como ocorre no cálculo final do exemplo cinco, podemos ter $m+1$ algarismos significativos no resultado.

d) O número de algarismos significativos de uma medida depende da escala do instrumento utilizado e não da unidade na qual a resposta é expressa. Veja que o comprimento do pêndulo no exemplo 5 é de 0,645m ou 64,5cm ou ainda 645mm.

C) Análise Estatística de Dados Experimentais:

Média Aritmética: se todos os alunos de uma sala medirem a largura do quadro negro com uma trena, obteremos como resultado uma série de valores ligeiramente diferentes e às vezes iguais entre si. Um valor razoável para a largura do quadro seria a média aritmética destas medidas, ou seja:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n} \quad (1)$$

Para minimizar os problemas decorrentes dos erros acidentais, o experimentador deve efetuar várias medidas para a mesma grandeza, utilizando o mesmo instrumento e a mesma técnica.

O valor mais provável da grandeza é a média aritmética da série de medidas obtidas. Naturalmente, quanto maior for o número de medidas obtido, mais próximo do valor real será o valor médio.

Exemplo: um experimento de pêndulo simples, os valores de cinco medidas sucessivas do período de oscilação deste foram registradas, são elas: $T(s)$: 1,56; 1,54; 1,55; 1,57 e 1,53. Calcule o valor mais provável desta série de medidas.

Resolução: aplicando a definição de média aritmética dada pela equação (1), temos:

$$\bar{X} = \frac{1.56 + 1.54 + 1.55 + 1.57 + 1.53}{5} = 1.55 \text{ s}$$

Desvios Absolutos: são desvios obtidos em relação à média aritmética onde o valor individual de cada desvio é obtido em módulo, ou seja:

$$d_1 = |x_1 - \bar{x}|, d_2 = |x_2 - \bar{x}|, \dots, d_n = |x_n - \bar{x}| \quad (2)$$

Empregando a definição da equação (2) no exemplo anterior temos:

$$d_1 = |x_1 - \bar{x}| = |1.56 - 1.55| = 0.01 \text{ s}$$

$$d_2 = |x_2 - \bar{x}| = |1.54 - 1.55| = 0.01 \text{ s}$$

$$d_3 = |x_3 - \bar{x}| = |1.55 - 1.55| = 0.00 \text{ s}$$

$$d_4 = |x_4 - \bar{x}| = |1.57 - 1.55| = 0.02 \text{ s}$$

$$d_5 = |x_5 - \bar{x}| = |1.53 - 1.55| = 0.02 \text{ s}$$

Desvio Absoluto Médio: é a média aritmética de todos os desvios absolutos, ou seja:

$$D = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{n} = \frac{\sum d}{n} \quad (3)$$

Empregando a definição da equação (3) no exemplo anterior, temos:

$$D = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5}{5} = \frac{0.01 + 0.01 + 0.00 + 0.02 + 0.02}{5} = 0.01 \text{ s}$$

Portanto, o valor mais provável para o período de oscilação do pêndulo é dado por:

$$T = (1.55 \pm 0.01) \text{ s}$$

Desvio Relativo: observe que um mesmo valor obtido para o desvio absoluto pode praticamente invalidar uma medida e não ser significativo em outra. Por exemplo, um desvio absoluto de 1 m ocorrido no comprimento de uma pequena sala praticamente invalida a medida feita. O mesmo desvio obtido na medida do raio médio da Terra é desprezível.

Precisamos definir, portanto, uma grandeza que relacione o desvio absoluto com o valor obtido na medida e que permita, assim, verificar se a medida é válida ou não. Esta grandeza é o desvio relativo definido a seguir.

Desvio relativo, D_r é a razão entre o desvio absoluto médio e o valor mais provável da grandeza (média aritmética), conforme define a equação (4).

$$D_r = \frac{D_A}{\bar{X}} \quad (4)$$

No caso do exemplo anterior, temos que o desvio relativo médio será dado por:

$$D_r = \frac{0.01 \text{ s}}{1.55 \text{ s}} = 0.006$$

Desvio Percentual: cabe pergunta, então, qual é o maior desvio relativo que se pode aceitar de um experimento?

Gauss, célebre matemático alemão, se interessou pelo problema e, através de cálculos estatísticos, chegou a conclusão de que, nas experimentações comuns, pode-se considerar válidos os resultados experimentais que apresentem desvios percentuais de até 5%.

A definição de desvio percentual é o desvio relativo multiplicado pelo fator 100, ou seja:

$$D_p = D_r \times 100 \quad (5)$$

No caso do exemplo anterior, temos que o desvio relativo médio será dado por:

$$D_p = 0.006 \times 100 = 0.6\%$$

Sendo assim, podemos apresentar o valor mais provável de T seguido de seu desvio percentual:

$$T = 1.55 \text{ s} \pm 0.6\%$$

***Observação:** as definições utilizadas para desvio absoluto, desvio absoluto médio, desvio relativo e desvio percentual são análogas as empregadas para a definição de erro absoluto, erro absoluto médio, erro relativo e erro percentual.

E) Exercícios:

1 – Um técnico, operando corretamente com um instrumento de medida de comprimento, achou que certo comprimento era de 12 m. Como estava calibrado o instrumento utilizado?

2 – Se você está medindo um objeto com uma régua milimetrada, como expressaria um comprimento de doze centímetros medido com a mesma?

3 – Em um viaduto, que cruza a rodovia uma placa sinalizadora indica 3,620 m para a altura máxima permitida. Que conclusão você poderia tirar com relação à escala métrica utilizada na medição?

4 – Um engenheiro agrícola, ao medir o comprimento de uma peça mecânica usando uma escala centimetrada, obteve como medida dezoito decímetros.

A) Como você expressaria esta medida?

B) Quantos algarismos significativos esta medida apresenta?

5 – Em um experimento de pêndulo simples, os valores de cinco medidas sucessivas do período de oscilação deste foram registradas, são elas: T(s): 1,46; 1,34; 1,59; 1,70 e 1,55. Calcule:

A) A média.

B) Os desvios absolutos.

C) O desvio absoluto médio.

D) O desvio relativo.

E) O desvio percentual.