Eletricidade e magnetismo

parte 1

Trem *Transrapid Maglev* estacionado em uma estação de Xangai, na China. *Maglev* é uma forma abreviada do termo em inglês *magnetic levitation* (levitação magnética). Esse tipo de trem não tem contato físico com os trilhos; seu peso é totalmente suportado por forças eletromagnéticas. Nesta parte do livro, estudaremos essas forças. *(oyfull/Shutterstock)*

Vamos estudar o ramo da Física que trata dos fenômenos elétricos e magnéticos. As leis da Eletricidade e do Magnetismo têm um papel central no funcionamento de smartphones, televisores, motores elétricos, computadores, aceleradores de alta energia e outros dispositivos eletrônicos. Em um plano mais fundamental, as forças interatômicas e intermoleculares responsáveis pela formação dos sólidos e líquidos são elétricas por natureza.

Evidências encontradas em documentos chineses sugerem que o Magnetismo foi observado em 2000 a.C. Os gregos antigos observaram fenômenos elétricos e magnéticos possivelmente por volta de 700 a.C. Eles conheciam as forças magnéticas graças a observações que indicavam que a *magnetita* (Fe_3O_4), minério que ocorre de modo natural, é atraída pelo ferro (*elétrico* vem de *elecktron*, palavra grega para "âmbar"; *magnético* vem de *Magnésia*, o nome da região da Grécia onde a magnetita foi descoberta).

Somente no começo do século XIX os cientistas determinaram que Eletricidade e Magnetismo são fenômenos relacionados. Em 1819, Hans Oersted descobriu que a ponta de uma bússola é defletida quando colocada próximo de um circuito conduzindo corrente elétrica. Em 1831, Michael Faraday e, quase simultaneamente, Joseph Henry demonstraram que, ao posicionarmos um fio metálico perto de um ímã (ou, de modo equivalente, quando um ímã é colocado próximo a um fio metálico), uma corrente elétrica é estabelecida no fio. Em 1873, James Clerk Maxwell baseou-se nessas observações e em outros fatos experimentais para formular as leis do eletromagnetismo como as conhecemos hoje (*eletromagnetismo* é o nome dado ao estudo combinado da Eletricidade e do Magnetismo).

As contribuições de Maxwell no campo do Eletromagnetismo foram especialmente importantes, porque as leis formuladas formam a base de *todas* as formas de fenômenos eletromagnéticos. Seu trabalho é tão importante quanto o de Newton, que formulou as leis do movimento e a teoria da gravitação. ▪

capítulo 1

Campos elétricos

Esta jovem está se divertindo com os efeitos de carregar eletricamente seu corpo. Cada fio de cabelo em sua cabeça fica carregado e exerce uma força repulsiva nos outros fios de cabelo, resultando nos cabelos eriçados, vistos aqui. *(Ted Kinsman/Science Source/A&B Photo Library)*

Neste capítulo, começaremos o estudo do Eletromagnetismo. O primeiro link que faremos com nosso estudo anterior é o conceito de *força*. A força eletromagnética entre as partículas carregadas é uma das forças fundamentais da natureza. Iniciaremos pela descrição de algumas propriedades básicas da manifestação da força eletromagnética, a força elétrica. Depois, discutiremos a Lei de Coulomb, a lei fundamental que descreve a força elétrica entre quaisquer duas partículas carregadas. Na próxima etapa, introduziremos o conceito de um campo elétrico associado a uma distribuição de cargas e descreveremos seu efeito sobre outras partículas carregadas. Na sequência, demonstraremos como aplicar a Lei de Coulomb para calcular o campo elétrico a uma determinada distribuição de cargas. O capítulo será concluído com uma discussão sobre o movimento de uma partícula carregada em um campo elétrico uniforme.

O segundo link entre o magnetismo e nosso estudo anterior é feito por meio do conceito de *energia*. Discutiremos esta conexão no Capítulo 3 deste volume.

1.1 Propriedades das cargas elétricas

Vários experimentos simples demonstram a existência das forças elétricas. Por exemplo, após esfregar um balão em seu cabelo em um dia seco, você notará que o balão atrai fragmentos de papel. Muitas vezes, a força atrativa é forte o suficiente para fazer o papel pairar acima do balão.

Quando os materiais assim se comportam, diz-se que estão *eletrizados*, ou que se tornaram **eletricamente carregados**. Você pode eletrizar o corpo facilmente, ao esfregar vigorosa-

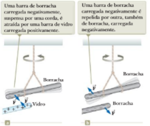

Figura 1.1 A força elétrica entre (a) objetos carregados com cargas opostas e (b) objetos carregados com cargas iguais.

mente os sapatos em um tapete de lã e detectar a presença de carga elétrica em seu corpo tocando ligeiramente (e surpreendendo) um amigo. Sob as condições adequadas, você verá uma faísca ao tocar a pessoa, e os dois sentirão uma leve picada (experimentos como este funcionam melhor em um dia seco, porque uma quantidade de umidade excessiva no ar pode fazer com que qualquer carga acumulada no corpo "vaze" para a Terra).

Uma série de experimentos simples mostrou que existem dois tipos de cargas elétricas, nomeadas **positiva** e **negativa** por Benjamin Franklin (1706-1790). Os elétrons são identificados por possuírem carga negativa, e os prótons, por serem positivamente carregados. Para confirmar a existência de dois tipos de carga, suponha que uma barra de borracha rígida tenha sido esfregada em um pedaço de pele e esteja suspensa por uma corda, como mostra a Figura 1.1. Quando uma barra de vidro é esfregada em um retalho de seda e colocada próximo de uma barra de borracha, as duas peças se atraem (Fig. 1.1a). Por outro lado, se duas barras de borracha (ou vidro) carregadas são colocadas uma próxima da outra, como mostra a Figura 1.1b, as duas se repelem. Essa observação mostra que a borracha e o vidro possuem dois tipos de carga diferentes. Com base nesses resultados, concluímos que **cargas de mesmo sinal se repelem, e cargas de sinais opostos se atraem.**

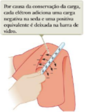

Figura 1.2 Quando uma barra de vidro é esfregada em seda, elétrons são transferidos do vidro para a seda.

De acordo com a convenção proposta por Franklin, a carga elétrica na barra de vidro é chamada positiva, e a carga na barra de borracha, negativa. Dessa forma, qualquer objeto carregado atraído por uma barra de borracha carregada (ou repelido por uma barra de vidro carregada) deve ter uma carga positiva, e qualquer objeto carregado repelido por uma barra de borracha carregada (ou atraído por uma barra de vidro carregada) deve ter uma carga negativa.

◀ **Carga elétrica é conservada**

Outro aspecto importante da Eletricidade, evidenciado pelas observações experimentais, é o fato de que **a carga elétrica é sempre conservada** em um sistema isolado, isto é, quando um objeto é esfregado contra outro, a carga não é criada no processo. O estado eletrificado é estabelecido pela *transferência* de carga de um objeto para outro. Um objeto ganha uma quantidade de cargas negativas, enquanto o outro, quantidade igual de cargas positivas. Por exemplo, quando uma barra de vidro é esfregada num retalho de seda, como mostra a Figura 1.2, este ganha uma carga negativa igual em módulo à positiva na barra de vidro. Atualmente, graças ao nosso conhecimento sobre a estrutura atômica, sabemos que os elétrons são transferidos do vidro para a seda quando estes são esfregados um contra o outro. De modo similar, quando uma peça de borracha é esfregada num pedaço de pele, elétrons são transferidos da pele para a borracha, estabelecendo uma carga negativa líquida na borracha e positiva líquida na pele. Esse processo ocorre porque a matéria neutra não carregada contém quantidades iguais de cargas positivas (prótons no centro dos átomos) e negativas (elétrons). A conservação da carga elétrica para um sistema isolado é como a conservação da energia, o momento e o momento angular, mas não identificamos um modelo de análise para este princípio de conservação porque ele não é utilizado com frequência suficiente na solução matemática de problemas.

Em 1909, Robert Millikan (1868-1953) descobriu que a carga elétrica sempre ocorre na forma de múltiplos inteiros de uma quantidade de carga fundamental e (consulte a Seção 3.7 deste volume). Aplicando termos modernos, dizemos que a carga elétrica q está **quantizada**, sendo q o símbolo padrão utilizado para carga como uma variável. Em outras palavras, a carga elétrica existe na forma de "pacotes" discretos, e podemos escrever $q = \pm Ne$, onde N é um valor inteiro. Outros experimentos no mesmo período demonstraram que o elétron tem uma carga $-e$ e o próton, carga de módulo igual mas de sinal oposto, $+e$. Algumas partículas, como o nêutron, não possuem carga.

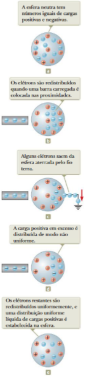

Figura 1.3 Carga de um objeto metálico por *indução*. (a) Esfera metálica neutra. (b) Uma barra de borracha carregada é colocada próxima da esfera. (c) A esfera é aterrada. (d) A conexão de aterramento é retirada. (e) A barra é removida.

Teste Rápido 1.1 Três corpos são colocados próximos um do outro, dois de cada vez. Quando A e B são colocados juntos, se repelem, assim como B e C. Quais das afirmações a seguir são verdadeiras? **(a)** A e C têm cargas de mesmo sinal. **(b)** A e C têm cargas de sinais opostos. **(c)** Todos os três corpos possuem cargas de mesmo sinal. **(d)** Um corpo é neutro. **(e)** Outros experimentos devem ser conduzidos para a determinação do sinal das cargas.

1.2 Carga de objetos por indução

É conveniente classificar os materiais de acordo com a capacidade de os elétrons se moverem através deles:

Condutores elétricos são materiais nos quais alguns elétrons são livres,[1] não estão ligados aos átomos e podem se mover de modo relativamente livre. **Isolantes** elétricos são materiais nos quais todos os elétrons estão ligados aos átomos e não podem se mover livremente.

Materiais como vidro, borracha e madeira seca pertencem à categoria dos isolantes elétricos. Quando carregados por atrito, apenas a área esfregada se torna carregada, e as partículas carregadas não são capazes de se deslocar para outras partes do material.

Em contraste, materiais como cobre, alumínio e prata são bons condutores elétricos. Quando uma pequena parte desses materiais é carregada, a carga se distribui imediatamente sobre toda a superfície.

Semicondutores são uma terceira classe de materiais, e suas propriedades elétricas são uma combinação entre as dos isolantes e as dos condutores. O silício e o germânio são exemplos bem conhecidos de semicondutores comumente utilizados na fabricação de uma variedade de chips eletrônicos utilizados em computadores, telefones celulares e sistemas de *home theater*. As propriedades elétricas dos semicondutores podem ser alteradas em muitas ordens de grandeza por meio da adição de quantidades controladas de determinados átomos aos materiais.

Para entender como carregar um condutor por meio do processo chamado **indução**, considere uma esfera condutora neutra (não carregada) isolada do aterramento, como mostra a Figura 1.3a. Existe um número igual de elétrons e prótons nela, caso sua carga seja exatamente igual a zero. Quando uma barra de borracha negativamente carregada é colocada próximo da esfera, os elétrons na região mais próxima à barra são repelidos por uma força repulsiva e migram para o lado oposto da esfera. Essa migração deixa o lado da esfera próximo da barra com uma carga efetiva positiva, estabelecida pelo menor número de elétrons, como mostra a Figura 1.3b (o lado esquerdo da esfera na Figura 1.3b fica carregado positivamente, *como se* as cargas positivas houvessem se deslocado para essa região. Entretanto, lembre-se de que apenas os elétrons estão livres para se mover). Esse processo ocorre mesmo que a barra nunca toque na esfera. Se o mesmo experimento for realizado com um fio condutor ligando a esfera à Terra (Fig. 1.3c), alguns dos elétrons no condutor serão repelidos com tanta intensidade pela presença da carga negativa na barra que sairão da esfera através do fio em direção à Terra. O símbolo ⏚ na extremidade do fio na

[1] Um átomo de metal contém um ou mais elétrons externos, fracamente ligados ao núcleo. Quando muitos átomos se combinam para formar um metal, os elétrons externos são *elétrons livres*, que não estão ligados a nenhum átomo. Eles se movem no metal de modo similar ao de moléculas de gás deslocando-se em um recipiente.

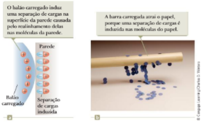

Figura 1.4 (a) O balão carregado é posicionado próximo de uma parede isolante. (b) A barra carregada é colocada próxima de fragmentos de papel.

Figura 1.3c indica a conexão com a **terra**, isto é, um reservatório, como a Terra, que pode receber ou fornecer elétrons de modo livre com um efeito desprezível sobre suas características elétricas. Se o fio terra for removido (Fig. 1.3d), a esfera condutora conterá um excesso de cargas positivas *induzidas*, pois terá menos elétrons que o necessário para cancelar a carga positiva dos prótons. Quando a barra de borracha é removida da vizinhança da esfera (Fig. 1.3e), essa carga positiva induzida permanece na esfera não aterrada. Observe que, durante esse processo, a barra de borracha não perde nenhuma carga negativa.

Carregar um objeto por indução não requer o contato com outro que induza carga. Isto contrasta com a carga de um objeto por atrito (isto é, por *condução*), que requer o contato entre os dois.

Um processo similar à indução em condutores ocorre em isolantes. Na maioria das moléculas neutras, o centro de cargas positivas coincide com o de cargas negativas. Entretanto, na presença de um objeto carregado, esses centros dentro de cada molécula em um isolante podem se deslocar ligeiramente, resultando um número maior de cargas positivas em um lado da molécula. Esse realinhamento de cargas em cada molécula produz uma camada de carga na superfície do isolante, como mostra a Figura 1.4a. A proximidade das cargas positivas na superfície do objeto e das cargas negativas na superfície do isolante resulta em uma força atrativa entre o objeto e o isolante. Seus conhecimentos sobre indução em isolantes devem ajudá-lo a explicar por que uma barra carregada atrai fragmentos de papel eletricamente neutros, como mostra a Figura 1.4b.

***Teste Rápido* 1.2** Três corpos são colocados próximos um do outro, dois de cada vez. Quando A e B são colocados juntos, atraem-se. Quando colocados juntos, B e C se repelem. Quais das afirmações a seguir são necessariamente verdadeiras? **(a)** A e C têm cargas de mesmo sinal. **(b)** A e C têm cargas de sinais opostos. **(c)** Todos os três corpos possuem cargas de mesmo sinal. **(d)** Um corpo é neutro. **(e)** Outros experimentos devem ser realizados para a determinação de informações sobre as cargas nos corpos.

1.3 Lei de Coulomb

Charles Coulomb mediu as intensidades das forças elétricas entre corpos carregados utilizando uma balança de torção inventada por ele (Fig. 1.5). O princípio de funcionamento da balança de torção é o mesmo do aparelho utilizado por Cavendish para medir a densidade da Terra (consulte a Seção 13.1, do Volume 1), com esferas eletricamente neutras trocadas por outras carregadas. A força elétrica entre as esferas carregadas A e B na Figura 1.5 faz com que as esferas se atraiam ou se repilam, e o movimento resultante torce o fio suspenso. Uma vez que o torque de restauração do fio torcido é proporcional ao seu ângulo de rotação, a medida desse ângulo fornece um valor quantitativo da força de atração ou repulsão elétrica. Após as esferas terem sido carregadas por atrito, a força elétrica entre elas será muito grande em comparação com a atração gravitacional, de modo que a força gravitacional poderá ser desprezada.

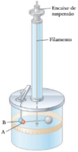

Figura 1.5 Balança de torção de Coulomb, utilizada para estabelecer a lei do inverso do quadrado para a força elétrica entre duas cargas.

Com base nos experimentos de Coulomb, podemos generalizar as propriedades da **força elétrica** (às vezes chamada *força eletrostática*) entre duas partículas carregadas estacionárias. Utilizamos o termo **carga pontual** para nos referir a uma partícula carregada de dimensões iguais a zero. O comportamento elétrico dos elétrons e prótons é mais bem descrito quando essas partículas são modeladas como cargas pontuais. Observações experimentais nos mostram que o módulo da força elétrica (às vezes chamada *força de Coulomb*) entre duas cargas pontuais é dado pela **Lei de Coulomb**.

Lei de Coulomb ▶

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \tag{1.1}$$

onde k_e é uma constante chamada **constante de Coulomb**. Em seus experimentos, Coulomb foi capaz de demonstrar que o valor do expoente de r era 2 com uma pequena incerteza percentual. Experimentos modernos demonstraram que o expoente é 2 com uma incerteza de poucas partes em 10^{16}. Outros também indicam que a força elétrica, assim como a gravitacional, é conservativa.

O valor da constante de Coulomb depende das unidades escolhidas. A unidade do SI para a carga é o **coulomb** (C). A constante de Coulomb k_e em unidades do SI tem o valor

Constante de Coulomb ▶

$$k_e = 8{,}9876 \times 10^9 \text{ N} \times \text{m}^2/\text{C}^2 \tag{1.2}$$

Essa constante também é expressa na forma

$$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \tag{1.3}$$

onde a constante ε_0 (letra grega épsilon) é conhecida como **permissividade do espaço livre**, e tem o valor

$$\varepsilon_0 = 8{,}8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \times \text{m}^2 \tag{1.4}$$

A menor unidade de carga livre e conhecida na natureza,[2] a carga de um elétron ($-e$) ou um próton ($+e$), tem um módulo dado por

$$e = 1{,}60218 \times 10^{-19} \text{ C} \tag{1.5}$$

Charles Coulomb
Físico francês (1736-1806)
As principais contribuições de Coulomb para a ciência foram nas áreas da eletrostática e do magnetismo. Durante sua vida, Coulomb também investigou a resistência dos materiais, contribuindo para o campo da mecânica estrutural. Na ergonomia, sua pesquisa estabeleceu os modos pelos quais pessoas e animais podem trabalhar melhor.

