

MATERIAL SUPLEMENTAR PARA ACOMPANHAR  
FUNDAMENTOS DE

# FÍSICA

HALLIDAY & RESNICK | 9ª Edição

JEARL WALKER

GRAVITAÇÃO, ONDAS E  
TERMODINÂMICA

VOLUME 2



MATERIAL SUPLEMENTAR PARA ACOMPANHAR

# FUNDAMENTOS DE FÍSICA

Gravitação, Ondas e Termodinâmica

9ª Edição

**HALLIDAY & RESNICK**

JEARL WALKER  
Cleveland State University

**VOLUME 2**

**Tradução e Revisão Técnica**

Ronaldo Sérgio de Biasi, Ph.D.  
Professor Titular do Instituto Militar de Engenharia - IME



Este Material Suplementar contém as Soluções dos Problemas – Volume 2 que podem ser usadas como apoio para o livro *Fundamentos de Física, Volume 2 – Gravitação, Ondas e Termodinâmica*, Nona Edição, 2012. Este material é de uso exclusivo de professores que adquiriram o livro.

**Material Suplementar Soluções dos Problemas – Volume 2 traduzido do material original:**  
**HALLIDAY & RESNICK: FUNDAMENTALS OF PHYSICS, VOLUME ONE, NINTH EDITION**  
Copyright © 2011, 2008, 2005, 2003 John Wiley & Sons, Inc.  
All Rights Reserved. This translation published under license.

Obra publicada pela LTC Editora  
FUNDAMENTOS DE FÍSICA, VOLUME 2 – GRAVITAÇÃO, ONDAS E TERMODINÂMICA, NONA  
EDIÇÃO  
Direitos exclusivos para a língua portuguesa  
Copyright © 2012 by

**LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda.**  
**Uma editora integrante do GEN | Grupo Editorial Nacional**

Projeto de Capa: M77 Design  
Imagem de Capa: ©Eric Heller/Photo Researchers, Inc.. Used with permission of John Wiley & Sons, Inc.  
Reproduzida com permissão da John Wiley & Sons, Inc.

Editoração Eletrônica do material suplementar: *Performa*

# SUMÁRIO

Capítulo 12 **1**

Capítulo 13 **36**

Capítulo 14 **70**

Capítulo 15 **92**

Capítulo 16 **125**

Capítulo 17 **156**

Capítulo 18 **184**

Capítulo 19 **209**

Capítulo 20 **238**

## Capítulo 12

1. (a) O centro de massa é dado por

$$x_{\text{CM}} = \frac{0 + 0 + 0 + (m)(2,00 \text{ m}) + (m)(2,00 \text{ m}) + (m)(2,00 \text{ m})}{6m} = 1,00 \text{ m}.$$

(b) Da mesma forma, temos

$$y_{\text{CM}} = \frac{0 + (m)(2,00 \text{ m}) + (m)(4,00 \text{ m}) + (m)(4,00 \text{ m}) + (m)(2,00 \text{ m}) + 0}{6m} = 2,00 \text{ m}.$$

(c) Usando a Eq. 12-14 e notando que os efeitos gravitacionais são diferentes em diferentes posições neste problema, temos:

$$x_{\text{CG}} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i m_i g_i}{\sum_{i=1}^6 m_i g_i} = \frac{x_1 m_1 g_1 + x_2 m_2 g_2 + x_3 m_3 g_3 + x_4 m_4 g_4 + x_5 m_5 g_5 + x_6 m_6 g_6}{m_1 g_1 + m_2 g_2 + m_3 g_3 + m_4 g_4 + m_5 g_5 + m_6 g_6} = 0,987 \text{ m}.$$

(d) Da mesma forma, temos

$$\begin{aligned} y_{\text{CG}} &= \frac{\sum_{i=1}^6 y_i m_i g_i}{\sum_{i=1}^6 m_i g_i} = \frac{y_1 m_1 g_1 + y_2 m_2 g_2 + y_3 m_3 g_3 + y_4 m_4 g_4 + y_5 m_5 g_5 + y_6 m_6 g_6}{m_1 g_1 + m_2 g_2 + m_3 g_3 + m_4 g_4 + m_5 g_5 + m_6 g_6} \\ &= \frac{0 + (2,00)(7,80m) + (4,00)(7,60m) + (4,00)(7,40m) + (2,00)(7,60m) + 0}{8,0m + 7,80m + 7,60m + 7,40m + 7,60m + 7,80m} \\ &= 1,97 \text{ m}. \end{aligned}$$

2. Nossa notação é a seguinte:  $M = 1360 \text{ kg}$  é a massa do automóvel;  $L = 3,05 \text{ m}$  é a distância horizontal entre os eixos;  $\ell = (3,05 - 1,78) \text{ m} = 1,27 \text{ m}$  é a distância horizontal entre o eixo traseiro e o centro de massa;  $F_1$  é a força exercida em cada roda dianteira;  $F_2$  é a força exercida em cada roda traseira.

(a) Igualando a zero a soma dos torques em relação ao eixo traseiro, obtemos

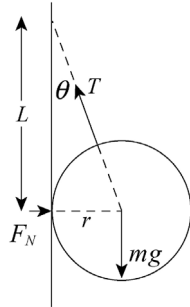
$$F_1 = \frac{Mg\ell}{2L} = \frac{(1360 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)(1,27 \text{ m})}{2(3,05 \text{ m})} = 2,77 \times 10^3 \text{ N}.$$

(b) O equilíbrio de forças nos dá  $2F_1 + 2F_2 = Mg$ , da qual  $F_2 = 3,89 \times 10^3 \text{ N}$ .

3. A esfera está submetida a três forças: a força de tração  $\vec{T}$  da corda (na direção da corda), a reação da parede  $\vec{F}_N$  (uma força horizontal que aponta para a direita) e a força da gravidade  $m\vec{g}$  (uma força vertical que aponta para baixo). Como a esfera está em equilíbrio, sabemos que a

resultante das forças é nula. Seja  $\theta$  o ângulo que a corda faz com a vertical. De acordo com a segunda lei de Newton,

$$\begin{aligned} \text{componente vertical: } T \cos \theta - mg &= 0 \\ \text{componente horizontal: } F_N - T \sin \theta &= 0. \end{aligned}$$



(a) De acordo com a primeira equação,  $T = mg/\cos \theta$ . Como  $\cos \theta = L / \sqrt{L^2 + r^2}$ ,

$$T = \frac{mg\sqrt{L^2 + r^2}}{L} = \frac{(0,85 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)\sqrt{(0,080 \text{ m})^2 + (0,042 \text{ m})^2}}{0,080 \text{ m}} = 9,4 \text{ N}.$$

(b) De acordo com a segunda equação,

$$F_N = T \sin \theta.$$

Como  $\sin \theta = r/\sqrt{L^2 + r^2}$ ,

$$\begin{aligned} F_N &= \frac{Tr}{\sqrt{L^2 + r^2}} = \frac{mg\sqrt{L^2 + r^2}}{L} \frac{r}{\sqrt{L^2 + r^2}} = \frac{mgr}{L} \\ &= \frac{(0,85 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(0,042 \text{ m})}{(0,080 \text{ m})} = 4,4 \text{ N}. \end{aligned}$$

4. A situação é semelhante à do Problema 10 (veja a figura que acompanha esse problema no livro). Analisando as forças no ponto de aplicação de  $\vec{F}$ , temos (já que a aceleração é zero)  $2T \sin \theta = F$ , em que  $\theta$  é o ângulo (considerado positivo) entre os segmentos da corda e a direção da corda quando está “relaxada” (quando os dois segmentos estão alinhados). Fazendo  $T = F$ , obtemos  $\theta = 30^\circ$ . Como o ângulo entre os dois segmentos da corda é  $\phi = 180^\circ - 2\theta$ , obtemos  $\phi = 120^\circ$ .

5. O objeto exerce uma força para baixo de módulo  $F = 3160 \text{ N}$  no ponto central da corda, produzindo um “bico” semelhante na figura do livro que acompanha o Problema 10. Analisando as forças no ponto de aplicação de  $\vec{F}$ , temos (já que a aceleração é zero)  $2T \sin \theta = F$ , na qual  $\theta$  é o ângulo (considerado positivo) entre os segmentos da corda e a direção da corda quando está “relaxada” (quando os dois segmentos estão alinhados). Sabemos também que

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{0,35 \text{ m}}{1,72 \text{ m}} \right) = 11,5^\circ.$$

Assim,  $T = F/(2\sin \theta) = 7,92 \times 10^3 \text{ N}$ .

6. Sejam  $\ell_1 = 1,5 \text{ m}$  e  $\ell_2 = (5,0 - 1,5) = 3,5 \text{ m}$ . Chamamos de  $F_1$  a força de tração do cabo mais próximo da janela e de  $F_2$  a do outro cabo. O ponto de aplicação da força que a gravidade exerce sobre o andaime (de módulo  $m_3g$ ) é o ponto central, situado a uma distância  $\ell_3 = 2,5 \text{ m}$  das extremidades.

(a) Igualando a zero a soma dos torques em relação à extremidade do andaime mais afastada do lavador de janelas, temos:

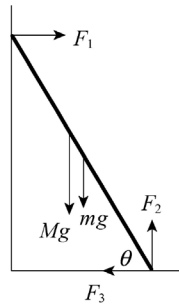
$$F_1 = \frac{m_t g \ell_2 + m_a g \ell_3}{\ell_1 + \ell_2} = \frac{(80 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(3,5 \text{ m}) + (60 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(2,5 \text{ m})}{5,0 \text{ m}} = 8,4 \times 10^2 \text{ N.}$$

(b) O equilíbrio de forças nos dá

$$F_1 + F_2 = m_a g + m_t g = (60 \text{ kg} + 80 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 1,4 \times 10^3 \text{ N,}$$

o que [usando o resultado do item (a)] nos dá  $F_2 = 5,3 \times 10^2 \text{ N}$ .

7. A figura mostra as forças que agem sobre a escada.



$F_1$  é a reação da janela, horizontal porque o atrito da janela é desprezível.  $F_2$  e  $F_3$  são as componentes da reação do piso.  $M$  é a massa do lavador de janelas e  $m$  é a massa da janela.

O peso do lavador está aplicado em um ponto da escada situado a 3,0 m de distância da extremidade inferior, e o peso da escada está aplicado no ponto central da escada. Seja  $\theta$  o ângulo entre a escada e o piso. Usando a relação  $\cos\theta = d/L$  ou a relação  $\sin\theta = \sqrt{L^2 - d^2}/L$ , em que  $L$  é o comprimento da escada (5,0 m) e  $d$  é a distância entre a parede e o pé da escada (2,5 m), obtemos  $\theta = 60^\circ$ .

(a) Como a escada está em equilíbrio, a soma dos torques em relação ao pé da escada no piso (ou em relação a qualquer outro ponto) é zero. Seja  $\ell$  a distância entre o pé da escada e a posição do lavador de janelas. Nesse caso,

$$Mg\ell \cos\theta + mg(L/2)\cos\theta - F_1 L \sin\theta = 0$$

e

$$F_1 = \frac{(M\ell + mL/2)g \cos\theta}{L \sin\theta} = \frac{[(75 \text{ kg})(3,0 \text{ m}) + (10 \text{ kg})(2,5 \text{ m})](9,8 \text{ m/s}^2) \cos 60^\circ}{(5,0 \text{ m}) \sin 60^\circ} = 2,8 \times 10^2 \text{ N.}$$

O sentido da força é para longe da parede. A força que a escada exerce sobre a janela tem o mesmo módulo e o sentido oposto: é de aproximadamente 280 N na direção da parede.

(b) A soma das forças horizontais e a soma das forças verticais também devem se anular:

$$\begin{aligned} F_1 - F_3 &= 0 \\ F_2 - Mg - mg &= 0 \end{aligned}$$

A primeira equação nos dá  $F_3 = F_1 = 2,8 \times 10^2 \text{ N}$  e a segunda nos dá

$$F_2 = (M + m)g = (75 \text{ kg} + 10 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 8,3 \times 10^2 \text{ N.}$$

O módulo da força que o piso exerce sobre a escada é igual à raiz quadrada da soma dos quadrados das componentes:

$$F = \sqrt{F_2^2 + F_3^2} = \sqrt{(2,8 \times 10^2 \text{ N})^2 + (8,3 \times 10^2 \text{ N})^2} = 8,8 \times 10^2 \text{ N}.$$

(c) O ângulo  $\theta$  entre a força e a horizontal é dado por

$$\tan \theta = F_3/F_2 = (830 \text{ N})/(280 \text{ N}) = 2,94,$$

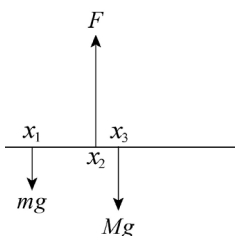
e, portanto,  $\theta = 71^\circ$ . A força aponta para a esquerda e para cima, fazendo um ângulo de  $71^\circ$  com a horizontal. Observe que a força não é paralela à escada.

8. De acordo com a relação  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ , as pessoas de 1 a 4 exercem torques (em relação ao fulcro) que apontam para fora da tela e as pessoas 5 a 8 exercem torques que apontam para dentro da tela.

(a) Entre as pessoas de 1 a 4, o maior torque é o da pessoa 2,  $(330 \text{ N})(3 \text{ m}) = 990 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

(b) Entre as pessoas de 5 a 8, o maior torque é o da pessoa 7,  $(330 \text{ N})(3 \text{ m}) = 990 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

9. Vamos supor que a régua coincide com o eixo  $x$  e que uma das extremidades da régua está na origem. A figura mostra as forças que agem sobre a régua. As moedas estão no ponto  $x = x_1 = 0,120 \text{ m}$  e a massa total das moedas é  $m$ .



A lâmina da faca está no ponto  $x = x_2 = 0,455 \text{ m}$  e exerce uma força  $\vec{F}$ . A massa da régua é  $M$  e o peso da régua está aplicado no centro da régua, o ponto  $x = x_3 = 0,500 \text{ m}$ . Como a régua está em equilíbrio, a soma dos torques em relação ao ponto  $x_2$  é nula:

$$Mg(x_3 - x_2) - mg(x_2 - x_1) = 0.$$

Assim,

$$M = \frac{x_2 - x_1}{x_3 - x_2} m = \left( \frac{0,455 \text{ m} - 0,120 \text{ m}}{0,500 \text{ m} - 0,455 \text{ m}} \right) (10,0 \text{ g}) = 74,4 \text{ g}.$$

10. (a) Analisando as forças verticais no ponto de encontro entre as cordas 1 e 2, obtemos

$$T_1 = \frac{P_A}{\cos \phi} = \frac{40 \text{ N}}{\cos 35^\circ} = 49 \text{ N}.$$

(b) Analisando as forças horizontais no mesmo ponto, temos:

$$T_2 = T_1 \sin 35^\circ = (49 \text{ N}) \sin 35^\circ = 28 \text{ N}.$$

(c) Vamos chamar as componentes de  $T_3$  de  $T_x$  (para a direita) e  $T_y$  (para cima). Analisando as forças horizontais no ponto de encontro entre as cordas 2 e 3, obtemos  $T_x = T_2 = 28 \text{ N}$ . Analisando as forças verticais no mesmo ponto, obtemos  $T_y = P_B = 50 \text{ N}$ . Assim,

$$T_3 = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = 57 \text{ N}.$$



(d) O ângulo que a corda 3 faz com a vertical é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{T_x}{T_y}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{28}{50}\right) = 29^\circ .$$

11. Vamos tomar a força do suporte da esquerda como sendo  $F_1$  no ponto  $x = 0$ , no qual o eixo  $x$  coincide com o trampolim, e a força do suporte da direita como sendo  $F_2$  no ponto  $x = d$ .  $P$  é o peso do mergulhador, aplicado no ponto  $x = L$ . Igualando a zero a soma das forças (tomando as forças para cima como positivas) e a soma dos torques em relação ao ponto  $x_2$ , temos:

$$\begin{aligned} F_1 + F_2 - P &= 0 \\ F_1 d + P(L - d) &= 0 \end{aligned}$$

(a) A segunda equação nos dá

$$F_1 = -\frac{L-d}{d}P = -\left(\frac{3,0\text{ m}}{1,5\text{ m}}\right)(580\text{ N}) = -1160\text{ N},$$

resultado que pode ser arredondado para

$$F_1 = -1,2 \times 10^3\text{ N}.$$

Assim,

$$|F_1| = 1,2 \times 10^3\text{ N}.$$

(b)  $F_1$  é negativa, o que significa que a força é para baixo.

(c) A primeira equação nos dá

$$F_2 = P - F_1 = 580\text{ N} + 1160\text{ N} = 1740\text{ N},$$

resultado que pode ser arredondado para  $F_2 = 1,7 \times 10^3\text{ N}$ .

Assim,

$$|F_2| = 1,7 \times 10^3\text{ N}.$$

(d) O resultado é positivo, o que significa que a força é para cima.

(e) Como a força que o trampolim exerce sobre o suporte da esquerda é para cima (oposta à força que o suporte exerce sobre o trampolim), esse suporte está sendo traçado.

(f) Como a força que o trampolim exerce sobre o suporte da direita é para baixo, esse suporte está sendo comprimido.

12. O ângulo que os segmentos da corda fazem com a reta tracejada é

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0,30\text{ m}}{9,0\text{ m}}\right) = 1,9^\circ.$$

Analisando as forças no “bico” (ponto de aplicação da força  $\vec{F}$ ), obtemos

$$T = \frac{F}{2\sin\theta} = \frac{550\text{ N}}{2\sin 1,9^\circ} = 8,3 \times 10^3\text{ N}.$$

13. As forças (verticais) nos pontos  $A$ ,  $B$  e  $P$  são  $F_A$ ,  $F_B$  e  $F_P$ , respectivamente. Chamando de  $W$  o peso da pessoa,  $F_P = W$  e aponta para cima. O equilíbrio das forças e dos torques em relação ao ponto  $B$  nos dá

$$\begin{aligned} F_A + F_B + W &= 0 \\ bW - aF_A &= 0. \end{aligned}$$

(a) De acordo com a segunda equação, temos:

$$F_A = bW/a = (15/5)W = 3W = 3(900 \text{ N}) = 2,7 \times 10^3 \text{ N}.$$

(b) O sentido é para cima, já que  $F_A > 0$ .

(c) Substituindo o resultado do item (a) na primeira equação, obtemos

$$F_B = W - F_A = -4W = -4(900 \text{ N}) = -3,6 \times 10^3 \text{ N}$$

ou

$$|F_B| = 3,6 \times 10^3 \text{ N}.$$

(d) O sentido é para baixo, já que  $F_B < 0$ .

14. O equilíbrio dos torques em relação à extremidade esquerda do andaime nos dá

$$-m_A g \frac{L}{2} - Mgx + T_D L = 0$$

em que  $m_A$  é a massa do andaime (50 kg) e  $M$  é a massa total das latas de tinta (75 kg). A variável  $x$  indica a posição do centro de massa do conjunto de latas de tinta (medida a partir da extremidade esquerda), e  $T_D$  é a força de tração exercida pelo cabo da direita (722 N). Isso nos dá  $x = 0,702 \text{ m}$ .

15. (a) Analisando as forças horizontais (cuja soma é zero), obtemos  $F_h = F_3 = 5,0 \text{ N}$ .

(b) O equilíbrio das forças verticais nos dá  $F_v = F_1 + F_2 = 30 \text{ N}$ .

(c) Calculando os torques em relação ao ponto  $O$ , obtemos

$$F_v d = F_2 b + F_3 a \Rightarrow d = \frac{(10 \text{ N})(3,0 \text{ m}) + (5,0 \text{ N})(2,0 \text{ m})}{30 \text{ N}} = 1,3 \text{ m}.$$

16. As forças exercidas horizontalmente pelo obstáculo e verticalmente (para cima) pelo piso são aplicadas ao vértice inferior dianteiro  $C$  do caixote quando este está a ponto de tombar. O centro do caixote, que é o ponto de aplicação do peso  $mg = 500 \text{ N}$ , está a uma distância horizontal  $\ell = 0,375 \text{ m}$  de  $C$ . A força aplicada, de módulo  $F = 350 \text{ N}$ , está a uma distância vertical  $h$  de  $C$ . Igualando a zero a soma dos torques em relação a  $C$ , obtemos

$$h = \frac{mg\ell}{F} = \frac{(500 \text{ N})(0,375 \text{ m})}{350 \text{ N}} = 0,536 \text{ m}.$$

17. (a) Igualando a zero os torques em relação à dobradiça, obtemos

$$TL \cos \theta - mg \frac{L}{2} = 0,$$

o que nos dá  $\theta = 78^\circ$ . Nesse caso, a relação geométrica  $\tan \theta = L/D$  nos dá  $D = 0,64 \text{ m}$ .

(b) Como um cabo com uma inclinação maior sofre uma tração menor,  $D$  deve ser maior que o valor obtido no item (a) para que o cabo não se rompa.

18. Igualando a zero os torques em relação à extremidade esquerda do andaime 2, temos

$$-m_2 g \frac{L_2}{2} - mgd + T_D L_2 = 0$$

em que  $m_2$  é a massa do andaime 2 (30 kg) e  $L_2$  é o comprimento do andaime 2 (2,00 m). A caixa de massa  $m$  ( $m = 20 \text{ kg}$ ) está a uma distância  $d = 0,50 \text{ m}$  da extremidade esquerda do andaime 2 e  $T_D$  é a força de tração da corda que liga a extremidade direita do andaime 2 ao andaime 1. A equação dos torques nos dá  $T_D = 196 \text{ N}$ . O equilíbrio de forças nos dá  $T_E = 294 \text{ N}$ , em que  $T_E$  é a

força de tração da corda que liga a extremidade esquerda do andaime 2 ao andaime 1. Igualando os torques em relação à extremidade esquerda do andaime 1, temos:

$$-m_1 g \frac{L_1}{2} - T_L d - T_R(L_1 - d) + T L_1 = 0$$

na qual, de acordo com a Figura 12-33 e o enunciado do problema,  $L_1 = L_2 + 2d$  e  $m_1 = 50$  kg.

Isso nos dá  $T = 457$  N.

19. Igualando a zero a soma dos torques, obtemos uma razão que obedece à “lei das alavancas”:

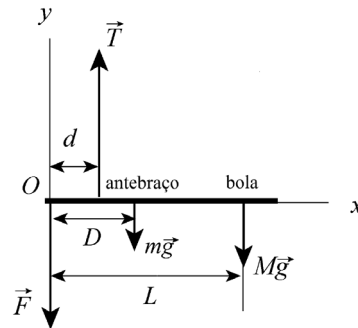
$$F_{\perp} = (40 \text{ N}) \frac{d}{L} = (40 \text{ N}) \frac{2,6 \text{ cm}}{12 \text{ cm}} = 8,7 \text{ N}.$$

20. O sistema a ser estudado é constituído pelo antebraço do jogador e a bola de boliche. Como se pode ver no diagrama de corpo livre, as forças a que o antebraço está sujeito são  $\vec{T}$ , exercida pelo bíceps,  $\vec{F}$ , exercida pelo úmero e os pesos do antebraço e da bola,  $m\vec{g}$  e  $M\vec{g}$ . Como o sistema está em equilíbrio estático, a soma das forças deve ser nula:

$$0 = \sum F_{\text{res},y} = T - F - (m + M)g.$$

Além disso, o torque em relação ao ponto  $O$  deve ser nulo:

$$0 = \sum_o \tau_{\text{res}} = (d)(T) + (0)F - (D)(mg) - L(Mg).$$



(a) Explicitando a força  $T$  na equação dos torques, temos:

$$T = \frac{(mD + ML)g}{d} = \frac{[(1,8 \text{ kg})(0,15 \text{ m}) + (7,2 \text{ kg})(0,33 \text{ m})](9,8 \text{ m/s}^2)}{0,040 \text{ m}} \\ = 648 \text{ N} \approx 6,5 \times 10^2 \text{ N}.$$

(b) Substituindo esse valor na equação das forças, obtemos

$$F = T - (M + m)g = 648 \text{ N} - (7,2 \text{ kg} + 1,8 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 560 \text{ N} = 5,6 \times 10^2 \text{ N}.$$

21. (a) O ângulo entre o cabo e a longarina é

$$\alpha = \theta - \phi = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ.$$

O ângulo entre a longarina e qualquer força vertical (como os pesos do problema) é  $\beta = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ . Fazendo  $M = 225$  kg e  $m = 45,0$  kg e chamando de  $\ell$  o comprimento da longarina, igualamos a zero a soma dos torques em relação à dobradiça para obter

$$T = \frac{Mg\ell \text{ sen } \beta + mg\left(\frac{\ell}{2}\right) \text{ sen } \beta}{\ell \text{ sen } \alpha} = \frac{Mg \text{ sen } \beta + mg \text{ sen } \beta / 2}{\text{sen } \alpha}.$$

O comprimento desconhecido  $\ell$  se cancela e obtemos  $T = 6,63 \times 10^3$  N.

(b) Como o cabo faz um ângulo de  $30^\circ$  com a horizontal, o equilíbrio das componentes horizontais das forças nos dá

$$F_x = T \cos 30^\circ = 5,74 \times 10^3 \text{ N.}$$

(c) O equilíbrio das componentes verticais das forças nos dá

$$F_y = Mg + mg + T \sin 30^\circ = 5,96 \times 10^3 \text{ N.}$$

22. (a) O problema pede a força exercida pelo alpinista, mas, como estamos estudando as forças e torques exercidos *sobre o alpinista*, vamos calcular a força de reação  $F_{N1}$  (exercida pela pedra sobre as mãos do alpinista). Nesse ponto, existe também uma força para cima do atrito estático,  $f_1$ , que tem o valor máximo  $\mu_1 F_{N1}$ . Note que o equilíbrio das forças horizontais exige que  $F_{N1} = F_{N2}$  (a força exercida pela pedra sobre os pés do alpinista); os pés do alpinista também estão sujeitos a uma força de atrito estático de módulo  $\mu_2 F_{N2}$ . O equilíbrio das forças verticais nos dá

$$f_1 + f_2 - mg = 0 \Rightarrow F_{N1} = \frac{mg}{\mu_1 + \mu_2} = 3,4 \times 10^2 \text{ N.}$$

(b) Igualando a zero os torques em relação ao ponto de contato dos pés do alpinista com a pedra, obtemos

$$mg(d+w) - f_1 w - F_{N1} h = 0 \Rightarrow h = \frac{mg(d+w) - \mu_1 F_{N1} w}{F_{N1}} = 0,88 \text{ m.}$$

(c) Tanto intuitivamente como matematicamente (já que os dois coeficientes de atrito estão no denominador), vemos que  $F_{N1}$  aumenta.

(d) Para descobrir o que acontece com a resposta do item (b), convém substituir o resultado do item (a) na equação do item (b) e simplificar, obtendo

$$h = (d+w)\mu_2 + d\mu_1,$$

o que mostra que  $h$  diminui quando os coeficientes de atrito diminuem.

23. Como a viga está em equilíbrio, a soma das forças e dos torques que agem sobre a viga é zero. Como mostra a figura, a viga faz um ângulo de  $60^\circ$  com a vertical, e o fio faz um ângulo de  $30^\circ$  com a vertical.

(a) Igualando a zero a soma dos torques em relação à dobradiça, temos:

$$TL \sin 30^\circ - W(L/2) \sin 60^\circ = 0,$$

em que  $W$  é o peso da viga e  $T$  é a força de tração do fio. Explicitando a força de tração, obtemos:

$$T = \frac{W \sin 60^\circ}{2 \sin 30^\circ} = \frac{(222 \text{ N}) \sin 60^\circ}{2 \sin 30^\circ} = 192 \text{ N.}$$

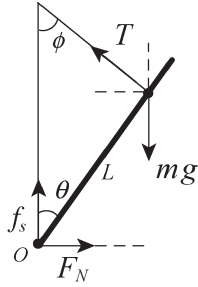
(b) Seja  $F_h$  a componente horizontal da força exercida pela dobradiça, considerada positiva se a força for para fora da parede. Nesse caso, igualando a zero a soma das componentes horizontais das forças exercidas sobre a viga, obtemos  $F_h - T \sin 30^\circ = 0$  ou

$$F_h = T \sin 30^\circ = (192,3 \text{ N}) \sin 30^\circ = 96,1 \text{ N.}$$

(c) Seja  $F_v$  a componente vertical da força exercida pela dobradiça, considerada positiva se a força for para cima. Nesse caso, igualando a zero a soma das componentes verticais das forças exercidas sobre a viga, obtemos  $F_v + T \cos 30^\circ - W = 0$  ou

$$F_v = W - T \cos 30^\circ = 222 \text{ N} - (192,3 \text{ N}) \cos 30^\circ = 55,5 \text{ N.}$$

24. Como mostra o diagrama de corpo livre, as forças a que a alpinista está sujeita são a tração  $\vec{T}$  da corda, a reação normal  $\vec{F}_N$  da pedra, a força de atrito estático  $\vec{f}_s$  e o peso  $m\vec{g}$ .



Como a alpinista está em equilíbrio estático, a força resultante que age sobre ela é nula. Aplicando a segunda lei de Newton às direções horizontal e vertical, obtemos

$$0 = \sum F_{\text{res},x} = F_N - T \sin \phi$$

$$0 = \sum F_{\text{res},y} = T \cos \phi + f_s - mg.$$

O torque resultante em relação ao ponto de contato entre os pés da alpinista e a pedra também deve ser nulo:

$$0 = \sum \tau_{\text{res}} = mgL \sin \theta - TL \sin(180^\circ - \theta - \phi)$$

A equação dos torques nos dá

$$T = mg \sin \theta / \sin(180^\circ - \theta - \phi).$$

Substituindo essa expressão de  $T$  na equação das forças e levando em conta o fato de que  $f_s = \mu_s F_N$ , obtemos:

$$\mu_s = \frac{f_s}{F_N} = \frac{mg - T \cos \phi}{T \sin \phi} = \frac{mg - mg \sin \theta \cos \phi / \sin(180^\circ - \theta - \phi)}{mg \sin \theta \sin \phi / \sin(180^\circ - \theta - \phi)}$$

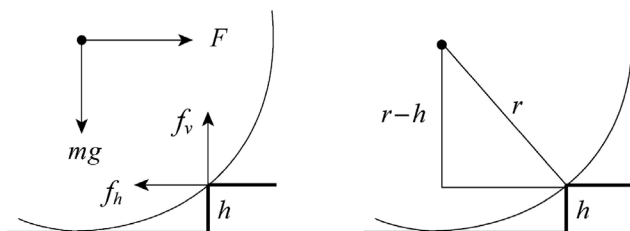
$$= \frac{1 - \sin \theta \cos \phi / \sin(180^\circ - \theta - \phi)}{\sin \theta \sin \phi / \sin(180^\circ - \theta - \phi)}.$$

Para  $\theta = 40^\circ$  e  $\phi = 30^\circ$ , temos:

$$\mu_s = \frac{1 - \sin \theta \cos \phi / \sin(180^\circ - \theta - \phi)}{\sin \theta \sin \phi / \sin(180^\circ - \theta - \phi)} = \frac{1 - \sin 40^\circ \cos 30^\circ / \sin(180^\circ - 40^\circ - 30^\circ)}{\sin 40^\circ \sin 30^\circ / \sin(180^\circ - 40^\circ - 30^\circ)}$$

$$= 1,19.$$

25. Considere a roda no momento em que ela deixa o piso inferior. Como o piso não exerce mais uma força sobre a roda, as únicas forças a que a roda está submetida são a força  $F$  aplicada horizontalmente ao eixo, o peso  $mg$ , aplicado verticalmente ao eixo, e a força da aresta do degrau, mostrada na figura a seguir por meio das componentes  $f_h$  e  $f_v$ . Se a força mínima está sendo aplicada, a aceleração da roda é zero e, portanto, o torque total aplicado à roda também é zero.



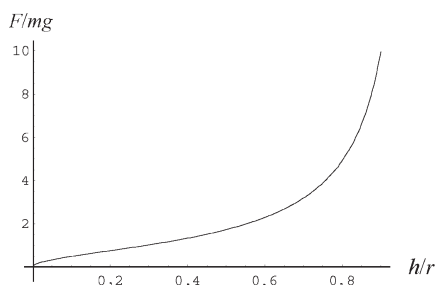
Vamos calcular o torque em relação à aresta do degrau. De acordo com a figura da direita, o braço de alavanca de  $F$  em relação à aresta é  $r - h$ , em que  $r$  é o raio da roda e  $h$  é a altura do degrau. O braço de alavanca do peso em relação à aresta é  $\sqrt{r^2 + (r - h)^2} = \sqrt{2rh - h^2}$ . Assim,

$$F(r - h) - mg\sqrt{2rh - h^2} = 0.$$

Explicitando  $F$ , obtemos

$$F = \frac{\sqrt{2rh - h^2}}{r - h} mg = \frac{\sqrt{2(6,00 \times 10^{-2} \text{ m})(3,00 \times 10^{-2} \text{ m}) - (3,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2}}{(6,00 \times 10^{-2} \text{ m}) - (3,00 \times 10^{-2} \text{ m})} (0,800 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2) = 13,6 \text{ N}.$$

Nota: A força calculada é cerca de 1,73 vez maior que o peso da roda. A figura a seguir mostra a razão entre a força e o peso da roda,  $F/mg$ , em função da razão entre a altura do degrau e o raio da roda,  $h/r$ . Como se pode ver, a força aumenta rapidamente quando  $h/r \rightarrow 1$ .

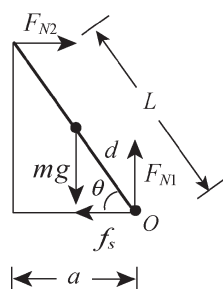


26. Como mostra o diagrama de corpo livre, as forças a que o alpinista está submetido são a força normal  $F_{N1}$  que a pedra exerce sobre seus pés, a força normal  $F_{N2}$  que o gelo exerce sobre suas mãos, a força de atrito estático entre seus pés e a pedra,  $f_s$ , e seu peso,  $mg$ . Como o alpinista está em equilíbrio estático, a resultante dessas forças é nula.

Aplicando a segunda lei de Newton às componentes horizontal e vertical, temos:

$$0 = \sum F_{\text{res},x} = F_{N2} - f_s$$

$$0 = \sum F_{\text{res},y} = F_{N1} - mg.$$



O torque total em relação ao ponto de contato entre os pés do alpinista e a pedra também deve ser nulo:

$$0 = \sum \tau_{\text{res}} = mgd \cos \theta - F_{N2}L \sin \theta.$$

A equação do torque nos dá

$$F_{N2} = mgd \cos \theta / L \sin \theta = mgd \cot \theta / L.$$

As equações das componentes das forças nos dão  $F_{N2} = f_s$  e  $F_{N1} = mg$ . Combinando essas equações, obtemos

$$f_s = F_{N2} = F_{N1} \cot \theta \frac{d}{L}.$$

Por outro lado, a força de atrito é dada por  $f_s = \mu_s F_{N1}$ , em que  $\mu_s$  é o coeficiente de atrito estático. Usando a equação destacada e substituindo os valores numéricos, obtemos

$$\mu_s = \cot \theta \frac{d}{L} = \frac{a}{\sqrt{L^2 - a^2}} \frac{d}{L} = \frac{0,914 \text{ m}}{\sqrt{(2,10 \text{ m})^2 - (0,914 \text{ m})^2}} \frac{0,940 \text{ m}}{2,10 \text{ m}} = 0,216.$$

27. (a) Todas as forças são verticais e todas as distâncias são medidas ao longo de um eixo com uma inclinação  $\theta = 30^\circ$ . Assim, os fatores trigonométricos se cancelam e, igualando a zero a soma dos torques em relação ao ponto de contato entre os ossos do antebraço e o úmero, obtemos:

$$F_{\text{tric}} = \frac{(15 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(35 \text{ cm}) - (2,0 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(15 \text{ cm})}{2,5 \text{ cm}} = 1,9 \times 10^3 \text{ N}.$$

(b) O sentido é para cima, já que  $F_{\text{tric}} > 0$ .

(c) Escrevendo a equação do equilíbrio de forças (e considerando o sentido para cima como positivo), temos:

$$F_{\text{tric}} + F_{\text{úmero}} + (15 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) - (2,0 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 0$$

e, portanto,  $F_{\text{úmero}} = -2,1 \times 10^3 \text{ N}$  e  $|F_{\text{úmero}}| = 2,1 \times 10^3 \text{ N}$ .

(d) O sinal negativo significa que  $F_{\text{úmero}}$  aponta para baixo.

28. (a) Calculando os torques em relação ao ponto A, obtemos

$$T_{\text{max}} L \sin \theta = W x_{\text{max}} + W_b \left( \frac{L}{2} \right).$$

A distância máxima, é, portanto,

$$x_{\text{max}} = \left( \frac{T_{\text{max}} \sin \theta - W_b / 2}{W} \right) L = \left( \frac{(500 \text{ N}) \sin 30,0^\circ - (200 \text{ N}) / 2}{300 \text{ N}} \right) (3,00 \text{ m}) = 1,50 \text{ m}.$$

(b) O equilíbrio das forças horizontais nos dá  $F_x = T_{\text{max}} \cos \theta = 433 \text{ N}$ .

(c) O equilíbrio das forças verticais nos dá  $F_y = W + W_b - T_{\text{max}} \sin \theta = 250 \text{ N}$ .

29. De acordo com o enunciado, cada dobradiça sustenta metade do peso da porta e, portanto, a componente vertical da força que age sobre uma das dobradiças é  $F_y = mg/2 = 1,3 \times 10^2 \text{ N}$ . Igualando a zero a soma dos torques em relação à dobradiça de cima, descobrimos que a componente horizontal da força que age sobre a dobradiça de baixo é

$$F_h = \frac{(27 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(0,91 \text{ m}/2)}{2,1 \text{ m} - 2(0,30 \text{ m})} = 80 \text{ N}.$$

Como a porta está em equilíbrio estático, a componente horizontal da força que age sobre a dobradiça de cima tem o mesmo módulo e o sentido oposto.

(a) Na notação dos vetores unitários, a força que a dobradiça superior exerce sobre a porta é, portanto,

$$F_{\text{sup}} = (-80 \text{ N})\hat{i} + (1,3 \times 10^2 \text{ N})\hat{j}.$$

(b) A força que a dobradiça inferior exerce sobre a porta é

$$F_{\text{inf}} = (+80 \text{ N})\hat{i} + (1,3 \times 10^2 \text{ N})\hat{j}.$$

30. (a) O cartaz está preso em dois pontos:  $x_1 = 1,00$  m (medindo a distância para a direita a partir da dobradiça) e  $x_2 = 3,00$  m. Vamos supor que o peso do cartaz é dividido igualmente entre os dois pontos de sustentação, ou seja, que a força para baixo nesses pontos é  $mg/2$ . O ângulo que o cabo faz com a horizontal é

$$\theta = \tan^{-1}(d_v/d_h) = \tan^{-1}(4,00 \text{ m}/3,00 \text{ m})$$

e a força que o cabo exerce sobre o ponto  $x_2$  é a força de tração  $T$ . Igualando a zero a soma dos torques em relação à dobradiça, obtemos

$$T = \frac{\frac{1}{2}mgx_1 + \frac{1}{2}mgx_2}{x_2 \sin \theta} = \frac{\frac{1}{2}(50,0 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(1,00 \text{ m}) + \frac{1}{2}(50,0 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(3,00 \text{ m})}{(3,00 \text{ m})(0,800)} \\ = 408 \text{ N.}$$

(b) Igualando a zero a soma das componentes horizontais das forças, obtemos

$$F_x = T \cos \theta = 245 \text{ N.}$$

(c) A componente horizontal da força exercida pela dobradiça aponta para a direita.

(d) Igualando a zero a soma das componentes verticais das forças, obtemos

$$F_y = mg - T \sin \theta = 163 \text{ N.}$$

(e) A componente vertical da força exercida pela dobradiça aponta para cima.

31. Como a barra está em equilíbrio, a resultante dos torques e a resultante das forças é zero. Seja  $T_e$  a força exercida pela corda da esquerda, seja  $T_d$  a força exercida pela corda da direita e seja  $m$  a massa da barra. As equações de equilíbrio são:

$$\begin{array}{ll} \text{componentes verticais das forças:} & T_e \cos \theta + T_d \cos \phi - mg = 0 \\ \text{componentes horizontais das forças:} & -T_e \sin \theta + T_d \sin \phi = 0 \\ \text{torques:} & mgx - T_d L \cos \phi = 0. \end{array}$$

Para calcular os torques, consideramos a origem como sendo a extremidade esquerda da barra. As incógnitas são  $T_e$ ,  $T_d$  e  $x$ . Vamos eliminar  $T_e$  e  $T_d$  e explicitar  $x$ . A segunda equação nos dá  $T_e = T_d \sin \phi / \sin \theta$ ; substituindo na primeira equação e explicitando  $T_d$ , obtemos

$$T_d = \frac{mg \sin \theta}{\sin \phi \cos \theta + \cos \phi \sin \theta}.$$

Substituindo essa expressão na terceira equação e explicitando  $x$ , obtemos

$$x = L \frac{\sin \theta \cos \phi}{\sin \phi \cos \theta + \cos \phi \sin \theta} = L \frac{\sin \theta \cos \phi}{\sin(\theta + \phi)}.$$

A última expressão foi obtida usando a identidade trigonométrica

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B.$$

No caso especial deste problema,  $\theta + \phi = 90^\circ$  e  $\sin(\theta + \phi) = 1$ . Assim,

$$x = L \sin \theta \cos \phi = (6,10 \text{ m}) \sin 36,9^\circ \cos 53,1^\circ = 2,20 \text{ m.}$$

32. (a) Como  $F = ma = -\mu_k mg$ , o módulo da aceleração durante a frenagem é

$$|a| = \mu_k g = (0,40)(9,8 \text{ m/s}^2) = 3,92 \text{ m/s}^2.$$

(b) Como sugere o enunciado do problema, podemos igualar a zero a soma dos torques em relação ao centro de massa do carro. A força de atrito total é  $f_k = \mu_k gm = 3,92m$  (em unidades do SI, na qual  $m$  é a massa do carro), e aponta na horizontal, 0,75 m abaixo do centro de massa. Assim, o equilíbrio dos torques nos dá

$$(3,92m)(0,75) + F_{Nl}(2,4) - F_{Nd}(1,8) = 0.$$



Como a aceleração é apenas na direção horizontal, a soma das forças na direção vertical é nula e, portanto,  $F_{Nt} + F_{Nd} = mg$ , que podemos combinar com a equação dos torques. A massa pode ser calculada a partir do peso do carro:  $m = 11000/9,8$ , o que nos dá  $F_{Nt} = 3929 \approx 4000$  N. Como essa força está aplicada a duas rodas, temos uma força de (aproximadamente)  $2,0 \times 10^3$  N aplicada a cada roda traseira.

(c) De acordo com a equação acima, temos também  $F_{Nd} = 7071 \approx 7000$  N ou uma força de  $3,5 \times 10^3$  N aplicada a cada roda dianteira.

(d) De acordo com a Eq. 6-2,

$$f_{t1} = \mu_k (F_{Nt}/2) = (0,40)(3929 \text{ N}/2) = 7,9 \times 10^2 \text{ N}.$$

(e) No caso das rodas dianteiras, temos:

$$f_{d1} = \mu_k (F_{Nd}/2) = (0,40)(7071 \text{ N}/2) = 1,4 \times 10^3 \text{ N}.$$

33. (a) Igualando a zero a soma dos torques em relação à dobradiça, obtemos

$$TL \cos \theta - F_a y = 0.$$

Isso nos leva a  $T = (F_a/\cos \theta)(y/L)$ , de modo que podemos interpretar  $F_a/\cos \theta$  como a inclinação da curva de  $T$  (que estimamos como sendo 600 em unidades do SI). Quanto à curva de  $F_h$ , usamos a Eq. 12-7 para obter

$$F_h = T \cos \theta - F_a = (-F_a)(y/L) - F_a$$

depois de substituir a expressão anterior. Esse resultado significa que a inclinação do gráfico de  $F_h$  (que estimamos como sendo  $-300$ ) é igual a  $-F_a$ , ou seja,  $F_a = 300$  N e, portanto, de acordo com a última equação,  $\theta = 60,0^\circ$ .

(b) Como foi dito no item anterior,  $F_a = 300$  N.

34. (a) Igualando os torques em relação à dobradiça, podemos obter a força de tração do fio:

$$TL \sin \theta - Wx = 0 \Rightarrow T = \frac{Wx}{L \sin \theta}.$$

(b) Como a componente horizontal da força de tração do fio é  $T \cos \theta$ , igualando a zero a soma das componentes horizontais das forças obtemos

$$F_x = \left( \frac{Wx}{L \sin \theta} \right) \cos \theta = \frac{Wx}{L \tan \theta}.$$

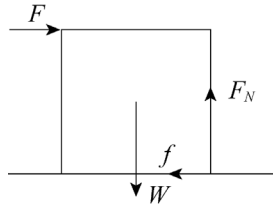
(c) Como a componente vertical da força de tração do fio é  $T \sin \theta$ , igualando a zero a soma das componentes verticais das forças obtemos

$$F_y = W - \left( \frac{Wx}{L \sin \theta} \right) \sin \theta = W \left( 1 - \frac{x}{L} \right).$$

35. Considere a caixa quando está prestes a tombar. Como a caixa vai rolar em torno da aresta inferior direita, esse é o local de aplicação da força normal do piso. Essa força é chamada de  $F_N$  na figura a seguir. A força de atrito é chamada de  $f$ , a força aplicada é chamada de  $F$  e o peso da caixa é chamado de  $W$ . Note que o peso é aplicado ao centro da caixa. Como a caixa não acelera quando a força mínima é aplicada, a soma das componentes horizontais das forças deve ser nula ( $F - f = 0$ ), a soma das componentes verticais deve ser nula ( $F_N - W = 0$ ) e a soma dos torques em relação à aresta inferior direita deve ser nula:

$$FL - WL/2 = 0,$$

em que  $L$  é o comprimento da aresta do cubo.



(a) A equação dos torques nos dá

$$F = \frac{W}{2} = \frac{890 \text{ N}}{2} = 445 \text{ N}.$$

(b) O valor do coeficiente de atrito estático deve ser suficientemente grande para que a caixa não deslize. A caixa está prestes a deslizar quando  $\mu_s = f/F_N$ . De acordo com as equações de equilíbrio,

$$F_N = W = 890 \text{ N}, \quad f = F = 445 \text{ N}$$

e, portanto,

$$\mu_s = \frac{f}{F_N} = \frac{445 \text{ N}}{890 \text{ N}} = 0,50.$$

(c) A caixa pode rolar com uma força menor se a força aplicada tiver uma componente para cima. Seja  $\theta$  o ângulo da força com a horizontal. Nesse caso, igualando a zero a soma dos torques, obtemos

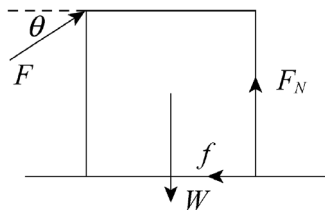
$$FL \cos\theta + FL \sin\theta - WL/2 = 0,$$

o que nos dá

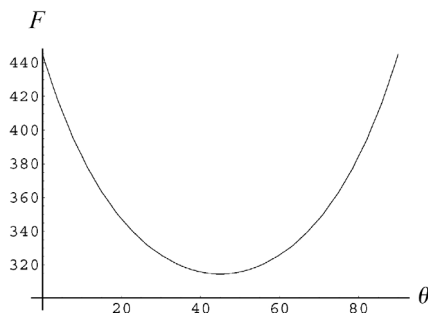
$$F = \frac{W}{2(\cos\theta + \sin\theta)}.$$

Queremos que  $\cos\theta + \sin\theta$  tenha o maior valor possível. Isso acontece para  $\theta = 45^\circ$ , o que pode ser demonstrado igualando a zero a derivada de  $\cos\theta + \sin\theta$  e calculando o valor de  $\theta$ . A força correspondente é

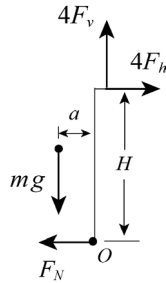
$$F = \frac{W}{2(\cos 45^\circ + \sin 45^\circ)} = \frac{890 \text{ N}}{2(\cos 45^\circ + \sin 45^\circ)} = 315 \text{ N}.$$



Nota: A figura a seguir mostra o gráfico da força aplicada em função de  $\theta$ . Observando a figura, é fácil ver que  $\theta = 0^\circ$  corresponde a um máximo e  $\theta = 45^\circ$  corresponde a um mínimo.



36. Como mostra o diagrama de corpo livre, as forças que agem sobre a alpinista são a força de reação da pedra aplicada aos pés da alpinista, as componentes vertical,  $F_v$ , e horizontal,  $F_h$ , da força de reação aplicada aos dedos da alpinista, e o peso da alpinista,  $mg$ .



Como a alpinista está em equilíbrio estático, a força total que age sobre ela é zero. Aplicando a segunda lei de Newton às direções horizontal e vertical, temos:

$$0 = \sum F_{\text{res},x} = 4F_h - F_N$$

$$0 = \sum F_{\text{res},y} = 4F_v - mg.$$

A soma dos torques em torno do ponto de contato entre os pés da alpinista e a pedra também deve ser nula, o que nos dá

$$0 = \sum_o \tau_{\text{res}} = (mg)a - (4F_h)H.$$

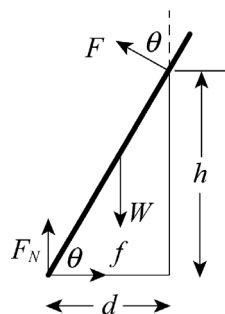
(a) De acordo com a equação dos torques, a componente horizontal da força que age sobre os dedos da alpinista é

$$F_h = \frac{mga}{4H} = \frac{(70 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(0,20 \text{ m})}{4(2,0 \text{ m})} \approx 17 \text{ N}.$$

(b) De acordo com a equação de equilíbrio para o eixo vertical, temos:

$$F_v = \frac{mg}{4} = \frac{(70 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{4} \approx 1,7 \times 10^2 \text{ N}.$$

37. O diagrama de corpo livre a seguir mostra as forças que agem sobre a prancha. Como o atrito do rolamento é nulo, a força exercida pelo rolamento sobre a prancha é perpendicular à prancha e faz um ângulo  $\theta$  com a vertical.



Vamos chamar de  $F$  o módulo dessa força.  $W$  é o peso da prancha, aplicado no centro da prancha, situado a uma distância  $L/2$  do ponto de contato com o piso.  $F_N$  é a reação do piso e  $f$  é a força de atrito. A distância entre a parede e o ponto de contato da prancha com o piso é chamada de  $d$  e pode ser calculada usando a relação  $d = h/\tan\theta$ .

As equações de equilíbrio são as seguintes:

$$\begin{aligned} \text{componentes das forças horizontais:} & F \sin \theta - f = 0 \\ \text{componentes das forças verticais:} & F \cos \theta - W + F_N = 0 \\ \text{torques:} & F_N d - fh - W \left( d - \frac{L}{2} \cos \theta \right) = 0. \end{aligned}$$

Os torques foram calculados em relação ao ponto de contato entre a prancha e o rolamento.

Para  $\theta = 70^\circ$ , a prancha começa a escorregar e  $f = \mu_s F_N$ , em que  $\mu_s$  é o coeficiente de atrito estático. Como estamos interessados em usar as equações de equilíbrio para calcular  $F_N$  e  $f$  para  $\theta = 70^\circ$ , usamos a relação  $\mu_s = f/F_N$  para calcular o coeficiente de atrito.

A segunda equação nos dá  $F = (W - F_N)/\cos \theta$ ; substituindo na primeira equação, obtemos

$$f = (W - F_N) \sin \theta / \cos \theta = (W - F_N) \tan \theta.$$

Substituindo na terceira equação e explicitando  $F_N$ , obtemos

$$F_N = \frac{d - (L/2) \cos \theta + h \tan \theta}{d + h \tan \theta} W = \frac{h(1 + \tan^2 \theta) - (L/2) \sin \theta}{h(1 + \tan^2 \theta)} W,$$

em que usamos a relação  $d = h/\tan \theta$  e multiplicamos o numerador e o denominador por  $\tan \theta$ . Usando a identidade trigonométrica  $1 + \tan^2 \theta = 1/\cos^2 \theta$  e multiplicando o numerador e o denominador por  $\cos^2 \theta$ , obtemos

$$F_N = W \left( 1 - \frac{L}{2h} \cos^2 \theta \sin \theta \right).$$

Substituindo essa expressão na equação  $f = (W - F_N) \tan \theta$ , obtemos a força de atrito:

$$f = \frac{WL}{2h} \sin^2 \theta \cos \theta.$$

Substituindo as expressões de  $f$  e  $F_N$  na equação  $\mu_s = f/F_N$ , obtemos

$$\mu_s = \frac{L \sin^2 \theta \cos \theta}{2h - L \sin \theta \cos^2 \theta}.$$

Para  $\theta = 70^\circ$ ,  $L = 6,10$  m e  $h = 3,05$  m, temos:

$$\mu_s = \frac{(6,10 \text{ m}) \sin^2 70^\circ \cos 70^\circ}{2(3,05 \text{ m}) - (6,10 \text{ m}) \sin 70^\circ \cos^2 70^\circ} = 0,34.$$

38. A expressão “frouxamente rebitas” significa que o rebite não exerce um torque no ponto de ligação entre a viga A e a viga B. A força exercida pela dobradiça sobre a viga A tem componentes  $F_x$  e  $F_y$ . A força exercida pelo rebite sobre a viga A tem componentes  $G_x$  e  $G_y$ . De acordo com a terceira lei de Newton, a força exercida pelo rebite sobre a viga B tem componentes  $H_x$  e  $H_y$ . Vamos considerar positivas as forças horizontais que apontam para a direita e as forças verticais que apontam para cima.

(a) Vamos considerar o sistema formado pelas duas vigas, que tem um peso total  $Mg$ , em que  $M = 122$  kg e a linha de ação do peso passa a uma distância  $x = 1,20$  m da parede. A distância vertical entre as dobradiças é  $y = 1,80$  m. Igualando a zero a soma dos torques em relação à dobradiça de baixo, obtemos

$$F_x = -\frac{Mgx}{y} = -797 \text{ N}.$$

Considerando apenas as forças que agem sobre a viga  $A$  e igualando a zero a soma dos torques em relação ao rebite, obtemos

$$F_y = \frac{m_A g x}{\ell} = 265 \text{ N}$$

em que  $m_A = 54,0 \text{ kg}$  e  $\ell = 2,40 \text{ m}$  (o comprimento da viga  $A$ ). Assim, na notação dos vetores unitários, temos:

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} = (-797 \text{ N}) \hat{i} + (265 \text{ N}) \hat{j}.$$

(b) As equações de equilíbrio da viga  $A$  são

$$G_x = -F_x = 797 \text{ N}, \quad G_y = m_A g - F_y = 265 \text{ N}.$$

Na notação dos vetores unitários, temos:

$$\vec{G} = G_x \hat{i} + G_y \hat{j} = (+797 \text{ N}) \hat{i} + (265 \text{ N}) \hat{j}.$$

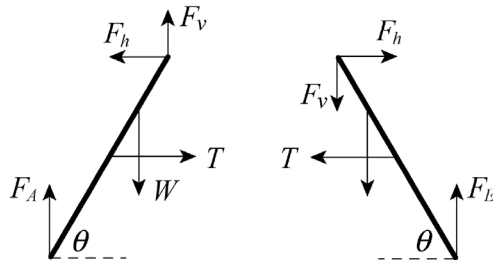
(c) Considerando novamente o sistema formado pelas duas vigas, as equações de equilíbrio são  $H_x = -F_x = 797 \text{ N}$  e  $H_y = Mg - F_y = 931 \text{ N}$ . Na notação dos vetores unitários, temos:

$$\vec{H} = H_x \hat{i} + H_y \hat{j} = (+797 \text{ N}) \hat{i} + (931 \text{ N}) \hat{j}.$$

(d) De acordo com a terceira lei de Newton e o resultado do item (b), as componentes da força que o rebite exerce sobre a viga  $B$  são  $G_x = -797 \text{ N}$  e  $G_y = -265 \text{ N}$ . Na notação dos vetores unitários, temos:

$$\vec{G} = G_x \hat{i} + G_y \hat{j} = (-797 \text{ N}) \hat{i} + (-265 \text{ N}) \hat{j}.$$

39. Os diagramas mostram as forças a que estão submetidas as extremidades da escada.  $F_A$  e  $F_E$  são as forças que o piso exerce sobre os pés,  $T$  é a força exercida pela barra,  $W$  é o peso do homem,  $F_h$  é a componente horizontal da força exercida por um dos lados da escada sobre o outro e  $F_v$  é a componente vertical da mesma força. Note que, como não há atrito, as forças exercidas pelo piso são normais ao piso. Note também que a força que o lado esquerdo da escada exerce sobre o lado direito e a força que o lado direito exerce sobre o lado esquerdo têm o mesmo módulo e sentidos opostos. Como a escada está em equilíbrio, a soma das componentes verticais das forças a que o lado esquerdo está submetido é nula:  $F_v + F_A - W = 0$ . A soma das componentes horizontais também é nula:  $T - F_h = 0$ .



Como o torque total também é nulo, igualamos a zero a soma dos torques em relação à dobradiça, o que nos dá

$$F_A L \cos \theta - W(L - d) \cos \theta - T(L/2) \sin \theta = 0,$$

em que  $L$  é o comprimento de um dos lados da escada.

As equações equivalentes para o lado direito são  $F_E - F_v = 0$ ,  $F_h - T = 0$  e  $F_E L \cos \theta - T(L/2) \sin \theta = 0$ . Ficamos, portanto, com um sistema de 5 equações:

$$\begin{aligned} F_v + F_A - W &= 0 \\ T - F_h &= 0 \\ F_A L \cos \theta - W(L - d) \cos \theta - T(L/2) \sin \theta &= 0 \\ F_E - F_v &= 0 \\ F_E L \cos \theta - T(L/2) \sin \theta &= 0. \end{aligned}$$

As incógnitas são  $F_A$ ,  $F_E$ ,  $F_v$ ,  $F_h$  e  $T$ .

(a) Para obter o valor de  $T$ , eliminamos sistematicamente as outras incógnitas. A primeira equação nos dá  $F_A = W - F_v$  e a quarta nos dá  $F_v = F_E$ . Substituindo esses resultados nas outras três equações, obtemos

$$\begin{aligned} T - F_h &= 0 \\ WL \cos \theta - F_E L \cos \theta - W(L - d) \cos \theta - T(L/2) \sin \theta &= 0 \\ F_E L \cos \theta - T(L/2) \sin \theta &= 0. \end{aligned}$$

A última dessas equações nos dá  $F_E = T \sin \theta / 2 \cos \theta = (T/2) \tan \theta$ . Substituindo essa expressão na segunda equação e explicitando  $T$ , obtemos

$$T = \frac{Wd}{L \tan \theta}.$$

Para obter o valor de  $\tan \theta$ , consideramos o triângulo retângulo formado pela parte superior de um dos lados da escada, metade da barra e um segmento de reta vertical entre a dobradiça e o ponto médio da barra. O cateto horizontal do triângulo tem 0,381 m de comprimento, a hipotenusa tem 1,22 m de comprimento e o comprimento do cateto vertical é dado por  $\sqrt{(1,22 \text{ m})^2 - (0,381 \text{ m})^2} = 1,16 \text{ m}$ . Isso significa que

$$\tan \theta = (1,16 \text{ m}) / (0,381 \text{ m}) = 3,04$$

e, portanto,

$$T = \frac{(854 \text{ N})(1,80 \text{ m})}{(2,44 \text{ m})(3,04)} = 207 \text{ N}.$$

(b) Vamos agora calcular o valor de  $F_A$ .

Fazendo  $F_v = F_E = (T/2) \tan \theta = Wd/2L$  na equação  $F_v + F_A - W = 0$  e explicitando  $F_A$ , obtemos

$$F_A = W - F_v = W \left( 1 - \frac{d}{2L} \right) = (854 \text{ N}) \left( 1 - \frac{1,80 \text{ m}}{2(2,44 \text{ m})} \right) = 539 \text{ N}.$$

(c)  $F_E = W \frac{d}{2L} = (854 \text{ N}) \frac{1,80 \text{ m}}{2(2,44 \text{ m})} = 315 \text{ N}$ .

40. (a) Igualando a zero a soma dos torques em relação à dobradiça, temos:

$$TL \sin \theta - m_p g x - m_b g \left( \frac{L}{2} \right) = 0.$$

Essa é a equação de uma linha reta (mostrada no gráfico) para a qual

$$T = (\text{“inclinação”}) \frac{x}{L} + \text{“ponto de interseção com o eixo y”}$$

em que “inclinação” =  $m_p g / \sin \theta$  e “ponto de interseção com o eixo y” =  $m_b g / 2 \sin \theta$ . De acordo com o gráfico, a inclinação (em unidades do SI) é 200 e o ponto de interseção com o eixo y é 500. Esses valores, combinados com o fato de que  $m_p + m_b = 61,22 \text{ kg}$ , levam à seguinte conclusão:

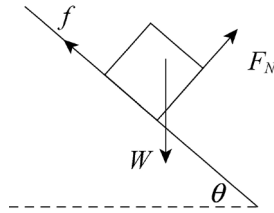
$$\sin \theta = 61,22 \text{ g} / 1200 \Rightarrow \theta = 30,0^\circ.$$

(b) Substituindo  $\sin \theta$  pelo seu valor na equação da “inclinação”, obtemos  $m_p = 51,0 \text{ kg}$ .

(c) Substituindo  $\sin \theta$  pelo seu valor na equação do “ponto de interseção com o eixo y”, obtemos  $m_b = 10,2 \text{ kg}$ .

41. O diagrama de corpo livre da figura a seguir mostra a situação quando o caixote está prestes a tombar e a força normal se concentra na aresta inferior. Entretanto, também pode ser usado

para calcular o ângulo para o qual o caixote começa a deslizar.  $W$  é o peso do caixote,  $F_N$  é a força normal que o plano inclinado exerce sobre o caixote e  $f$  é a força de atrito. Supomos que o eixo  $x$  está ao longo do plano inclinado, com o sentido positivo para baixo, e o eixo  $y$  está na direção da força normal, com o sentido positivo para cima. Supomos ainda que o caixote está parado mas está prestes a deslizar.



(a) As equações de equilíbrio em relação aos eixos  $x$  e  $y$  são

$$W \sin \theta - f = 0 \text{ e } F_N - W \cos \theta = 0$$

A segunda equação nos dá  $F_N = W \cos \theta$ . Como o caixote está prestes a deslizar,

$$f = \mu_s F_N = \mu_s W \cos \theta,$$

em que  $\mu_s$  é o coeficiente de atrito estático. Substituindo essa relação na primeira equação de equilíbrio, obtemos

$$W \sin \theta - \mu_s W \cos \theta = 0 \Rightarrow \tan \theta = \mu_s,$$

o que nos dá  $\theta = \tan^{-1} \mu_s = \tan^{-1} 0,60 = 31,0^\circ$ .

Quando escrevemos a expressão do torque total em relação ao centro de massa quando o caixote está prestes a tombar, levamos em conta o fato de que a força de atrito e a força normal agem apenas sobre a aresta inferior. O torque associado à força de atrito tende a fazer o caixote girar no sentido horário e tem módulo  $fh$ , em que  $h$  é a distância perpendicular entre a base do caixote e o centro de gravidade. O torque associado à força normal tende a fazer o caixote girar no sentido anti-horário e tem módulo  $F_N \ell / 2$ , sendo que  $\ell$  é o comprimento da aresta do caixote. Como o torque total é zero,  $fh = F_N \ell / 2$ . Quando o caixote está prestes a tombar, todo o peso do caixote está aplicado à aresta inferior e, portanto,  $f = W \sin \theta$  e  $F_N = W \cos \theta$ . Substituindo essas expressões na equação do torque, obtemos

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\ell}{2h} = \tan^{-1} \frac{1,2 \text{ m}}{2(0,90 \text{ m})} = 33,7^\circ.$$

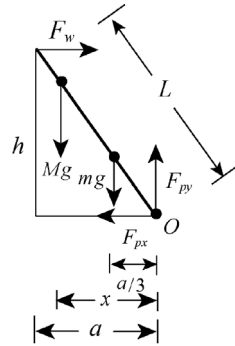
Assim, quando o ângulo  $\theta$  é aumentado a partir de zero, o caixote começa a deslizar antes de tombar.

(b) O caixote começa a deslizar para  $\theta = 31^\circ$ .

(c) Nesse caso, o caixote começa a deslizar para  $\theta = \tan^{-1} \mu_s = \tan^{-1} 0,70 = 35,0^\circ$  e começa a tombar para  $\theta = 33,7^\circ$ . Isso significa que, quando o ângulo é aumentado a partir de zero, o caixote tomba antes de começar a deslizar.

(d) O caixote tomba quando o ângulo chega a  $\theta = 33,7^\circ \approx 34^\circ$ .

42. Seja  $x$  a distância horizontal entre o bombeiro e a origem  $O$  (veja a figura adiante) que coloca a escada na iminência de escorregar. As forças a que o sistema bombeiro + escada está sujeito são uma força horizontal  $F_w$  exercida pela parede, a componente vertical  $F_{py}$  e a componente horizontal  $F_{px}$  da força  $\vec{F}_p$  exercida pelo piso sobre a escada e os pesos  $Mg$  e  $mg$ , do bombeiro e da escada, respectivamente.