Portanto, 1 C de carga é igual a aproximadamente a carga de $6{,}24 \times 10^{18}$ elétrons ou prótons. Esse número é muito pequeno quando comparado com o de elétrons livres em 1 cm³ de cobre, que é da ordem de 10^{23}. Não obstante, 1 C é uma quantidade substancial de carga. Em experimentos típicos nos quais uma barra de borracha ou vidro é carregada por atrito, uma carga líquida da ordem de 10^{-6} C é obtida. Em outras palavras, apenas uma fração muito pequena da carga total disponível é transferida entre a barra e o material utilizado para esfregá-la.

As cargas e as massas do elétron, do próton e do nêutron estão relacionadas na Tabela 1.1. Observe que elétron e próton são idênticos no que se refere ao módulo de sua carga, mas vastamente diferentes em se tratando de sua massa. Por outro lado, próton e nêutron são similares em massa, mais muito diferentes em carga. O Capítulo 12 do Volume 4 nos ajudará a entender essas propriedades interessantes.

TABELA 1.1 *Carga e massa do elétron, do próton e do nêutron*

Partícula	Carga (C)	Massa (kg)
Elétron (e)	$-1{,}6021765 \times 10^{-19}$	$9{,}1094 \times 10^{-31}$
Próton (p)	$+1{,}6021765 \times 10^{-19}$	$1{,}67262 \times 10^{-27}$
Nêutron (n)	0	$1{,}67493 \times 10^{-27}$

[2] Nenhuma unidade de carga menor que e foi detectada em uma partícula livre. Entretanto, as teorias atuais propõem a existência de partículas chamadas *quarks*, que possuem cargas $-e/3$ e $2e/3$. Apesar de haver provas experimentais consideráveis da existência de tais partículas na matéria nuclear, quarks *livres* nunca foram detectados. Discutiremos outras propriedades dos quarks no Capítulo 12 do Volume 4 desta coleção.

Exemplo 1.1 O átomo de hidrogênio

O elétron e o próton de um átomo de hidrogênio estão separados (em média) por uma distância de aproximadamente $5{,}3 \times 10^{-11}$ m. Determine o módulo das forças elétrica e gravitacional entre as duas partículas.

SOLUÇÃO

Conceitualização Considere as duas partículas mencionadas no enunciado do problema, separadas por uma distância muito pequena. No Capítulo 13 do Volume 1, vimos que a força gravitacional entre um elétron e um próton é muito pequena em comparação com a força elétrica entre eles, desse modo, esperamos que seja este o caso com os resultados deste exemplo.

Categorização As forças elétrica e gravitacional serão determinadas por meio da aplicação de leis universais, de modo que categorizamos este exemplo como de substituição.

Utilize a Lei de Coulomb para calcular o módulo da força elétrica:

$$F_e = k_e \frac{|e||-e|}{r^2} = (8{,}988 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)\frac{(1{,}60 \times 10^{-19}\text{ C})^2}{(5{,}3 \times 10^{-11}\text{ m})^2}$$
$$= \boxed{8{,}2 \times 10^{-8}\text{ N}}$$

Aplique a lei da gravitação universal de Newton e a Tabela 1.1 (de massas de partícula) para determinar o módulo da força gravitacional:

$$F_g = G\frac{m_e m_p}{r^2}$$
$$= (6{,}674 \times 10^{-11}\text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)\frac{(9{,}11 \times 10^{-31}\text{ kg})(1{,}67 \times 10^{-27}\text{ kg})}{(5{,}3 \times 10^{-11}\text{ m})^2}$$
$$= \boxed{3{,}6 \times 10^{-47}\text{ N}}$$

A proporção $F_e/F_g \approx 2 \times 10^{39}$. Portanto, a força gravitacional entre as partículas atômicas carregadas é desprezível quando comparada com a força elétrica. Note a similaridade entre as formas das leis da gravitação universal de Newton e das forças elétricas de Coulomb. Além da diferença de módulo das forças entre as partículas elementares, qual é outra diferença fundamental entre as duas forças?

Ao trabalhar com a Lei de Coulomb, lembre-se de que a força é uma grandeza vetorial, e deve ser tratada como tal. Essa lei, expressa na forma vetorial para a força elétrica exercida por uma carga q_1 sobre uma segunda carga q_2, representada por $\vec{\mathbf{F}}_{12}$, é

$$\vec{\mathbf{F}}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}}_{12} \qquad (1.6)$$

◄ **Forma vetorial da Lei de Coulomb**

onde $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ é um vetor unitário direcionado de q_1 a q_2, como mostra a Figura 1.6a. Uma vez que a força elétrica obedece à Terceira Lei de Newton, a exercida por q_2 sobre q_1 é igual em módulo à exercida por q_1 sobre q_2 e tem sentido oposto, isto é, $\vec{\mathbf{F}}_{21} = -\vec{\mathbf{F}}_{12}$. Finalmente, a Equação 1.6 mostra que se q_1 e q_2 têm o mesmo sinal, como na Figura 1.6a, o produto $q_1 q_2$ é positivo, e a força elétrica em uma partícula é direcionada no sentido oposto ao da outra. Se q_1 e q_2 possuem sinais opostos, como mostra a Figura 1.6b, o produto $q_1 q_2$ é negativo, e a força elétrica em uma partícula é direcionada no sentido da outra. Esses sinais descrevem o sentido *relativo* da força, mas não o sentido *absoluto*. Um produto negativo indica uma

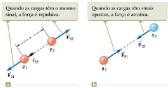

Figura 1.6 Duas cargas pontuais separadas por uma distância r exercem uma força uma sobre a outra, definida pela Lei de Coulomb. A força $\vec{\mathbf{F}}_{21}$ exercida por q_2 sobre q_1 é igual em módulo e de sentido oposto à força $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ exercida por q_1 sobre q_2.

força atrativa, e um produto positivo, uma força repulsiva. O sentido *absoluto* da força em uma carga depende da localização da outra. Por exemplo, se um eixo x contém as duas cargas na Figura 1.6a, o produto $q_1 q_2$ é positivo, mas $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ aponta no sentido x positivo, e $\vec{\mathbf{F}}_{21}$, no sentido x negativo.

Quando existem mais de duas cargas, a força entre quaisquer pares de cargas é expressa pela Equação 1.6. Portanto, a força resultante em qualquer delas é igual à soma vetorial das forças exercidas pelas outras cargas individuais. Por exemplo, na presença de quatro cargas, a força resultante exercida pelas partículas 2, 3 e 4 sobre a 1 é

$$\vec{\mathbf{F}}_1 = \vec{\mathbf{F}}_{21} + \vec{\mathbf{F}}_{31} + \vec{\mathbf{F}}_{41}$$

Teste Rápido **1.3** O objeto A possui uma carga de $+2\ \mu$C e o B, de $+6\ \mu$C. Qual afirmação é verdadeira acerca das forças elétricas aplicadas aos objetos? (a) $\vec{\mathbf{F}}_{AB} = -3\vec{\mathbf{F}}_{BA}$, (b) $\vec{\mathbf{F}}_{AB} = -\vec{\mathbf{F}}_{BA}$, (c) $3\vec{\mathbf{F}}_{AB} = -\vec{\mathbf{F}}_{BA}$, (d) $\vec{\mathbf{F}}_{AB} = 3\mathbf{F}_{BA}$, (e) $\vec{\mathbf{F}}_{AB} = \vec{\mathbf{F}}_{BA}$, (f) $3\vec{\mathbf{F}}_{AB} = \vec{\mathbf{F}}_{BA}$

Exemplo 1.2 Determine a força resultante

Considere três cargas pontuais localizadas nos vértices de um triângulo retângulo, como mostra a Figura 1.7, onde $q_1 = q_3 = 5{,}00\ \mu$C, $q_2 = -2{,}00\ \mu$C e $a = 0{,}100$ m. Determine a força resultante exercida sobre q_3.

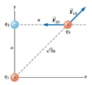

Figura 1.7 (Exemplo 1.2) A força exercida por q_1 sobre q_3 é $\vec{\mathbf{F}}_{13}$. A força exercida por q_2 sobre q_3 é $\vec{\mathbf{F}}_{23}$. A força resultante $\vec{\mathbf{F}}_3$ exercida sobre q_3 é a soma vetorial $\vec{\mathbf{F}}_{13} + \vec{\mathbf{F}}_{23}$.

SOLUÇÃO

Conceitualização Considere a força resultante aplicada a q_3. Uma vez que está próxima de outras duas cargas, a q_3 será afetada por duas forças elétricas. Essas forças são exercidas em sentidos diferentes, como mostra a Figura 1.7. Com base nas forças mostradas na figura, estime a direção do vetor de força líquida.

Categorização Sendo que duas forças são aplicadas à carga q_3, categorizamos este exemplo como um problema de adição vetorial.

Análise O sentido de cada força exercida por q_1 e q_2 sobre q_3 é mostrada na Figura 1.7. A força $\vec{\mathbf{F}}_{23}$ exercida por q_2 sobre q_3 é atrativa, pois q_2 e q_3 têm sinais opostos. No sistema de coordenadas mostrado na Figura 1.7, a força atrativa $\vec{\mathbf{F}}_{23}$ aponta para a esquerda (no sentido negativo de x).

A força $\vec{\mathbf{F}}_{13}$ exercida por q_1 sobre q_3 é repulsiva, pois ambas as cargas são positivas. A força repulsiva $\vec{\mathbf{F}}_{13}$ forma um ângulo de 45,0° com o eixo x.

Utilize a Equação 1.1 para determinar o módulo de $\vec{\mathbf{F}}_{23}$:

$$F_{23} = k_e \frac{|q_2||q_3|}{a^2}$$
$$= (8{,}998 \times 10^9\text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)\frac{(2{,}00 \times 10^{-6}\text{ C})(5{,}00 \times 10^{-6}\text{ C})}{(0{,}100\text{ m})^2} = 8{,}99\text{ N}$$

Determine o módulo da força $\vec{\mathbf{F}}_{13}$:

$$F_{13} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(\sqrt{2}\,a)^2}$$
$$= (8{,}998 \times 10^9\text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)\frac{(5{,}00 \times 10^{-6}\text{ C})(5{,}00 \times 10^{-6}\text{ C})}{2(0{,}100\text{ m})^2} = 11{,}2\text{ N}$$

Determine as componentes x e y da força $\vec{\mathbf{F}}_{13}$:

$$F_{13x} = (11{,}2\text{ N})\cos 45{,}0° = 7{,}94\text{ N}$$
$$F_{13y} = (11{,}2\text{ N})\,\text{sen}\,45{,}0° = 7{,}94\text{ N}$$

Determine as componentes da força resultante que atua sobre q_3:

$$F_{3x} = 11{,}2\text{ N} + F_{23x} = 7{,}94\text{ N} + (-8{,}99\text{ N}) = -1{,}04\text{ N}$$
$$F_{3y} = 11{,}2\text{ N} + F_{23y} = 7{,}94\text{ N} + 0 = 7{,}94\text{ N}$$

Expresse a força resultante que atua sobre q_3 na forma de vetor unitário:

$$\vec{\mathbf{F}}_3 = \boxed{(-1{,}04\hat{\mathbf{i}} + 7{,}94\hat{\mathbf{j}})\text{ N}}$$

1.2 *cont.*

Finalização A força resultante sobre q_3 é direcionada para cima e para a esquerda na Figura 1.7. Se q_3 se move em resposta à força resultante, as distâncias entre q_3 e as outras cargas mudam, de modo que a força resultante muda. Portanto, se estiver livre para se deslocar, q_3 poderá ser modelada como uma partícula sob uma força resultante, se reconhecermos que a força exercida sobre q_3 *não* é constante. Lembre-se de que indicamos a maioria dos valores numéricos com três dígitos significativos, o que leva a operações como 7,94 N + (–8,99 N) = –1,04 N mostradas na página anterior. Se aplicarmos mais dígitos significativos a todos os resultados intermediários, notaremos que a operação está correta.

E SE? E se o sinal de todas as três cargas fosse invertido? Como isso afetaria o resultado para $\vec{\mathbf{F}}_3$?

Resposta A carga q_3 ainda seria atraída pela q_2 e repelida por q_1 com forças de mesmo módulo. Assim, o resultado final para $\vec{\mathbf{F}}_3$ seria o mesmo.

Exemplo 1.3 Onde a força resultante é zero? MA

Três cargas pontuais estão localizadas no eixo *x*, como mostra a Figura 1.8. A carga positiva $q_1 = 15{,}0\ \mu C$ está em $x = 2{,}00$ m, a $q_2 = 6{,}00\ \mu C$ na origem e a força resultante sobre q_3 é zero. Qual é a coordenada *x* de q_3?

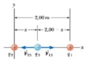

Figura 1.8 (Exemplo 1.3) Três cargas pontuais estão posicionadas no eixo *x*. Se a força resultante que atua sobre q_3 for zero, a força $\vec{\mathbf{F}}_{13}$ exercida por q_1 sobre q_3 deverá ser igual em módulo e de sentido oposto à força $\vec{\mathbf{F}}_{23}$ exercida por q_2 sobre q_3.

SOLUÇÃO

Conceitualização Por se localizar próxima a outras duas cargas, q_3 é afetada por duas forças elétricas. No entanto, diferente do exemplo anterior, as forças são aplicadas na mesma linha neste problema, como indicado na Figura 1.8. Uma vez que q_3 é negativa e q_1 e q_2 são positivas, as forças $\vec{\mathbf{F}}_{13}$ e $\vec{\mathbf{F}}_{23}$ são ambas atrativas. Uma vez que q_2 é a carga menor, a posição de q_3 na qual a força é zero deve estar mais próxima de q_2 do que de q_1.

Categorização Sendo a força resultante sobre q_3 igual a zero, modelamos a carga pontual como uma *partícula em equilíbrio*.

Análise Escreva uma expressão para a força resultante na carga q_3, quando essa está em equilíbrio:

$$\vec{\mathbf{F}}_3 = \vec{\mathbf{F}}_{23} + \vec{\mathbf{F}}_{13} = -k_e\frac{|q_2||q_3|}{x^2}\hat{\mathbf{i}} + k_e\frac{|q_1||q_3|}{(2{,}00 - x)^2}\hat{\mathbf{i}} = 0$$

Mova o segundo termo para o lado direito da equação e iguale os coeficientes do vetor unitário $\hat{\mathbf{i}}$ a:

$$k_e\frac{|q_2||q_3|}{x^2} = k_e\frac{|q_1||q_3|}{(2{,}00 - x)^2}$$

Elimine k_e e $|q_3|$ e redefina a equação:

$$(2{,}00 - x)^2|q_2| = x^2|q_1|$$

Obtenha a raiz quadrada de ambos os lados da equação:

$$(2{,}00 - x)\sqrt{|q_2|} = \pm x\sqrt{|q_1|}$$

Resolva para *x*:

$$x = \frac{2{,}00\sqrt{|q_2|}}{\sqrt{|q_2|} \pm \sqrt{|q_1|}}$$

Substitua valores numéricos, escolhendo o sinal de mais:

$$x = \frac{2{,}00\sqrt{6{,}00\times10^{-6}\,\text{C}}}{\sqrt{6{,}00\times10^{-6}\,\text{C}} + \sqrt{15{,}0\times10^{-6}\,\text{C}}} = \boxed{0{,}775\ \text{m}}$$

Finalização Observe que a carga móvel na verdade está mais próxima de q^2, conforme previmos na etapa Conceitualização. A segunda solução para a equação (se escolhermos o sinal negativo) é $x = 344$ m. Este é outro local em que as intensidades das forças sobre q_3 são iguais, mas ambas as forças estão na mesma direção, por isso elas não se cancelam.

E SE? Suponha que q_3 esteja limitada a se mover apenas ao longo do eixo *x*. De sua posição inicial em $x = 0{,}775$ m, a carga é puxada ao longo de uma pequena distância no eixo *x*. Ao ser solta, a carga volta à posição de equilíbrio ou se desloca para mais longe dessa posição? Isto é, o equilíbrio é estável ou instável?

continua

1.3 *cont.*

Resposta Se q_3 for deslocada para a direita, $\vec{\mathbf{F}}_{13}$ se tornará maior, e $\vec{\mathbf{F}}_{23}$, menor. O resultado é uma força resultante para a direita, no mesmo sentido do deslocamento. Portanto, a carga q_3 continuaria a se mover para a direita e o equilíbrio seria *instável*. Consulte a Seção 7.9 do Volume 1 para uma revisão dos equilíbrios estável e instável.

Se q_3 está limitada a permanecer em uma coordenada *x fixa*, mas pode se mover para cima e para baixo na Figura 1.8, o equilíbrio é estável. Neste caso, se for puxada para cima (ou para baixo) e solta, a carga se moverá de volta para a posição de equilíbrio e oscilará em torno desse ponto.

Exemplo 1.4 Determine a carga nas esferas MA

Duas pequenas e idênticas esferas carregadas, cada uma com uma massa de $3{,}00 \times 10^{-2}$ kg, estão suspensas em equilíbrio, como mostra a Figura 1.9a. O comprimento *L* de cada corda é de 0,150 m e o ângulo θ é de 5,00°. Determine o módulo da carga em cada esfera.

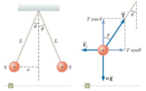

Figura 1.9 (Exemplo 1.4) (a) Duas esferas idênticas, cada uma possuindo a mesma carga *q*, suspensas em equilíbrio. (b) Diagrama das forças que atuam sobre a esfera na parte esquerda de (a).