Como o sistema está em equilíbrio estático, a força total que age sobre o sistema é nula. Aplicando a segunda lei de Newton às direções horizontal e vertical, temos:

$$\begin{aligned} 0 &= \sum F_{\text{res},x} = F_w - F_{px} \\ 0 &= \sum F_{\text{res},y} = F_{py} - (M + m)g. \end{aligned}$$

Como a escada está prestes a escorregar,  $F_{px} = \mu_s F_{py}$ . Assim, temos:

$$F_w = F_{px} = \mu_s F_{py} = \mu_s (M + m)g.$$

Além disso, o torque total em relação ao ponto  $O$  (ponto de contato entre a escada e o piso) também é zero:

$$0 = \sum_o \tau_{\text{res}} = -h(F_w) + x(Mg) + \frac{a}{3}(mg) = 0.$$

Explicitando  $x$ , obtemos

$$x = \frac{hF_w - (a/3)mg}{Mg} = \frac{h\mu_s(M + m)g - (a/3)mg}{Mg} = \frac{h\mu_s(M + m) - (a/3)m}{M}$$

Substituindo os valores dados no enunciado do problema (e levando em conta o fato de que  $a = \sqrt{L^2 - h^2} = 7,58$  m, a porcentagem da escada que o bombeiro deve subir é

$$\frac{x}{a} = \frac{h\mu_s(M + m) - (a/3)m}{Ma} = \frac{(9,3 \text{ m})(0,53)(72 \text{ kg} + 45 \text{ kg}) - (7,58 \text{ m} / 3)(45 \text{ kg})}{(72 \text{ kg})(7,58 \text{ m})} = 0,848 \approx 85\%.$$

43. (a) A tensão de cisalhamento é dada por  $F/A$ , em que  $F$  é o módulo da força aplicada paralelamente a uma das faces da barra de alumínio e  $A$  é a área da seção reta da barra. Neste caso,  $F$  é o peso do objeto pendurado em uma das extremidades:  $F = mg$ , em que  $m$  é a massa do objeto. Se  $r$  é o raio da barra,  $A = \pi r^2$ . Assim, a tensão de cisalhamento é

$$\frac{F}{A} = \frac{mg}{\pi r^2} = \frac{(1200 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{\pi(0,024 \text{ m})^2} = 6,5 \times 10^6 \text{ N/m}^2.$$

(b) O módulo de cisalhamento  $G$  é dado por

$$G = \frac{F/A}{\Delta x/L}$$

em que  $L$  é o comprimento da parte da barra que se projeta para fora da parede e  $\Delta x$  é a deflexão vertical na extremidade da barra. Assim,

$$\Delta x = \frac{(F/A)L}{G} = \frac{(6,5 \times 10^6 \text{ N/m}^2)(0,053 \text{ m})}{3,0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2} = 1,1 \times 10^{-5} \text{ m}.$$

44. (a) O módulo de Young é dado por

$$E = \frac{\text{tensão}}{\text{deformação}} = \text{inclinação da curva tensão-deformação} = \frac{150 \times 10^6 \text{ N/m}^2}{0,002} = 7,5 \times 10^{10} \text{ N/m}^2.$$



(b) Como o trecho linear da curva vai até aproximadamente  $2,9 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ , esse é o valor aproximado do limite elástico do material.

45. (a) Como o tijolo está na posição horizontal e os cilindros tinham inicialmente o mesmo comprimento  $\ell$ , ambos sofreram a mesma variação de comprimento  $\Delta\ell$ . Assim,

$$\frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{FA}{A_A E_A} \quad \text{e} \quad \frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{F_B}{A_B E_B},$$

o que nos dá

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{A_A E_A}{A_B E_B} = \frac{(2A_B)(2E_B)}{A_B E_B} = 4.$$

Combinando essa razão com a equação  $F_A + F_B = W$ , obtemos

$$F_A/W = 4/5 = 0,80.$$

(b) O mesmo raciocínio do item anterior leva ao resultado

$$F_B/W = 1/5 = 0,20.$$

(c) Igualando os torques em relação ao centro de massa, obtemos

$$F_A d_A = F_B d_B,$$

o que nos dá

$$\frac{d_A}{d_B} = \frac{F_B}{F_A} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

46. Como a força é igual à tensão  $\times$  área e o alongamento é igual a deformação  $\times$  comprimento, podemos escrever a integral do trabalho (Eq. 7-32) na forma

$$W = \int F dx = \int (\text{tensão}) A (\text{deformação}) L = AL \int (\text{tensão}) (\text{deformação}),$$

o que significa que o trabalho é dado pelo produto da área da seção reta do fio pelo comprimento do fio e pela área sob a curva tensão-deformação. A área sob a curva é

$$\begin{aligned} \text{área} &= \frac{1}{2} a s_1 + \frac{1}{2} (a+b)(s_2 - s_1) + \frac{1}{2} (b+c)(s_3 - s_2) = \frac{1}{2} [a s_2 + b(s_3 - s_1) + c(s_3 - s_2)] \\ &= \frac{1}{2} [(0,12 \times 10^9 \text{ N/m}^2)(1,4) + (0,30 \times 10^9 \text{ N/m}^2)(1,0) + (0,80 \times 10^9 \text{ N/m}^2)(0,60)] \\ &= 4,74 \times 10^8 \text{ N/m}^2. \end{aligned}$$

(a) A energia cinética que coloca o fio na iminência de se romper é igual a  $W$ :

$$\begin{aligned} K &= W = AL(\text{área}) = (8,0 \times 10^{-12} \text{ m}^2)(8,0 \times 10^{-3} \text{ m})(4,74 \times 10^8 \text{ N/m}^2) \\ &= 3,03 \times 10^{-5} \text{ J}. \end{aligned}$$

(b) A energia cinética de uma drosófila com uma massa de 6,00 mg voando a 1,70 m/s é

$$K_d = \frac{1}{2} m_d v_d^2 = \frac{1}{2} (6,00 \times 10^{-6} \text{ kg})(1,70 \text{ m/s})^2 = 8,67 \times 10^{-6} \text{ J}.$$

(c) Como  $K_d < W$ , o fio não seria rompido pela drosófila.

(d) A energia cinética de uma abelha com uma massa de 0,388 g voando a 0,420 m/s é

$$K_a = \frac{1}{2} m_a v_a^2 = \frac{1}{2} (3,88 \times 10^{-4} \text{ kg})(0,420 \text{ m/s})^2 = 3,42 \times 10^{-5} \text{ J}.$$

(e) Como  $K_a > W$ , o fio seria rompido pela abelha.

47. O teto plano tem área  $A = 150 \text{ m} \times 5,8 \text{ m} = 870 \text{ m}^2$ . O volume de terra diretamente acima do túnel (que está a uma profundidade  $d = 60 \text{ m}$ ) é, portanto,

$$V = A \times d = (870 \text{ m}^2) \times (60 \text{ m}) = 52200 \text{ m}^3.$$

Como a massa específica do solo é  $\rho = 2,8 \text{ g/cm}^3 = 2800 \text{ kg/m}^3$ , a massa de terra que deve ser sustentada pelas colunas de aço é  $m = \rho V = 1,46 \times 10^8 \text{ kg}$ .

(a) O peso da terra sustentado pelas colunas é  $mg = 1,4 \times 10^9 \text{ N}$ .

(b) O número de colunas é dado por

$$n = \frac{1,4 \times 10^9 \text{ N}}{\frac{1}{2}(400 \times 10^6 \text{ N/m}^2)(960 \times 10^{-4} \text{ m}^2)} = 75.$$

48. Como a força é igual à tensão  $\times$  área e o alongamento é igual a deformação  $\times$  comprimento, a integral do trabalho (Eq. 7-32) pode ser escrita na forma

$$W = \int F dx = \int (\text{tensão})A (\text{deformação})L = AL \int (\text{tensão}) (\text{deformação}),$$

o que significa que o trabalho é dado pelo produto da área da seção reta do fio pelo comprimento do fio e pela área sob a curva tensão-deformação. Como a área de um triângulo como o do gráfico que acompanha o problema é igual à metade do produto da base pela altura, o trabalho é dado por

$$W = (2,00 \times 10^{-6} \text{ m}^2)(0,800 \text{ m})\left(\frac{1}{2}\right)(1,0 \times 10^{-3})(7,0 \times 10^7 \text{ N/m}^2) = 0,0560 \text{ J}.$$

49. (a) Sejam  $F_A$  e  $F_B$  as forças exercidas pelos fios sobre o tronco e seja  $m$  a massa do tronco. Como o tronco está em equilíbrio,  $F_A + F_B - mg = 0$ . As informações a respeito do alongamento dos fios permitem determinar uma relação entre  $F_A$  e  $F_B$ . Se o fio  $A$  originalmente tinha um comprimento  $L_A$  e sofreu um alongamento  $\Delta L_A$ ,  $\Delta L_A = F_A L_A / AE$ , em que  $A$  é a área da seção reta do fio e  $E$  é o módulo de Young do aço ( $200 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ). Analogamente,  $\Delta L_B = F_B L_B / AE$ . Se  $\ell$  é a diferença inicial entre o comprimento do fio  $B$  e o comprimento do fio  $A$ , como os dois fios têm o mesmo comprimento depois que o tronco é pendurado,  $\Delta L_A = \Delta L_B + \ell$ . Isso significa que

$$\frac{F_A L_A}{AE} = \frac{F_B L_B}{AE} + \ell$$

e, portanto,

$$F_B = \frac{F_A L_A}{L_B} - \frac{AE \ell}{L_B}.$$

Substituindo  $F_B$  por seu valor na equação  $F_A + F_B - mg = 0$ , obtemos

$$F_A = \frac{mg L_B + AE \ell}{L_A + L_B}.$$

A área da seção reta do fio é

$$A = \pi r^2 = \pi (1,20 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 4,52 \times 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Podemos tomar  $L_A$  e  $L_B$  como aproximadamente iguais a 2,50 m, o que nos dá

$$F_A = \frac{(103 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(2,50 \text{ m}) + (4,52 \times 10^{-6} \text{ m}^2)(200 \times 10^9 \text{ N/m}^2)(2,0 \times 10^{-3} \text{ m})}{2,50 \text{ m} + 2,50 \text{ m}} = 866 \text{ N}.$$

(b) Como  $F_A + F_B - mg = 0$ , temos:

$$F_B = mg - F_A = (103 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) - 866 \text{ N} = 143 \text{ N}.$$

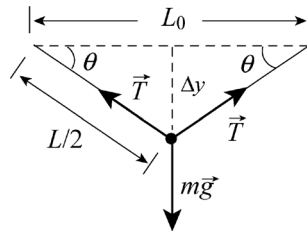
(c) O torque total também é nulo. Vamos calcular os torques em relação à superfície do tronco, em um ponto verticalmente acima do centro de massa, pois, nesse caso, o torque associado ao peso do tronco é nulo. Nesse caso, a equação dos torques se torna  $F_A d_A - F_B d_B = 0$ , o que nos dá

$$\frac{d_A}{d_B} = \frac{F_B}{F_A} = \frac{143 \text{ N}}{866 \text{ N}} = 0,165.$$

50. Quando o fio está na iminência de se romper, o comprimento é

$$L = L_0 + \Delta L = L_0(1 + \Delta L / L_0) = L_0(1 + 2) = 3L_0$$

em que  $L_0 = 0,020 \text{ m}$  é o comprimento inicial, e a deformação, de acordo com o enunciado, é  $\Delta L / L_0 = 2$ . O diagrama de corpo livre do sistema aparece a seguir.



A condição de equilíbrio é  $mg = 2T \sin \theta$ , em que  $m$  é a massa do inseto e  $T = A$  (tensão). Como o volume do fio permanece constante quando o fio é alongado,  $V = A_0 L_0 = AL$  ou  $A = A_0(L_0/L) = A_0/3$ . A distância vertical  $\Delta y$  é

$$\Delta y = \sqrt{(L/2)^2 - (L_0/2)^2} = \sqrt{\frac{9L_0^2}{4} - \frac{L_0^2}{4}} = \sqrt{2}L_0.$$

Assim, a massa do inseto é

$$\begin{aligned} m &= \frac{2T \sin \theta}{g} = \frac{2(A_0/3)(\text{tensão}) \sin \theta}{g} = \frac{2A_0(\text{tensão})}{3g} \frac{\Delta y}{3L_0/2} = \frac{4\sqrt{2}A_0(\text{tensão})}{9g} \\ &= \frac{4\sqrt{2}(8,00 \times 10^{-12} \text{ m}^2)(8,20 \times 10^8 \text{ N/m}^2)}{9(9,8 \text{ m/s}^2)} \\ &= 4,21 \times 10^{-4} \text{ kg} \end{aligned}$$

ou 0,421 g.

51. Vamos chamar as forças que comprimem os calços A e B de  $F_A$  e  $F_B$ , respectivamente. Nesse caso, igualando a zero o torque total, temos

$$FR = r_A F_A + r_B F_B.$$

Se os calços sofrem encurtamentos  $|\Delta y_A|$  e  $|\Delta y_B|$ , respectivamente, quando a barra gira de um ângulo (presumivelmente pequeno)  $\theta$  (em radianos),  $|\Delta y_A| = r_A \theta$  e  $|\Delta y_B| = r_B \theta$ .

Além disso, se as “constantes elásticas”  $k$  dos dois calços forem iguais,  $k = |F/\Delta y|$  leva à relação  $F_A/r_A = F_B/r_B$ , uma segunda equação envolvendo  $F_A$  e  $F_B$ .

(a) Combinando as duas equações acima, obtemos

$$F_A = \frac{Rr_A}{r_A^2 + r_B^2} F = \frac{(5,0 \text{ cm})(7,0 \text{ cm})}{(7,0 \text{ cm})^2 + (4,0 \text{ cm})^2} (220 \text{ N}) = 118 \text{ N} \approx 1,2 \times 10^2 \text{ N}.$$

(b) Podemos obter também

$$F_B = \frac{Rr_B}{r_A^2 + r_B^2} F = \frac{(5,0 \text{ cm})(4,0 \text{ cm})}{(7,0 \text{ cm})^2 + (4,0 \text{ cm})^2} (220 \text{ N}) = 68 \text{ N}.$$

52. (a) Se  $L (= 1500 \text{ cm})$  é o comprimento original da corda e  $\Delta L = 2,8 \text{ cm}$  é o alongamento sofrido, a deformação é

$$\Delta L / L = (2,8 \text{ cm}) / (1500 \text{ cm}) = 1,9 \times 10^{-3}.$$

(b) A tensão é dada por  $F/A$ , em que  $F$  é a força aplicada a uma das extremidades da corda e  $A$  é a área da seção reta da corda. No caso que estamos analisando,  $F$  é o peso do alpinista. Se  $m$  é a massa do alpinista,  $F = mg$ . Se  $r$  é o raio da corda,  $A = \pi r^2$ . Assim, a tensão é

$$\frac{F}{A} = \frac{mg}{\pi r^2} = \frac{(95 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{\pi(4,8 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 1,3 \times 10^7 \text{ N/m}^2.$$

(c) O módulo de Young é igual à tensão dividida pela deformação:

$$E = (1,3 \times 10^7 \text{ N/m}^2) / (1,9 \times 10^{-3}) = 6,9 \times 10^9 \text{ N/m}^2.$$

53. Chamamos a massa da placa de  $m$ , a massa específica de  $\rho$ , e o volume de  $V = LTW$ . O ângulo de inclinação é  $\theta = 26^\circ$ .

(a) A componente do peso da placa paralela à encosta é

$$\begin{aligned} F_1 &= mg \sin \theta = \rho V g \sin \theta \\ &= (3,2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(43 \text{ m})(2,5 \text{ m})(12 \text{ m})(9,8 \text{ m/s}^2) \sin 26^\circ \approx 1,8 \times 10^7 \text{ N}. \end{aligned}$$

(b) A força de atrito estático é

$$\begin{aligned} f_s &= \mu_s F_N = \mu_s mg \cos \theta = \mu_s \rho V g \cos \theta \\ &= (0,39)(3,2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(43 \text{ m})(2,5 \text{ m})(12 \text{ m})(9,8 \text{ m/s}^2) \cos 26^\circ \approx 1,4 \times 10^7 \text{ N}. \end{aligned}$$

(c) A força mínima necessária para que os pinos estabilizem a placa é

$$F_2 = F_1 - f_s = 1,77 \times 10^7 \text{ N} - 1,42 \times 10^7 \text{ N} = 3,5 \times 10^6 \text{ N}.$$

Se o número mínimo de pinos necessário é  $n$ , devemos ter

$$F_2 / nA \leq 3,6 \times 10^8 \text{ N/m}^2,$$

ou seja,

$$n \geq \frac{3,5 \times 10^6 \text{ N}}{(3,6 \times 10^8 \text{ N/m}^2)(6,4 \times 10^{-4} \text{ m}^2)} = 15,2.$$

Assim, são necessários 16 pinos.

54. A notação e as coordenadas são as mesmas da Fig. 12-5 do livro, mas, neste caso (ao contrário do que acontece na figura do livro), o centro de massa está no ponto médio da escada. Além disso, chamamos as componentes horizontal e vertical da força que o piso exerce sobre a escada de  $f_s$  e  $F_N$ , respectivamente. As equações do equilíbrio de forças são

$$\begin{aligned} \Sigma F_x = 0 &\Rightarrow f_s = F_w \\ \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow F_N = mg. \end{aligned}$$

Dividindo as equações membro a membro e fazendo  $f_s = f_{s, \text{max}}$ , obtemos:

$$\frac{f_{s, \text{max}}}{F_N} = \mu_s = \frac{F_w}{mg}.$$

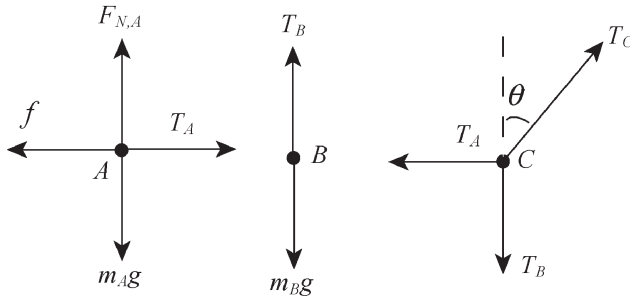
Calculando a soma dos torques em relação ao pé da escada e igualando o resultado a zero, obtemos  $mg(a/2) - F_w h = 0$ , em que  $a$  é a distância entre o pé da escada e a base da parede. Além disso, de acordo com o teorema de Pitágoras,  $h = \sqrt{L^2 - a^2}$ , em que  $L$  é o comprimento da escada. Assim,

$$\frac{F_w}{mg} = \frac{a/2}{h} = \frac{a}{2\sqrt{L^2 - a^2}}$$

e, portanto,

$$\mu_s = \frac{a}{2\sqrt{L^2 - a^2}} \Rightarrow a = \frac{2\mu_s L}{\sqrt{1 + 4\mu_s^2}} = 3,4 \text{ m.}$$

55. A figura mostra os diagramas de corpo livre dos blocos  $A$  e  $B$  e do nó (que é chamado de  $C$ ).



As forças exercidas pelas três cordas são chamadas de  $T_A$ ,  $T_B$  e  $T_C$ . As condições para que o nó  $C$  esteja em equilíbrio estático são:

$$\begin{aligned} T_C \cos \theta &= T_B \\ T_C \sin \theta &= T_A. \end{aligned}$$

A condição para que o bloco  $B$  esteja em equilíbrio é

$$T_B = m_B g.$$

As condições para que o bloco  $A$  esteja em equilíbrio são

$$\begin{aligned} F_{N,A} &= m_A g \\ f &= T_A. \end{aligned}$$

Como, pelo enunciado do problema, o valor da força de atrito estático entre o bloco  $A$  e a superfície é o maior possível, temos:

$$f = \mu_s F_{N,A} = \mu_s m_A g.$$

Combinando as equações deste exercício, temos:

$$\tan \theta = \frac{T_A}{T_B} = \frac{\mu_s m_A g}{m_B g} = \frac{\mu_s m_A}{m_B}.$$

Explicitando  $\mu_s$ , obtemos

$$\mu_s = \left( \frac{m_B}{m_A} \right) \tan \theta = \left( \frac{5,0 \text{ kg}}{10 \text{ kg}} \right) \tan 30^\circ = 0,29.$$

56. (a) Igualando a zero a soma dos torques em relação à dobradiça, obtemos a equação

$$-mgx - Mg \frac{D}{2} + F_h h = 0$$

em que  $m$  é a massa do homem,  $M$  é a massa da rampa e  $F_h$  é a força que a parede da direita exerce sobre a rampa. Essa equação pode ser escrita na forma

$$F_h = (\text{“inclinação”})x + (\text{“ponto de interseção com o eixo } y\text{”}),$$

em que a “inclinação” é  $mg/h$  e o “ponto de interseção com o eixo  $y$ ” é  $MgD/2h$ . Como  $h = 0,480 \text{ m}$ ,  $D = 4,00 \text{ m}$  e a reta mostrada no gráfico intercepta o eixo  $y$  no ponto  $a = 20 \text{ kN}$ , obtemos  $M = 500 \text{ kg}$ .

(b) Como a “inclinação” (calculada a partir do gráfico) é 5 kN/4 m, a massa do homem é  $m = 62,5$  kg.

57. Com o eixo  $x$  paralelo ao plano inclinado (e tomando o sentido para cima como positivo), temos:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T \cos 25^\circ - mg \sin 45^\circ = 0.$$

Assim,

$$T = mg \frac{\sin 45^\circ}{\cos 25^\circ} = (10 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) \frac{\sin 45^\circ}{\cos 25^\circ} \approx 76 \text{ N}.$$

58. A viga tem uma massa  $M = 40,0$  kg e um comprimento  $L = 0,800$  m. O pacote tem uma massa  $m = 10,0$  kg.

(a) Como o sistema está em equilíbrio estático, a força normal que o rolamento  $A$  exerce sobre a viga é igual à metade do peso da viga:

$$F_A = Mg/2 = (40,0 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)/2 = 196 \text{ N}.$$

(b) A força normal que o rolamento  $B$  exerce sobre a viga é a soma do peso do pacote com metade do peso da viga:

$$F_B = Mg/2 + mg = (40,0 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)/2 + (10,0 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2) = 294 \text{ N}.$$

(c) Quando a extremidade direita da viga é posicionada acima do rolamento  $B$ , a força normal que o rolamento  $A$  exerce sobre a viga é a soma do peso da viga com metade do peso do pacote:

$$F_A = Mg + mg/2 = (40,0 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) + (10,0 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)/2 = 441 \text{ N}.$$

(d) A força normal que o rolamento  $B$  exerce sobre a viga é igual à metade do peso do pacote:

$$F_B = mg/2 = (10,0 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)/2 = 49,0 \text{ N}.$$

(e) Igualando a zero a soma dos torques em relação ao rolamento  $B$ , temos:

$$mgx = Mg(L/4 - x) \Rightarrow x = \frac{L}{4} \frac{M}{M+m}.$$

Substituindo os valores numéricos, obtemos  $x = 0,160$  m.

59. (a) As forças que agem sobre a caçamba são o peso e a força exercida pela corda. Como a caçamba está em equilíbrio e tem um peso

$$W_B = m_B g = (817 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2) = 8,01 \times 10^3 \text{ N},$$

a força exercida pelo cabo  $A$  é  $T_A = 8,01 \times 10^3$  N.

(b) Usamos o sistema de coordenadas definido na Fig. 12-66. O cabo  $A$  faz um ângulo  $\theta_2 = 66,0^\circ$  com o semieixo  $y$  negativo, o cabo  $B$  faz um ângulo de  $27,0^\circ$  com o semieixo  $y$  positivo e o cabo  $C$  coincide com o eixo  $x$ . Como o nó está em equilíbrio, a soma das componentes em relação ao eixo  $y$  das forças que agem sobre ele é nula. Isso significa que  $T_B \cos 27,0^\circ - T_A \cos 66,0^\circ = 0$  e, portanto,

$$T_B = \frac{\cos 66,0^\circ}{\cos 27,0^\circ} T_A = \left( \frac{\cos 66,0^\circ}{\cos 27,0^\circ} \right) (8,01 \times 10^3 \text{ N}) = 3,65 \times 10^3 \text{ N}.$$

(c) Como a soma das componentes em relação ao eixo  $x$  das forças que agem sobre o nó também é nula,

$$T_C + T_B \sin 27,0^\circ - T_A \sin 66,0^\circ = 0$$

e, portanto,

$$\begin{aligned} T_C &= T_A \sin 66,0^\circ - T_B \sin 27,0^\circ = (8,01 \times 10^3 \text{ N}) \sin 66,0^\circ - (3,65 \times 10^3 \text{ N}) \sin 27,0^\circ \\ &= 5,66 \times 10^3 \text{ N}. \end{aligned}$$

Nota: É fácil verificar que as forças exercidas pelas três cordas obedecem à lei dos senos:

$$\frac{T_A}{\sin(180^\circ - \theta_1 - \theta_2)} = \frac{T_B}{\sin(90^\circ + \theta_2)} = \frac{T_C}{\sin(90^\circ + \theta_1)}.$$

60. (a) As equações de equilíbrio de forças do sistema são:

$$\begin{aligned} T_1 \sin 40^\circ + T_2 \sin \theta &= mg \\ T_1 \cos 40^\circ - T_2 \cos \theta &= 0, \end{aligned}$$

o que nos dá

$$T_2 = \frac{mg}{\cos \theta \tan 40^\circ + \sin \theta}.$$

Para minimizar essa função, podemos plotá-la em um gráfico ou igualar a derivada a zero. O resultado é o mesmo:  $\theta = 50^\circ$ .

(b) Para  $\theta = 50^\circ$ ,  $T_2 = 0,77mg$ .

61. Vamos chamar o cabo que passa na polia de baixo de cabo 1 e a força a que está sujeito é  $T_1 = F$ . A polia de baixo é sustentada pelo cabo 2, que passa pela polia do meio e está sujeito a uma força  $T_2 = 2T_1 = 2F$ . A polia do meio é sustentada pelo cabo 3, que passa pela polia de cima e está sujeita a uma força  $T_3 = 2T_2 = 4F$ . A polia de cima é sustentada pelo cabo 4, que está pendurado no teto e exerce uma força  $T = 2T_3 = 8F$ . Como os três primeiros cabos estão sustentando o bloco, cuja massa é  $m = 6,40 \text{ kg}$ , temos:

$$T_1 + T_2 + T_3 = mg \Rightarrow F = \frac{mg}{7} = 8,96 \text{ N}.$$

Assim,  $T = 8(8,96 \text{ N}) = 71,7 \text{ N}$ .

62. Ao ser submetido a uma carga de  $W = mg = (670 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 6566 \text{ N}$ , o cabo de aço sofre um alongamento dado por

$$\Delta L = \left( \frac{W}{\pi r^2 Y} \right) L$$

em que  $r$  é o diâmetro do cabo (2,5 cm),  $Y$  é o módulo de elasticidade do aço ( $2,0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ) e  $L$  é o comprimento original do cabo.

(a) Para  $L = 12 \text{ m}$ , temos:

$$\Delta L = \left( \frac{6566 \text{ N}}{\pi(0,0125 \text{ m})^2 (2,0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2)} \right) (12 \text{ m}) = 8,0 \times 10^{-4} \text{ m}.$$

(b) Para  $L = 350 \text{ m}$ ,  $\Delta L = 0,023 \text{ m}$ .

63. (a) Se a distância entre o centro de massa do tijolo de cima (tijolo 1) e a borda do tijolo imediatamente abaixo (tijolo 2) for maior que  $L/2$ , uma reta vertical passando pelo centro de gravidade do tijolo 1 não passará por um ponto de sustentação e portanto o tijolo 1 irá cair. Assim, o valor máximo de  $a_1$  é  $L/2$ .

(b) Com o tijolo 1 na posição extrema, o centro de gravidade do conjunto formado pelos tijolos 1 e 2 está na metade da distância entre o meio e a borda do tijolo 2. Como uma reta vertical passando por esse ponto deve passar por um ponto de sustentação, o valor máximo de  $a_2$  é  $L/4$ .

(c) O centro de gravidade do conjunto formado pelos tijolos 1, 2 e 3 está a um terço da distância entre o meio e a borda do tijolo 3, como mostra o cálculo a seguir:

$$x_{\text{CG}} = \frac{2m(0) + m(-L/2)}{3m} = -\frac{L}{6}$$

em que a origem foi tomada como sendo a borda direita do tijolo 3. Como uma reta vertical passando por esse ponto deve passar por um ponto de sustentação, o valor máximo de  $a_3$  é  $L/6$ .

(d) Um cálculo semelhante,

$$x'_{\text{CG}} = \frac{3m(0) + m(-L/2)}{4m} = -\frac{L}{8},$$

mostra que o valor máximo de  $a_4$  é  $L/8$ .

$$(e) h = \sum_{i=1}^4 a_i = 25L/24.$$

64. Como não há atrito, a força de contato  $\vec{F}$  exercida pela esfera de baixo sobre a esfera de cima faz um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal, e as forças exercidas pelas paredes e pelo fundo do recipiente são “normais” (perpendiculares às paredes e ao fundo do recipiente, respectivamente). As equações de equilíbrio da esfera de cima são

$$F_{\text{parede}} = F \cos 45^\circ \quad \text{e} \quad F \sin 45^\circ = mg.$$

De acordo com a segunda e a terceira leis de Newton, as equações de equilíbrio da esfera de baixo são

$$F'_{\text{parede}} = F \cos 45^\circ \quad \text{e} \quad F'_{\text{fundo}} = F \sin 45^\circ + mg.$$

(a) Resolvendo as equações acima, obtemos  $F'_{\text{fundo}} = 2mg$ .

(b) No caso da parede esquerda do recipiente,  $F'_{\text{parede}} = mg$ .

(c) No caso da parede direita do recipiente,  $F'_{\text{parede}} = mg$ .

(d) No caso de uma das esferas,  $F = mg / \sin 45^\circ = \sqrt{2}mg$ .

65. (a) Igualando a zero a soma dos torques em relação à dobradiça, obtemos a seguinte equação:

$$FL \sin 90^\circ - Th \sin 65^\circ = 0$$

em que o comprimento da viga é  $L = 3,2$  m e a altura do ponto de amarração do cabo é  $h = 2,0$  m. Note que o peso da viga não aparece na equação porque a linha de ação do peso passa pela dobradiça. Para  $F = 50$  N, a equação nos dá

$$T = \frac{FL}{h \sin 65^\circ} = \frac{(50 \text{ N})(3,2 \text{ m})}{(2,0 \text{ m}) \sin 65^\circ} = 88 \text{ N}.$$

(b) Para determinar as componentes de  $\vec{F}_p$ , escrevemos as equações de equilíbrio de forças:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &\Rightarrow F_{px} = T \cos 25^\circ - F \\ \sum F_y = 0 &\Rightarrow F_{py} = T \sin 25^\circ + W \end{aligned}$$



em que  $W$  é o peso da viga (60 N). Resolvendo esse sistema de equações, descobrimos que as componentes da força exercida pela dobradiça são  $F_{px} = 30$  N para a direita e  $F_{py} = 97$  N para cima. Na notação dos vetores unitários,  $\vec{F}_p = (30 \text{ N})\hat{i} + (97 \text{ N})\hat{j}$ .

66. Igualando a zero a soma dos torques em relação à dobradiça, temos:

$$\sum \tau_z = 0 \Rightarrow TL \sin 60^\circ - Mg \left( \frac{L}{2} \right) = 0$$

em que  $L = 5,0$  m e  $M = 53$  kg. Assim,  $T = 300$  N.

As equações de equilíbrio de forças são

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &\Rightarrow F_{px} = -T \cos \theta = -150 \text{ N} \\ \sum F_y = 0 &\Rightarrow F_{py} = Mg - T \sin \theta = 260 \text{ N} \end{aligned}$$

nas quais  $F_p$  é a força exercida pela dobradiça e  $\theta = 60^\circ$ . Resolvendo esse sistema de equações, obtemos  $\vec{F}_p = (-1,5 \times 10^2 \text{ N})\hat{i} + (2,6 \times 10^2 \text{ N})\hat{j}$ .

67. O cubo tem aresta  $l$  e volume  $V = l^3$ . A pressão  $p$  é dada pela equação  $p = B\Delta V/V$ . Sabemos que

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta l^3}{l^3} = \frac{(l + \Delta l)^3 - l^3}{l^3} \approx \frac{3l^2 \Delta l}{l^3} = 3 \frac{\Delta l}{l}.$$

Assim, a pressão necessária é

$$p = \frac{3B\Delta l}{l} = \frac{3(1,4 \times 10^{11} \text{ N/m}^2)(85,5 \text{ cm} - 85,0 \text{ cm})}{85,5 \text{ cm}} = 2,4 \times 10^9 \text{ N/m}^2.$$

68. (a) Vamos chamar de  $L$  o comprimento da viga e de  $W$  o peso da viga. O ângulo entre a viga e o piso é

$$\sin^{-1}(d/L) = \sin^{-1}(1,5/2,5) = 37^\circ$$

e, portanto, o ângulo entre a viga e o vetor peso da viga,  $\vec{W}$ , é  $53^\circ$ . Igualando a zero a soma dos torques em relação ao ponto de apoio da viga, temos:

$$\sum \tau_z = 0 \Rightarrow PL - W \left( \frac{L}{2} \right) \sin 53^\circ = 0$$

e, portanto,  $P = \frac{1}{2} W \sin 53^\circ = 200$  N.

(b) Sabemos que

$$\vec{P} + \vec{W} = (200 \text{ N} \angle 90^\circ) + (500 \text{ N} \angle -127^\circ) = (360 \text{ N} \angle -146^\circ)$$

na notação módulo-ângulo (com os ângulos medidos em relação à viga). A força resultante que o piso exerce sobre a viga,  $\vec{F}_r$ , tem o mesmo módulo e sinal contrário, já que a viga está em equilíbrio. Assim,  $F_r = 360$  N e a força  $\vec{F}_r$  faz um ângulo de  $34^\circ$  com a viga no sentido anti-horário.

(c) O ângulo que a força  $\vec{F}_r$  faz com o piso é  $\theta = 34^\circ + 37^\circ = 71^\circ$ . Assim,  $f_s = F_r \cos \theta$  e  $F_N = F_r \sin \theta$ . Como  $f_s = f_{s,\max}$ , temos:

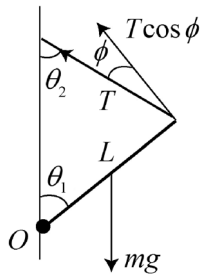
$$\frac{F_N}{f_{s,\max}} = \frac{1}{\mu_s} = \tan \theta$$

e, portanto,  $\mu_s = 0,35$ .

69. Como a viga está em equilíbrio estático, a soma dos torques em relação à dobradiça é zero. A figura a seguir (que não está em escala) mostra o diagrama de corpo livre do sistema, na qual  $T$  é a força exercida pela corda. Igualando a zero a soma dos torques em relação à dobradiça, temos:

$$- mg \operatorname{sen} \theta_1 \frac{L}{2} + TL \cos \phi = 0,$$

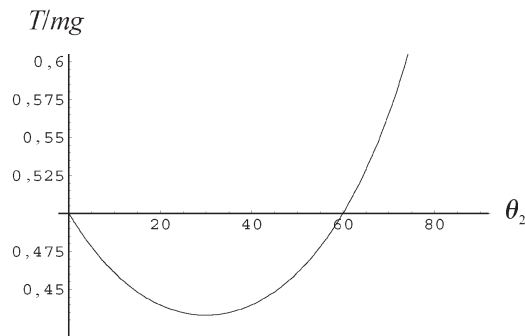
onde  $\phi = \theta_1 + \theta_2 - 90^\circ$ .



Explicitando  $T$ , obtemos

$$T = \frac{mg}{2} \frac{\operatorname{sen} \theta_1}{\cos(\theta_1 + \theta_2 - 90^\circ)} = \frac{mg}{2} \frac{\operatorname{sen} \theta_1}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)}.$$

Para  $\theta_1 = 60^\circ$  e  $T = mg/2$ , temos  $\operatorname{sen} 60^\circ = \operatorname{sen}(60^\circ + \theta_2)$ , o que nos dá  $\theta_2 = 60^\circ$ . A figura a seguir mostra um gráfico de  $T/mg$  em função de  $\theta_2$ . A outra solução,  $\theta_2 = 0^\circ$ , é rejeitada porque corresponde ao limite para uma corda infinitamente longa.



70. (a) Vamos chamar de  $F_1$  a força exercida pelo suporte que está na extremidade mais afastada do homem e de  $F_2$  a força exercida pelo suporte que está na extremidade mais próxima. Igualando a zero a soma dos torques em relação à extremidade mais próxima da ponte, temos:

$$F_1 L = (73 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) \frac{L}{4} + (2700 \text{ N}) \frac{L}{2}$$

o que nos dá  $F_1 = 1,5 \times 10^3 \text{ N}$ .

(b) A equação de equilíbrio das forças verticais nos dá

$$F_2 = (73)(9,8) + 2700 - F_1 = 1,9 \times 10^3 \text{ N}.$$

71. Quando o cubo está prestes a tombar, ainda podemos usar as equações de equilíbrio, mas (para modelar a situação crítica) precisamos usar o valor máximo da força de atrito estático e supor que a força normal  $\vec{F}_N$  está concentrada no ponto da aresta inferior do cubo verticalmente abaixo do ponto  $O$  de aplicação da força  $\vec{P}$ . Assim, a linha de ação de  $\vec{F}_N$  passa pelo ponto  $O$  e não exerce um torque em relação a  $O$  (naturalmente, o mesmo se pode dizer da força  $\vec{P}$ ). Como  $F_N = mg$ , temos uma força de atrito  $f_{\text{max}} = \mu mg$  aplicada a uma distância  $h$  de  $O$ . Além

disso, a linha de ação do peso do cubo (cujo módulo é  $mg$ ) está a uma distância  $L/2$  do ponto  $O$ . Igualando a zero a soma dos torques em relação ao ponto  $O$ , temos:

$$\mu mgh = mg \left( \frac{L}{2} \right) \Rightarrow \mu = \frac{L}{2h} = \frac{(8,0 \text{ cm})}{2(7,0 \text{ cm})} = 0,57$$

para a situação crítica que estamos considerando. Vamos agora interpretar este resultado em termos dos valores de  $\mu$ .

(a) Para que o cubo escorregue sem tombar, o valor de  $\mu$  deve ser *menor* que o calculado acima, já que, nesse caso, o bloco começará a escorregar antes que a força  $P$  atinja um valor suficiente para fazer o cubo tombar. Devemos ter, portanto,  $\mu < 0,57$ .

(b) Para que o cubo tombe antes que comece a escorregar, é preciso que o valor de  $\mu$  seja *maior* que o calculado acima, já que, nesse caso, o bloco tombará antes que a força  $P$  atinja um valor suficiente para fazer o cubo escorregar. Devemos ter, portanto,  $\mu > 0,57$ .

72. Vamos chamar a força exercida pela corda de cima ( $bc$ ) de  $T'$  e a força exercida pela corda de baixo ( $ab$ ) de  $T$ . O peso sustentado pelas cordas é  $W = Mg = (2,0 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 19,6 \text{ N}$ . As equações de equilíbrio são

$$\begin{aligned} T' \cos 60^\circ &= T \cos 20^\circ && \text{forças horizontais} \\ T' \sin 60^\circ &= W + T \sin 20^\circ && \text{forças verticais.} \end{aligned}$$

(a) Resolvendo esse sistema de equações, obtemos

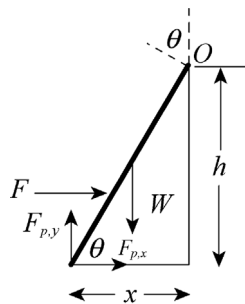
$$T = \frac{W}{\tan 60^\circ \cos 20^\circ - \sin 20^\circ} = \frac{19,6 \text{ N}}{\tan 60^\circ \cos 20^\circ - \sin 20^\circ} = 15 \text{ N.}$$

(b)  $T' = T \cos 20^\circ / \cos 60^\circ = 29 \text{ N}$ .

73. A figura mostra o diagrama de corpo livre da escada. Escolhemos um eixo passando pelo ponto  $O$ , a extremidade superior da escada (o ponto em que está apoiada na parede), perpendicular ao plano da figura, e consideramos positivos os torques que tendem a produzir uma rotação no sentido anti-horário. O comprimento da escada é  $L = 10 \text{ m}$ . Como  $h = 8,0 \text{ m}$ , a distância horizontal até a parede é

$$x = \sqrt{L^2 - h^2} = \sqrt{(10 \text{ m})^2 - (8 \text{ m})^2} = 6,0 \text{ m.}$$

Note que a linha de ação da força aplicada  $\vec{F}$  intercepta a parede a uma distância  $h_1$  do solo igual a  $(d/L) \times h = (2/10) \times 8 = 1,6 \text{ m}$ .



Isso significa que o *braço de alavanca* da força aplicada em relação ao eixo escolhido é

$$r_{\perp} = h - h_1 = 6,4 \text{ m.}$$

O braço de alavanca do peso é  $x/2 = 3,0 \text{ m}$ , metade da distância horizontal entre a parede e a base da escada. Os braços de alavanca das componentes  $x$  e  $y$  da força que o piso exerce sobre

a escada ( $\vec{F}_p$ ) são  $h = 8,0$  m e  $x = 6,0$  m, respectivamente. Igualando a zero a soma dos torques, temos:

$$\begin{aligned}\sum \tau_z &= Fr_{\perp} + W(x/2) + F_{p,x}h - F_{p,y}x \\ &= F(6,4 \text{ m}) + W(3,0 \text{ m}) + F_{p,x}(8,0 \text{ m}) - F_{p,y}(6,0 \text{ m}) = 0.\end{aligned}$$

Sabemos também, pelo equilíbrio das forças verticais, que  $F_{p,y} = W$  (já que não há atrito com a parede). Assim, a equação anterior se torna

$$\sum \tau_z = F(6,4 \text{ m}) - W(3,0 \text{ m}) + F_{p,x}(8,0 \text{ m}) = 0.$$

(a) Para  $F = 50$  N e  $W = 200$  N, a equação acima nos dá  $F_{p,x} = 35$  N. Assim, na notação dos vetores unitários, temos:

$$\vec{F}_p = (35 \text{ N})\hat{i} + (200 \text{ N})\hat{j}.$$

(b) Para  $F = 150$  N e  $W = 200$  N, a equação acima nos dá  $F_{p,x} = -45$  N. Assim, na notação dos vetores unitários, temos:

$$\vec{F}_p = (-45 \text{ N})\hat{i} + (200 \text{ N})\hat{j}.$$

(c) Note que a frase “está na iminência de se mover em direção à parede” significa que a força de atrito aponta para longe da parede (na direção  $-\hat{i}$ ). se  $f = -F_{p,x}$  e  $F_N = F_{p,y} = 200$  N estão relacionadas pelo valor máximo do atrito estático ( $f = f_{s,\max} = \mu_s F_N$ ), em que  $\mu_s = 0,38$ , obtemos  $F_{p,x} = -76$  N. Substituindo na equação dos torques, obtemos

$$F = \frac{200(3,0 \text{ m}) + 76(8,0 \text{ m})}{6,4 \text{ m}} = 190 \text{ N}$$

74. Vamos chamar o comprimento de um dos braços da balança de  $\ell_1$  e o comprimento do outro braço de  $\ell_2$ . Os dois casos descritos no problema podem ser expressos (em termos do equilíbrio dos torques) como

$$m_1\ell_1 = m\ell_2 \quad \text{e} \quad m\ell_1 = m_2\ell_2.$$

Dividindo as equações membro a membro e explicitando a massa desconhecida, obtemos  $m = \sqrt{m_1 m_2}$ .

75. Como o esticador  $G$  exerce uma força  $T$  para a esquerda sobre o vértice  $A$ , para que o vértice esteja em equilíbrio a barra  $CA$  deve estar exercendo uma força para a direita do módulo

$$F_{\text{diag}} = \frac{T}{\text{sen } 45^\circ} = T\sqrt{2}.$$

A mesma análise pode ser aplicada ao vértice  $B$ , com a diferença de que o esticador exerce uma força  $T$  para a direita sobre o vértice  $B$  e a barra  $DB$  exerce uma força para a esquerda. Podemos concluir, portanto, o seguinte:

(a) As barras que estão sob tração, além da barra  $AB$ , são as barras  $BC$ ,  $CD$  e  $DA$ .

(b) O módulo das forças que causam essas trações é  $T = 535$  N.

(c) O módulo das forças que causam compressões nas barras  $CA$  e  $DB$  é

$$F_{\text{diag}} = \sqrt{2}T = (1,41)535 \text{ N} = 757 \text{ N}.$$

76. (a) Para calcular os torques, escolhemos um eixo perpendicular ao plano da figura passando pelo suporte 2 e consideramos positivos os torques que tendem a produzir uma rotação no sen-

tido anti-horário. Vamos chamar de  $m$  a massa da ginasta e de  $M$  a massa da viga. Igualando a zero a soma dos torques, obtemos a seguinte equação:

$$Mg(1,96\text{ m}) - mg(0,54\text{ m}) - F_1(3,92\text{ m}) = 0.$$

Assim, a força para cima no suporte 1 é  $F_1 = 1163\text{ N}$  (estamos conservando mais algarismos que o número de algarismos significativos porque pretendemos usar este resultado em outros cálculos). Na notação dos vetores unitários, temos  $\vec{F}_1 \approx (1,16 \times 10^3\text{ N})\hat{j}$ .

(b) Equilibrando as forças na direção vertical, obtemos  $F_1 + F_2 - Mg - mg = 0$ , o que nos permite concluir que a força para cima no suporte 2 é  $F_2 = 1,74 \times 10^3\text{ N}$ . Na notação dos vetores unitários, temos  $\vec{F}_2 \approx (1,74 \times 10^3\text{ N})\hat{j}$ .

77. (a) Vamos fazer  $d = 0,00600\text{ m}$ . Para os três fios terem o mesmo comprimento final, os fios 1 e 3 devem sofrer um alongamento  $d$  a mais que o alongamento do fio 2:

$$\Delta L_1 = \Delta L_3 = \Delta L_2 + d.$$

Combinando este resultado com a Eq. 12-23, obtemos:

$$F_1 = F_3 = F_2 + \frac{dAE}{L}.$$

Equilibrando as forças na direção vertical, obtemos  $F_1 + F_3 + F_2 - mg = 0$ . Combinando esta equação com a equação anterior (e usando a Tabela 12-1), obtemos

$$F_1 = 1380\text{ N} \approx 1,38 \times 10^3\text{ N}.$$

(b) Procedendo de maneira análoga, obtemos  $F_2 = 180\text{ N}$ .

78. (a) Igualando a zero a soma dos torques em relação à dobradiça, obtemos a equação  $TL \sin 40^\circ = W \frac{L}{2} \sin 50^\circ$ , em que o comprimento da viga é  $L = 12\text{ m}$  e a força exercida pelo cabo é  $T = 400\text{ N}$ . Explicitando o peso na equação, descobrimos que  $W = 671\text{ N}$ , o que significa que a força gravitacional a que a viga está submetida é  $\vec{F}_w = (-671\text{ N})\hat{j}$ .

(b) As equações de equilíbrio de forças do sistema são

$$\begin{aligned} F_{dx} &= T = 400\text{ N} \\ F_{dy} &= W = 671\text{ N} \end{aligned}$$

em que  $F_{dx}$  é a componente em relação ao eixo  $x$  da força que a dobradiça exerce sobre a viga e  $F_{dy}$  é a componente em relação ao eixo  $y$ . Na notação dos vetores unitários,  $\vec{F}_d = (400\text{ N})\hat{i} + (671\text{ N})\hat{j}$ .

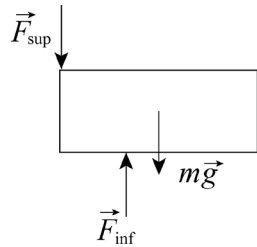
79. Escolhemos como origem do eixo  $x$  a borda da mesa e o sentido para a direita como positivo. No caso da Fig. 12-81a, o critério para que o sistema se mantenha em equilíbrio é que uma reta vertical passando pelo centro de massa de um tijolo passe pelo tijolo imediatamente abaixo. No caso da Fig. 12-81b, o critério é sutil e será discutido mais adiante. Nos dois casos, como a borda da mesa corresponde a  $x = 0$ , a coordenada  $x$  do centro de massa do conjunto deve se anular na situação em que  $h$  tem o maior valor possível.

(a) Podemos dividir o problema em três partes: dois tijolos à esquerda, de massa total  $2m$ , cujo centro de massa está verticalmente acima da borda do tijolo de baixo; um tijolo à direita, de massa  $m$ , cujo centro de massa está acima da borda do tijolo central (o que significa que  $a_1 = L/2$ ); e o tijolo do meio, de massa  $m$ . O centro de massa do conjunto é dado por

$$\frac{(2m)(a_2 - L) + ma_2 + m(a_2 - L/2)}{4m} = 0,$$

o que nos dá  $a_2 = 5L/8$ . Assim,  $h = a_2 + a_1 = 9L/8$ .

(b) O conjunto é formado por quatro tijolos, todos de massa  $m$ . O centro de massa do tijolo de cima e o centro de massa do tijolo de baixo têm a mesma coordenada horizontal,  $x_{\text{CM}} = b_2 - L/2$ . A camada do meio é formada por dois tijolos, e observamos que, nesse caso, o sistema pode se manter em equilíbrio, mesmo que uma reta vertical passando pelo centro de massa de um dos tijolos da camada central não passe pelo tijolo de baixo! Isso se deve ao fato de que o tijolo de cima está exercendo forças para baixo (cada uma igual à metade do peso) sobre os tijolos do meio. No caso extremo, podemos supor que essas forças estão aplicadas na borda interna dos tijolos do meio. Nesse caso extremo, podemos supor que as forças exercidas pelo tijolo de baixo sobre os tijolos do meio são aplicadas pelas bordas do tijolo de baixo (é em relação a uma dessas bordas que vamos calcular os torques no cálculo a seguir).



A figura mostra o diagrama de corpo livre do tijolo da direita. Igualando a zero a soma dos torques em relação ao ponto de aplicação de  $\vec{F}_{\text{inf}}$ , temos:

$$mg \left( b_1 - \frac{1}{2}L \right) = \frac{mg}{2} (L - b_1),$$

o que nos dá  $b_1 = 2L/3$ . Por simetria,  $b_2 = L/2$  e  $h = b_1 + b_2 = 7L/6$ .

80. A hipótese proposta do enunciado do problema (de que a massa específica da barra não varia) não é realista se a barra for feita de alumínio; os estudantes que já conhecem o coeficiente de Poisson podem pensar no material da barra como um material fictício cujo módulo de Young é igual ao do alumínio, dado na Tabela 12-1, mas cuja massa específica não varia significativamente quando o material é alongado. Como a massa também não varia, o volume (que é igual ao produto da área da seção reta pelo comprimento) permanece o mesmo:

$$(\pi r^2 L)_{\text{novo}} = (\pi r^2 L)_{\text{antigo}} \Rightarrow \Delta L = L[(1000/999,9)^2 - 1].$$

De acordo com a Eq. 12-23, temos:

$$F = \pi r^2 E \Delta L / L = \pi r^2 (7,0 \times 10^9 \text{ N/m}^2) [(1000/999,9)^2 - 1].$$

Usando o novo ou o antigo valor de  $r$ , obtemos  $F = 44 \text{ N}$ .

81. No ponto em que a viga está apoiada na barra, a barra exerce uma força para cima de  $2F$ , em que  $F$  é a força para cima exercida por um dos homens que sustentam a barra. De acordo com a equação de equilíbrio das forças verticais,  $W = 3F$ , na qual  $W$  é o peso da viga. Se a viga é homogênea, o centro da gravidade está a uma distância  $L/2$  do homem que sustenta uma das extremidades da viga. Igualando a zero a soma dos torques em relação ao ponto em que esse homem segura a viga, temos:

$$W \frac{L}{2} = 2Fx = 2 \left( \frac{W}{3} \right) x,$$

o que nos dá  $x = 3L/4$  para a distância entre a barra e a extremidade da viga em que se encontra o terceiro homem. A barra está, portanto, a uma distância  $L/4$  da extremidade livre.

82. De acordo com o resultado obtido no exemplo “Equilíbrio de uma lança de guindaste”, a força  $F$  a que a viga está submetida é  $F = 7900 \text{ N}$ . Vamos fazer  $F/A = S_u/6$ , em que  $S_u = 50 \times 10^6 \text{ N/m}^2$  é o limite de ruptura (veja a Tabela 12-1). Nesse caso,

$$A = \frac{6F}{S_u} = \frac{6(7900 \text{ N})}{50 \times 10^6 \text{ N/m}^2} = 9,5 \times 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Assim, a espessura deve ser  $\sqrt{A} = \sqrt{9,5 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,031 \text{ m}$ .

83. (a) Aplicando a equação de equilíbrio de forças à corda de cima, obtemos:

$$\vec{T} + (m_B g \angle -90^\circ) + (m_A g \angle -150^\circ) = 0,$$

o que nos dá  $\vec{T} = (106,34 \angle 63,963^\circ)$ . Assim, o módulo da força exercida pela corda de cima é 106 N.

(b) De acordo com o resultado do item anterior, o ângulo (medido no sentido anti-horário a partir do semieixo  $x$  positivo) é  $64,0^\circ$ .

## Capítulo 13

1. A força gravitacional entre as partes é

$$F = \frac{Gm(M-m)}{r^2} = \frac{G}{r^2}(mM - m^2)$$

que derivamos em relação a  $m$  e igualamos a zero:

$$\frac{dF}{dm} = 0 = \frac{G}{r^2}(M - 2m) \Rightarrow M = 2m.$$

O resultado é  $m/M = 1/2$ .

2. A atração gravitacional entre você e a Lua na posição inicial (com a Lua do outro lado da Terra) é

$$F_0 = \frac{Gm_L m}{(r_{LT} + r_T)^2}$$

na qual  $m_L$  é a massa da Lua,  $m$  é a sua massa,  $r_{LT}$  é a distância entre a Lua e a Terra e  $r_T$  é o raio da Terra. Na posição final (com a Lua do mesmo lado da Terra que você), a atração gravitacional entre você e a Lua é

$$F_1 = \frac{Gm_L m}{(r_{LT} - r_T)^2}.$$

(a) A razão entre os dois valores é

$$\frac{F_1}{F_0} = \frac{Gm_L m / (r_{LT} - r_T)^2}{Gm_L m / (r_{LT} + r_T)^2} = \left( \frac{r_{LT} + r_T}{r_{LT} - r_T} \right)^2 = \left( \frac{3,82 \times 10^8 \text{ m} + 6,37 \times 10^6 \text{ m}}{3,82 \times 10^8 \text{ m} - 6,37 \times 10^6 \text{ m}} \right)^2 = 1,06898.$$

Assim, o aumento relativo é 0,06898 ou aproximadamente 6,9%.

(b) A variação da atração gravitacional é, aproximadamente,

$$\begin{aligned} F_1 - F_0 &= \frac{Gm_L m}{(r_{LT} - r_T)^2} - \frac{Gm_L m}{(r_{LT} + r_T)^2} \approx \frac{Gm_L m}{r_{LT}^2} \left( 1 + 2 \frac{r_T}{r_{LT}} \right) - \frac{Gm_L m}{r_{LT}^2} \left( 1 - 2 \frac{r_T}{r_{LT}} \right) \\ &= \frac{4Gm_L m r_T}{r_{LT}^3}. \end{aligned}$$

Por outro lado, seu peso, na ausência da Lua, seria

$$F_g = mg_T = \frac{Gm_T m}{r_T^2}$$

Como a Lua puxa você “para cima”, sua perda relativa de peso é

$$\frac{F_1 - F_0}{F_g} = 4 \left( \frac{m_L}{m_T} \right) \left( \frac{r_T}{r_{LT}} \right)^3 = 4 \left( \frac{7,36 \times 10^{22} \text{ kg}}{5,98 \times 10^{24} \text{ kg}} \right) \left( \frac{6,37 \times 10^6 \text{ m}}{3,82 \times 10^8 \text{ m}} \right)^3 = 2,27 \times 10^{-7} \approx (2,3 \times 10^{-5})\%.$$



3. O módulo da força de atração entre as partículas é dado por  $F = Gm_1m_2/r^2$ , em que  $m_1$  e  $m_2$  são as massas,  $r$  é a distância entre as partículas e  $G$  é a constante gravitacional. Explicitando  $r$ , obtemos:

$$r = \sqrt{\frac{Gm_1m_2}{F}} = \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2)(5,2 \text{ kg})(2,4 \text{ kg})}{2,3 \times 10^{-12} \text{ N}}} = 19 \text{ m}.$$

4. Usando os índices  $s$ ,  $t$  e  $l$  para o Sol, a Terra e a Lua, respectivamente, e substituindo os valores numéricos (que podem ser encontrados, por exemplo, no Apêndice C), obtemos:

$$\frac{F_{\text{Sol}}}{F_{\text{Terra}}} = \frac{Gm_s m_l / r_{sl}^2}{Gm_t m_l / r_{tl}^2} = \frac{m_s}{m_t} \left( \frac{r_{tl}}{r_{sl}} \right)^2 = \frac{1,99 \times 10^{30} \text{ kg}}{5,98 \times 10^{24} \text{ kg}} \left( \frac{3,82 \times 10^8 \text{ m}}{1,50 \times 10^{11} \text{ m}} \right)^2 = 2,16.$$

5. A força gravitacional que a Terra exerce sobre você é

$$F_g = \frac{GM_T m}{R_T^2} = mg$$

em que  $g = GM_T / R_T^2 = 9,8 \text{ m/s}^2$  e  $m$  é a sua massa. se  $r$  é a distância entre você e um miniburaco negro de massa  $M_b = 1 \times 10^{11} \text{ kg}$  que atrai você com a mesma força que a Terra,

$$F_g = \frac{GM_b m}{r^2} = mg.$$

Combinando as duas equações, obtemos

$$mg = \frac{GM_T m}{R_T^2} = \frac{GM_b m}{r^2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{GM_b}{g}} = \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{kg} \cdot \text{s}^2)(1 \times 10^{11} \text{ kg})}{9,8 \text{ m/s}^2}} \approx 0,8 \text{ m}.$$

6. As forças gravitacionais que as massas  $m_1$  e  $m_4$  exercem sobre a massa  $m_5$  se cancelam mutuamente. Somando algebricamente as outras duas forças, obtemos a força resultante:

$$F_{\text{res}} = \frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2)(2,50 \times 10^{-3} \text{ kg})(3,00 \times 10^{-3} \text{ kg} - 1,00 \times 10^{-3} \text{ kg})}{(\sqrt{2} \times 10^{-1} \text{ m})^2} \\ = 1,67 \times 10^{-14} \text{ N}.$$

A força está orientada na direção da reta que liga  $m_2$  a  $m_3$  e aponta na direção de  $m_2$ . Na notação dos vetores unitários, temos:

$$\vec{F}_{\text{res}} = F_{\text{res}} (\cos 45^\circ \hat{i} + \sin 45^\circ \hat{j}) = (1,18 \times 10^{-14} \text{ N}) \hat{i} + (1,18 \times 10^{-14} \text{ N}) \hat{j}.$$

7. Queremos que o módulo da força (dada pela Eq. 13-1) exercida pela partícula C sobre a partícula A seja igual ao módulo da força exercida pela partícula B sobre a partícula A. Para isso, devemos ter

$$\frac{Gm_A m_C}{r^2} = \frac{Gm_A m_B}{d^2}.$$

Fazemos  $m_B = 3m_A$ ,  $m_C = 3m_A$  e (depois de dividir todos os termos por  $m_A$ ) explicitamos  $r$ . O resultado é  $r = 5d$ . Isso significa que a partícula C deve ser colocada no eixo  $x$ , à esquerda da partícula A, ou seja, a coordenada  $x$  da partícula C é  $-5,00d$ .

8. Usando a equação  $F = GmM/r^2$ , descobrimos que a esfera de cima exerce uma força para cima sobre a esfera B de módulo  $1,9 \times 10^{-8} \text{ N}$  e a esfera da direita exerce uma força para a direita sobre a esfera B de módulo  $1,0 \times 10^{-8} \text{ N}$ . Assim, as componentes ( $x$ ,  $y$ ) da força resultante (que pode ser convertida pela forma polar com o auxílio de uma calculadora) são

$$\vec{F}_{\text{res}} = (1,04 \times 10^{-8}, 1,85 \times 10^{-8}) \Rightarrow (2,13 \times 10^{-8} \angle 60,6^\circ).$$

(a) O módulo da força é  $2,13 \times 10^{-8}$  N.

(b) A força faz um ângulo de  $60,6^\circ$  com o semieixo  $x$  positivo.

9. A força pode ser calculada usando o princípio de superposição. No ponto em que as forças são iguais,  $GM_t m / r_1^2 = GM_s m / r_2^2$ , em que  $M_t$  é a massa da Terra,  $M_s$  é a massa do Sol,  $m$  é a massa da sonda espacial,  $r_1$  é a distância entre o centro da Terra e a sonda e  $r_2$  é a distância entre o centro do Sol e a sonda. Fazendo  $r_2 = d - r_1$ , em que  $d$  é a distância entre o centro da Terra e o centro do Sol, temos:

$$\frac{M_t}{r_1^2} = \frac{M_s}{(d - r_1)^2}.$$

Usando os valores de  $M_t$ ,  $M_s$  e  $d$  dados no Apêndice C e explicitando  $r_1$  depois de extrair a raiz quadrada de ambos os membros, obtemos

$$r_1 = \frac{d}{1 + \sqrt{M_s / M_t}} = \frac{1,50 \times 10^{11} \text{ m}}{1 + \sqrt{(1,99 \times 10^{30} \text{ kg}) / (5,98 \times 10^{24} \text{ kg})}} = 2,60 \times 10^8 \text{ m}.$$

Nota: O fato de que  $r_1 \ll d$  mostra que a sonda está muito mais próxima da Terra do que do Sol.

10. De acordo com a Eq. 13-1, temos:

$$\vec{F}_{AB} = \frac{2Gm_A^2}{d^2} \hat{j} \quad \text{e} \quad \vec{F}_{AC} = -\frac{4Gm_A^2}{3d^2} \hat{i}.$$

Como a soma vetorial das três forças deve ser nula, descobrimos que a terceira força (na notação módulo-ângulo) é

$$\vec{F}_{AD} = \frac{Gm_A^2}{d^2} (2,404 \angle -56,3^\circ).$$

Isso nos dá a orientação do vetor  $\vec{r}$  (que aponta da origem para o vetor  $D$ ), mas para calcular o módulo, temos que resolver (com  $m_D = 4m_A$ ) a seguinte equação:

$$2,404 \left( \frac{Gm_A^2}{d^2} \right) = \frac{Gm_A m_D}{r^2},$$

o que nos dá  $r = 1,29d$ . Na notação módulo-ângulo,  $\vec{r} = (1,29 \angle -56,3^\circ)$ , em unidades do SI. A solução “exata”, sem levar em conta o número de algarismos significativos, é

$$\vec{r} = \left( 2\sqrt{\frac{6}{13\sqrt{13}}}, -3\sqrt{\frac{6}{13\sqrt{13}}} \right).$$

(a) Na notação  $(x, y)$ , a coordenada  $x$  é  $0,716d$ .

(b) Na notação  $(x, y)$ , a coordenada  $y$  é  $-1,07d$ .

11. (a) A distância entre as esferas dos vértices e a esfera do centro é

$$r = \ell / 2 \cos 30^\circ = \ell / \sqrt{3}$$

em que  $\ell$  é o comprimento do lado do triângulo equilátero. As duas esferas de baixo exercem uma força para baixo sobre a esfera do meio dada por

$$2F_y = 2 \left( \frac{Gm_4 m}{r^2} \right) \sin 30^\circ = 3 \frac{Gm_4 m}{\ell^2}.$$

Como essa força deve ser igual à força para cima exercida para a esfera de cima, temos:

$$3 \frac{Gm_4 m}{\ell^2} = \frac{Gm_4 m}{(\ell / \sqrt{3})^2}$$

o que nos dá  $m = M$ .

(b) Como a massa  $m_4$  não aparece no resultado final, o valor da massa  $m_4$  é irrelevante, ou seja, o módulo da força gravitacional continuará a ser nulo se dobrarmos o valor de  $m_4$ .

12. (a) Conhecemos o valor da força quando a coordenada  $x$  da partícula  $C$  tende a infinito, que é uma situação na qual a força exercida por  $C$  é nula, graças ao fator  $r^2$  no denominador da Eq. 13-1. Assim, essa situação envolve apenas a força exercida pela partícula  $A$  sobre a partícula  $B$ :

$$F_{\text{res},x} = F_{AB} = \frac{Gm_A m_B}{r_{AB}^2} = 4,17 \times 10^{-10} \text{ N}.$$

Como  $m_B = 1,0 \text{ kg}$  e  $r_{AB} = 0,20 \text{ m}$ , isso nos dá

$$m_A = \frac{r_{AB}^2 F_{AB}}{Gm_B} = \frac{(0,20 \text{ m})^2 (4,17 \times 10^{-10} \text{ N})}{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2)(1,0 \text{ kg})} = 0,25 \text{ kg}.$$

(b) Observamos no gráfico que a força a que a partícula  $B$  está submetida se anula para  $x = 0,40 \text{ m}$ . Isso significa que, nesse ponto, as forças exercidas pelas partículas  $A$  e  $C$  se equilibram e, portanto, a força exercida pela partícula  $C$  tem o mesmo módulo que a força exercida pela partícula  $A$ , que foi calculada no item (a). Assim, temos:

$$\frac{Gm_C m_B}{(0,40 \text{ m})^2} = 4,17 \times 10^{-10} \text{ N} \Rightarrow m_C = 1,00 \text{ kg}.$$

13. Se a esfera de chumbo não fosse oca, o módulo da força exercida sobre a massa  $m$  seria  $F_1 = GMm/d^2$ . Para determinar a parte dessa força que se deve ao material removido, calculamos a força exercida sobre a massa  $m$  por uma esfera de mesmas dimensões e situada na mesma posição que a cavidade e subtraímos essa força da força exercida pela esfera inteira.