SOLUÇÃO

Conceitualização A Figura 1.9a nos ajuda a conceituar este exemplo. As duas esferas exercem forças repulsivas uma sobre a outra. Ao serem colocadas próximas uma da outra e, depois, soltas, elas se afastam do centro e se estabilizam na configuração mostrada na Figura 1.9a, após as oscilações terem cessado por causa da resistência do ar.

Categorização A expressão-chave "em equilíbrio" nos ajuda a modelar cada esfera como uma *partícula em equilíbrio*. Este exemplo é similar aos problemas de partículas em equilíbrio no Capítulo 5 do Volume 1, com a característica de que uma das forças aplicadas a uma esfera é elétrica.

Análise O diagrama de forças para a esfera à esquerda é mostrado na Figura 1.9b. A esfera permanece em equilíbrio sob a aplicação da força $\vec{\mathbf{T}}$ da corda, da força elétrica $\vec{\mathbf{F}}_e$ da outra esfera e da força gravitacional $m\vec{\mathbf{g}}$.

A partir do modelo da partícula em equilíbrio, defina a força resultante na esfera do lado esquerdo como sendo igual a zero para cada componente:

$$(1)\quad \sum F_x = T\,\text{sen}\,\theta - F_e = 0 \;\rightarrow\; T\,\text{sen}\,\theta = F_e$$

$$(2)\quad \sum F_y = T\cos\theta - mg = 0 \;\rightarrow\; T\cos\theta = mg$$

Divida a Equação (1) pela (2) para determinar F_e:

$$(3)\quad \text{tg}\,\theta = \frac{F_e}{mg} \;\rightarrow\; F_e = mg\,\text{tg}\,\theta$$

Aplique a geometria do triângulo retângulo na Figura 1.9a para determinar uma relação entre *a*, *L* e θ:

$$(4)\quad \text{sen}\,\theta = \frac{a}{L} \;\rightarrow\; a = L\,\text{sen}\,\theta$$

Resolva a equação da Lei de Coulomb (Eq. 1.1) para a carga $|q|$ em cada esfera e substitua a partir das Equações (3) e (4):

$$|q| = \sqrt{\frac{F_e r^2}{k_e}} = \sqrt{\frac{F_e(2a)^2}{k_e}} = \sqrt{\frac{mg\,\text{tg}\,\theta\,(2L\,\text{sen}\,\theta)^2}{k_e}}$$

Introduza os valores numéricos:

$$|q| = \sqrt{\frac{(3{,}00\times10^{-2}\,\text{kg})(9{,}80\,\text{m/s}^2)\,\text{tg}(5{,}00°)[2(0{,}150\,\text{m})\,\text{sen}(5{,}00°)]^2}{8{,}99\times10^{9}\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2}}$$

$$= \boxed{4{,}42\times10^{-8}\,\text{C}}$$

Finalização Se o sinal das cargas não fosse indicado na Figura 1.9, não poderíamos determiná-lo. De fato, o sinal da carga não é importante. A situação é a mesma, independente de as esferas serem carregadas positiva ou negativamente.

1.4 *cont.*

E SE? Suponha que sua colega proponha resolver este problema sem supor que as cargas têm o mesmo módulo. Ela afirma que a simetria do problema seria desfeita se as cargas não fossem iguais, de modo que as cordas formariam dois ângulos diferentes com a vertical, tornando o problema muito mais complexo. Qual seria sua resposta?

Resposta A simetria não seria desfeita e os ângulos não seriam diferentes. A Terceira Lei de Newton determina que o módulo das forças elétricas nas duas esferas seja a mesma, independente de as cargas serem iguais ou não. A resolução do exemplo permanece a mesma, com uma exceção: o valor de $|q|$ agora é substituído por $\sqrt{|q_1 q_2|}$ na nova situação, onde q_1 e q_2 são os valores de carga nas duas esferas. A simetria do problema seria desfeita se as esferas tivessem *massas* diferentes. Neste caso, as cordas formariam ângulos diferentes com a vertical e o problema seria mais complexo.

1.4 Modelo de análise: partícula em um campo (elétrico)

Na Seção 5.1 do Volume 1, discutimos as diferenças entre as forças de contato e as de campo. Duas forças de campo – a gravitacional, no Capítulo 13 do Volume 1, e a elétrica, neste – foram introduzidas em nossos estudos até agora. Como já mostrado, as forças de campo podem atuar através do espaço, produzindo efeito mesmo quando não há contato físico entre os objetos em interação. Esta interação pode ser modelada como um processo de duas etapas: uma partícula-fonte estabelece um campo e, então, a partícula carregada interage com o campo e experimenta uma força. O campo gravitacional $\vec{\mathbf{g}}$ em um ponto do espaço gerado por uma partícula de origem foi definido, na Seção 13.4 do Volume 1, como igual à força gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g$ que atua sobre uma partícula de teste de massa m dividida por essa massa: $\vec{\mathbf{g}} \equiv \vec{\mathbf{F}}_g/m$. Então, a força exercida pelo campo é $\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{g}}$ (Equação 5.5).

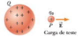

Figura 1.10 Uma pequena carga de teste positiva q_0 colocada em um ponto P, próximo de um corpo contendo uma carga positiva muito maior Q, é afetada por um campo elétrico $\vec{\mathbf{E}}$ no ponto P estabelecido pela fonte de carga Q. *Sempre* iremos supor que a carga de teste é tão pequena que o campo da fonte de carga não é afetado por sua presença.

O conceito de campo foi desenvolvido por Michael Faraday (1791-1867), no contexto das forças elétricas, e seu valor prático é tão grande que lhe dedicaremos muita atenção nos próximos capítulos. Nessa abordagem, consideramos que existe um **campo elétrico** na região do espaço em torno de um corpo carregado, a **fonte de carga.** A presença do campo elétrico pode ser detectada colocando-se uma **carga teste** no campo e observando-se a força elétrica nele. Por exemplo, considere a Figura 1.10, que mostra uma pequena carga de teste positiva q_0 colocada próxima de um segundo corpo que possui uma carga positiva muito maior, Q. Definimos o campo elétrico gerado pela fonte de carga na posição da de teste como a força elétrica que atua sobre a carga de teste *por carga unitária* ou, de modo mais específico, o **vetor campo elétrico** $\vec{\mathbf{E}}$ em um ponto do espaço é definido como a força elétrica $\vec{\mathbf{F}}_e$ que atua sobre uma carga de teste positiva q_0 localizada neste ponto dividida pela carga de teste:[3]

$$\vec{\mathbf{E}} \equiv \frac{\vec{\mathbf{F}}_e}{q_0} \qquad (1.7)$$

◀ **Definição de campo elétrico**

O vetor $\vec{\mathbf{E}}$ tem as unidades do SI de newtons por coulomb (N/C). O sentido de $\vec{\mathbf{E}}$, como indicado na Figura 1.10, é o da força que atua sobre uma carga de teste positiva quando esta é colocada no campo. Observe que $\vec{\mathbf{E}}$ é o campo produzido por alguma carga ou distribuição de cargas *separada da* de teste, não se tratando do campo produzido pela carga de teste. Note também que a existência de um campo elétrico é uma propriedade de sua origem, e que a presença da carga de teste não é necessária para que o campo exista. Essa carga serve como um *detector* do campo elétrico – um campo elétrico existe em um ponto se uma carga de teste neste ponto é afetada por uma força elétrica.

Relâmpago está associado a campos elétricos muito fortes na atmosfera.

Se uma carga arbitrária q for colocada em campo elétrico $\vec{\mathbf{E}}$, ela experimenta uma força elétrica dada por:

$$\vec{\mathbf{F}}_e = q\vec{\mathbf{E}} \qquad (1.8)$$

[3] Ao utilizar a Equação 1.7, devemos supor que a carga de teste q_0 seja pequena o suficiente para que não perturbe a distribuição de cargas que estabelece o campo elécrico. Se for suficientemente grande, as cargas na esfera metálica serão redistribuídas, e o campo elécrico por elas estabelecido será diferente de um campo gerado na presença de uma carga de teste muito menor.

Prevenção de Armadilhas 1.1

Apenas partículas
A Equação 1.8 é válida apenas para uma *partícula* de carga q, isto é, um objeto de dimensões iguais a zero. Para um *corpo* carregado de dimensões finitas em um campo elétrico, este pode variar em módulo e sentido ao longo da sua extensão, de modo que a equação de força correspondente pode ser mais complexa.

Essa equação é a representação matemática da versão elétrica do modelo de análise de **partícula em um campo.** Se q for positiva, a força terá o mesmo sentido do campo. Se negativa, a força e o campo terão sentidos opostos. Observe a similaridade entre a Equação 1.8 e a correspondente a partir da versão gravitacional do modelo de partícula em um campo, $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$ (Seção 5.5 do Volume 1). Uma vez conhecidos o sentido e o módulo do campo elétrico em um ponto, a força elétrica exercida sobre *qualquer* partícula carregada colocada neste ponto pode ser calculada por meio da Equação 1.8.

Para determinar o sentido de um campo elétrico, considere uma carga pontual q uma fonte de carga. Essa carga cria um campo elétrico em todos os pontos ao seu redor no espaço. Uma carga de teste q_0 é colocada no ponto P, a uma distância r da de origem, como mostra a Figura 1.11a. Consideramos a utilização da carga de teste para determinar o sentido da força elétrica e, portanto, o do campo elétrico. Segundo a Lei de Coulomb, a força exercida por q sobre a carga de teste é

$$\vec{\mathbf{F}}_e = k_e \frac{q q_0}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

onde $\hat{\mathbf{r}}$ é um vetor unitário direcionado de q para q_0. Na Figura 1.11a, essa força aponta para o sentido oposto ao da fonte de carga q. Uma vez que o campo elétrico em P, a posição da carga de teste, é definido por $\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{F}}_e/q_0$, o campo elétrico em P criado por q é

$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \qquad (1.9)$$

Se a fonte de carga q for positiva, a Figura 1.11b mostra a situação com a carga de teste removida: a fonte de carga estabelece um campo elétrico em P, direcionado para o lado oposto a q. Se negativa, como na Figura 1.11c, a força aplicada à carga de teste apontará para a fonte, de modo que o campo elétrico em P apontará na direção desta carga, como mostra a Figura 1.11d.

Para determinar o campo elétrico em um ponto P gerado por um pequeno número de cargas pontuais, primeiro calculamos os vetores campo elétrico em P individualmente, utilizando a Equação 1.9, e, depois, realizamos sua adição vetorial. Em outras palavras, em qualquer ponto P o campo elétrico total estabelecido por uma fonte de cargas é igual à soma vetorial dos campos elétricos de todas as cargas. Este princípio de superposição aplicado aos campos resulta diretamente da adição vetorial das forças elétricas. Desta forma, o campo elétrico no ponto P gerado por uma fonte de cargas pode ser expresso como a soma vetorial

Campo elétrico estabelecido por um número finito de cargas pontuais ▶

$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i \qquad (1.10)$$

onde r_i é a distância da i-ésima fonte de carga q_i ao ponto P, e $\hat{\mathbf{r}}_i$ um vetor unitário direcionado de q_i para P.

No Exemplo 1.6, estudaremos o campo elétrico estabelecido por duas cargas, aplicando o princípio da superposição. A parte (B) do exemplo enfoca um **dipolo elétrico**, definido como uma carga positiva q e outra negativa $-q$ separadas por uma distância $2a$. O dipolo elétrico é um bom modelo para muitas moléculas, como as do ácido clorídrico (HCl). As moléculas e os átomos neutros comportam-se como dipolos quando colocados em um campo elétrico externo. Além

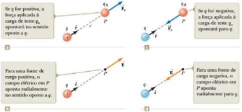

Figura 1.11 (a), (c) Quando colocada próxima de uma fonte de carga q, uma carga de teste q_0 é afetada por uma força. (b), (d) Em um ponto P próximo de uma fonte de carga q, existe um campo elétrico.

disso, muitas moléculas, como as do HCl, são dipolos permanentes. O efeito de tais dipolos sobre o comportamento dos materiais sujeitos aos campos elétricos é discutido no Capítulo 4 deste volume.

Teste Rápido **1.4** Uma carga de teste de $+3\ \mu C$ está em um ponto P onde um campo elétrico externo está direcionado para a direita e tem uma intensidade de 4×10^6 N/C. Se essa carga for substituída por outra de teste de $-3\ \mu C$, o que ocorrerá com o campo elétrico externo em P? **(a)** Ele permanecerá sem ser afetado. **(b)** Inverterá o sentido. **(c)** Será alterado de modo indeterminado.

Modelo de Análise — Partícula em um campo (elétrico)

Imagine um objeto com carga, que denominamos *carga-fonte*. A carga-fonte estabelece um **campo elétrico** $\vec{\mathbf{E}}$ por todo o espaço. Agora imagine que uma partícula com uma carga q é colocada no campo. A partícula interage com o campo elétrico, de modo que a partícula experimenta uma força elétrica dada por

$$\vec{\mathbf{F}}_e = q\vec{\mathbf{E}} \qquad (1.8)$$

Exemplos:

- um elétron se move entre as placas de deflexão de um osciloscópio de raios catódicos e é desviado de seu caminho original
- íons carregados experimentam uma força elétrica a partir do campo elétrico em um seletor de velocidade antes de entrar em um espectrômetro de massa (Capítulo 7 do Volume 3)
- um elétron se move em torno do núcleo no campo elétrico estabelecido pelo próton em um átomo de hidrogênio, conforme modelado pela teoria de Bohr (Capítulo 8 do Volume 4)
- um orifício em um material semicondutor se move em resposta ao campo elétrico estabelecido pela aplicação de uma tensão ao material (Capítulo 9 do Volume 4)

Exemplo 1.5 Uma gotícula de água suspensa MA

Uma gotícula de água suspensa, de massa $3{,}00 \times 10^{-12}$ kg, está localizada no ar próximo do solo, durante um dia tempestuoso. Um campo elétrico atmosférico de grandeza $6{,}00 \times 10^3$ N/C aponta verticalmente para baixo nas proximidades da gota d'água. A gotícula permanece suspensa em repouso no ar. Qual é a carga elétrica na gotícula?

SOLUÇÃO

Conceitualização Imagine a gota de água, pairando em repouso no ar. Esta situação não é o que normalmente se observa, então algo deve estar segurando a gota de água no ar.

Categorização A gotícula pode ser modelada como uma partícula e é descrita por dois modelos de análise associados com campos: a *partícula em um campo (gravitacional)* e a *partícula em um campo (elétrico)*. Além disso, como a gotícula está sujeita a forças, mas permanece em repouso, ela também é descrita pelo modelo da *partícula em equilíbrio*.

Análise Escreva a Segunda Lei de Newton a partir do modelo de partícula em equilíbrio na direção vertical:

$$(1)\quad \sum F_y = 0 \rightarrow F_e - F_g = 0$$

Utilizando os dois modelos de partícula em um campo, mencionados na etapa Categorização, substitua para as forças na Equação (1), reconhecendo que a componente vertical do campo elétrico é negativo:

$$q(-E) - mg = 0$$

Resolva para a carga na gotícula de água:

$$q = -\frac{mg}{E}$$

Substitua valores numéricos:

$$q = -\frac{(3{,}00 \times 10^{-12}\,\text{kg})(9{,}80\,\text{m/s}^2)}{6{,}00 \times 10^3\,\text{N/C}} = \boxed{-4{,}90 \times 10^{-15}\,\text{C}}$$

Finalização Observando a menor unidade de carga livre na Equação 1.5, a carga sobre a gotícula de água é um grande número destas unidades. Observe que a *força* elétrica está direcionada para cima para equilibrar a força da gravidade que se dirige para baixo. O enunciado do problema afirma que o *campo* elétrico está no sentido descendente. Portanto, a carga encontrada acima é negativa, de modo que a força elétrica está na direção oposta ao campo elétrico.

Exemplo 1.6 Campo elétrico estabelecido por duas cargas

As cargas q_1 e q_2 estão localizadas no eixo x, a distâncias a e b, respectivamente, da origem, como mostra a Figura 1.12.

(A) Determine as componentes do campo elétrico resultante no ponto P, que está na posição $(0, y)$.

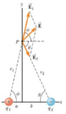

Figura 1.12 (Exemplo 1.6) O campo elétrico total vetorial $\vec{\mathbf{E}}$ em P é igual à soma vetorial $\vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2$, onde $\vec{\mathbf{E}}_1$ é o campo estabelecido pela carga positiva q_1 e $\vec{\mathbf{E}}_2$ é o campo gerado pela carga negativa q_2.

SOLUÇÃO

Conceitualização Compare este exemplo com o 1.2, no qual somamos as forças vetoriais para determinar a força resultante aplicada a uma partícula carregada. Neste caso, somamos os vetores campo elétrico para calcular o campo elétrico resultante em um ponto no espaço. Se uma partícula carregada fosse colocada em P, poderíamos utilizar o modelo da partícula em um campo para encontrar a força elétrica na partícula.

Categorização Temos duas fontes de carga, e desejamos determinar o campo elétrico resultante, de modo que categorizamos este exemplo como um no qual podemos aplicar o princípio da superposição representado pela Equação 1.10.

Análise Determine o módulo do campo elétrico em P gerado pela carga q_1:

$$E_1 = k_e \frac{|q_1|}{r_1^2} = k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2}$$

Determine o módulo do campo elétrico em P gerado pela carga q_2:

$$E_2 = k_e \frac{|q_2|}{r_2^2} = k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2}$$

Expresse os vetores campo elétrico para cada carga na forma de vetor unitário:

$$\vec{\mathbf{E}}_1 = k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2} \cos\phi\,\hat{\mathbf{i}} + k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2} \operatorname{sen}\phi\,\hat{\mathbf{j}}$$

$$\vec{\mathbf{E}}_2 = k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2} \cos\theta\,\hat{\mathbf{i}} - k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2} \operatorname{sen}\theta\,\hat{\mathbf{j}}$$

Escreva as componentes do vetor campo elétrico resultante:

$$(1)\quad E_x = E_{1x} + E_{2x} = \boxed{k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2} \cos\phi + k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2} \cos\theta}$$

$$(2)\quad E_y = E_{1y} + E_{2y} = \boxed{k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2} \operatorname{sen}\phi - k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2} \operatorname{sen}\theta}$$

(B) Avalie o campo elétrico no ponto P para o caso especial em que $|q_1| = |q_2|$ e $a = b$.

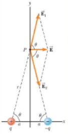

Figura 1.13 (Exemplo 1.6) Quando as cargas na Figura 1.12 são iguais em módulo e estão equidistantes da origem, a situação se torna simétrica como mostrado.

SOLUÇÃO

Conceitualização A Figura 1.13 mostra a situação neste caso especial. Observe a simetria da situação, e que a distribuição de cargas é, agora, um dipolo elétrico.

Categorização Uma vez que a Figura 1.13 ilustra um caso especial do geral mostrado na Figura 1.12, podemos categorizar este exemplo como um no qual consideramos o resultado da parte (A) e introduzimos os valores adequados das variáveis.

Análise Com base na simetria da Figura 1.13, calcule as Equações (1) e (2) da parte (A) com $a = b$, $|q_1| = |q_2| = q$ e $\phi = \theta$:

$$(3)\quad E_x = k_e \frac{q}{a^2 + y^2} \cos\theta + k_e \frac{q}{a^2 + y^2} \cos\theta = 2k_e \frac{q}{a^2 + y^2} \cos\theta$$

$$E_y = k_e \frac{q}{a^2 + y^2} \operatorname{sen}\theta - k_e \frac{q}{a^2 + y^2} \operatorname{sen}\theta = 0$$

Com base na geometria da Figura 1.13, calcule $\cos\theta$:

$$(4)\quad \cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{(a^2 + y^2)^{1/2}}$$

1.6 *cont.*

Substitua a Equação (4) na (3):

$$E_x = 2k_e \frac{q}{a^2 + y^2}\left[\frac{a}{(a^2 + y^2)^{1/2}}\right] = \boxed{k_e \frac{2aq}{(a^2 + y^2)^{3/2}}}$$

(C) Determine o campo elétrico estabelecido pelo dipolo elétrico quando o ponto P está a uma distância $y >> a$ da origem.

SOLUÇÃO

Na resolução da parte (B), sendo $y >> a$, despreze a^2 comparado com y^2 e escreva a expressão para E para este caso:

$$(5)\quad E \approx \boxed{k_e \frac{2aq}{y^3}}$$

Finalização A Equação (5) mostra que em pontos afastados de um dipolo, mas posicionados ao longo do bissetor perpendicular da linha que liga as duas cargas, o módulo do campo elétrico criado pelo dipolo varia em uma proporção $1/r^3$, enquanto o campo de variação mais lenta de uma carga pontual muda em uma proporção $1/r^2$ (veja a Eq. 1.9). Isto se deve ao fato de que, em pontos distantes, os campos das duas cargas de mesmo módulo e sinais opostos quase se cancelam. A variação $1/r^3$ em E para o dipolo também é obtida para um ponto distante ao longo do eixo x e para qualquer ponto distante em geral.

1.5 Campo elétrico de uma distribuição contínua de cargas

A Equação 1.10 é útil para calcular o campo elétrico devido a um pequeno número de cargas. Em muitos casos, temos uma distribuição contínua de carga, em vez de um conjunto de cargas discretas. A carga nessas situações pode ser descrita como continuamente distribuída ao longo de alguma linha, sobre alguma superfície, ou em algum volume.

Para preparar o processo de avaliação do campo elétrico criado por uma distribuição contínua de cargas, adotaremos o procedimento descrito a seguir. Primeiro, divida a distribuição de cargas em pequenos elementos, cada um contendo uma pequena carga Δq, como mostra a Figura 1.14. Depois, utilize a Equação 1.9 para calcular o campo elétrico gerado por um desses elementos em um ponto P. Finalmente, calcule o campo elétrico total em P estabelecido pela distribuição de cargas, somando as contribuições de todos os elementos de carga (isto é, aplicando o princípio da superposição).

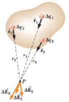

Figura 1.14 O campo elétrico em P estabelecido por uma distribuição contínua de cargas é a soma vetorial dos campos $\Delta\vec{E}_i$ estabelecidos por todos os elementos Δq_i da distribuição de cargas. Três elementos de exemplo são mostrados.

O campo elétrico em P gerado por um elemento de carga com carga Δq é

$$\Delta\vec{E} = k_e \frac{\Delta q}{r^2}\hat{r}$$

onde r é a distância do elemento de carga ao ponto P, e $\hat{r}$, um vetor unitário direcionado do elemento ao ponto P. O campo elétrico total em P gerado por todos os elementos na distribuição de cargas é aproximadamente

$$\vec{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

onde o índice i refere-se ao i-ésimo elemento na distribuição. Visto que o número de elementos é muito grande e a distribuição de cargas é modelada como contínua, o campo total em P no limite $\Delta q_i \to 0$ é

$$\vec{E} = k_e \lim_{\Delta q_i \to 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2}\hat{r}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2}\hat{r} \qquad (1.11)$$

◄ **Campo elétrico estabelecido por uma distribuição contínua de cargas**

onde a integração é feita sobre toda a distribuição de cargas. A integração na Equação 1.11 é uma operação vetorial, e deve ser tratada de forma adequada.

Ilustraremos esse tipo de cálculo por meio de vários exemplos nos quais a carga é distribuída ao longo de uma linha, sobre uma superfície ou em todo um volume. Para realizar tais cálculos, é conveniente aplicar o conceito de *densidade de carga* juntamente com as notações a seguir:

- Se uma carga Q for distribuída uniformemente em todo um volume V, a **densidade de carga volumétrica** ρ será definida por

Densidade de carga volumétrica ►

$$\rho = \frac{Q}{V}$$

onde ρ é expressa em unidade de coulombs por metro cúbico (C/m^3).

- Se uma carga Q for distribuída uniformemente sobre uma superfície de área A, a **densidade de carga superficial** σ (letra grega sigma) será definida por

Densidade de carga superficial ►

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

onde σ é expressa em unidade de coulombs por metro quadrado (C/m^2).

- Se uma carga Q for distribuída uniformemente ao longo de uma linha de comprimento ℓ, a **densidade de carga linear** λ será definida por

Densidade de carga linear ►

$$\lambda = \frac{Q}{\ell}$$

onde λ é expressa em unidades de coulombs por metro (C/m).

- Se a carga for distribuída de modo não uniforme em um volume, superfície ou linha, as quantidades de carga dq em um pequeno elemento de volume, superfície ou comprimento serão dadas por

$$dq = \rho\, dV \qquad dq = \sigma\, dA \qquad dq = \lambda\, d\ell$$

Estratégia para resolução de problemas

CÁLCULO DO CAMPO ELÉTRICO

O procedimento a seguir é recomendado para a resolução de problemas que envolvem a determinação de um campo elétrico gerado por cargas individuais ou uma distribuição de cargas.

1. Conceitualização. Estabeleça uma representação mental do problema: pense cuidadosamente sobre as cargas individuais ou a distribuição de cargas e imagine que tipo de campo elétrico seria criado. Considere qualquer simetria na disposição das cargas para ajudá-lo a visualizar o campo elétrico.

2. Categorização. Estamos analisando um grupo de cargas individuais ou uma distribuição contínua de cargas? A resposta a essa questão nos informa como proceder no passo "Análise".

3. Análise.

(a) Se estivermos analisando um grupo de cargas individuais, utilize o princípio da superposição: quando várias cargas pontuais estão presentes, o campo resultante em um ponto no espaço é a *soma vetorial* dos campos individuais criados pelas cargas individuais (Eq. 1.10). Tenha muito cuidado ao manipular grandezas vetoriais. Pode ser útil revisar o material sobre adição vetorial no Capítulo 3 do Volume 1. O Exemplo 1.6 demonstrou este procedimento.

(b) Se estivermos analisando uma distribuição contínua de cargas, o princípio de superposição é aplicado substituindo-se as somas vetoriais para avaliação do campo elétrico total de cargas individuais por integrais vetoriais. A distribuição de cargas é dividida em partes infinitesimais, e a soma vetorial é efetuada por meio da integração ao longo de toda a distribuição de cargas (Eq. 1.11). Os Exemplos 1.7 a 1.9 demonstram tais procedimentos.

Considere a simetria ao trabalhar com uma distribuição de cargas pontuais ou contínua de cargas. Tome como base qualquer simetria no sistema observada no passo "Conceitualização" para simplificar os cálculos. O cancelamento das componentes de campo perpendiculares ao eixo no Exemplo 1.8 é um modelo de aplicação de simetria.

4. Finalização. Verifique se sua expressão de campo elétrico está consistente com a representação mental e se reflete qualquer simetria observada anteriormente. Imagine parâmetros variáveis, como a distância do ponto de observação às cargas ou o raio de quaisquer objetos circulares, para verificar se o resultado matemático muda de modo lógico.

Exemplo 1.7 Campo elétrico gerado por uma barra carregada

Uma barra de comprimento ℓ tem carga positiva uniforme por unidade de comprimento λ e carga total Q. Calcule o campo elétrico em um ponto P localizado ao longo do eixo geométrico da barra e a uma distância a de uma extremidade (Fig. 1.15).

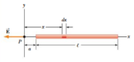

Figura 1.15 (Exemplo 1.7) O campo elétrico em P estabelecido por uma barra uniformemente carregada posicionada ao longo do eixo x.

SOLUÇÃO

Conceitualização O campo $d\vec{E}$ em P, gerado por um segmento de carga na barra, está no sentido negativo de x, porque cada segmento tem uma carga positiva. A Figura 1.15 mostra a geometria apropriada. Em nosso resultado, esperamos que o campo elétrico se torne menor à medida que a distância a se torna maior porque o ponto P está mais longe que a distribuição da carga.

Categorização Visto que a barra é contínua, estamos avaliando o campo estabelecido por uma distribuição contínua de cargas, em vez de um grupo de cargas individuais. Já que cada segmento da barra produz um campo elétrico no sentido negativo de x, a soma de suas contribuições pode ser tratada sem a necessidade da adição de vetores.

Análise Vamos supor que a barra esteja posicionada ao longo do eixo x; seja dx o comprimento de um pequeno segmento, e dq, a carga no segmento em questão. Uma vez que a barra tem carga por unidade de comprimento λ, a carga dq no segmento pequeno é $dq = \lambda\,dx$.

Determine o módulo do campo elétrico em P estabelecido por um segmento da barra com carga dq:

$$dE = k_e\frac{dq}{x^2} = k_e\frac{\lambda\,dx}{x^2}$$

Determine o campo total em P, aplicando[4] a Equação 1.11:

$$E = \int_a^{\ell+a} k_e\lambda\frac{dx}{x^2}$$

Observando que k_e e $\lambda = Q/\ell$ são constantes e podem ser retiradas da integral, avalie a integral:

$$E = k_e\lambda\int_a^{\ell+a}\frac{dx}{x^2} = k_e\lambda\left[-\frac{1}{x}\right]_a^{\ell+a}$$

$$(1)\quad E = k_e\frac{Q}{\ell}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\ell+a}\right) = \boxed{\frac{k_eQ}{a(\ell+a)}}$$

Finalização Vemos que nossa previsão está correta; se a se tornar maior, o denominador da fração se tornará maior, e E se tornará menor. Por outro lado, se $a \to 0$, o que corresponde a deslocar a barra para a esquerda até sua extremidade esquerda alcançar a origem, $E \to \infty$. Isto representa a condição na qual o ponto de observação P está a uma distância igual a zero da carga na extremidade da barra, de modo que o campo se torna infinito. Exploramos grandes valores de a a seguir.

E SE? Suponha que o ponto P esteja muito afastado da barra. Qual é a natureza do campo elétrico em tal ponto?

Resposta Se P estiver afastado da barra ($a >> \ell$), o ℓ no denominador da Equação (1) pode ser desprezado, e $E \approx k_eQ/a^2$. Essa é exatamente a forma que seria esperada para uma carga pontual. Portanto, para valores grandes de a/ℓ, a distribuição de cargas parece ser uma carga pontual de módulo Q; o ponto P está tão afastado da barra que não podemos notar suas dimensões. A aplicação da técnica do limite ($a/\ell \to \infty$) é, em geral, um bom método para verificar uma expressão matemática.

[4] Para realizar integrações como essa, primeiro expresse o elemento de carga dq em função das outras variáveis na integral. No exemplo, existe uma variável, x, de modo que fizemos a troca $dq = \lambda\,dx$. A integral deve ser definida em grandezas escalares. Dessa forma, expresse o campo elétrico como função de componentes, se necessário. No exemplo, o campo tem apenas uma componente x e, portanto, este detalhe não é importante. Depois, reduza sua expressão a uma integral de única variável ou a múltiplas integrais, cada uma de única variável. Nos exemplos que envolvem uma simetria esférica ou cilíndrica, a variável única é uma coordenada radial.

Exemplo 1.8 Campo elétrico de um anel de carga uniforme

Um anel de raio a possui carga total positiva, Q, distribuída uniformemente. Calcule o campo elétrico gerado pelo anel em um ponto P localizado a uma distância x de seu centro ao longo do eixo central perpendicular ao plano do anel (Fig. 1.16a).

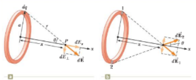

Figura 1.16 (Exemplo 1.8) Um anel de raio a carregado uniformemente. (a) Campo em P no eixo x gerado por um elemento de carga dq. (b) Campo elétrico total em P está localizado ao longo do eixo x. A componente perpendicular do campo em P estabelecida pelo segmento 1 é cancelada pela estabelecida pelo segmento 2.

SOLUÇÃO

Conceitualização A Figura 1.16a mostra a contribuição do campo elétrico $d\vec{E}$ em P gerada por um único segmento de carga na parte superior do anel. Esse vetor campo pode ser resolvido nas componentes dE_x paralela ao eixo do anel e $dE_\perp$ perpendicular ao eixo. A Figura 1.16b mostra as contribuições do campo elétrico de dois segmentos em lados opostos do anel. Por causa da simetria da situação, as componentes perpendiculares do campo se cancelam. Isto é verdadeiro para todos os pares de segmentos em torno do anel, de modo que podemos ignorar a componente perpendicular do campo e nos concentrar apenas nas componentes paralelas, que são simplesmente somadas.

Categorização Visto que o anel é contínuo, estamos avaliando o campo gerado por uma distribuição contínua de cargas, em vez de um grupo de cargas individuais.

Análise Avalie a componente paralela de uma contribuição de campo elétrico de um segmento de carga dq no anel:

$$(1)\quad dE_x = k_e\frac{dq}{r^2}\cos\theta = k_e\frac{dq}{a^2+x^2}\cos\theta$$

Com base na geometria da Figura 1.16a, determine $\cos\theta$:

$$(2)\quad \cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{dq}{(a^2+x^2)^{1/2}}$$

Substitua a Equação (2) na (1):

$$dE_x = k_e\frac{dq}{a^2+x^2}\left[\frac{x}{(a^2+x^2)^{1/2}}\right] = \frac{k_ex}{(a^2+x^2)^{3/2}}\,dq$$

Todos os segmentos do anel fornecem a mesma contribuição para o campo em P, porque estão todos equidistantes dele. Integre para obter o campo total em P:

$$E_x = \int\frac{k_ex}{(a^2+x^2)^{3/2}}\,dq = \frac{k_ex}{(a^2+x^2)^{3/2}}\int dq$$

$$(3)\quad E = \boxed{\frac{k_ex}{(a^2+x^2)^{3/2}}Q}$$

Finalização Este resultado demonstra que o campo é igual a zero em $x = 0$. Isto é consistente com a simetria do problema? Além disso, observe que a Equação (3) se reduz a k_eQ/x^2 se $x >> a$, de modo que o anel atua como uma carga pontual para locais distantes de sua posição, de um ponto distante, não conseguimos distinguir o formato de anel da carga.

E SE? Suponha que uma carga negativa seja colocada no centro do anel na Figura 1.16 e deslocada ligeiramente ao longo de uma distância $x << a$ no eixo x. Ao ser liberada, que tipo de movimento a carga descreve?

Resposta Na expressão do campo gerado por um anel de carga considere $x << a$, o que resulta em

$$E = \frac{k_eQ}{a^3}x$$

1.8 *cont.*

Portanto, com base na Equação 1.8, a força que atua sobre uma carga $-q$ colocada próxima do centro do anel é

$$F_x = -\frac{k_e q Q}{a^3} x$$

Visto que a força tem a forma da Lei de Hooke (Eq. 1.1 do Volume 2), o movimento da carga negativa é descrito com o *modelo de partícula em movimento harmônico simples!*

Exemplo 1.9 Campo elétrico de um disco uniformemente carregado

Um disco de raio R tem uma densidade de carga superficial uniforme σ. Calcule o campo elétrico em um ponto P localizado ao longo do eixo perpendicular central do disco e a uma distância x do centro do disco (Fig. 1.17).

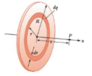

Figura 1.17 (Exemplo 1.9) Um disco uniformemente carregado de raio R. O campo elétrico em um ponto axial P está direcionado ao longo do eixo central, perpendicular ao plano do disco.