O raio da cavidade é  $r = R/2$ . O material usado para substituir a cavidade tem a mesma massa específica (razão entre massa e volume) que o material da esfera, ou seja,  $M_d/r^3 = M/R^3$ , em que  $M_c$  é a massa do material usado para substituir a cavidade. Assim,

$$M_c = \left(\frac{r^3}{R^3}\right)M = \left(\frac{R^3}{8R^3}\right)M = \frac{M}{8}.$$

Como o centro da cavidade em um ponto situado a uma distância  $d - r = d - R/2$  da massa  $m$ , a força que a esfera fictícia exerce sobre a massa  $m$  é

$$F_2 = \frac{G(M/8)m}{(d - R/2)^2}.$$

Assim, a força que a esfera com a cavidade exerce sobre a massa  $m$  é

$$\begin{aligned} F &= F_1 - F_2 = GMm \left( \frac{1}{d^2} - \frac{1}{8(d - R/2)^2} \right) = \frac{GMm}{d^2} \left( 1 - \frac{1}{8(1 - R/2d)^2} \right) \\ &= \frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \text{kg})(2,95 \text{ kg})(0,431 \text{ kg})}{(9,00 \times 10^{-2} \text{ m})^2} \left( 1 - \frac{1}{8[1 - (4 \times 10^{-2} \text{ m}) / (2,9 \times 10^{-2} \text{ m})]^2} \right) \\ &= 8,31 \times 10^{-9} \text{ N}. \end{aligned}$$

14. Todas as forças devem ser calculadas na origem (já que essa é a posição da partícula A), e as direções de todas as forças (com exceção da força resultante) são determinadas por vetores posição  $\vec{r}$ , que apontam da origem para as partículas B e C. Note que o ângulo do vetor posição da partícula B é  $180^\circ - 30,0^\circ = 150^\circ$  (medido no sentido anti-horário em relação ao semieixo x positivo). Nessa situação, a componente em relação ao eixo x de um dos vetores  $\vec{F}$  é simplesmente  $Fx/r$ , em que  $F$  é o módulo de  $\vec{F}$ . Como a força, de acordo com a Eq. 13-1, é inversamente proporcional a  $r^2$ , a componente x pode ser escrita na forma  $GmMx/r^3$ ; o mesmo se aplica à componente y. Para  $m_A = 0,0060$  kg,  $m_B = 0,0120$  kg e  $m_C = 0,0080$  kg, temos:

$$F_{\text{res } x} = \frac{Gm_A m_B x_B}{r_B^3} + \frac{Gm_A m_C x_C}{r_C^3} = (2,77 \times 10^{-14} \text{ N}) \cos(-163,8^\circ)$$

e

$$F_{\text{res } y} = \frac{Gm_A m_B y_B}{r_B^3} + \frac{Gm_A m_C y_C}{r_C^3} = (2,77 \times 10^{-14} \text{ N}) \sin(-163,8^\circ)$$

nas quais  $r_B = d_{AB} = 0,50$  m e  $(x_B, y_B) = [r_B \cos(150^\circ), r_B \sin(150^\circ)]$  (em unidades do SI). Uma forma rápida de calcular o valor de  $r_C$  é determinar a diferença vetorial entre a força resultante e a força exercida pela força B e aplicar o teorema de Pitágoras. O resultado é  $r_C = 0,40$  m.

(a) Resolvendo as equações acima, obtemos  $x_C = -0,20$  m.

(b) Resolvendo as equações acima, obtemos  $y_C = -0,35$  m.

15. Todas as forças devem ser calculadas na origem (já que essa é a posição da partícula A), e as direções de todas as forças (com exceção da força resultante) são determinadas por vetores posição  $\vec{r}$ , que apontam da origem para as partículas B, C e D. Em três dimensões, o teorema de Pitágoras se torna  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . Nessa situação, a componente em relação ao eixo x de um dos vetores  $\vec{F}$  é simplesmente  $Fx/r$ , em que  $F$  é o módulo de  $\vec{F}$ . Como a força, de acordo com a Eq. 13-1, é inversamente proporcional a  $r^2$ , a componente x pode ser escrita na forma  $GmMx/r^3$ ; o mesmo se aplica às componentes y e z. Por exemplo: a componente z da força exercida pela partícula B sobre a partícula A é

$$\frac{Gm_A m_B z_B}{r_B^3} = \frac{Gm_A (2m_A)(2d)}{[(2d)^2 + d^2 + (2d)^2]^{3/2}} = \frac{4Gm_A^2}{27d^2}.$$

Assim, todas as componentes podem ser escritas como múltiplos de  $Gm_A^2/d^2$ . Para a componente z da força exercida pela partícula C sobre a partícula A, o múltiplo é  $-9\sqrt{14}/196$ . Para as componentes x das forças exercidas pelas partículas B e C sobre a partícula A, os múltiplos são, respectivamente,  $4/27$  e  $-3\sqrt{14}/196$ . Para as componentes y das forças exercidas sobre a partícula A pelas partículas B e C, os múltiplos são, respectivamente,  $2/27$  e  $3\sqrt{14}/98$ . Para calcular a distância r a que a partícula D se encontra da origem, escrevemos (levando em conta o fato de que a soma das forças que as partículas B, C e D exercem sobre a partícula A é nula:

$$\left(\frac{Gm_A m_D}{r^2}\right)^2 = \left[ \left(\frac{4}{27} - \frac{3\sqrt{14}}{196}\right)^2 + \left(\frac{2}{27} + \frac{3\sqrt{14}}{98}\right)^2 + \left(\frac{4}{27} - \frac{9\sqrt{14}}{196}\right)^2 \right] \left(\frac{Gm_A^2}{d^2}\right)^2 = 0,4439 \left(\frac{Gm_A^2}{d^2}\right)^2.$$

Para  $m_D = 4m_A$ , temos:

$$\left(\frac{4}{r^2}\right)^2 = \frac{0,4439}{(d^2)^2} \Rightarrow r = \left(\frac{16}{0,4439}\right)^{1/4} d = 4,357d.$$

Os valores de x, y e z (que definem a posição da partícula D) podem ser calculados considerando separadamente as componentes da força  $Gm_A m_D / r^2$ .

(a) A componente  $x$  de  $\vec{r}$  é

$$\frac{Gm_A m_D x}{r^3} = - \left( \frac{4}{27} - \frac{3\sqrt{14}}{196} \right)^2 \frac{Gm_A^2}{d^2} = -0,0909 \frac{Gm_A^2}{d^2},$$

o que nos dá

$$x = -0,0909 \frac{m_A r^3}{m_D d^2} = -0,0909 \frac{m_A (4,357d)^3}{(4m_A)d^2} = -1,88d.$$

(b) Analogamente,  $y = -3,90d$ .

(c) Analogamente,  $z = 0,489d$ .

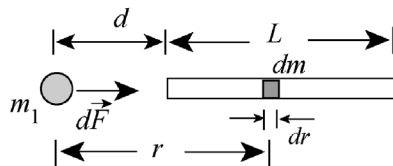
As coordenadas do ponto  $D$  são portanto  $(1,88d, 3,90d, 0,49d)$ .

16. Como a barra não possui simetria esférica, não podemos usar a Eq. 13.1 diretamente para calcular a força. Em vez disso, consideramos um pequeno elemento da barra de massa  $dm$  e largura  $dr$ , situado a uma distância  $r$  de  $m_1$ . A força gravitacional que  $dm$  exerce sobre  $m_1$  é

$$dF = \frac{Gm_1 dm}{r^2} = \frac{Gm_1 (M/L) dr}{r^2},$$

em que fizemos  $dm = (M/L)dr$ , já que a barra é homogênea. O sentido da força  $d\vec{F}$  é para a direita (veja a figura a seguir). A força total pode ser calculada integrando a força para toda a extensão da barra:

$$F = \int dF = \frac{Gm_1 M}{L} \int_d^{L+d} \frac{dr}{r^2} = -\frac{Gm_1 M}{L} \left( \frac{1}{L+d} - \frac{1}{d} \right) = \frac{Gm_1 M}{d(L+d)}.$$



Substituindo os valores dados no enunciado do problema, temos:

$$F = \frac{Gm_1 M}{d(L+d)} = \frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2)(0,67 \text{ kg})(5,0 \text{ kg})}{(0,23 \text{ m})(3,0 \text{ m} + 0,23 \text{ m})} = 3,0 \times 10^{-10} \text{ N}.$$

17. (a) A aceleração da gravidade na superfície da Lua é  $g_{\text{Lua}} = 1,67 \text{ m/s}^2$  (veja o Apêndice C). Como a razão dos pesos (para uma mesma massa) é igual à razão entre os valores de  $g$ ,

$$P_{\text{Lua}} = (100 \text{ N})(1,67/9,8) = 17 \text{ N}.$$

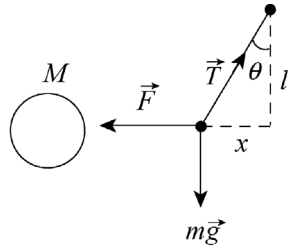
(b) Para que a força da atração gravitacional da Terra sobre o objeto seja 17 N, a aceleração da gravidade local deve ser  $a_g = 1,67 \text{ m/s}^2$ . Assim,

$$a_g = \frac{Gm_T}{r^2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{Gm_T}{a_g}} = 1,5 \times 10^7 \text{ m}$$

e, portanto, o objeto teria que estar a uma distância de  $r/R_T = 2,4$  “raios” do centro da Terra.

18. A figura a seguir mostra o diagrama de corpo livre do peso da linha de prumo. A massa da esfera é

$$M = \rho V = \rho \left( \frac{4\pi}{3} R^3 \right) = \frac{4\pi}{3} (2,6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) (2,00 \times 10^3 \text{ m})^3 = 8,71 \times 10^{13} \text{ kg}.$$



A força que a montanha “esférica” exerce sobre o peso é  $F = GMm / r^2$ . Suponha que, na situação de equilíbrio, na qual a força que age sobre o peso é zero, a linha de prumo faz um ângulo  $\theta$  com a vertical. Nesse caso,

$$0 = \sum F_{\text{res}, x} = T \text{sen } \theta - F = T \text{sen } \theta - \frac{GMm}{r^2}$$

$$0 = \sum F_{\text{res}, y} = T \text{cos} - mg$$

Combinando as duas equações, obtemos  $\tan \theta = \frac{F}{mg} = \frac{GM}{gr^2}$ . O deslocamento do peso em direção à esfera é, portanto,

$$x = l \tan \theta = l \frac{GM}{gr^2} = (0,50 \text{ m}) \frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2)(8,71 \times 10^{13} \text{ kg})}{(9,8)(3 \times 2,00 \times 10^3 \text{ m})^2} = 8,2 \times 10^{-6} \text{ m}.$$

19. A aceleração da gravidade é dada por  $a_g = GM/r^2$ , na qual  $M$  é a massa da Terra e  $r$  é a distância do centro da Terra. Fazendo  $r = R + h$ , em que  $R$  é o raio da Terra e  $h$  é a altitude, temos:

$$a_g = \frac{GM}{r^2} = \frac{GM}{(R_T + h)^2}$$

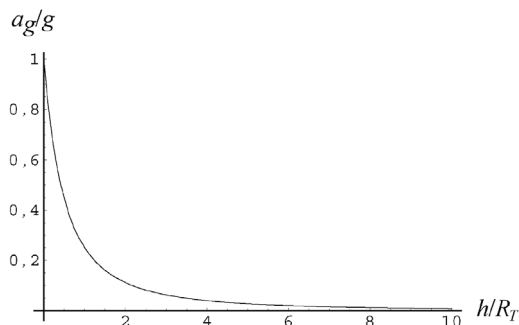
Explicitando  $h$ , obtemos  $h = \sqrt{GM / a_g} - R_T$ . Como, de acordo com o Apêndice C,  $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$  e  $M = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ , temos:

$$h = \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})}{(4,9 \text{ m} / \text{s}^2)}} - 6,37 \times 10^6 \text{ m} = 2,6 \times 10^6 \text{ m}.$$

Nota: Podemos escrever  $a_g$  na forma

$$a_g = \frac{GM}{r^2} = \frac{GM / R_T^2}{(1 + h / R_T)^2} = \frac{g}{(1 + h / R_T)^2}$$

na qual  $g = 9,83 \text{ m/s}^2$  é a aceleração da gravidade na superfície da Terra. A figura a seguir mostra a variação de  $a_g$  com a altitude.



20. Vamos usar o método proposto no exemplo “Diferença entre a aceleração da cabeça e a aceleração dos pés”. Temos:

$$a_g = \frac{GM_T}{r^2} \Rightarrow da_g = -2 \frac{GM_T}{r^3} dr$$

o que nos dá uma diferença de peso

$$W_{\text{alto}} - W_{\text{térreo}} \approx m(da_g).$$

Como  $W_{\text{térreo}} = GmM_T/R^2$  (em que  $R$  é o raio médio da Terra), a variação de peso é dada por

$$mda_g = -2 \frac{GmM_T}{R^3} dr = -2W_{\text{térreo}} \frac{dr}{R} = -2(600 \text{ N}) \frac{1,61 \times 10^3 \text{ m}}{6,37 \times 10^6 \text{ m}} = -0,303 \text{ N}$$

em que o sinal negativo significa que o peso diminui quando a altura aumenta. (Não estamos levando em conta o efeito da rotação da Terra, expresso pela Eq. 13-13.)

21. De acordo com a Eq. 13-14, o caso extremo é aquele no qual a aceleração gravitacional  $g$  se anula. Assim, de acordo com a Eq. 13-15, temos:

$$0 = \frac{GM}{R^2} - R\omega^2 \Rightarrow M = \frac{R^3\omega^2}{G}.$$

Para  $R = 20.000 \text{ m}$  e  $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$ , obtemos  $M = 4,7 \times 10^{24} \text{ kg} \approx 5 \times 10^{24} \text{ kg}$ .

22. (a) Fazendo  $R_b = 2GM_b/c^2$  na expressão da aceleração da gravidade, obtemos:

$$a_g = \frac{GM_b}{(1,001R_b)^2} = \frac{GM_b}{(1,001)^2 (2GM_b/c^2)^2} = \frac{c^4}{(2,002)^2 G M_b}$$

o que nos dá  $a_g = (3,02 \times 10^{43} \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2) / M_b$ .

(b) Como  $M_b$  está no denominador do resultado obtido no item (a),  $a_g$  diminui quando  $M_b$  aumenta.

(c) Para  $M_b = (1,55 \times 10^{12}) (1,99 \times 10^{30} \text{ kg})$ , obtemos  $a_g = 9,82 \text{ m/s}^2$ .

(d) De acordo com a Eq. 13-16, para  $r = 2,002GM/c^2$ , temos:

$$da_g = -2 \frac{GM}{(2,002GM/c^2)^3} dr = -\frac{2c^6}{(2,002)^3 (GM)^2} dr$$

em que  $dr = 1,70 \text{ m}$ , como no exemplo “Diferença entre a aceleração da cabeça e a aceleração dos pés”. Isso nos dá, em valor absoluto, uma diferença de aceleração de  $7,30 \times 10^{-15} \text{ m/s}^2$ .

(e) O resultado do item anterior mostra que, nesse caso, o efeito da diferença entre as forças de gravitação que agem sobre a cabeça e os pés do astronauta é insignificante.

23. (a) A aceleração da gravidade é  $a_g = \frac{GM}{R^2} = 7,6 \text{ m/s}^2$ .

(b) Como a massa total do planeta é  $5M$ ,  $a_g = \frac{G(5M)}{(3R)^2} = 4,2 \text{ m/s}^2$ .

24. (a) A fração da massa das cascas que contribui para a força exercida sobre a massa  $m$  é a massa  $M$  contida em uma esfera de raio  $r$ . Para  $r = a$ , essa massa é  $M_1 + M_2$  e, portanto, a força é

$$|F| = \frac{G(M_1 + M_2)m}{a^2}.$$

(b) Para  $r = b$ , essa massa é  $M_1$  e, portanto, a força é  $GM_1m/b^2$ .

(c) Para  $r = c$ , essa massa é zero e, portanto, a força também é zero.

25. Vamos primeiro calcular a massa específica  $\rho$  da esfera. Como o volume de uma esfera é  $\frac{4}{3}\pi R^3$ , temos:

$$\rho = \frac{M_{\text{total}}}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{1,0 \times 10^4 \text{ kg}}{\frac{4}{3}\pi (1,0 \text{ m})^3} = 2,4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

Quando a partícula de massa  $m$  está a uma distância  $r$  do centro da esfera, apenas a massa  $M$  que está a uma distância menor que  $r$  do centro da esfera contribui para a força de atração.

(a) Para  $r = 1,5$  m, toda a massa  $M_{\text{total}}$  contribui para a força de atração e, portanto,

$$F = \frac{GmM_{\text{total}}}{r^2} = m(3,0 \times 10^{-7} \text{ N/kg}).$$

(b) Para  $r = 0,50$  m, a massa da parte da esfera que está a uma distância do centro menor que  $r$  é

$$M = \rho \left( \frac{4}{3}\pi r^3 \right) = 1,3 \times 10^3 \text{ kg}.$$

Assim,  $F = GMm/r^2 = m(3,3 \times 10^{-7} \text{ N/kg})$ .

(c) Para uma distância genérica  $r$  menor que o raio da esfera, temos:

$$F = \frac{Gm\rho \left( \frac{4}{3}\pi r^3 \right)}{r^2} = mr \left( 6,7 \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{kg} \cdot \text{m}} \right).$$

26. A diferença entre a aceleração de queda livre  $g$  e a aceleração da gravidade  $a_g$  no equador da estrela é dada pela Eq. 13.14:

$$a_g - g = \omega^2 R$$

em que

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,041 \text{ s}} = 153 \text{ rad/s}$$

é a velocidade angular da estrela. Como a aceleração da gravidade no equador é

$$a_g = \frac{GM}{R^2} = \frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2)(1,98 \times 10^{30} \text{ kg})}{(1,2 \times 10^4 \text{ m})^2} = 9,17 \times 10^{11} \text{ m/s}^2,$$

a diferença percentual é

$$\frac{a_g - g}{a_g} = \frac{\omega^2 R}{a_g} = \frac{(153 \text{ rad/s})^2 (1,2 \times 10^4 \text{ m})}{9,17 \times 10^{11} \text{ m/s}^2} = 3,06 \times 10^{-4} \approx 0,031\%.$$

27. (a) A força a que uma partícula de massa  $m$  está sujeita na superfície da Terra é  $F = GMm/R^2$ , em que  $M$  é a massa da Terra e  $R$  é o raio da Terra. A aceleração da gravidade é

$$a_g = \frac{F}{m} = \frac{GM}{R^2} = \frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \text{kg})(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})}{(6,37 \times 10^6 \text{ m})^2} = 9,83 \text{ m/s}^2.$$



(b) Nesse caso,  $a_g = GM/R^2$ , em que  $M$  é a soma da massa do núcleo com a massa do manto e  $R$  é o raio externo do manto ( $6,345 \times 10^6$  m, de acordo com a Fig. 13-41). A massa total é

$$M = (1,93 \times 10^{24} \text{ kg} + 4,01 \times 10^{24} \text{ kg}) = 5,94 \times 10^{24} \text{ kg}$$

em que o primeiro termo é a massa do núcleo e o segundo é a massa do manto. Assim, temos:

$$a_g = \frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(5,94 \times 10^{24} \text{ kg})}{(6,345 \times 10^6 \text{ m})^2} = 9,84 \text{ m/s}^2.$$

(c) Um ponto a uma profundidade de 25 km está na superfície de uma esfera (imaginária) com um raio de  $R = 6,345 \times 10^6$  m. Como agora estamos supondo que a Terra é homogênea, a massa dessa esfera pode ser calculada multiplicando a massa específica pelo volume da esfera:  $M = (R^3 / R_T^3) M_T$ , em que  $M_T$  é a massa da Terra e  $R_T$  é o raio da Terra. Assim,

$$M = \left( \frac{6,345 \times 10^6 \text{ m}}{6,37 \times 10^6 \text{ m}} \right)^3 (5,98 \times 10^{24} \text{ kg}) = 5,91 \times 10^{24} \text{ kg}.$$

A aceleração da gravidade é

$$a_g = \frac{GM}{R^2} = \frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(5,91 \times 10^{24} \text{ kg})}{(6,345 \times 10^6 \text{ m})^2} = 9,79 \text{ m/s}^2.$$

28. (a) Fazendo  $GmM/r^2 = \frac{1}{2} GmM/R^2$ , na qual  $r$  é a distância da maçã ao centro do planeta e  $R$  é o raio do planeta, obtemos  $r = R\sqrt{2}$ . Assim, a distância entre a maçã e a superfície do planeta é  $(\sqrt{2} - 1)R = 0,414R$ .

(b) Fazendo a massa específica  $\rho$  igual a  $M/V$ , na qual  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ , temos, de acordo com a Eq. 13-19,

$$F = \frac{4\pi Gmr\rho}{3} = \frac{4\pi Gmr}{3} \left( \frac{M}{4\pi R^3 / 3} \right) = \frac{GMmr}{R^3} = \frac{1}{2} \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow r = R/2.$$

29. De acordo com a equação que precede a Eq. 13-28, a menor energia cinética necessária para que um projétil lançado da superfície “escape” do planeta é dada por  $K = -U$  (com  $U$  calculada na superfície do planeta:  $-5,0 \times 10^9$  J). Assim,  $K = 5,0 \times 10^9$  J.

30. A energia potencial gravitacional é

$$U = -\frac{Gm(M-m)}{r} = -\frac{G}{r}(Mm - m^2),$$

que derivamos em relação a  $m$  e igualamos a zero para determinar o mínimo.

Fazendo  $dU/dm = 0$ , obtemos  $M - 2m = 0$ , o que nos dá  $m/M = 1/2$ .

Note que a derivada segunda de  $U$  em relação a  $m$ ,  $d^2U/dm^2$ , é positiva para qualquer valor de  $m$ , o que mostra que a concavidade da curva da função  $U(m)$  é sempre para cima e que, portanto, o extremo é realmente um mínimo.

31. A massa específica de uma esfera homogênea é dada por  $\rho = 3M/4\pi R^3$ , em que  $M$  é a massa e  $R$  é o raio da esfera. A aceleração da gravidade na superfície de um planeta é dada por  $a_g = GM/R^2$ . A velocidade de escape de uma partícula de massa  $m$  é dada por

$$\frac{1}{2}mv^2 = G\frac{mM}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}.$$

(a) A razão entre a massa específica de Marte e a massa específica da Terra é

$$\frac{\rho_M}{\rho_T} = \frac{M_M}{M_T} \frac{R_T^3}{R_M^3} = 0,11 \left( \frac{0,65 \times 10^4 \text{ km}}{3,45 \times 10^3 \text{ km}} \right)^3 = 0,74.$$

(b) A aceleração da gravidade na superfície de Marte é

$$\begin{aligned} a_{gM} &= \frac{GM_M}{R_M^2} = \frac{M_M}{R_M^2} \cdot \frac{R_T^2}{M_T} \cdot \frac{GM_T}{R_T^2} = \frac{M_M}{M_T} \frac{R_T^2}{R_M^2} a_{gT} \\ &= 0,11 \left( \frac{0,65 \times 10^4 \text{ km}}{3,45 \times 10^3 \text{ km}} \right)^2 (9,8 \text{ m/s}^2) = 3,8 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

(c) A velocidade de escape em Marte é

$$v_M = \sqrt{\frac{2GM_M}{R_M}} = \sqrt{\frac{2(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(0,11)(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})}{3,45 \times 10^6 \text{ m}}} = 5,0 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

Nota: A razão entre a velocidade de escape em Marte e a velocidade de escape na Terra é

$$\frac{v_M}{v_T} = \frac{\sqrt{2GM_M / R_M}}{\sqrt{2GM_T / R_T}} = \sqrt{\frac{M_M}{M_T} \cdot \frac{R_T}{R_M}} = \sqrt{(0,11) \cdot \frac{6,5 \times 10^3 \text{ km}}{3,45 \times 10^3 \text{ km}}} = 0,455.$$

32. (a) A energia potencial gravitacional é

$$U = -\frac{GMm}{r} = -\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(5,2 \text{ kg})(2,4 \text{ kg})}{19 \text{ m}} = -4,4 \times 10^{-11} \text{ J}.$$

(b) Como a variação de energia potencial é

$$\Delta U = -\frac{GMm}{3r} - \left( -\frac{GMm}{r} \right) = -\frac{2}{3}(-4,4 \times 10^{-11} \text{ J}) = 2,9 \times 10^{-11} \text{ J},$$

o trabalho realizado pela força gravitacional é  $W = -\Delta U = -2,9 \times 10^{-11} \text{ J}$ .

(c) O trabalho que você realiza é  $W' = \Delta U = 2,9 \times 10^{-11} \text{ J}$ .

33. A energia (cinética) necessária para escapar é igual, em valor absoluto, à energia potencial gravitacional. Assim, um objeto de massa  $m$  em um planeta de massa  $M$  e raio  $R$  precisa de uma energia mínima  $K = GmM/R$  para escapar do planeta.

(a) No caso da Lua, temos:

$$\frac{K_L}{K_T} = \frac{M_L}{M_T} \frac{R_T}{R_L} = 0,0451$$

usando os dados do Apêndice C.

(b) No caso de Júpiter, temos:

$$\frac{K_J}{K_T} = \frac{M_J}{M_T} \frac{R_T}{R_J} = 28,5.$$

34. (a) De acordo com o gráfico da Fig. 13-42, a energia potencial  $U$  na superfície é  $U_s = -5,0 \times 10^9 \text{ J}$ . Como, de acordo com a Eq. 13-21,  $U$  é inversamente proporcional a  $r$ , a energia potencial a uma distância do centro do planeta correspondente a  $5/4$  da distância da superfície é  $4U_s/5$ . Assim, para  $r = 1,25R_s$ ,  $U = -4,0 \times 10^9 \text{ J}$ . Supondo que a energia mecânica é conservada, temos:

$$K + U = -2,0 \times 10^9 \text{ J}.$$

Como  $U = -4,0 \times 10^9 \text{ J}$ ,  $K = 2,0 \times 10^9 \text{ J}$ .

(b) Para que a energia mecânica seja igual à energia potencial (ou seja, para que  $U = -2,0 \times 10^9$  J),  $U$  deve ser reduzida para metade do valor correspondente a uma distância  $r = 1,25R_s$ , o que significa que o valor de  $r$  deve ser multiplicado por 2. Assim, o ponto de retorno é  $r = 2,5R_s$ .

35. Sejam  $m = 0,020$  kg e  $d = 0,600$  m (o lado inicial do quadrado). De acordo com a Eq. 13-21 e uma relação trigonométrica simples, a energia potencial gravitacional inicial é

$$U_i = -\frac{4Gm^2}{d} - \frac{2Gm^2}{\sqrt{2}d}.$$

Como  $U$  é inversamente proporcional a  $r$ , dividir por 3 o lado do quadrado significa multiplicar por 3 a energia potencial gravitacional. Assim,

$$U_f = 3U_i \Rightarrow \Delta U = 2U_i = 2(4 + \sqrt{2})\left(\frac{Gm^2}{d}\right) = -4,82 \times 10^{-13} \text{ J}.$$

36. Nessa situação, a lei de conservação da energia pode ser expressa da seguinte forma:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow K_1 - \frac{GmM}{r_1} = K_2 - \frac{GmM}{r_2}$$

em que  $M = 5,0 \times 10^{23}$  kg,  $r_1 = R = 3,0 \times 10^6$  m e  $m = 10$  kg.

(a) Para  $K_1 = 5,0 \times 10^7$  J e  $r_2 = 4,0 \times 10^6$  m, a equação acima nos dá

$$K_2 = K_1 + GmM \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = 2,2 \times 10^7 \text{ J}.$$

(b) Para  $K_2 = 0$  e  $r_2 = 8,0 \times 10^6$  m, temos:

$$K_1 = K_2 + GmM \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 6,9 \times 10^7 \text{ J}.$$

37. (a) O trabalho que você executa para deslocar a esfera de massa  $m_B$  é igual à variação da energia potencial do sistema de três esferas. A energia potencial inicial é

$$U_i = -\frac{Gm_A m_B}{d} - \frac{Gm_A m_C}{L} - \frac{Gm_B m_C}{L-d}$$

e a energia potencial final é

$$U_f = -\frac{Gm_A m_B}{L-d} - \frac{Gm_A m_C}{L} - \frac{Gm_B m_C}{d}.$$

O trabalho executado é

$$\begin{aligned} W &= U_f - U_i = Gm_B \left[ m_A \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{L-d} \right) + m_C \left( \frac{1}{L-d} - \frac{1}{d} \right) \right] \\ &= Gm_B \left[ m_A \frac{L-2d}{d(L-d)} + m_C \frac{2d-L}{d(L-d)} \right] = Gm_B (m_A - m_C) \frac{L-2d}{d(L-d)} \\ &= (6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \text{kg})(0,010 \text{ kg})(0,080 \text{ kg} - 0,020 \text{ kg}) \frac{0,12 \text{ m} - 2(0,040 \text{ m})}{(0,040 \text{ m})(0,12 - 0,040 \text{ m})} \\ &= +5,0 \times 10^{-13} \text{ J}. \end{aligned}$$

(b) O trabalho realizado pela força gravitacional é  $-(U_f - U_i) = -5,0 \times 10^{-13}$  J.

38. (a) A energia potencial gravitacional inicial é

$$\begin{aligned} U_i &= -\frac{GM_A M_B}{r_i} = -\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \text{kg})(20 \text{ kg})(10 \text{ kg})}{0,80 \text{ m}} \\ &= -1,67 \times 10^{-8} \text{ J} \approx -1,7 \times 10^{-8} \text{ J}. \end{aligned}$$

(b) De acordo com a lei de conservação da energia (com  $K_i = 0$ ), temos:

$$U_i = K + U \Rightarrow -1,7 \times 10^{-8} = K - \frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \text{kg})(20 \text{ kg})(10 \text{ kg})}{0,60 \text{ m}}$$

o que nos dá  $K = 5,6 \times 10^{-9} \text{ J}$ . Note que o valor de  $r$  é a diferença entre 0,80 m e 0,20 m.

39. (a) Usamos a lei de conservação da energia. Inicialmente, a partícula está na superfície do asteroide e tem uma energia potencial  $U_i = -GMm/R$ , em que  $M$  é a massa do asteroide,  $R$  é o raio do asteroide e  $m$  é a massa da partícula. A energia cinética inicial é  $\frac{1}{2}mv^2$ . Se a partícula tiver a energia cinética estritamente necessária para escapar, sua energia será zero quando estiver a uma distância infinita do asteroide. Nesse caso, tanto a energia cinética como a energia potencial serão iguais a zero. De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$-GMm/R + \frac{1}{2}mv^2 = 0.$$

Podemos substituir  $GM/R$  por  $a_g R$ , em que  $a_g$  é a aceleração da gravidade na superfície do asteroide. Nesse caso, a equação acima se torna  $-a_g R + \frac{1}{2}v^2 = 0$ . Explicitando  $v$ , temos:

$$v = \sqrt{2a_g R} = \sqrt{2(3,0 \text{ m/s}^2)(500 \times 10^3 \text{ m})} = 1,7 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

(b) Inicialmente, a partícula está na superfície, a energia potencial é  $U_i = -GMm/R$  e a energia cinética é  $K_i = \frac{1}{2}mv^2$ . Suponha que a partícula esteja a uma distância  $h$  da superfície quando a velocidade se anula. Nesse caso, a energia potencial final é  $U_f = -GMm/(R + h)$  e a energia cinética final é  $K_f = 0$ . De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GMm}{R + h}.$$

Substituindo  $GM$  por  $a_g R^2$  e dividindo ambos os membros por  $m$ , obtemos

$$-a_g R + \frac{1}{2}v^2 = -\frac{a_g R^2}{R + h}.$$

Explicitando  $h$ , temos:

$$\begin{aligned} h &= \frac{2a_g R^2}{2a_g R - v^2} - R = \frac{2(3,0 \text{ m/s}^2)(500 \times 10^3 \text{ m})^2}{2(3,0 \text{ m/s}^2)(500 \times 10^3 \text{ m}) - (1000 \text{ m/s})^2} - (500 \times 10^3 \text{ m}) \\ &= 2,5 \times 10^5 \text{ m}. \end{aligned}$$

(c) Inicialmente, como o objeto está a uma distância  $h$  da superfície e em repouso, sua energia potencial é  $U_i = -GMm/(R + h)$  e sua energia cinética é  $K_i = 0$ . No momento em que se choca com o asteroide, sua energia potencial é  $U_f = -GMm/R$  e sua energia cinética é  $K_f = \frac{1}{2}mv_f^2$ . De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$-\frac{GMm}{R + h} = -\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}mv^2.$$

Substituindo  $GM$  por  $a_g R^2$  e dividindo ambos os membros por  $m$ , obtemos

$$-\frac{a_g R^2}{R + h} = -a_g R + \frac{1}{2}v^2.$$

Explicitando  $v$ , temos:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2a_g R - \frac{2a_g R^2}{R + h}} = \sqrt{2(3,0 \text{ m/s}^2)(500 \times 10^3 \text{ m}) - \frac{2(3,0 \text{ m/s}^2)(500 \times 10^3 \text{ m})^2}{(500 \times 10^3 \text{ m}) + (1000 \times 10^3 \text{ m})}} \\ &= 1,4 \times 10^3 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

40. (a) De acordo com a Eq. 13-28, a velocidade inicial do projétil é  $v_0 = \sqrt{GM / 2R_T}$ . De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - GMm/R_T = -GMm/r$$

o que nos dá  $r = 4R_T/3$ . Assim, o múltiplo de  $R_T$  é  $4/3$  ou 1,33.

(b) De acordo com a Eq. 13-28, a energia cinética inicial é  $K_i = GMm/2R_T$ . De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$GMm/2R_T - GMm/R_T = -GMm/r$$

o que nos dá  $r = 2R_T$ . Assim, o múltiplo de  $R_T$  é 2,00.

(c) Como a energia mecânica é a soma da energia cinética com a energia potencial e essa soma é zero no infinito para um projétil que deixa a Terra com a velocidade de escape, concluímos, a partir da lei de conservação da energia, que a energia mecânica inicial também é zero.

41. (a) O momento do sistema de duas estrelas é conservado. Além disso, como as estrelas possuem a mesma massa, também possuem a mesma velocidade e a mesma energia cinética em qualquer instante. Vamos usar a lei de conservação da energia. A energia potencial inicial é  $U_i = -GM^2/r_i$ , em que  $M$  é a massa de uma das estrelas e  $r_i$  é a distância inicial entre os centros das duas estrelas. A energia cinética inicial é zero, já que as estrelas estão inicialmente em repouso. A energia potencial final é  $U_f = -2GM^2/r_f$ , já que a distância final é  $r_i/2$ . Vamos chamar a energia cinética final do sistema de  $Mv^2$ . Essa energia é a soma das energias cinéticas finais das duas estrelas, que são ambas iguais a  $\frac{1}{2}Mv^2$ . De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$-\frac{GM^2}{r_i} = -\frac{2GM^2}{r_f} + Mv^2.$$

Explicitando  $v$ , obtemos

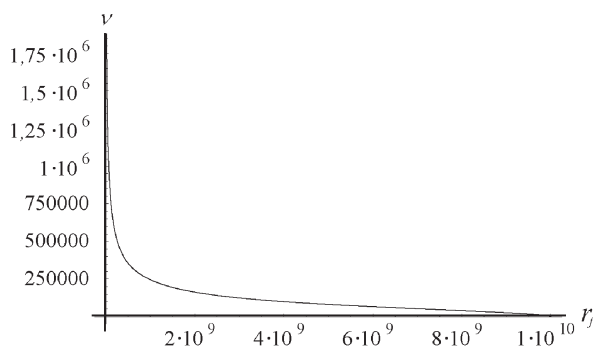
$$v = \sqrt{\frac{GM}{r_f}} = \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(10^{30} \text{ kg})}{10^{10} \text{ m}}} = 8,2 \times 10^4 \text{ m/s}.$$

(b) Agora a distância final é  $r_f = 2R = 2 \times 10^5 \text{ m}$ , em que  $R$  é o raio de uma das estrelas. A energia potencial final é  $U_f = -GM^2/r_f$  e a lei de conservação da energia nos dá  $-GM^2/r_i = -GM^2/r_f + Mv^2$ . Explicitando  $v$ , obtemos

$$v = \sqrt{GM \left( \frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)} = \sqrt{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(10^{30} \text{ kg}) \left( \frac{1}{2 \times 10^5 \text{ m}} - \frac{1}{10^{10} \text{ m}} \right)}$$

$$= 1,8 \times 10^7 \text{ m/s}.$$

*Nota:* A figura a seguir mostra a velocidade das estrelas em função da distância final entre elas. A diminuição da energia potencial gravitacional é compensada pelo aumento da energia cinética, assegurando que a energia total do sistema de duas estrelas permaneça constante.



42. (a) Usando a Eq. 13-21 e o teorema de Pitágoras, obtemos

$$U = - \left( \frac{GM^2}{2D} + \frac{2GmM}{\sqrt{y^2 + D^2}} \right)$$

em que  $M$  é a massa da partícula  $B$  (e também da partícula  $C$ ) e  $m$  é a massa da partícula  $A$ . O valor de  $U$  fornecido no enunciado do problema para  $y \rightarrow \infty$  determina o valor de  $M$ , já que a distância  $D$  é conhecida e o segundo termo da equação acima se anula quando  $y \rightarrow \infty$ . O resultado é  $M = 0,50$  kg.

(b) Estimamos no gráfico que o valor de  $U$  para  $y = 0$  é  $U_0 = -3,5 \times 10^{-10}$  J. A equação acima pode ser usada para calcular o valor de  $m$ . O resultado é  $m = 1,5$  kg.

43. (a) Chamando de  $r$  o raio da órbita, o módulo da força gravitacional que age sobre o satélite é  $GMm/r^2$ , em que  $M$  é a massa da Terra e  $m$  é a massa do satélite. O módulo da aceleração do satélite é  $v^2/r$ , em que  $v$  é a velocidade do satélite. De acordo com a segunda lei de Newton,  $GMm/r^2 = mv^2/r$ . Como o raio da Terra é  $6,37 \times 10^6$  m, o raio da órbita é  $r = (6,37 \times 10^6 \text{ m} + 160 \times 10^3 \text{ m}) = 6,53 \times 10^6$  m. Explicitando  $v$ , temos:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})}{6,53 \times 10^6 \text{ m}}} = 7,82 \times 10^3 \text{ m/s.}$$

(b) Como o comprimento da circunferência da órbita circular é  $2\pi r$ , o período é

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(6,53 \times 10^6 \text{ m})}{7,82 \times 10^3 \text{ m/s}} = 5,25 \times 10^3 \text{ s,}$$

o que equivale a 87,5 min.

44. De acordo com a lei de Kepler dos períodos, expressa na forma de uma razão, temos:

$$\left( \frac{r_s}{r_l} \right)^3 = \left( \frac{T_s}{T_l} \right)^2 \Rightarrow \left( \frac{1}{2} \right)^3 = \left( \frac{T_s}{1 \text{ mês lunar}} \right)^2$$

o que nos dá um período de revolução do satélite  $T_s = 0,35$  mês lunar.

45. O período  $T$  e o raio  $r$  da órbita de Fobos estão relacionados pela lei dos períodos:  $T^2 = (4\pi^2/GM)r^3$ , em que  $M$  é a massa de Marte. Sabemos que o período é 7 h 39 min, o que equivale a  $2,754 \times 10^4$  s. Explicitando  $M$ , temos:

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (9,4 \times 10^6 \text{ m})^3}{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(2,754 \times 10^4 \text{ s})^2} = 6,5 \times 10^{23} \text{ kg.}$$

46. De acordo com a Eq. 13-37, a velocidade de um objeto em uma órbita circular de raio  $r$  em torno de um planeta de massa  $M$  é dada por  $v = \sqrt{GM/r}$ . Sabemos que  $M = 5,98 \times 10^{24}$  kg e

$$r = (700 + 6370) \text{ m} = 7070 \text{ km} = 7,07 \times 10^6 \text{ m.}$$

Efetando os cálculos, obtemos  $v = 7,51 \times 10^3$  m/s, o que corresponde a  $2,7 \times 10^4$  km/h.

(a) Se a colisão foi frontal, a velocidade relativa dos dois objetos era  $2v = 5,4 \times 10^4$  km/h.

(b) Uma colisão perpendicular seria possível se um dos objetos estivesse, por exemplo, em órbita equatorial e o outro em órbita polar. Nesse caso, de acordo com o teorema de Pitágoras, a velocidade relativa seria  $\sqrt{v^2 + v^2} = 3,8 \times 10^4$  km/h.

47. Seja  $N$  o número de estrelas da galáxia,  $M$  a massa do Sol e  $r$  o raio da galáxia. A massa total da galáxia é  $NM$  e o módulo da força gravitacional que age sobre o Sol é

$$F_g = \frac{GM(NM)}{R^2} = \frac{GNM^2}{R^2}.$$

Essa força, que aponta para o centro da galáxia, é a força centrípeta que mantém o Sol em órbita. Assim,

$$F_c = F_g \Rightarrow \frac{Mv^2}{R} = \frac{GNM^2}{R^2}.$$

O módulo da aceleração do Sol é  $a = v^2/R$ , em que  $v$  é a velocidade do Sol. Se  $T$  é o período do movimento do Sol em torno do centro da galáxia,  $v = 2\pi R/T$  e  $a = 4\pi^2 R/T^2$ . De acordo com a segunda lei de Newton,

$$GNM^2/R^2 = 4\pi^2 MR/T^2.$$

Explicitando  $N$ , obtemos

$$N = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2 M}.$$

O período é  $2,5 \times 10^8$  anos, o que equivale a  $7,88 \times 10^{15}$  s; assim,

$$N = \frac{4\pi^2 (2,2 \times 10^{20} \text{ m})^3}{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(7,88 \times 10^{15} \text{ s})^2 (2,0 \times 10^{30} \text{ kg})} = 5,1 \times 10^{10}.$$

48. De acordo com a lei de Kepler dos períodos, expressa na forma de uma razão, temos:

$$\left(\frac{a_M}{a_T}\right)^3 = \left(\frac{T_M}{T_T}\right)^2 \Rightarrow (1,52)^3 = \left(\frac{T_M}{1 \text{ ano}}\right)^2$$

em que substituímos a razão entre os semieixos maiores pela razão entre as distâncias médias. O resultado é  $T_M = 1,87$  ano. O valor que aparece no Apêndice C (1,88 ano) é quase o mesmo, o que era de se esperar, já que a excentricidade das duas órbitas é pequena.

49. (a) O período do cometa é 1420 anos e um mês, o que corresponde a  $T = 4,48 \times 10^{10}$  s. Como a massa do Sol é  $1,99 \times 10^{30}$  kg, a lei dos períodos de Kepler nos dá

$$(4,48 \times 10^{10} \text{ s})^2 = \left(\frac{4\pi^2}{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{kg} \cdot \text{s}^2)(1,99 \times 10^{30} \text{ kg})}\right) a^3 \Rightarrow a = 1,89 \times 10^{13} \text{ m}.$$

(b) Como a distância do foco ao centro de uma elipse é  $ea$  e a distância do centro ao afélio é  $a$ , a maior distância entre o cometa e o Sol é

$$ea + a = (0,11 + 1)(1,89 \times 10^{13} \text{ m}) = 2,1 \times 10^{13} \text{ m}.$$

Dividindo pelo raio médio da órbita de Plutão (cujo valor é dado no Apêndice C), temos:

$$\left(\frac{2,1 \times 10^{13}}{5,9 \times 10^{12}}\right) R_p = 3,6 R_p.$$

50. Para ficar “parado” em relação à Terra, um satélite deve ter um período de 24 h (86.400). De acordo com a lei dos períodos de Kepler,

$$(86400)^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_T}\right) r^3 \Rightarrow r = 4,225 \times 10^7 \text{ m}.$$

A altitude da órbita deve ser, portanto,  $r - R_T = 3,58 \times 10^7$  m.

51. (a) A maior distância (distância do apogeu) e a menor distância (distância do perigeu) entre o satélite e o centro da Terra são, respectivamente,

$$\begin{aligned} R_a &= (6,37 \times 10^6 \text{ m} + 360 \times 10^3 \text{ m}) = 6,73 \times 10^6 \text{ m} \\ R_p &= (6,37 \times 10^6 \text{ m} + 180 \times 10^3 \text{ m}) = 6,55 \times 10^6 \text{ m}, \end{aligned}$$

em que  $6,37 \times 10^6$  m é o raio da Terra. De acordo com a Fig. 13-12, o semieixo maior é

$$a = \frac{R_a + R_p}{2} = \frac{6,73 \times 10^6 \text{ m} + 6,55 \times 10^6 \text{ m}}{2} = 6,64 \times 10^6 \text{ m}.$$

(b) As distâncias do apogeu e do perigeu estão relacionadas à excentricidade  $e$  por meio das equações  $R_a = a(1 + e)$  e  $R_p = a(1 - e)$ . Somando as distâncias, obtemos  $R_a + R_p = 2a$ . Portanto,  $a = (R_a + R_p)/2$ . Subtraindo, obtemos  $R_a - R_p = 2ae$ . Assim,

$$e = \frac{R_a - R_p}{2a} = \frac{R_a - R_p}{R_a + R_p} = \frac{6,73 \times 10^6 \text{ m} - 6,55 \times 10^6 \text{ m}}{6,73 \times 10^6 \text{ m} + 6,55 \times 10^6 \text{ m}} = 0,0136.$$

52. (a) A distância entre o centro e os focos de uma elipse é  $ae$ , em que  $a$  é o semieixo maior e  $e$  é a excentricidade. Assim, a distância entre os focos (no caso da órbita da Terra) é

$$2ae = 2(1,50 \times 10^{11} \text{ m})(0,0167) = 5,01 \times 10^9 \text{ m}.$$

(b) Dividindo pelo raio solar, temos:

$$\frac{5,01 \times 10^9 \text{ m}}{6,96 \times 10^8 \text{ m}} = 7,20.$$

53. Podemos usar a lei dos períodos de Kepler (com  $T = 2,4 \text{ h} = 8640 \text{ s}$ ) para calcular a massa  $M$  do planeta:

$$(8640 \text{ s})^2 = \left( \frac{4\pi^2}{GM} \right) (8,0 \times 10^6 \text{ m})^3 \Rightarrow M = 4,06 \times 10^{24} \text{ kg}.$$

Como também sabemos que  $a_g = GM/R^2 = 8,0 \text{ m/s}^2$ , podemos calcular o raio do planeta:

$$R = \sqrt{\frac{GM}{a_g}} = \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2)(4,06 \times 10^{24} \text{ kg})}{8,0 \text{ m/s}^2}} = 5,8 \times 10^6 \text{ m}.$$

54. As duas estrelas estão em órbitas circulares, não uma em torno da outra, mas ambas em torno do centro de massa do sistema (o ponto  $O$  da Fig. 13-46), que pertence à reta que liga as duas estrelas. A força gravitacional que cada estrela exerce sobre a outra é a força centrípeta que as mantém em órbita. Assim, para a estrela visível, a segunda lei de Newton nos dá

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} = \frac{m_1v^2}{r_1}$$

em que  $r$  é a distância entre os centros das estrelas. Para obter a relação entre  $r$  e  $r_1$ , o raio da órbita da estrela visível, usamos a Eq. 9-2, que nos dá

$$r_1 = \frac{m_1(0) + m_2r}{m_1 + m_2} = \frac{m_2r}{m_1 + m_2} \Rightarrow r = \frac{m_1 + m_2}{m_2} r_1.$$

Por outro lado, como a velocidade orbital de  $m_1$  é  $v = 2\pi r_1 / T$ ,  $r_1 = vT / 2\pi$  e a expressão de  $r$  pode ser escrita na forma

$$r = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \frac{vT}{2\pi}.$$



Substituindo  $r$  e  $r_1$  por seus valores na equação da força, temos:

$$F = \frac{4\pi^2 G m_1 m_2^3}{(m_1 + m_2)^2 v^2 T^2} = \frac{2\pi m_1 v}{T}$$

ou

$$\frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{v^3 T}{2\pi G} = \frac{(2,7 \times 10^5 \text{ m/s})^3 (1,70 \text{ dia})(86400 \text{ s/dia})}{2\pi(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2)} = 6,90 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$= 3,467 M_s,$$

em que  $M_s = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$  é a massa do Sol. Para  $m_1 = 6M_s$ , fazemos  $m_2 = \alpha M_s$  e resolvemos a seguinte equação do terceiro grau em  $\alpha$ :

$$\frac{\alpha^3}{(6 + \alpha)^2} - 3,467 = 0.$$

A equação tem apenas uma solução real,  $\alpha = 9,3$ , que nos dá  $m_2/M_2 \approx 9$ .

55. (a) Tomando o logaritmo de ambos os membros da lei dos períodos de Kepler, obtemos

$$2 \log(T) = \log(4\pi^2/GM) + 3 \log(a) \Rightarrow \log(a) = \frac{2}{3} \log(T) - \frac{1}{3} \log(4\pi^2/GM)$$

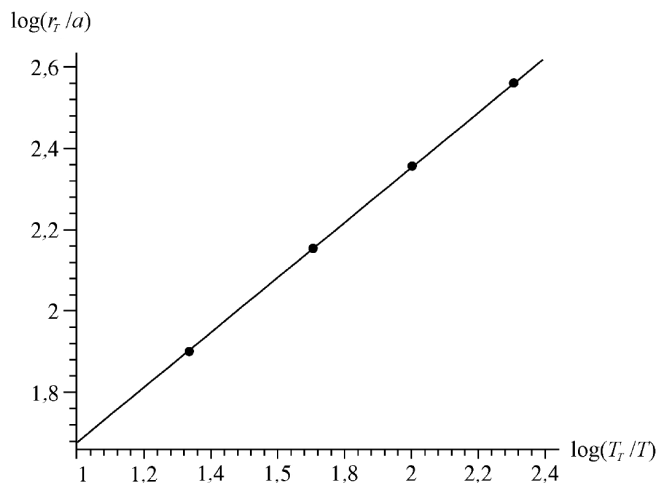
em que estamos ignorando as unidades (os argumentos dos logaritmos não podem ser unidades, já que são funções transcendentais). Embora seja possível prosseguir com a solução desta forma, supondo que as unidades são coerentes, preferimos eliminar as unidades normalizando a solução. Dividindo a lei de Kepler aplicada ao sistema de Júpiter, chamando de  $M$  a massa de Júpiter, pela lei de Kepler aplicada à órbita da Terra em torno do Sol, chamando de  $M_o$  a massa do Sol, temos:

$$(T/T_T)^2 = \left(\frac{M_o}{M}\right) \left(\frac{a}{r_T}\right)^3$$

em que  $T_T = 365,25$  dias é o período orbital da Terra e  $r_T = 1,50 \times 10^{11} \text{ m}$  é a distância média entre a Terra e o Sol. Nesse caso, tomando os logaritmos de ambos os membros, obtemos

$$\log\left(\frac{r_T}{a}\right) = \frac{2}{3} \log\left(\frac{T_T}{T}\right) + \frac{1}{3} \log\left(\frac{M_o}{M}\right)$$

(escrita de modo a tornar todos os termos positivos), que é a forma como plotamos os dados [ $\log(r_T/a)$  no eixo vertical e  $\log(T_T/T)$  no eixo horizontal].



(b) Executando um ajuste de mínimos quadrados aos dados, obtemos

$$\log(r_T/a) = 0,666 \log(T_T/T) + 1,01,$$

que confirma a expectativa, com base na equação teórica, de que a inclinação da reta é 2/3.

(c) O ponto de intercessão com o eixo  $y$ , 1,01, corresponde ao termo  $1/3 \log(M_o/M)$ , o que nos dá

$$\frac{M_o}{M} = 10^{3,03} \Rightarrow M = \frac{M_o}{1,07 \times 10^3}.$$

Fazendo  $M_o = 1,99 \times 10^{30}$  kg (veja o Apêndice C), obtemos  $M = 1,86 \times 10^{27}$  kg como a massa de Júpiter, um valor próximo de  $1,90 \times 10^{27}$  kg que aparece no Apêndice C.

56. (a) O período é  $T = 27 \text{ h} = 97.200 \text{ s}$ , e estamos supondo que a órbita é circular, com um raio de 100.000 m). Podemos usar a lei dos períodos de Kepler para estimar a massa do asteroide:

$$(97.200)^2 = \left( \frac{4\pi^2}{GM} \right) (100.000)^3 \Rightarrow M = 6,3 \times 10^{16} \text{ kg}.$$

(b) Dividindo a massa  $M$  pelo volume dado, obtemos:

$$\rho = (6,3 \times 10^{16} \text{ kg}) / (1,41 \times 10^{13} \text{ m}^3) = 4,4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3,$$

ou seja, uma massa específica 20% menor que a da Terra.

57. Nesse sistema,  $m_1 = m_2 = M$  (a massa do Sol,  $1,99 \times 10^{30}$  kg). Chamando de  $r$  a distância entre as estrelas, temos:

$$\frac{Gm_1m_2}{r^2} = m_1 \frac{(\pi r/T)^2}{r/2} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2\pi^2 r^3}{GM}}.$$

Para  $r = 1,5 \times 10^{11}$  m,  $T = 2,2 \times 10^7$  s. Dividindo pelo ano terrestre, temos:

$$\frac{T}{1 \text{ ano}} = \frac{2,2 \times 10^7 \text{ s}}{3,156 \times 10^7 \text{ s}} = 0,71 \text{ ano}.$$

58. (a) Vamos usar a equação

$$\frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{v^3 T}{2\pi G}$$

na qual  $m_1 = 0,9M_{\text{Sol}}$  é a massa estimada da estrela. Para  $v = 70$  m/s e  $T = 1500$  dias =  $1,3 \times 10^8$  s, temos:

$$\frac{m_2^3}{(0,9M_{\text{Sol}} + m_2)^2} = 1,06 \times 10^{23} \text{ kg}.$$

Como  $M_{\text{Sol}} \approx 2,0 \times 10^{30}$  kg, obtemos  $m_2 \approx 7,0 \times 10^{27}$  kg. Dividindo pela massa de Júpiter (dada no Apêndice C), obtemos  $m \approx 3,7m_J$ .

(b) Como a velocidade da estrela é  $v = 2\pi r_1/T$ , na qual  $r_1$  é o raio da órbita do planeta, temos:

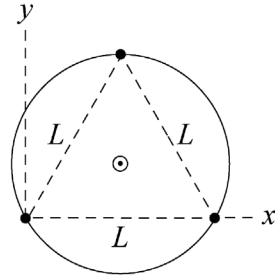
$$r_1 = \frac{vT}{2\pi} = \frac{(70 \text{ m/s})(1,3 \times 10^8 \text{ s})}{2\pi} = 1,4 \times 10^9 \text{ m}.$$

Se  $r$  é a distância entre a estrela e o planeta,  $r_2 = r - r_1$  é o raio da órbita do planeta. Assim,

$$r_2 = r_1 \left( \frac{m_1 + m_2}{m_2} - 1 \right) = r_1 \frac{m_1}{m_2} = 3,7 \times 10^{11} \text{ m}.$$

Dividindo pelo raio da órbita da Terra,  $1,5 \times 10^{11}$  m, obtemos  $r_2 = 2,5r_T$ .

59. Cada estrela é atraída pelas outras duas por uma força de módulo  $GM^2/L^2$ , ao longo da reta que passa pelas estrelas. A força resultante a que é submetida cada estrela tem um módulo de  $2(GM^2/L^2) \cos 30^\circ$  e aponta para o centro do triângulo. Essa força é a força centrípeta que mantém as estrelas em órbita. Chamando de  $R$  o raio da órbita, a segunda lei de Newton nos dá  $(GM^2/L^2) \cos 30^\circ = Mv^2/R$ .



As estrelas giram em torno do centro de massa (assinalado por um círculo com um ponto na figura) e o raio da órbita é a distância entre as estrelas e o centro de massa. Vamos usar o sistema de coordenadas mostrado na figura, com uma das estrelas na origem. Como a altura do triângulo equilátero é  $(\sqrt{3}/2)L$ , as estrelas estão situadas nos pontos  $(0,0)$ ,  $(L,0)$  e  $(L/2, \sqrt{3}L/2)$ . A coordenada  $x$  do centro de massa é  $x_{CM} = (L + L/2)/3 = L/2$  e a coordenada  $y$  é  $y_{CM} = (\sqrt{3}L/2)/3 = L/2\sqrt{3}$ . A distância entre uma das estrelas e o centro de massa é

$$R = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} = \sqrt{(L^2/4) + (L^2/12)} = L/\sqrt{3}.$$

Substituindo  $R$  por seu valor, a equação da segunda lei de Newton se torna  $(2GM^2/L^2) \cos 30^\circ = \sqrt{3}Mv^2/L$ . Levando em conta o fato de que  $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$  e dividindo ambos os membros por  $M$ , obtemos  $GM/L^2 = v^2/L$  ou  $v = \sqrt{GM/L}$ .

60. (a) De acordo com a Eq. 13-40, a energia de cada satélite é  $-GM_T m/2r$ . A energia total dos dois satélites é o dobro desse valor:

$$\begin{aligned} E = E_A + E_B &= -\frac{GM_T m}{r} = -\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2)(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})(125 \text{ kg})}{7,87 \times 10^6 \text{ m}} \\ &= -6,33 \times 10^9 \text{ J.} \end{aligned}$$

(b) Como a velocidade dos destroços é zero imediatamente após a colisão, a energia cinética nesse instante também é zero. Substituindo  $m$  por  $2m$  na expressão da energia potencial, obtemos o valor da energia total dos destroços nesse instante:

$$E = -\frac{GM_T(2m)}{2r} = -\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2)(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})2(125 \text{ kg})}{2(7,87 \times 10^6 \text{ m})} = -6,33 \times 10^9 \text{ J.}$$

(c) Um objeto com velocidade zero cai em direção ao centro do planeta.

61. A energia necessária para fazer um satélite de massa  $m$  subir até uma altitude  $h$  (chegando a essa altitude com velocidade zero) é dada por

$$E_1 = \Delta U = GM_T m \left( \frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T + h} \right),$$

e a energia necessária para que o satélite se mantenha em órbita nessa altitude é

$$E_2 = \frac{1}{2} m v_{\text{orb}}^2 = \frac{GM_T m}{2(R_T + h)}.$$

A diferença entre as duas energias é, portanto,

$$\Delta E = E_1 - E_2 = GM_T m \left[ \frac{1}{R_T} - \frac{3}{2(R_T + h)} \right].$$

(a) Fazendo  $\Delta E = 0$  na equação acima, obtemos:

$$\frac{1}{R_T} - \frac{3}{2(R_T + h_0)} = 0 \Rightarrow h_0 = \frac{R_T}{2} = 3,19 \times 10^6 \text{ m.}$$

(b) Para  $h > h_0$ ,  $\Delta E > 0$ , ou seja,  $E_1 > E_2$ , o que significa que a energia para fazer o satélite subir é maior.

62. Embora sejam dadas as altitudes, são os raios das órbitas que aparecem nos cálculos:  $r_A = (6370 + 6370) \text{ km} = 12.740 \text{ km}$  e  $r_B = (19110 + 6370) \text{ km} = 25.480 \text{ km}$ .

(a) A razão das energias potenciais é

$$\frac{U_B}{U_A} = \frac{-GmM / r_B}{-GmM / r_A} = \frac{r_A}{r_B} = \frac{1}{2}.$$

(b) De acordo com a Eq. 13-38, a razão das energias cinéticas é

$$\frac{K_B}{K_A} = \frac{GmM / 2r_B}{GmM / 2r_A} = \frac{r_A}{r_B} = \frac{1}{2}.$$

(c) De acordo com a Eq. 13-40, o satélite com o maior valor de  $r$  tem o menor valor de  $|E|$  (já que  $r$  está no denominador). Como os valores de  $E$  são negativos, o menor valor de  $|E|$  corresponde à maior energia. Assim, o satélite  $B$  tem uma energia maior que o satélite  $A$ .

(d) A diferença é

$$\Delta E = E_B - E_A = -\frac{GmM}{2} \left( \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right).$$

Convertendo os valores de  $r$  para metros, obtemos  $\Delta E = 1,1 \times 10^8 \text{ J}$ . A massa  $M$  da Terra pode ser obtida no Apêndice C.

63. Usamos a lei dos períodos:  $T^2 = (4\pi^2/GM)r^3$ , na qual  $M$  é a massa do Sol ( $1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$ ) e  $r$  é o raio da órbita. Por outro lado, a energia cinética de um asteroide ou planeta em uma órbita circular de raio  $r$  é dada por  $K = GmM/2r$ , em que  $m$  é a massa do asteroide ou planeta. Note que a energia cinética é diretamente proporcional a  $m$  e inversamente proporcional a  $r$ .

(a) Como o raio  $r$  da órbita do asteroide é duas vezes maior que o raio da órbita da Terra,  $r = 2r_{ST} = 2(150 \times 10^9 \text{ m}) = 300 \times 10^9 \text{ m}$ . Assim, o período do asteroide é

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (300 \times 10^9 \text{ m})^3}{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(1,99 \times 10^{30} \text{ kg})}} = 8,96 \times 10^7 \text{ s.}$$

Dividindo por (365 dias/ano) (24 horas/dia) (60 minutos/hora) (60 segundos/minuto), obtemos  $T = 2,8$  anos.

(b) A razão entre a energia cinética do asteroide e a energia cinética da Terra é

$$\frac{K}{K_T} = \frac{GmM / (2r)}{GMM_T / (2r_{ST})} = \frac{m}{M_T} \cdot \frac{r_{ST}}{r} = (2,0 \times 10^{-4}) \left( \frac{1}{2} \right) = 1,0 \times 10^{-4}.$$

*Nota:* Uma forma alternativa de calcular a razão das energias cinéticas é usar as relações  $K = mv^2/2$  e  $v = 2\pi r/T$ , o que nos dá

$$\begin{aligned} \frac{K}{K_T} &= \frac{mv^2 / 2}{M_T v_T^2 / 2} = \frac{m}{M_T} \left( \frac{v}{v_T} \right)^2 = \frac{m}{M_T} \left( \frac{r / T}{r_{ST} / T_T} \right)^2 = \frac{m}{M_T} \left( \frac{r}{r_{ST}} \cdot \frac{T_T}{T} \right)^2 \\ &= (2,0 \times 10^{-4}) \left( 2 \cdot \frac{1,0 \text{ ano}}{2,8 \text{ anos}} \right)^2 = 1,0 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

o mesmo resultado obtido no item (b).

64. (a) Como se trata de um movimento circular, a força de atração e a aceleração centrípeta estão relacionadas, de acordo com a segunda lei de Newton, pela seguinte equação:

$$\frac{GmM}{r^2} = m \frac{v^2}{r}.$$

Como, de acordo com o enunciado, a força do lado esquerdo da equação é 80 N, podemos obter o valor do produto  $mv^2$  multiplicando ambos os membros por  $r = 2,0 \times 10^7$  m. Assim,  $mv^2 = (2,0 \times 10^7 \text{ m})(80 \text{ N}) = 1,6 \times 10^9 \text{ J}$  e, portanto,

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1,6 \times 10^9 \text{ J}) = 8,0 \times 10^8 \text{ J}.$$

(b) Como a força gravitacional é inversamente proporcional ao quadrado do raio, temos:

$$\frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2.$$

Assim,  $F' = (80 \text{ N})(2/3)^2 = 36 \text{ N}$ .

65. (a) De acordo com a lei dos períodos de Kepler,  $T$  é proporcional a  $r^{3/2}$ .

(b) De acordo com a Eq. 13-38,  $K$  é inversamente proporcional a  $r$ .

(c) e (d) Como  $K$  é proporcional a  $v^2$  e, de acordo com o item anterior,  $K$  é inversamente proporcional a  $r$ ,  $v$  é proporcional a  $1/\sqrt{r}$ . Nesse caso, de acordo com a Eq. 13-31, o momento angular (que é função do produto  $rv$ ) é proporcional a  $r/\sqrt{r} = \sqrt{r}$ .

66. (a) Como os projéteis têm a mesma velocidade escalar  $v$  que o satélite e se movem no sentido oposto, a *velocidade relativa* entre os projéteis e o satélite é  $2v$ . Substituir  $v$  por  $2v$  na Eq. 13-38 equivale a multiplicar a energia cinética por 4. Assim,

$$\begin{aligned} K_{\text{rel}} &= 4 \left( \frac{GM_T m}{2r} \right) = \frac{2(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{kg} \cdot \text{s}^2)(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})(0,0040 \text{ kg})}{(6370 + 500) \times 10^3 \text{ m}} \\ &= 4,6 \times 10^5 \text{ J}. \end{aligned}$$

(b) A razão entre as energias cinéticas é

$$\frac{K_{\text{rel}}}{K_{\text{bala}}} = \frac{4,6 \times 10^5 \text{ J}}{\frac{1}{2}(0,0040 \text{ kg})(950 \text{ m/s})^2} = 2,6 \times 10^2.$$

67. (a) O módulo da força que age sobre o satélite é  $GMm/r^2$ , em que  $M$  é a massa da Terra,  $m$  é a massa do satélite e  $r$  é o raio da órbita. A força aponta na direção do centro da órbita. Como a aceleração do satélite é  $v^2/r$ , sendo que  $v$  é a velocidade, a segunda lei de Newton nos dá  $GMm/r^2 = mv^2/r$  e a velocidade é dada por  $v = \sqrt{GM/r}$ . O raio da órbita é a soma do raio da Terra com a altitude do satélite:

$$r = (6,37 \times 10^6 + 640 \times 10^3) \text{ m} = 7,01 \times 10^6 \text{ m}.$$

Assim,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})}{7,01 \times 10^6 \text{ m}}} = 7,54 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

(b) O período é

$$T = 2\pi r/v = 2\pi(7,01 \times 10^6 \text{ m})/(7,54 \times 10^3 \text{ m/s}) = 5,84 \times 10^3 \text{ s} \approx 97 \text{ min}.$$

(c) Se  $E_0$  é a energia inicial, a energia após  $n$  órbitas é  $E = E_0 - nC$ , em que  $C = 1,4 \times 10^5$  J/órbita. Como, no caso de uma órbita circular, a energia e o raio da órbita estão relacionados através da equação  $E = -GMm/2r$ , o raio após  $n$  órbitas é dado por  $r = -GMm/2E$ .

A energia inicial é

$$E_0 = -\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})(220 \text{ kg})}{2(7,01 \times 10^6 \text{ m})} = -6,26 \times 10^9 \text{ J},$$

a energia após 1500 órbitas é

$$E = E_0 - nC = -6,26 \times 10^9 \text{ J} - (1500 \text{ órbitas})(1,4 \times 10^5 \text{ J/órbita}) = -6,47 \times 10^9 \text{ J}$$

e o raio da órbita após 1500 órbitas é

$$r = -\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})(220 \text{ kg})}{2(-6,47 \times 10^9 \text{ J})} = 6,78 \times 10^6 \text{ m}.$$

A altitude é

$$h = r - R = (6,78 \times 10^6 - 6,37 \times 10^6 \text{ m}) = 4,1 \times 10^5 \text{ m}$$

em que  $R$  é o raio da Terra.