SOLUÇÃO

Conceitualização Se o disco for considerado um conjunto de anéis concêntricos, podemos aplicar nosso resultado do Exemplo 1.8 – que determina o campo criado por um anel de raio a – e somar as contribuições de todos os anéis que formam o disco. Por simetria, o campo em um ponto axial deve estar ao longo do eixo central.

Categorização Uma vez que o disco é contínuo, estamos avaliando o campo gerado por uma distribuição contínua de cargas, em vez de um grupo de cargas individuais.

Análise Determine a quantidade de cargas dq na área de superfície de um anel de raio r e largura dr, como mostra a Figura 1.17:

$$dq = \sigma\, dA = \sigma(2\pi r\, dr) = 2\pi\sigma r\, dr$$

Utilize este resultado na equação dada para E_x no Exemplo 1.8 (com a substituído por r e Q por dq) para determinar o campo gerado pelo anel:

$$dE_x = \frac{k_e x}{(r^2 + x^2)^{3/2}}(2\pi\sigma r\, dr)$$

Para obter o campo total em P, integre essa expressão para os limites $r = 0$ a $r = R$, observando que x é uma constante nessa situação:

$$E_x = k_e x\pi\sigma \int_0^R \frac{2r\, dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$= k_e x\pi\sigma \int_0^R (r^2 + x^2)^{-3/2} d(r^2)$$

$$= k_e x\pi\sigma \left[\frac{(r^2 + x^2)^{-1/2}}{-1/2}\right]_0^R = \boxed{2\pi k_e\sigma\left[1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}}\right]}$$

Finalização Este resultado é válido para todos os valores de $x > 0$. Para grandes valores de x, o resultado anterior pode ser avaliado por uma expansão em série e mostrado como sendo equivalente ao campo elétrico de uma carga pontual Q. Podemos calcular o campo próximo do disco ao longo do eixo, supondo $x << R$. Portanto, a expressão entre colchetes reduz-se a unidade, fornecendo a aproximação de campo vizinho

$$E_x = 2\pi k_e\sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

onde ε_0 é a permissividade do espaço livre. No Capítulo 2 deste volume, obteremos o mesmo resultado para o campo criado por um plano de carga infinita com densidade de carga superficial uniforme.

continua

1.9 *cont.*

E SE? E se deixarmos o raio do disco aumentar para que o disco se torne um plano de carga infinito?

Resposta O resultado de deixar $R \to \infty$ no resultado final do exemplo é que a intensidade do campo elétrico se torna

$$E = 2\pi k_e\sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Esta é a mesma expressão que obtivemos para $x \ll R$. Se $R \to \infty$, *em todos os pontos* perto do campo – o resultado é independente da posição em que se mede o campo elétrico. Portanto, o campo elétrico devido a um plano infinito da carga é uniforme por todo o espaço.

Na prática, um plano infinito de carga é impossível. No entanto, se dois planos de carga são colocados perto um do outro, com um plano positivamente carregado e o outro negativamente carregado, o campo elétrico entre as placas está muito perto de ser uniforme em pontos longe das bordas. Esta configuração será investigada no Capítulo 4 deste volume.

1.6 Linhas de campo elétrico

Prevenção de Armadilhas 1.2

Linhas de campo elétrico não são percursos de partícula!

As linhas de campo elétrico representam o campo em diversas posições. Exceto em casos muito especiais, as linhas *não* representam o percurso percorrido por uma partícula carregada em um campo elétrico.

Prevenção de Armadilhas 1.3

Linhas de campo elétrico não são reais

As linhas de campo elétrico não são corpos materiais, são utilizadas apenas como representações gráficas para fornecer uma descrição qualitativa do campo elétrico. Apenas um número finito de linhas de cada carga pode ser desenhado, o que faz o campo parecer quantizado e existente apenas em certas partes do espaço. De fato, ele é contínuo, e existe em cada ponto. Devemos evitar a impressão errônea de um desenho bidimensional de linhas de campo utilizado para descrever uma situação tridimensional.

Definimos o campo elétrico de modo matemático por meio da Equação 1.7. Vamos agora estudar um meio de visualizá-lo em uma representação gráfica. Um modo conveniente de visualizar padrões do campo elétrico é desenhar linhas, chamadas **linhas de campo elétrico**, primeiramente introduzidas por Faraday, que se relacionam com o campo elétrico em uma região do espaço da seguinte maneira:

- O vetor campo elétrico $\vec{\mathbf{E}}$ é tangente à linha do campo elétrico em cada ponto. A linha tem um sentido, indicado por uma seta, que é o mesmo do vetor campo elétrico. O sentido da linha é o da força que atua sobre uma carga positiva colocada no campo de acordo com o modelo de partícula em um campo.
- O número de linhas por unidade de área através de uma superfície perpendicular a elas é proporcional ao módulo do campo elétrico na região em questão. Desta forma, as linhas de campo ficam próximas uma da outra onde o campo elétrico é intenso e afastadas onde este é fraco.

Essas propriedades são ilustradas na Figura 1.18. A densidade das linhas de campo através da superfície A é maior que a das da superfície B. Portanto, o módulo do campo elétrico é maior na superfície A que na B. Além disso, uma vez que as linhas em diferentes locais apontam para sentidos diferentes, o campo não é uniforme.

Essa relação entre a intensidade do campo elétrico e a densidade das linhas de campo é consistente com a Equação 1.9, a expressão que obtivemos para E aplicando a Lei de Coulomb? Para responder a essa questão, considere uma superfície esférica imaginária de raio r concêntrica com uma carga pontual. Com base na simetria, observamos que a intensidade do campo elétrico é a mesma em qualquer parte da superfície da esfera. O número de linhas N que emergem da carga é igual ao de linhas que penetram na superfície esférica. Assim, o número de linhas por unidade de área na esfera é $N/4\pi r^2$ (onde a área superficial da esfera é $4\pi r^2$). Visto que E é proporcional ao número de linhas por unidade de área, observamos que E varia com a proporção $1/r^2$. Essa definição é consistente com a Equação 1.9.

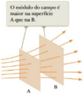

Figura 1.18 Linhas de campo elétrico penetrando em duas superfícies.

Linhas de campo elétrico representativas para o campo criado por uma única carga pontual positiva são mostradas na Figura 1.19a. O desenho, bidimensional, mostra apenas as linhas de campo localizadas no plano que contém a carga pontual. Na realidade, as linhas estão direcionadas radialmente para fora da carga em todas as direções. Portanto, em vez da "roda" achatada de linhas mostrada, devemos imaginar toda uma distribuição esférica de linhas. Uma vez que uma carga de teste positiva colocada nesse campo seria repelida pela fonte positiva, as linhas são direcionadas radialmente para fora da fonte. As linhas de campo elétrico que representam o campo estabelecido por uma única carga pontual negativa são direcionadas para

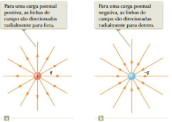

Figura 1.19 As linhas de campo elétrico de uma carga pontual. Observe que as figuras mostram apenas as linhas de campo que estão no plano da página.

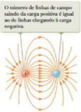

Figura 1.20 Linhas de campo elétrico de duas cargas pontuais de mesmo módulo e sinais opostos (um dipolo elétrico).

a carga (Fig. 1.19b). Em todos os casos, as linhas estão ao longo da direção radial e se estendem para o infinito. Observe que elas se aproximam uma da outra à medida que se aproximam da carga, indicando que a intensidade do campo aumenta quando nos deslocamos em direção à fonte.

As regras para traçar linhas de campo elétrico são as seguintes:

- Elas devem ter origem em uma carga positiva e terminar em uma negativa. Em caso de excesso de um tipo de carga, algumas linhas terão origem ou terminarão no infinito.
- O número de linhas traçadas que saem de uma carga positiva ou se aproximam de uma negativa é proporcional à intensidade da carga.
- Nenhuma linha de campo deve cruzar outra.

Optamos por definir o número de linhas de campo que se originam em qualquer corpo com uma carga positiva q_+ como Cq_+, e o das que terminam em qualquer corpo com carga negativa q_- como $C|q_-|$, onde C é uma constante de proporcionalidade arbitrária. Uma vez escolhida a constante C, o número de linhas é fixo. Por exemplo, em um sistema de duas cargas, se o corpo 1 tem carga Q_1 e o 2, Q_2, a proporção dos números de linhas em contato com as cargas é $N_2/N_1 = |Q_2/Q_1|$. As linhas de campo elétrico para duas cargas pontuais de mesma intensidade e sinais opostos (um dipolo elétrico) são mostradas na Figura 1.20. Visto que as cargas são de mesmo módulo, o número de linhas que se originam na carga positiva deve ser igual ao das que terminam na negativa. Nos pontos muito próximos das cargas, as linhas são quase radiais, como no caso de uma única carga isolada. A alta densidade das linhas entre as cargas indica uma região de campo elétrico intenso.

A Figura 1.21 mostra as linhas de campo elétrico na vizinhança de duas cargas pontuais positivas e idênticas. Novamente, as linhas são quase radiais em pontos próximos de quaisquer das cargas, e o mesmo número de linhas emerge de cada carga, pois as cargas são iguais em módulo. Uma vez que não há cargas negativas disponíveis, as linhas do campo elétrico terminam no infinito. A grande distância das cargas, o campo é aproximadamente igual ao de uma única carga pontual de módulo $2q$.

Finalmente, na Figura 1.22, esboçamos as linhas do campo elétrico associadas a uma carga positiva $+2q$ e uma carga negativa $-q$. Neste caso, o número de linhas que saem de $+2q$ é duas vezes maior que o das que terminam em $-q$. Assim, apenas metade das linhas que saem da carga positiva alcança a carga negativa. A outra metade termina em uma carga negativa, que supomos estar no infinito. A uma distância muito maior que a separação entre as cargas, as linhas do campo elétrico são equivalentes às de uma única carga $+q$.

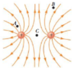

Figura 1.21 As linhas de campo elétrico de duas cargas pontuais positivas. (As localizações A, B e C são discutidas no Teste Rápido 1.5.)

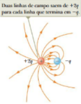

Figura 1.22 As linhas do campo elétrico de uma carga pontual $+2q$ e uma segunda carga pontual $-q$.

Teste Rápido **1.5** Classifique as intensidades do campo elétrico nos pontos A, B e C mostrados na Figura 1.21 (a maior intensidade primeiro).

1.7 Movimento de uma partícula carregada em um campo elétrico uniforme

Quando uma partícula de carga q e massa m é colocada em um campo elétrico $\vec{\mathbf{E}}$, a força elétrica exercida sobre a carga é $q\vec{\mathbf{E}}$, de acordo com a Equação 1.8 no modelo de partícula em um campo. Caso seja a única força aplicada à partícula, ela deve ser a força resultante, que faz com que a partícula acelere de acordo com o modelo da partícula afetada por uma força resultante. Portanto,

$$\vec{\mathbf{F}}_e = q\vec{\mathbf{E}} = m\vec{\mathbf{a}}$$

e a aceleração da partícula é

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{q\vec{\mathbf{E}}}{m} \qquad (1.12)$$

Se $\vec{\mathbf{E}}$ for uniforme (isto é, for constante em módulo e sentido), e a partícula está livre para se mover, a força elétrica aplicada à partícula será constante, e podemos aplicar o modelo da partícula em aceleração constante ao movimento da partícula. Portanto, a partícula nesta situação é descrita por *três* modelos de análise: partícula em um campo, partícula sob uma força líquida e partícula sob aceleração constante! Se a partícula tiver uma carga positiva, sua aceleração terá o sentido do campo elétrico. Se possuir uma carga negativa, sua aceleração terá o sentido oposto ao do campo elétrico.

Prevenção de Armadilhas 1.4

Apenas outra força
As forças e os campos elétricos podem lhe parecer abstratos. Porém, uma vez avaliada a força $\vec{\mathbf{F}}_e$, esta faz com que a partícula se mova segundo nossos modelos bem estabelecidos de força e movimento dos capítulos 2 a 6 do Volume 1. Manter este vínculo com o passado deve ajudá-lo a resolver problemas neste capítulo.

Exemplo 1.10 Uma carga positiva em aceleração: dois modelos MA

Um campo elétrico uniforme $\vec{\mathbf{E}}$ está direcionado ao longo do eixo x entre placas carregadas paralelas separadas por uma distância d, como mostra a Figura 1.23. Uma carga pontual positiva q de massa m é liberada do repouso em um ponto Ⓐ próximo da placa positiva e acelera em direção a um ponto Ⓑ próximo da placa negativa.

(A) Determine a velocidade escalar da partícula em Ⓑ, modelando-a como em aceleração constante.

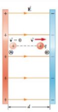

Figura 1.23 (Exemplo 1.10) Uma carga pontual positiva q em um campo elétrico uniforme $\vec{\mathbf{E}}$ apresenta aceleração constante no sentido do campo.

SOLUÇÃO

Conceitualização Quando colocada em Ⓐ, a carga positiva é afetada por uma força elétrica direcionada para a direita na Figura 1.23, estabelecida pelo campo elétrico direcionado para a direita. Como resultado, ela irá acelerar para a direita e chegará em Ⓑ com alguma velocidade.

Categorização Já que o campo elétrico é uniforme, uma força elétrica constante atua sobre a carga. Portanto, como sugerido na discussão anterior ao exemplo e no enunciado do problema, a carga pontual pode ser modelada como *uma partícula carregada em aceleração constante*.

Análise Aplique a Equação 2.17 do Volume 1 para expressar a velocidade vetorial da partícula como função da posição:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i) = 0 + 2a(d - 0) = 2ad$$

Resolva para v_f e aplique a definição da Equação 1.12 ao módulo da aceleração:

$$v_f = \sqrt{2ad} = \sqrt{2\left(\frac{qE}{m}\right)d} = \boxed{\sqrt{\frac{2qEd}{m}}}$$

(B) Determine a velocidade escalar da partícula em Ⓑ, modelando-a como um sistema não isolado em termos de energia.

SOLUÇÃO

Categorização O enunciado do problema informa que a carga é um *sistema não isolado* para *energia*. A força elétrica, como qualquer força, pode realizar trabalho em um sistema. A energia é transferida para o sistema da carga por meio do trabalho da força elétrica exercida sobre ela. A configuração inicial do sistema posiciona a partícula em Ⓐ, e a configuração final está se movendo com alguma velocidade em Ⓑ.

1.10 *cont.*

Análise Expresse a redução adequada da equação de conservação da energia, Equação 8.2 do Volume 1, para o sistema da partícula carregada:

$$W = \Delta K$$

Substitua o trabalho e as energias cinéticas por valores adequados para esta situação:

$$F_e \Delta x = K_{Ⓑ} - K_{Ⓐ} = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - 0 \rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2F_e \Delta X}{m}}$$

Substitua pela grandeza da força elétrica F_e da partícula em um modelo de campo e o deslocamento Δx:

$$v_f = \sqrt{\frac{2(qE)(d)}{m}} = \boxed{\sqrt{\frac{2qEd}{m}}}$$

Finalização A resposta para a parte (B) é a mesma da (A), como esperado. Este problema pode ser resolvido com abordagens diferentes. Vimos as mesmas possibilidades com problemas mecânicos.

Exemplo 1.11 Um elétron acelerado MA

Um elétron entra na região de um campo elétrico uniforme, como mostra a Figura 1.24, com $v_i = 3{,}00 \times 10^6$ m/s e $E = 200$ N/C. O comprimento horizontal das placas é $\ell = 0{,}100$ m.

(A) Determine a aceleração do elétron enquanto ele está no campo elétrico.

SOLUÇÃO

Conceitualização Este exemplo é diferente do anterior, pois a velocidade vetorial da partícula carregada é inicialmente perpendicular às linhas do campo elétrico. No Exemplo 1.10, a velocidade vetorial da partícula carregada é sempre paralela às linhas do campo elétrico. Como resultado, o elétron neste exemplo descreve um percurso curvo, como mostra a Figura 1.24. O movimento do elétron é o mesmo de uma partícula massiva projetada horizontalmente em um campo gravitacional próximo da superfície da Terra.

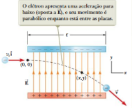

Figura 1.24 (Exemplo 1.11) Um elétron é projetado horizontalmente em um campo elétrico uniforme produzido por duas placas carregadas.

Categorização O elétron é uma *partícula em um campo (elétrico)*. Visto que o campo elétrico é uniforme, uma força elétrica constante é exercida sobre o elétron. Para determinar a aceleração do elétron, podemos modelá-lo como uma *partícula à qual uma força resultante* é aplicada.

Análise A partir da partícula em um modelo de campo, sabemos que a direção da força elétrica sobre o elétron é dirigida para baixo, na Figura 1.24, em oposição à direção das linhas do campo elétrico. A partir do modelo de partícula sob uma força líquida, desse modo, a aceleração do elétron é dirigida para baixo.

A partícula em um modelo de força resultante foi utilizada para desenvolver a Equação 1.12 no caso em que a força elétrica em uma partícula é a única força. Utilize esta equação para avaliar a componente y da aceleração do elétron:

$$a_y = -\frac{eE}{m_e}$$

Aplique os valores numéricos:

$$a_y = -\frac{(1{,}60 \times 10^{-19}\,\text{C})(200\,\text{N/C})}{9{,}11 \times 10^{-31}\,\text{kg}} = \boxed{-3{,}51 \times 10^{13}\,\text{m/s}^2}$$

(B) Supondo que o elétron entre no campo no instante $t = 0$, determine o instante no qual o elétron sai do campo.

SOLUÇÃO

Categorização Já que a força elétrica atua apenas na direção vertical na Figura 1.24, podemos analisar o movimento da partícula na horizontal, modelando-a como em velocidade constante.

continua

1.11 *cont.*

Análise Resolva a Equação 2.7, do Volume 1, para o instante no qual o elétron alcança a borda direita das placas:

$$x_f = x_i + v_x t \rightarrow t = \frac{x_f - x_i}{v_x}$$

Aplique os valores numéricos:

$$t = \frac{\ell - 0}{v_x} = \frac{0{,}100\,\text{m}}{3{,}00 \times 10^6\,\text{m/s}} = \boxed{3{,}33 \times 10^{-8}\,\text{s}}$$

(C) Supondo que a posição vertical do elétron ao entrar no campo seja $y_i = 0$, qual será sua posição vertical ao sair do campo?

SOLUÇÃO

Categorização Uma vez que a força elétrica é constante na Figura 1.24, podemos analisar o movimento da partícula na direção vertical, modelando-a como em aceleração constante.

Análise Aplique a Equação 2.16 do Volume 1 para descrever a posição da partícula em qualquer instante t:

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

Aplique os valores numéricos:

$$y_f = 0 + 0 + \tfrac{1}{2}(-3{,}51 \times 10^{13}\,\text{m/s}^2)(3{,}33 \times 10^{-8}\,\text{s})^2$$
$$= -0{,}0195\,\text{m} = \boxed{-1{,}95\,\text{cm}}$$

Finalização Se o elétron entrar abaixo da placa negativa na Figura 1.24 e a separação entre as placas for menor que o valor calculado, o elétron atingirá a placa positiva.

Observe que utilizamos *quatro* modelos de análise para descrever o elétron nas várias partes deste problema. Desprezamos a força gravitacional que atua sobre o elétron, o que é uma boa aproximação para o trabalho com partículas atômicas. Para um campo elétrico de 200 N/C, a proporção entre o módulo da força elétrica, eE, e o módulo da força gravitacional, mg, é da ordem de 10^{12} para um elétron, e de 10^9 para um próton.

Resumo

Definições

O **campo elétrico** $\vec{E}$ em um ponto no espaço é definido como a força elétrica $\vec{F}_e$ que atua sobre uma pequena carga de teste positiva colocada neste ponto dividida pelo módulo q_0 da carga de teste:

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_e}{q_0} \quad (1.7)$$

Conceitos e Princípios

As **cargas elétricas** têm as seguintes propriedades importantes:

- Cargas com sinais opostos se atraem, e com o mesmo sinal se repelem.
- A carga total em um sistema isolado é conservada.
- A carga é quantizada.

A **Lei de Coulomb** determina que a força elétrica exercida por uma carga pontual q_1 sobre uma segunda carga pontual q_2 é

$$\vec{\mathbf{F}}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}}_{12} \qquad \textbf{(1.6)}$$

onde r é a distância entre as duas cargas, e $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ um vetor unitário direcionado de q_1 a q_2; k_e. A chamada **constante de Coulomb** tem o valor $k_e = 8{,}988 \times 10^9$ N × m²/C².

A uma distância r de uma carga pontual q, o campo elétrico criado pela carga é

$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \qquad \textbf{(1.9)}$$

onde $\hat{\mathbf{r}}$ é um vetor unitário direcionado da carga para o ponto em questão. O campo elétrico é direcionado radialmente para fora de uma carga positiva e radialmente para dentro de uma negativa.

O campo elétrico criado por um grupo de cargas pontuais pode ser determinado por meio da aplicação do princípio da superposição, isto é, o campo elétrico total em um ponto é igual à soma vetorial dos campos elétricos de todas as cargas:

$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i \qquad \textbf{(1.10)}$$

O campo elétrico em um ponto estabelecido por uma distribuição contínua de cargas é

$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \qquad \textbf{(1.11)}$$

onde dq é a carga em um elemento da distribuição de cargas, e r é a distância do elemento ao ponto em questão.

Modelo de Análise para Resolução de Problemas

Partícula em um campo (Elétrico) Uma partícula-fonte com alguma carga elétrica estabelece um **campo elétrico** $\vec{\mathbf{E}}$ no espaço. Quando uma partícula com carga q é colocada nesse campo, ela experimenta uma força elétrica dada por

$$\vec{\mathbf{F}}_e = q\vec{\mathbf{E}} \qquad \textbf{(1.8)}$$

Perguntas Objetivas

1. Um elétron e um próton, ambos livres, são liberados em campos elétricos idênticos. **(i)** Como comparamos os módulos da força elétrica exercida sobre as duas partículas? (a) O módulo é milhões de vezes maior para o elétron. (b) O módulo é milhares de vezes maior para o elétron. (c) Os módulos são iguais. (d) O módulo é milhares de vezes menor para o elétron. (e) O módulo é milhões de vezes menor para o elétron. **(ii)** Compare seus módulos de aceleração. Escolha entre as mesmas alternativas da parte (i).
2. O que impede a gravidade de puxá-lo do solo em direção ao centro da Terra? Escolha a melhor resposta. (a) A densidade da matéria é muito grande. (b) Os núcleos positivos dos átomos do seu corpo repelem os núcleos positivos dos átomos do solo. (c) A densidade do solo é maior que a do seu corpo. (d) Ligações químicas mantêm os átomos unidos. (e) Os elétrons nas superfícies do solo e dos seus pés se repelem.
3. Uma bola muito pequena tem massa de $5{,}00 \times 10^{-3}$ kg e carga de 4,00 μC. Determine o módulo do campo elétrico direcionado para cima que equilibrará o peso da bola, de modo que ela permaneça suspensa e imóvel acima do chão. (a) $8{,}21 \times 10^2$ N/C (b) $1{,}22 \times 10^4$ N/C (c) $2{,}00 \times 10^{-2}$ N/C (d) $5{,}11 \times 10^6$ N/C (e) $3{,}72 \times 10^3$ N/C.
4. Um elétron a uma velocidade escalar de $3{,}00 \times 10^6$ m/s entra em um campo elétrico uniforme de módulo $1{,}00 \times 10^3$ N/C. As linhas do campo são paralelas à velocidade vetorial do elétron e apontam no mesmo sentido da velocidade vetorial. Qual a distância percorrida pelo elétron antes de parar em um ponto de repouso? (a) 2,56 cm (b) 5,12 cm (c) 11,2 cm (d) 3,34 m (e) 4,24 m.
5. Uma carga pontual de –4,00 nC está localizada em (0, 1,00) m. Qual o valor da componente x do campo elétrico criado pela carga pontual em (4,00, –2,00) m? (a) 1,15 N/C (b) –0,864 N/C (c) 1,44 N/C (d) –1,15 N/C (e) 0,864 N/C.
6. Um anel de carga circular com raio b tem uma carga total q distribuída de modo uniforme ao seu redor. Qual é o módulo do campo elétrico no centro do anel? (a) 0 (b) $k_e q/b^2$ (c) $k_e q^2/b^2$ (d) $k_e q^2/b$ (e) nenhuma das alternativas.
7. O que ocorre quando um isolante carregado é colocado próximo de um objeto metálico não carregado? (a) Eles se repelem. (b) Eles se atraem. (c) Eles podem se atrair ou repelir, dependendo do sinal (positivo ou negativo) da carga no isolante. (d) Eles não exercem força eletrostática um sobre o outro. (e) O isolante carregado sempre se descarrega espontaneamente.

8. Calcule o módulo do campo elétrico estabelecido pelo próton de um átomo de hidrogênio a uma distância de $5{,}29 \times 10^{-11}$ m, a posição esperada do elétron no átomo. (a) 10^{-11} N/C (b) 10^8 N/C (c) 10^{14} N/C (d) 10^6 N/C (e) 10^{12} N/C.
9. **(i)** Uma moeda de metal recebe uma carga elétrica positiva. Sua massa (a) aumenta de modo mensurável, (b) aumenta uma quantidade muito pequena para ser medida diretamente, (c) permanece inalterada, (d) diminui uma quantidade muito pequena para ser medida diretamente, ou (e) diminui de modo mensurável? **(ii)** Suponha que a moeda receba uma carga elétrica negativa. O que acontece com a massa? Escolha entre as mesmas alternativas da parte (i).
10. Suponha que os objetos carregados na Figura PO1.10 estejam fixos. Observe que não há linha de visão da posição de q_2 para a de q_1. Se você estivesse em q_1, não seria capaz de ver q_2, pois este está atrás de q_3. Como você calcularia a força elétrica exercida sobre o objeto com carga q_1? (a) Determinando apenas a força exercida por q_2 sobre a carga q_1. (b) Determinando apenas a força exercida por q_3 sobre a carga q_1. (c) Adicionando a força que q_2 exerceria por si sobre a carga q_1 à que q_3 exerceria por si sobre a q_1. (d) Adicionando a força que q_3 exerceria por si a uma determinada fração da força que q_2 exerceria por si. (e) Não existe um modo definido pelo qual calcular a força aplicada à carga q_1.

Figura PO1.10

11. Três partículas carregadas estão dispostas nos vértices de um quadrado, como mostra a Figura PO1.11, com a carga $-Q$ na partícula no vértice superior esquerdo e na partícula no vértice inferior direito, e a carga $+2Q$ na partícula no vértice inferior esquerdo. **(i)** Qual é o sentido do campo elétrico no vértice superior direito, que é um ponto no espaço vazio? (a) Para cima e para a direita. (b) Direto para a direita. (c) Direto para baixo. (d) Para baixo e para a esquerda. (e) Perpendicular ao plano da figura e para fora. **(ii)** Suponha que a carga $+2Q$ no vértice inferior esquerdo seja removida. Neste caso, o módulo do campo no vértice superior direito (a) torna-se maior, (b) diminui, (c) permanece o mesmo, ou (d) muda de modo imprevisível?

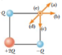

Figura PO1.11

12. Duas cargas pontuais atraem-se com uma força elétrica de módulo F. Se a carga em uma das partículas for reduzida a um terço do seu valor original, e a distância entre as partículas for dobrada, qual será o módulo resultante da força elétrica entre elas? (a) 1/12 F (b) 1/3 F (c) 1/6 F (d) 3/4 F (e) 3/2 F.
13. Suponha que um anel uniformemente carregado com raio R e carga Q produza um campo elétrico E_{anel} em um ponto P em seu eixo, a uma distância x do centro do anel, como na Figura PO1.13a. Agora, suponha que a mesma carga Q esteja distribuída uniformemente sobre a área circular encerrada pelo anel, formando um disco de carga plano com o mesmo raio como mostrado na Figura PO1.13b. Como podemos comparar o campo E_{disco} produzido pelo disco em P com o produzido pelo anel no mesmo ponto? (a) $E_{\text{disco}} < E_{\text{anel}}$ (b) $E_{\text{disco}} = E_{\text{anel}}$ (c) $E_{\text{disco}} > E_{\text{anel}}$ (d) impossível determinar.

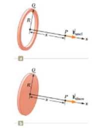

Figura PO1.13

14. Um objeto com carga negativa é colocado em uma região do espaço onde o campo elétrico está direcionado verticalmente para cima. Qual é o sentido da força elétrica exercida sobre essa carga? (a) Para cima. (b) Para baixo. (c) Não há força. (d) A força pode ter qualquer sentido.
15. O módulo da força elétrica entre dois prótons é $2{,}30 \times 10^{-26}$ N. Qual é a distância entre os prótons? (a) 0,100 m (b) 0,0220 m (c) 3,10 m (d) 0,00570 m (e) 0,480 m.

Perguntas Conceituais

1. (a) A vida seria diferente se o elétron fosse positivamente carregado, e o próton negativamente carregado? (b) A escolha de sinais tem algum significado nas interações físicas e químicas? Explique suas respostas.
2. Muitas vezes, um pente carregado atrai pequenos fragmentos de papel seco, que, após tocarem o pente, são lançados para longe. Explique por que isso ocorre.
3. Uma pessoa é colocada em uma grande esfera de metal oca, isolada do solo. Se a esfera receber uma grande carga, a pessoa será ferida ao tocar a parte interna da esfera?
4. Um estudante que cresceu em um país tropical e estuda nos EUA pode não ter experiência com faíscas e choques causados por eletricidade estática até seu primeiro inverno norte-americano. Explique.
5. Se um corpo A suspenso é atraído por um B carregado, podemos concluir que A está carregado? Explique.
6. Considere o ponto A na Figura PC1.6, localizado a uma distância arbitrária das duas cargas pontuais positivas em um espaço vazio. (a) É possível que um campo elétrico exista no

ponto A no espaço vazio? Explique. (b) Existe carga neste ponto? Explique. (c) Existe força neste ponto? Explique.

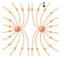

Figura PC1.6

7. No clima ameno, existe um campo elétrico na superfície da Terra apontado para baixo na direção do solo. Qual é o sinal da carga elétrica no solo em tal situação?

8. Por que a equipe de um hospital deve usar calçados condutores especiais ao trabalhar próximo a recipientes de oxigênio, em uma sala de cirurgia? O que pode ocorrer se a equipe usar calçados com solados de borracha?

9. Um balão fica preso a uma parede após ser carregado negativamente por atrito. (a) Isto ocorre porque a parede está positivamente carregada? (b) Por que, finalmente, o balão cai?

10. Considere dois dipolos elétricos no espaço vazio. Cada dipolo tem uma carga líquida igual a zero. (a) Existe força elétrica entre os dipolos, isto é, dois objetos com carga líquida igual a zero podem exercer forças elétricas um sobre o outro? (b) Em caso afirmativo, a força é de atração ou repulsão?

11. Um objeto de vidro recebe uma carga positiva quando esfregado com um retalho de seda. Durante esse processo, prótons foram adicionados ao objeto ou elétrons foram removidos?

Problemas

WebAssign Os problemas que se encontram neste capítulo podem ser resolvidos *on-line* no Enhanced WebAssign (em inglês)

1. denota problema simples;

2. denota problema intermediário;

3. denota problema de desafio;

AMT *Analysis Model Tutorial* disponível no Enhanced WebAssign (em inglês);

M denota tutorial *Master It* disponível no Enhanced WebAssign (em inglês);

PD denota problema dirigido;

W solução em vídeo *Watch It* disponível no Enhanced WebAssign (em inglês).

Seção 1.1 Propriedades das cargas elétricas

1. Determine a carga e a massa das partículas a seguir com três dígitos significativos. *Sugestão*: Comece procurando a massa de um átomo neutro na tabela periódica dos elementos químicos no Apêndice C. (a) um átomo de hidrogênio ionizado, representado como H^+ (b) um átomo de sódio ionizado individualmente, Na^+ (c) um íon de cloreto Cl^- (d) um átomo de cálcio ionizado duplamente, $Ca^{++} = Ca^{2+}$ (e) o centro de uma molécula de amônia, modelado como um íon N^{3-} (f) átomos de nitrogênio ionizados quadruplamente, N^{4+}, encontrados no plasma de uma estrela quente (g) o núcleo de um átomo de nitrogênio (h) o íon molecular H_2O^-.

2. W (a) Calcule o número de elétrons em um pequeno alfinete de prata eletricamente neutro com massa de 10,0 g. A prata tem 47 elétrons por átomo, e sua massa molar é de 107,87 g/mol. (b) Considere a adição de elétrons ao alfinete até a carga negativa alcançar o valor muito alto de 1,00 mC. Quantos elétrons são adicionados para cada 10^9 elétrons presentes?

Seção 1.2 Carga de objetos por indução

Seção 1.3 Lei de Coulomb

3. Dois prótons em um núcleo atômico são tipicamente separados por uma distância de 2×10^{-15} m. A força elétrica repulsiva entre os prótons é enorme, mas a força nuclear atrativa é ainda mais forte e mantem o núcleo longe de explodir. Qual é a intensidade da força elétrica entre dois prótons separados por $2{,}00 \times 10^{-15}$ m?

4. Uma partícula carregada A exerce uma força de 2,62 μN à direita na partícula B carregada quando as partículas estão separadas por uma distância de 13,7 mm. A partícula B afasta-se imediatamente de A fazendo com que a distância entre elas seja 17,7 mm. Qual é a força vetorial que B exerce em A?

5. Em uma nuvem, pode haver cargas elétricas de +40,0 C perto da parte superior da nuvem e –40,0 C perto da parte inferior da nuvem. Estas cargas são separadas por 2,00 km. Qual é a força elétrica sobre a carga na parte superior da nuvem?

6. (a) Determine o módulo da força elétrica entre um íon Na^+ e um íon Cl^- separados por 0,50 nm. (b) A resposta seria diferente se o íon de sódio fosse trocado por Li^+, e o íon de cloreto por Br^-? Explique.

7. **Revisão.** Uma molécula de DNA (ácido desoxirribonucleico) tem um comprimento de 2,17 μm. As extremidades da molécula se tornam individualmente ionizadas – uma negativa e a outra positiva. A molécula helicoidal atua como uma mola e se retrai 1,00% ao ser carregada. Determine a constante elástica efetiva da molécula.

8. Certa vez, o ganhador do prêmio Nobel Richard Feynman (1918-1988) disse que, se duas pessoas permanecessem à distância de um braço uma da outra e cada uma tivesse 1% mais elétrons do que prótons, a força de repulsão entre elas seria suficiente para erguer um "peso" igual ao de toda a Terra. Efetue um cálculo de ordem de grandeza para fundamentar essa afirmação.

9. Uma carga pontual de 7,50 nC está localizada a 1,80 m de outra de 4,20 nC. (a) Determine o módulo da força elétrica

que uma partícula exerce sobre a outra. (b) A força é atrativa ou repulsiva?

10. W (a) Dois prótons em uma molécula estão separados por $3{,}80 \times 10^{-10}$ m. Calcule o módulo da força elétrica exercida por um próton sobre outro. (b) Compare o módulo dessa força com o da força gravitacional exercida por um próton sobre o outro. (c) **E se?** Qual deve ser a relação carga/massa de uma partícula se o módulo da força gravitacional entre duas dessas partículas é igual ao da força elétrica entre elas?