(d) A velocidade é

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})}{6,78 \times 10^6 \text{ m}}} = 7,67 \times 10^3 \text{ m/s} \approx 7,7 \text{ km/s}.$$

(e) O período é

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(6,78 \times 10^6 \text{ m})}{7,67 \times 10^3 \text{ m/s}} = 5,6 \times 10^3 \text{ s} \approx 93 \text{ min}.$$

(f) Seja  $F$  o módulo da força média e  $s$  a distância coberta pelo satélite. Nesse caso, o trabalho realizado pela força é  $W = -Fs$ . Esse trabalho é igual à variação da energia:  $-Fs = \Delta E$ . Assim,  $F = -\Delta E/s$ . Vamos calcular essa expressão para a primeira órbita. No caso de uma órbita completa,  $s = 2\pi r = 2\pi(7,01 \times 10^6 \text{ m}) = 4,40 \times 10^7 \text{ m}$  e  $\Delta E = -1,4 \times 10^5 \text{ J}$ . Assim,

$$F = -\frac{\Delta E}{s} = \frac{1,4 \times 10^5 \text{ J}}{4,40 \times 10^7 \text{ m}} = 3,2 \times 10^{-3} \text{ N}.$$

(g) Como a força retardadora exerce um torque sobre o satélite, o momento angular do satélite não é conservado.

(h) Supondo que o sistema satélite-Terra é isolado (o que constitui uma aproximação razoável), o momento do sistema é conservado.

68. O raio da órbita é  $r = R_T + h = 6370 \text{ km} + 400 \text{ km} = 6770 \text{ km} = 6,77 \times 10^6 \text{ m}$ .

(a) De acordo com a Eq. 13-34, o período da órbita das espaçonaves é

$$T_0 = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (6,77 \times 10^6 \text{ m})^3}{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})}} = 5,54 \times 10^3 \text{ s} \approx 92,3 \text{ min}.$$

(b) A velocidade das espaçonaves é

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T_0} = \frac{2\pi(6,77 \times 10^6 \text{ m})}{5,54 \times 10^3 \text{ s}} = 7,68 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

(c) A nova energia cinética da espaçonave de Picard é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(0,99v_0)^2 = \frac{1}{2}(2000 \text{ kg})(0,99)^2(7,68 \times 10^3 \text{ m/s})^2 = 5,78 \times 10^{10} \text{ J}.$$

(d) Imediatamente após o disparo, a energia potencial é a mesma que antes do disparo. Assim,

$$U = -\frac{GMm}{r} = -\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})(2000 \text{ kg})}{6,77 \times 10^6 \text{ m}} = -1,18 \times 10^{11} \text{ J}.$$

(e) Na nova órbita elíptica, a energia total da nave de Picard é

$$E = K + U = 5,78 \times 10^{10} \text{ J} + (-1,18 \times 10^{11} \text{ J}) = -6,02 \times 10^{10} \text{ J}.$$

(f) De acordo com a Eq. 13-42, no caso de uma órbita elíptica, a energia total é dada por  $E = -GMm / 2a$ , em que  $a$  é o semieixo maior da elipse. Assim,

$$a = -\frac{GMm}{2E} = -\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})(2000 \text{ kg})}{2(-6,02 \times 10^{10} \text{ J})} = 6,63 \times 10^6 \text{ m}.$$

(g) Para calcular o período, usamos a Eq. 13-34 com  $a$  em lugar de  $r$ . O resultado é

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (6,63 \times 10^6 \text{ m})^3}{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})}} = 5,37 \times 10^3 \text{ s} \approx 89,5 \text{ min}.$$

(h) Como a diferença entre o período da órbita da nave de Picard e o período da órbita da nave de Kirk é

$$\Delta T = T_0 - T = 5540 \text{ s} - 5370 \text{ s} = 170 \text{ s},$$

a nave de Picard chega de volta ao ponto  $P$   $170 \text{ s} - 90 \text{ s} = 80 \text{ s}$  antes da nave de Kirk.

69. Definimos a “aceleração efetiva da gravidade” no referencial do físico por meio da equação  $g_{ef} = 220/60 = 3,67 \text{ m/s}^2$ . Assim, usando as equações do Capítulo 2 (e escolhendo como positivo o sentido para baixo), podemos calcular o “tempo de queda”:

$$\Delta y = v_0 t + \frac{1}{2} g_{ef} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2(2,1 \text{ m})}{3,67 \text{ m/s}^2}} = 1,1 \text{ s}.$$

70. (a) A aceleração gravitacional  $a_g$  é dada pela Eq. 13-11. Este problema trata da diferença entre o valor de  $a_g$  calculado para  $r = 50R_b$  e o valor de  $a_g$  calculado para  $r = 50R_b + h$ , em que  $h$  é a sua altura. Supondo que  $h$  é muito menor que  $50R_b$ , podemos substituir  $h$  pelo incremento  $dr$  que aparece quando diferenciamos a Eq. 13-11:

$$|da_g| = \frac{2GM}{r^3} dr \approx \frac{2GM}{50^3 R_b^3} h = \frac{c^6}{50^3 (2GM)^2}.$$

Para obter o valor de  $M$ , vamos fazer  $|da_g| = 10 \text{ m/s}^2$  e supor que  $1,4 \text{ m} < h < 1,9 \text{ m}$ . Expressar a resposta em termos de  $M_s$ , a massa do Sol, significa dividir a massa  $M$  por  $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ . O resultado final é  $105 < M/M_s < 125$ .

(b) Curiosamente, esse é o limite inferior (o que certamente vai surpreender muitos estudantes), já que, na expressão acima,  $|da_g|$  é inversamente proporcional a  $M^2$ . É preciso lembrar que a distância de  $50R_b$  de um buraco negro pequeno é muito menor que a distância de  $50R_b$  de um buraco negro grande.

71. (a) De acordo com a Eq. 13-21, como todos os pontos do anel estão à mesma distância ( $r = \sqrt{x^2 + R^2}$ ) da partícula, a energia potencial gravitacional é, simplesmente,  $U = -GMm/\sqrt{x^2 + R^2}$ . A força correspondente, por simetria, coincide com o eixo  $x$ ; podemos calculá-la tomando o negativo da derivada de  $U$  (veja a Eq. 8-22). O resultado é  $GMmx(x^2 + R^2)^{-3/2}$ .

(b) A variação da energia potencial quando a partícula se desloca até o centro do anel é

$$\Delta U = -GMm \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right)$$

De acordo com a lei de conservação da energia mecânica, essa diferença “se transforma” em energia cinética, ou seja,  $\Delta K = -\Delta U = mv^2 / 2$ . Assim, temos:

$$\frac{1}{2}mv^2 = GMm \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) \Rightarrow v = \sqrt{2GM \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right)}.$$

72. (a) Para  $M = 2,0 \times 10^{30}$  kg e  $r = 10000$  m, temos:

$$a_g = \frac{GM}{r^2} = 1,3 \times 10^{12} \text{ m/s}^2.$$

(b) Embora seja possível resolver o problema usando as equações de aceleração constante do Capítulo 2, vamos usar uma abordagem mais geral, baseada na conservação de energia:

$$K_o + U_o = K + U$$

em que  $K_o = 0$ ,  $K = \frac{1}{2}mv^2$  e  $U$  é dada pela Eq. 13-21. Para  $r_o = 10001$  m, temos:

$$v = \sqrt{2GM \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_o} \right)} = 1,6 \times 10^6 \text{ m/s}.$$

73. De acordo com a lei de conservação da energia e a Eq. 13-21, temos:

$$K_1 - \frac{GMm}{r_1} = K_2 - \frac{GMm}{r_2}.$$

Extraindo do gráfico da Fig. 13-52 dois pares de valores,  $(K_1, r_1)$  e  $(K_2, r_2)$ , e substituindo  $G$  e  $M$  por seus valores,  $6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$  e  $5,98 \times 10^{24}$  kg, respectivamente, obtemos

(a)  $m \approx 1,0 \times 10^3$  kg.

(b)  $v = (2K/m)^{1/2} \approx 1,5 \times 10^3$  m/s (para  $r = 1,945 \times 10^7$  m).

74. Estimamos que o planeta tem um raio  $r = 10$  m. Para estimar a massa  $m$  do planeta, supomos que a massa específica do planeta é a mesma da Terra (e usamos o fato de que o volume de uma esfera é  $4\pi r^3/3$ ):

$$\frac{m}{4\pi r^3/3} = \frac{M_T}{4\pi R_T^3/3} \Rightarrow m = M_T \left( \frac{r}{R_T} \right)^3$$

o que nos dá (para  $M_T \approx 6 \times 10^{24}$  kg e  $R_T \approx 6,4 \times 10^6$  m)  $m = 2,3 \times 10^7$  kg.

(a) Para os valores de  $r$  e  $m$  acima, a aceleração da gravidade na superfície do planeta é

$$a_g = \frac{Gm}{r^2} = \frac{(6,7 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \text{kg})(2,3 \times 10^7 \text{ kg})}{(10 \text{ m})^2} = 1,5 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2 \approx 2 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2.$$

(b) De acordo com a Eq. 13-28, a velocidade de escape é  $v = \sqrt{\frac{2Gm}{r}} \approx 0,02$  m/s.

75. Vamos chamar de  $m_1$  a massa da esfera de coordenadas  $(x_1, y_1) = (0,5; 1,0)$  (em unidades do SI), de  $m_2$  a esfera de coordenadas  $(x_2, y_2) = (-1,0; -1,0)$  e de  $m_3$  a esfera de coordenadas  $(x_3, y_3) = (0; -0,5)$ . A massa da esfera de 20 kg localizada na origem será simplesmente chamada



de  $m$ . Note que  $r_1 = \sqrt{1,25}$ ,  $r_2 = \sqrt{2}$  e  $r_3 = 0,5$  (novamente em unidades do SI). Como a força  $\vec{F}_n$  que a esfera  $n$  exerce sobre a massa  $m$  tem módulo  $Gm_n m / r_n^2$  e aponta da origem para a esfera  $n$ , pode ser expressa na forma

$$\vec{F}_n = \frac{Gm_n m}{r_n^2} \left( \frac{x_n}{r_n} \hat{i} + \frac{y_n}{r_n} \hat{j} \right) = \frac{Gm_n m}{r_n^3} (x_n \hat{i} + y_n \hat{j}).$$

Assim, a força resultante a que a massa  $m$  está sujeita é dada por

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum_{n=1}^3 \vec{F}_n = Gm \left[ \left( \sum_{n=1}^3 \frac{m_n x_n}{r_n^3} \right) \hat{i} + \left( \sum_{n=1}^3 \frac{m_n y_n}{r_n^3} \right) \hat{j} \right] = (-9,3 \times 10^{-9} \text{ N}) \hat{i} - (3,2 \times 10^{-7} \text{ N}) \hat{j}.$$

O módulo da força resultante é, portanto,  $|\vec{F}_{\text{res}}| = 3,2 \times 10^{-7} \text{ N}$ .

76. Vamos usar a equação  $F = Gm_s m_m / r^2$ , em que  $m_s$  é a massa do satélite,  $m_m$  é a massa do meteoro e  $r$  é a distância entre o centro do satélite e o centro do meteoro. A distância entre os centros é

$$r = R + d = 15 \text{ m} + 3 \text{ m} = 18 \text{ m}$$

em que  $R$  é o raio do satélite e  $d$  é a distância da superfície ao centro do meteoro. Assim,

$$F = \frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2)(20 \text{ kg})(7,0 \text{ kg})}{(18 \text{ m})^2} = 2,9 \times 10^{-11} \text{ N}.$$

77. Note que  $r_A$  (a distância entre a esfera  $A$  e a origem, que é igual à distância entre a esfera  $A$  e a esfera  $B$ ) é  $0,5$ ,  $r_C = 0,8$  e  $r_D = 0,4$  (em unidades do SI). Como a força  $\vec{F}_k$  que a esfera  $k$  exerce sobre a esfera  $B$  tem módulo  $Gm_k m_B / r_k^2$  e aponta da origem para  $m_k$ , pode ser expressa na forma

$$\vec{F}_k = \frac{Gm_k m_B}{r_k^2} \left( \frac{x_k}{r_k} \hat{i} + \frac{y_k}{r_k} \hat{j} \right) = \frac{Gm_k m_B}{r_k^3} (x_k \hat{i} + y_k \hat{j}).$$

Assim, a força resultante a que a esfera  $B$  está sujeita é dada por

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum_k \vec{F}_k = Gm_B \left[ \left( \sum_k \frac{m_k x_k}{r_k^3} \right) \hat{i} + \left( \sum_k \frac{m_k y_k}{r_k^3} \right) \hat{j} \right] = (3,7 \times 10^{-5} \text{ N}) \hat{j}.$$

78. (a) Note que  $r_C$  (a distância entre a esfera  $C$  e a origem, que é igual à distância entre a esfera  $C$  e a esfera  $B$ ) é  $0,8$ ,  $r_D = 0,4$  e  $r_{CD} = 1,2$  (em unidades do SI). A energia potencial total, portanto, é

$$-\frac{GM_B M_C}{r_C^2} - \frac{GM_B M_D}{r_D^2} - \frac{GM_C M_D}{r_{CD}^2} = -1,3 \times 10^{-4} \text{ J}$$

usando as massas do problema anterior.

(b) Como todos os termos de energia potencial do tipo apresentado neste capítulo são necessariamente negativos, já que são da forma  $-GmM/r^2$ , na qual todos os fatores são positivos, a inclusão de uma nova massa só pode reduzir o valor do total, ou seja, torná-lo mais negativo.

(c) O resultado do item anterior leva à conclusão de que o trabalho para remover do sistema a esfera  $A$  aumenta a energia do sistema, o que significa que o trabalho é positivo.

(d) Como o sistema se torna mais negativo quando a esfera  $A$  é reintroduzida, o trabalho nesse caso é negativo.

79. O módulo da força gravitacional total a que está submetida uma das estrelas menores (de massa  $m$ ) é

$$\frac{GMm}{r^2} + \frac{Gmm}{(2r)^2} = \frac{Gm}{r^2} \left( M + \frac{m}{4} \right).$$

Como essa força é a força centrípeta que mantém a estrela em órbita, temos:

$$\frac{Gm}{r^2} \left( M + \frac{m}{4} \right) = m \frac{v^2}{r},$$

na qual  $v = 2\pi r / T$ . Substituindo  $v$  pelo seu valor e explicitando o período  $T$ , obtemos:

$$T = \frac{2\pi r^{3/2}}{\sqrt{G(M + m/4)}}.$$

80. Se a velocidade angular fosse maior, objetos soltos na superfície do planeta seriam arremessados para o espaço.

(a) O módulo da força gravitacional exercida pelo planeta sobre um objeto de massa  $m$  na superfície é dado por  $F = GmM / R^2$ , em que  $M$  é a massa do planeta e  $R$  é o raio do planeta. De acordo com a segunda lei de Newton, essa força é igual a  $mv^2 / R$ , em que  $v$  é a velocidade do objeto. Assim,

$$\frac{GM}{R^2} = \frac{v^2}{R}.$$

Para  $M = 4\pi\rho R^3 / 3$ , sendo que  $\rho$  é a massa específica, e levando em conta o fato de que  $v = 2\pi R / T$ , na qual  $T$  é o período de revolução, temos:

$$\frac{4\pi}{3} G\rho R = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

Explicitando  $T$ , obtemos

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}.$$

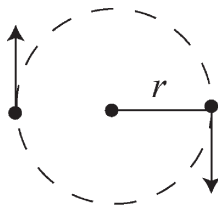
(b) Para  $\rho = 3,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , temos:

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{(6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{s}^2 \cdot \text{kg})(3,0 \times 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3)}} = 6,86 \times 10^3 \text{ s} = 1,9 \text{ h}.$$

81. Em um sistema binário, as estrelas giram em torno do centro de massa comum.

A situação está representada na figura a seguir. A força gravitacional entre as duas estrelas (ambas de massa  $M$ ) é

$$F_g = \frac{GM^2}{(2r)^2} = \frac{GM^2}{4r^2}.$$



A força gravitacional entre as estrelas é a força centrípeta que mantém as estrelas em órbita. Assim, escrevendo a aceleração centrípeta na forma  $r\omega^2$ , na qual  $\omega$  é a velocidade angular, temos:

$$F_g = F_c \Rightarrow \frac{GM^2}{4r^2} = Mr\omega^2.$$

(a) Substituindo os valores conhecidos e explicitando  $\omega$ , obtemos

$$\omega = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{GM}{r^3}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(3,0 \times 10^{30} \text{ kg})}{(1,0 \times 10^{11} \text{ m})^3}} = 2,2 \times 10^{-7} \text{ rad/s.}$$

(b) A menor energia necessária para que o meteorito escape é a que torna a energia total igual a zero (veja a discussão que precede a Eq. 13-28). Chamando de  $m$  a massa do meteorito, temos:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM}{r} - \frac{GmM}{r} = 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{4GM}{r}} = 8,9 \times 10^4 \text{ m/s.}$$

82. De acordo com a lei de conservação do momento angular,

$$I_p \omega_p = I_a \omega_a$$

o que nos dá  $\omega_p = (r_a / r_p)^2 \omega_a$ . Além disso,  $r_p = 2a - r_a$ , em que  $a$  é o semieixo maior da elipse, dado pela Eq. 13-34. Assim,

$$\omega_p = \frac{r_a^2 \omega_a}{[2(GMT^2 / 4\pi^2)^{1/3} - r_a]^2} = 9,24 \times 10^{-5} \text{ rad/s.}$$

83. Usamos primeiro a lei dos períodos:  $T^2 = (4\pi^2/GM)r^3$ , em que  $M$  é a massa do planeta e  $r$  é o raio da órbita. Quando o disparo do retrofoguetes reduz a velocidade da nave, a órbita passa a ser elíptica, com o semieixo maior dado por  $a = -GMm / 2E$ , em que  $E = K + U$  é a energia mecânica do ônibus espacial, e o período passa a ser  $T' = \sqrt{4\pi^2 a^3 / GM}$ .

(a) De acordo com a lei dos períodos de Kepler, temos:

$$T = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{GM}\right) r^3} = \sqrt{\frac{4\pi^2(4,20 \times 10^7 \text{ m})^3}{(6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(9,50 \times 10^{25} \text{ kg})}} = 2,15 \times 10^4 \text{ s.}$$

(b) Como a velocidade (antes do disparo do retrofoguetes) é constante,

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(4,20 \times 10^7 \text{ m})}{2,15 \times 10^4 \text{ s}} = 1,23 \times 10^4 \text{ m/s.}$$

(c) Uma redução de 2% no valor obtido no item (b) nos dá

$$v = 0,98v_0 = 0,98(1,23 \times 10^4 \text{ m/s}) = 1,20 \times 10^4 \text{ m/s.}$$

(d) A energia cinética é

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(3000 \text{ kg})(1,20 \times 10^4 \text{ m/s})^2 = 2,17 \times 10^{11} \text{ J.}$$

(e) Imediatamente após o disparo do retrofoguetes, a energia potencial é a mesma que antes do disparo:

$$U = -\frac{GmM}{r} = -\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(9,50 \times 10^{25} \text{ kg})(3000 \text{ kg})}{4,20 \times 10^7 \text{ m}} = -4,53 \times 10^{11} \text{ J.}$$

(f) A energia mecânica total é a soma dos resultados dos itens (d) e (e):

$$E = K + U = 2,17 \times 10^{11} \text{ J} + (-4,53 \times 10^{11} \text{ J}) = -2,35 \times 10^{11} \text{ J.}$$

(g) De acordo com a Eq. 13-42, o comprimento do semieixo maior é

$$a = -\frac{GmM}{2E} = -\frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(9,50 \times 10^{25} \text{ kg})(3000 \text{ kg})}{2(-2,35 \times 10^{11} \text{ J})} = 4,04 \times 10^7 \text{ m.}$$

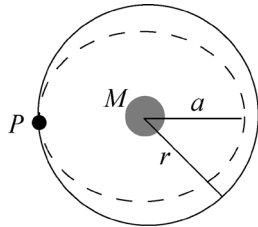
(h) De acordo com a lei dos períodos de Kepler para órbitas elípticas (ou seja, usando  $a$  em lugar de  $r$  na Eq. 13-34), temos:

$$T' = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{GM}\right) a^3} = \sqrt{\frac{4\pi^2(4,04 \times 10^7 \text{ m})^3}{(6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(9,50 \times 10^{25} \text{ kg})}} = 2,03 \times 10^4 \text{ s}.$$

A diferença entre os períodos antes e depois do disparo do retrofogueto é  $T - T' = 1,22 \times 10^3 \text{ s}$ .

(i) Comparando os resultados dos itens (a) e (h), vemos que o menor período é da órbita elíptica.

*Nota:* A figura a seguir mostra as órbitas do ônibus espacial antes e depois do disparo do retrofogueto. O ponto  $P$  corresponde ao ponto da órbita em que o retrofogueto foi disparado.



84. (a) Como o volume de uma esfera é  $4\pi R^3/3$ , a massa específica é

$$\rho = \frac{M_{\text{total}}}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3M_{\text{total}}}{4\pi R^3}.$$

Quando calculamos a aceleração gravitacional produzida pela esfera ou por uma parte da esfera, devemos levar em conta apenas a massa  $M$  situada a uma distância menor ou igual a  $r$ , que produz uma aceleração  $GM/r^2$ . Como  $M = \rho(4\pi r^3/3)$  para  $r \leq R$ , temos:

$$\frac{G\left(\frac{3M_{\text{total}}}{4\pi R^3}\right)\left(\frac{4\pi r^3}{3}\right)}{r^2} = \frac{GM_{\text{total}}r}{R^3}$$

para pontos situados no interior ou na superfície da esfera. Assim, o valor de  $a_g$  a que se refere o enunciado do problema é

$$a_g = \frac{GM_{\text{total}}}{R^2},$$

e podemos calcular o valor de  $r$  para o qual a aceleração é  $a_g/3$ :

$$\frac{GM_{\text{total}}}{3R^2} = \frac{GM_{\text{total}}r}{R^3} \Rightarrow r = \frac{R}{3}.$$

(b) Vamos agora examinar o caso de um ponto fora da esfera. Para  $r > R$ , a aceleração é  $GM_{\text{total}}/r^2$  e, portanto, para que essa aceleração seja igual a  $a_g/3$ , devemos ter

$$\frac{GM_{\text{total}}}{3R^2} = \frac{GM_{\text{total}}}{r^2} \Rightarrow r = \sqrt{3}R.$$

85. De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GmM}{r_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GmM}{r_2}$$

Em que  $M = 5,98 \times 10^{24}$  kg,  $r_1 = R = 6,37 \times 10^6$  m e  $v_1 = 10000$  m/s. Fazendo  $v_2 = 0$  na equação acima (e notando que o resultado não depende de  $m$ ), obtemos  $r_2 = 3,2 \times 10^7$  m. Isso significa que a *altitude máxima* atingida pelo projétil é

$$h = r_2 - R = 2,5 \times 10^7 \text{ m.}$$

86. Note que, como  $v = 2\pi r/T$ , a aceleração centrípeta pode ser escrita na forma  $a = 4\pi^2 r/T^2$ . Para expressar o resultado em unidades de  $g$ , basta dividir por  $9,8$  m/s<sup>2</sup>.

(a) A aceleração associada ao movimento de rotação da Terra ( $T = 24$  h = 86.400 s) é

$$a = g \frac{4\pi^2 (6,37 \times 10^6 \text{ m})}{(86.400 \text{ s})^2 (9,8 \text{ m/s}^2)} = 3,4 \times 10^{-3} g.$$

(b) A aceleração associada ao movimento de translação da Terra ( $T = 1$  ano =  $3,156 \times 10^7$  s) é

$$a = g \frac{4\pi^2 (1,5 \times 10^{11} \text{ m})}{(3,156 \times 10^7 \text{ s})^2 (9,8 \text{ m/s}^2)} = 6,1 \times 10^{-4} g.$$

(c) A aceleração associada ao movimento do Sistema Solar em torno do centro da galáxia ( $T = 2,5 \times 10^8$  anos =  $7,9 \times 10^{15}$  s) é

$$a = g \frac{4\pi^2 (2,2 \times 10^{20} \text{ m})}{(7,9 \times 10^{15} \text{ s})^2 (9,8 \text{ m/s}^2)} = 1,4 \times 10^{-11} g.$$

87. (a) Poderíamos usar a equação  $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y$ , como nos problemas de queda livre do Capítulo 2, porque, no caso de uma distância tão pequena, a aceleração gravitacional é praticamente constante. Entretanto, não é necessário supor que a aceleração gravitacional é constante se aplicarmos a lei de conservação da energia:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GMm}{r_0} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM(r_0 - r)}{r_0 r}}$$

o que nos dá  $v = 1,4 \times 10^6$  m/s.

(b) Estimamos o diâmetro da maçã como  $h = 7$  cm = 0,07 m. Podemos obter a resposta aplicando a Eq. 13-11 a uma distância igual ao raio  $r$  da estrela de nêutrons e a uma distância  $r + h$ , sem arredondar o resultado, e calculando a diferença entre os dois valores. Como  $h \ll r$ , podemos também calcular a diferencial da equação e fazer  $dr$  igual a  $h$ . Vamos usar o segundo método:

$$|da_g| = \left| -2 \frac{GM}{r^3} dr \right| \approx 2 \frac{GM}{r^3} h = 3 \times 10^6 \text{ m/s}^2.$$

88. Vamos aplicar o teorema do trabalho e energia à carta. Ela parte de um ponto da superfície da Terra sem velocidade inicial e chega ao centro da Terra com velocidade  $v_f$ . O aumento correspondente de energia cinética,  $\frac{1}{2}mv_f^2$ , é igual ao trabalho realizado sobre a carta pela gravidade terrestre:  $\int F dr = \int (-Kr) dr$ . Assim,

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \int_R^0 F dr = \int_R^0 (-Kr) dr = \frac{1}{2}KR^2$$

na qual  $R$  é o raio da Terra. Explicitando  $v_f$ , obtemos  $v_f = R \sqrt{K/m}$ . Note que a aceleração da gravidade  $a_g = g = 9,8$  m/s<sup>2</sup> na superfície da Terra é dada por

$$a_g = GM/R^2 = G(4\pi R^3/3)\rho/R^2,$$

na qual  $\rho$  é a massa específica média da Terra. Isso nos permite escrever  $K/m = 4\pi G\rho/3 = g/R$ . Assim,

$$v_f = R \sqrt{\frac{K}{m}} = R \sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{gR} = \sqrt{(9,8 \text{ m/s}^2)(6,37 \times 10^6 \text{ m})} = 7,9 \times 10^3 \text{ m/s.}$$

89. Para comparar a energia cinética, a energia potencial e a velocidade da Terra no afélio (maior distância do Sol) e no periélio (menor distância do Sol), aplicamos as leis de conservação da energia e do momento angular.

Como a energia mecânica total é a mesma no afélio e no periélio, temos:

$$\frac{1}{2}mv_a^2 - \frac{GM_S M_T}{R_a} = \frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{GM_S M_T}{R_p}.$$

Como o momento angular é o mesmo no afélio e no periélio, temos:  $v_a R_a = v_p R_p$ .

(a) Como a energia total é conservada, a diferença entre a energia total no afélio e no periélio é zero.

(b) A diferença de energia potencial é

$$\begin{aligned} \Delta U &= U_a - U_p = -GM_S M_T \left( \frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_p} \right) \\ &= -(6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(1,99 \times 10^{30} \text{ kg})(5,98 \times 10^{24} \text{ kg}) \left( \frac{1}{1,52 \times 10^{11} \text{ m}} - \frac{1}{1,47 \times 10^{11} \text{ m}} \right) \\ &\approx 1,8 \times 10^{32} \text{ J}. \end{aligned}$$

(c) Como  $\Delta K + \Delta U = 0$ ,  $\Delta K = K_a - K_p = -\Delta U \approx -1,8 \times 10^{32} \text{ J}$ .

(d) Como  $v_a R_a = v_p R_p$ , a variação de energia cinética pode ser escrita na forma

$$\Delta K = K_a - K_p = \frac{1}{2} M_T (v_a^2 - v_p^2) = \frac{1}{2} M_T v_a^2 \left( 1 - \frac{R_a^2}{R_p^2} \right)$$

o que nos dá

$$v_a = \sqrt{\frac{2(\Delta K)}{M_T(1 - R_a^2/R_p^2)}} = 2,95 \times 10^4 \text{ m/s}.$$

Assim, a variação de velocidade é

$$\begin{aligned} \Delta v &= v_a - v_p = \left( 1 - \frac{R_a}{R_p} \right) v_a = \left( 1 - \frac{1,52 \times 10^{11} \text{ m}}{1,47 \times 10^{11} \text{ m}} \right) (2,95 \times 10^4 \text{ m/s}) \\ &= -0,99 \times 10^3 \text{ m/s} = -0,99 \text{ km/s}. \end{aligned}$$

A velocidade no afélio é menor que a velocidade no periélio.

*Nota:* Como as variações são pequenas, o problema também pode ser resolvido usando diferenciais:

$$dU = \left( \frac{GM_T M_S}{r^2} \right) dr \approx \frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(1,99 \times 10^{30} \text{ kg})(5,98 \times 10^{24} \text{ kg})}{(1,5 \times 10^{11} \text{ m})^2} (5 \times 10^9 \text{ m}).$$

Isso nos dá  $\Delta U \approx 1,8 \times 10^{32} \text{ J}$ . Analogamente, com  $\Delta K \approx dK = M_T v dv$ , em que  $v \approx 2\pi R/T$ , temos:

$$1,8 \times 10^{32} \text{ J} \approx (5,98 \times 10^{24} \text{ kg}) \left[ \frac{2\pi (1,5 \times 10^{11} \text{ m})}{3,156 \times 10^7 \text{ s}} \right] \Delta v$$

o que nos dá uma diferença  $\Delta v \approx 0,99 \text{ km/s}$  entre a velocidade da Terra no afélio e no periélio.

90. (a) Como a órbita é circular,  $F/m$  é igual à aceleração centrípeta:

$$\frac{80 \text{ N}}{50 \text{ kg}} = \frac{v^2}{r}.$$

Como  $v = 2\pi r/T$ ,  $T = 21.600 \text{ s}$ , temos:

$$1,6 \text{ m/s}^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

o que nos dá  $r = 1,9 \times 10^7 \text{ m}$ .

(b) Usando o valor de  $r$  obtido no item (a), obtemos  $v^2 = (1,6 \text{ m/s}^2)r = 3,0 \times 10^7 \text{ m}^2/\text{s}^2$ . Assim,  $K = \frac{1}{2}mv^2 = 7,6 \times 10^8 \text{ J}$ .

(c) Como foi discutido na Seção 13-4,  $F/m$  também corresponde à aceleração gravitacional:

$$a_g = 1,6 \text{ m/s}^2 = \frac{GM}{r^2}.$$

Assim,  $M = 8,6 \times 10^{24} \text{ kg}$ .

91. (a) A energia potencial inicial dos astros é  $-Gm^2/R_i$ ; como os astros partiram do repouso, a lei de conservação da energia nos dá

$$-\frac{Gm^2}{R_i} = K_{\text{total}} - \frac{Gm^2}{0,5R_i} \Rightarrow K_{\text{total}} = \frac{Gm^2}{R_i}.$$

(b) Como os dois astros têm massas iguais e o observador se encontra no referencial do centro de massa, a velocidade e a energia cinética são as mesmas para os dois astros. Assim,

$$K = \frac{1}{2}K_{\text{total}} = \frac{Gm^2}{2R_i}.$$

(c) Explicitando  $v$  na equação  $K = \frac{1}{2}mv^2$ , obtemos  $v = \sqrt{Gm/R_i}$ .

(d) A velocidade relativa dos dois astros é  $v_r = 2v = 2\sqrt{Gm/R_i}$ .

(e) Se o observador se encontra no astro  $A$ , a energia cinética do astro  $A$  é sempre nula e, portanto,  $K_{\text{total}} = K_B$ , o que nos dá  $K_B = Gm^2/R_i$ .

(f) Usando a equação  $\frac{1}{2}mv_B^2 = K_B$ , obtemos  $v_B = \sqrt{2Gm/R_i}$ .

(g) A resposta do item (f) está errada porque os cálculos foram executados para um referencial, o astro  $A$ , que, por estar acelerado, não é um referencial inercial. Lembre-se de que as equações de energia do Capítulo 8 são válidas apenas para referenciais inerciais.

92. (a) Note que a altitude do foguete é  $h = R - R_T$ , sendo  $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$ . Para  $M = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ,  $R_0 = R_T + h_0 = 6,57 \times 10^6 \text{ m}$  e  $R = 7,37 \times 10^6 \text{ m}$ , temos:

$$K_i + U_i = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}m(3,70 \times 10^3 \text{ m/s})^2 - \frac{GmM}{R_0} = K - \frac{GmM}{R}$$

o que nos dá  $K = 3,83 \times 10^7 \text{ J}$ .

(b) De acordo com a lei de conservação da energia,

$$K_i + U_i = K_f + U_f \Rightarrow \frac{1}{2}m(3,70 \times 10^3)^2 - \frac{GmM}{R_0} = 0 - \frac{GmM}{R_f}$$

Assim,  $R_f = 7,40 \times 10^6 \text{ m}$ , o que corresponde a uma altitude de  $1034,9 \text{ km} \approx 1,03 \times 10^3 \text{ km}$ .

93. De acordo com a lei de conservação da energia, temos:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GmM}{r_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GmM}{r_2}$$

em que  $M = 7,0 \times 10^{24}$  kg,  $r_2 = R = 1,6 \times 10^6$  m e  $r_1 = \infty$  (o que significa que  $U_1 = 0$ ). Como o meteorito está inicialmente em repouso,  $v_1 = 0$ . Assim,  $K_1 + U_1 = 0$  e a equação anterior se torna

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GmM}{r_2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 2,4 \times 10^4 \text{ m/s.}$$

94. A distância inicial entre a bola e as esferas é  $r_0 = \infty$ , o que significa que a energia potencial gravitacional inicial é zero. De acordo com o teorema de Pitágoras, a distância entre a bola e as esferas quando a bola está no ponto  $x = 0,30$  m,  $y = 0$  é  $r = 0,50$  m.

(a) Para  $M = 20$  kg e  $m = 10$  kg, a lei de conservação da energia nos dá

$$K_i + U_i = K + U \Rightarrow 0 + 0 = K - 2 \frac{GmM}{r}$$

e, portanto,  $K = 2GmM/r = 5,3 \times 10^{-8}$  J.

(b) Como as componentes  $y$  das duas forças se cancelam, a força resultante aponta no sentido negativo do eixo  $x$  e o módulo da força é  $2F_x = 2(GmM/r^2) \cos \theta$ , sendo  $\theta = \tan^{-1}(4/3) = 53^\circ$ . Assim, em termos dos vetores unitários,  $\vec{F}_{\text{res}} = (-6,4 \times 10^{-8} \text{ N})\hat{i}$ .

95. Os módulos das forças que  $m_A$  e  $m_B$  exercem sobre  $m_C$  são, respectivamente,

$$F_{AC} = \frac{Gm_A m_C}{r_{AC}^2} = 2,7 \times 10^{-8} \text{ N} \quad \text{e} \quad F_{BC} = \frac{Gm_B m_C}{r_{BC}^2} = 3,6 \times 10^{-8} \text{ N}$$

em que  $r_{AC} = 0,20$  m e  $r_{BC} = 0,15$  m. Para  $r_{AB} = 0,25$  m, o ângulo que  $\vec{F}_A$  faz com o eixo  $x$  é dado por

$$\theta_A = \pi + \cos^{-1} \left( \frac{r_{AC}^2 + r_{AB}^2 - r_{BC}^2}{2r_{AC}r_{AB}} \right) = \pi + \cos^{-1}(0,80) = 217^\circ.$$

Da mesma forma, o ângulo que  $\vec{F}_B$  faz com o eixo  $x$  é dado por

$$\theta_B = -\cos^{-1} \left( \frac{r_{AB}^2 + r_{BC}^2 - r_{AC}^2}{2r_{AB}r_{BC}} \right) = -\cos^{-1}(0,60) = -53^\circ.$$

A força resultante que age sobre  $m_C$  é, portanto,

$$\begin{aligned} \vec{F}_C &= F_{AC}(\cos \theta_A \hat{i} + \sin \theta_A \hat{j}) + F_{BC}(\cos \theta_B \hat{i} + \sin \theta_B \hat{j}) \\ &= (F_{AC} \cos \theta_A + F_{BC} \cos \theta_B)\hat{i} + (F_{AC} \sin \theta_A + F_{BC} \sin \theta_B)\hat{j} \\ &= (-4,4 \times 10^{-8} \text{ N})\hat{j}. \end{aligned}$$

96. (a) Como foi visto no Capítulo 2,  $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ , em que  $a$  pode ser interpretada como a aceleração média nos casos em que a aceleração não é constante. Para  $v_0 = 0$ ,  $v = 11.000$  m/s e  $\Delta x = 220$  m, obtemos  $a = 2,75 \times 10^5$  m/s<sup>2</sup>. Assim,

$$a = \left( \frac{2,75 \times 10^5 \text{ m/s}^2}{9,8 \text{ m/s}^2} \right) g = 2,8 \times 10^4 g.$$

(b) Uma aceleração tão grande seria mortal para os astronautas.



(c) Usando novamente a equação  $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ , obtemos

$$a = \frac{(7000 \text{ m/s})^2}{2(3500 \text{ m})} = 7000 \text{ m/s}^2 = 714g.$$

(d) Podemos usar a lei de conservação da energia para calcular a velocidade  $v$  (desprezando o atrito e outros efeitos dissipativos) a uma altitude  $h = 700 \text{ km}$  depois de ser lançado a partir de  $R = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$  (a superfície da Terra) com uma velocidade  $v_0 = 7000 \text{ m/s}$ . Essa altitude corresponde a uma distância  $r$  do centro da Terra dada por  $r = R + h = 7,07 \times 10^6 \text{ m}$ . Temos:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}.$$

Para  $M = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$  (a massa da Terra), obtemos  $v = 6,05 \times 10^3 \text{ m/s}$ . De acordo com a Eq. 13-37, a velocidade necessária para que um objeto se mantenha em órbita nessa altitude é

$$v' = \sqrt{GM/r} = 7,51 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

A diferença entre as duas velocidades é  $v' - v = 1,46 \times 10^3 \text{ m/s} \approx 1,5 \times 10^3 \text{ m/s}$ , uma velocidade que estaria dentro das possibilidades de um motor de reação convencional.

97. Integrando a Eq. 13-1 em relação a  $r$  de  $3R_T$  a  $4R_T$ , obtemos:

$$W = -\Delta U = -GM_T m \left( \frac{1}{4R_T} - \frac{1}{3R_T} \right) = \frac{GM_T m}{12R_T}.$$

## Capítulo 14

1. Vamos chamar o volume das bolsas de ar infladas de  $V_a$  e o volume do peixe com as bolsas de ar vazias de  $V$ . Nesse caso,

$$\rho_{\text{peixe}} = \frac{m_{\text{peixe}}}{V} = 1,08 \text{ g/cm}^3 \quad \text{e} \quad \rho_a = \frac{m_{\text{peixe}}}{V + V_a} = 1,00 \text{ g/cm}^3$$

sendo que  $\rho_a$  é a massa específica da água. Combinando as duas equações, obtemos

$$\rho_{\text{peixe}} V = \rho_a (V + V_a) \Rightarrow (V + V_a)/V = 1,08/1,00,$$

o que nos dá  $V_a/(V + V_a) = 0,074 = 7,4\%$ .

2. O módulo  $F$  da força necessária para remover a tampa é  $F = (p_f - p_a)A$ , em que  $p_f$  é a pressão do lado de fora do recipiente,  $p_a$  é a pressão do lado de dentro do recipiente e  $A$  é a área da tampa. Lembrando que  $1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pa}$ , temos:

$$p_i = p_o - \frac{F}{A} = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa} - \frac{480 \text{ N}}{77 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 3,8 \times 10^4 \text{ Pa}.$$

3. O aumento de pressão é igual à força aplicada dividida pela área:  $\Delta p = F/A = F/\pi r^2$ , em que  $r$  é o raio do pistão. Assim,

$$\Delta p = (42 \text{ N})/\pi(0,011 \text{ m})^2 = 1,1 \times 10^5 \text{ Pa}.$$

Esta pressão equivale a cerca de 1,1 atm.

4. Note que o recipiente é cilíndrico, o que significa que possui uma seção reta horizontal uniforme. Isso permite relacionar a pressão no fundo ao peso total dos líquidos. Como  $1 \text{ L} = 1000 \text{ cm}^3$ , o peso do primeiro líquido é

$$\begin{aligned} P_1 &= m_1 g = \rho_1 V_1 g = (2,6 \text{ g/cm}^3)(0,50 \text{ L})(1000 \text{ cm}^3/\text{L})(980 \text{ cm/s}^2) = 1,27 \times 10^6 \text{ g} \cdot \text{cm/s}^2 \\ &= 12,7 \text{ N}. \end{aligned}$$

No último passo, convertamos gramas para quilogramas e centímetros para metros.

No caso dos dois outros líquidos, temos:

$$P_2 = m_2 g = \rho_2 V_2 g = (1,0 \text{ g/cm}^3)(0,25 \text{ L})(1000 \text{ cm}^3/\text{L})(980 \text{ cm/s}^2) = 2,5 \text{ N}$$

e

$$P_3 = m_3 g = \rho_3 V_3 g = (0,80 \text{ g/cm}^3)(0,40 \text{ L})(1000 \text{ cm}^3/\text{L})(980 \text{ cm/s}^2) = 3,1 \text{ N}.$$

A força total exercida pelos líquidos sobre o fundo do recipiente é, portanto,

$$F = P_1 + P_2 + P_3 = 18 \text{ N}.$$

5. O ar do interior da casa empurra a janela para fora com uma força dada por  $p_{\text{int}}A$ , em que  $p_{\text{int}}$  é a pressão no interior da casa e  $A$  é a área da janela. O ar exterior empurra a janela para dentro com uma pressão dada por  $p_{\text{ext}}A$ , na qual  $p_{\text{ext}}$  é a pressão do ar exterior. O módulo da força resultante é  $F = (p_{\text{int}} - p_{\text{ext}})A$ . Como  $1 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$ , a força resultante é

$$\begin{aligned} F &= (p_{\text{int}} - p_{\text{ext}})A = (1,0 \text{ atm} - 0,96 \text{ atm})(1,013 \times 10^5 \text{ Pa/atm})(3,4 \text{ m})(2,1 \text{ m}) \\ &= 2,9 \times 10^4 \text{ N}. \end{aligned}$$

6. Para calcular os valores pedidos, basta aplicar os fatores de conversão do Apêndice D:

$$(a) P = 28 \text{ psi} = 28 \text{ libras por polegada}^2 = 28 \times 6,895 \times 10^3 \text{ Pa} = 193 \text{ kPa.}$$

$$(b) P = 12 \text{ cmHg} = 12 \times 1333 \text{ Pa} = 16,0 \times 10^3 \text{ Pa} = 16,0 \text{ kPa}$$

$$P = 8 \text{ cmHg} = 8 \times 1333 \text{ Pa} = 10,7 \times 10^3 \text{ Pa} = 10,7 \text{ kPa}$$

7. (a) Considere uma junta de cavalos puxando para a direita. Para separar os hemisférios, a junta deve exercer uma força pelo menos igual à componente horizontal da força para a esquerda a que o hemisfério direito está submetido devido à diferença de pressão entre o lado de dentro e o lado de fora, que pode ser calculada “somando” (ou seja, integrando) a força ao longo de toda a superfície dos hemisférios.

Considere uma força que faz um ângulo  $\theta$  com a horizontal. A componente para a esquerda é dada por  $\Delta p \cos \theta dA$ , em que  $dA$  é o elemento de área sobre o qual a força é aplicada. Para fazer uso da simetria do problema, vamos definir  $dA$  como um anel com ângulo polar  $\theta$  constante na superfície do hemisfério. O raio do anel é  $r = R \sin \theta$ , sendo que  $R$  é o raio da esfera. Se a largura angular do anel é  $d\theta$ , em radianos, a largura é  $R d\theta$  e a área é  $dA = 2\pi R^2 \sin \theta d\theta$ . Assim, a componente horizontal da resultante da força exercida pelo ar é dada por

$$F_h = 2\pi R^2 \Delta p \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta = \pi R^2 \Delta p \left. \sin^2 \theta \right|_0^{\pi/2} = \pi R^2 \Delta p.$$

(b) Como  $1 \text{ atm} = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $\Delta p = 0,90 \text{ atm} = 9,09 \times 10^4 \text{ Pa}$ . Para  $R = 0,30 \text{ m}$ , temos:

$$F_h = \pi(0,30 \text{ m})^2(9,09 \times 10^4 \text{ Pa}) = 2,6 \times 10^4 \text{ N.}$$

(c) Uma única junta de cavalos poderia ser usada se o outro hemisfério estivesse preso a uma parede, já que a força exercida pela parede sobre um dos hemisférios seria sempre igual à força exercida pela junta de cavalos sobre o outro hemisfério, até que os hemisférios se separassem.

8. De acordo com a Eq. 14-8, a pressão manométrica é  $p_m = \rho gh$ , em que  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $h$  é a distância vertical entre o ponto em que a pressão está sendo medida e o ponto em que a pressão é igual à pressão atmosférica ao nível do mar.

A pressão manométrica a uma profundidade de 20 m em água salgada é

$$p_1 = \rho_{\text{as}} g d = (1024 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m}) = 2,00 \times 10^5 \text{ Pa.}$$

Por outro lado, a pressão manométrica a uma altitude de 7,6 km é

$$p_2 = \rho_{\text{ar}} g h = (0,87 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(7600 \text{ m}) = 6,48 \times 10^4 \text{ Pa.}$$

Assim, a variação de pressão é

$$\Delta p = p_1 - p_2 = 2,00 \times 10^5 \text{ Pa} - 6,48 \times 10^4 \text{ Pa} \approx 1,4 \times 10^5 \text{ Pa.}$$

9. A pressão arterial hidrostática é a pressão manométrica da coluna de sangue sobre um ponto especificado. Vamos calcular a pressão manométrica usando a Eq. 14-8.

(a) A pressão manométrica na altura do coração do *Argentinosaurus* era

$$p_{\text{coração}} = p_{\text{cérebro}} + \rho gh = 80 \text{ torr} + (1,06 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(21 \text{ m} - 9,0 \text{ m}) \frac{1 \text{ torr}}{133,33 \text{ Pa}}$$

$$= 1,0 \times 10^3 \text{ torr.}$$

(b) A pressão manométrica na altura dos pés do *Argentinosaurus* era

$$p_{\text{pés}} = p_{\text{cérebro}} + \rho gh' = 80 \text{ torr} + (1,06 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(21 \text{ m}) \frac{1 \text{ torr}}{133,33 \text{ Pa}}$$

$$= 80 \text{ torr} + 1642 \text{ torr} = 1722 \text{ torr} \approx 1,7 \times 10^3 \text{ torr.}$$

10. Para  $A = 0,000500 \text{ m}^2$  e  $F = pA$  (com  $p$  dada pela Eq. 14-9), temos  $\rho ghA = 9,80 \text{ N}$ . Isso nos dá  $h \approx 2,0 \text{ m}$ , o que significa que  $d + h = 2,80 \text{ m}$ .

11. A pressão arterial hidrostática é a pressão manométrica da coluna de sangue sobre um ponto especificado. Vamos calcular a pressão manométrica usando a Eq. 14-8.

(a) A pressão manométrica na altura do cérebro da girafa é

$$p_{\text{cérebro}} = p_{\text{coração}} - \rho gh = 250 \text{ torr} - (1,06 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(2,0 \text{ m}) \frac{1 \text{ torr}}{133,33 \text{ Pa}}$$

$$= 94 \text{ torr.}$$

(b) A pressão manométrica na altura dos pés da girafa é

$$p_{\text{pés}} = p_{\text{coração}} + \rho gh = 250 \text{ torr} + (1,06 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(2,0 \text{ m}) \frac{1 \text{ torr}}{133,33 \text{ Pa}} = 406 \text{ torr}$$

$$\approx 4,1 \times 10^2 \text{ torr.}$$

(c) O aumento da pressão do sangue no cérebro quando a girafa baixa a cabeça até o nível dos pés é

$$\Delta p = p_{\text{pés}} - p_{\text{cérebro}} = 406 \text{ torr} - 94 \text{ torr} = 312 \text{ torr} \approx 3,1 \times 10^2 \text{ torr.}$$

12. Note que  $0,050 \text{ atm}$  equivale a  $5065 \text{ Pa}$ . De acordo com a Eq. 14-9, temos:

$$d_{\text{max}} = \frac{p}{\rho_{\text{liquido}} g} = \frac{0,05 \text{ atm}}{\rho_{\text{liquido}} g} = \frac{5065 \text{ Pa}}{\rho_{\text{liquido}} g}.$$

Assim, a diferença entre os valores de  $d_{\text{max}}$  para água doce e água do Mar Morto é

$$\Delta d_{\text{max}} = \frac{5065 \text{ Pa}}{g} \left( \frac{1}{\rho_{\text{ad}}} - \frac{1}{\rho_{\text{mm}}} \right) = \frac{5065 \text{ Pa}}{9,8 \text{ m/s}^2} \left( \frac{1}{998 \text{ kg/m}^3} - \frac{1}{1500 \text{ kg/m}^3} \right) = 0,17 \text{ m.}$$

13. Como  $1 \text{ atm} = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$ , a Eq. 14-9 nos dá

$$\rho gh = (1024 \text{ kg/m}^3) (9,80 \text{ m/s}^2) (10,9 \times 10^3 \text{ m}) \left( \frac{1 \text{ atm}}{1,01 \times 10^5 \text{ Pa}} \right) \approx 1,08 \times 10^3 \text{ atm.}$$

14. A diferença de pressão (considerando apenas os efeitos hidrostáticos) é dada por

$$\Delta p = \rho gh = (1,06 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(1,83 \text{ m}) = 1,90 \times 10^4 \text{ Pa.}$$

15. Neste caso, de acordo com a Eq. 14-9, temos:

$$p_g = \rho g(-h) = -(1800 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(1,5 \text{ m}) = -2,6 \times 10^4 \text{ Pa.}$$

16. A pressão a que um mergulhador está submetido a uma profundidade  $h$  é

$$p = p_0 + \rho gh$$

na qual  $p_0$  é a pressão atmosférica. Se o mergulhador está usando um tubo de snorkel de comprimento  $h$ , a diferença entre a pressão do ar nos seus pulmões e a pressão que a água exerce sobre o seu corpo é

$$\Delta p = p - p_0 = \rho gh.$$

(a) Para  $h = 0,20 \text{ m}$ , temos:

$$\Delta p = \rho gh = (998 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(0,20 \text{ m}) \frac{1 \text{ atm}}{1,01 \times 10^5 \text{ Pa}} = 0,019 \text{ atm.}$$

(b) Para  $h = 4,0$  m, temos:

$$\Delta p = \rho gh = (998 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(4,0 \text{ m}) \frac{1 \text{ atm}}{1,01 \times 10^5 \text{ Pa}} \approx 0,39 \text{ atm.}$$

17. A pressão  $p$  na profundidade  $d$  em que se encontra a escotilha é  $p_0 + \rho gd$ , em que  $\rho$  é a massa específica da água do oceano e  $p_0$  é a pressão atmosférica. Assim, a pressão manométrica é  $p_m = \rho gd$  e a força mínima que deve ser aplicada pela tripulação para abrir a escotilha é  $F = p_m A = \rho gdA$ , em que  $A$  é a área da escotilha.

Substituindo os valores dados, temos:

$$\begin{aligned} F &= p_m A = (\rho gd)A = (1024 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(100 \text{ m})(1,2 \text{ m})(0,60 \text{ m}) \\ &= 7,2 \times 10^5 \text{ N.} \end{aligned}$$

18. Como a pressão produzida por um líquido é multiplicada por 2 quando a altura do líquido é multiplicada por 2, a presença do tubo com água faz com que a força hidrostática no fundo do barril seja duas vezes maior que o peso da água contida no barril. A diferença entre a força hidrostática e o peso da água do barril se deve à força exercida pela água do tubo sobre a água do barril.

19. Podemos integrar a pressão (que, de acordo com a Eq. 14-7, varia linearmente com a profundidade) ao longo de toda a parede para determinar a força média aplicada à parede do aquário. Graças à variação linear, o resultado é bastante intuitivo: a força é a pressão “média” da água multiplicada pela área da parede (ou, pelo menos, pela área da parede exposta à água), considerando como pressão “média” a média aritmética entre a pressão na superfície e a pressão no fundo do aquário. Supondo que a pressão na superfície é zero (no sentido de pressão manométrica, como é explicado na Seção 14-4), a força aplicada à parede é  $\rho ga/2$  vezes a área da parede. Neste problema, a área é  $al$ , em que  $a$  é a altura e  $l$  é a largura, a força é  $\rho ga^2 l/2$  e a variação da força (quando  $a$  varia) é

$$\rho gl(a_f^2 - a_i^2)/2 = (1/2)(998 \text{ kg/m}^3)(9,80 \text{ m/s}^2)(8,00 \text{ m})(4,00^2 - 2,00^2) \text{ m}^2 = 4,69 \times 10^5 \text{ N.}$$

20. (a) A força exercida pela água sobre a face  $A$ , de área  $A_A$ , é

$$\begin{aligned} F_A &= p_A A_A = \rho_a g h_A A_A = \rho_a g (2d) d^2 = 2(1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(5,0 \text{ m})^3 \\ &= 2,5 \times 10^6 \text{ N.} \end{aligned}$$

Somando a contribuição da pressão atmosférica,

$$F_0 = (1,0 \times 10^5 \text{ Pa})(5,0 \text{ m})^2 = 2,5 \times 10^6 \text{ N,}$$

temos:

$$F'_A = F_0 + F_A = 2,5 \times 10^6 \text{ N} + 2,5 \times 10^6 \text{ N} = 5,0 \times 10^6 \text{ N.}$$

(b) A força exercida pela água sobre a face  $B$  é

$$\begin{aligned} F_B &= p_{\text{med}B} A_B = \rho_a g \left( \frac{5d}{2} \right) d^2 = \frac{5}{2} \rho_a g d^3 = \frac{5}{2} (1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(5,0 \text{ m})^3 \\ &= 3,1 \times 10^6 \text{ N.} \end{aligned}$$

Somando a contribuição da pressão atmosférica,

$$F_0 = (1,0 \times 10^5 \text{ Pa})(5,0 \text{ m})^2 = 2,5 \times 10^6 \text{ N,}$$

temos:

$$F'_B = F_0 + F_B = 2,5 \times 10^6 \text{ N} + 3,1 \times 10^6 \text{ N} = 5,6 \times 10^6 \text{ N.}$$

21. Quando os níveis se igualam, a altura do líquido é  $h = (h_1 + h_2)/2$ , sendo que  $h_1$  e  $h_2$  são as alturas originais. Suponha que  $h_1$  é maior que  $h_2$ . A situação final pode ser atingida tirando um volume de líquido  $A(h_1 - h)$ , de massa  $\rho A(h_1 - h)$ , do primeiro recipiente e fazendo-o descer de uma distância  $h - h_2$ . Nesse caso, o trabalho realizado pela força da gravidade é

$$W = \rho A(h_1 - h)g(h - h_2).$$

Fazendo  $h = (h_1 + h_2)/2$  na equação acima e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{4} \rho g A (h_1 - h_2)^2 = \frac{1}{4} (1,30 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) (9,80 \text{ m/s}^2) (4,00 \times 10^{-4} \text{ m}^2) (1,56 \text{ m} - 0,854 \text{ m})^2 \\ &= 0,635 \text{ J.} \end{aligned}$$

22. Para calcular a pressão na altura do cérebro, notamos que a aceleração para dentro da curva pode ser tratada, do ponto de vista do piloto, como uma aceleração gravitacional para fora da curva, que deve ser vencida pela pressão do sangue. Assim, para  $a = 4g$ , temos:

$$\begin{aligned} p_{\text{cérebro}} &= p_{\text{coração}} - \rho a r = 120 \text{ torr} - (1,06 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) (4 \times 9,8 \text{ m/s}^2) (0,30 \text{ m}) \frac{1 \text{ torr}}{133 \text{ Pa}} \\ &= 120 \text{ torr} - 94 \text{ torr} = 26 \text{ torr.} \end{aligned}$$

23. Fazendo  $p_a = p_b$ , obtemos

$$\rho_c g(6,0 \text{ km} + 32 \text{ km} + D) + \rho_m (y - D) = \rho_c g(32 \text{ km}) + \rho_m y,$$

o que nos dá

$$D = \frac{(6,0 \text{ km}) \rho_c}{\rho_m - \rho_c} = \frac{(6,0 \text{ km})(2,9 \text{ g/cm}^3)}{3,3 \text{ g/cm}^3 - 2,9 \text{ g/cm}^3} = 44 \text{ km.}$$

24. (a) A pressão manométrica da água a uma profundidade  $y$  é  $p = \rho g y$ , em que  $\rho$  é a massa específica da água. Considere uma faixa horizontal de largura  $W$  à profundidade  $y$ , de espessura (vertical)  $dy$ , ao longo da represa. A área da faixa é  $dA = W dy$  e a força exercida sobre a represa é  $dF = p dA = \rho g y W dy$ . A força total que a água exerce sobre a represa é

$$\begin{aligned} F &= \int_0^D \rho g y W dy = \frac{1}{2} \rho g W D^2 = \frac{1}{2} (1,00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) (9,80 \text{ m/s}^2) (314 \text{ m})(35,0 \text{ m})^2 \\ &= 1,88 \times 10^9 \text{ N.} \end{aligned}$$

(b) Considere novamente a faixa de água à profundidade  $y$ . Como o braço de alavanca dessa faixa em relação ao eixo  $O$  é  $D - y$ , o torque exercido pela faixa é

$$d\tau = dF(D - y) = \rho g y W (D - y) dy$$

e o torque total exercido pela água da represa é

$$\begin{aligned} \tau &= \int_0^D \rho g y W (D - y) dy = \rho g W \left( \frac{1}{2} D^3 - \frac{1}{3} D^3 \right) = \frac{1}{6} \rho g W D^3 \\ &= \frac{1}{6} (1,00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) (9,80 \text{ m/s}^2) (314 \text{ m})(35,0 \text{ m})^3 = 2,20 \times 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m.} \end{aligned}$$

(c) Como  $\tau = rF$ , na qual  $r$  é o braço de alavanca efetivo, temos:

$$r = \frac{\tau}{F} = \frac{\frac{1}{6} \rho g W D^3}{\frac{1}{2} \rho g W D^2} = \frac{D}{3} = \frac{35,0 \text{ m}}{3} = 11,7 \text{ m.}$$

25. De acordo com a Eq. 14-9, a pressão  $p_0$  que a atmosfera exerce sobre o depósito de mercúrio do barômetro é igual à pressão na base da coluna de mercúrio:  $p_0 = \rho gh$ . Substituindo os valores dados no enunciado do problema, temos:

$$p_0 = \rho gh = (1,3608 \times 10^4 \text{ kg/m}^3)(9,7835 \text{ m/s}^2)(0,74035 \text{ m}) \left( \frac{1 \text{ torr}}{133,33 \text{ Pa}} \right) = 739,26 \text{ torr.}$$

26. A pressão manométrica necessária é

$$p = -\rho gh = -\frac{(1000 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(4,0 \times 10^{-2} \text{ m})}{1,01 \times 10^5 \text{ Pa/atm}} = -3,9 \times 10^{-3} \text{ atm}$$

na qual o sinal negativo indica que a pressão no interior do pulmão deve ser menor que a pressão atmosférica.

27. (a) Usamos a expressão que nos dá a variação com a altura da pressão de um fluido incompressível:

$$p_2 = p_1 - \rho g(y_2 - y_1).$$

Tomamos  $y_1$  como a coordenada vertical de um ponto da superfície da Terra, onde a pressão é  $p_1 = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$ , e  $y_2$  como a coordenada vertical de um ponto no alto da atmosfera, onde a pressão é  $p_2 = 0$ . Para realizar o cálculo, supomos que a massa específica do ar é  $1,3 \text{ kg/m}^3$  em toda a atmosfera. Nesse caso,

$$y_2 - y_1 = \frac{p_1}{\rho g} = \frac{1,01 \times 10^5 \text{ Pa}}{(1,3 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)} = 7,9 \times 10^3 \text{ m} = 7,9 \text{ km.}$$

(b) Seja  $h$  a altura da atmosfera. Como agora estamos supondo que a massa específica varia com a altitude, devemos usar a equação

$$p_2 = p_1 - \int_0^h \rho g \, dy.$$

Supondo que  $\rho = \rho_0 (1 - y/h)$ , na qual  $\rho_0$  é a massa específica do ar na superfície da Terra e  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  para  $0 \leq y \leq h$ , temos:

$$p_2 = p_1 - \int_0^h \rho_0 g \left( 1 - \frac{y}{h} \right) dy = p_1 - \frac{1}{2} \rho_0 gh.$$

Como  $p_2 = 0$ , obtemos

$$h = \frac{2p_1}{\rho_0 g} = \frac{2(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})}{(1,3 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)} = 16 \times 10^3 \text{ m} = 16 \text{ km.}$$

28. (a) De acordo com o princípio de Pascal,  $F/A = f/a \rightarrow F = (A/a)f$ .

(b) Temos:

$$f = \frac{a}{A} F = \frac{(3,80 \text{ cm})^2}{(53,0 \text{ cm})^2} (20,0 \times 10^3 \text{ N}) = 103 \text{ N.}$$

Note que a razão dos quadrados dos diâmetros é equivalente à razão das áreas e que as unidades de área se cancelam.

29. Combinando as Eqs. 5-8, 7-13 e 14-13, temos:

$$mg = kxA_1/A_2.$$

Substituindo os valores conhecidos, obtemos  $m = 8,50 \text{ kg}$ .

30. De acordo com a segunda lei de Newton e com a Eq. 14-16, tomando como positivo o sentido “para baixo”, temos  $(5,00 \text{ kg})g - (3,00 \text{ kg})g = 5a$ . Isso nos dá  $a = 2g/5 = 3,92 \text{ m/s}^2$  para  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Nesse caso, de acordo com a Eq. 2-15,  $d = at^2/2 = 0,0784 \text{ m}$  (para baixo).

31. Seja  $V$  o volume do bloco. Nesse caso, o volume imerso na água é  $V_i = 2V/3$ . Como o bloco está flutuando, de acordo com o princípio de Arquimedes o peso da água deslocada é igual ao peso do bloco, ou seja,  $\rho_a V_i = \rho_m V$ , em que  $\rho_a$  é a massa específica da água e  $\rho_m$  é a massa específica da madeira de que é feito o bloco.

(a) Para  $V_i = 2V/3$ , temos:

$$\rho_m = 2\rho_a/3 = 2(1000 \text{ kg/m}^3)/3 \approx 6,7 \times 10^2 \text{ kg/m}^3.$$

(b) Se  $\rho_o$  é a massa específica do óleo, o princípio de Arquimedes nos dá  $\rho_o V_i' = \rho_m V$ . Como o volume imerso no óleo é  $V_i' = 0,90V$ , a massa específica do óleo é

$$\rho_o = \rho_m \left( \frac{V}{V_i'} \right) = (6,7 \times 10^2 \text{ kg/m}^3) \frac{V}{0,90V} = 7,4 \times 10^2 \text{ kg/m}^3.$$

32. (a) A pressão (incluindo a contribuição da atmosfera) a uma profundidade  $h_{\text{alto}} = L/2$  (correspondente ao alto do cubo) é

$$p_{\text{alto}} = p_{\text{atm}} + \rho g h_{\text{alto}} = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa} + (1030 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(0,300 \text{ m}) = 1,04 \times 10^5 \text{ Pa}$$

em que a unidade Pa (pascal) é equivalente a  $\text{N/m}^2$ . A força a que está sujeita a superfície superior do cubo (que possui uma área  $A = L^2 = 0,36 \text{ m}^2$ ) é

$$F_{\text{alto}} = p_{\text{alto}} A = 3,75 \times 10^4 \text{ N}.$$

(b) A pressão a uma profundidade  $h_{\text{base}} = 3L/2$  (correspondente à base do cubo) é

$$\begin{aligned} p_{\text{base}} &= p_{\text{atm}} + \rho g h_{\text{base}} = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa} + (1030 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(0,900 \text{ m}) \\ &= 1,10 \times 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$

A força a que está sujeita a superfície inferior do cubo é

$$F_{\text{base}} = p_{\text{base}} A = 3,96 \times 10^4 \text{ N}.$$

(c) Quando calculamos a diferença  $F_{\text{base}} - F_{\text{alto}}$ , a contribuição da atmosfera é cancelada (juntamente com os erros associados ao valor da pressão atmosférica) e obtemos

$$F_{\text{base}} - F_{\text{alto}} = \rho g (h_{\text{base}} - h_{\text{alto}}) A = \rho g L^3 = 2,18 \times 10^3 \text{ N},$$

que é o valor esperado com base no princípio de Arquimedes. Duas outras forças agem sobre o cubo: a tensão  $T$  da corda e a força gravitacional  $mg$ . Como o cubo está parado, a tensão da corda é

$$T = mg - (F_{\text{base}} - F_{\text{alto}}) = (450 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2) - 2,18 \times 10^3 \text{ N} = 2,23 \times 10^3 \text{ N}.$$

(d) Como foi visto no item (c),  $F_e = 2,18 \times 10^3 \text{ N}$  e  $T + F_e = mg$ .

33. A âncora está totalmente imersa na água, cuja massa específica é  $\rho_a$ . Seu peso aparente é  $P_a = P - F_e$ , sendo que  $P = mg$  é o peso real e  $F_e = \rho_a g V$  é a força de empuxo.

(a) Substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$V = \frac{P - P_{\text{ap}}}{\rho_a g} = \frac{F_e}{\rho_a g} = \frac{200 \text{ N}}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)} = 2,04 \times 10^{-2} \text{ m}^3.$$



(b) A massa da âncora é  $m = \rho_{\text{Fe}}g$ , em que  $\rho_{\text{Fe}}$  é a massa específica do ferro (que é dada na Tabela 14-1). Assim, o peso da âncora no ar é

$$P = mg = \rho_{\text{Fe}}Vg = (7870 \text{ kg/m}^3)(2,04 \times 10^{-2} \text{ m}^3)(9,80 \text{ m/s}^2) = 1,57 \times 10^3 \text{ N}.$$

Nota: No caso geral, o peso aparente de um objeto de massa específica  $\rho$  totalmente imerso em um fluido de massa específica  $\rho_f$  é dado por

$$P_{\text{ap}} = (\rho - \rho_f)Vg.$$

34. (a) De acordo com o princípio de Arquimedes, quando um corpo está flutuando, o peso do líquido deslocado é igual ao peso do corpo. Assim, o enunciado do problema informa (indiretamente) que o peso do barco é  $P = 35,6 \text{ kN}$ .

(b) O volume da água deslocada é

$$V' = \frac{P}{\rho'g} = \frac{3,56 \times 10^3 \text{ N}}{(1,10 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,80 \text{ m/s}^2)} = 3,30 \text{ m}^3.$$

Em água doce, o volume da água deslocada é

$$V = P/\rho g = (35,6 \times 10^3)/(9,8 \times 1,0 \times 10^3) = 3,63 \text{ m}^3.$$

A diferença é  $V - V' = 0,330 \text{ m}^3$ .

35. O peso total das crianças e da jangada é

$$3 \times (365 \text{ N}) + N\rho_m gV$$

sendo que  $N$  é o número (mínimo) de toras necessárias para manter a jangada flutuante,  $\rho_m$  é a massa específica da madeira e  $V$  é o volume de cada tora:

$$V = \pi(0,15 \text{ m})^2(1,80 \text{ m}) = 0,13 \text{ m}^3.$$

A força de empuxo é  $F_e = \rho_a gV_{\text{imerso}}$  e queremos que  $V_{\text{imerso}} \leq NV$ . A massa específica da água é  $\rho_a = 1000 \text{ kg/m}^3$ . Para obter o valor mínimo de  $N$ , fazemos  $V_{\text{imerso}} = NV$  e arredondamos para cima o valor calculado para  $N$ :

$$3(356 \text{ N}) + N\rho_m gV = \rho_a gNV \Rightarrow N = \frac{3(356 \text{ N})}{gV(\rho_a - \rho_m)},$$

o que nos dá  $N = 4,28 \rightarrow 5$  toras.

36. O “ponto de quebra” do gráfico da Fig. 14-39b deixa claro que  $d = 1,5 \text{ cm}$ . Além disso, o ponto  $h = 0$  mostra que o peso real do bloco é  $0,25 \text{ N}$ . De acordo com a Eq. 14-19, temos, para  $h = d = 1,5$ :

$$F_e = (0,25 \text{ N} - 0,10 \text{ N}) = 0,15 \text{ N}.$$

Assim,  $\rho_l gV = 0,15$ , em que  $\rho_l$  é a massa específica do líquido e

$$V = (1,5 \text{ cm})(5,67 \text{ cm}^2) = 8,5 \times 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Assim,  $\rho_l = 1800 \text{ kg/m}^3 = 1,8 \text{ g/cm}^3$ .

37. Para estimar o volume submerso da esfera de ferro, vamos supor que “quase totalmente submersa” significa que

$$V_{\text{submerso}} \approx \frac{4}{3}\pi r_o^3 \text{ em que } r_o = 60 \text{ cm}$$

Nesse caso, o equilíbrio das forças que agem sobre a esfera nos dá

$$F_b = m_{\text{ferro}}g \Rightarrow \rho_a gV_{\text{submerso}} = \rho_{\text{ferro}}g \left( \frac{4}{3}\pi r_o^3 - \frac{4}{3}\pi r_i^3 \right)$$

em que  $\rho_a$  é a massa específica da água e  $r_i$  é o raio interno da esfera (metade do diâmetro interno). Substituindo nessa expressão a estimativa de  $V_{\text{submerso}}$  e os valores de  $\rho_a$  ( $1,0 \text{ g/cm}^3$ ) e  $\rho_{\text{ferro}}$  ( $7,87 \text{ g/cm}^3$ ), obtemos o diâmetro interno:

$$2r_i = 2r_o \left( 1 - \frac{1,0 \text{ g/cm}^3}{7,87 \text{ g/cm}^3} \right)^{1/3} = 57,3 \text{ cm}.$$

38. (a) Um objeto com a mesma massa específica que o líquido no qual está imersa (caso em que o “objeto” poderia ser apenas um certo volume do próprio líquido) permanece onde está e, portanto, não ganha energia cinética. Assim, o ponto correspondente a  $K = 0$  no gráfico da Fig. 14-40 corresponde ao caso em que a massa específica do objeto é igual a  $\rho_{\text{liq}}$ . Assim,  $\rho_{\text{esfera}} = 1,5 \text{ g/cm}^3 = 1500 \text{ kg/m}^3$ .

(b) Considere o ponto  $\rho_{\text{liq}} = 0$  (no qual  $K = 1,60 \text{ J}$ ). Nesse caso, a esfera está caindo no vácuo e, portanto, de acordo com a Eq. 2-16,  $v^2 = 2gh$ , o que significa que  $K = mv^2/2 = 1,6 \text{ J}$ . Isso nos dá  $m_{\text{esfera}} = 4,082 \text{ kg}$ . O volume da esfera é, portanto,

$$V_{\text{esfera}} = m_{\text{esfera}}/\rho_{\text{esfera}} = 2,72 \times 10^{-3} \text{ m}^3.$$

39. (a) A força da gravidade,  $mg$ , está em equilíbrio com a força de empuxo exercida pelo líquido:  $mg = \rho g V_i$ , em que  $m$  é a massa da esfera,  $\rho$  é a massa específica do líquido e  $V_i$  é o volume imerso da esfera. Assim,  $m = \rho V_i$ . Como o volume imerso é metade do volume total da esfera,  $V_i = \frac{1}{2}(4\pi/3)r_{\text{ext}}^3$ , na qual  $r_{\text{ext}}$  é o raio externo da esfera. Assim,

$$m = \frac{2\pi}{3} \rho r_{\text{ext}}^3 = \left( \frac{2\pi}{3} \right) (800 \text{ kg/m}^3) (0,090 \text{ m})^3 = 1,22 \text{ kg}.$$

(b) A massa específica  $\rho_m$  do material de que é feita a esfera é dada por  $\rho_m = m/V$ , em que  $m$  é a massa e  $V$  é o volume da esfera. Se  $r_i$  é o raio interno da esfera, o volume é

$$V = \frac{4\pi}{3} (r_{\text{ext}}^3 - r_{\text{int}}^3) = \frac{4\pi}{3} [(0,090 \text{ m})^3 - (0,080 \text{ m})^3] = 9,09 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

e a massa específica é

$$\rho_m = \frac{1,22 \text{ kg}}{9,09 \times 10^{-4} \text{ m}^3} = 1,3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

40. De acordo com o princípio de Arquimedes, se um jacaré está flutuando, a força de empuxo é igual ao peso do jacaré (veja a Eq. 14-17). Assim,

$$F_e = F_g = m_{\text{H}_2\text{O}}g = (\rho_{\text{H}_2\text{O}}Ah)g.$$

Se a massa do jacaré aumenta ligeiramente ( $m \rightarrow m' = m + \Delta m$ ), temos:

$$F_e \rightarrow F_e' = \rho_{\text{H}_2\text{O}}A(h + \Delta h)g.$$

Para  $\Delta F_e = F_e' - F_e = 0,010mg$ , o jacaré afunda uma distância

$$\Delta h = \frac{\Delta F_e}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}Ag} = \frac{0,01mg}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}Ag} = \frac{0,010(130 \text{ kg})}{(998 \text{ kg/m}^3)(0,20 \text{ m}^2)} = 6,5 \times 10^{-3} \text{ m} = 6,5 \text{ mm}.$$

41. Seja  $V_i$  o volume total do iceberg. A parte invisível do iceberg está submersa e, portanto, o volume dessa parte é igual ao volume  $V_f$  do fluido deslocado pelo iceberg. A fração visível do iceberg é dada por

$$\text{fração} = \frac{V_i - V_f}{V_i} = 1 - \frac{V_f}{V_i}.$$

De acordo com a Eq. 14-18, como o iceberg está flutuando,

$$F_g = m_i g = m_f g \Rightarrow m_i = m_f.$$

Como  $m = \rho V$ , temos:

$$\rho_i V_i = \rho_f V_f \Rightarrow \frac{V_f}{V_i} = \frac{\rho_i}{\rho_f}.$$

Assim, a fração visível é

$$\text{fração} = 1 - \frac{V_f}{V_i} = 1 - \frac{\rho_i}{\rho_f}.$$

(a) Se o iceberg ( $\rho_i = 917 \text{ kg/m}^3$ ) está flutuando em água salgada, para a qual  $\rho_f = 1024 \text{ kg/m}^3$ , a fração é

$$\text{fração} = 1 - \frac{\rho_i}{\rho_f} = 1 - \frac{917 \text{ kg/m}^3}{1024 \text{ kg/m}^3} = 0,10 = 10\%.$$

(b) Se o iceberg está flutuando em água doce, para a qual  $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$ , a fração é

$$\text{fração} = 1 - \frac{\rho_i}{\rho_f} = 1 - \frac{917 \text{ kg/m}^3}{1000 \text{ kg/m}^3} = 0,083 = 8,3\%.$$

42. De acordo com a Eq. 7-32, o trabalho realizado por uma força pode ser calculado integrando a força ao longo de uma distância. De acordo com a equação que precede a Eq. 14-7, o trabalho realizado pelo empuxo pode ser escrito na forma

$$W = \int \rho_a g A (-y) dy$$

em que  $\rho_a$  é a massa específica da água e a superfície da água é tomada como sendo o ponto  $y = 0$ . (O sentido positivo é tomado como “para cima”.) Vamos chamar de  $h$  a altura do cilindro. Nesse caso, o limite inferior da integral é  $-h$  e o limite superior é  $y_f$ , dado por

$$y_f/h = -\rho_{\text{cilindro}}/\rho_a = -0,400.$$

Nesse caso, a integral nos dá

$$W = \rho_a g A h^2 (1 - 0,4^2)/2 = 4,11 \text{ kJ}.$$

43. (a) Quando o modelo está suspenso no ar, a leitura é  $F_g$  e corresponde ao peso verdadeiro, desprezando a força de empuxo aplicada pelo ar. Quando o modelo está imerso em água, a leitura diminui por causa da força de empuxo aplicada pela água:  $F_g - F_e$ . Vamos chamar de  $\Delta m$  a diferença. Nesse caso,

$$F_g - (F_g - F_e) = \Delta m g,$$

o que nos dá  $F_e = \Delta m g$ . Como  $F_e = \rho_a g V_m$  (o peso da água deslocada pelo modelo), temos:

$$V_m = \frac{\Delta m}{\rho_a} = \frac{0,63776 \text{ kg}}{1000 \text{ kg/m}^3} \approx 6,378 \times 10^{-4} \text{ m}^3.$$

(b) O fator de escala de 1 para 20 é discutido no enunciado do problema. O volume real do dinossauro é

$$V_{\text{dino}} = 20^3 V_m = 5,102 \text{ m}^3.$$

(c) Como  $\rho = \frac{m_{\text{dino}}}{V_{\text{dino}}} \approx \rho_a = 1000 \text{ kg/m}^3$ , a massa do *T. rex* era

$$m_{\text{dino}} \approx \rho_a V_{\text{dino}} = (1000 \text{ kg/m}^3) (5,102 \text{ m}^3) = 5,102 \times 10^3 \text{ kg}.$$

44. (a) Como o chumbo não está deslocando água, o volume do chumbo não está contribuindo para a força de empuxo  $F_e$ . Se o volume imerso de madeira é  $V_i$ , a massa específica da água é  $\rho_a$ , a massa do bloco de madeira é  $m_m$  e a massa específica da madeira é  $\rho_m$ , temos:

$$F_e = \rho_a V_i g = 0,900 \rho_a V_m g = 0,900 \rho_a g \left( \frac{m_m}{\rho_m} \right),$$

que, como o bloco flutua, é igual à soma dos pesos do bloco e do chumbo:

$$F_e = 0,900 \rho_a g \left( \frac{m_m}{\rho_m} \right) = (m_m + m_c)g,$$

em que  $m_c$  é a massa específica do chumbo. Assim,

$$\begin{aligned} m_c &= 0,900 \rho_a \left( \frac{m_m}{\rho_m} \right) - m_m \\ &= \frac{(0,900)(1000 \text{ kg/m}^3)(3,67 \text{ kg})}{600 \text{ kg/m}^3} - 3,67 \text{ kg} \\ &= 1,84 \text{ kg}. \end{aligned}$$

(b) Nesse caso, o volume do chumbo,  $V_c = m_c/\rho_c$ , também contribui para a força de empuxo  $F_e$ . Assim,

$$F_e = 0,900 \rho_a g \left( \frac{m_m}{\rho_m} \right) + \left( \frac{\rho_a}{\rho_c} \right) m_c g = (m_m + m_c)g,$$

o que nos dá

$$\begin{aligned} m_c &= \frac{0,900(\rho_a/\rho_m)m_m - m_m}{1 - \rho_a/\rho_m} = \frac{1,84 \text{ kg}}{1 - (1,00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3/1,13 \times 10^4 \text{ kg/m}^3)} \\ &= 2,01 \text{ kg}. \end{aligned}$$

45. O volume  $V_c$  das cavidades é a diferença entre o volume  $V_p$  da peça como um todo e o volume  $V_f$  do ferro contido na peça:  $V_c = V_p - V_f$ . O volume do ferro é dado por  $V_f = P/g\rho_f$ , para o qual  $P$  é o peso da peça e  $\rho_f$  é a massa específica do ferro. O peso efetivo da peça quando imersa em água (de massa específica  $\rho_a$ ) é  $P_{ef} = P - g\rho_a V_p$ . Assim,  $V_p = (P - P_{ef})/g\rho_a$  e

$$\begin{aligned} V_c &= \frac{P - P_{ef}}{g\rho_a} - \frac{P}{g\rho_f} = \frac{6000 \text{ N} - 4000 \text{ N}}{(9,8 \text{ m/s}^2)(1000 \text{ kg/m}^3)} - \frac{6000 \text{ N}}{(9,8 \text{ m/s}^2)(7,87 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)} \\ &= 0,126 \text{ m}^3. \end{aligned}$$

46. Devido à força de empuxo, a bola sofre uma aceleração  $a$  para cima (enquanto está imersa) dada pela segunda lei de Newton:  $\rho_a V g - \rho_b V g = \rho_b V a$ , em que  $V$  é o volume da bola,  $\rho_a$  é a massa específica da água e  $\rho_b$  é a massa específica da bola. Assim, temos:

$$\rho_a = \rho_b(1 + a/g).$$

Para  $\rho_b = 0,300\rho_a$ ,

$$a = g \left( \frac{\rho_a}{\rho_b} - 1 \right) = (9,80 \text{ m/s}^2) \left( \frac{1}{0,300} - 1 \right) = 22,9 \text{ m/s}^2.$$

De acordo com a Eq. 2-16 com  $x - x_0 = 0,600 \text{ m}$ , a velocidade da bola ao sair da água é

$$v = \sqrt{2a(x - x_0)} = \sqrt{2(22,9 \text{ m/s}^2)(0,600 \text{ m})} = 5,24 \text{ m/s}.$$

De acordo com a Eq. 2-16, a altura máxima atingida pela bola em relação à superfície da água é dada por  $h_{\max} = v^2/2g$ . Assim,

$$h_{\max} = \frac{v^2}{2g} = \frac{(5,24 \text{ m/s})^2}{2(9,80 \text{ m/s}^2)} = 1,40 \text{ m}.$$

47. (a) Se o volume da parte do carro que está abaixo do nível da água é  $V_1$ ,  $F_e = \rho_a V_1 g = P_{\text{carro}}$ , o que nos dá

$$V_1 = \frac{P_{\text{carro}}}{\rho_a g} = \frac{(1800 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)} = 1,80 \text{ m}^3.$$

(b) Se  $V$  é o volume do carro e  $V_2$  é o volume de água no interior do carro,

$$F_e = \rho_a V g = P_{\text{carro}} + \rho_a V_2 g,$$

o que nos dá

$$V_2 = V - \frac{P_{\text{carro}}}{\rho_a g} = (0,750 \text{ m}^3 + 5,00 \text{ m}^3 + 0,800 \text{ m}^3) - \frac{1800 \text{ kg}}{1000 \text{ kg/m}^3} = 4,75 \text{ m}^3.$$

48. Seja  $\rho$  a massa específica do cilindro e  $\rho_{\text{Fe}}$  a massa específica do ferro. O volume do cilindro é

$$V_c = (6 \times 12) \text{ cm}^3 = 72 \text{ cm}^3 = 0,000072 \text{ m}^3,$$

e o volume da bola será chamado de  $V_b$ . O volume da parte do cilindro que está abaixo do nível da água é

$$V_s = (4 \times 12) \text{ cm}^3 = 48 \text{ cm}^3 = 0,000048 \text{ m}^3.$$

Como, no equilíbrio, a força de empuxo deve ser igual ao peso total do sistema,

$$\rho g V_c + \rho_{\text{Fe}} g V_b = \rho_a g V_s + \rho_a g V_b$$

Substituindo os valores conhecidos e usando  $\rho_a = 998 \text{ kg/m}^3$  e  $\rho_{\text{Fe}} = 7900 \text{ kg/m}^3$  (veja a Tabela 14-1), obtemos  $V_b = 3,8 \text{ cm}^3$ . Como  $V_b = 4\pi r^3/3$ ,  $r = 9,7 \text{ mm}$ .

49. Este problema envolve o uso da equação de continuidade (Eq. 14-23):  $A_1 v_1 = A_2 v_2$ .

(a) Inicialmente, a velocidade da água é  $v_i = 1,5 \text{ m/s}$  e a área da seção reta é  $A_i = HD$ . No ponto  $a$ , como mostra a figura, a área da seção reta é

$$A_a = (H - h)D - (b - h)d.$$

De acordo com a equação de continuidade, a velocidade da água no ponto  $a$  é

$$v_a = \frac{A_i v_i}{A_a} = \frac{HD v_i}{(H - h)D - (b - h)d} = \frac{(14 \text{ m})(55 \text{ m})(1,5 \text{ m/s})}{(14 \text{ m} - 0,80 \text{ m})(55 \text{ m}) - (12 \text{ m} - 0,80 \text{ m})(30 \text{ m})} = 2,96 \text{ m/s}$$

$$\approx 3,0 \text{ m/s}.$$

(b) No ponto  $b$ , a área da seção reta é  $A_b = HD - bd$  e, portanto, de acordo com a equação de continuidade, a velocidade da água é

$$v_b = \frac{A_i v_i}{A_b} = \frac{HD v_i}{HD - bd} = \frac{(14 \text{ m})(55 \text{ m})(1,5 \text{ m/s})}{(14 \text{ m})(55 \text{ m}) - (12 \text{ m})(30 \text{ m})} = 2,8 \text{ m/s}.$$

50. Como o comprimento total dos segmentos da esquerda e da direita é 60,0 m, a água, que se move com uma velocidade  $v_f = 2,50 \text{ m/s}$  fora da colina, leva  $60,0/2,50 = 24,0 \text{ s}$  para atravessá-los. Isso significa que leva  $(88,8 - 24,0) \text{ s} = 64,8 \text{ s}$  para atravessar a colina e, portanto, a velocidade da água dentro da colina é

$$v_d = (50 \text{ m})/(64,8 \text{ s}) = 0,772 \text{ m/s}.$$

De acordo com a equação de continuidade (Eq. 14-23),  $A_f v_f = A_d v_d$ , na qual  $A_f = \pi r_f^2$  é a área da seção reta da tubulação fora da colina e  $A_d = \pi r_d^2$  é a área da seção reta da tubulação dentro da colina. Assim,

$$r_d = r_f \sqrt{\frac{v_f}{v_d}} = (2,00 \text{ cm}) \sqrt{\frac{2,5 \text{ m/s}}{0,772 \text{ m/s}}} = 3,60 \text{ cm}.$$

51. Vamos usar a equação de continuidade. Seja  $v_1$  a velocidade da água na mangueira e seja  $v_2$  a velocidade da água ao sair por um dos furos. A área da seção reta da mangueira é  $A_1 = \pi R^2$ . Se o borrifador possui  $N$  furos e  $A_2$  é a área de cada furo, a equação de continuidade nos dá

$$v_1 A_1 = v_2 (N A_2) \Rightarrow v_2 = \frac{A_1}{N A_2} v_1 = \frac{R^2}{N r^2} v_1$$

em que  $R$  é o raio da mangueira e  $r$  é o raio dos furos. Como  $R/r = D/d$  (a razão dos diâmetros), temos:

$$v_2 = \frac{D^2}{N d^2} v_1 = \frac{(1,9 \text{ cm})^2}{24(0,13 \text{ cm})^2} (0,91 \text{ m/s}) = 8,1 \text{ m/s}.$$

52. Vamos usar a equação de continuidade. Chamando a profundidade do rio de  $h$ , temos:

$$(8,2 \text{ m})(3,4 \text{ m})(2,3 \text{ m/s}) + (6,8 \text{ m})(3,2 \text{ m})(2,6 \text{ m/s}) = h(10,5 \text{ m})(2,9 \text{ m/s}),$$

o que nos dá  $h = 4,0 \text{ m}$ .

53. Suponha que uma massa  $\Delta m$  de água é bombeada em um intervalo de tempo  $\Delta t$ . A bomba aumenta a energia potencial da água de  $\Delta U = (\Delta m)gh$ , em que  $h$  é a distância vertical percorrida pela água, e aumenta a energia cinética da água de  $\Delta K = (\Delta m)v^2/2$ , na qual  $v$  é a velocidade da água. O trabalho realizado pela bomba é, portanto,

$$\Delta W = \Delta U + \Delta K = (\Delta m)gh + \frac{1}{2}(\Delta m)v^2$$

e a potência é

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \left( gh + \frac{1}{2} v^2 \right).$$

A vazão mássica é  $\Delta m/\Delta t = \rho_a A v$ , na qual  $\rho_a$  é a massa específica da água e  $A$  é a área da seção reta da mangueira. Como  $A = \pi r^2 = \pi(0,010 \text{ m})^2 = 3,14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  e

$$\rho_a A v = (1000 \text{ kg/m}^3) (3,14 \times 10^{-4} \text{ m}^2) (5,00 \text{ m/s}) = 1,57 \text{ kg/s},$$

a potência da bomba é

$$P = \rho_a A v \left( gh + \frac{1}{2} v^2 \right) = (1,57 \text{ kg/s}) \left[ (9,8 \text{ m/s}^2)(3,0 \text{ m}) + \frac{(5,0 \text{ m/s})^2}{2} \right] = 66 \text{ W}.$$

54. (a) De acordo com a equação de continuidade, a vazão no tubo de 1,9 cm de diâmetro é  $(26 + 19 + 11) \text{ L/min} = 56 \text{ L/min}$ .

(b) Como  $v = R/A$  e  $A = \pi d^2/4$ , temos:

$$\frac{v_{36}}{v_{26}} = \frac{56/\pi(1,9)^2/4}{26/\pi(1,3)^2/4} \approx 1,0.$$

55. No caso do escoamento de um fluido em um cano, o trabalho pode ser escrito em termos da pressão:

$$W = Fd = \left( \frac{F}{A} \right) (Ad) = pV$$

na qual  $V$  é o volume de água transportado de uma extremidade a outra do cano e  $p$  é a diferença de pressão entre as extremidades do cano. Assim,

$$W = (1,0 \times 10^5 \text{ Pa}) (1,4 \text{ m}^3) = 1,4 \times 10^5 \text{ J}.$$

56. (a) De acordo com lei de conservação da energia, a velocidade  $v$  do líquido que sai do furo satisfaz a equação  $\rho v^2/2 = \rho gh$ , o que nos dá  $v = \sqrt{2gh}$ . Como, de acordo com o enunciado,  $\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$ , temos:

$$\rho_1 \sqrt{2gh} A_1 = \rho_2 \sqrt{2gh} A_2 \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{A_2}{A_1} = 2.$$

(b) A razão entre as vazões volumétricas é

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{v_1 A_1}{v_2 A_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{2}.$$

(c) Fazendo  $R_1/R_2 = 1$ , obtemos  $v_1/v_2 = A_2/A_1 = 2 = \sqrt{h_1/h_2}$ , o que nos dá

$$h_2 = h_1/4 = (12,0 \text{ cm})/4 = 3,00 \text{ cm}.$$

57. (a) Usamos a equação de Bernoulli:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2,$$

em que  $h_1$  é a altura da água no tanque,  $p_1$  é a pressão nessa altura e  $v$  é a velocidade da água nessa altura;  $h_2$  é a altura do furo,  $p_2$  é a pressão nessa altura e  $v_2$  é a velocidade da água nessa altura. Como a pressão no alto do tanque e na altura do furo é a pressão atmosférica,  $p_1 = p_2$ . Como o tanque é grande, podemos desprezar a velocidade da água no alto do tanque em comparação com a velocidade da água na altura do furo. Assim, a equação de Bernoulli se torna  $\rho gh_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2$  e

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = \sqrt{2(9,8 \text{ m/s}^2)(0,30 \text{ m})} = 2,42 \text{ m/s}.$$

A vazão é  $A_2 v_2 = (6,5 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(2,42 \text{ m/s}) = 1,6 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ .

(b) Vamos usar a equação de continuidade:  $A_2 v_2 = A_3 v_3$ , em que  $A_3 = A_2/2$  e  $v_3$  é a velocidade da água na altura em que a área da seção reta do jorro é metade da área do furo. Assim,

$$v_3 = (A_2/A_3)v_2 = 2v_2 = 4,84 \text{ m/s}.$$

Depois que sai do furo, a água está em queda livre e estamos interessados em saber em que ponto da queda a velocidade aumentou para 4,84 m/s. Como a pressão não muda durante a queda,  $\frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2 = \frac{1}{2} \rho v_3^2 + \rho gh_3$ . Assim,

$$h_2 - h_3 = \frac{v_3^2 - v_2^2}{2g} = \frac{(4,84 \text{ m/s})^2 - (2,42 \text{ m/s})^2}{2(9,8 \text{ m/s}^2)} = 0,90 \text{ m}.$$

Nota: Combinando as duas expressões obtidas a partir da equação de Bernoulli e a equação de continuidade, podemos relacionar a área da seção reta do jorro à distância vertical percorrida durante a queda por meio da equação

$$h_2 - h_3 = \frac{v_3^2 - v_2^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g} \left[ \left( \frac{A_2}{A_3} \right)^2 - 1 \right] = \frac{v_2^2}{2g} \left[ 1 - \left( \frac{A_3}{A_2} \right)^2 \right].$$

58. Usamos a equação de Bernoulli:

$$p_2 - p_1 = \rho g D + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2).$$

Fazendo  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $D = 180 \text{ m}$ ,  $v_1 = 0,40 \text{ m/s}$  e  $v_2 = 9,5 \text{ m/s}$ , obtemos  $\Delta p = 1,7 \times 10^6 \text{ Pa} = 1,7 \text{ MPa}$ .

59. (a) Usamos a equação de continuidade:  $A_1 v_1 = A_2 v_2$ , em que  $A_1$  é a área do cano no ponto mais alto e  $v_1$  é a velocidade da água nesse ponto;  $A_2$  é a área do cano no ponto mais baixo e  $v_2$  é a velocidade da água no ponto mais baixo. Assim,

$$v_2 = (A_1/A_2)v_1 = [(4,0 \text{ cm}^2)/(8,0 \text{ cm}^2)] (5,0 \text{ m/s}) = 2,5 \text{ m/s}.$$

(b) Usamos a equação de Bernoulli:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2,$$

em que  $\rho$  é a massa específica da água,  $h_1$  é a altura do ponto mais alto e  $h_2$  é a altura do ponto mais baixo. Assim,

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) + \rho g (h_1 - h_2) \\ &= 1,5 \times 10^5 \text{ Pa} + \frac{1}{2} (1000 \text{ kg/m}^3) [(5,0 \text{ m/s})^2 - (2,5 \text{ m/s})^2] + (1000 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(10 \text{ m}) \\ &= 2,6 \times 10^5 \text{ Pa}. \end{aligned}$$

60. (a) Como, de acordo com a equação da continuidade, o produto  $Av$  é constante, a velocidade da água na parte do tubo que não está obstruída pelo torpedo é

$$v = \frac{(25,0 \text{ cm})^2 - (5,00 \text{ cm})^2}{(25,0 \text{ cm})^2} (2,50 \text{ m/s}) = 2,40 \text{ m/s}.$$

(b) Como, de acordo com a equação de Bernoulli, a soma  $p + \rho v^2/2$  é constante, a diferença de pressão é

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho \Delta v^2 = \frac{1}{2} (1000 \text{ kg/m}^3) [(2,50 \text{ m/s})^2 - (2,40 \text{ m/s})^2] = 245 \text{ Pa}.$$

61. (a) De acordo com a equação de continuidade,

$$v_2 A_2 = v_1 A_1 \Rightarrow v_2 = v_1 \left( \frac{r_1^2}{r_2^2} \right)$$

o que nos dá  $v_2 = 3,9 \text{ m/s}$ .

(b) Para  $h = 7,6 \text{ m}$  e  $p_1 = 1,7 \times 10^5 \text{ Pa}$ , a equação de Bernoulli nos dá

$$p_2 = p_1 - \rho g h + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) = 8,8 \times 10^4 \text{ Pa}.$$

62. (a) De acordo com a equação de Bernoulli,  $p_A = p_B + \frac{1}{2} \rho_{\text{ar}} v^2$ . Além disso, para que a pressão seja igual nos dois lados do tubo, devemos ter  $\Delta p = p_A - p_B = \rho g h$ . Assim,  $\rho g h = \frac{1}{2} \rho_{\text{ar}} v^2$  e

$$v = \sqrt{\frac{2\rho g h}{\rho_{\text{ar}}}}.$$

(b) A velocidade do avião em relação ao ar é

$$v = \sqrt{\frac{2\rho g h}{\rho_{\text{ar}}}} = \sqrt{\frac{2(810 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(0,260 \text{ m})}{1,03 \text{ kg/m}^3}} = 63,3 \text{ m/s}.$$

63. Usamos a expressão para  $v$  obtida no problema anterior:

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_{\text{ar}}}} = \sqrt{\frac{2(180 \text{ Pa})}{0,031 \text{ kg/m}^3}} = 1,1 \times 10^2 \text{ m/s}.$$



64. (a) O volume de água que escoar para a atmosfera em um período de 10 minutos é

$$V = (v_1 t) A_1 = (15 \text{ m/s})(10 \text{ min})(60 \text{ s/min}) \left( \frac{\pi}{4} \right) (0,03 \text{ m})^2 = 6,4 \text{ m}^3.$$

(b) A velocidade no segmento esquerdo do tubo é

$$v_2 = v_1 \left( \frac{A_1}{A_2} \right) = v_1 \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 = (15 \text{ m/s}) \left( \frac{3,0 \text{ cm}}{5,0 \text{ cm}} \right)^2 = 5,4 \text{ m/s}.$$

(c) Como

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

e  $h_1 = h_2$ ,  $p_1 = p_0$ , que é a pressão atmosférica, e

$$\begin{aligned} p_2 &= p_0 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa} + \frac{1}{2} (1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) [(15 \text{ m/s})^2 - (5,4 \text{ m/s})^2] \\ &= 1,99 \times 10^5 \text{ Pa} = 1,97 \text{ atm}. \end{aligned}$$

Assim, a pressão manométrica é  $(1,97 \text{ atm} - 1,00 \text{ atm}) = 0,97 \text{ atm} = 9,8 \times 10^4 \text{ Pa}$ .

65. A equação de continuidade nos dá  $AV = av$  e a equação de Bernoulli nos dá  $\rho V^2/2 = \Delta p + \rho v^2/2$ , em que  $\Delta p = p_2 - p_1$ , com  $p_2$  igual à pressão na garganta e  $p_1$  igual à pressão no cano. A primeira equação nos dá  $v = (A/a)V$ . Substituindo na segunda equação, obtemos

$$\frac{1}{2} \rho V^2 = \Delta p + \frac{1}{2} \rho (A/a)^2 V^2.$$

(a) A equação acima nos dá a seguinte expressão para  $V$ :

$$V = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho(1 - (A/a)^2)}} = \sqrt{\frac{2a^2\Delta p}{\rho(a^2 - A^2)}}.$$

(b) Substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$V = \sqrt{\frac{2a^2\Delta p}{\rho(a^2 - A^2)}} = \sqrt{\frac{2(32 \times 10^{-4} \text{ m}^2)^2(41 \times 10^3 \text{ Pa} - 55 \times 10^3 \text{ Pa})}{(1000 \text{ kg/m}^3)[(32 \times 10^{-4} \text{ m}^2)^2 - (64 \times 10^{-4} \text{ m}^2)^2]}} = 3,06 \text{ m/s}.$$

Assim, a vazão é

$$R = AV = (64 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(3,06 \text{ m/s}) = 2,0 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}.$$

Nota: É a diferença de pressão  $\Delta p$  entre os pontos 1 e 2 que causa a diferença de altura do fluido nos dois lados do manômetro. Note que  $\Delta p = p_2 - p_1 < 0$  (a pressão na garganta é menor que a pressão no cano), mas, como  $a < A$ , o radicando é positivo.

66. Usamos o resultado do item (a) do problema anterior.

(a) Neste caso,  $\Delta p = p_1 = 2,0 \text{ atm}$ . Assim,

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho[(A/a)^2 - 1]}} = \sqrt{\frac{4(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})}{(1000 \text{ kg/m}^3)[(5a/a)^2 - 1]}} = 4,1 \text{ m/s}.$$

(b) De acordo com a equação de continuidade,  $V = (A/a)v = (5a/a)v = 5v = 21 \text{ m/s}$ .

(c) A vazão é dada por

$$Av = \frac{\pi}{4} (5,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2) (4,1 \text{ m/s}) = 8,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}.$$

67. (a) O módulo da força de atrito é

$$f = A\Delta p = \rho_w g d A = (1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) (9,8 \text{ m/s}^2) (6,0 \text{ m}) \left(\frac{\pi}{4}\right) (0,040 \text{ m})^2 = 74 \text{ N}.$$

(b) Como a velocidade da água que escoo pelo cano é  $v = \sqrt{2gd}$ , o volume de água que sai do cano em um intervalo de tempo  $\Delta t = 3 \text{ h}$  é

$$V = Av\Delta t = \frac{\pi^2}{4} (0,040 \text{ m})^2 \sqrt{2(9,8 \text{ m/s}^2) (6,0 \text{ m})} (3,0 \text{ h}) (3600 \text{ s/h}) = 1,5 \times 10^2 \text{ m}^3.$$

68. (a) Observando o gráfico da Fig. 14-52, vemos que as pressões nos dois segmentos são iguais quando o inverso do quadrado da área da seção reta dos dois segmentos é 16 (em unidades do SI). Este é o ponto no qual as áreas da seção reta dos dois segmentos são iguais. Assim, se  $A_1 = 1/\sqrt{16}$  quando a diferença das pressões é zero, temos:

$$A_2 = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ m}^2$$

(b) Usando a equação de Bernoulli (na forma da Eq. 14-30), observamos que a diferença de pressão pode ser escrita na forma de uma linha reta:  $mx + b$ , em que  $x$  é o inverso do quadrado de uma área (o eixo horizontal do gráfico da Fig. 14-52),  $m$  é a inclinação e  $b$  é o ponto de interseção com o eixo  $y$  ( $-300 \text{ kN/m}^2$ , no caso). Mais especificamente, de acordo com a Eq. 14-30,  $b = -\rho v_2^2/2$ . Assim, para  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , obtemos  $v_2 = \sqrt{600} \text{ m/s}$ . Nesse caso, de acordo com a Eq. 14-24, a vazão é

$$R = A_2 v_2 = (0,25 \text{ m}^2)(\sqrt{600} \text{ m/s}) = 6,12 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Usando um valor mais preciso para a massa específica da água (veja a Tabela 14-1),  $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ , obtemos  $R = 6,13 \text{ m}^3/\text{s}$ .

69. (a) Combinando as Eqs. 14-35 e 14-36, obtemos a expressão

$$R = A_1 A_2 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

para a vazão em função da diferença de pressão e das áreas das seções retas. Note que, como  $\Delta p = p_1 - p_2 = -7,2 \times 10^3 \text{ Pa}$  e  $A_1^2 - A_2^2 = -8,66 \times 10^{-3} \text{ m}^4$ , o radicando é positivo. Executando os cálculos, obtemos  $R = 0,0776 \text{ m}^3/\text{s}$ .

(b) A vazão mássica é  $\rho R = (900 \text{ kg/m}^3)(0,0776 \text{ m}^3/\text{s}) = 69,8 \text{ kg/s}$ .

70. De acordo com a Eq. 14-23, as velocidades do lado esquerdo e do lado direito são  $v_{\text{centro}}/4$  e  $v_{\text{centro}}/9$ , respectivamente. Notamos também que a massa correspondente a  $0,400 \text{ m}^3$  de água é  $399 \text{ kg}$  (veja a Tabela 14-1). Assim, de acordo com as Eqs. 14-31 e 14-32, temos:

$$W = \frac{1}{2} m v_{\text{centro}}^2 \left( \frac{1}{9^2} - \frac{1}{4^2} \right) = -2,50 \text{ J}.$$

71. (a) O jorro d'água sai do furo na horizontal ( $\theta_0 = 0^\circ$ , na notação do Capítulo 4), com uma velocidade  $v_0 = \sqrt{2gh}$ . Fazendo  $y - y_0 = -(H - h)$  na Eq. 4-22, obtemos o "tempo de voo"

$$t = \sqrt{\frac{-2(H - h)}{-g}} = \sqrt{\frac{2}{g}(H - h)}.$$

Substituindo na Eq. 4-21 com  $x_0 = 0$  por causa da escolha da origem, obtemos

$$x = v_0 t = \sqrt{2gh} \sqrt{\frac{2(H - h)}{g}} = 2\sqrt{h(H - h)} = 2\sqrt{(10 \text{ cm})(40 \text{ cm} - 10 \text{ cm})} = 35 \text{ cm}.$$

(b) O resultado do item (a) [que, elevado ao quadrado, nos dá  $x^2 = 4h(H - h)$ ] é uma equação do segundo grau em  $h$  para valores conhecidos de  $x$  e  $H$ . Assim, duas soluções para  $h$  são matematicamente possíveis, mas será que as duas soluções têm significado físico? Para isso, as duas soluções devem ser reais, positivas e menores que  $H$ . Usando a fórmula das raízes de uma equação do segundo grau, obtemos:

$$h^2 - Hh + \frac{x^2}{4} = 0 \Rightarrow h = \frac{H \pm \sqrt{H^2 - x^2}}{2},$$

o que mostra que as duas soluções têm significado físico, contanto que  $x < H$ . Chamando a raiz maior de  $h_1$  (essa raiz é obtida usando o sinal positivo para a raiz quadrada) e a raiz menor de  $h_2$  (obtida usando o sinal negativo para a raiz quadrada), vemos que a soma das raízes é

$$h_1 + h_2 = \frac{H + \sqrt{H^2 - x^2}}{2} + \frac{H - \sqrt{H^2 - x^2}}{2} = H.$$

Assim, as duas raízes (chamadas genericamente de  $h'$  e  $h$ ) estão relacionadas através da equação  $h' = H - h$ . Para  $H = 40$  cm e  $h = 10$  cm,  $h' = 40$  cm - 10 cm = 30 cm.

(c) De acordo com os resultados do item (a),  $x = f(h) = 2\sqrt{h(H - h)}$ . Para maximizar a função  $f(h)$ , derivamos a função em relação a  $h$  e igualamos o resultado a zero, o que nos dá

$$\frac{df}{dh} = \frac{H - 2h}{\sqrt{h(H - h)}} = 0 \Rightarrow h = \frac{H}{2} = \frac{40 \text{ cm}}{2} = 20 \text{ cm}.$$

72. Vamos usar a equação de Bernoulli:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2.$$

Quando a água chega à altura  $h_2$  e está prestes a inundar o porão, a velocidade  $v_2$  da água no cano  $M$  é dada por

$$\rho g(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = 13,86 \text{ m/s}.$$

De acordo com a equação de continuidade, o índice de precipitação correspondente é

$$v_1 = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)v_2 = \frac{\pi(0,030 \text{ m})^2}{(30 \text{ m})(60 \text{ m})}(13,86 \text{ m/s}) = 2,177 \times 10^{-5} \text{ m/s} \approx 7,8 \text{ cm/h}.$$

73. Como o corpo da pessoa está em equilíbrio, temos:

$$F_e = m_{\text{corpo}}g \Rightarrow \rho_{\text{água}}gV_{\text{imerso}} = \rho_{\text{corpo}}gV_{\text{total}},$$

o que nos dá

$$\frac{V_{\text{imerso}}}{V_{\text{total}}} = \frac{\rho_{\text{corpo}}}{\rho_{\text{água}}}.$$

Como, de acordo com o enunciado, dois terços do corpo estão abaixo da superfície, sabemos que  $V_{\text{imerso}}/V_{\text{total}} = 2/3$ . Assim, para  $\rho_{\text{corpo}} = 0,98 \text{ g/cm}^3$ , obtemos  $\rho_{\text{água}} \approx 1,5 \text{ g/cm}^3$ , um valor muito maior que a massa específica da água dos oceanos,  $1,024 \text{ g/cm}^3$  (veja a Tabela 14-1). (A água do Mar Morto contém alta concentração de sal porque o mar fica em uma região muito quente e seca.)

74. Se o nível do mercúrio de um lado do tubo desce uma distância  $x$ , o nível sobe a mesma distância do outro lado do tubo. Assim, a diferença entre os níveis de mercúrio dos dois lados do tubo é  $2x$ , o que produz uma diferença de pressão  $\Delta p = 2\rho_{\text{Hg}}gx$ . Essa pressão deve ser com-

pensada pela pressão da água,  $p_a = \rho_a g h$ , em que  $h = 11,2$  cm. Como, nessas unidades,  $\rho_a = 1,00$  g/cm<sup>3</sup> e  $\rho_{\text{Hg}} = 13,6$  g/cm<sup>3</sup> (veja a Tabela 14-1), temos:

$$x = \frac{\rho_a g h}{2\rho_{\text{Hg}} g} = \frac{(1,00 \text{ g/cm}^3)(11,2 \text{ cm})}{2(13,6 \text{ g/cm}^3)} = 0,412 \text{ cm}.$$

75. Substituindo  $m$  por  $\rho V$ , a segunda lei de Newton nos dá

$$\rho_{\text{água}} V g - \rho_{\text{bolha}} V g = \rho_{\text{bolha}} V a$$

e, portanto,

$$\rho_{\text{água}} = \rho_{\text{bolha}} (1 + a / g)$$

Para  $\rho_{\text{água}} = 998$  kg/m<sup>3</sup> (veja a Tabela 14-1), temos:

$$\rho_{\text{bolha}} = \frac{\rho_{\text{água}}}{1 + a / g} = \frac{998 \text{ kg/m}^3}{1 + (0,225 \text{ m/s}^2) / (9,80 \text{ m/s}^2)} = 975,6 \text{ kg/m}^3.$$

Como o volume  $V$  da bolha é  $V_{\text{bolha}} = 4\pi r^3/3$ , em que  $r = 5,00 \times 10^{-4}$  m, a massa da bolha é  $m_{\text{bolha}} = \rho_{\text{bolha}} V_{\text{bolha}} = 5,11 \times 10^{-7}$  kg.

76. Para formular o problema do modo mais geral possível, vamos chamar de  $f$  a razão entre a massa específica do seu corpo e a massa específica da água (ou seja,  $f = \rho/\rho_a$ ). Se você está boiando, a soma das forças verticais que agem sobre o seu corpo (peso e empuxo) é nula, ou seja,

$$F_e = F_g \Rightarrow \rho_a g V_i = \rho g V$$

em que  $V$  é o volume total do seu corpo e  $V_i$  é o volume da parte do seu corpo que está imersa.

(a) A equação acima nos dá

$$\frac{V_i}{V} = \frac{\rho}{\rho_a} = f,$$

o que significa que, para  $\rho/\rho_a = 0,95$ , 95% do seu corpo está imerso e, portanto, apenas 5,0% do seu corpo está acima da superfície da água.

(b) Substituindo  $\rho_a$  por  $1,6\rho_a$  na equação acima, obtemos:

$$\frac{V_i}{V} = \frac{\rho}{1,6\rho_a} = \frac{f}{1,6},$$

o que significa que 59% do seu corpo está imerso e, portanto, 41% do seu corpo está acima da superfície da areia movediça.

(c) A resposta do item (b) mostra que uma pessoa nessa situação consegue respirar.

77. O módulo da força de empuxo que o leite exerce sobre a bola é  $F_e = \rho_{\text{leite}} g V$ , em que  $V = 4\pi r^3/3$  é o volume da bola. O módulo do peso da bola é  $P = m_{\text{bola}} g$ . De acordo com a segunda lei de Newton, como a aceleração é zero,

$$F_N + \rho_{\text{leite}} g V - m_{\text{bola}} g = 0.$$

Substituindo os valores conhecidos, obtemos  $m_{\text{bola}} = 0,0442$  kg.

78. Como, de acordo com a Eq. 5-8,  $F_g = mg = \rho_{\text{esquiador}} g V$  e, de acordo com a Eq. 14-16, a força de empuxo é  $F_e = \rho_{\text{neve}} g V$ , a razão entre as duas forças é

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{\rho_{\text{neve}} g V}{\rho_{\text{esquiador}} g V} = \frac{\rho_{\text{neve}}}{\rho_{\text{esquiador}}} = \frac{96}{1020} = 0,094 = 9,4\%.$$

79. Desprezando a força de empuxo exercida pelo ar, o valor de 30 N é interpretado como sendo o peso real do objeto. A força de empuxo  $F_e = \rho_a V g$  que a água exerce sobre o objeto é, portanto,  $(30 - 20) \text{ N} = 10 \text{ N}$ , o que significa que o volume do objeto é

$$V = \frac{F_e}{\rho_a g} = \frac{10 \text{ N}}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)} = 1,02 \times 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Quando o objeto está imerso no segundo líquido, a força de empuxo é  $(30 - 24) \text{ N} = 6,0 \text{ N}$ , o que significa que a massa específica do segundo líquido é

$$\rho_2 = \frac{F_e}{gV} = \frac{6,0 \text{ N}}{(9,8 \text{ m/s}^2)(1,02 \times 10^{-3} \text{ m}^3)} = 6,0 \times 10^2 \text{ kg/m}^3.$$

80. Um objeto de massa  $m = \rho V$  imerso em um líquido de massa específica  $\rho_{\text{liq}}$  flutua se a força da gravidade  $mg$  é igual à força de empuxo  $F_e = \rho_{\text{liq}} g V_i$ , em que  $V_i$  é o volume da parte imersa do objeto. Isso nos leva à relação

$$\frac{\rho}{\rho_{\text{liq}}} = \frac{V_i}{V}$$

para a razão entre o volume da parte imersa do objeto e o volume total. Como, ao ser imerso em água ( $\rho_{\text{liq}} = \rho_a$ ), o objeto flutua totalmente submerso,  $V_i = V$  e, portanto,  $\rho = \rho_a$ , ou seja, o objeto tem a mesma massa específica que a água. Supomos que o objeto mantém a mesma orientação em todos os casos, embora essa hipótese não seja necessariamente realista, dependendo da forma do objeto.

(a) No caso do líquido A,  $\rho/\rho_A = 1/2$ ; como  $\rho = \rho_a$ ,  $\rho_A/\rho_a = 2$ .

(b) No caso do líquido B, notando que o fato de que dois terços do objeto estão *acima* da superfície da água significa que um terço está *abaixo* da superfície,  $\rho/\rho_B = 1/3$  e, portanto,  $\rho_B/\rho_a = 3$ .

(c) No caso do líquido C, notando que o fato de que um quarto do objeto está *acima* da superfície da água significa que três quartos estão *abaixo* da superfície,  $\rho/\rho_C = 3/4$  e, portanto,  $\rho_C/\rho_a = 4/3$ .

81. Como as pressões dos dois lados do tubo na altura da superfície de contato do líquido com a água devem ser iguais, a Eq. 14-9 nos dá

$$\rho g h = \rho_a g h_a$$

Assim,

$$h_a = \frac{\rho h}{\rho_a} = \frac{0,80 \times 8,0}{0,998} = 6,41 \text{ cm}.$$

O volume de água nessa coluna é, portanto,

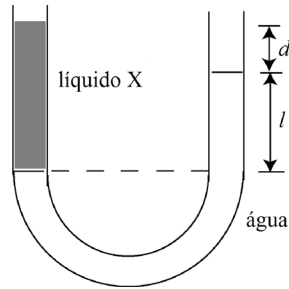
$$V = \pi r^2 h_a = \pi (1,50 \text{ cm})^2 (6,41 \text{ cm}) = 45,3 \text{ cm}^3.$$

Esta é a quantidade de água que transborda do lado direito.

Nota: Como foi discutido no Exemplo “Equilíbrio de pressões em um tubo em forma de U”, a relação entre a massa específica do líquido desconhecido e a massa específica da água pode ser escrita na forma

$$\rho_x = \rho_a \frac{l}{l+d}.$$

O nível do líquido do lado esquerdo ficou acima do nível da água do lado direito porque o líquido tinha uma massa específica menor que a da água:  $\rho_X < \rho_a$ .



82. O balão está sujeito a duas forças: a força gravitacional  $mg$  e a força de empuxo  $F_e = \rho_{\text{fora}} Vg$ . De acordo com a segunda lei de Newton (com  $m = \rho_{\text{dentro}} V$ ), temos:

$$\rho_{\text{fora}} Vg - \rho_{\text{dentro}} Vg = \rho_{\text{dentro}} Va \Rightarrow \left( \frac{\rho_{\text{fora}}}{\rho_{\text{dentro}}} - 1 \right) g = a.$$

De acordo com o enunciado do problema,  $\rho_{\text{fora}}/\rho_{\text{dentro}} = 1,39$  (o ar do lado de fora do balão está mais frio que o ar do lado de dentro). Assim, a aceleração para cima é

$$a = (1,39 - 1,00)(9,80 \text{ m/s}^2) = 3,82 \text{ m/s}^2.$$

83. (a) Considere um ponto  $D$  no interior do tubo, no mesmo nível que a superfície do líquido. Aplicando a equação de Bernoulli aos pontos  $D$  e  $C$ , obtemos

$$p_D + \frac{1}{2} \rho v_D^2 + \rho g h_D = p_C + \frac{1}{2} \rho v_C^2 + \rho g h_C,$$

o que nos dá

$$v_C = \sqrt{\frac{2(p_D - p_C)}{\rho} + 2g(h_D - h_C) + v_D^2} \approx \sqrt{2g(d + h_2)}$$

em que, para chegar à última expressão, fizemos  $p_D = p_C = p_{\text{ar}}$  e  $v_D/v_C \approx 0$ . Substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$v_C = \sqrt{2(9,8 \text{ m/s}^2)(0,40 \text{ m} + 0,12 \text{ m})} = 3,2 \text{ m/s}.$$

(b) Considere agora os pontos  $B$  e  $C$ . De acordo com a equação de Bernoulli,

$$p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g h_B = p_C + \frac{1}{2} \rho v_C^2 + \rho g h_C.$$

Como  $p_C = p_{\text{ar}}$  e, de acordo com a equação da continuidade,  $v_B = v_C$ , temos:

$$\begin{aligned} p_B &= p_C + \rho g(h_C - h_B) = p_{\text{ar}} - \rho g(h_1 + h_2 + d) \\ &= 1,0 \times 10^5 \text{ Pa} - (1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(0,25 \text{ m} + 0,40 \text{ m} + 0,12 \text{ m}) \\ &= 9,2 \times 10^4 \text{ Pa}. \end{aligned}$$

(c) Como  $p_B \geq 0$ , devemos ter

$$p_{\text{ar}} - \rho g(h_1 + d + h_2) \geq 0,$$

o que nos dá

$$h_1 \leq h_{1,\text{max}} = \frac{p_{\text{ar}}}{\rho} - d - h_2 \leq \frac{p_{\text{ar}}}{\rho} = 10,3 \text{ m}.$$

84. A vazão de ar é  $R = vA$ , sendo  $A = \pi r^2$  e  $r = d/2$ . Explicitando a velocidade, obtemos

$$v = \frac{R}{A} = \frac{R}{\pi(d/2)^2} = \frac{4R}{\pi d^2}.$$

(a) Para  $R = 7,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  e  $d = 14 \times 10^{-3} \text{ m}$ , obtemos  $v = 45 \text{ m/s}$ , que corresponde a cerca de 13% da velocidade do som, já que  $45/343 = 0,311$ .

(b) Com a traqueia contraída ( $d = 5,2 \times 10^{-3} \text{ m}$ ) obtemos  $v = 330 \text{ m/s}$ , o que corresponde a aproximadamente 96% da velocidade do som, já que  $330/343 = 0,962$ .

85. Considere uma lata quase totalmente imersa. Para propósitos de cálculo, vamos tomar o volume imerso como sendo  $V = 1200 \text{ cm}^3$ . Para que a lata flutue, a soma do peso da lata,  $m_l g$ , com o peso do chumbo,  $m_c g$ , deve ser igual ao empuxo:

$$(m_l + m_c)g = \rho_a Vg \Rightarrow m_c = (1 \text{ g/cm}^3) (1200 \text{ cm}^3) - 130 \text{ g},$$

o que nos dá  $1,07 \times 10^3 \text{ g}$  para a massa máxima de chumbo que pode ser colocada na lata sem fazê-la afundar.

## Capítulo 15

1. (a) Durante o movimento harmônico simples, a velocidade é momentaneamente nula quando o objeto passa por um *ponto de retorno*, ou seja, quando  $x = +x_m$  ou  $x = -x_m$ . Suponha que o objeto tenha partido do ponto  $x = +x_m$  no instante  $t = 0$  e chegue ao ponto  $x = -x_m$  no instante  $t = 0,25$  s. Para completar um ciclo, o objeto, que começou no ponto  $x = +x_m$ , deve voltar ao ponto  $x = +x_m$  (o que, por simetria, acontece  $0,25$  s depois que o ponto passa pelo ponto  $x = -x_m$ ). Assim, o tempo que o objeto leva para completar um ciclo, ou seja, o período, é  $T = 2t = 0,50$  s.

(b) A frequência, por definição, é o inverso do período:  $f = 1/T = 2,0$  Hz.

(c) A distância de  $36$  cm entre  $x = +x_m$  e  $x = -x_m$  é  $2x_m$ . Assim,  $x_m = 36/2 = 18$  cm.

2. (a) A amplitude da aceleração está relacionada à força máxima por meio da segunda lei de Newton:  $F_{\max} = ma_m$ . Na discussão que se segue à Eq. 15-7, é comentado que a amplitude da aceleração é  $a_m = \omega^2 x_m$ , em que  $\omega$  é a frequência angular ( $\omega = 2\pi f$ , já que um ciclo corresponde a  $2\pi$  radianos). A frequência é o recíproco do período:  $f = 1/T = 1/0,20 = 5,0$  Hz; assim, a frequência angular é  $\omega = 10\pi$  e

$$F_{\max} = m\omega^2 x_m = (0,12 \text{ kg})(10\pi \text{ rad/s})^2 (0,085 \text{ m}) = 10 \text{ N}.$$

(b) De acordo com a Eq. 15-12,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = m\omega^2 = (0,12 \text{ kg})(10\pi \text{ rad/s})^2 = 1,2 \times 10^2 \text{ N/m}.$$

3. Na discussão que se segue à Eq. 15-7, é comentado que a amplitude da aceleração é  $a_m = \omega^2 x_m$ , em que  $\omega$  é a frequência angular ( $\omega = 2\pi f$ , já que um ciclo corresponde a  $2\pi$  radianos). Assim,

$$a_m = \omega^2 x_m = (2\pi f)^2 x_m = [2\pi(6,60 \text{ Hz})]^2 (0,0220 \text{ m}) = 37,8 \text{ m/s}^2.$$

4. (a) Como, de acordo com o enunciado,  $f = 3,00$  Hz,  $\omega = 2\pi f = 6\pi$  rad/s. Como cada mola sustenta um quarto da massa do carro, a Eq. 15-12 nos dá

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_{\text{carro}}/4}} \Rightarrow k = \frac{1}{4}(1450 \text{ kg})(6\pi \text{ rad/s})^2 = 1,29 \times 10^5 \text{ N/m}.$$

(b) Se a nova massa a ser sustentada pelas quatro molas é  $m_{\text{total}} = [1450 + 5(73)] \text{ kg} = 1815 \text{ kg}$ , a Eq. 15-12 nos dá

$$\omega_{\text{nova}} = \sqrt{\frac{k}{m_{\text{total}}/4}} \Rightarrow f_{\text{nova}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1,29 \times 10^5 \text{ N/m}}{(1815/4) \text{ kg}}} = 2,68 \text{ Hz}.$$

5. (a) Como a amplitude é metade do deslocamento total,  $x_m = 1,0$  mm.

(b) A velocidade máxima  $v_m$  está relacionada à amplitude  $x_m$  por meio da equação  $v_m = \omega x_m$ , em que  $\omega$  é a frequência angular. Como  $\omega = 2\pi f$ , na qual  $f$  é a frequência,

$$v_m = 2\pi f x_m = 2\pi(120 \text{ Hz})(1,0 \times 10^{-3} \text{ m}) = 0,75 \text{ m/s}.$$



(c) A aceleração máxima é

$$a_m = \omega^2 x_m = (2\pi f)^2 x_m = [2\pi(120 \text{ Hz})]^2 (1,0 \times 10^{-3} \text{ m}) = 5,7 \times 10^2 \text{ m/s}^2.$$

6. (a) A frequência angular  $\omega$  é dada por  $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ , na qual  $f$  é a frequência e  $T$  é o período. Assim,

$$\omega = 2\pi/(1,00 \times 10^{-5} \text{ s}) = 6,28 \times 10^5 \text{ rad/s}.$$

(b) Como a velocidade máxima  $v_m$  e o deslocamento máximo  $x_m$  estão relacionados por meio da equação  $v_m = \omega x_m$ , temos:

$$x_m = \frac{v_m}{\omega} = \frac{1,00 \times 10^3 \text{ m/s}}{6,28 \times 10^5 \text{ rad/s}} = 1,59 \times 10^{-3} \text{ m}.$$

7. O módulo da aceleração máxima é dado por  $a_m = \omega^2 x_m$ , em que  $\omega$  é a frequência angular e  $x_m$  é a amplitude.

(a) A frequência angular para a qual a aceleração máxima é  $g$  é dada por  $\omega = \sqrt{g/x_m}$  e a frequência correspondente é dada por

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{x_m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9,8 \text{ m/s}^2}{1,0 \times 10^{-6} \text{ m}}} = 498 \text{ Hz}.$$

(b) Para frequências maiores que 498 Hz, a aceleração é maior que  $g$  durante parte do movimento.

8. De acordo com o gráfico da Fig. 15-28,  $x_m = 6,00 \text{ cm}$ . Além disso, o valor em  $t = 0$  é  $x_0 = 2,00 \text{ cm}$ . Assim, de acordo com a Eq. 15-3,

$$\phi = \cos^{-1}(2,00/6,00) = +1,91 \text{ rad ou } -4,37 \text{ rad}.$$

A outra solução,  $+4,37 \text{ rad}$ , pode ser excluída com base no fato de que leva a uma inclinação positiva da curva de  $x(t)$  em  $t = 0$ .

9. (a) Entrando com a equação dada em uma calculadora científica (no modo de radianos) e com  $t = 2,0 \text{ s}$ , obtemos:

$$x = 6,0 \cos \left[ 3\pi(2,0) + \frac{\pi}{3} \right] = 3,0 \text{ m}.$$

(b) Derivando a equação dada em relação ao tempo e calculando o valor no instante  $t = 2,0 \text{ s}$ , obtemos:

$$v = \frac{dx}{dt} = -3\pi(6,0) \sin \left[ 3\pi(2,0) + \frac{\pi}{3} \right] = -49 \text{ m/s}.$$

(c) Derivando novamente, obtemos

$$a = \frac{dv}{dt} = -(3\pi)^2 (6,0) \cos \left[ 3\pi(2,0) + \frac{\pi}{3} \right] = -2,7 \times 10^2 \text{ m/s}^2.$$

(d) A fase do movimento é definida na página 90 do livro. Neste caso (no instante  $t = 2,0 \text{ s}$ ), a fase é  $3\pi(2,0) + \pi/3 = 20 \text{ rad}$ .

(e) Comparando com a Eq. 15-3, vemos que  $\omega = 3\pi \text{ rad/s}$ . Assim,  $f = \omega/2\pi = 1,5 \text{ Hz}$ .

(f) O período é o recíproco da frequência:  $T = 1/f = 0,67 \text{ s}$ .

10. (a) O problema se refere ao tempo necessário para repetir o movimento, que é exatamente a definição de período. Assim, o período é  $T = 0,75$  s.

(b) Como a frequência é o inverso do período,  $f = 1/T = 1,3$  Hz.

(c) Como  $2\pi$  radianos equivalem a um ciclo, a frequência angular  $\omega$  (em radianos por segundo) está relacionada à frequência por meio da equação  $\omega = 2\pi f$  e, portanto,  $\omega = 8,4$  rad/s.

11. Quando o bloco é deslocado em relação à posição de equilíbrio, a força total exercida pelas molas é  $-2kx$  no sentido de retornar o bloco à posição de equilíbrio,  $x = 0$ . De acordo com a segunda lei de Newton,

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -2kx.$$

Fazendo  $x = x_m \cos(\omega t + \phi)$  e simplificando, obtemos

$$\omega^2 = \frac{2k}{m}$$

em que  $\omega$  é a frequência angular em radianos por unidade de tempo. Como um ciclo tem  $2\pi$  radianos e a frequência é o número de ciclos por unidade de tempo, temos:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2(7580 \text{ N/m})}{0,245 \text{ kg}}} = 39,6 \text{ Hz.}$$

12. De acordo com o gráfico da Fig. 15-30,  $v_m = \omega x_m = 5,00$  cm/s. Além disso,  $v(0) = 4,00$  cm/s. Nesse caso, de acordo com a Eq. 15-6,

$$\phi = \sin^{-1}(4,00/5,00) = -0,927 \text{ rad ou } +5,36 \text{ rad.}$$

A outra possível solução,  $+4,07$  rad, pode ser descartada porque resultaria em uma inclinação positiva da curva no ponto  $t = 0$ .

13. (a) Como o movimento se repete a cada  $0,500$  s, o período é  $T = 0,500$  s.

(b) Como a frequência é o recíproco do período,  $f = 1/T = 1/(0,500 \text{ s}) = 2,00$  Hz.

(c) A frequência angular é  $\omega = 2\pi f = 2\pi(2,00 \text{ Hz}) = 12,6$  rad/s.

(d) A frequência angular está relacionada à constante elástica  $k$  e à massa  $m$  por meio da equação  $\omega = \sqrt{k/m}$ . Explicitando  $k$ , obtemos

$$k = m\omega^2 = (0,500 \text{ kg})(12,6 \text{ rad/s})^2 = 79,0 \text{ N/m.}$$

(e) Se  $x_m$  é a amplitude das oscilações, a velocidade máxima é

$$v_m = \omega x_m = (12,6 \text{ rad/s})(0,350 \text{ m}) = 4,40 \text{ m/s.}$$

(f) A força máxima é exercida quando o deslocamento é máximo; o módulo da força máxima é dado por  $F_m = kx_m = (79,0 \text{ N/m})(0,350 \text{ m}) = 27,6 \text{ N}$ .

14. A velocidade angular é dada pela Eq. 15-12:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100 \text{ N/m}}{2,00 \text{ kg}}} = 7,07 \text{ rad / s.}$$

Uma forma de resolver o problema seria usar a lei de conservação da energia, como é discutido na Seção 15-4. Outra, que será adotada a seguir, é usar relações trigonométricas baseadas nas Eqs. 15-3 e 15-6.

(a) Dividindo a Eq. 15-6 pela Eq. 15-3, obtemos

$$\frac{v}{x} = -\omega \tan(\omega t + \phi)$$

e a fase  $(\omega t + \phi)$  pode ser obtida a partir da relação

$$\omega t + \phi = \tan^{-1}\left(\frac{-v}{\omega x}\right) = \tan^{-1}\left[\frac{-3,415 \text{ m/s}}{(7,07 \text{ rad/s})(0,129 \text{ m})}\right].$$

Com a calculadora no modo de radianos, obtemos  $\omega t + \phi = -1,31$  rad. Substituindo na Eq. 15-3, obtemos  $0,129 \text{ m} = x_m \cos(-1,31)$ , o que nos dá  $x_m = 0,500 \text{ m}$ .

(b) Como  $\omega t + \phi = -1,31$  em  $t = 1,00 \text{ s}$ , podemos usar o valor de  $\omega$  já calculado para obter o valor da constante de fase; o resultado é  $\phi = -8,38$  rad (na verdade, poderíamos somar  $2\pi$ ,  $4\pi$ , ... a este valor e obter outras soluções igualmente válidas). Usando este valor de  $\phi$ , obtemos  $x_0 = x_m \cos \phi = -0,251 \text{ m}$ .

(c)  $v_0 = -x_m \omega \sin \phi = 3,06 \text{ m/s}$ .

15. (a) Seja

$$x_1 = \frac{A}{2} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

a coordenada da partícula 1 e seja

$$x_2 = \frac{A}{2} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{6}\right)$$

a coordenada da partícula 2 em função do tempo, na qual  $T$  é o período. Note que, como a extensão total do movimento é  $A$ , as duas amplitudes são iguais a  $A/2$ . Os argumentos das funções cosseno estão em radianos. A partícula 1 se encontra em uma das extremidades do segmento ( $x_1 = A/2$ ) no instante  $t = 0$ . A partícula 2 se encontra no ponto  $x_2 = A/2$  no instante  $t = 2\pi t/T + \pi/6 = 0$  ou  $t = -T/12$ . Isso significa que a partícula 1 está atrasada de  $1/12$  de período em relação à partícula 2. Após  $0,50 \text{ s}$ , ou seja, no instante  $t = 0,50 \text{ s}$ , temos:

$$x_1 = \frac{A}{2} \cos\left(\frac{2\pi \times 0,50 \text{ s}}{1,5 \text{ s}}\right) = -0,25A$$

e

$$x_2 = \frac{A}{2} \cos\left(\frac{2\pi \times 0,50 \text{ s}}{1,5 \text{ s}} + \frac{\pi}{6}\right) = -0,43A.$$

A distância entre as partículas nesse instante é  $x_1 - x_2 = -0,25A + 0,43A = 0,18A$ .