11. M Três cargas pontuais estão dispostas como mostra a Figura P1.11. Determine (a) o módulo e (b) o sentido da força elétrica aplicada à partícula na origem.

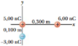

Figura P1.11 Problemas 11 e 35.

12. Três cargas pontuais estão localizadas em uma linha reta, como mostra a Figura P1.12, onde $q_1 = 6{,}00\ \mu C$, $q_2 = 1{,}50\ \mu C$ e $q_3 = -2{,}00\ \mu C$. As distâncias que as separam são $d_1 = 3{,}00$ cm e $d_2 = 2{,}00$ cm. Calcule o módulo e o sentido da força elétrica resultante exercida sobre (a) q_1, (b) q_2 e (c) q_3.

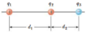

Figura P1.12

13. W Duas contas pequenas com cargas positivas $q_1 = 3q$ e $q_2 = q$ estão fixas nas extremidades de uma barra isolante horizontal de comprimento $d = 1{,}50$ m. A com carga q_1 está na origem. Como mostra a Figura P1.13, uma terceira conta carregada está livre para deslizar sobre a barra. (a) Em que posição x a terceira conta permanece em equilíbrio? (b) O equilíbrio pode ser estável?

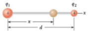

Figura P1.13 Problemas 13 e 14.

14. Duas contas pequenas com cargas de mesmo sinal q_1 e q_2 estão fixas nas extremidades de uma barra isolante horizontal de comprimento d. A com carga q_1 está na origem. Como mostra a Figura P1.13, uma terceira conta carregada está livre para deslizar sobre a barra. (a) Em que posição x a terceira conta permanece em equilíbrio? (b) O equilíbrio pode ser estável?

15. M Três partículas carregadas estão nos vértices de um triângulo equilátero, como mostra a Figura P1.15. Calcule a força elétrica total que atua sobre a carga de 7,00 μC.

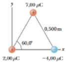

Figura P1.15
Problemas 15 e 30.

16. Duas pequenas esferas de metal, cada uma com massa $m = 0{,}200$ g, estão suspensas como pêndulos por cordas leves de comprimento L, como mostra a Figura P1.16. As esferas recebem a mesma carga elétrica de 7,2 nC e permanecem em equilíbrio quando cada corda forma um ângulo $\theta = 5{,}00°$ com a vertical. Qual é o comprimento das cordas?

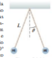

Figura P1.16

17. **Revisão.** Na teoria de Bohr do átomo de hidrogênio, um elétron se move em uma órbita circular em torno de um próton, sendo que o raio da órbita é de $5{,}29 \times 10^{-11}$ m. (a) Determine o módulo da força elétrica exercida sobre cada partícula. (b) Se essa força causar a aceleração centrípeta do elétron, qual será a velocidade escalar dessa partícula?

18. PD Uma partícula A de carga $3{,}00 \times 10^{-4}$ C está na origem, uma partícula B de carga $-6{,}00 \times 10^{-4}$ C está em (4,00 m, 0) e uma partícula C de carga $1{,}00 \times 10^{-4}$ C está em (0, 3,00 m). Desejamos determinar a força elétrica resultante exercida sobre C. (a) Qual é a componente x da força elétrica exercida por A sobre C? (b) Qual é a componente y da força exercida por A sobre C? (c) Calcule o módulo da força exercida por B sobre C. (d) Calcule a componente x da força exercida por B sobre C. (e) Calcule a componente y da força exercida por B sobre C. (f) Some as duas componentes x das partes (a) e (d) para obter a componente x da força elétrica resultante que atua sobre C. (g) De modo similar, determine a componente y do vetor força resultante que atua sobre C. (h) Determine o módulo e o sentido da força elétrica resultante exercida sobre C.

19. Uma carga pontual $+2Q$ está na origem, e uma carga pontual $-Q$, localizada ao longo do eixo x em $x = d$, como mostra a Figura P1.19. Determine uma expressão simbólica para a força líquida que atua sobre uma terceira carga pontual $+Q$ localizada ao longo do eixo y em $y = d$.

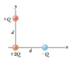

Figura P1.19

20. **Revisão.** Duas partículas idênticas, cada uma com uma carga $+q$, estão fixas no espaço e separadas por uma distância d. Uma terceira partícula com carga $-Q$ está livre para se mover e, inicialmente, em repouso no bissetor perpendicular das duas cargas fixas a uma distância x do ponto central entre elas (Fig. P1.20). (a) Demonstre que, se x é pequena comparada com d, o movimento de $-Q$ é harmônico simples ao longo do bissetor perpendicular. (b) Determine o período do movimento. (c) O quão rápido a carga $-Q$ se deslocará quando estiver no ponto central entre as duas cargas fixas se, inicialmente, for solta a uma distância $a \ll d$ do ponto central?

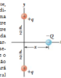

Figura P1.20

21. W Duas pequenas esferas condutoras idênticas estão posicionadas com os respectivos centros separados por 0,300 m. Uma esfera recebe uma carga de 12,0 nC, e a outra, uma

carga de –18,0 nC. (a) Determine a força elétrica exercida por uma esfera sobre a outra. (b) E se? As esferas estão conectadas por um fio condutor. Calcule a força elétrica que cada uma exerce sobre a outra após terem estabelecido o equilíbrio.

22. *Por que a seguinte situação é impossível?* Duas partículas de poeira idênticas de massa 1,00 μg flutuam no espaço vazio, longe de qualquer fonte externa de campos gravitacionais ou elétricos grandes e em repouso uma em relação à outra. Ambas possuem cargas elétricas idênticas em módulo e sinal. As forças gravitacional e elétrica entre as partículas têm o mesmo módulo e, assim, cada partícula não é afetada por nenhuma força resultante, e a distância entre elas permanece constante.

Seção 1.4 Modelo de análise: partícula em um campo (elétrico)

23. Quais são o módulo e a direção do campo elétrico que irá equilibrar o peso de (a) um elétron e (b) um próton? Você pode utilizar os dados na Tabela 1.1.

24. Um objeto pequeno de massa 3,80 g e carga –18,0 μC está suspenso e imóvel acima do solo quando é imerso em um campo elétrico uniforme perpendicular ao solo. Determine o módulo e o sentido do campo elétrico.

25. Quatro partículas carregadas estão localizadas nos vértices de um quadrado de lado a, como mostra a Figura P1.25. Determine (a) o campo elétrico na posição da carga q e (b) a força elétrica total exercida sobre q.

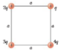

Figura P1.25

26. Três cargas pontuais estão posicionadas em um círculo de raio r nos ângulos de 30°, 150° e 270°, como mostra a Figura P1.26. Determine uma expressão simbólica para o campo elétrico resultante no centro do círculo.

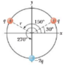

Figura P1.26

27. Duas partículas idênticas positivamente carregadas estão localizadas em vértices opostos de um trapezoide, como mostra a Figura P1.27. Determine expressões simbólicas para o campo elétrico total (a) no ponto P e (b) no ponto P'.

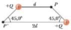

Figura P1.27

28. Considere n partículas idênticas positivamente carregadas, cada uma com módulo Q/n, posicionadas simetricamente em torno de um círculo de raio a. (a) Calcule o módulo do campo elétrico em um ponto a uma distância x do centro do círculo e na linha que passa através deste centro e é perpendicular ao seu plano. (b) Explique por que esse resultado é idêntico ao do cálculo feito no Exemplo 1.8.

29. **M** Na Figura P1.29, determine o ponto (que não o infinito) no qual o campo elétrico é igual a zero.

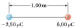

Figura P1.29

30. **W** Três partículas carregadas estão localizadas nos vértices de um triângulo equilátero, como mostra a Figura P1.15. (a) Calcule o campo elétrico na posição da carga de 2,00 μC gerado pelas cargas de 7,00 μC e –4,00 μC. (b) Aplique seu resultado à parte (a) para calcular a força exercida sobre a carga 2,00 μC.

31. Três cargas pontuais estão localizadas em um arco de círculo, como mostra a Figura P1.31. (a) Qual é o campo elétrico total em P, o centro do arco? (b) Determine a força elétrica que seria exercida sobre uma carga pontual de –5,00 nC posicionada em P.

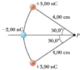

Figura P1.31

32. Duas partículas carregadas estão localizadas no eixo x. A primeira é uma carga $+Q$ em $x = -a$. A segunda é uma carga desconhecida localizada em $x = +3a$. O campo elétrico resultante produzido por essas cargas na origem tem um módulo de $2k_eQ/a^2$. Responda quantos valores são possíveis para a carga desconhecida e determine-os.

33. **AMT** Uma pequena bola plástica, de 2,00 g, é suspensa por uma corda com 20,0 cm de comprimento em um campo elétrico uniforme, como mostra a Figura P1.33. Se a bola estiver em equilíbrio quando a corda faz um ângulo de 15,0° com a vertical, qual é a carga líquida na bola?

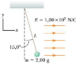

Figura P1.33

34. Duas cargas pontuais de 2,00 μC estão localizadas no eixo x. Uma delas está em $x = 1,00$ m, e a outra está em $x = -1,00$ m. (a) Determine o campo elétrico no eixo y em

$y = 0,500$ m. (b) Calcule a força elétrica sobre uma carga de –3,00 μC colocada no eixo y em $y = 0,500$ m.

35. Três cargas pontuais são arranjadas conforme mostra a Figura P1.11. (a) Determine o campo vetor campo elétrico que as cargas de 6,00 nC e –3,00 nC, juntas, criam na origem. (b) Determine o vetor força sobre a carga de 5,00 nC.

36. Considere o dipolo elétrico mostrado na Figura P1.36. Mostre que o campo elétrico em um ponto *distante* sobre o eixo $+x$ é $E_x \approx 4k_e qa/x^3$.

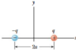

Figura P1.36

Seção 1.5 Campo elétrico de uma distribuição contínua de cargas

37. **W** Uma barra de 14,0 cm de comprimento está uniformemente carregada e tem uma carga total de –22,0 μC. Determine (a) o módulo e (b) o sentido do campo elétrico ao longo do eixo da barra em um ponto a 36,0 cm de seu centro.

38. Um disco uniformemente carregado de raio 35,0 cm possui uma carga com densidade de $7,90 \times 10^{-3}$ C/m². Calcule o campo elétrico no eixo do disco a (a) 5,00 cm, (b) 10,0 cm, (c) 50,0 cm e (d) 200 cm do centro do disco.

39. **M** Um anel uniformemente carregado de raio 10,0 cm possui uma carga total de 75,0 μC. Determine o campo elétrico no eixo do anel a (a) 1,00 cm, (b) 5,00 cm, (c) 30,0 cm e (d) 100 cm do centro do anel.

40. O campo elétrico ao longo do eixo de um disco uniformemente carregado de raio R e carga total Q foi calculado no Exemplo 1.9. Demonstre que o campo elétrico a distâncias x, grandes comparadas com R, se aproxima do gerado por uma partícula com carga $Q = \sigma\pi R^2$. *Sugestão*: Primeiro, demonstre que $x/(x^2 + R^2)^{1/2} = (1 + R^2/x^2)^{-1/2}$ e aplique a expansão binomial $(1 + \delta)^n \approx 1 + n\delta$, quando $\delta << 1$.

41. O Exemplo 1.9 deriva a expressão exata do campo elétrico em um ponto no eixo de um disco uniformemente carregado. Considere um disco de raio $R = 3,00$ cm com uma carga uniformemente distribuída de +5,20 μC. (a) Aplicando o resultado do Exemplo 1.9, calcule o campo elétrico em um ponto no eixo e a 3,00 mm do centro. (b) E se? Explique como a resposta da parte (a) pode ser comparada com o campo calculado com base na aproximação do campo vizinho $E = \sigma/2\epsilon_0$. Derivaremos essa expressão no Exemplo 1.9 deste volume. (c) Aplicando o resultado do Exemplo 1.9, calcule o campo elétrico em um ponto no eixo e a 30,0 cm do centro do disco. (d) E se? Explique como a resposta da parte (c) pode ser comparada com o campo elétrico obtido ao considerarmos o disco uma partícula carregada de +5,20 μC à distância de 30,0 cm.

42. Uma barra uniformemente carregada de comprimento L e carga total Q está posicionada ao longo do eixo x, como mostra a Figura P1.42. (a) Determine as componentes do campo elétrico no ponto P no eixo y a uma distância d da origem. (b) Quais são os valores aproximados das componentes do campo quando $d >> L$? Explique por que esses resultados são esperados.

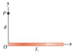

Figura P1.42

43. **W** Uma linha de carga contínua ao longo do eixo x estende-se de $x = +x_0$ ao infinito positivo. A linha possui carga positiva com uma densidade de carga linear uniforme λ_0. Determine (a) o módulo e (b) o sentido do campo elétrico na origem.

44. Uma barra delgada de comprimento ℓ e carga uniforme por unidade de comprimento λ está posicionada ao longo do eixo x, como mostra a Figura P1.44. (a) Demonstre que o campo elétrico em P, a uma distância d da barra ao longo de seu bissetor perpendicular, não tem componente x e é definido por $E = 2k_e\lambda \operatorname{sen} \theta_0/d$. (b) E se? Aplicando seu resultado da parte (a), demonstre que o campo de uma barra de comprimento infinito é $E = 2k_e\lambda/d$.

Figura P1.44

45. **M** Uma barra isolante uniformemente carregada de 14,0 cm de comprimento é curvada na forma de um semicírculo, como mostra a Figura P1.45. A barra tem uma carga total de –7,50 μC. Determine (a) o módulo e (b) o sentido do campo elétrico em O, o centro do semicírculo.

Figura P1.45

46. (a) Considere uma carcaça cilíndrica de revolução com parede delgada e uniformemente carregada com uma carga total Q, raio R e comprimento ℓ. Determine o campo elétrico em um ponto a uma distância d do lado direito do cilindro, como mostra a Figura P1.46. *Sugestão*: Aplique o resultado do Exemplo 1.8 e trate o cilindro como um conjunto de cargas anulares. (b) E se? Agora, considere um cilindro sólido com as mesmas dimensões e a mesma carga, uniformemente distribuída em seu volume. Aplique o resultado do Exemplo 1.9 para determinar o campo criado no mesmo ponto.

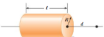

Figura P1.46

Seção 1.6 Linhas de campo elétrico

47. Uma barra negativamente carregada de comprimento finito possui uma carga uniforme por unidade de comprimento. Esboce as linhas do campo elétrico em um plano que contém a barra.

48. Um disco positivamente carregado tem uma carga uniforme por unidade de área σ, como descrito no Exemplo

1.9. Esboce as linhas do campo elétrico em um plano perpendicular ao do disco que passa através de seu centro.

49. **W** A Figura P1.49 mostra as linhas do campo elétrico de duas partículas carregadas separadas por uma pequena distância. (a) Determine a razão q_1/q_2. (b) Quais são os sinais de q_1 e q_2?

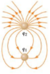

Figura P1.49

50. Três cargas positivas idênticas q estão localizadas nos vértices de um triângulo equilátero de lado a, como mostra a Figura P1.50. Suponha que as três, em conjunto, criem um campo elétrico. (a) Esboce as linhas do campo no plano das cargas. (b) Determine a localização de um ponto (que não o ∞) onde o campo elétrico seja igual a zero. Calcule (c) o módulo e (d) o sentido do campo elétrico em P estabelecido pelas duas cargas na base.

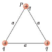

Figura P1.50

Seção 1.7 Movimento de uma partícula carregada em um campo elétrico uniforme

51. **AMT** **M** Um próton acelera do repouso em um campo elétrico uniforme de 640 N/C. Em um instante posterior, sua velocidade escalar é de 1,20 Mm/s (não relativística, porque v é muito menor que a velocidade da luz). (a) Calcule a aceleração do próton. (b) Ao longo de qual intervalo de tempo o próton alcança essa velocidade? (c) Qual a distância percorrida pela partícula nesse intervalo de tempo? (d) Qual é a energia cinética da partícula ao fim desse intervalo de tempo?

52. **W** Um próton é projetado no sentido x positivo para dentro de uma região de campo elétrico uniforme $\vec{\mathbf{E}} = (-6{,}00 \times 10^5)\,\hat{\mathbf{i}}$ N/C em $t = 0$. O próton percorre 7,00 cm até o repouso. Determine (a) a aceleração do próton, (b) sua velocidade escalar inicial e (c) o intervalo de tempo decorrido até o próton permanecer em repouso.

53. Um elétron e um próton são colocados em repouso em um campo elétrico uniforme de módulo 520 N/C. Calcule a velocidade escalar de cada partícula 48,0 ns após ser liberada.

54. **PD** Prótons são projetados com uma velocidade escalar inicial $v_i = 9{,}55$ km/s de uma região sem campo através de um plano para dentro de outra, onde um campo elétrico uniforme $\vec{\mathbf{E}} = -720\hat{\mathbf{j}}$ N/C está presente acima do plano, como mostra a Figura P1.54. O vetor velocidade inicial dos prótons forma um ângulo θ com o plano. Os prótons atingirão um ponto localizado a uma distância horizontal de $R = 1{,}27$ mm do ponto, em que cruzarão o plano e entrarão no campo elétrico. Desejamos determinar o ângulo θ com o qual os prótons devem passar através do plano para atingir o ponto alvo. (a) Que modelo de análise descreve o movimento horizontal dos prótons acima do plano? (b) Que modelo de análise descreve o movimento vertical dos prótons acima do plano? (c) Demonstre que a Equação 4.13 do Volume 1 seria aplicável aos prótons nesta situação. (d) Aplique essa equação para expressar R em função de v_i, E, da carga e da massa do próton e do ângulo θ. (e) Determine os dois valores possíveis do ângulo θ. (f) Determine o intervalo de tempo durante o qual o próton está acima do plano na Figura P1.54 para cada um dos dois valores possíveis de θ.