(b) As velocidades das partículas são dadas por

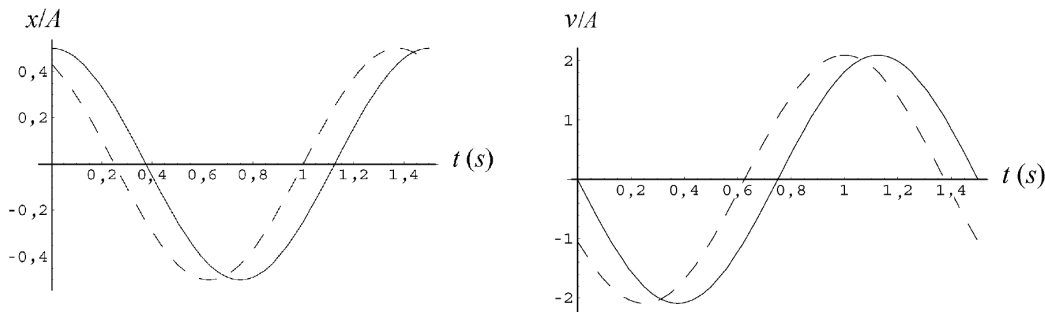
$$v_1 = \frac{dx_1}{dt} = \frac{\pi A}{T} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

e

$$v_2 = \frac{dx_2}{dt} = \frac{\pi A}{T} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{6}\right).$$

Quando calculamos o valor dessas expressões para  $t = 0,50 \text{ s}$ , descobrimos que tanto  $v_1$  como  $v_2$  são negativos, o que significa que as duas partículas estão se movendo no mesmo sentido. A

figura a seguir mostra os gráficos de  $x$  e  $v$  em função do tempo para a partícula 1 (linha cheia) e para a partícula 2 (linha tracejada).



16. No instante  $t$  em que as partículas passam uma pela outra,  $x_1 = x_2 = x_m/2$ , em que

$$x_1 = x_m \cos(\omega t + \phi_1) \quad \text{e} \quad x_2 = x_m \cos(\omega t + \phi_2).$$

A conclusão é que  $\cos(\omega t + \phi_1) = \cos(\omega t + \phi_2) = 1/2$  e, portanto, as fases (os argumentos dos cossenos) são iguais a  $\pi/3$  ou  $-\pi/3$ . Sabemos também que no instante  $t$  as partículas estão se movendo em sentidos opostos. Como as velocidades das partículas no instante  $t$  são

$$v_1 = -x_m \omega \text{sen}(\omega t + \phi_1) \quad \text{e} \quad v_2 = -x_m \omega \text{sen}(\omega t + \phi_2),$$

devemos ter  $\text{sen}(\omega t + \phi_1) = -\text{sen}(\omega t + \phi_2)$ . Para isso, as fases devem ter sinais opostos. Assim, uma das fases é  $\pi/3$  e a outra é  $-\pi/3$  e a diferença de fase é  $\pi/3 - (-\pi/3) = 2\pi/3$ .

17. (a) De acordo com a Eq. 15-8,

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{-a}{x}} = \sqrt{\frac{123 \text{ m/s}^2}{0,100 \text{ m}}} = 35,07 \text{ rad/s}.$$

Assim,  $f = \omega/2\pi = 5,58 \text{ Hz}$ .

(b) A Eq. 15-12 fornece uma relação entre a frequência angular  $\omega$  [calculada no item (a)] e a massa:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow m = \frac{400 \text{ N/m}}{(35,07 \text{ rad/s})^2} = 0,325 \text{ kg}.$$

(c) De acordo com a lei de conservação da energia,  $kx_m^2/2$  (a energia do sistema em um dos pontos de retorno) é igual à soma da energia cinética e da energia potencial no instante  $t$  descrito no problema:

$$\frac{1}{2} kx_m^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2 \Rightarrow x_m = \frac{m}{k} v^2 + x^2.$$

Assim,  $x_m = \sqrt{(0,325 \text{ kg} / 400 \text{ N/m})(13,6 \text{ m/s})^2 + (0,100 \text{ m})^2} = 0,400 \text{ m}$ .

18. A distância entre o nível mais alto e o nível mais baixo é igual ao dobro da amplitude  $x_m$  do movimento. O período está relacionado à frequência angular por meio da Eq. 15-5. Assim,  $x_m = d/2$  e  $\omega = 2\pi/T = 0,503 \text{ rad/h}$ . A constante de fase  $\phi$  da Eq. 15-3 é zero, já que o tempo é contado a partir do ponto  $x_0 = x_m$  (nível mais alto). Estamos interessados em determinar o valor de  $t$  para o qual o nível  $x$  é um quarto da distância total entre o nível mais alto e o nível mais baixo, ou (o que dá no mesmo) o nível  $x$  é metade da distância entre o nível mais alto e o nível médio,

que coincide com a ordem do sistema de coordenadas. Assim, queremos determinar o valor de  $t$  para o qual a superfície do mar está no ponto  $x = x_m/2 = d/4$ . Como  $x = x_m \cos(\omega t + \phi)$ , temos:

$$\frac{1}{4}d = \left(\frac{1}{2}d\right) \cos(0,503t + 0) \Rightarrow \frac{1}{2} = \cos(0,503t)$$

cuja menor raiz positiva é  $t = 2,08$  h. O cálculo deve ser feito com a calculadora no modo de radianos.

19. As duas partes do problema envolvem uma situação na qual a aceleração máxima é igual à aceleração de queda livre. Na discussão que se segue à Eq. 15-7, é dito no livro que a amplitude da aceleração é  $a_m = \omega^2 x_m$ , em que  $\omega$  é a frequência angular; isso significa que devemos ter  $\omega^2 x_m = g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

(a) De acordo com a Eq. 15-5, temos:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x_m = g \Rightarrow x_m = \frac{gT^2}{4\pi^2} = 0,25 \text{ m.}$$

(b) Como  $\omega = 2\pi f$ , temos:

$$(2\pi f)^2 x_m = g \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{x_m}} = 2,2 \text{ Hz.}$$

20. Note que a razão entre a Eq. 15-6 e a Eq. 15-3 é  $v/x = -\omega \tan(\omega t + \phi)$ , na qual, neste problema,  $\omega = 1,20 \text{ rad/s}$ . Fazendo  $t = 0$  e usando os valores obtidos nos gráficos da Fig. 15-31, temos:

$$\phi = \tan^{-1}(-v_0 / x_0 \omega) = \tan^{-1}\left[\frac{4,00}{2 \times 1,20}\right] = 1,03 \text{ rad (ou } -5,25 \text{ rad)}.$$

A outra possibilidade ( $\phi = 4,17 \text{ rad}$ ) é inaceitável porque os sinais de  $v_0$  e  $x_0$  não estariam de acordo com os gráficos da figura.

21. Vamos chamar as constantes elásticas das molas de  $k_1$  e  $k_2$ . Quando o bloco é deslocado em relação à posição de equilíbrio, a força resultante exercida pelas molas é  $|k_1 x + k_2 x|$  no sentido de retornar o bloco à posição de equilíbrio ( $x = 0$ ). De acordo com a segunda lei de Newton,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k_1 x - k_2 x.$$

Fazendo  $x = x_m \cos(\omega t + \phi)$  e simplificando, obtemos

$$\omega^2 = \frac{k_1 + k_2}{m}$$

e, portanto,

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}.$$

Se as molas estivessem agindo sozinhas, produziriam movimentos harmônicos simples de frequências

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1}{m}} = 30 \text{ Hz}, \quad f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_2}{m}} = 45 \text{ Hz.}$$

Nesse caso,

$$f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2} = \sqrt{(30 \text{ Hz})^2 + (45 \text{ Hz})^2} = 54 \text{ Hz.}$$

22. A afirmação de que “a mola não afeta a colisão” justifica o uso das fórmulas de colisão elástica da Seção 10-5. Como conhecemos o período do MHS, podemos calcular a massa do bloco 2:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}} \Rightarrow m_2 = \frac{kT^2}{4\pi^2} = 0,600 \text{ kg.}$$

A velocidade de recuo do bloco 1 pode ser calculada a partir da Eq. 9-67:

$$|v_{1f}| = \left| \frac{0,200 \text{ kg} - 0,600 \text{ kg}}{0,200 \text{ kg} + 0,600 \text{ kg}} \right| (8,00 \text{ m/s}) = 4,00 \text{ m/s.}$$

A velocidade  $v_{1f}$  é também a velocidade inicial  $v_0$  do movimento balístico do bloco 1. Vamos usar um sistema de coordenadas com o eixo  $x$  para a esquerda e o eixo  $y$  para cima. Como o ângulo de lançamento é zero, a Eq. 4-21 e a Eq. 4-22 (com  $-g$  substituído por  $+g$ ) nos dão

$$x - x_0 = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = (4,00 \text{ m/s}) \sqrt{\frac{2(4,90 \text{ m})}{9,8 \text{ m/s}^2}}.$$

Como  $x - x_0 = d$ , obtemos  $d = 4,00 \text{ m}$ .

23. Para que o bloco acompanhe o movimento da mesa, é preciso que a força máxima exercida pela mesa sobre o bloco seja menor que  $\mu_s F_N$ , em que  $\mu_s$  é o coeficiente de atrito estático e  $F_N$  é a força normal exercida pela mesa sobre o bloco. Como o bloco não possui uma aceleração na direção vertical, sabemos que  $F_N = mg$ , na qual  $m$  é a massa do bloco. O módulo da força máxima exercida pela mesa é

$$F = ma_m = m\omega^2 x_m = m(2\pi f)^2 x_m,$$

em que  $a_m$  é a amplitude da aceleração,  $\omega$  é a frequência angular e  $f$  é a frequência. Fazendo  $F = m(2\pi f)^2 x_m$  e  $F_N = mg$  na inequação  $F < \mu_s F_N$ , obtemos  $m(2\pi f)^2 x_m < \mu_s mg$ . Assim, a maior amplitude para a qual o bloco não desliza é

$$x_m = \frac{\mu_s g}{(2\pi f)^2} = \frac{(0,50)(9,8 \text{ m/s}^2)}{(2\pi \times 2,0 \text{ Hz})^2} = 0,031 \text{ m.}$$

24. Para resolver este problema, precisamos determinar a constante elástica efetiva de uma associação em série de duas molas. Para isso, calculamos o módulo  $F$  da força exercida sobre a massa quando o alongamento total das molas é  $\Delta x$ . Nesse caso,  $k_{\text{ef}} = F/\Delta x$ . Suponha que a mola da esquerda sofre um alongamento  $\Delta x_e$  e a mola da direita sofre um alongamento  $\Delta x_d$ . A mola da esquerda exerce uma força de módulo  $k\Delta x_e$  sobre a mola da direita e a mola da direita exerce uma força de módulo  $k\Delta x_d$  sobre a mola da esquerda. De acordo com a terceira lei de Newton, as duas forças devem ser iguais, ou seja,  $k\Delta x_e = k\Delta x_d$ . Isso significa que os dois alongamentos são iguais e, portanto, o alongamento total é duas vezes maior que o alongamento da mola da esquerda:  $\Delta x = 2\Delta x_e$ . Como a mola da esquerda exerce uma força sobre o bloco de módulo  $F = k\Delta x_e$ ,  $k_{\text{ef}} = k\Delta x_e/2\Delta x = k/2$ . Assim, o bloco se comporta como se estivesse submetido à força de uma única mola de constante elástica  $k/2$ . Para determinar a frequência do movimento, substituímos  $k_{\text{ef}}$  por  $k/2$  na equação  $f = (1/2\pi)\sqrt{k_{\text{ef}}/m}$  para obter

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{2m}}.$$

Para  $m = 0,245 \text{ kg}$  e  $k = 6430 \text{ N/m}$ , obtemos  $f = 18,2 \text{ Hz}$ .

25. (a) Igualando as componentes da força da gravidade e da força exercida pela mola na posição de equilíbrio, temos:

$$kx = mg \sin \theta \Rightarrow x = \frac{mg \sin \theta}{k} = \frac{(14,0 \text{ N}) \sin 40,0^\circ}{120 \text{ N/m}} = 0,0750 \text{ m.}$$

A distância a partir do alto do plano inclinado é, portanto,  $(0,450 + 0,075) \text{ m} = 0,525 \text{ m}$ .

(b) A força da gravidade não tem influência sobre o período do MHS, que depende apenas da massa do bloco e da constante elástica da mola. Assim, podemos usar a Eq. 15-13, o que nos dá

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{14,0 \text{ N}/9,80 \text{ m/s}^2}{120 \text{ N/m}}} = 0,686 \text{ s.}$$

26. O fato de que o bloco menor está na iminência de deslizar significa que a força que o bloco maior exerce sobre o bloco menor, no ponto de máxima aceleração, é  $f_{\max} = \mu_s mg$ . Na discussão que se segue à Eq. 15-7, é comentado que a amplitude da aceleração é  $a_m = \omega^2 x_m$ , em que  $\omega$  é a frequência angular. Como, de acordo com a Eq. 15-7,  $\omega = \sqrt{k/(m+M)}$ , a segunda lei de Newton nos dá

$$ma_m = \mu_s mg \Rightarrow \frac{k}{m+M} x_m = \mu_s g$$

e, portanto,

$$x_m = \frac{\mu_s g(m+M)}{k} = \frac{(0,40)(9,8 \text{ m/s}^2)(1,8 \text{ kg} + 10 \text{ kg})}{200 \text{ N/m}} = 0,23 \text{ m} = 23 \text{ cm.}$$

27. A energia total é dada por  $E = kx_m^2/2$ , em que  $k$  é a constante elástica da mola e  $x_m$  é a amplitude do MHS. Como o resultado do item (b) é usado para resolver o item (a), é melhor observar primeiro a solução do item (b).

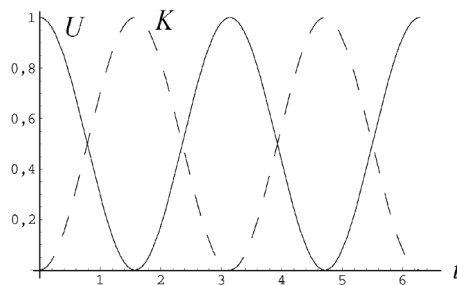
(a) De acordo com o resultado do item (b), a razão entre a energia cinética e a energia total é

$$\frac{K}{E} = \frac{E-U}{E} = 1 - \frac{U}{E} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0,75$$

(b) Como, no ponto  $x = x_m/2$ , a energia potencial é  $U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{8}kx_m^2$ , a razão entre a energia potencial e a energia total é

$$\frac{U}{E} = \frac{kx_m^2/8}{kx_m^2/2} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

(c) Como  $E = \frac{1}{2}kx_m^2$  e  $U = \frac{1}{2}kx^2$ ,  $U/E = x^2/x_m^2$ . Resolvendo a equação  $x^2/x_m^2 = 1/2$ , obtemos  $x = x_m/\sqrt{2}$ .



A figura acima mostra a energia potencial (linha cheia) e a energia cinética (linha tracejada) em função do tempo, supondo que  $x(0) = x_m$ . As curvas se interceptam nos pontos em que  $K = U = E/2$ , ou seja, nos pontos em que  $\cos^2 \omega t = \sin^2 \omega t = 1/2$ .

28. No instante em que a partícula passa pela posição de equilíbrio ( $x = 0$ ), a energia cinética é igual à energia mecânica total:

$$mv^2/2 = U_{\text{total}} = (2,0 \text{ kg})(0,85 \text{ m/s})^2/2 = 0,72 \text{ J.}$$

Observando o gráfico da Fig. 15-36, vemos que  $U(10) = 0,5 \text{ J}$ . Como a função que expressa a energia potencial é da forma  $U(x) = bx^2$ , isso significa que  $b = U(10)/10^2 = 0,5/100 = 5,0 \times 10^{-3}$

J/cm<sup>2</sup>. No ponto em que a velocidade é nula, a energia potencial é igual à energia mecânica total. Assim, a altura máxima que a partícula atinge é

$$x = \sqrt{\frac{U_{\text{total}}}{b}} = \sqrt{\frac{0,72 \text{ J}}{5,0 \times 10^{-3} \text{ J/cm}^2}} = 12 \text{ cm.}$$

(a) A partícula retorna antes de chegar ao ponto  $x = 15 \text{ cm}$ .

(b) A posição do ponto de retorno é  $x = 12 \text{ cm}$ .

29. A energia potencial do bloco no ponto de retorno é igual à energia potencial. Tomando a energia potencial elástica da mola como sendo zero quando o bloco está na posição de equilíbrio,

$$E = \frac{1}{2} kx_m^2 = \frac{1}{2} (1,3 \times 10^2 \text{ N/m})(0,024 \text{ m})^2 = 3,7 \times 10^{-2} \text{ J.}$$

30. (a) Como no ponto de retorno a energia potencial  $E = kx_m^2/2$  é igual à energia total, temos:

$$k = \frac{2E}{x_m^2} = \frac{2,00 \text{ J}}{(0,1 \text{ m})^2} = 200 \text{ N/m.}$$

(b) Como no ponto de equilíbrio a energia cinética  $E = mv^2/2$  é igual à energia total,

$$E = \frac{1}{2} mv_m^2 \Rightarrow m = \frac{2E}{v_m^2} = 1,39 \text{ kg.}$$

(c) De acordo com a Eq. 15-12 (dividida por  $2\pi$ ), temos:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 1,91 \text{ Hz.}$$

31. (a) De acordo com a Eq. 15-12 (dividida por  $2\pi$ ), temos:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1000 \text{ N/m}}{5,00 \text{ kg}}} = 2,25 \text{ Hz.}$$

(b) Para  $x_0 = 0,500 \text{ m}$ ,  $U_0 = \frac{1}{2} kx_0^2 = 125 \text{ J}$ .

(c) Para  $v_0 = 10,0 \text{ m/s}$ , a energia cinética inicial é  $K_0 = \frac{1}{2} mv_0^2 = 250 \text{ J}$ .

(d) Como a energia total  $E = K_0 + U_0 = 375 \text{ J}$  é conservada, o fato de que a energia potencial é igual à energia total no ponto de retorno nos dá

$$E = \frac{1}{2} kx_m^2 \Rightarrow x_m = \sqrt{\frac{2E}{k}} = 0,866 \text{ m.}$$

32. Como a energia é conservada, podemos concluir, do gráfico da Fig. 15-37, que a energia total do sistema é  $6,0 \text{ J}$ ; note também que a amplitude do movimento é  $x_m = 12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$ . Assim, podemos fazer a energia potencial máxima igual a  $6,0 \text{ J}$  para calcular a constante elástica  $k$ :

$$k x_m^2/2 = 6,0 \text{ J} \Rightarrow k = 8,3 \times 10^2 \text{ N/m.}$$

33. O problema pode ser dividido em duas partes: uma colisão totalmente inelástica (que, segundo o enunciado, é praticamente instantânea) e um movimento harmônico simples.

(a) De acordo com a lei de conservação do momento,  $v' = mv/(m + M)$ . Para  $m = 9,5 \text{ g}$ ,  $M = 5,4 \text{ kg}$  e  $v = 630 \text{ m/s}$ , obtemos  $v' = 1,1 \text{ m/s}$ .



(b) Como o bloco atinge a velocidade  $v'$  na posição de equilíbrio,  $v' = v_m$ , em que  $v_m$  é a velocidade máxima do MHS. Para determinar o valor de  $x_m$ , podemos usar a relação  $v_m = \omega x_m$  ou aplicar a lei de conservação da energia. Usando o segundo método, temos:

$$\frac{1}{2}(m+M)v'^2 = \frac{1}{2}kx_m^2 \Rightarrow \frac{1}{2}(m+M)\frac{m^2v^2}{(m+M)^2} = \frac{1}{2}kx_m^2,$$

o que nos dá

$$x_m = \frac{mv}{\sqrt{k(m+M)}} = \frac{(9,5 \times 10^{-3} \text{ kg})(630 \text{ m/s})}{\sqrt{(6000 \text{ N/m})(9,5 \times 10^{-3} \text{ kg} + 5,4 \text{ kg})}} = 3,3 \times 10^{-2} \text{ m}.$$

34. A constante elástica da mola é

$$k = 4\pi^2 m_1 / T^2 = 1,97 \times 10^5 \text{ N/m}.$$

É importante determinar em que ponto do MHS se encontra o bloco 2 quando o choque acontece. Como  $\omega = 2\pi/T$ , sabemos que o instante em que o choque acontece ( $t = 5,0 \text{ ms}$ ) corresponde a  $1/4$  do valor de  $T$ ,  $\omega t = \pi/2$  e a posição do bloco 2 nesse instante é  $x = x_m \cos(\omega t + \phi)$ , em que  $\phi = \pi/2$ , o que nos dá  $x = x_m \cos(\pi/2 + \pi/2) = -x_m$ . Isso significa que, no momento do choque, o bloco 2 se encontra em um ponto de retorno e, portanto, sua velocidade é zero. Isso significa, também, que, nesse instante, o alongamento da mola é  $1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$ . Para calcular a velocidade do bloco 2 após o choque (que é igual à velocidade do bloco 1, já que os dois blocos permanecem unidos após o choque), usamos a lei de conservação do momento e obtemos  $v = (4,0 \text{ kg})(6,0 \text{ m/s}) / (6,0 \text{ kg}) = 4,0 \text{ m/s}$ . Assim, logo após o choque, o sistema (cuja massa total agora é  $M = 6,0 \text{ kg}$ ) possui uma energia cinética

$$K = (6,0 \text{ kg})(4,0 \text{ m/s})^2 / 2 = 48 \text{ J}$$

e uma energia potencial

$$U = kx^2/2 = (1,97 \times 10^5 \text{ N/m})(0,010 \text{ m})^2/2 \approx 10 \text{ J},$$

o que significa que a energia mecânica total do sistema é  $E = K + U = 58 \text{ J}$ . Quando o sistema chega a um novo ponto de retorno (com uma nova amplitude  $X$ ), a energia potencial associada ao deslocamento deve ser igual à energia total:  $E = (1,97 \times 10^5 \text{ N/m}) X^2/2$ . Assim,

$$X = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2(58 \text{ J})}{1,97 \times 10^5 \text{ N/m}}} = 0,024 \text{ m}.$$

35. Na discussão que se segue à Eq. 15-7, é comentado que a amplitude da aceleração é  $a_m = \omega^2 x_m$ , em que  $\omega$  é a frequência angular e  $x_m$  é a amplitude. Assim,

$$\omega = \sqrt{\frac{a_m}{x_m}} = \sqrt{\frac{8000 \text{ m/s}^2}{0,002 \text{ m}}} = 2000 \text{ rad/s}.$$

De acordo com a segunda lei de Newton,

$$F = ma = m[-a_m \cos(\omega t + \phi)] = -(80 \text{ N}) \cos\left(2000t - \frac{\pi}{3}\right)$$

no qual  $t$  está em segundos.

(a) De acordo com a Eq. 15-5,  $T = 2\pi/\omega = 3,1 \times 10^{-3} \text{ s}$ .

(b) Para determinar o valor de  $v_m$ , podemos usar a relação  $v_m = \omega x_m$  ou aplicar a lei de conservação da energia. Vamos usar o segundo método. De acordo com a Eq. 15-12, a constante elástica da mola é  $k = \omega^2 m = 40.000 \text{ N/m}$ . Como a energia é conservada, temos:

$$\frac{1}{2}kx_m^2 = \frac{1}{2}mv_m^2 \Rightarrow v_m = x_m \sqrt{\frac{k}{m}} = 4,0 \text{ m/s}.$$

(c) A energia total é  $\frac{1}{2} kx_m^2 = \frac{1}{2} mv_m^2 = 0,080 \text{ J}$ .

(d) Na posição em que o deslocamento é máximo, a força que age sobre a partícula é

$$F = kx = (4,0 \times 10^4 \text{ N/m})(2,0 \times 10^{-3} \text{ m}) = 80 \text{ N}.$$

(e) Na posição em que o deslocamento é metade do deslocamento máximo, a força é

$$F = kx = (4,0 \times 10^4 \text{ N/m})(1,0 \times 10^{-3} \text{ m}) = 40 \text{ N}.$$

36. A razão entre a Eq. 15-6 e a Eq. 15-3 é  $v/x = -\omega \tan(\omega t + \phi)$ , na qual  $\omega$  é dado pela Eq. 15-12. Como a energia cinética é  $mv^2/2$  e a energia potencial é  $kx^2/2 = m\omega^2 x^2/2$ , a razão entre a energia cinética e a energia potencial é

$$(v/x)^2/\omega^2 = \tan^2(\omega t + \phi),$$

que, no instante  $t = 0$ , é igual a  $\tan^2\phi$ . Como, neste problema,  $\phi = \pi/6$ , a razão entre a energia cinética e a energia potencial no instante  $t = 0$  é  $\tan^2(\pi/6) = 1/3$ .

37. (a) O objeto oscila em torno do ponto de equilíbrio, no qual a força da gravidade e a força elástica da mola se equilibram. Se  $\ell$  é o alongamento da mola na posição de equilíbrio,  $k\ell = mg$ , na qual  $k$  é a constante elástica da mola e  $m$  é a massa do objeto. Assim,  $k/m = g/\ell$  e

$$f = \omega/2\pi = (1/2\pi)\sqrt{k/m} = (1/2\pi)\sqrt{g/\ell}.$$

O ponto de equilíbrio está a meio caminho entre os pontos de retorno. Um desses pontos é o ponto no qual a mola está em repouso e o outro é o ponto em que o objeto está momentaneamente em repouso, 10 cm abaixo do primeiro. Assim,  $\ell = 5,0 \text{ cm} = 0,050 \text{ m}$  e

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9,8 \text{ m/s}^2}{0,050 \text{ m}}} = 2,2 \text{ Hz}.$$

(b) Vamos usar a lei de conservação da energia. Escolhemos como referência para a energia potencial a posição inicial do objeto, com a mola relaxada. Nesse caso, a energia potencial e a energia cinética inicial são nulas. Vamos tomar o sentido do eixo  $y$  como positivo para baixo e fazer  $y = 0,080 \text{ m}$ . A energia potencial quando o objeto está passando por esse ponto é  $U = \frac{1}{2}ky^2 - mgy$  e, de acordo com a lei de conservação da energia,

$$0 = \frac{1}{2}ky^2 - mgy + \frac{1}{2}mv^2.$$

Explicitando a velocidade, obtemos:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2gy - \frac{k}{m}y^2} = \sqrt{2gy - \frac{g}{\ell}y^2} = \sqrt{2(9,8 \text{ m/s}^2)(0,080 \text{ m}) - \left(\frac{9,8 \text{ m/s}^2}{0,050 \text{ m}}\right)(0,080 \text{ m})^2} \\ &= 0,56 \text{ m/s} \end{aligned}$$

(c) Seja  $m$  a massa original e seja  $\Delta m$  a massa adicional. A nova frequência angular é  $\omega' = \sqrt{k/(m + \Delta m)}$ . Como essa frequência é metade da frequência original,  $\sqrt{k/(m + \Delta m)} = \frac{1}{2}\sqrt{k/m}$ . Elevando ambos os membros ao quadrado, dividindo por  $k$  e tomando os recíprocos de ambos os membros, obtemos  $m + \Delta m = 4m$ , o que nos dá

$$m = \Delta m/3 = (300 \text{ g})/3 = 100 \text{ g} = 0,100 \text{ kg}.$$

(d) Na posição de equilíbrio, a força gravitacional e a força elástica são iguais em módulo:  $ky = (m + \Delta m)g$  e, portanto,  $y = (m + \Delta m)g/k$ . Sabemos também que  $k = m\omega^2 = m(2\pi f)^2$ . Assim,

$$y = \frac{(m + \Delta m)g}{m(2\pi f)^2} = \frac{(0,100 \text{ kg} + 0,300 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)}{(0,100 \text{ kg})(2\pi \times 2,24 \text{ Hz})^2} = 0,200 \text{ m}$$

em que  $y$  é a distância em relação à posição inicial.

38. De acordo com a Eq. 15-22 (em valor absoluto), a constante de torção é

$$\kappa = \left| \frac{\tau}{\theta} \right| = \frac{0,20 \text{ N} \cdot \text{m}}{0,85 \text{ rad}} = 0,235 \text{ N} \cdot \text{m/rad}.$$

Para  $I = 2mR^2/5$  (o momento de inércia de uma esfera; veja a Tabela 10-2), a Eq. 15-23 nos dá

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{2}{5}mR^2}{\kappa}} = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{2}{5}(95 \text{ kg})(0,15 \text{ m})^2}{0,235 \text{ N} \cdot \text{m/rad}}} = 12 \text{ s}.$$

39. (a) O deslocamento angular do balanço pode ser escrito na forma  $\theta = \theta_m \cos(2\pi t/T)$ , na qual  $\theta_m$  é a amplitude e  $T$  é o período do movimento. Para obter a velocidade angular, calculamos a derivada dessa expressão em relação ao tempo:  $\Omega = -(2\pi/T)\theta_m \sin(2\pi t/T)$ . No caso do movimento de rotação, o símbolo  $\Omega$  é usado para representar a velocidade angular para não haver confusão entre a velocidade angular e a frequência angular, que normalmente é representada pelo símbolo  $\omega$ . A velocidade angular máxima é

$$\Omega_m = \frac{2\pi\theta_m}{T} = \frac{(2\pi)(\pi \text{ rad})}{0,500 \text{ s}} = 39,5 \text{ rad/s}.$$

(b) Para  $\theta = \pi/2$ ,  $\theta/\theta_m = 1/2$ ,  $\cos(2\pi t/T) = 1/2$  e

$$\sin(2\pi t/T) = \sqrt{1 - \cos^2(2\pi t/T)} = \sqrt{1 - (1/2)^2} = \sqrt{3/2}$$

em que foi usada a identidade trigonométrica  $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ . Assim,

$$\Omega = -\frac{2\pi}{T}\theta_m \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = -\left(\frac{2\pi}{0,500 \text{ s}}\right)(\pi \text{ rad})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -34,2 \text{ rad/s}.$$

Em outro ponto do ciclo, a velocidade angular é  $+34,2 \text{ rad/s}$  quando o deslocamento angular é  $\pi/2 \text{ rad}$ .

(c) A aceleração angular é

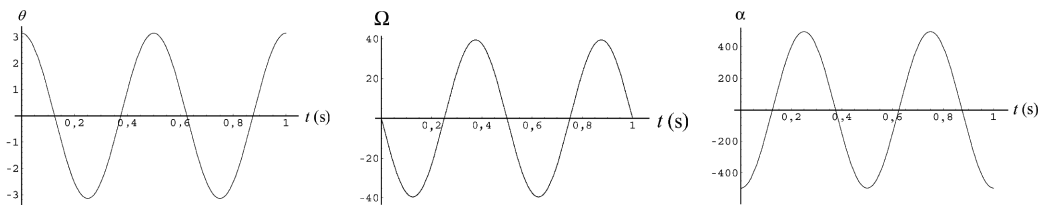
$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \theta_m \cos(2\pi t/T) = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \theta.$$

Para  $\theta = \pi/4$ ,

$$\alpha = -\left(\frac{2\pi}{0,500 \text{ s}}\right)^2 \left(\frac{\pi}{4}\right) = -124 \text{ rad/s}^2$$

ou  $|\alpha| = 124 \text{ rad/s}^2$ .

A figura a seguir mostra o deslocamento angular, a velocidade angular e a aceleração angular em função do tempo.



40. Podemos usar a Eq. 15-29 e o teorema dos eixos paralelos  $I = I_{\text{CM}} + mh^2$ , em que  $h = d$ , a incógnita. No caso de uma régua de comprimento  $L$  e massa  $m$ , o momento de inércia em relação ao centro de massa é  $I_{\text{CM}} = mL^2/12$ . Assim, temos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mL^2/12 + md^2}{mgd}} = 2\pi \sqrt{\frac{L^2}{12gd} + \frac{d}{g}}.$$

Elevando ambos os membros ao quadrado, explicitando  $d$  e aplicando a fórmula da equação do segundo grau, obtemos:

$$d = \frac{g(T/2\pi)^2 \pm \sqrt{g^2(T/2\pi)^4 - L^2/3}}{2}.$$

Escolhendo o sinal positivo da raiz quadrada, obtemos um valor fisicamente impossível para  $d$ , por ser maior que o comprimento da régua:  $d = 1,50$  m. Escolhendo o sinal negativo, obtemos um valor fisicamente possível:  $d = 0,056$  m.

41. (a) De acordo com a Tabela 10-2, o momento de inércia de um disco homogêneo em relação ao centro é  $Mr^2/2$ , em que  $M$  é a massa e  $r$  é o raio do disco. De acordo com o teorema dos eixos paralelos, o momento de inércia do disco do problema em relação ao ponto de suspensão é  $Mr^2/2 + M(L+r)^2/2$ , em que  $L$  é o comprimento da barra. Como a barra gira em torno de uma das extremidades, seu momento de inércia é  $mL^2/3$ , sendo que  $m$  é a massa da barra. O momento de inércia total do sistema é

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2}Mr^2 + M(L+r)^2 + \frac{1}{3}mL^2 \\ &= \frac{1}{2}(0,500 \text{ kg})(0,100 \text{ m})^2 + (0,500 \text{ kg})(0,500 \text{ m} + 0,100 \text{ m})^2 + \frac{1}{3}(0,270 \text{ kg})(0,500 \text{ m})^2 \\ &= 0,205 \text{ kg} \cdot \text{m}^2. \end{aligned}$$

(b) Vamos escolher o ponto de suspensão como referência. O centro de massa do disco está a uma distância

$$\ell_d = L + r = 0,500 \text{ m} + 0,100 \text{ m} = 0,600 \text{ m}$$

do ponto de suspensão e o centro de massa da barra está a uma distância

$$\ell_b = L/2 = (0,500 \text{ m})/2 = 0,250 \text{ m}$$

sobre a mesma reta. A distância entre o ponto de suspensão e o centro de massa do sistema é

$$d = \frac{M\ell_d + m\ell_b}{M + m} = \frac{(0,500 \text{ kg})(0,600 \text{ m}) + (0,270 \text{ kg})(0,250 \text{ m})}{0,500 \text{ kg} + 0,270 \text{ kg}} = 0,477 \text{ m}.$$

(c) O período de oscilação é

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{(M+m)gd}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,205 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{(0,500 \text{ kg} + 0,270 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)(0,477 \text{ m})}} = 1,50 \text{ s}.$$

42. (a) Comparando a expressão dada com a Eq. 15-3 (depois de mudar a variável de  $x$  para  $\theta$ ), vemos que  $\omega = 4,43$  rad/s. Como  $\omega = \sqrt{g/L}$ , podemos calcular o comprimento da corda:  $L = 0,499$  m.

(b) Como  $v_m = \omega x_m = \omega L \theta_m = (4,43 \text{ rad/s})(0,499 \text{ m})(0,0800 \text{ rad})$  e  $m = 0,0600$  kg, a energia cinética máxima é  $mv_m^2/2 = 9,40 \times 10^{-4}$  J.

43. (a) De acordo com o Exemplo “Período e comprimento de um pêndulo físico”, a distância entre  $P$  e  $C$  é  $h = \frac{2}{3}L - \frac{1}{2}L = \frac{1}{6}L$ . Nesse caso, o teorema dos eixos paralelos (Eq. 10-36) nos dá

$$I = \frac{1}{12}mL^2 + mh^2 = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{36}\right)mL^2 = \frac{1}{9}mL^2.$$

De acordo com a Eq. 15-29, temos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} = 2\pi\sqrt{\frac{L^2/9}{gL/6}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}.$$

Assim, para  $L = 1,00$  m, temos  $T = 1,64$  s.

(b) Este valor de  $T$  é igual ao obtido no Exemplo “Período e comprimento de um pêndulo físico”. No que diz respeito aos parâmetros do movimento periódico, o centro de oscilação constitui um ponto de suspensão com as mesmas propriedades que o que foi usado no Exemplo (uma das extremidades da régua).

44. Para podermos usar a Eq. 15-29, precisamos conhecer a posição do centro de massa e o momento de inércia em relação ao ponto  $A$ . O centro de massa da régua horizontal está no ponto  $A$  e o centro de massa da outra régua está  $0,50$  m abaixo do ponto  $A$ . Como as duas réguas têm massas iguais, o centro de massa do sistema está em um ponto situado  $0,25$  m verticalmente abaixo do ponto  $A$ . O momento de inércia do sistema é a soma do momento de inércia  $I_1$  da régua horizontal com o momento de inércia  $I_2$  da régua vertical. Assim, temos:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{3}ML^2 = \frac{5}{12}ML^2$$

em que  $L = 1,00$  m e  $M$  é a massa de uma das réguas. Para  $m = 2M$  (a massa total do sistema), a Eq. 15-29 nos dá

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{5}{12}ML^2}{2Mgh}} = 2\pi\sqrt{\frac{5L}{6g}}$$

em que usamos a relação  $h = L/4$ . Assim,  $T = 1,83$  s.

45. De acordo com a Eq. 15-28, o comprimento do pêndulo quando o período é  $T = 8,85$  s é

$$L = \frac{gT^2}{4\pi^2}.$$

O novo comprimento é  $L' = L - d$ , sendo  $d = 0,350$  m. O novo período é

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g} - \frac{d}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{T^2}{4\pi^2} - \frac{d}{g}},$$

o que nos dá  $T' = 8,77$  s.

46. Usamos a igualdade

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L_0}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}$$

como no item (b) do Exemplo “Período e comprimento de um pêndulo físico”, mas para um caso mais geral. Dividindo ambos os membros por  $2\pi$ , elevando ao quadrado e dividindo por  $g$ , obtemos o resultado:  $L_0 = I/mh$ .

47. Usamos a Eq. 15-29 e o teorema dos eixos paralelos  $I = I_{\text{CM}} + mh^2$  com  $h = d$ . De acordo com a Tabela 10-2, o momento de inércia de um disco homogêneo em torno do centro de massa é  $I_{\text{CM}} = mR^2/2$ . Assim,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mR^2/2 + md^2}{mgd}} = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + 2d^2}{2gd}} = 2\pi \sqrt{\frac{(2,35 \text{ cm})^2 + 2(1,75 \text{ cm})^2}{2(980 \text{ cm/s}^2)(1,75 \text{ cm})}} = 0,366 \text{ s.}$$

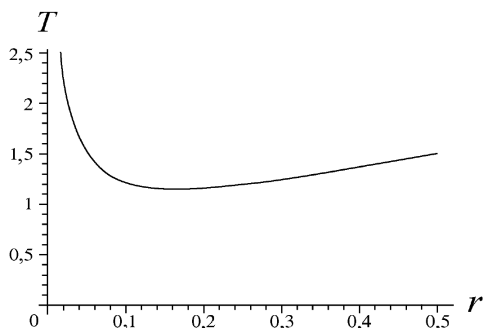
48. (a) No caso do “pêndulo físico”, temos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\text{CM}} + mh^2}{mgh}}.$$

Fazendo  $h = r$  e usando a fórmula (i) da Tabela 10-2, temos:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{12r} + r}.$$

A figura a seguir mostra o período  $T$  em função de  $r$ , para  $a = 0,35 \text{ m}$  e  $b = 0,45 \text{ m}$ .



(b) O valor de  $r$  para o qual  $T$  é mínimo pode ser determinado derivando  $T$  em relação a  $r$  e igualando o resultado a zero, o que nos dá

$$r = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{12}} = \sqrt{\frac{(0,35 \text{ m})^2 + (0,45 \text{ m})^2}{12}} = 0,16 \text{ m.}$$

(c) Como a direção a partir do centro é irrelevante, o lugar geométrico é uma circunferência em torno do centro, de raio  $r = [(a^2 + b^2)/12]^{1/2}$ .

49. Substituindo  $x$  e  $v$  nas Eqs. 15-3 e 15-6 por  $\theta$  e  $d\theta/dt$ , respectivamente, identificamos 4,44 rad/s como a frequência angular  $\omega$ . Em seguida, calculamos as expressões para  $t = 0$  e dividimos a segunda pela primeira. O resultado é o seguinte:

$$\left(\frac{d\theta/dt}{\theta}\right)_{\text{em } t=0} = -\omega \tan \phi.$$

(a) Como o valor de  $\theta$  em  $t = 0$  é 0,0400 rad e o valor de  $d\theta/dt$  em  $t = 0$  é  $-0,200 \text{ rad/s}$ , a constante de fase é

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{0,200}{0,0400 \times 4,44}\right) = 0,845 \text{ rad.}$$

(b) Uma vez determinado o valor de  $\phi$ , podemos introduzir este valor na equação  $\theta(0) = \theta_m \cos \phi$  para calcular o valor da amplitude angular. O resultado é  $\theta_m = 0,0602 \text{ rad}$ .

50. (a) De acordo com a Tabela 10-2 e o teorema dos eixos paralelos, o momento de inércia de uma barra uniforme em relação a uma das extremidades é  $I = mL^2/12 + mL^2 = 1/3ML^2$ . Assim, a Eq. 15-29 nos dá

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{3}ML^2}{Mg(L/2)}} \Rightarrow L = \frac{3gT^2}{8\pi^2},$$

o que nos dá  $L = 0,84$  m.

(b) De acordo com a lei de conservação da energia,

$$K_m = U_m$$

na qual  $K_m$  é a energia cinética no ponto mais baixo da trajetória e  $U_m$  é a energia potencial no ponto mais alto da trajetória. A energia potencial é dada por  $U = Mg\ell(1 - \cos\theta)$ , em que  $\ell$  é a distância do eixo de rotação ao centro de massa. Usando a aproximação para pequenos ângulos  $\cos\theta = 1 - \theta^2/2$ , com  $\theta$  em radianos (veja o Apêndice E), temos:

$$U_m = (0,5 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) \left(\frac{L}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\theta_m^2\right) = 0,031 \text{ J.}$$

na qual  $\theta_m = 10^\circ = 0,17$  rad. Assim,  $K_m = U_m = 0,031$  J. Se calcularmos o valor exato de  $1 - \cos\theta$ , sem usar a aproximação para pequenos ângulos, a diferença entre as duas respostas será menor que 0,3%.

51. Esta situação é semelhante à do Exemplo “Período e comprimento de um pêndulo físico”, exceto pelo fato de que o ponto  $O$  não está na extremidade da barra. Chamando de  $C$  o centro de massa (que vamos supor que está no centro da barra), vemos que a distância entre  $O$  e  $C$  é  $h = x$ . De acordo com o teorema dos eixos paralelos (Eq. 10-36),

$$I = \frac{1}{12}mL^2 + mh^2 = m\left(\frac{L^2}{12} + x^2\right).$$

A Eq. 15-29 nos dá

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}} = 2\pi \sqrt{\frac{\left(\frac{L^2}{12} + x^2\right)}{gx}} = 2\pi \sqrt{\frac{(L^2 + 12x^2)}{12gx}}.$$

(a) É fácil minimizar  $T$  usando um gráfico ou uma calculadora, mas o método convencional (igualar a derivada a zero) é um pouco trabalhoso. Para facilitar os cálculos, vamos trabalhar com  $12gT^2/2\pi$  em vez de  $T$  (é óbvio que  $12gT^2/2\pi$  é mínimo quando  $T$  é mínimo. O resultado é

$$\frac{d\left(\frac{12gT^2}{2\pi}\right)}{dx} = 0 = \frac{d\left(\frac{L^2}{x} + 12x\right)}{dx} = -\frac{L^2}{x^2} + 12,$$

o que nos dá  $x = L/\sqrt{12} = (1,85 \text{ m})/\sqrt{12} = 0,53$  m como o valor de  $x$  que minimiza  $T$ .

(b) Para  $L = 1,85$  m e  $x = 0,53$  m, obtemos  $T = 2,1$  s usando a expressão de  $T$  a que chegamos no início da solução.

52. Considere que o comprimento da mola na posição mostrada na Fig. 15-45 (com uma das arestas do cubo verticalmente acima do centro) tem um certo valor  $L$ , que corresponde ao comprimento de repouso. Se a distância (constante) entre o centro do cubo e o ponto da parede onde a mola está presa é  $r$ , então  $r \cos\theta = d/\sqrt{2}$ , e  $r \cos\theta = L$  define o ângulo  $\theta$  entre a reta que liga o centro do cubo à aresta superior e a reta que liga o centro do bloco ao ponto onde a mola está presa. Em termos deste ângulo, portanto, o problema pergunta qual é o movimento que

acontece quando o ângulo  $\theta$  é aumentado do valor original  $\theta_0$  para  $\theta_0 + 3^\circ$  e depois liberado. Se o novo comprimento da mola é  $L'$ , é fácil mostrar, por trigonometria, que

$$(L')^2 = r^2 + (d/\sqrt{2})^2 - 2r(d/\sqrt{2})\cos(\theta_0 + 3^\circ) = L^2 + d^2 - d^2\cos(3^\circ) + \sqrt{2}Ld \sin(3^\circ),$$

já que  $\theta_0 = 45^\circ$ . A diferença entre  $L'$  (determinado por esta expressão) e o comprimento original  $L$  é o alongamento da mola, que vamos chamar de  $x_m$ . Fazendo um gráfico de  $x_m$  em função de  $L$  para valores considerados razoáveis tendo em vista a posição do cubo na Fig. 15-42 (entre  $L = 0,03$  m e  $L = 0,10$  m, digamos), chegamos à conclusão de que  $x_m \approx 0,00222$  m é uma excelente aproximação (e está muito próximo do valor obtido quando aproximamos  $x_m$  pelo comprimento do arco descrito pela aresta superior do cubo quando o cubo gira de  $3^\circ$ , embora este método, em princípio, leve a um valor exagerado para  $x_m$ ). Usando este valor de  $x_m$  e o valor conhecido da constante elástica, obtemos uma energia potencial  $U = kx_m^2/2 = 0,00296$  J. Igualando este valor à energia cinética que o cubo possui ao passar de volta pela posição inicial, temos:

$$K = 0,00296 \text{ J} = \frac{1}{2} I \omega_m^2$$

em que  $\omega_m$  é a velocidade angular máxima do cubo (que não deve ser confundida com a frequência angular  $\omega$  das oscilações; as duas frequências estão relacionadas através da equação  $\omega_m = \theta_0 \omega$ , em que  $\theta_0$  é o ângulo inicial em radianos). Como o momento de inércia do cubo é  $I = Md^2/6 = 0,0018$  kg·m<sup>2</sup>, temos:

$$\omega_m = \sqrt{\frac{2K}{I}} = \sqrt{\frac{2(0,00296 \text{ J})}{0,0018 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}} = 1,81 \text{ rad/s.}$$

Assim, a frequência angular das oscilações é  $\omega = \omega_m/\theta_0 = 34,6$  rad/s. De acordo com a Eq. 15-5, o período é  $T = 2\pi/\omega = 0,18$  s.

53. Se o torque exercido pela mola sobre a barra é proporcional ao ângulo de rotação da barra e se o torque tende a fazer a barra voltar à posição de equilíbrio, a barra descreve um movimento harmônico simples. Se  $\tau = -C\theta$ , em que  $\tau$  é o torque,  $\theta$  é o ângulo de rotação e  $C$  é uma constante de proporcionalidade, a frequência angular de oscilação é  $\omega = \sqrt{C/I}$  e o período é

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{I/C},$$

em que  $I$  é o momento de inércia da barra. A ideia é expressar o torque em função de  $\theta$  e determinar o valor da constante  $C$  em termos de grandezas conhecidas, o que permite calcular o período em termos das grandezas conhecidas. Seja  $\ell_0$  a distância entre o eixo de rotação e a parede. Este é também o comprimento de equilíbrio da mola. Suponha que a mola é deslocada de um ângulo  $\theta$ , com a extremidade esquerda se afastando da parede. Com isso, a extremidade esquerda fica  $(L/2) \sin \theta$  mais distante da parede e se desloca de uma distância  $(L/2)(1 - \cos \theta)$  para a direita. O comprimento da mola passa a ser

$$\ell = \sqrt{(L/2)^2(1 - \cos \theta)^2 + [\ell_0 + (L/2) \sin \theta]^2}.$$

Se o ângulo  $\theta$  é pequeno, podemos usar as aproximações  $\cos \theta \approx 1$  e  $\sin \theta \approx \theta$ , com  $\theta$  em radianos. Nesse caso, o comprimento da mola é dado por  $\ell \approx \ell_0 + L\theta/2$  e o alongamento da mola é  $\Delta x = L\theta/2$ . O módulo da força que a mola exerce sobre a barra é  $F = k\Delta x = kL\theta/2$ . Como  $\theta$  é pequeno, podemos tomar o torque exercido pela mola sobre a barra como sendo  $\tau \approx -FL/2$ . Assim,  $\tau = -(kL^2/4)\theta$ . A constante de proporcionalidade  $C$  que relaciona o torque ao ângulo de rotação é, portanto,  $C = kL^2/4$ . De acordo com a Tabela 10-2, o momento de inércia de uma barra que gira em torno do centro é  $I = mL^2/12$ , em que  $m$  é a massa da barra. Assim, o período de oscilação é

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{mL^2/12}{kL^2/4}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}.$$

Para  $m = 0,600$  kg e  $k = 1850$  N/m, obtemos  $T = 0,0653$  s.



54. Como vamos ver em seguida, o ângulo de deslocamento inicial da placa não é usado nos cálculos; basta que seja pequeno. Aproximando o deslocamento inicial  $x$  da mola pelo comprimento do arco descrito pelo ponto de ligação entre a mola e a placa, ou seja, fazendo  $x = r\theta_0$ , a energia potencial inicial é  $kr^2\theta_0^2/2$ . De acordo com a lei de conservação da energia, essa energia é igual à energia cinética máxima da placa,  $I\omega_m^2/2$ , em que  $\omega_m$  é a máxima velocidade angular da placa. Como a máxima velocidade angular da placa é  $\omega_m = \omega\theta_0$ , em que  $\omega = 2\pi/T$ , temos:

$$I = \frac{kT^2r^2}{4\pi^2} = \frac{(2000 \text{ N/m})(0,02 \text{ s})^2(0,025 \text{ m})^2}{4\pi^2} = 1,3 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

55. (a) O período do pêndulo é dado por  $T = 2\pi\sqrt{I/mgd}$ , no qual  $I$  é o momento de inércia,  $m$  é a massa da barra e  $d$  é a distância entre o centro de massa da barra e o ponto de suspensão. De acordo com a Tabela 10-2, o momento de inércia de uma barra em relação ao centro é  $mL^2/12$ . De acordo com o teorema dos eixos paralelos, o momento de inércia da barra quando o ponto de suspensão está a uma distância  $d$  do centro é  $I = mL^2/12 + md^2$ . Assim,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m(L^2/12 + d^2)}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{L^2 + 12d^2}{12gd}}.$$

Para minimizar  $T$ , derivamos a expressão acima em relação a  $d$  e igualamos o resultado a zero, o que nos dá  $d = L/\sqrt{12}$ . Assim, o período mínimo é

$$T_{\min} = 2\pi\sqrt{\frac{L^2 + 12(L/\sqrt{12})^2}{12g(L/\sqrt{12})}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{\sqrt{12}g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2(2,20 \text{ m})}{\sqrt{12}(9,80 \text{ m/s}^2)}} = 2,26 \text{ s}.$$

(b) De acordo com a equação obtida no item (a), se  $d$  é escolhido de modo a minimizar o período e  $L$  aumenta, o período também aumenta.

(c) Como, de acordo com a equação obtida no item (a), o período não depende da massa do pêndulo, o período permanece o mesmo quando  $m$  aumenta.

56. De acordo com a Tabela 10-2 e a Eq. 10-36,

$$I_p = MR^2/2 + Mh^2 = (2,5 \text{ kg})(0,21 \text{ m})^2/2 + (2,5 \text{ kg})(0,97 \text{ m})^2 = 2,41 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

em que o momento de inércia foi calculado em relação ao ponto de suspensão do pêndulo, que está a uma distância  $h = D/2 + L = 0,21 \text{ m} + 0,76 \text{ m}$  do centro do disco.

(a) Com a mola de torção desconectada, o período é

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_p}{Mgh}} = 2,00 \text{ s}.$$

(b) Quando a mola de torção é conectada, temos dois “torques restauradores” agindo em paralelo para mover o pêndulo de volta para a posição vertical. Assim, a expressão do período se torna

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{I_p}{Mgh + \kappa}}.$$

De acordo com o enunciado,  $T' = T - 0,50 \text{ s}$ . Assim,  $T' = (2,00 - 0,50) \text{ s} = 1,50 \text{ s}$  e, portanto,

$$\kappa = \frac{4\pi^2 I_p}{T'^2} - Mgh = 18,5 \text{ N} \cdot \text{m/rad}.$$

57. Como, de acordo com a Eq. 15-21, a energia é proporcional ao quadrado da amplitude, a variação relativa (para pequenas variações) é dada por

$$\frac{E' - E}{E} \approx \frac{dE}{E} = \frac{dx_m^2}{x_m^2} = \frac{2x_m dx_m}{x_m^2} = 2 \frac{dx_m}{x_m}.$$

O cálculo acima mostra que, para pequenas variações, a variação relativa da energia é o dobro da variação relativa da amplitude. Assim, se a amplitude diminui de 3,0% a cada ciclo, a energia mecânica do oscilador diminui de 6,0% a cada ciclo.

58. Como os valores das constantes são os mesmos do Exemplo “Tempo de decaimento da amplitude e da energia do oscilador harmônico amortecido”, o fator de amortecimento é dado por

$$e^{-bt/2m} = e^{-b(20T)/2m} = e^{-(0,070)(20)(0,4)/2(0,25)} = 0,39.$$

59. (a) Devemos determinar o instante de tempo  $t$  para o qual  $e^{-bt/2m} = 1/3$ . Tomando o logaritmo natural de ambos os membros, obtemos  $-bt/2m = \ln(1/3)$ . Assim,  $t = -(2m/b) \ln(1/3) = (2m/b) \ln 3$  e

$$t = \frac{2(1,50 \text{ kg})}{0,230 \text{ kg/s}} \ln 3 = 14,3 \text{ s}.$$

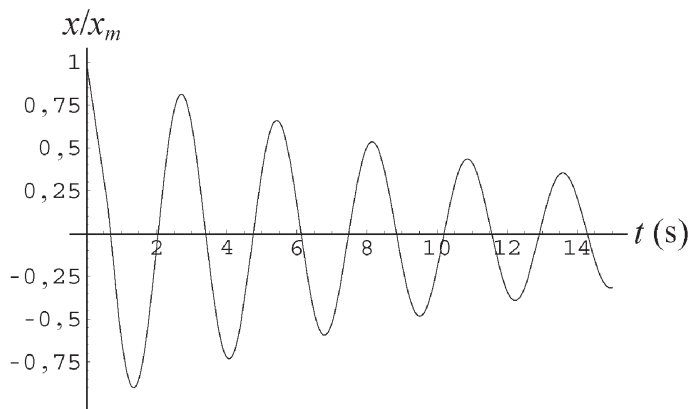
(b) A frequência angular é

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} = \sqrt{\frac{8,00 \text{ N/m}}{1,50 \text{ kg}} - \frac{(0,230 \text{ kg/s})^2}{4(1,50 \text{ kg})^2}} = 2,31 \text{ rad/s}.$$

O período é  $T = 2\pi/\omega' = (2\pi)/(2,31 \text{ rad/s}) = 2,72 \text{ s}$  e o número de oscilações é

$$t/T = (14,3 \text{ s})/(2,72 \text{ s}) = 5,27.$$

A figura mostra o deslocamento normalizado  $x/x_m$  em função do tempo.



60. (a) De acordo com a lei de Hooke,

$$k = \frac{(500 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{10 \text{ cm}} = 4,9 \times 10^2 \text{ N/cm}.$$

(b) O fato de que a amplitude diminui 50% a cada período significa que

$$e^{-bT/2m} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{2m}{T} \ln 2 \quad \text{em que} \quad T = \frac{2\pi}{\omega'}.$$

Como o problema pede apenas uma estimativa, vamos fazer  $\omega' \approx \omega = \sqrt{k/m}$ . Nesse caso,

$$\omega' \approx \sqrt{\frac{49.000 \text{ N/m}}{500 \text{ kg}}} \approx 9,9 \text{ rad/s},$$

o que nos dá  $T \approx 2\pi/\omega' = 0,63 \text{ s}$ . Nesse caso,

$$b = \frac{2m}{T} \ln 2 \approx \frac{2(500 \text{ kg})}{0,63 \text{ s}} (0,69) = 1,1 \times 10^3 \text{ kg/s}.$$

Nota: Para verificar se a aproximação  $\omega' \approx \omega$  é justificada, é possível (embora um tanto trabalhoso) obter o valor de  $b$  usando a Eq. 15-43 para calcular o valor de  $\omega'$ . O resultado (com um número de dígitos maior que o número de algarismos significativos) é

$$b = \frac{2 \ln 2 \sqrt{mk}}{\sqrt{(\ln 2)^2 + 4\pi^2}} = 1086 \text{ kg/s,}$$

um valor suficientemente próximo do valor estimado para justificar a aproximação usada.

61. (a) Fazemos  $\omega = \omega_d$  e verificamos que, na frequência de ressonância, a expressão se reduz a  $x_m = F_m/b\omega$ .

(b) Na discussão que se segue à Eq. 15-6, o livro define a amplitude da velocidade  $v_m = \omega x_m$ . Na ressonância,  $v_m = \omega F_m/b\omega = F_m/b$ .

62. A frequência angular dos pêndulos pode ser calculada usando a Eq. 15-28 e a relação  $\omega = 2\pi/T$ . Apenas dois pêndulos apresentam frequências angulares naturais no intervalo especificado,  $2,00 \text{ rad/s} < \omega < 4,00 \text{ rad/s}$ : o pêndulo (d), com 0,80 m de comprimento, para o qual  $\omega = 3,5 \text{ rad/s}$ , e o pêndulo (e), com um comprimento de 1,2 m, para o qual  $\omega = 2,86 \text{ rad/s}$ . Esses pêndulos são os únicos que entram fortemente em oscilação ao serem excitados com frequências angulares no intervalo dado.

63. Adaptamos a Eq. 15-12 a esta situação escrevendo

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{M + 4m}}$$

na qual  $M$  é a massa do carro e  $m$  é a massa de cada ocupante.

Se  $d$  é a distância percorrida com velocidade constante  $v$  entre duas costelas sucessivas,  $T = v/d$  e, portanto,

$$\frac{2\pi v}{d} = \sqrt{\frac{k}{M + 4m}} \Rightarrow k = (M + 4m) \left( \frac{2\pi v}{d} \right)^2.$$

A compressão de equilíbrio da suspensão com o carro ocupado é  $x_i = (M + 4m)g/k$ ; com o carro vazio, diminui para  $x_f = Mg/k$ . Assim, para  $v = 16.000/3600 = 4,44 \text{ m/s}$ , a variação de altura do carro é

$$x_i - x_f = \frac{4mg}{k} = \frac{4mg}{M + 4m} \left( \frac{d}{2\pi v} \right)^2 = 0,050 \text{ m.}$$

64. Como  $\omega = 2\pi f$ , a frequência angular correspondente a  $f = 2,2 \text{ Hz}$  é  $\omega = 13,8 \text{ rad/s}$ . Assim, para  $x = 0,010 \text{ m}$ , a amplitude da aceleração é  $a_m = x_m \omega^2 = 1,91 \text{ m/s}^2$ . Assim, em termos de  $g$ ,

$$a = \left( \frac{a_m}{g} \right) g = \left( \frac{1,91}{9,8} \right) g = 0,19g.$$

65. (a) Como  $\omega = 2\pi f$ , a frequência angular é  $\omega = 2\pi \times 440 \text{ Hz} = 2,8 \times 10^3 \text{ rad/s}$ .

(b) Na discussão que se segue à Eq. 15-6, o livro define a amplitude da velocidade  $v_m = \omega x_m$ . Para  $x_m = 0,00075 \text{ m}$  e o valor de  $\omega$  calculado no item (a),  $v_m = 2,8 \times 10^3 \times 0,00075 = 2,1 \text{ m/s}$ .

(c) Na discussão que se segue à Eq. 15-7, o livro define a amplitude da aceleração  $a_m = \omega^2 x_m$ , que (se usarmos o valor mais preciso  $\omega = 2765 \text{ rad/s}$ ) nos dá  $a_m = 5,7 \text{ km/s}$ .

66. (a) Considere primeiro uma única mola de constante elástica  $k$  e comprimento de repouso  $L$ . Uma das extremidades está presa a uma parede e a outra extremidade está presa a um objeto. Se a mola sofre um alongamento  $\Delta x$ , o módulo da força que exerce sobre o objeto é  $F = k\Delta x$ . Considere em seguida duas molas ligadas em série, de constantes elásticas  $k_1$  e  $k_2$ , com uma das extremidades da mola 1 presa ao objeto e uma das extremidades da mola 2 presa à parede. Se a mola 1 sofre um alongamento  $\Delta x_1$ , o módulo da força que exerce sobre o objeto é  $F = k_1\Delta x_1$ . Como a força é igual à exercida pela mola isolada,  $k\Delta x = k_1\Delta x_1$ . Precisamos determinar a relação entre  $\Delta x$  e  $\Delta x_1$ . Como as molas são homogêneas, comprimentos iguais sofrem o mesmo alongamento e o alongamento de qualquer parte da mola é proporcional ao comprimento de repouso. Isso significa que o alongamento da mola 1 é  $\Delta x_1 = CL_1$  e o alongamento da mola 2 é  $\Delta x_2 = CL_2$ , em que  $C$  é uma constante de proporcionalidade. O alongamento total é

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = C(L_1 + L_2) = CL_1(n + 1)/n,$$

em que foi usada a relação  $L_2 = L_1/n$ . Fazendo  $\Delta x_1 = CL_1$  e  $\Delta x = CL_1(n + 1)/n$  na equação  $k\Delta x = k_1\Delta x_1$  e explicitando  $k_1$ , obtemos:

$$k_1 = \left(\frac{n+1}{n}\right)k = \left(\frac{0,70+1,0}{0,70}\right)(8600 \text{ N/m}) = 20.886 \text{ N/m} \approx 2,1 \times 10^4 \text{ N/m}.$$

(b) Suponha que o objeto seja colocado do outro lado da mola composta, em que está sujeito à força exercida pela mola 2. Nesse caso,  $k\Delta x = k_2\Delta x_2$ . Fazendo  $\Delta x_2 = CL_2$ ,  $\Delta x = CL_2(n + 1)$  e explicitando  $k_2$ , obtemos

$$k_2 = (n+1)k = (0,70+1,0)(8600 \text{ N/m}) = 14.620 \text{ N/m} \approx 1,5 \times 10^4 \text{ N/m}.$$

(c) Para determinar o valor da frequência de oscilação quando um bloco de massa  $m$  está preso à mola 1, substituímos  $k$  na equação  $f = (1/2\pi)\sqrt{k/m}$  por  $k(n + 1)/n$ , o que nos dá

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(n+1)k}{nm}} = \sqrt{\frac{n+1}{n}} f = \sqrt{\frac{0,70+1,0}{0,70}} (200 \text{ Hz}) = 3,1 \times 10^2 \text{ Hz}.$$

(d) Para determinar o valor da frequência de oscilação quando o bloco de massa  $m$  está preso à mola 2, substituímos  $k$  por  $(n + 1)k$ , o que nos dá

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(n+1)k}{m}} = \sqrt{n+1} f = \sqrt{0,70+1,0} (200 \text{ Hz}) = 2,6 \times 10^2 \text{ Hz}.$$

67. O módulo da componente paralela à encosta da força gravitacional que age sobre cada vagonete é

$$P_x = (10.000 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) \text{ sen } \theta$$

Sabemos que uma força de  $3P_x$  produz um alongamento  $x$  do cabo. Supondo que o cabo obedece à lei de Hooke, sua constante elástica é

$$k = \frac{3P_x}{x} = 9,8 \times 10^5 \text{ N/m}.$$

(a) De acordo com a Eq. 15-12, e levando em conta o fato de que apenas *dois* vagonetes estão envolvidos na oscilação, temos:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9,8 \times 10^5 \text{ N/m}}{20.000 \text{ kg}}} = 1,1 \text{ Hz}.$$

(b) A amplitude das oscilações é igual à diferença entre as posições de equilíbrio da extremidade do cabo quando está sustentando três e dois vagões:

$$x_m = \frac{3P_x - 2P_x}{k} = 0,050 \text{ m}.$$

68. (a) De acordo com a lei de Hooke,  $k = (0,300 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)/(0,0200 \text{ m}) = 147 \text{ N/m}$ .

(b) Para  $m = 2,00 \text{ kg}$ , o período é

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0,733 \text{ s}.$$

69. Podemos usar a equação  $v_m = \omega x_m = 2\pi f x_m$ , na qual a frequência  $f$  é  $180/(60 \text{ s}) = 3,0 \text{ Hz}$  e a amplitude é metade do curso, ou seja,  $x_m = 0,38 \text{ m}$ . Assim,

$$v_m = 2\omega(3,0 \text{ Hz})(0,38 \text{ m}) = 7,2 \text{ m/s}.$$

70. (a) A energia do sistema é

$$E = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}kx^2.$$

Como  $\omega = v/r$  e o momento de inércia de um anel em torno do eixo central é  $mR^2$  (veja a Tabela 10-2), temos:

$$E = \frac{1}{2}\left(\frac{mR^2}{r^2}\right)v^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

que tem a mesma forma que a energia do oscilador harmônico simples discutido na Seção 15-4 se fizermos a substituição  $m \rightarrow mR^2/r^2$ . Assim, de acordo com a Eq. 15-12, temos:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{mR^2/r^2}} = \frac{r}{R}\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

(b) Para  $r = R$ , o resultado do item (a) se reduz a  $\omega = \sqrt{k/m}$ .

(c) Para  $r = 0$ ,  $\omega = 0$  (a mola não exerce um torque restaurador e, portanto, a roda não volta à posição de equilíbrio).

71. Como  $T = 0,500 \text{ s}$ ,  $\omega = 2\pi/T = 4\pi \text{ rad/s}$ . Como vamos trabalhar em unidades do SI, fazemos  $m = 0,0500 \text{ kg}$  e  $v_m = 0,150 \text{ m/s}$ .

(a) Como  $\omega = \sqrt{k/m}$ , a constante elástica é

$$k = \omega^2 m = (4\pi \text{ rad/s})^2 (0,0500 \text{ kg}) = 7,90 \text{ N/m}.$$

(b) Usando a relação  $v_m = x_m \omega$ , obtemos:

$$x_m = \frac{v_m}{\omega} = \frac{0,150}{4\pi} = 0,0119 \text{ m}.$$

(c) A frequência é  $f = \omega/2\pi = 2,00 \text{ Hz}$ .

72. (a) Podemos usar a Eq. 15-29 e o teorema dos eixos paralelos,  $I = I_{\text{CM}} + mh^2$ , com  $h = R$ . No caso de um disco de massa  $m$ , o momento de inércia em torno do centro de massa é  $I_{\text{CM}} = mR^2/2$  (veja a Tabela 10-2). Assim,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mR^2/2 + mR^2}{mgR}} = 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}} = 0,873 \text{ s}.$$

(b) O problema pede um valor de  $r < R$  tal que

$$2\pi\sqrt{\frac{R^2 + 2r^2}{2gr}} = 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}}.$$

A igualdade acima nos leva a uma equação do segundo grau cuja solução é

$$r = \frac{3R \pm \sqrt{(3R)^2 - 8R^2}}{4} = R \quad \text{ou} \quad \frac{R}{2}.$$

Assim, a resposta é  $r = R/2 = 0,126/2 = 0,0630$  m.

73. (a) A mola é alongada até que a força elástica seja igual ao peso do bloco, ou seja, até que  $ky = mg$ , na qual  $y$  é o alongamento da mola,  $k$  é a constante elástica e  $m$  é a massa do bloco. Assim,

$$k = mg/y = (1,3 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)/(0,096 \text{ m}) = 1,33 \times 10^2 \text{ N/m}.$$

(b) O período é dado por

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,3 \text{ kg}}{133 \text{ N/m}}} = 0,62 \text{ s}.$$

(c) A frequência é  $f = 1/T = 1/0,62 \text{ s} = 1,6 \text{ Hz}$ .

(d) O bloco descreve um movimento harmônico simples em torno do ponto de equilíbrio determinado pelas forças da mola e da gravidade. Como o movimento começou em um ponto a 5,0 cm de distância do ponto de equilíbrio, a amplitude é 5,0 cm.

(e) A velocidade do bloco é máxima no ponto de equilíbrio. Na posição inicial, a velocidade é nula e a energia potencial é dada por

$$U_i = -mgy_i + \frac{1}{2}ky_i^2 = -(1,3 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(0,146 \text{ m}) + \frac{1}{2}(133 \text{ N/m})(0,146 \text{ m})^2 = -0,44 \text{ J}.$$

Quando o bloco se encontra no ponto de equilíbrio, o alongamento da mola é  $y = 9,6$  cm e a energia potencial é

$$U_f = -mgy + \frac{1}{2}ky^2 = -(1,3 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(0,096 \text{ m}) + \frac{1}{2}(133 \text{ N/m})(0,096 \text{ m})^2 = -0,61 \text{ J}.$$

De acordo com a lei de conservação da energia,  $U_i = U_f + \frac{1}{2}mv^2$ . Explicitando  $v$ , obtemos:

$$v = \sqrt{\frac{2(U_i - U_f)}{m}} = \sqrt{\frac{2(-0,44 \text{ J} + 0,61 \text{ J})}{1,3 \text{ kg}}} = 0,51 \text{ m/s}.$$

74. A distância entre a posição da extremidade inferior da corda na ausência do corpo e a posição de equilíbrio na presença do corpo é dada pela lei de Hooke:

$$\Delta x = F/k = (0,20 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)/(19 \text{ N/m}) = 0,103 \text{ m}.$$

(a) Uma vez liberado, o corpo não se desloca apenas de uma distância  $\Delta x$ , mas continua a se mover até um “ponto de retorno” situado a uma distância igual do outro lado do ponto de equilíbrio. Assim, a distância que o corpo atinge abaixo da posição inicial é  $2\Delta x = 0,21$  m.

(b) Como  $f = \omega/2\pi$ , a Eq. 15-12 nos dá

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 1,6 \text{ Hz}.$$

(c) A amplitude é igual à distância máxima em relação ao ponto de equilíbrio:

$$x_m = \Delta x = 0,10 \text{ m}.$$

75. (a) Suponha que a bala fica alojada no bloco e passa a se mover com o bloco de forma praticamente instantânea. Nesse caso, o momento do sistema bala-bloco é conservado durante a colisão. Seja  $m$  a massa da bala, seja  $M$  a massa do bloco, seja  $v_0$  a velocidade inicial da bala e seja  $v$  a velocidade final do sistema bloco-bala. De acordo com a lei de conservação do momento,  $mv_0 = (m + M)v$  e, portanto,

$$v = \frac{mv_0}{m + M} = \frac{(0,050 \text{ kg})(150 \text{ m/s})}{0,050 \text{ kg} + 4,0 \text{ kg}} = 1,85 \text{ m/s}.$$

Quando o bloco está na posição inicial, a força elástica e a força gravitacional se equilibram e o alongamento da mola é  $Mg/k$ . Após a colisão, o bloco passa a oscilar, descrevendo um movimento harmônico simples em torno do ponto de equilíbrio do bloco imediatamente após a bala se alojar no bloco. Nesse ponto, o alongamento da mola é  $\ell = (M + m)g/k$ , um pouco maior que o alongamento inicial. A energia mecânica é conservada durante as oscilações. Imediatamente após a bala se alojar no bloco, a energia cinética é  $(M + m)v^2/2$  e a energia potencial elástica é  $k(Mg/k)^2/2$ . Vamos tomar a energia potencial gravitacional como sendo zero nesse ponto. Quando o sistema bloco-bala atinge o ponto mais alto do movimento, a energia cinética é zero. Nesse instante, o bloco está a uma distância  $y_m$  do ponto em que as forças elástica e gravitacional se equilibram. Note que  $y_m$  é a amplitude do movimento. Como, nesse instante, a mola está sofrendo uma compressão de  $y_m - \ell$ , a energia potencial elástica é  $k(y_m - \ell)^2/2$ . A energia potencial gravitacional é  $(M + m)gy_m$ . De acordo com a lei de conservação da energia,

$$\frac{1}{2}(M + m)v^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{Mg}{k}\right)^2 = \frac{1}{2}k(y_m - \ell)^2 + (M + m)gy_m.$$

Fazendo  $\ell = (M + m)g/k$ , obtemos, depois de algumas manipulações algébricas,

$$\begin{aligned} y_m &= \sqrt{\frac{(m + M)v^2}{k} - \frac{mg^2}{k^2}(2M + m)} \\ &= \sqrt{\frac{(0,050 \text{ kg} + 4,0 \text{ kg})(1,85 \text{ m/s})^2}{500 \text{ N/m}} - \frac{(0,050 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)^2}{(500 \text{ N/m})^2} [2(4,0 \text{ kg}) + 0,050 \text{ kg}]} \\ &= 0,166 \text{ m}. \end{aligned}$$

(b) A energia inicial da bala é  $E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(0,050 \text{ kg})(150 \text{ m/s})^2 = 563 \text{ J}$ . A energia cinética do sistema bala-bloco imediatamente após a colisão é

$$E = \frac{1}{2}(m + M)v^2 = \frac{1}{2}(0,050 \text{ kg} + 4,0 \text{ kg})(1,85 \text{ m/s})^2 = 6,94 \text{ J}.$$

Como o bloco praticamente não se move durante a colisão, a energia elástica e a energia potencial gravitacional não variam. Assim,  $E$  é a energia transferida da bala para o sistema bala-bloco. Assim, a fração da energia cinética original da bala que é transferida para energia mecânica do oscilador é

$$E/E_0 = (6,94 \text{ J})/(563 \text{ J}) = 0,0123 = 1,23\%.$$

76. (a) Para começar, sabemos que

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1500}{0,055}} = 165,1 \text{ rad/s}.$$

Vamos considerar apenas o caminho mais direto em cada parte do problema. Assim, por exemplo, na parte (a), vamos considerar o movimento direto de  $x_1 = +0,800x_m$  até  $x_2 = +0,600x_m$  e não o movimento de  $x_1 = +0,800x_m$  até  $x = +0,600x_m$  passando por  $x = 0$ , por  $x = -x_m$  e, novamente, por  $x = 0$ , antes de chegar a  $x_2 = +0,600x_m$ . De acordo com a Eq. 15-3, temos:

$$\omega t_1 + \phi = \cos^{-1}(0,800) = 0,6435 \text{ rad}$$

$$\omega t_2 + \phi = \cos^{-1}(0,600) = 0,9272 \text{ rad}$$

Subtraindo a primeira equação da segunda, obtemos

$$\omega(t_2 - t_1) = 0,9272 - 0,6435 = 0,2838 \text{ rad.}$$

Usando o valor de  $\omega$  já calculado, obtemos  $t_2 - t_1 = 1,72 \times 10^{-3} \text{ s}$ .

(b) Seja  $t_3$  o instante em que o bloco atinge o ponto  $x = -0,800x_m$  pelo caminho mais direto. Usando o mesmo raciocínio do item (a), temos:

$$\omega(t_3 - t_1) = 2,4981 - 0,6435 = 1,8546 \text{ rad,}$$

o que nos dá  $t_3 - t_1 = 11,2 \times 10^{-3} \text{ s}$ .

77. (a) De acordo com o gráfico da Fig. 15-51,  $x_m = 7,0 \text{ cm} = 0,070 \text{ m}$  e  $T = 40 \text{ ms} = 0,040 \text{ s}$ . Assim, a frequência angular é  $\omega = 2\pi/T = 157 \text{ rad/s}$ . Para  $m = 0,020 \text{ kg}$ , a energia cinética máxima é  $mv_m^2/2 = m\omega^2 x_m^2/2 = 1,2 \text{ J}$ .

(b) Como a energia cinética máxima é atingida duas vezes em cada ciclo, a Eq. 15-5 nos dá  $n = 2(\omega/2\pi) = 50$  vezes por segundo.

78. (a) De acordo com o gráfico da Fig. 15-51,  $x_m = 7,0 \text{ cm} = 0,070 \text{ m}$  e  $T = 40 \text{ ms} = 0,040 \text{ s}$ . Assim, a velocidade máxima é  $v_m = x_m\omega = x_m(2\pi/T) = 11 \text{ m/s}$ .

(b) A aceleração máxima é  $x_m\omega^2 = x_m(2\pi/T)^2 = 1,7 \times 10^3 \text{ m/s}^2$ .

79. De acordo com o gráfico da Fig. 15-52, a energia cinética máxima é  $K_{\max} = 15 \text{ mJ} (0,015 \text{ J})$  e o ângulo máximo é  $\theta_{\max} = 100 \text{ mrad} = 0,1 \text{ rad}$ . Assim, a velocidade máxima é  $v_{\max} = \sqrt{2K_{\max}/m} = 0,387 \text{ m/s}$ . Para calcular a comprimento  $L$  do pêndulo, podemos usar a equação

$$v_{\max} = \sqrt{2gL(1 - \cos\theta_{\max})}$$

ou a expressão do MHS

$$v_{\max} = L\omega_{\max} = L\omega\theta_{\max} = L\theta_{\max}\sqrt{g/L}.$$

Nos dois casos, obtemos  $L = 1,53 \text{ m}$ .

80. Como a energia total é igual à energia potencial máxima,  $kx_m^2/2$ , e a energia potencial no instante  $t = 0$  é  $(kx_m^2/2)\cos^2(\pi/5)$ , a porcentagem é  $\cos^2(\pi/5) \times 100\% = 65,5\%$ .

81. (a) De acordo com o gráfico da Fig. 15-53,  $x_m = 0,30 \text{ m}$ .

(b) Como  $F = -kx$ ,  $k$  é a inclinação (negativa) da reta da Fig. 15-53, que é  $75/0,30 = 250 \text{ N/m}$ . Assim, de acordo com a Eq. 15-13,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0,28 \text{ s.}$$

(c) Como foi visto na Seção 15-2, a aceleração máxima é

$$a_m = \omega^2 x_m = \frac{k}{m} x_m = 1,5 \times 10^2 \text{ m/s}^2.$$

Poderíamos chegar ao mesmo resultado usando a relação  $a_m = (2\pi/T)^2 x_m$ .

(d) Como foi visto na Seção 15-2,  $v_m = \omega x_m$  e, portanto, a energia cinética máxima é

$$K_m = \frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x_m^2 = \frac{1}{2}kx_m^2 \approx 11 \text{ J.}$$



82. Como a aceleração centrípeta é horizontal e a aceleração da gravidade  $\vec{g}$  é vertical, podemos definir o módulo de uma aceleração “efetiva” usando o teorema de Pitágoras:

$$g_{ef} = \sqrt{g^2 + (v^2/R)^2}.$$

Como a frequência é o inverso do período, a Eq. 15-28 nos dá

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g_{ef}}{L}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sqrt{g^2 + v^4/R^2}}{L}}.$$

Para  $v = 70$  m/s,  $R = 50$  m e  $L = 0,20$  m, obtemos  $f \approx 3,5 \text{ s}^{-1} = 3,5$  Hz.

83. (a) De acordo com a lei de Hooke, temos:

$$k = (15 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)/(0,12 \text{ m}) = 1225 \text{ N/m}.$$

Arredondando para três algarismos significativos, a constante elástica é, portanto, 1,23 kN/m.

(b) De acordo com o enunciado,  $f = 2,00$  Hz = 2,00 ciclos/s. Como um ciclo equivale a  $2\pi$  radianos,  $\omega = 2\pi \times 2,00 = 4\pi$  rad/s. De acordo com a Eq. 15-12, temos:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow m = \frac{1225 \text{ N/m}}{(4\pi \text{ rad/s})^2} = 7,76 \text{ kg}.$$

Assim, o peso do pacote é  $mg = 76,0$  N.

84. (a) Comparando com a Eq. 15-3, vemos que  $\omega = 10$  rad/s. Assim,  $f = \omega/2\pi = 1,6$  Hz.

(b) Como  $v_m = \omega x_m$  e  $x_m = 10$  cm (veja a Eq. 15-3),  $v_m = (10 \text{ rad/s})(10 \text{ cm}) = 100 \text{ cm/s} = 1,0$  m/s.

(c) A velocidade é máxima para  $x = 0$ .

(d)  $a_m = \omega^2 x_m = (10 \text{ rad/s})^2(10 \text{ cm}) = 1000 \text{ cm/s}^2 = 10 \text{ m/s}^2$ .

(e) A aceleração é máxima para  $x = \pm x_m = \pm 10$  cm.

(f) De acordo com a Eq. 15-12,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = (0,10 \text{ kg})(10 \text{ rad/s})^2 = 10 \text{ N/m}.$$

Assim, de acordo com a lei de Hooke,  $F = -kx = -10x$  em unidades do SI.

85. Os períodos antes e depois do aumento  $\Delta m$  da massa são

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{e} \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m + \Delta m}{k}}.$$

Dividindo  $T_2$  por  $T_1$ , temos:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m + \Delta m}{m}}.$$

Elevando ao quadrado, explicitando  $m$  e substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$m = \frac{\Delta m}{(T_2/T_1)^2 - 1} = 1,6 \text{ kg}.$$

86. (a) Na discussão que se segue à Eq. 15-7, é comentado que a amplitude da aceleração é  $a_m = \omega^2 x_m$ , em que  $\omega$  é a frequência angular ( $\omega = 2\pi f$ , já que um ciclo corresponde a  $2\pi$  radianos). Assim, temos:

$$a_m = [2\pi(1000 \text{ Hz})]^2 (0,00040 \text{ m}) = 1,6 \times 10^4 \text{ m/s}^2.$$

(b) Na discussão que se segue à Eq. 15-6, é comentado que a amplitude da velocidade é  $v_m = \omega x_m$ ; assim, temos:

$$v_m = [2\pi(1000 \text{ Hz})](0,00040 \text{ m}) = 2,5 \text{ m/s}.$$

(c) De acordo com a Eq. 15-8, temos (em valor absoluto)

$$|a| = [2\pi(1000 \text{ Hz})]^2 (0,00020 \text{ m}) = 7,9 \times 10^3 \text{ m/s}^2.$$

(d) Este item pode ser resolvido usando a lei de conservação da energia, como é discutido na Seção 15-4, mas vamos usar as Eqs. 15-3 e 15-6 e uma identidade trigonométrica. Temos:

$$\sin(\omega t + \phi) = \pm \sqrt{1 - \cos^2(\omega t + \phi)} \Rightarrow -\frac{v}{\omega x_m} = \pm \sqrt{1 - \frac{x^2}{x_m^2}}.$$

Tomando o valor absoluto e simplificando, obtemos:

$$|v| = 2\pi f \sqrt{x_m^2 - x^2} = 2\pi(1000) \sqrt{0,00040^2 - 0,00020^2} = 2,2 \text{ m/s}.$$

87. (a) O momento de inércia é  $I = \frac{1}{2} MR^2 = \frac{1}{2} (3,00 \text{ kg})(0,700 \text{ m})^2 = 0,735 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

(b) De acordo com a Eq. 15-22 (em valor absoluto), temos:

$$\kappa = \frac{\tau}{\theta} = \frac{0,0600 \text{ N} \cdot \text{m}}{2,5 \text{ rad}} = 0,0240 \text{ N} \cdot \text{m/rad}.$$

(c) De acordo com as Eqs. 15-5 e 15-23, temos:

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}} = \sqrt{\frac{0,024 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{rad}}{0,735 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}} = 0,181 \text{ rad/s}.$$

88. (a) Na situação descrita, existem duas forças: uma força elástica para cima, dada pela lei de Hooke, de módulo  $100 \times 0,30 = 30 \text{ N}$ , e uma força gravitacional para baixo, o peso do bloco, de módulo  $20 \text{ N}$ . Assim, a força resultante a que o bloco está submetido tem módulo  $10 \text{ N}$  e aponta para cima.

(b) A posição de equilíbrio é aquela na qual a força elástica e a força gravitacional estão em equilíbrio, o que acontece quando o alongamento da mola é  $20 \text{ N}/100 \text{ N/m} = 0,20 \text{ m}$ . O fato de que o bloco possui velocidade nula quando se encontra na posição descrita no item (a), ou seja, quando o alongamento da mola é  $0,30 \text{ m}$ , indica que essa posição corresponde a um *ponto de retorno* e, portanto, a amplitude do MHS é  $x_m = 0,30 - 0,20 = 0,10 \text{ m}$ .

(c) De acordo com a Eq. 15-13, temos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{P/g}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{20/9,8}{100}} = 0,90 \text{ s}.$$

(d) A energia cinética máxima do bloco é igual à energia potencial máxima:

$$K_m = U_m = \frac{1}{2} kx_m^2 = \frac{1}{2} (100 \text{ N/m})(0,10 \text{ m})^2 = 0,50 \text{ J}.$$

89. (a) De acordo com a Eq. 15-21, temos:

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} kx_m^2 \right) \Rightarrow x = \frac{x_m}{\sqrt{2}}.$$

Comparando a expressão de  $x$  em função de  $t$  que aparece no enunciado do problema com a Eq. 15-3, vemos que  $x_m = 5,0$  m. Assim, o valor de  $x$  que procuramos é  $x = 5,0/\sqrt{2} \approx 3,5$  m.

(b) Substituindo  $x$  pelo valor calculado no item (a) (na forma  $5,0/\sqrt{2}$ ) na expressão de  $x$  em função de  $t$  que aparece no enunciado do problema e explicitando  $t$ , obtemos:

$$t = \frac{\pi}{4} + \frac{3}{\pi} \cos^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 1,54 \text{ s.}$$

Como é pedido o intervalo  $t_{\text{eq}} - t$ , onde  $t_{\text{eq}}$  é o instante em que a partícula passa pela posição de equilíbrio, fazemos  $x = 0$  na expressão do enunciado, o que nos dá

$$t_{\text{eq}} = \frac{\pi}{4} + \frac{3}{\pi} \cos^{-1}(0) = 2,29 \text{ s.}$$

Assim, o intervalo é  $t_{\text{eq}} - t = 0,75$  s.

90. Como a velocidade da partícula é zero no ponto  $x = 0,37$  cm, este deve ser um dos pontos de retorno; assim,  $x_m = 0,37$  cm. Como o ponto de velocidade zero corresponde ao instante  $t = 0$ , a constante de fase  $\phi$  da Eq. 15-2 é zero. Além disso, como  $f = 0,25$  Hz,  $\omega = 2\pi f = \pi/2$  rad/s e  $T = 1/f = 4,0$  s. As respostas são, portanto,

(a)  $T = 4,0$  s.

(b)  $\omega = \pi/2$  rad/s.

(c)  $x_m = 0,37$  cm.

(d)  $x = (0,37 \text{ cm}) \cos(\pi t/2)$ .

(e)  $v = dx/dt = -(0,37 \text{ cm/s})(\pi/2) \text{ sen}(\pi t/2) \approx (-0,58 \text{ cm/s}) \text{ sen}(\pi t/2)$ .

(f)  $v_m = 0,58$  cm/s.

(g)  $a_m = \omega^2 x_m = 0,91$  cm/s<sup>2</sup>.

(h)  $x = 0,37 \cos(3\pi/2) = 0$ .

(i)  $v = -0,58 \text{ sen}(3\pi/2) = 0,58$  cm/s.

91. (a) Como a frequência para oscilações de pequena amplitude é  $f = (1/2\pi)\sqrt{g/L}$ , em que  $L$  é o comprimento do pêndulo, temos:

$$f = (1/2\pi)\sqrt{(9,80 \text{ m/s}^2)/(2,0 \text{ m})} = 0,35 \text{ Hz.}$$

(b) As forças que agem sobre o peso do pêndulo são a força de tração  $\vec{T}$  da corda e a força da gravidade  $m\vec{g}$ . De acordo com a segunda lei de Newton,  $\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$ , sendo que  $m$  é a massa e  $\vec{a}$  é a aceleração do peso do pêndulo. Vamos fazer  $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}'$ , em que  $\vec{a}_e$  é a aceleração do elevador e  $\vec{a}'$  é a aceleração do peso do pêndulo em relação ao elevador. De acordo com a segunda lei de Newton,  $\vec{T} + m(\vec{g} - \vec{a}_e) = m\vec{a}$ . Assim, o movimento em relação ao elevador é o mesmo que seria observado em um referencial inercial no qual a aceleração da gravidade fosse  $\vec{g} - \vec{a}_e$ . Como  $\vec{g}$  e  $\vec{a}_e$  têm a mesma direção e sentidos opostos, podemos calcular a frequência

das oscilações de pequena amplitude substituindo  $g$  por  $g + a_e$  na expressão  $f = (1/2\pi)\sqrt{g/L}$ . Assim,

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g + a_e}{L}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9,8 \text{ m/s}^2 + 2,0 \text{ m/s}^2}{2,0 \text{ m}}} = 0,39 \text{ Hz.}$$

(c) Nesse caso, a aceleração da gravidade e a aceleração do elevador têm o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido, ou seja,  $\vec{g} - \vec{a}_e = 0$ . Assim, para calcular a frequência das oscilações de pequena amplitude, devemos substituir  $g$  por zero na expressão  $f = (1/2\pi)\sqrt{g/L}$ , o que nos dá  $f = 0$ . Isso significa que o pêndulo não oscila quando o elevador está em queda livre.

92. Para aplicar a fórmula do período do pêndulo físico, Eq. 15-29, precisamos conhecer a distância  $h$  entre o eixo de rotação e o centro de massa do sistema e o momento de inércia  $I$  do sistema em relação ao eixo de rotação. De acordo com o enunciado do problema e a Fig. 15-54,  $h = L + r$ , em que  $L$  é o comprimento da haste e  $r$  é o raio do disco. De acordo com o teorema dos eixos paralelos,

$$I = \frac{1}{2} Mr^2 + M(L + r)^2.$$

Assim, de acordo com a Eq. 15-29, temos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{2} Mr^2 + M(L + r)^2}{Mg(L + r)}}.$$

Explicitando  $L$  e substituindo os valores conhecidos, obtemos  $L = 0,8315 \text{ m}$ .

93. (a) Podemos calcular a constante elástica usando a lei de Hooke:

$$k = (4,00 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)/(0,160 \text{ m}) = 245 \text{ N/m.}$$

(b) De acordo com a Eq. 15-13, temos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,500}{245}} = 0,284 \text{ s.}$$

94. De acordo com o gráfico da Fig. 15-55,  $a_m = 4,00 \text{ cm/s}^2$ . Além disso, o valor da aceleração no instante  $t = 0$  é  $a_0 = 1,00 \text{ cm/s}^2$ . Nesse caso, de acordo com a Eq. 15-7,

$$\phi = \cos^{-1}(-1,00/4,00) = +1,82 \text{ rad ou } -4,46 \text{ rad.}$$

A outra solução,  $\phi = +4,46 \text{ rad}$ , deve ser rejeitada porque resultaria em uma inclinação negativa da curva no ponto  $t = 0$ .

95. Como o tempo necessário para completar um ciclo é  $T = (50 \text{ s})/20 = 2,5 \text{ s}$ , a Eq. 15-23 nos dá

$$I = \kappa \left( \frac{T}{2\pi} \right)^2 = (0,50) \left( \frac{2,5}{2\pi} \right)^2 = 0,079 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

96. A frequência angular de um oscilador harmônico simples é dada pela Eq. 15-12:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Assim, no caso de osciladores de massas diferentes,  $m_1$  e  $m_2$ , e mesma constante elástica  $k$ , a razão das frequências é

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sqrt{k/m_1}}{\sqrt{k/m_2}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}.$$

Para  $m_1 = m$  e  $m_2 = 2,5m$ , temos:

$$\frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{2,5} = 1,58.$$

97. (a) De acordo com os gráficos da Fig. 15-56,  $T = 0,40$  s e  $\kappa = 4/0,2 = 0,02$  N·m/rad. De acordo com a Eq. 15-23,

$$I = \kappa T^2 / 4\pi^2 = 8,11 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

(b) De acordo com o gráfico da Fig. 15-56b,  $\theta_{\max} = 0,2$ . Igualando a energia cinética máxima,  $I\omega_{\max}^2/2$ , à energia potencial máxima,  $\kappa\theta_{\max}^2/2$  (veja a sugestão do problema), temos:

$$\omega_{\max} = \theta_{\max} \sqrt{\frac{\kappa}{I}} = 3,14 \text{ rad/s.}$$

98. (a) A lei de Hooke nos dá a constante elástica:  $k = (20 \text{ N})/(0,20 \text{ m}) = 1,0 \times 10^2 \text{ N/m}$ .

(b) A massa da lata é  $m = (5,0 \text{ N})/(9,8 \text{ m/s}^2) = 0,51 \text{ kg}$ . De acordo com a Eq. 15-13,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,51 \text{ kg}}{100 \text{ N/m}}} = 0,45 \text{ s.}$$

99. Para pequenos ângulos (a condição do MHS), a Eq. 15-24 nos dá

$$\tau = -LZ(F_g \sin \theta) \rightarrow -L(F_g \theta)$$

com  $\theta$  em radianos. A diferença relativa (em valor absoluto) entre os dois valores é

$$\left| \frac{(-LF_g \sin \theta) - (-LF_g \theta)}{-LF_g \sin \theta} \right| = \left| 1 - \frac{\theta}{\sin \theta} \right|$$

e devemos descobrir qual é o valor de  $\theta$  que torna essa diferença relativa igual a 0,010 (o correspondente a 1,0%). Não existe uma solução analítica para este problema. Uma possibilidade é encontrar o valor correto de  $\theta$  por tentativas, usando uma calculadora ou um computador. Outra é usar a expansão  $\sin \theta \approx \theta - \theta^3/6$ , válida para pequenos valores de  $\theta$ , para obter uma solução aproximada (que pode ser usada como ponto de partida para uma busca por tentativas de uma solução mais precisa). Usando esta última abordagem, temos:

$$\left| 1 - \frac{\theta}{\theta - \theta^3/6} \right| \approx 0,010 \Rightarrow \frac{1}{1 - \theta^2/6} \approx 1,010$$

que nos dá

$$\theta \approx \sqrt{\frac{0,06}{1,01}} = 0,24 \text{ rad} = 14,0^\circ.$$

Um resultado mais preciso, obtido por tentativas, é  $\theta = 13,986^\circ$ .

100. (a) Na ausência de atrito, a energia potencial no ponto de retorno é igual à energia cinética total (soma da energia cinética de translação com a energia cinética de rotação) quando o cilindro passa pela posição de equilíbrio:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} kx_m^2 &= \frac{1}{2} Mv_{\text{CM}}^2 + \frac{1}{2} I_{\text{CM}} \omega^2 = \frac{1}{2} Mv_{\text{CM}}^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} MR^2 \right) \left( \frac{v_{\text{CM}}}{R} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} Mv_{\text{CM}}^2 + \frac{1}{4} Mv_{\text{CM}}^2 = \frac{3}{4} Mv_{\text{CM}}^2 \end{aligned}$$

o que nos dá  $Mv_{\text{CM}}^2 = 2kx_m^2/3 = 0,125 \text{ J}$ . A energia cinética de translação é, portanto,

$$\frac{1}{2} Mv_{\text{CM}}^2 = kx_m^2/3 = 0,0625 \text{ J}.$$

(b) De acordo com o resultado do item (a), a energia cinética de rotação é  $\frac{1}{4} Mv_{\text{CM}}^2 = kx_m^2/6 = 0,03125 \text{ J} \approx 3,13 \times 10^{-2} \text{ J}$ .

(c) Nesta parte do problema, usamos  $v_{\text{CM}}$  para representar a velocidade em qualquer instante, e não a velocidade máxima, como fizemos nos itens anteriores. Como a energia total é constante, temos:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{3}{4} Mv_{\text{CM}}^2 \right) + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} kx^2 \right) = \frac{3}{2} Mv_{\text{CM}} a_{\text{CM}} + kxv_{\text{CM}} = 0,$$

o que nos dá

$$a_{\text{CM}} = - \left( \frac{2k}{3M} \right) x.$$

Comparando com a Eq. 15-8, vemos que, neste caso,  $\omega = \sqrt{2k/3M}$ . Como  $\omega = 2\pi/T$ , o período é  $T = 2\pi\sqrt{3M/2k}$ , como queríamos demonstrar.

101. No caso de uma mola horizontal, a posição relaxada é a posição de equilíbrio; assim, podemos concluir que a velocidade  $v = 5,2 \text{ m/s}$  no ponto  $x = 0$  é a velocidade máxima  $v_m$  (que é igual a  $\omega x_m$ , em que  $\omega = \sqrt{k/m} = 20 \text{ rad/s}$ ).

(a) Como  $\omega = 2\pi f$ ,  $f = \omega/2\pi = 20/2\pi = 3,2 \text{ Hz}$ .

(b) Como  $v_m = \omega x_m$ ,  $x_m = v_m/\omega = 5,2/20 = 0,26 \text{ m}$ .

(c) De acordo com as Eqs. 15-3 e 15-6,

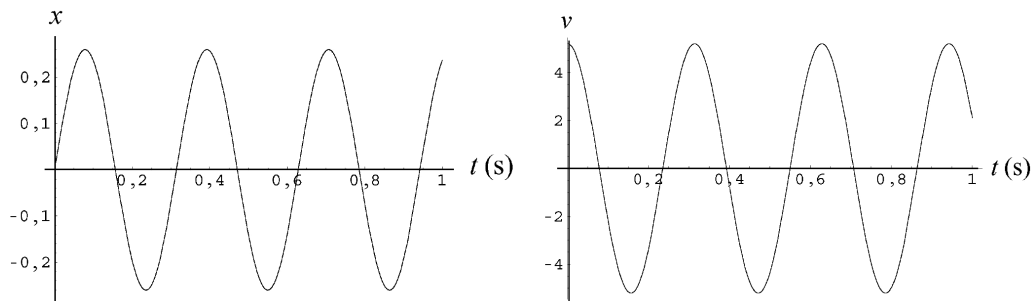
$$x = (0,26 \text{ m}) \cos(20t + \phi)$$

$$v = -(5,2 \text{ m/s}) \text{sen}(20t + \phi).$$

Para que  $x = 0$  no instante  $t = 0$ , devemos ter  $\phi = +\pi/2$  ou  $\phi = -\pi/2$ . Entretanto, apenas para  $\phi = -\pi/2$  a velocidade  $v$  é positiva no instante  $t = 0$ ; assim,

$$x = (0,26 \text{ m}) \cos \left( 20t - \frac{\pi}{2} \right) = (0,26 \text{ m}) \text{sen}(20t).$$

As figuras a seguir mostram os gráficos de  $x$  e  $v$  em função do tempo.



102. (a) De acordo com a Eq. 15-21,

$$E = \frac{1}{2} kx_m^2 \Rightarrow x_m = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2(4,0 \text{ J})}{200 \text{ N/m}}} = 0,20 \text{ m}.$$

(b) Como  $T = 2\pi\sqrt{m/k} = 2\pi\sqrt{0,80 \text{ kg} / 200 \text{ N/m}} \approx 0,4 \text{ s}$ , o bloco completa  $10/0,4 = 25$  oscilações em 10 s.

(c) A energia cinética máxima é a energia total, 4,0 J.

(d) A velocidade do bloco para um dado valor de  $x$  pode ser calculada de várias formas. Vamos usar a lei de conservação da energia:

$$E = K + U \Rightarrow 4,0 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2.$$

Para  $x = 0,15 \text{ m}$ , obtemos  $v = 2,1 \text{ m/s}$ .

103. (a) De acordo com a Eq. 15-13, a massa do bloco é

$$m_b = \frac{kT_0^2}{4\pi^2} = 2,43 \text{ kg}.$$

Para  $m_m = 0,50 \text{ kg}$ , o novo período é

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_p + m_b}{k}} = 0,44 \text{ s}.$$

(b) A velocidade do bloco no instante da colisão (já que, nesse instante, está passando pela posição de equilíbrio) é  $v_0 = x_m\omega_0$ , em que  $\omega_0 = 2\pi/T_0$ ; assim,  $v_0 = 3,14 \text{ m/s}$ . De acordo com a lei de conservação do momento, a velocidade após a colisão é

$$V = v_0 \frac{m_b}{m_m + m_b} = 2,61 \text{ m/s}.$$

Como a posição de equilíbrio não depende da massa,  $V$  é a velocidade máxima do novo movimento harmônico:  $V = x'_m\omega$ , em que  $\omega = 2\pi/T = 14,3 \text{ rad/s}$ . Assim,  $x'_m = 0,18 \text{ m}$ .

104. (a) Sabemos que para  $t = 4T$ , em que  $T = 2\pi/\omega' \approx 2\pi\sqrt{m/k}$  (desprezando o segundo termo na Eq. 15-43),

$$e^{-bt/2m} = \frac{3}{4}.$$

Assim,

$$T \approx 2\pi\sqrt{\frac{2,00 \text{ kg}}{10,0 \text{ N/m}}} = 2,81 \text{ s}$$

e

$$\frac{b(4T)}{2m} = \ln\left(\frac{4}{3}\right) = 0,288 \Rightarrow b = \frac{2(2,00 \text{ kg})(0,288)}{4(2,81 \text{ s})} = 0,102 \text{ kg/s}.$$

(b) Inicialmente, a energia é  $E_0 = \frac{1}{2}kx_{m0}^2 = \frac{1}{2}(10,0)(0,250)^2 = 0,313 \text{ J}$ . Para  $t = 4T$ ,

$$E = \frac{1}{2}k\left(\frac{3}{4}x_{m0}\right)^2 = 0,176 \text{ J}.$$

Assim, a energia “perdida” é  $E_0 - E = 0,137 \text{ J}$ .

105. (a) De acordo com a Eq. 15-13,  $T = 2\pi\sqrt{m/k} = 0,45 \text{ s}$ .

(b) No caso de uma mola vertical, a distância entre o comprimento da mola relaxada e o comprimento de equilíbrio (com uma massa  $m$  pendurada) é  $mg/k$ , em que, neste problema,  $mg = 10$

N e  $k = 200$  N/m (o que nos dá uma distância de 0,05 m). Durante um movimento harmônico simples, a convenção é tomar  $x = 0$  como a posição de equilíbrio (o ponto central das oscilações) e escrever a energia total sem incluir a energia potencial gravitacional, ou seja, fazer  $E = K + U$ , em que  $K = mv^2/2$  e  $U = kx^2/2$ . Assim, quando o bloco passa pela posição em que a mola está relaxada, a energia é  $E = 2,0 + k(0,05)^2/2 = 2,25$  J. Nos pontos mais alto e mais baixo do movimento, a energia (de acordo com esta convenção) é apenas a energia potencial elástica da mola:  $E = kx_m^2/2$ . Assim, de acordo com a lei de conservação da energia,

$$2,25 = \frac{1}{2} kx_m^2 \Rightarrow x_m = \pm 0,15 \text{ m.}$$

Agora sabemos que a amplitude das oscilações é 0,15 m, mas a que distância estão esses pontos extremos da posição em que a mola está relaxada? Para responder essa pergunta, basta somar (ou subtrair) a distância já calculada entre o comprimento da mola relaxada e o comprimento de equilíbrio,  $mg/k = 0,05$ . Fazendo isso, obtemos  $x = 0,10$  m como a coordenada do ponto mais alto e  $x = -0,20$  m como a coordenada do ponto mais baixo.

(c) Como foi visto no item (b),  $x_m = \pm 0,15$  m.

(d) A energia cinética máxima é igual à energia potencial máxima, calculada no item (b): 2,25 J.

106. *Observação:* No enunciado do Problema 106, faltou dizer que o ponto  $t_3$  da escala horizontal do gráfico da Fig. 15.58 corresponde a 0,20 s.

(a) De acordo com o gráfico da Fig. 15-58, o período é  $T = 0,20$  s.

(b) De acordo com a Eq. 15-13,  $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ . Explicitando  $m$ , obtemos a relação  $m = kT^2/4\pi^2$ , que, para  $T = 0,20$  s e  $k = 200$  N/m, nos dá  $m = 0,203 \approx 0,20$  kg.

(c) De acordo com o gráfico, a velocidade é zero no instante  $t = 0$ , o que significa que, nesse instante, o deslocamento é máximo:  $x_0 = \pm x_m$ . O gráfico mostra também que a inclinação da curva da velocidade (e, portanto, a aceleração) é positiva no instante  $t = 0$ , o que significa (de acordo com a relação  $ma = -kx$ ) que o valor de  $x$  é negativo. Assim, como, de acordo com o enunciado,  $x_m = 0,20$  m, chegamos à conclusão de que  $x_0 = -0,20$  m.

(d) De acordo com o gráfico,  $v = 0$  no instante  $t = 0,10$  s, o que significa que  $a = \pm a_m = \pm \omega^2 x_m$ . Como a aceleração é a inclinação instantânea do gráfico da velocidade em função do tempo, chegamos à conclusão (observando novamente o gráfico) de que o sinal correto é o negativo. Lembrando que  $\omega^2 = k/m$ , obtemos  $a = -197 \approx -2,0 \times 10^2$  m/s<sup>2</sup>.

(e) Como, de acordo com o gráfico,  $v_m = 6,28$  m/s, a energia cinética máxima do bloco é  $K_m = mv_m^2/2 = 4,0$  J.

107. A massa de um átomo de prata é  $m = 0,108$  kg/ $6,02 \times 10^{23} = 1,8 \times 10^{-25}$  kg. Usando a Eq. 15-12 e o fato de que  $f = \omega/2\pi$ , temos:

$$1 \times 10^{13} \text{ Hz} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = (2\pi \times 10^{13})^2 (1,8 \times 10^{-25}) \approx 7 \times 10^2 \text{ N/m.}$$



## Capítulo 16

1. Seja  $y_1 = 2,0$  mm (correspondente ao instante  $t_1$ ) e seja  $y_2 = -2,0$  mm (correspondente ao instante  $t_2$ ). Temos:

$$kx + 600t_1 + \phi = \text{sen}^{-1}(2,0/6,0)$$

e

$$kx + 600t_2 + \phi = \text{sen}^{-1}(-2,0/6,0).$$

Subtraindo a segunda equação da primeira, obtemos:

$$600(t_1 - t_2) = \text{sen}^{-1}(2,0/6,0) - \text{sen}^{-1}(-2,0/6,0),$$

o que nos dá  $t_1 - t_2 = 0,011$  s = 1,1 ms.

2. (a) Como a velocidade de uma onda é a distância percorrida dividida pelo tempo necessário para percorrê-la, temos:

$$v = \frac{853 \text{ assentos}}{39 \text{ s}} = 21,87 \text{ assentos/s} \approx 22 \text{ assentos/s}.$$

(b) Como a largura  $L$  é igual à distância percorrida pela onda durante o tempo médio que um espectador leva para se levantar e voltar a se sentar, temos:

$$L = vt = (21,87 \text{ assentos/s})(1,8 \text{ s}) \approx 39 \text{ assentos}.$$

3. (a) O número de onda é  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1,80 \text{ m}} = 3,49 \text{ m}^{-1}$ .

(b) A velocidade da onda é  $v = \lambda f = \frac{\lambda\omega}{2\pi} = \frac{(1,80 \text{ m})(110 \text{ rad/s})}{2\pi} = 31,5 \text{ m/s}$ .

4. A distância  $d$  entre o besouro e o escorpião está relacionada à velocidade transversal  $v_t$  e à velocidade longitudinal  $v_\ell$  através das equações

$$d = v_t t_t \quad \text{e} \quad d = v_\ell t_\ell$$

nas quais  $t_t$  e  $t_\ell$  são os instantes de chegada da onda transversal e da onda longitudinal, respectivamente. Para  $v_t = 50$  m/s e  $v_\ell = 150$  m/s, temos:

$$\frac{t_t}{t_\ell} = \frac{v_\ell}{v_t} = \frac{150 \text{ m/s}}{50 \text{ m/s}} = 3,0.$$

Assim, se

$$\Delta t = t_t - t_\ell = 3,0t_\ell - t_\ell = 2,0t_\ell = 4,0 \times 10^{-3} \text{ s} \Rightarrow t_\ell = 2,0 \times 10^{-3} \text{ s},$$

$$d = v_\ell t_\ell = (150 \text{ m/s})(2,0 \times 10^{-3} \text{ s}) = 0,30 \text{ m} = 30 \text{ cm}.$$

5. (a) A distância entre o ponto de deslocamento máximo e o ponto de deslocamento zero corresponde a um quarto de ciclo. Se um quarto do período é 0,170 s, o período é  $T = 4(0,170 \text{ s}) = 0,680$  s.

(b) A frequência é o recíproco do período:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,680 \text{ s}} = 1,47 \text{ Hz.}$$

(c) Como uma onda senoidal percorre uma distância igual a um comprimento de onda em um intervalo de tempo igual a um período,

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1,40 \text{ m}}{0,680 \text{ s}} = 2,06 \text{ m/s.}$$

6. A inclinação mostrada no gráfico da Fig. 16-30 é a inclinação real da corda (que não deve ser confundida com a “inclinação” abstrata da curva que representa a posição de um ponto da corda em função do tempo; a inclinação real é a derivada em relação a  $x$ , enquanto a outra “inclinação” é a derivada em relação a  $t$ ). Assim, quando o gráfico mostra uma inclinação máxima (adimensional) de 0,2, está se referindo ao máximo da seguinte função:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} [y_m \text{sen}(kx - \omega t)] = y_m k \cos(kx - \omega t).$$

O problema informa ainda que a inclinação foi medida no instante  $t = 0$ , mas esse dado não é necessário para resolver o problema. O máximo da expressão acima é  $y_m k$ , na qual

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,40 \text{ m}} = 15,7 \text{ rad/m.}$$

Assim, como sabemos que o produto  $y_m k$  é igual a 0,2, temos:

$$y_m = \frac{0,2}{15,7 \text{ rad/m}} = 0,0127 \text{ m} \approx 1,3 \text{ cm.}$$

7. (a) Como  $v_m = y_m \omega$  (veja o Capítulo 12), temos:

$$\omega = \frac{16}{0,040} = 400 \text{ rad/s.}$$

Como  $\omega = 2\pi f$ ,  $f = \omega/2\pi = 64 \text{ Hz}$ .

(b) Como  $v = f\lambda$ ,  $\lambda = v/f = 1,26 \text{ m} \approx 1,3 \text{ m}$ .

(c) A amplitude do deslocamento transversal é  $y_m = 4,0 \text{ cm} = 4,0 \times 10^{-2} \text{ m}$ .

(d) O número de onda é  $k = 2\pi/\lambda = 5,0 \text{ rad/m}$ .

(e) A frequência angular, calculada no item (a), é  $400 \text{ rad/s}$ .

(f) A função que descreve a onda é da forma

$$y = 0,040 \text{ sen}(5x - 400t + \phi)$$

na qual a distância está em metros e o tempo em segundos. A constante de fase  $\phi$  deve ser tal que  $y = 0,040$  no ponto  $x = 0$  e no instante  $t = 0$ . Para isso, devemos ter  $\text{sen } \phi = 1$ , o que nos dá  $\phi = \pi/2 \text{ rad}$ .

(g) O sinal que precede  $\omega$  é o sinal negativo.

8. Fazendo  $x = 0$  na equação  $u = -\omega y_m \cos(kx - \omega t + \phi)$  (veja a Eq. 16-21 ou a Eq. 16-28), temos

$$u = -\omega y_m \cos(-\omega t + \phi),$$

que é a função plotada no gráfico da Fig. 16-31. Note que a função apresenta uma inclinação (ou seja, uma derivada) positiva no ponto  $t = 0$ :

$$\frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} [-\omega y_m \cos(-\omega t + \phi)] = -y_m \omega^2 \sin(-\omega t + \phi) > 0$$

em  $t = 0$ . Isso significa que  $-\sin\phi > 0$  e, portanto, que  $\phi$  está no terceiro ou no quarto quadrante. De acordo com o gráfico,  $u = -4$  m/s para  $t = 0$  e  $u_{\max} = 5$  m/s. Sabemos que  $u_{\max} = y_m \omega$ . Assim,

$$u = -u_{\max} \cos(-\omega t + \phi)|_{t=0} \Rightarrow \phi = \cos^{-1}(4/5) = \pm 0,6435 \text{ rad.}$$

Como  $\phi$  deve estar no terceiro ou no quarto quadrante, a solução correta é  $\phi = -0,64$  rad, que corresponde a um ângulo de aproximadamente  $-37^\circ$  e, portanto, está no quarto quadrante. A outra solução,  $\phi = +0,64$  rad, corresponde a um ângulo de aproximadamente  $+37^\circ$  e está no primeiro quadrante.

9. (a) Como a amplitude  $y_m$  é metade do deslocamento total de 6,00 mm mostrado no gráfico da Fig. 16-32,  $y_m = 3,0$  mm.

(b) Como, de acordo com o gráfico, o comprimento de onda é  $\lambda = 0,40$  m,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 16 \text{ rad/m.}$$

(c) Como, de acordo com o gráfico, a velocidade da onda é  $v = d/t = (0,060 \text{ m})/(0,0040 \text{ s})$ , a frequência angular é

$$\omega = k v = (16 \text{ rad/m})(15 \text{ m/s}) = 2,4 \times 10^2 \text{ rad/s.}$$

(d) O sinal que precede  $\omega$  é o sinal negativo, já que a onda está se propagando para a direita (no sentido positivo do eixo  $x$ ; veja a Seção 16-5).

Assim, em unidades do SI, a equação da onda é

$$y = y_m \sin(kx - \omega t) \approx 0,0030 \sin(16x - 2,4 \times 10^2 t) .$$

10. (a) A amplitude é  $y_m = 6,0$  cm.

(b)  $\lambda = 2\pi/0,020\pi = 1,0 \times 10^2$  cm.

(c)  $f = \omega/2\pi = 4,0\pi/2\pi = 2,0$  Hz.

(d)  $v = \lambda f = (1,0 \times 10^2 \text{ cm})(2,0 \text{ Hz}) = 2,0 \times 10^2$  cm/s.

(e) A onda está se propagando no sentido negativo do eixo  $x$ , já que o argumento da função trigonométrica é da forma  $kx + \omega t$  e não da forma  $kx - \omega t$ , como na Eq. 16-2.

(f)  $u_{\max} = y_m \omega = 6,0 \times 4,0\pi = 75$  cm/s

(g)  $y(3,5 \text{ cm}, 0,26 \text{ s}) = (6,0 \text{ cm}) \sin[0,020\pi(3,5) + 4,0\pi(0,26)] = -2,0$  cm.

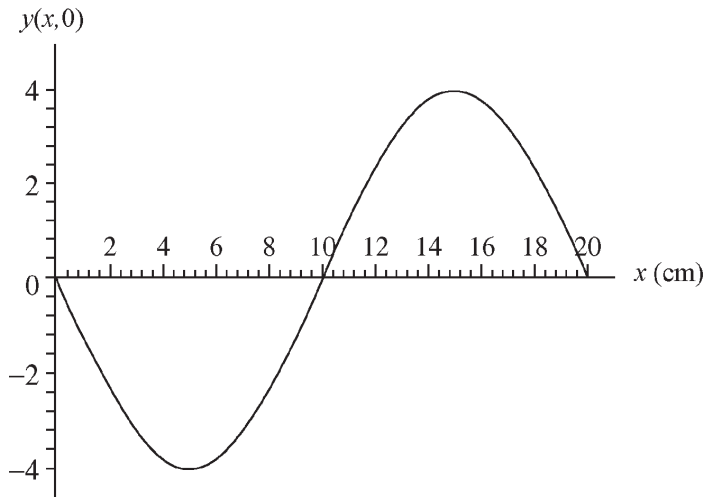
11. De acordo com a Eq. 16-10, a expressão geral de uma onda senoidal que se propaga no sentido positivo do eixo  $x$  é

$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi).$$

(a) Como se pode ver na Fig. 16-33, a função  $y(0, t) = y_m \sin(-\omega t + \phi)$  é uma função seno positiva, ou seja,  $y(0, t) = +y_m \sin \omega t$ . Isso significa que a constante de fase é  $\phi = \pi$  e, portanto,

$$y(x, 0) = y_m \sin(kx + \pi) = -y_m \sin kx,$$

que é uma função seno negativa. O gráfico de  $y(x, 0)$  é mostrado na figura a seguir.



- (b) Como se pode ver na figura, a amplitude é  $y_m = 4,0$  cm.
- (c) O número de onda é  $k = 2\pi/\lambda = \pi/10 = 0,31$  rad/cm.
- (d) A frequência angular é  $\omega = 2\pi/T = \pi/5 = 0,63$  rad/s.
- (e) Como foi visto no item (a), a constante de fase é  $\phi = \pi$ .
- (f) O sinal que precede  $\omega$  é o sinal negativo, já que a onda está se propagando no sentido positivo do eixo  $x$ .
- (g) Como a frequência da onda é  $f = 1/T = 0,10$  s, a velocidade da onda é  $v = f\lambda = 2,0$  cm/s.
- (h) De acordo com os resultados anteriores, a onda pode ser descrita pela equação

$$y(x, t) = 4,0 \text{ sen} \left( \frac{\pi x}{10} - \frac{\pi t}{5} + \pi \right) = -4,0 \text{ sen} \left( \frac{\pi x}{10} - \frac{\pi t}{5} \right).$$

Derivando  $y$  em relação a  $t$ , obtemos

$$u(x, t) = \frac{\partial y}{\partial t} = 4,0 \left( \frac{\pi}{t} \right) \cos \left( \frac{\pi x}{10} - \frac{\pi t}{5} \right)$$

que nos dá  $u(0, 5,0) = -2,5$  cm/s.

12. Derivando a equação dada em relação ao tempo, obtemos

$$u = du/dt = 225\pi \text{ sen} (\pi x - 15\pi t) .$$

Elevando ambos os membros ao quadrado e somando a ambos os membros o quadrado de  $15\pi y$ , obtemos

$$u^2 + (15\pi y)^2 = (225\pi)^2 [\text{sen}^2 (\pi x - 15\pi t) + \text{cos}^2 (\pi x - 15\pi t)],$$

o que nos dá

$$u = \sqrt{(225\pi)^2 - (15\pi y)^2} = 15\pi \sqrt{15^2 - y^2} .$$

Assim, para  $y = 12$ ,  $u = \pm 135\pi$  e a *velocidade escalar* de um ponto da corda é  $135\pi = 424$  cm/s =  $4,24$  m/s.

13. O comprimento de onda é  $\lambda = v/f = 350/500 = 0,700 \text{ m} = 700 \text{ mm}$  e o período é  $T = 1/f = 1/500 = 2,00 \times 10^{-3} \text{ s} = 2,00 \text{ ms}$ .

(a) Como  $2\pi$  radianos correspondem a um comprimento de onda,  $\pi/3$  rad correspondem a  $\lambda/6$ . A distância pedida, é, portanto,  $\lambda/6 = 700/6 = 117 \text{ mm}$ .

(b) Como um intervalo de  $1,00 \text{ ms}$  corresponde a meio período e um período corresponde a uma diferença de fase de  $2\pi$  radianos, a diferença de fase é  $2\pi/2 = \pi$  rad.

14. (a) Comparando a equação dada com a Eq. 16-2, vemos que  $k = 20/\text{m}$  e  $\omega = 600/\text{s}$ . Assim, de acordo com a Eq. 16-13, a velocidade da onda é  $v = \omega/k = 30 \text{ m/s}$ .

(b) De acordo com a Eq. 16-26,

$$\mu = \frac{\tau}{v^2} = \frac{15}{30^2} = 0,017 \text{ kg/m} = 17 \text{ g/m}.$$

15. (a) A amplitude da onda é  $y_m = 0,120 \text{ mm}$ .

(b) Como a velocidade da onda é dada por  $v = \sqrt{\tau/\mu}$ , na qual  $\tau$  é a tensão da corda e  $\mu$  é a massa específica linear da corda, o comprimento de onda é  $\lambda = v/f = \sqrt{\tau/\mu}/f$  e o número de onda é

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi f \sqrt{\frac{\mu}{\tau}} = 2\pi(100 \text{ Hz}) \sqrt{\frac{0,50 \text{ kg/m}}{10 \text{ N}}} = 141 \text{ m}^{-1}.$$

(c) Como a frequência é  $f = 100 \text{ Hz}$ , a frequência angular é

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(100 \text{ Hz}) = 628 \text{ rad/s}.$$

(d) Podemos escrever o deslocamento da corda na forma  $y = y_m \text{ sen}(kx + \omega t)$ . O sinal que precede  $\omega$  é positivo porque a onda está se propagando no sentido negativo do eixo  $x$ .

Para resumir, a onda pode ser expressa na forma

$$y = (0,120 \text{ mm}) \text{ sen}[(141 \text{ m}^{-1})x + (628 \text{ s}^{-1})t].$$

16. Como  $v = \sqrt{\tau/\mu} \propto \mu \sqrt{\tau}$ , temos:

$$\tau_2 = \tau_1 \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2 = (120 \text{ N}) \left( \frac{180 \text{ m/s}}{170 \text{ m/s}} \right)^2 = 135 \text{ N}.$$

17. (a) A velocidade da onda é dada por  $v = \lambda/T = \omega/k$ , em que  $\lambda$  é o comprimento de onda,  $T$  é o período,  $\omega$  é a frequência angular ( $2\pi/T$ ) e  $k$  é o número de onda ( $2\pi/\lambda$ ). Como o deslocamento é da forma  $y = y_m \text{ sen}(kx + \omega t)$ ,  $k = 2,0 \text{ m}^{-1}$  e  $\omega = 30 \text{ rad/s}$ . Assim,

$$v = (30 \text{ rad/s})/(2,0 \text{ m}^{-1}) = 15 \text{ m/s}.$$

(b) Como a velocidade da onda é dada por  $v = \sqrt{\tau/\mu}$ , na qual  $\tau$  é a tensão da corda e  $\mu$  é a massa específica linear da corda, a tensão é

$$\tau = \mu v^2 = (1,6 \times 10^{-4} \text{ kg/m})(15 \text{ m/s})^2 = 0,036 \text{ N}.$$

18. O volume de um cilindro de altura  $\ell$  é  $V = \pi r^2 \ell = \pi d^2 \ell / 4$ . As cordas são cilindros longos e estreitos, um de diâmetro  $d_1$  e outro de diâmetro  $d_2$  (as massas específicas lineares correspondentes são  $\mu_1$  e  $\mu_2$ ). Como a massa é igual à massa específica (volumétrica) multiplicada pelo volume ( $m = \rho V$ ), a massa específica linear pode ser escrita na forma

$$\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{\rho \pi d^2 \ell / 4}{\ell} = \frac{\rho \pi d^2}{4}$$

e a razão das massas específicas das duas cordas é

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\pi \rho d_1^2 / 4}{\pi \rho d_2^2 / 4} = \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2.$$

Assim, a razão dos diâmetros é

$$\frac{d_1}{d_2} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} = \sqrt{\frac{3,0}{0,29}} = 3,2.$$

19. A velocidade da onda é dada por  $v = \sqrt{\tau/\mu}$ , em que  $\tau$  é a tensão da corda e  $\mu$  é a massa específica linear da corda. A massa específica linear da corda é a massa por unidade de comprimento:  $\mu = m/L$ .

Assim,

$$v = \sqrt{\frac{\tau L}{m}} = \sqrt{\frac{(500 \text{ N})(2,00 \text{ m})}{0,0600 \text{ kg}}} = 129 \text{ m/s}.$$

20. Como  $v = \sqrt{\tau/\mu}$ , temos:

$$\frac{v_{\text{nova}}}{v_{\text{antiga}}} = \frac{\sqrt{\tau_{\text{nova}}/\mu_{\text{nova}}}}{\sqrt{\tau_{\text{antiga}}/\mu_{\text{antiga}}}} = \sqrt{2}.$$

21. Os pulsos têm a mesma velocidade  $v$ . Suponha que um dos pulsos parte da extremidade esquerda do fio no instante  $t = 0$ . A coordenada do pulso no instante  $t$  é  $x_1 = vt$ . O outro pulso parte da extremidade esquerda, situada no ponto  $x = L$ , sendo que  $L$  é o comprimento do fio, no instante  $t = 30 \text{ ms}$ . Se esse tempo for chamado de  $t_0$ , a coordenada do pulso no instante  $t$  é  $x_2 = L - v(t - t_0)$ . No instante em que os pulsos se encontram,  $x_1 = x_2$ , o que significa que  $vt = L - v(t - t_0)$ . Assim, o instante em que os pulsos se encontram é dado por  $t = (L + vt_0)/2v$  e a coordenada do ponto de encontro é  $x = vt = (L + vt_0)/2$ . A velocidade dos pulsos é dada por

$$v = \sqrt{\frac{\tau L}{m}} = \sqrt{\frac{(250 \text{ N})(10,0 \text{ m})}{0,100 \text{ kg}}} = 158 \text{ m/s}.$$

A coordenada do ponto em que os pulsos se encontram é, portanto,

$$x = \frac{10,0 \text{ m} + (158 \text{ m/s})(30,0 \times 10^{-3} \text{ s})}{2} = 7,37 \text{ m}.$$

Essa é a distância da extremidade esquerda do fio. A distância da extremidade direita é  $L - x = (10,0 \text{ m} - 7,37 \text{ m}) = 2,63 \text{ m}$ .

22. (a) A expressão geral de uma onda progressiva senoidal é

$$y(x, t) = y_m \text{sen}(kx - \omega t),$$

que, para  $x = 10 \text{ cm}$ , se torna

$$y(10, t) = y_m \text{sen}[k(10 - \omega t)].$$

Comparando com a expressão dada, vemos que  $\omega = 4,0 \text{ rad/s}$  e  $f = \omega/2\pi = 0,64 \text{ Hz}$ .

(b) Como  $k \times 10 = 1,0$ , o número de onda é  $k = 0,10 \text{ cm}^{-1}$  e  $\lambda = 2\pi/k = 63 \text{ cm}$ .

(c) A amplitude é  $y_m = 5,0 \text{ cm}$ .

(d) Como foi visto no item (b),  $k = 0,10 \text{ cm}^{-1}$ .

(e) Como foi visto no item (a),  $\omega = 4,0 \text{ rad/s}$ .

(f) O sinal que precede  $\omega$  é o sinal negativo.

(g) Como  $v = \omega/k = \sqrt{\tau/\mu}$ , a tensão da corda é

$$\tau = \frac{\omega^2 \mu}{k^2} = \frac{(4,0 \text{ g/cm})(4,0 \text{ s}^{-1})^2}{(0,10 \text{ cm}^{-1})^2} = 6400 \text{ g} \cdot \text{cm/s}^2 = 0,064 \text{ N}.$$

23. (a) De acordo com o gráfico da Fig. 16-34, a amplitude é 5,0 cm.

(b) Como a curva da figura passa pelo ponto  $y = 4,0 \text{ cm}$  no ponto  $x = 0$  e passa novamente pelo mesmo ponto, com a mesma inclinação, no ponto  $x = 40 \text{ cm}$ , o comprimento de onda é 40 cm.

(c) Como a velocidade da onda é  $v = \sqrt{\tau/\mu}$ , em que  $\tau$  é a tensão da corda e  $\mu$  é a massa específica linear da corda,

$$v = \sqrt{\frac{3,6 \text{ N}}{25 \times 10^{-3} \text{ kg/m}}} = 12 \text{ m/s}.$$

(d) A frequência é  $f = v/\lambda = (12 \text{ m/s})/(0,40 \text{ m}) = 30 \text{ Hz}$  e o período é

$$T = 1/f = 1/(30 \text{ Hz}) = 0,033 \text{ s}.$$

(e) A velocidade transversal máxima de uma partícula da corda é

$$u_m = \omega y_m = 2\pi f y_m = 2\pi(30 \text{ Hz})(5,0 \text{ cm}) = 940 \text{ cm/s} = 9,4 \text{ m/s}.$$

(f) O número de onda é  $k = 2\pi/\lambda = 2\pi/(0,40 \text{ m}) = 16 \text{ m}^{-1}$ .

(g) A frequência angular é  $\omega = 2\pi f = 2\pi(30 \text{ Hz}) = 1,9 \times 10^2 \text{ rad/s}$ .

(h) De acordo com o gráfico, o deslocamento em  $x = 0$  e  $t = 0$  é  $4,0 \times 10^{-2} \text{ m}$ . A expressão do deslocamento em função do ângulo de fase é  $(0, 0) = y_m \text{ sen } \phi$ . Como a amplitude da onda é  $5,0 \times 10^{-2} \text{ m}$ , o valor de  $\phi$  deve ser tal que

$$5,0 \times 10^{-2} \text{ sen } \phi = 4,0 \times 10^{-2}.$$

As soluções da equação acima são 0,93 rad e 2,21 rad. Como apenas para a primeira solução a curva tem uma inclinação positiva no ponto  $x = 0$ ,  $\phi = 0,93 \text{ rad}$ .

(i) Como a onda está se propagando no sentido negativo do eixo  $x$ , o sinal que precede  $\omega$  é o sinal negativo.

Resumindo, a equação da onda é

$$y(x, t) = (5,0 \times 10^{-2} \text{ m}) \text{ sen} [(16 \text{ m}^{-1})x + (190 \text{ s}^{-1})t + 0,93].$$

24. (a) Como a tensão de cada corda é dada por  $\tau = Mg/2$ , a velocidade da onda na corda 1 é

$$v_1 = \sqrt{\frac{\tau}{\mu_1}} = \sqrt{\frac{Mg}{2\mu_1}} = \sqrt{\frac{(500 \text{ g})(9,80 \text{ m/s}^2)}{2(3,00 \text{ g/m})}} = 28,6 \text{ m/s}.$$

(b) A tensão na corda 2 é

$$v_2 = \sqrt{\frac{Mg}{2\mu_2}} = \sqrt{\frac{(500 \text{ g})(9,80 \text{ m/s}^2)}{2(5,00 \text{ g/m})}} = 22,1 \text{ m/s}.$$

(c) Vamos fazer  $v_1 = \sqrt{M_1 g / (2\mu_1)} = v_2 = \sqrt{M_2 g / (2\mu_2)}$  e  $M_1 + M_2 = M$ . Explicitando  $M_1$ , temos:

$$M_1 = \frac{M}{1 + \mu_2 / \mu_1} = \frac{500 \text{ g}}{1 + 5,00/3,00} = 187,5 \text{ g} \approx 188 \text{ g}.$$

(d)  $M_2 = M - M_1 = (500 \text{ g} - 187,5 \text{ g}) \approx 313 \text{ g}$ .

25. (a) A velocidade da onda em qualquer ponto da corda é dada por  $v = \sqrt{\tau/\mu}$ , onde  $\tau$  é a tensão nesse ponto e  $\mu$  é a massa específica linear da corda. Como a corda está pendurada, a tensão vai de ponto para ponto. Considere um ponto da corda a uma distância  $y$  da extremidade inferior. As forças a que esse ponto está submetido são o peso do trecho da corda que está abaixo do ponto, que aponta para baixo, e a tensão da corda, que aponta para cima. Como a corda está em equilíbrio, as duas forças são iguais em módulo. Como o peso do trecho da corda abaixo do ponto é  $\mu gy$ , a tensão é  $\tau = \mu gy$  e, portanto, a velocidade da onda é  $v = \sqrt{\mu gy / \mu} = \sqrt{gy}$ .