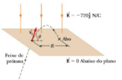

Figura P1.54

55. Cada elétron em um feixe de partículas tem uma energia cinética K. Determine (a) o módulo e (b) o sentido do campo elétrico que detém esses elétrons a uma distância d.

56. Duas placas de metal horizontais, cada uma com 10,0 cm quadrados, estão alinhadas com um espaçamento de 1,00 cm uma acima da outra. Ambas recebem cargas de mesmo módulo e sinais opostos, de modo que um campo elétrico uniforme descendente de $2{,}00 \times 10^3$ N/C é estabelecido na região entre elas. Uma partícula com massa $2{,}00 \times 10^{-16}$ kg e carga positiva de $1{,}00 \times 10^{-6}$ C sai do centro da placa negativa inferior com uma velocidade escalar inicial de $1{,}00 \times 10^5$ m/s a um ângulo de 37,0° acima da horizontal. (a) Descreva a trajetória da partícula. (b) Qual placa a partícula atinge? (c) Em que ponto, em relação ao ponto de partida, a placa é atingida?

57. **M** Um próton se move a $4{,}50 \times 10^5$ m/s na direção horizontal. A partícula entra em um campo elétrico uniforme vertical com um módulo de $9{,}60 \times 10^3$ N/C. Ignorando quaisquer efeitos gravitacionais, determine (a) o intervalo de tempo requerido para que o próton percorra 5,00 cm na horizontal, (b) seu deslocamento vertical durante o intervalo de tempo no qual percorre 5,00 cm na horizontal e (c) as componentes horizontal e vertical de sua velocidade vetorial após percorrer 5,00 cm na horizontal.

Problemas Adicionais

58. Três cilindros de plástico sólidos têm raio de 2,50 cm e comprimento de 6,00 cm. Calcule a carga de cada cilindro com base nas informações adicionais a seguir referentes a cada um deles. O cilindro (a) tem uma carga com densidade uniforme de 15,0 nC/m² em toda a superfície. O (b), de 15,0 nC/m² apenas na superfície lateral curva. O (c), de 500 nC/m³ em todo o volume de plástico.

59. Considere um número infinito de partículas idênticas, cada uma com carga q, posicionadas ao longo do eixo x a distâncias a, $2a$, $3a$, $4a$,... da origem. Qual é o campo elétrico na origem gerado por essa distribuição? *Sugestão*: Aplique

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \ldots = \frac{\pi^2}{6}$$

60. Uma partícula com carga −3,00 nC está localizada na origem, e outra, com carga negativa de módulo Q, está posicionada em $x = 50{,}0$ cm. Uma terceira partícula com carga positiva está em equilíbrio em $x = 20{,}9$ cm. Qual é o valor de Q?

61. **AMT** Um bloco pequeno de massa m e carga Q é colocado em um plano inclinado, isolado e sem atrito com ângulo θ, como mostra a Figura P1.61. Um campo elétrico é aplicado paralelamente à rampa. (a) Determine uma expressão para o módulo do campo elétrico que permita ao bloco permanecer em repouso. (b) Se $m = 5{,}40$ g, $Q = -7{,}00\ \mu$C e $\theta = 25{,}0°$, determine o módulo e o sentido do campo elétrico que permite ao bloco permanecer em repouso sobre a rampa.

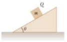

Figura P1.61

62. Uma esfera pequena de carga $q_1 = 0{,}800\ \mu$C está presa na extremidade de uma mola, como mostra a Figura P1.62a. Quando outra, de carga $q_2 = -0{,}600\ \mu$C, é suspensa abaixo da primeira esfera, como na Figura P1.62b, a mola se estica $d = 3{,}50$ cm em relação ao seu comprimento original e alcança uma nova posição de equilíbrio com uma separação entre as cargas de $r = 5{,}00$ cm. Qual é a constante de força da mola?

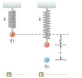

Figura P1.62

63. Uma linha de carga tem origem em $x = +x_0$ e se estende ao infinito positivo. A densidade de carga linear é $\lambda = \lambda_0 x_0/x$, onde λ_0 é uma constante. Determine o campo elétrico na origem.

64. Uma pequena esfera, de massa $m = 7{,}50$ g e carga $q_1 = 32{,}0$ nC é conectada à extremidade de uma corda e pendurada verticalmente, como mostra a Figura P1.64. Uma segunda carga de massa igual e carga $q_2 = -58{,}0$ nC está localizada abaixo da primeira carga à distância $d = 2{,}00$ cm abaixo da primeira carga, como mostra a Figura 1.64. (a) Determine a tensão na corda. (b) Se a corda pode suportar uma tensão máxima de 0,180 N, qual é o menor valor que d pode ter antes de a corda se romper?

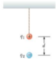

Figura P1.64

65. **AMT** Um campo elétrico uniforme de módulo 640 N/C está presente entre duas placas paralelas separadas por 4,00 cm. Um próton é liberado do repouso na placa positiva no mesmo instante em que um elétron é liberado do repouso na placa negativa. (a) Determine a distância da placa positiva quando as duas partículas passam uma pela outra. Ignore a atração elétrica entre o próton e o elétron. (b) **E se?** Repita a parte (a) para um íon sódio (Na^+) e um íon cloreto (Cl^-).

66. Duas pequenas esferas de prata, cada uma com massa de 10,0 g, estão separadas por 1,00 m. Calcule a fração de elétrons em uma esfera que deve ser transferida à outra para que uma força atrativa de $1{,}00 \times 10^4$ N (cerca de 1 tonelada) seja produzida entre elas. O número de elétrons por átomo de prata é 47.

67. **M** Uma bola de cortiça carregada de massa 1,00 g está suspensa por uma corda leve na presença de um campo elétrico uniforme, como mostra a Figura P1.67. Quando $\vec{\mathbf{E}} = (3{,}00\,\hat{\mathbf{i}} + 5{,}00\,\hat{\mathbf{j}}) \times 10^5$ N/C, a bola está em equilíbrio a um ângulo $\theta = 37{,}0°$. Determine (a) a carga na bola e (b) a tensão na corda.

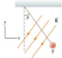

Figura P1.67
Problemas 67 e 68.

68. Uma bola de cortiça carregada de massa m está suspensa por uma corda leve na presença de um campo elétrico uniforme, como mostra a Figura P1.67. Quando $\vec{\mathbf{E}} = A\hat{\mathbf{i}} + B\hat{\mathbf{j}}$, onde A e B são números positivos, a bola está em equilíbrio a um ângulo θ. Determine (a) a carga na bola e (b) a tensão na corda.

69. Três partículas carregadas estão alinhadas ao longo do eixo x, como mostra a Figura P1.69. Calcule o campo elétrico (a) na posição (2,00 m, 0) e (b) na posição (0, 2,00 m).

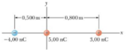

Figura P1.69

70. Duas cargas pontuais $q_A = -12{,}0\ \mu$C e $q_B = 45{,}0\ \mu$C e uma terceira partícula com carga desconhecida q_C estão localizadas no eixo x. A q_A está na origem, e q_B em $x = 15{,}0$ cm. A terceira será posicionada de modo que cada partícula esteja em equilíbrio sob a ação das forças elétricas exercidas pelas outras duas partículas. (a) Essa situação é possível? Em caso afirmativo, isto é possível em mais de um modo? Explique. Determine (b) a localização requerida e (c) o módulo e o sinal da carga da terceira partícula.

71. Uma linha de carga positiva forma um semicírculo de raio $R = 60{,}0$ cm, como mostra a Figura P1.71. A carga por unidade de comprimento ao longo do semicírculo é descrita pela expressão $\lambda = \lambda_0 \cos \theta$. A carga total no semicírculo é de 12,0 μC. Calcule

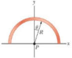

Figura P1.71

a força total exercida sobre uma carga de 3,00 μC colocada no centro de curvatura P.

72. Quatro partículas carregadas idênticas ($q = +10{,}0\ \mu$C) estão posicionadas nos vértices de um retângulo, como mostra a Figura P1.72. As dimensões do retângulo são $L = 60{,}0$ cm e $W = 15{,}0$ cm. Calcule (a) o módulo e (b) o sentido da força elétrica total exercida sobre a carga no vértice inferior esquerdo pelas outras três cargas.

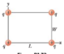

Figura P1.72

73. Duas esferas pequenas estão suspensas em equilíbrio nas extremidades inferiores de filamentos de 40,0 cm de comprimento, cujas extremidades superiores estão amarradas ao mesmo ponto fixo. Uma esfera tem massa de 2,40 g e carga de +300 nC. A outra tem a mesma massa e carga de +200 nC. Determine a distância entre os centros das esferas.

74. *Por que a seguinte situação é impossível?* Um elétron entra em uma região de campo elétrico uniforme entre duas placas paralelas. Estas são utilizadas em um tubo de raios catódicos para ajustar a posição de um feixe de elétrons em uma tela fluorescente distante. O módulo do campo elétrico entre as placas é de 200 N/C. Elas têm 0,200 m de comprimento e estão separadas por 1,50 cm. O elétron entra na região a uma velocidade de $3{,}00 \times 10^{6}$ m/s, deslocando-se paralelamente ao plano das placas na direção de seu comprimento. A partícula deixa as placas em direção à sua posição correta na tela fluorescente.

75. **Revisão.** Dois blocos idênticos em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito estão ligados por uma mola leve de constante elástica $k = 100$ N/m e um comprimento não estendido $L_i = 0{,}400$ m, como mostra a Figura P1.75a. Uma carga Q é colocada cuidadosamente sobre cada bloco, fazendo com que a mola se estique até um comprimento de equilíbrio $L = 0{,}500$ m, como mostra a Figura P1.75b. Determine o valor de Q, modelando os blocos como partículas carregadas.

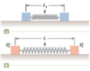

Figura P1.75 Problemas 75 e 76.

76. **Revisão.** Dois blocos idênticos em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito estão ligados por uma mola leve de constante elástica k e um comprimento não estendido L_i, como mostra a Figura P1.75a. Uma carga Q é colocada cuidadosamente sobre cada bloco, fazendo com que a mola se estique até um comprimento de equilíbrio L, como mostra a Figura P1.75b. Determine o valor de Q, modelando os blocos como partículas carregadas.

77. Três cargas pontuais idênticas, cada uma com massa $m = 0{,}100$ kg, estão suspensas por três cordas, como mostra a Figura P1.77. Se o comprimento das cordas esquerda e direita for $L = 30{,}0$ cm e o ângulo θ for 45,0°, determine o valor de q.

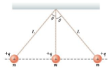

Figura P1.77

78. Demonstre que o módulo máximo $E_{máx}$ do campo elétrico ao longo do eixo de um anel uniformemente carregado ocorre a $x = a/\sqrt{2}$ (veja a Fig. 1.16) e tem um valor $Q/(6\sqrt{3}\pi\epsilon_0 a^2)$.

79. Duas esferas de borracha dura, cada uma com massa $m = 15{,}0$ g, são esfregadas com um pedaço de pele em um dia seco e, depois, suspensas por duas cordas isolantes de comprimento $L = 5{,}00$ cm, cujos pontos de apoio estão a uma distância $d = 3{,}00$ cm um do outro, como na Figura P1.79. Ao ser esfregada, uma das esferas recebe exatamente o dobro da carga da outra. As esferas suspensas são observadas em equilíbrio, cada uma a um ângulo $\theta = 10{,}0°$ com a vertical. Determine a quantidade de carga em cada esfera.

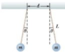

Figura P1.79

80. Duas contas idênticas têm massa m e carga q. Ao serem colocadas em uma bacia hemisférica de raio R com paredes não condutoras e sem atrito, elas se deslocam e, em equilíbrio, permanecem separadas por uma distância d (Fig. P1.80). (a) Determine a carga q em cada conta. (b) Determine a carga requerida para que d se iguale a $2R$.

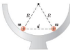

Figura P1.80

81. Duas esferas pequenas de massa m estão suspensas por cordas de comprimento ℓ ligadas em um ponto comum. Uma esfera tem carga Q e a outra, $2Q$. As cordas formam ângulos θ_1 e θ_2 com a vertical. (a) Explique como θ_1 e θ_2 se relacionam. (b) Suponha que θ_1 e θ_2 sejam pequenos. Demonstre que a distância r entre as esferas é aproximadamente

$$r \approx \left(\frac{4k_eQ^2\ell}{mg}\right)^{1/3}$$

82. **Revisão.** Uma partícula negativamente carregada $-q$ é colocada no centro de um anel uniformemente carregado que possui uma carga positiva total Q, como mostra a Figura P1.82. A partícula, limitada a se mover ao longo do eixo x, é deslocada a

Figura P1.82

uma curta distância x ($x \ll a$) nesse eixo e solta. Demonstre que a partícula oscila em um movimento harmônico simples com uma frequência definida por

$$f = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{k_eqQ}{ma^3}\right)^{1/2}$$

83. Uma bola de cortiça de 1,00 g com carga de μC 2,00 está suspensa verticalmente em uma corda leve de 0,500 m de comprimento, na presença de um campo elétrico uniforme descendente de intensidade $E = 1{,}00 \times 10^{5}$ N/C. Se a bola for deslocada ligeiramente em relação à vertical, ela oscila como um pêndulo simples. (a) Determine o período dessa oscilação. (b) O efeito da gravitação deve ser incluído no cálculo para a parte (a)? Explique.

Problemas de Desafio

84. Barras delgadas idênticas de comprimento $2a$ possuem cargas iguais $+Q$ distribuídas uniformemente ao longo de sua extensão. As barras estão posicionadas ao longo do eixo x, e seus centros, separados por uma distância $b > 2a$ (Fig. P1.84). Demonstre que o módulo da força exercida pela barra esquerda sobre a direita é

$$F = \left(\frac{k_eQ^2}{4a^2}\right)\ln\left(\frac{b^2}{b^2 - 4a^2}\right)$$

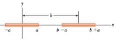

Figura P1.84

85. Oito partículas carregadas, cada uma com módulo q, estão posicionadas nos cantos de um cubo de borda s, como mostra a Figura P1.85. (a) Determine as componentes x, y e z da força total exercida sobre a carga localizada no ponto A pelas outras cargas. Qual é (b) o módulo e (c) o sentido da força total?

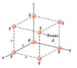

Figura P1.85 Problemas 85 e 86.

86. Considere a distribuição de cargas mostrada na Figura P1.85. (a) Demonstre que o módulo do campo elétrico no centro de qualquer face do cubo tem um valor de $2{,}18\ k_eq/s^2$. (b) Qual é o sentido do campo elétrico no centro da face superior do cubo?

87. **Revisão.** Um dipolo elétrico em um campo elétrico horizontal uniforme é ligeiramente deslocado de sua posição de equilíbrio, como mostra a Figura P1.87, onde θ é pequeno. A separação entre as cargas é $2a$, e cada uma das duas partículas possui massa m. (a) Supondo que o dipolo seja liberado dessa posição, demonstre que sua orientação angular descreve um movimento harmônico simples com uma frequência

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{qE}{ma}}$$

E se? (b) Suponha que, apesar de continuar a ter a mesma carga q, as duas partículas carregadas do dipolo tenham massas diferentes. Suponha que as massas das partículas sejam m_1 e m_2. Demonstre que a frequência da oscilação, neste caso, é dada por

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{qE(m_1 + m_2)}{2am_1m_2}}$$

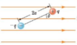

Figura P1.87

88. Inez prepara a decoração para a festa de debutante de sua irmã. Ela amarra três fitas de seda juntas no alto de um pórtico e pendura um balão de borracha em cada fita (Fig. P1.88). Para incluir os efeitos das forças gravitacionais e de empuxo no esquema, cada balão pode ser modelado como uma partícula de massa igual a 2,00 g, com seu centro a 50,0 cm do ponto de apoio. Inez esfrega toda a superfície de cada balão com seu cachecol de lã, fazendo com que os balões fiquem suspensos e separados um do outro. Olhando diretamente para cima, Inez nota que os centros dos balões suspensos formam um triângulo equilátero horizontal com lados de 30,0 cm. Qual é a carga comum de cada balão?

Figura P1.88

89. Uma linha de carga com densidade uniforme 35,0 μC/m está posicionada ao longo da linha $y = -15{,}0$ cm entre os pontos com coordenadas $x = 0$ e $x = 40{,}0$ cm. Calcule o campo elétrico criado na origem.

90. Uma partícula de massa m e carga q move-se com alta velocidade ao longo do eixo x. Sua posição inicial é próxima a $x = -\infty$ e final, próxima a $x = +\infty$. Uma segunda carga Q está fixa no ponto $x = 0$, $y = -d$. Quando a carga móvel passa pela carga estacionária, a componente x de sua velocidade vetorial não muda de modo significativo, mas adquire uma pequena velocidade no sentido y. Determine o ângulo de deflexão da carga móvel em relação ao sentido de sua velocidade inicial.

91. Duas partículas, cada uma com carga de 52,0 nC, estão localizadas no eixo y em $y = 25{,}0$ cm e $y = -25{,}0$ cm. (a) Determine o campo elétrico vetorial em um ponto do eixo x como uma função de x. (b) Calcule o campo em $x = 36{,}0$ cm. (c) Em que posição o campo é igual a $1{,}00\,\hat{\mathbf{i}}$ kN/C? Pode ser necessário utilizar um computador para resolver essa equação. (d) Em que posição o campo é igual a $16{,}0\,\hat{\mathbf{i}}$ kN/C?