(b) Como o tempo  $dt$  que a onda leva para percorrer uma distância  $dy$ , situada a uma distância  $y$  da extremidade inferior da corda, é  $dt = dy/v = dy/\sqrt{gy}$ , o tempo que a onda leva para percorrer toda a corda é

$$t = \int_0^L \frac{dy}{\sqrt{gy}} = 2\sqrt{\frac{y}{g}} \Big|_0^L = 2\sqrt{\frac{L}{g}}.$$

26. De acordo com as Eqs. 16-26 e 16-33, temos:

$$f = \frac{1}{2\pi y_m} \sqrt{\frac{2P_{\text{med}}}{\tau m/L}} = \frac{1}{2\pi(7,70 \times 10^{-3} \text{ m})} \sqrt{\frac{2(85,0 \text{ W})}{\sqrt{(36,0 \text{ N})(0,260 \text{ kg}/2,70 \text{ m})}}} = 198 \text{ Hz}.$$

27. Como se pode ver nos gráficos da Fig. 16-36, a frequência da onda é  $f = 1/(2 \text{ ms}) = 500 \text{ Hz}$  e o comprimento de onda é  $\lambda = 0,20 \text{ m}$ . Os gráficos também mostram que o valor máximo de  $dK/dt$  é  $10 \text{ W}$ . Igualando este valor ao valor máximo de  $dK/dt$  na Eq. 16-30 [que é obtido fazendo  $\cos^2(kx - \omega t) = 1$ ], temos, em unidades do SI,  $\mu v \omega^2 y_m^2 / 2 = 10$ . Explicitando  $y_m$  e fazendo  $\omega = 2\pi f$  e  $v = f\lambda$ , obtemos:

$$y_m = \sqrt{\frac{10}{2\pi^2 \mu \lambda f^3}} = 0,0032 \text{ m}.$$

28. Comparando  $y(x, t) = (3,00 \text{ mm})\text{sen}[(4,00 \text{ m}^{-1})x - (7,00 \text{ s}^{-1})t]$  com a expressão geral  $y(x, t) = y_m \text{sen}(kx - \omega t)$ , vemos que  $k = 4,00 \text{ m}^{-1}$  e  $\omega = 7,00 \text{ rad/s}$ . A velocidade da onda é

$$v = \omega / k = (7,00 \text{ rad/s}) / (4,00 \text{ m}^{-1}) = 1,75 \text{ m/s}.$$

29. A onda  $y(x, t) = (2,00 \text{ mm})[(20 \text{ m}^{-1})x - (4,0 \text{ s}^{-1})t]^{1/2}$  é da forma  $h(kx - \omega t)$  com número de onda  $k = 20 \text{ m}^{-1}$  e frequência angular  $\omega = 4,0 \text{ rad/s}$ . Assim, a velocidade da onda é

$$v = \omega / k = (4,0 \text{ rad/s}) / (20 \text{ m}^{-1}) = 0,20 \text{ m/s}.$$

30. A onda  $y(x, t) = (4,00 \text{ mm}) h[(30 \text{ m}^{-1})x + (6,0 \text{ s}^{-1})t]$  é da forma  $h(kx - \omega t)$  com número de onda  $k = 30 \text{ m}^{-1}$  e frequência angular  $\omega = 6,0 \text{ rad/s}$ . Assim, a velocidade da onda é

$$v = \omega / k = (6,0 \text{ rad/s}) / (30 \text{ m}^{-1}) = 0,20 \text{ m/s}.$$

31. O deslocamento da corda é dado por

$$y = y_m \text{sen}(kx - \omega t) + y_m \text{sen}(kx - \omega t + \phi) = 2y_m \cos\left(\frac{1}{2}\phi\right) \text{sen}\left(kx - \omega t + \frac{1}{2}\phi\right),$$



em que  $\phi = \pi/2$ . A amplitude é

$$A = 2y_m \cos\left(\frac{1}{2}\phi\right) = 2y_m \cos(\pi/4) = 1,41y_m.$$

32. (a) Seja  $\phi$  a diferença de fase. De acordo com a Eq. 16-52,  $2y_m \cos(\phi/2) = 1,50y_m$ , o que nos dá

$$\phi = 2 \cos^{-1}\left(\frac{1,50y_m}{2y_m}\right) = 82,8^\circ.$$

(b) Convertendo para radianos, obtemos  $\phi = 1,45$  rad.

(c) Em termos de comprimentos de onda (um comprimento de onda corresponde a  $2\pi$  rad), esta diferença de fase equivale a  $1,45 \text{ rad}/2\pi = 0,230\lambda$ .

33. (a) De acordo com o enunciado do problema, a amplitude da segunda onda é  $y_m = 9,00$  mm.

(b) De acordo com a Fig. 16-37,  $\lambda = 40 \text{ cm} = 0,40 \text{ m}$ , o que significa que o número de onda é  $k = 2\pi/0,40 = 16 \text{ m}^{-1}$ .

(c) De acordo com o enunciado, a velocidade da onda é  $v = d/t = (56,0 \text{ cm})/(8,0 \text{ ms}) = 70 \text{ m/s}$ . Assim, usando o valor de  $k$  calculado no item anterior,

$$\omega = kv = 1100 \text{ rad/s} = 1,1 \times 10^3 \text{ rad/s}.$$

(d) Como é dito no enunciado, a Fig. 16-37 mostra a onda resultante de duas ondas progressivas de mesma amplitude e mesmo comprimento de onda que se propagam no mesmo sentido. Na figura, a amplitude da onda resultante é  $y'_m = 4,00$  mm. Assim, de acordo com a Eq. 16-52,

$$y'_m = 2y_m \cos(\phi_2/2) \Rightarrow \phi_2 = 2 \cos^{-1}(2,00/9,00) = 2,69 \text{ rad} \approx 2,7 \text{ rad}.$$

(e) Como as ondas estão se propagando no sentido negativo do eixo  $x$ , o sinal que precede  $\omega$  é o sinal positivo.

Para resumir, as equações das duas ondas, em unidades do SI, são

$$y_1 = (0,00900) \text{ sen}(16x + 1100t) \text{ e } y_2 = (0,00900) \text{ sen}(16x + 1100t + 2,7).$$

34. (a) De acordo com as Eqs. 16-26 e 16-33,

$$P_{\text{med}} = \mu v \omega^2 y_m^2 / 2 = 10 \text{ W}.$$

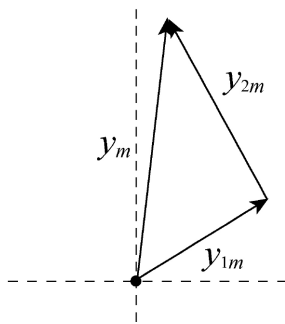
(b) Como as ondas se propagam em cordas separadas, não há interferência e a potência é duas vezes maior que o item (a):  $P = 20 \text{ W}$ .

(c) Quando as ondas se propagam na mesma corda, existe interferência. Se a diferença de fase é 0, a interferência é totalmente construtiva (como na Fig. 16-13a), a amplitude da onda resultante é o dobro da amplitude de uma das ondas e a potência é quatro vezes maior. Assim,  $P = 40 \text{ W}$ .

(d) Se a diferença de fase é  $0,4\pi$  rad, a amplitude da onda resultante, de acordo com a Eq. 16-52, é  $2y_m \cos(0,2\pi) = 1,618y_m$ . Isso significa que a potência é  $(1,618)^2 = 2,618$  vezes maior. Neste caso, portanto,  $P = 26 \text{ W}$ .

(e) Se a diferença de fase é  $\pi$ , a interferência é totalmente destrutiva, como na Fig. 16-13b, e  $P = 0$ .

35. A figura a seguir mostra o diagrama fasorial apropriado, no qual  $y_{1m}$  e  $y_{2m}$  representam as ondas originais e  $y_m$  representa a onda resultante.



Como os fasores que representam as ondas originais são mutuamente perpendiculares, o triângulo da figura é um triângulo retângulo e podemos usar o teorema de Pitágoras:

$$y_m^2 = y_{1m}^2 + y_{2m}^2 = (3,0 \text{ cm})^2 + (4,0 \text{ cm})^2 = (25 \text{ cm})^2.$$

Assim,  $y_m = 5,0 \text{ cm}$ .

Nota: Ao somar duas ondas, é conveniente representar as ondas através de fasores. O mesmo resultado, porém, pode ser obtido escrevendo as ondas na forma  $y_1 = 3 \text{ sen}(kx - \omega t)$  e  $y_2 = 4 \text{ sen}(kx - \omega t + \pi/2) = 4 \text{ cos}(kx - \omega t)$ , o que nos dá, depois de algumas manipulações algébricas,

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 = 3 \text{ sen}(kx - \omega t) + 4 \text{ cos}(kx - \omega t) = 5 \left[ \frac{3}{5} \text{ sen}(kx - \omega t) + \frac{4}{5} \text{ cos}(kx - \omega t) \right] \\ &= 5 \text{ sen}(kx - \omega t + \phi) \end{aligned}$$

nas quais  $\phi = \tan^{-1}(4/3)$ . Para determinar o valor da constante de fase  $\phi$ , fazemos  $\cos \phi = 3/5$ ,  $\text{sen } \phi = 4/5$  e usamos a relação  $\cos \phi \text{ sen } \theta + \text{sen } \phi \text{ cos } \theta = \text{sen}(\theta + \phi)$ .

36. Podemos ver que  $y_1$  e  $y_3$  se cancelam (estão defasadas de  $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ ) e  $y_2$  e  $y_4$  se cancelam (também estão defasadas de  $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ ). Assim, a onda resultante tem amplitude zero, ou seja, não existe onda resultante.

37. (a) Usando a técnica dos fasores, construímos dois fasores, o primeiro com 4,60 mm de comprimento e o segundo com 5,60 mm de comprimento, formando entre si um ângulo  $\phi$  de  $0,80\pi$  radianos =  $144^\circ$ . Usando as regras da soma vetorial, obtemos um fasor resultante com 3,29 mm, que corresponde à amplitude da onda resultante.

(b) O ângulo do fasor resultante em relação ao primeiro fasor, que corresponde ao ângulo de fase da onda resultante em relação à primeira onda, é  $88,8^\circ = 1,55 \text{ rad}$ .

(c) Para que a amplitude da nova onda resultante seja máxima, a terceira onda deve estar em fase com a onda resultante calculada no item (b). Assim, o ângulo da terceira onda deve ser  $88,8^\circ = 1,55 \text{ rad}$  com a primeira onda.

38. (a) Como é mostrado na Fig. 16-13b do livro, a amplitude da onda resultante é a menor possível quando a diferença de fase é  $\pi \text{ rad}$ .

(b) Na situação do item (a), a amplitude é  $8,0 \text{ mm} - 5,0 \text{ mm} = 3,0 \text{ mm}$ .

(c) Como é mostrado na Fig. 16-13a do livro, a amplitude da onda resultante é a maior possível quando a diferença de fase é  $0 \text{ rad}$ .

(d) Na situação do item (c), a amplitude é  $8,0 \text{ mm} + 5,0 \text{ mm} = 13 \text{ mm}$ .

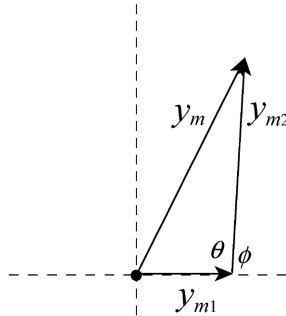
(e) Nesse caso, o ângulo entre os fasores que representam as duas ondas é  $\pi/2 \text{ rad} = 90^\circ$  e podemos usar o teorema de Pitágoras. A amplitude é, portanto,

$$\sqrt{(8,0 \text{ mm})^2 + (5,0 \text{ mm})^2} = 9,4 \text{ mm}.$$

39. A figura a seguir mostra o diagrama fasorial.

Vamos usar um teorema da trigonometria:

$$y_m^2 = y_{m1}^2 + y_{m2}^2 - 2y_{m1}y_{m2} \cos \theta = y_{m1}^2 + y_{m2}^2 + 2y_{m1}y_{m2} \cos \phi.$$



Explicitando  $\cos \phi$ , obtemos:

$$\cos \phi = \frac{y_m^2 - y_{m1}^2 - y_{m2}^2}{2y_{m1}y_{m2}} = \frac{(9,0 \text{ mm})^2 - (5,0 \text{ mm})^2 - (7,0 \text{ mm})^2}{2(5,0 \text{ mm})(7,0 \text{ mm})} = 0,10.$$

A constante de fase é, portanto,  $\phi = 84^\circ$ .

40. A corda fica reta toda vez que passa pela posição de equilíbrio. Como, durante um ciclo completo, uma partícula passa duas vezes pela posição de equilíbrio,  $T = 2(0,50 \text{ s}) = 1,0 \text{ s}$ . Assim, a frequência é  $f = 1/T = 1,0 \text{ Hz}$  e o comprimento de onda é

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{10 \text{ cm/s}}{1,0 \text{ Hz}} = 10 \text{ cm}.$$

41. (a) A velocidade das ondas é dada por  $v = \sqrt{\tau/\mu}$ , na qual  $\tau$  é a tensão da corda e  $\mu$  é a massa específica linear da corda. Como a massa específica linear é a massa por unidade de comprimento,  $\mu = M/L$ , em que  $M$  é a massa e  $L$  é o comprimento da corda. Assim,

$$v = \sqrt{\frac{\tau L}{M}} = \sqrt{\frac{(96,0 \text{ N})(8,40 \text{ m})}{0,120 \text{ kg}}} = 82,0 \text{ m/s}.$$

(b) Como o maior comprimento possível de uma onda estacionária está relacionado ao comprimento da corda através da equação  $L = \lambda/2$ , temos:  $\lambda = 2L = 2(8,40 \text{ m}) = 16,8 \text{ m}$ .

(c) A frequência é  $f = v/\lambda = (82,0 \text{ m/s})/(16,8 \text{ m}) = 4,88 \text{ Hz}$ .

42. De acordo com as Eqs. 16-26 e 16-66, temos:

$$f_n = \frac{nv}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}},$$

o que nos dá

$$f_3 = \frac{3}{2L} \sqrt{\frac{\tau_i}{\mu_3}}.$$

(a) Se  $\tau_f = 4\tau_i$ , a nova frequência é

$$f'_3 = \frac{3}{2L} \sqrt{\frac{\tau_f}{\mu}} = 2f_3.$$

(b) O novo comprimento de onda é

$$\lambda'_3 = \frac{v'}{f'_3} = \frac{2L}{3} = \lambda_3.$$

43. Os comprimentos de onda possíveis são dados por  $\lambda = 2L/n$ , em que  $L$  é o comprimento do fio e  $n$  é um número inteiro. As frequências correspondentes são dadas por  $f = v/\lambda = nv/2L$ , nas quais  $v$  é a velocidade da onda. A velocidade da onda é dada por  $v = \sqrt{\tau/\mu} = \sqrt{\tau L/M}$ , na qual  $\tau$  é a tensão do fio,  $\mu$  é a massa específica linear do fio e  $M$  é a massa do fio. Assim,

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{\tau L}{M}} = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{\tau}{LM}} = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{250 \text{ N}}{(10,0 \text{ m})(0,100 \text{ kg})}} = 7,91n \text{ Hz}.$$

(a) A menor frequência é  $f_1 = 7,91 \times 1 = 7,91 \text{ Hz}$ .

(b) A segunda menor frequência é  $f_2 = 7,91 \times 2 = 15,8 \text{ Hz}$ .

(c) A terceira menor frequência é  $f_3 = 7,91 \times 3 = 23,7 \text{ Hz}$ .

44. (a) A velocidade da onda é

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{7,00 \text{ N}}{2,00 \times 10^{-3} \text{ kg}/1,25 \text{ m}}} = 66,1 \text{ m/s}.$$

(b) O maior comprimento de onda de ressonância da corda é  $\lambda_1 = 2L$ . Assim,

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{66,1 \text{ m/s}}{2(1,25 \text{ m})} = 26,4 \text{ Hz}.$$

45. (a) Os comprimentos de onda de ressonância são dados por  $\lambda = 2L/n$ , em que  $L$  é o comprimento da corda e  $n$  é um número inteiro; as frequências de ressonância são dadas por  $f = v/\lambda = nv/2L$ , nas quais  $v$  é a velocidade da onda. Suponha que a menor das duas frequências de ressonância esteja associada ao número  $n$ . Como não existem outras frequências de ressonância entre as duas frequências dadas, a maior frequência está associada ao número  $n + 1$ . Assim, se  $f_1 = nv/2L$  é a menor frequência, a maior frequência é  $f_2 = (n + 1)v/2L$  e a razão das duas frequências é

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{n+1}{n}.$$

Explicitando  $n$ , obtemos

$$n = \frac{f_1}{f_2 - f_1} = \frac{315 \text{ Hz}}{420 \text{ Hz} - 315 \text{ Hz}} = 3.$$

A menor frequência de ressonância possível é, portanto,  $f = v/2L = f_1/n = (315 \text{ Hz})/3 = 105 \text{ Hz}$ .

(b) O maior comprimento de onda possível é  $\lambda = 2L$ . Se  $f$  é a menor frequência possível,

$$v = \lambda f = 2Lf = 2(0,75 \text{ m})(105 \text{ Hz}) = 158 \text{ m/s}.$$

46. A frequência do  $n$ -ésimo harmônico da corda  $A$  é

$$f_{n,A} = \frac{v_A}{2l_A} n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$$

e a frequência do  $n$ -ésimo harmônico da corda  $B$  é

$$f_{n,B} = \frac{v_B}{2l_B} n = \frac{n}{8L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \frac{1}{4} f_{n,A}.$$

(a) A conclusão é que  $f_{1,A} = f_{4,B}$ , ou seja, o quarto harmônico da corda  $B$  tem a mesma frequência que o primeiro harmônico da corda  $A$ .

(b) Analogamente,  $f_{2,A} = f_{8,B}$ .

(c) Não existe nenhum harmônico da corda  $B$  com a mesma frequência que o terceiro harmônico da corda  $A$ ,  $f_{3,A} = \frac{3v_A}{2l_A} = \frac{3}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$ .

47. Como os harmônicos são múltiplos inteiros da frequência fundamental, a diferença entre as frequências de dois harmônicos sucessivos é sempre igual à frequência fundamental. Assim,

$$f_1 = (390 \text{ Hz} - 325 \text{ Hz}) = 65 \text{ Hz}.$$

Nesse caso, a frequência do harmônico que se segue ao harmônico de 195 Hz é 195 Hz + 65 Hz = 260 Hz.

48. De acordo com a Eq. 16-26, a velocidade da onda é

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{65,2 \times 10^6 \text{ N}}{3,35 \text{ kg/m}}} = 4412 \text{ m/s}.$$

As frequências correspondentes são

$$f_n = \frac{nv}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

(a) A frequência do modo fundamental é

$$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{4412 \text{ m/s}}{2(347 \text{ m})} = 6,36 \text{ Hz}.$$

(b) A diferença de frequência entre dois modos sucessivos é

$$\Delta f = f_n - f_{n-1} = \frac{v}{2L} = \frac{4412 \text{ m/s}}{2(347 \text{ m})} = 6,36 \text{ Hz}.$$

49. (a) A velocidade da onda é dada pela Eq. 16-26:

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{150 \text{ N}}{7,20 \times 10^{-3} \text{ kg/m}}} = 144,34 \text{ m/s} \approx 1,44 \times 10^2 \text{ m/s}.$$

(b) De acordo com a Fig. 16-38, o comprimento de onda da onda estacionária é

$$\lambda = (2/3)(90,0 \text{ cm}) = 60,0 \text{ cm}.$$

(c) A frequência é

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1,44 \times 10^2 \text{ m/s}}{0,600 \text{ m}} = 241 \text{ Hz}.$$

50. De acordo com o gráfico da Fig. 16-39, a função que descreve a onda estacionária é

$$y(x, t) = -(0,04) \cos(kx) \sin(\omega t),$$

na qual  $\omega = 2\pi/T = \pi$  rad/s, com os comprimentos em metros e o tempo em segundos. O parâmetro  $k$  é determinado pela existência de um nó no ponto  $x = 0,10$ . Isso significa que  $k(0,10) = \pi/2$  e, portanto,  $k = 5\pi$  rad/m.

(a) Para os parâmetros calculados acima, temos:

$$y(0,20 \text{ m}, 0,50 \text{ s}) = -0,04 \cos(kx) \text{sen}(\omega t) = 0,040 \text{ m}.$$

(b) Para os parâmetros calculados acima, temos:

$$y(0,30 \text{ m}, 0,50 \text{ s}) = -0,04 \cos(kx) \text{sen}(\omega t) = 0.$$

(c) Derivando a equação da onda estacionária em relação ao tempo, obtemos

$$u(x,t) = \frac{dy}{dt} = -0,04\omega \cos(kx) \cos(\omega t) = 0.$$

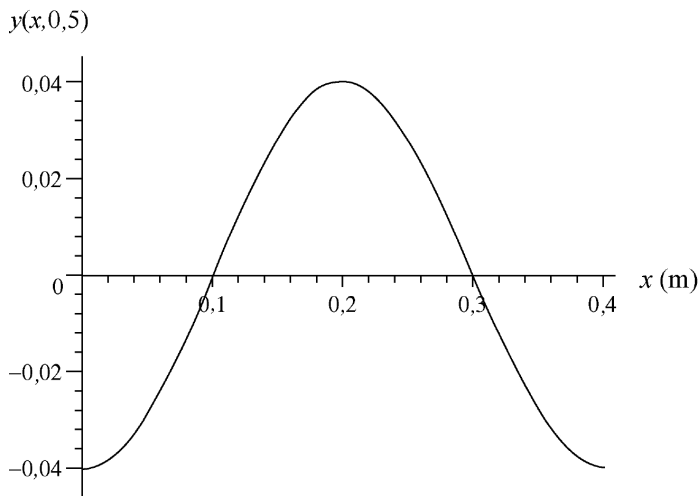
Para os parâmetros calculados acima, temos:

$$y(0,20 \text{ m}, 0,50 \text{ s}) = -0,04\omega \cos(kx) \text{sen}(\omega t) = 0.$$

(d) Para os parâmetros calculados acima, temos:

$$y(0,20 \text{ m}, 1,0 \text{ s}) = -0,04\omega \cos(kx) \text{sen}(\omega t) = -0,13 \text{ m/s}.$$

(e) A figura mostra o gráfico da função no instante  $t = 0,50$  s para  $0 \leq x \leq 0,40$  m:



51. Como as ondas têm a mesma amplitude, a mesma frequência angular, o mesmo número de onda e se propagam em sentidos opostos, podemos representá-las através das equações

$$y_1 = y_m \text{sen}(kx - \omega t) \text{ e } y_2 = y_m \text{sen}(kx + \omega t).$$

(a) Como a amplitude  $y_m$  de cada onda é metade da amplitude da onda estacionária,  $y_m = 0,50$  cm.

(b) Como a onda estacionária tem três meios comprimentos de onda,  $L = 3\lambda/2$ . Assim, o número de onda é

$$k = 2\pi/\lambda = 3\pi/L = 3,1 \text{ m}^{-1}.$$

(c) A frequência angular é

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi v}{\lambda} = \frac{3\pi v}{L} = \frac{3\pi(100 \text{ m/s})}{3,0 \text{ m}} = 3,1 \times 10^2 \text{ s}^{-1}.$$

(d) Como as duas ondas se propagam em sentidos opostos e o sinal que precede  $\omega$  na primeira onda é o sinal positivo, o sinal que precede  $\omega$  na segunda onda é o sinal negativo.

Resumindo, as equações que descrevem as duas ondas são

$$y_1 = (5,0 \times 10^{-3} \text{ m}) \text{ sen}[(3,14 \text{ m}^{-1})x - (3,1 \times 10^2 \text{ s}^{-1})t]$$

e

$$y_2 = (5,0 \times 10^{-3} \text{ m}) \text{ sen}[(3,14 \text{ m}^{-1})x + (3,1 \times 10^2 \text{ s}^{-1})t]$$

52. Como a corda está fixa nas duas extremidades, a expressão “segundo harmônico de uma onda estacionária” descreve a oscilação mostrada na Fig. 16-20b, em que, de acordo com a Eq. 16-65,

$$\lambda = L \quad \text{e} \quad f = \frac{v}{L}.$$

(a) Comparando a função dada com a Eq. 16-60, obtemos  $k = \pi/2$  e  $\omega = 12\pi$  rad/s. Como  $k = 2\pi/\lambda$ ,

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \lambda = 4,0 \text{ m} \Rightarrow L = 4,0 \text{ m}.$$

(b) Como  $v = \lambda f$  e  $f = \omega/2\pi$ , temos:

$$v = \frac{\lambda\omega}{2\pi} = 24 \text{ m/s}.$$

(c) De acordo com a Eq. 16-26,

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} \Rightarrow 24 \text{ m/s} = \sqrt{\frac{200 \text{ N}}{m / (4,0 \text{ m})}},$$

o que nos dá  $m = 1,4$  kg.

(d) Como

$$f = \frac{3v}{2L} = \frac{3(24 \text{ m/s})}{2(4,0 \text{ m})} = 9,0 \text{ Hz},$$

o período é  $T = 1/f = 0,11$  s.

53. (a) Como a amplitude das ondas progressivas que compõem uma onda estacionária é metade do deslocamento máximo da onda estacionária, a resposta é 0,25 cm.

(b) Como as ondas progressivas têm uma frequência angular  $\omega = 40\pi$  rad/s e um número de onda  $k = \pi/3$  cm<sup>-1</sup>, a velocidade das ondas é

$$v = \omega/k = (40\pi \text{ rad/s})/(\pi/3 \text{ cm}^{-1}) = 1,2 \times 10^2 \text{ cm/s}.$$

(c) A distância entre os nós é igual a meio comprimento de onda:  $d = \lambda/2 = \pi/k = \pi/(\pi/3 \text{ cm}^{-1}) = 3,0$  cm.

(d) A velocidade dos pontos da corda é dada por  $u(x, t) = \partial y/\partial t = -\omega y_m \text{ sen}(kx) \text{ sen}(\omega t)$ . Assim,

$$u = -(40\pi \text{ rad/s})(0,50 \text{ cm}) \text{ sen} \left[ \left( \frac{\pi}{3} \text{ cm}^{-1} \right) (1,5 \text{ cm}) \right] \text{ sen} \left[ (40\pi \text{ s}^{-1}) \left( \frac{9}{8} \text{ s} \right) \right] = 0.$$

54. Como o ponto  $A$  é chamado de antinó, sabemos que se trata de uma onda estacionária e que, portanto, as ondas estão se propagando em sentidos opostos. Assim, esperamos que uma seja da forma  $y = y_m \text{sen}(kx + \omega t)$  e a outra seja da forma  $y = y_m \text{sen}(kx - \omega t)$ .

(a) De acordo com a Eq. 16-60,  $y_m = (9,0 \text{ mm})/2 = 4,5 \text{ mm}$ , já que a amplitude da onda estacionária é  $(1,80 \text{ cm})/2 = 0,90 \text{ cm} = 9,0 \text{ mm}$ .

(b) Como o comprimento de onda é  $40 \text{ cm}$ ,  $k = 2\pi/\lambda \approx 16 \text{ m}^{-1}$ .

(c) Como, de acordo com o enunciado, um intervalo de tempo de  $6,0 \text{ ms}$  corresponde à metade do período,  $T = 12 \text{ ms}$  e a Eq. 16-8 nos dá  $\omega = 5,2 \times 10^2 \text{ rad/s}$ .

(d) Como na equação da primeira onda o sinal que precede  $\omega$  é positivo e as ondas estão se propagando em sentidos opostos, o sinal que precede  $\omega$  na segunda onda é o sinal negativo. Resumindo, as equações das duas ondas são

$$y_1(x, t) = (4,5 \text{ mm}) \text{sen}[(16 \text{ m}^{-1})x + (5,2 \times 10^2 \text{ s}^{-1})t]$$

e

$$y_2(x, t) = (4,5 \text{ mm}) \text{sen}[(16 \text{ m}^{-1})x - (5,2 \times 10^2 \text{ s}^{-1})t] .$$

55. De acordo com a discussão da Seção 16-12, as ondas se combinam para produzir uma onda estacionária. O tempo que o antinó leva para passar da posição de deslocamento máximo para a posição de deslocamento mínimo,  $\Delta t$ , corresponde a meio período da onda estacionária. Como, durante esse intervalo, o deslocamento de uma das ondas é dado por  $d = v\Delta t$ , na qual  $v$  é a velocidade da onda, concluímos que  $d = vT/2$ . Como  $v = \omega/k$  e  $T = 2\pi/\omega$ , chegamos à conclusão de que  $d = \pi/k$ , na qual  $k$  é o número de onda de uma das ondas. Assim,

$$d = \pi/4,00\pi = 0,25 \text{ m}.$$

56. Os nós estão situados nos locais em que o fator espacial  $\text{sen } 5\pi x$  é zero. As soluções da equação  $\text{sen } 5\pi x = 0$  são

$$5\pi x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots \Rightarrow x = 0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \dots$$

(a) O menor valor de  $x$  que corresponde a um nó é  $x = 0$ .

(b) O segundo menor valor de  $x$  que corresponde a um nó é  $x = 0,20 \text{ m}$ .

(c) O terceiro maior valor de  $x$  que corresponde a um nó é  $x = 0,40 \text{ m}$ .

(d) Todos os pontos (exceto os nós) descrevem um movimento harmônico simples cuja frequência é  $f = \omega/2\pi = 40\pi/2\pi = 20 \text{ Hz}$ . Assim, o período do movimento oscilatório é  $T = 1/f = 0,050 \text{ s} = 50 \text{ ms}$ .

(e) Comparando a Eq. 16-58 com a Eq. 16-60, concluímos que as ondas progressivas que compõem a onda estacionária são representadas pelas equações

$$y_1 = 0,020 \text{sen}(5\pi x - 40\pi t) \quad \text{e} \quad y_2 = 0,020 \text{sen}(5\pi x + 40\pi t)$$

Assim, a velocidade das ondas é  $v = \omega/k = 40\pi/5\pi = 8,0 \text{ m/s}$ .

(f) A amplitude das ondas é  $y_m = 0,020 \text{ m} = 2,0 \text{ cm}$ .

(g) A derivada em relação ao tempo da função que representa a onda estacionária é

$$u = \frac{\partial y}{\partial t} = -(0,040)(40\pi) \text{sen}(5\pi x) \text{sen}(40\pi t)$$



que se anula (em qualquer instante  $t$ ) para  $\sin(40\pi t) = 0$ . A solução desta última equação é

$$40\pi t = 0, \pi, 2\pi, \dots, 3\pi, \dots \Rightarrow t = 0, \frac{1}{40}, \frac{2}{40}, \frac{3}{40}, \dots$$

Assim, o primeiro instante em que todos os pontos da corda possuem velocidade transversal nula é  $t = 0$  s.

(h) O segundo instante em que todos os pontos da corda possuem velocidade transversal nula é  $t = 1/40$  s = 0,025 s = 25 ms.

(i) O terceiro instante em que todos os pontos da corda possuem velocidade transversal nula é  $t = 2/40$  s = 0,050 s = 50 ms.

57. (a) Como a frequência angular é  $\omega = 8,00\pi/2 = 4,00\pi$  rad/s, a frequência é

$$f = \omega/2\pi = (4,00\pi \text{ rad/s})/2\pi = 2,00 \text{ Hz.}$$

(b) Como o número de onda é  $k = 2,00\pi/2 = 1,00\pi$  m<sup>-1</sup>, o comprimento de onda é

$$\lambda = 2\pi/k = 2\pi/(1,00\pi \text{ m}^{-1}) = 2,00 \text{ m.}$$

(c) A velocidade de cada onda é

$$v = \lambda f = (2,00 \text{ m})(2,00 \text{ Hz}) = 4,00 \text{ m/s.}$$

(d) Precisamos somar duas funções cosseno. Para isso, usamos as identidades

$$\begin{aligned} \cos \alpha + \cos \beta &\equiv \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right) \equiv 2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta + \pi}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \\ &\equiv 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right). \end{aligned}$$

Fazendo  $\alpha = kx$  e  $\beta = \omega t$ , obtemos

$$y_m \cos(kx + \omega t) + y_m \cos(kx - \omega t) = 2y_m \cos(kx) \cos(\omega t).$$

Os nós são os pontos em que  $\cos(kx) = 0$ , o que nos dá  $kx = n\pi + \pi/2$ , na qual  $n$  é zero ou um número inteiro. Como, de acordo com o item (b),  $k = 1,0\pi$  m<sup>-1</sup>, isso significa que  $x = (n + 1/2)(1,00 \text{ m})$ . Assim, o menor valor de  $x$  que corresponde a um nó é  $x = 0,500 \text{ m} = 50,0 \text{ cm}$  ( $n = 0$ ).

(e) O segundo menor valor de  $x$  que corresponde a um nó é  $x = 1,50 \text{ m} = 150 \text{ cm}$  ( $n = 1$ ).

(f) O terceiro menor valor de  $x$  que corresponde a um nó é  $x = 2,50 \text{ m} = 250 \text{ cm}$  ( $n = 2$ ).

(g) Os antinós são os pontos em que  $\cos(kx) = \pm 1$ , o que nos dá  $kx = n\pi$ , na qual  $n$  é zero ou um número inteiro. Assim,  $x = n(1,00 \text{ m})$  e o menor valor de  $x$  que corresponde a um antinó é  $x = 0$  ( $n = 0$ ).

(h) O segundo menor valor que corresponde a um antinó é  $x = 1,00 \text{ m} = 100 \text{ cm}$  ( $n = 1$ ).

(i) O terceiro menor valor que corresponde a um antinó é  $x = 2,00 \text{ m} = 200 \text{ cm}$  ( $n = 2$ ).

58. De acordo com as Eqs. 16-26 e 16-66, as frequências de ressonância são dadas por

$$f = \frac{nv}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{mg}{\mu}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

(a) Explicitando a massa na equação acima e fazendo  $n = 4$ , obtemos

$$m = \frac{4L^2 f^2 \mu}{n^2 g} \Big|_{n=4} = \frac{4(1,20 \text{ m})^2 (120 \text{ Hz})^2 (0,00160 \text{ kg/m})}{(4)^2 (9,80 \text{ m/s}^2)} = 0,846 \text{ kg}$$

(b) Fazendo  $m = 1,00 \text{ kg}$  na equação da frequência e explicitando  $n$ , obtemos

$$n = \sqrt{\frac{4L^2 f^2 \mu}{g}} = \sqrt{\frac{4(1,20 \text{ m})^2 (120 \text{ Hz})^2 (0,00160 \text{ kg/m})}{9,80 \text{ m/s}^2}} = 3,68.$$

Como o resultado não é um número inteiro, para esse valor da massa não é possível produzir ondas estacionárias na corda usando um oscilador com uma frequência de 120 Hz.

59. (a) A frequência é a mesma nos dois fios, mas a velocidade da onda e o comprimento de onda são diferentes. Suponha que existem  $n_1$  meios comprimentos de onda na onda estacionária do fio de alumínio. Nesse caso,

$$L_1 = n_1 \lambda_1 / 2 = n_1 v_1 / 2f,$$

na qual  $\lambda_1$  é o comprimento de onda e  $v_1$  é a velocidade da onda no fio de alumínio. Isso nos dá  $f = n_1 v_1 / 2L_1$ . Analogamente, no caso do fio de aço,  $f = n_2 v_2 / 2L_2$ . Como a frequência é a mesma nos dois fios,  $n_1 v_1 / L_1 = n_2 v_2 / L_2$ . A velocidade da onda no fio de alumínio é dada por  $v_1 = \sqrt{\tau / \mu_1}$ , em que  $\mu_1$  é a massa específica linear do fio de alumínio. A massa do fio de alumínio é dada por  $m_1 = \rho_1 A L_1$ , na qual  $\rho_1$  é a massa específica do alumínio e  $A$  é a área da seção reta do fio. Assim,

$$\mu_1 = \rho_1 A L_1 / L_1 = \rho_1 A$$

e  $v_1 = \sqrt{\tau / \rho_1 A}$ . Analogamente, a velocidade da onda no fio de aço é  $v_2 = \sqrt{\tau / \rho_2 A}$ . Note que a seção reta e a tensão são as mesmas para os dois fios. A igualdade das frequências nos dá, portanto,  $n_1 / L_1 \sqrt{\rho_1} = n_2 / L_2 \sqrt{\rho_2}$ . Note que o resultado não depende de  $A$ . Essa igualdade pode ser escrita na forma

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{L_2 \sqrt{\rho_2}}{L_1 \sqrt{\rho_1}} = \frac{(0,866 \text{ m}) \sqrt{7,80 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}}{(0,600 \text{ m}) \sqrt{2,60 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}} = 2,50.$$

Os menores números inteiros cuja razão é 2,5 são  $n_1 = 2$  e  $n_2 = 5$ . A frequência é

$$f = \frac{n_1 v_1}{2L_1} = \frac{1}{L_1} \sqrt{\frac{\tau}{\rho_1 A}}.$$

A tensão é produzida pelo bloco pendurado e é dada por  $\tau = mg$ , na qual  $m$  é a massa do bloco. Assim,

$$f = \frac{1}{L_1} \sqrt{\frac{mg}{\rho_1 A}} = \frac{1}{0,600 \text{ m}} \sqrt{\frac{(10,0 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)}{(2,60 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(1,00 \times 10^{-6} \text{ m}^2)}} = 324 \text{ Hz}.$$

(b) A onda estacionária possui dois meios comprimentos de onda no fio de alumínio e cinco comprimentos de onda no fio de aço, ou seja, um total de sete meios comprimentos de onda. Isso corresponde a um total de oito nós, incluindo os nós das extremidades.

60. De acordo com as Eqs. 16-26 e 16-66, as frequências de ressonância são dadas por

$$f = \frac{nv}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{mg}{\mu}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

A massa para a qual o harmônico de ordem  $n$  pode ser excitado na corda é

$$m = \frac{4L^2 f^2 \mu}{n^2 g}.$$

Essa relação mostra que a massa do bloco é inversamente proporcional ao quadrado do número de ordem do harmônico que pode ser excitado. Assim, se uma massa de 447,0 g corresponde ao harmônico de ordem  $n$  e uma massa de 286,1 g corresponde ao harmônico de ordem  $n + 1$ ,

$$\frac{447,0}{286,1} = \frac{(n+1)^2}{n^2} = \frac{n^2 + 2n + 1}{n^2} = 1 + \frac{2n + 1}{n^2}.$$

Assim,  $447,0/286,1 - 1 = 0,5624$  deve ser igual a um número inteiro ímpar  $(2n + 1)$  dividido por um número inteiro ao quadrado  $(n^2)$ . Em outras palavras, multiplicando 0,5624 por um quadrado perfeito (como 1, 4, 9, 16 etc.) deve ser igual a um número muito próximo (dentro do erro experimental) de um número ímpar (como 1, 3, 5 etc.). Depois de algumas tentativas (multiplicando 0,5624 por 1, 4 etc.), descobrimos que o produto por 16 resulta em um número muito próximo de 9; concluímos que  $n = 4$  (caso em que  $n^2 = 16$  e  $2n + 1 = 9$ ). Usando  $m = 0,447$  kg,  $n = 4$  e outros valores conhecidos na expressão que envolve a massa específica linear, obtemos

$$\mu = 0,000845 \text{ kg/m} = 0,845 \text{ g/m}.$$

61. O fato de que a corda oscila com dois comprimentos de onda significa que  $\lambda = L/2$  e, portanto, a velocidade da onda é  $v = fL/2$ , a massa específica linear é  $\mu = m/L$  e, de acordo com a Eq. 16-26, a tensão da corda é

$$\tau = v^2 \mu = \frac{mLf^2}{4} = 36 \text{ N}.$$

62. (a) De acordo com o enunciado, a amplitude é  $y_m = 2,0$  cm.

(b) O número de onda é  $k = 2\pi/\lambda = 2\pi/(10 \text{ cm}) = 0,63 \text{ cm}^{-1}$ .

(c) A frequência angular é  $\omega = 2\pi f = 2\pi(400 \text{ Hz}) = 2510 \text{ s}^{-1} = 2,5 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ .

(d) O sinal que precede  $\omega$  é o sinal negativo, já que a onda está se propagando no sentido positivo do eixo  $x$ .

De acordo com os resultados acima, a onda pode ser descrita pela equação

$$y(x, t) = (2,00 \text{ cm}) \text{ sen}[(62,8 \text{ m}^{-1})x - (2,5 \times 10^3 \text{ s}^{-1})t].$$

(e) A velocidade transversal de um ponto da corda pode ser calculada derivando  $y$  em relação a  $t$ :

$$u(x, t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -(2,5 \times 10^3 \text{ s}^{-1})(2,00 \text{ cm}) \text{ sen}[(62,8 \text{ m}^{-1})x - (2,5 \times 10^3 \text{ s}^{-1})t],$$

o que nos dá uma velocidade transversal máxima de  $(2,5 \times 10^3 \text{ s}^{-1})(2,00 \text{ cm}) = 50 \text{ m/s}$ .

(f) A velocidade da onda é

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \frac{2,5 \times 10^3 \text{ s}^{-1}}{62,8 \text{ m}^{-1}} = 40 \text{ m/s}.$$

63. (a) Como  $v = f\lambda$ , temos:

$$f = \frac{240 \text{ m/s}}{3,2 \text{ m}} = 75 \text{ Hz}.$$

(b) Como o período é o recíproco da frequência,

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{75 \text{ Hz}} = 0,0133 \text{ s} \approx 13 \text{ ms}.$$

64. (a) Em  $x = 2,3$  m e  $t = 0,16$  s, o deslocamento é

$$y(x, t) = 0,15 \text{ sen}[(0,79)(2,3) - 13(0,16)] \text{ m} = -0,039 \text{ m} = 3,9 \text{ cm}.$$

(b) Para que seja produzida uma onda estacionária, é preciso que a amplitude da segunda onda seja igual à da primeira, ou seja, devemos ter  $y_m = 0,15$  m.

(c) Como a segunda onda deve ter o mesmo número de onda que a primeira,  $k = 0,79 \text{ m}^{-1}$ .

(d) Como a segunda onda deve ter a mesma frequência angular que a primeira,  $\omega = 13 \text{ s}^{-1}$ .

(e) Como a segunda onda deve estar se propagando no sentido contrário ao da primeira, o sinal que precede  $\omega$  deve ser o sinal negativo.

A equação da segunda onda é, portanto,

$$y'(x, t) = (0,15 \text{ m}) \text{ sen}(0,79x + 13t).$$

(f) O deslocamento da onda estacionária em  $x = 2,3$  m e  $t = 0,16$  s é

$$y(x, t) = -0,039 \text{ m} + (0,15 \text{ m}) \text{ sen}[(0,79)(2,3) + 13(0,16)] = -0,14 \text{ m}.$$

65. (a) A amplitude é  $y_m = 2,0$  mm.

(b) Como  $\omega = 600 \text{ rad/s}$ , a frequência é  $f = 600/2\pi \approx 95 \text{ Hz}$ .

(c) Como  $k = 20 \text{ m}^{-1}$ , a velocidade da onda é  $v = \omega/k = 600/20 = +30 \text{ m/s}$ .

(d) O comprimento de onda é  $\lambda = 2\pi/k \approx 0,31 \text{ m} = 31 \text{ cm}$ .

(e) Derivando a equação da onda em relação a  $t$ , obtemos:

$$u = \frac{dy}{dt} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t) \Rightarrow u_m = \omega y_m$$

e, portanto, a velocidade transversal máxima é  $u_m = (600)(2,0) = 1200 \text{ mm/s} = 1,2 \text{ m/s}$ .

66. Fazendo  $x = 0$  na equação  $y = y_m \text{ sen}(kx - \omega t + \phi)$ , obtemos  $y = y_m \text{ sen}(-\omega t + \phi)$  como a função cujo gráfico aparece na Fig. 16-43. Note que a inclinação da curva é positiva no instante  $t = 0$ , ou seja,

$$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} [y_m \text{ sen}(-\omega t + \phi)] = -y_m \omega \cos(-\omega t + \phi) > 0$$

no instante  $t = 0$ . Isso significa que  $-\cos \phi > 0$  e, portanto, que  $\phi$  está no segundo ou no terceiro quadrante. De acordo com a figura,  $y = 2,00$  mm no instante  $t = 0$  e passa por um máximo  $y_m = 6,00$  mm em um instante posterior. Assim,

$$y = y_m \text{ sen}(-\omega t + \phi)|_{t=0} \Rightarrow \phi = \text{sen}^{-1}(1/3) = 0,34 \text{ rad} \text{ ou } 2,8 \text{ rad}$$

Convém observar que  $\text{sen} \theta = \text{sen}(\pi - \theta)$  e que devemos escolher  $\phi = 2,8$  rad porque este ângulo, que corresponde a cerca de  $160^\circ$ , está no segundo quadrante, enquanto o outro ângulo,  $\phi = 0,34 \text{ rad} = 19^\circ$ , está no primeiro quadrante. Naturalmente, podemos obter outras respostas válidas somando ou subtraindo de  $\phi$  múltiplos inteiros de  $2\pi$ , de modo que, por exemplo,  $\phi = 2,8 - 2\pi = -3,5$  rad também é uma resposta válida.

67. Comparando a onda resultante com a equação geral (Eq. 16-51), constatamos que  $2y_m \cos(\phi/2) = 3,0$  mm,  $k = 20 \text{ m}^{-1}$  e  $\phi/2 = 0,820$  rad. Assim,

(a)  $\lambda = 2\pi/k = 0,31$  m.

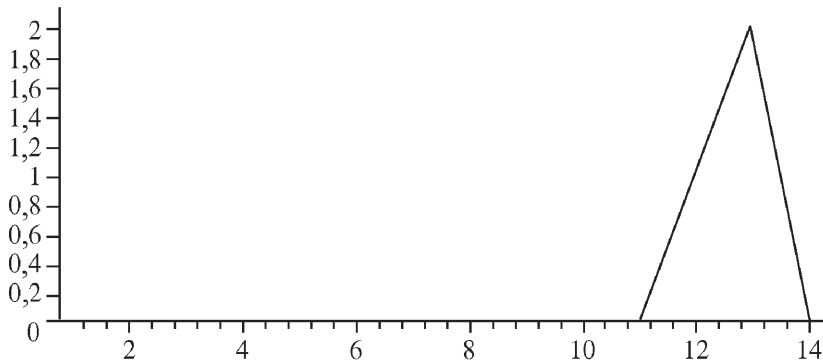
(b)  $\phi = 1,64$  rad.

(c)  $y_m = 3,0 \text{ mm}/2\cos(0,820 \text{ rad}) = 2,2 \text{ mm}$ .

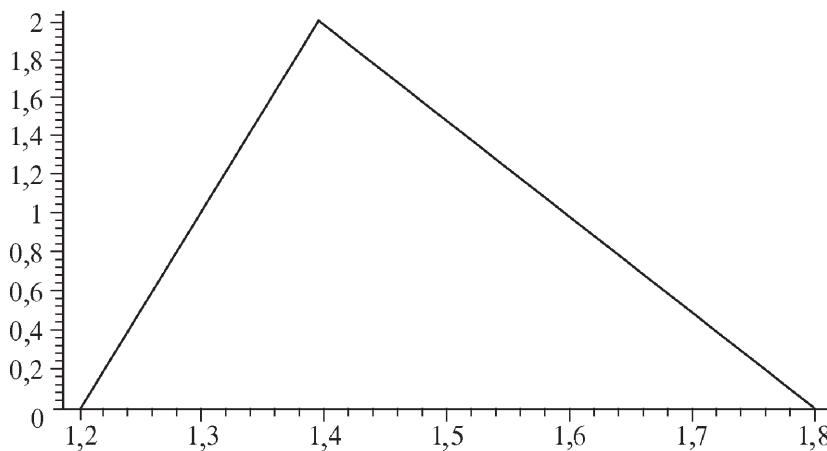
68. (a) Como foi visto na Seção 16-5, a velocidade de qualquer função da forma  $y(x,t) = h(kx \pm \omega t)$  é dada por  $-\omega/k$ . Assim, a velocidade do pulso  $h(x - 5t)$  é  $(1 \text{ cm})/(5 \text{ s}) = 5,0 \text{ cm/s}$ .

(b) Como o sinal que precede a frequência angular é positivo, o pulso está se propagando no sentido positivo do eixo  $x$ .

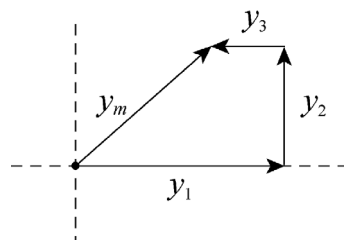
(c) A figura do item (c) mostra o pulso no instante  $t = 2 \text{ s}$ . A escala horizontal está em centímetros e a escala vertical está na mesma unidade que a da Fig. 16-44, que não foi especificada no enunciado do problema.



(d) A borda dianteira do pulso chega ao ponto  $x = 10 \text{ cm}$  no instante  $t = (10 - 4,0)/5 = 1,2 \text{ s}$ . O ponto de máximo deslocamento do pulso ( $h = 2$ ) chega ao ponto  $x = 10 \text{ cm}$  no instante  $t = (10 - 3,0)/5 = 1,4 \text{ s}$ . Finalmente, a borda traseira do pulso chega ao ponto  $x = 10 \text{ cm}$  no instante  $t = (10 - 1,0)/5 = 1,8 \text{ s}$ . A figura a seguir mostra o gráfico resultante. A escala horizontal está em segundos e a escala vertical está na mesma unidade que a da Fig. 16-44.



69. (a) A figura a seguir mostra o diagrama fasorial usado para analisar a situação, em que  $y_1$ ,  $y_2$  e  $y_3$  representam as três ondas componentes e  $y_m$  representa a onda resultante.



A componente horizontal da onda resultante é

$$y_{mh} = y_1 - y_3 = y_1 - y_1/3 = 2y_1/3.$$

A componente vertical é

$$y_{mv} = y_2 = y_1/2.$$

De acordo com o teorema de Pitágoras, a amplitude da onda resultante é

$$y_m = \sqrt{y_{mh}^2 + y_{mv}^2} = \sqrt{\left(\frac{2y_1}{3}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{2}\right)^2} = \frac{5}{6}y_1 = 0,83y_1.$$

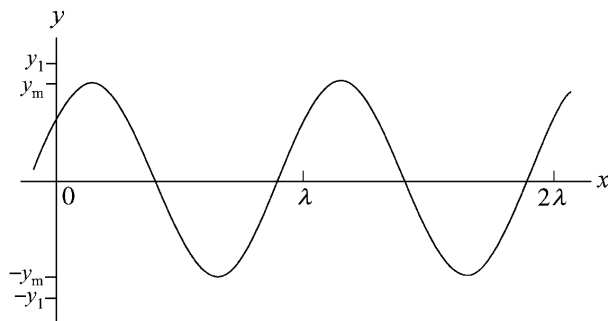
(b) A constante de fase da onda resultante é

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y_{mv}}{y_{mh}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{y_1/2}{2y_1/3}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 0,644 \text{ rad} = 37^\circ.$$

(c) A onda resultante é

$$y = 0,83y_1 \text{ sen}(kx - \omega t + 0,644 \text{ rad}).$$

A figura a seguir mostra a onda resultante no instante  $t = 0$ . A onda se move para a direita com uma velocidade  $v = \omega/k$ .



Nota: Para somar ondas senoidais, é conveniente representar as ondas por fasores e transformar o problema em um problema de soma vetorial. Entretanto, o problema também pode ser resolvido algebricamente como é mostrado a seguir.

$$\begin{aligned} y_1 + y_2 + y_3 &= y_1 \text{ sen}(kx - \omega t) + \frac{1}{2} y_1 \text{ sen}(kx - \omega t + \pi/2) + \frac{1}{3} y_1 \text{ sen}(kx - \omega t + \pi) \\ &= y_1 \text{ sen}(kx - \omega t) + \frac{1}{2} y_1 \cos(kx - \omega t) - \frac{1}{3} y_1 \text{ sen}(kx - \omega t) \\ &= \frac{2}{3} y_1 \text{ sen}(kx - \omega t) + \frac{1}{2} y_1 \cos(kx - \omega t) \\ &= \frac{5}{6} y_1 \left[ \frac{4}{5} \text{ sen}(kx - \omega t) + \frac{3}{5} \cos(kx - \omega t) \right] \\ &= 0,83y_1 \text{ sen}(kx - \omega t + \phi) \end{aligned}$$

em que  $\phi = \tan^{-1}(3/4) = 0,644 \text{ rad}$ . Para calcular a constante de fase  $\phi$ , fizemos  $\cos\phi = 4/5$ ,  $\text{sen}\phi = 3/5$  e usamos a identidade  $\cos\phi \text{ sen}\theta + \text{sen}\phi \cos\theta \equiv \text{sen}(\theta + \phi)$ . O resultado é igual ao que foi obtido no item (c).

70. Derivando duas vezes a função  $y = y_m \text{ sen}(kx - \omega t + \phi)$  e fazendo  $x = 0$ , obtemos

$$a_y = -\omega^2 y_m \text{ sen}(-\omega t + \phi)$$

como a função que aparece no gráfico da Fig. 16-45. Note que a inclinação do gráfico é negativa no instante  $t = 0$ , o que significa que

$$\frac{da_y}{dt} = \frac{d}{dt} [-\omega^2 y_m \sin(-\omega t + \phi)] = \omega^3 y_m \cos(-\omega t + \phi) < 0$$

no instante  $t = 0$ . Isso, por sua vez, indica que  $\cos\phi < 0$  e que, portanto,  $\phi$  está no terceiro ou no quarto quadrante. De acordo com o gráfico,  $a_y(0) = -100 \text{ m/s}^2$  e  $a_{\text{max}} = 400 \text{ m/s}^2$ . Assim,

$$a_y(0) = -a_{\text{max}} \sin(-\omega t + \phi)|_{t=0} \Rightarrow \phi = \sin^{-1}(1/4) = 0,25 \text{ rad} \text{ ou } 2,9 \text{ rad}$$

Convém observar que  $\sin\theta = \sin(\pi - \theta)$  e que devemos escolher  $\phi = 2,9 \text{ rad}$  porque este ângulo, que corresponde a cerca de  $166^\circ$ , está no segundo quadrante, enquanto o outro ângulo,  $\phi = 0,25 \text{ rad} = 14^\circ$ , está no primeiro quadrante. Naturalmente, podemos obter outras respostas válidas somando ou subtraindo de  $\phi$  múltiplos inteiros de  $2\pi$ , de modo que, por exemplo,  $\phi = 2,9 - 2\pi = -3,4 \text{ rad}$  também seja uma resposta válida.

71. (a) O deslocamento da corda é da forma  $y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$ . A velocidade de um ponto da corda é

$$u(x, t) = \partial y / \partial t = -\omega y_m \cos(kx - \omega t)$$

e a velocidade máxima é  $u_m = \omega y_m$ . De acordo com os dados do problema, a frequência é  $f = 120 \text{ Hz}$  e, portanto, a frequência angular é  $\omega = 2\pi f = 2\pi (120 \text{ Hz}) = 754 \text{ rad/s}$ . Como o deslocamento total da barra é  $1,00 \text{ cm}$ , a amplitude é  $y_m = 1,00/2 = 0,50 \text{ cm}$ . A velocidade máxima é

$$u_m = (754 \text{ rad/s})(5,00 \times 10^{-3} \text{ m}) = 3,77 \text{ m/s}.$$

(b) Considere a corda no ponto  $x$ , no instante  $t$ , e suponha que, nessa situação, faz um ângulo  $\theta$  com o eixo  $x$ . A tensão a que a corda está submetida faz o mesmo ângulo com o eixo  $x$ . A componente transversal da tensão é  $\tau_{\text{trans}} = \tau \sin \theta$ . O ângulo  $\theta$  é dado por  $\tan \theta = \partial y / \partial x = ky_m \cos(kx - \omega t)$  e o ângulo máximo é dado por  $\tan \theta_m = ky_m$ . O número de onda é dado por  $k = \omega/v$ , em que  $v$  é a velocidade da onda. A velocidade da onda, por sua vez, é dada por  $v = \sqrt{\tau/\mu}$ , em que  $\tau$  é a tensão da corda e  $\mu$  é a massa específica linear da corda. Substituindo os valores conhecidos, temos,

$$v = \sqrt{\frac{90,0 \text{ N}}{0,120 \text{ kg/m}}} = 27,4 \text{ m/s}$$

e

$$k = \frac{754 \text{ rad/s}}{27,4 \text{ m/s}} = 27,5 \text{ m}^{-1}.$$

Assim,

$$\tan \theta_m = (27,5 \text{ m}^{-1})(5,00 \times 10^{-3} \text{ m}) = 0,138,$$

o que nos dá  $\theta = 7,83^\circ$ . O valor máximo da componente transversal da tensão da corda é

$$\tau_{\text{trans}} = (90,0 \text{ N}) \sin 7,83^\circ = 12,3 \text{ N}.$$

Note que, como  $\theta$  é pequeno, podemos usar a aproximação  $\sin \theta \approx \tan \theta$ , que nos dá  $\tau_{\text{trans}} \approx 90 \times 0,138 = 12,4$ , um valor muito próximo do valor correto.

(c) Considere o ponto  $x$  da corda. A componente transversal da tensão a que a corda está submetida é  $-\tau(\partial y / \partial x) = -\tau ky_m \cos(kx - \omega t)$  e atinge o valor máximo para  $\cos(kx - \omega t) = -1$ . A velocidade da onda é  $u = \partial y / \partial t = -\omega y_m \cos(kx - \omega t)$  e também atinge o valor máximo para  $\cos(kx - \omega t) = -1$ . Para essas fases, o valor de  $\sin(kx - \omega t)$  é zero e, portanto, o deslocamento é  $y = 0$ .

(d) Quando um ponto da corda sofre um pequeno deslocamento  $\Delta y$ , a tensão da corda realiza um trabalho  $\Delta W = \tau_{\text{trans}} \Delta y$ . A taxa com a qual esse trabalho é realizado é

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \tau_{\text{trans}} \frac{\Delta y}{\Delta t} = \tau_{\text{trans}} u.$$

Como o valor de  $P$  é máximo quando a componente transversal  $\tau_{\text{trans}}$  da tensão e a velocidade da corda atingem o valor máximo, a taxa máxima de transferência de energia é  $(12,3 \text{ N})(3,77 \text{ m/s}) = 46,4 \text{ W}$ .

(e) Como foi visto no item (c), quando a taxa de transferência de energia é máxima o deslocamento é 0.

(f) A taxa de transferência mínima é 0 e acontece quando a componente transversal da tensão e a velocidade da corda são iguais a zero.

(g)  $P = 0$  para  $\cos(kx - \omega t) = 0$ , nesse instante,  $\sin(kx - \omega t) = \pm 1$  e o deslocamento da corda é  $y = \pm y_m = \pm 0,50 \text{ cm}$ .

72. Usamos a Eq. 16-52 para interpretar o gráfico da Fig. 16-46.

(a) De acordo com a Eq. 16-52, como  $y'_{\text{max}} = 6,0 \text{ mm}$ ,  $y_m = 3,0 \text{ mm}$ .

(b) Note que  $y' = 0$  para uma distância de defasagem de  $10 \text{ cm}$ ; isso acontece quando  $\cos(\phi/2) = 0$ , ou seja, quando  $\phi = \pi \text{ rad}$ , o que equivale a meio ciclo de oscilação. Como um ciclo completo corresponde a uma distância de um comprimento de onda, meio ciclo corresponde a uma distância  $\lambda/2$ . Assim,  $\lambda = 20 \text{ cm}$ , o que nos dá  $k = 2\pi/\lambda = 31 \text{ m}^{-1}$ .

(c) Como  $f = 120 \text{ Hz}$ ,  $\omega = 2\pi f = 754 \text{ rad/s} \approx 7,5 \times 10^2 \text{ s}^{-1}$ .

(d) Como as ondas estão se propagando no sentido positivo do eixo  $x$ , o sinal que precede  $\omega$  é o sinal negativo.

Para resumir, quando estão em fase, as duas ondas podem ser descritas pela equação

$$y = (3,0 \text{ mm}) \sin[(31 \text{ m}^{-1})x - (7,5 \times 10^2 \text{ s}^{-1})t]$$

73. Se a onda tem a forma geral  $y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$ , a velocidade transversal é dada por  $u(x,t) = dy/dt = -\omega \cos(kx - \omega t + \phi)$  e a razão entre  $y(x,t)$  e  $u(x,t)$  é  $-\tan(kx - \omega t + \phi)/\omega$ . Nesse caso,

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{-\omega y(0,0)}{u(0,0)} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{-(440)(0,0045)}{-0,75} \right) = 1,2 \text{ rad.}$$

74. Podemos usar as relações  $P = \frac{1}{2} \mu \nu \omega^2 y_m^2 \alpha v f^2 \propto \sqrt{\tau} f^2$ .

(a) Se a tensão é multiplicada por quatro,  $P_2 = P_1 \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} = P_1 \sqrt{\frac{4\tau_1}{\tau_1}} = 2P_1$ .

(b) Se a frequência é dividida por dois,  $P_2 = P_1 \left( \frac{f_2}{f_1} \right)^2 = P_1 \left( \frac{f_1/2}{f_1} \right)^2 = \frac{1}{4} P_1$ .

75. (a) Vamos chamar de  $A$  a área da seção reta do fio e de  $\rho$  a massa específica do aço. A tensão trativa é dada por  $\tau/A$ , em que  $\tau$  é a tensão do fio, e a massa específica linear é dada por  $\mu = \rho A$ . Assim,

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{\tau_{\text{max}}}{\mu}} = \sqrt{\frac{\tau_{\text{max}}/A}{\rho}} = \sqrt{\frac{7,00 \times 10^8 \text{ N/m}^2}{7800 \text{ kg/m}^3}} = 300 \text{ m/s.}$$

(b) Como o diâmetro do fio não aparece na equação do item (a), a resposta é não.



76. Repetindo os passos usados para chegar da Eq. 16-47 à Eq. 16-53, mas usando a relação

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

(veja o Apêndice) em vez da Eq. 16-50, obtemos, em unidades do SI,

$$y' = [0,10 \cos \pi x] \cos 4\pi t.$$

(a) Como o menor valor positivo de  $x$  para o qual  $\cos \pi x = 0$  é  $x = 1/2$ , a resposta é  $x = 0,50$  m.

(b) Derivando a equação da onda estacionária em relação ao tempo, obtemos:

$$u' = \frac{dy'}{dt} = [0,10 \cos \pi x](-4\pi \sin 4\pi t).$$

Como o segundo fator é zero para  $t = 0, 1/4, 1/2, 3/4, \dots$ , o primeiro instante em que a partícula situada em  $x = 0$  tem velocidade nula é  $t = 0$ .

(c) De acordo com o resultado do item (b), o segundo instante em que a partícula situada em  $x = 0$  tem velocidade nula é  $t = 0,25$  s.

(d) De acordo com o resultado do item (b), o terceiro instante em que a partícula situada em  $x = 0$  tem velocidade nula é  $t = 0,50$  s.

77. (a) A velocidade da onda é

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{k\Delta\lambda}{m/(\lambda + \Delta\lambda)}} = \sqrt{\frac{k\Delta\lambda(\lambda + \Delta\lambda)}{m}}.$$

(b) O tempo necessário é

$$t = \frac{2\pi(\lambda + \Delta\lambda)}{v} = \frac{2\pi(\lambda + \Delta\lambda)}{\sqrt{k\Delta\lambda(\lambda + \Delta\lambda)/m}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\sqrt{1 + \frac{\lambda}{\Delta\lambda}}.$$

Assim, se  $\lambda/\Delta\lambda \gg 1$ ,  $t \approx \sqrt{\lambda/\Delta\lambda} \approx 1/\sqrt{\Delta\lambda}$  e se  $\lambda/\Delta\lambda \ll 1$ ,  $t \approx 2\pi\sqrt{m/k} = \text{constante}$ .

78. (a) No caso da luz visível,

$$f_{\min} = \frac{c}{\lambda_{\max}} = \frac{3,0 \times 10^8 \text{ m/s}}{700 \times 10^{-9} \text{ m}} = 4,3 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

e

$$f_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{3,0 \times 10^8 \text{ m/s}}{400 \times 10^{-9} \text{ m}} = 7,5 \times 10^{14} \text{ Hz}.$$

(b) No caso de ondas de rádio,

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\lambda_{\max}} = \frac{3,0 \times 10^8 \text{ m/s}}{300 \times 10^6 \text{ Hz}} = 1,0 \text{ m}$$

e

$$\lambda_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{3,0 \times 10^8 \text{ m/s}}{1,5 \times 10^6 \text{ Hz}} = 2,0 \times 10^2 \text{ m}.$$

(c) No caso de raios X,

$$f_{\min} = \frac{c}{\lambda_{\max}} = \frac{3,0 \times 10^8 \text{ m/s}}{5,0 \times 10^{-9} \text{ m}} = 6,0 \times 10^{16} \text{ Hz}$$

e

$$f_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{3,0 \times 10^8 \text{ m/s}}{1,0 \times 10^{-11} \text{ m}} = 3,0 \times 10^{19} \text{ Hz}.$$

79. (a) A velocidade das ondas é

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{120 \text{ N}}{8,70 \times 10^{-3} \text{ kg}/1,50 \text{ m}}} = 144 \text{ m/s}.$$

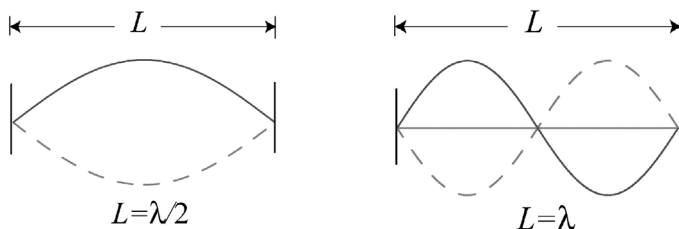
(b) No caso de meio comprimento de onda,  $\lambda_1 = 2L = 2(1,50 \text{ m}) = 3,00 \text{ m}$ .

(c) No caso de um comprimento de onda,  $\lambda_2 = L = 1,50 \text{ m}$ .

(d) No caso de meio comprimento de onda,  $f_1 = v/\lambda_1 = (144 \text{ m/s})/(3,00 \text{ m}) = 48,0 \text{ Hz}$ .

(e) No caso de um comprimento de onda,  $f_2 = v/\lambda_2 = (144 \text{ m/s})/(1,50 \text{ m}) = 96,0 \text{ Hz}$ .

A figura a seguir mostra as ondas estacionárias de meio e um comprimento de onda.



80. De acordo com a Eq. 16-66, os harmônicos superiores são múltiplos inteiros da menor frequência de ressonância, que é conhecida como frequência fundamental ou primeiro harmônico.

(a) A frequência do segundo harmônico é  $f_2 = 2(440) = 880 \text{ Hz}$ .

(b) A frequência do terceiro harmônico é  $f_3 = 3(440) = 1320 \text{ Hz}$ .

81. (a) De acordo com o enunciado,  $y_m = 1,00 \text{ cm}$ .

(b) Como a frequência é  $f = 550 \text{ Hz}$ , a frequência angular é  $\omega = 2\pi f = 3,46 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ .

(c) O número de onda é  $k = \omega / v = (3,46 \times 10^3 \text{ rad/s}) / (330 \text{ m/s}) = 10,5 \text{ m}^{-1}$ .

(d) Como a onda está se propagando no sentido negativo do eixo  $x$ , o sinal que precede  $\omega$  é o sinal negativo.

Para resumir, a equação da onda é

$$\begin{aligned} y(x, t) &= y_m \text{sen}(kx + \omega t) = y_m \text{sen}\left[2\pi f\left(\frac{x}{v} + t\right)\right] \\ &= (0,010 \text{ m}) \text{sen}\left[2\pi(550 \text{ Hz})\left(\frac{x}{330 \text{ m/s}} + t\right)\right] \\ &= (0,010 \text{ m}) \text{sen}[(10,5 \text{ m}^{-1})x + (3,46 \times 10^3 \text{ s}^{-1})t]. \end{aligned}$$

82. Desenhemos um diagrama fasorial com o fasor que representa a onda 1 coincidindo com o eixo  $x$  e o fasor que representa a onda 2 fazendo um ângulo de  $70^\circ$  (no sentido anti-horário) com o eixo  $x$ . Somando as componentes, obtemos:

$$\begin{aligned} (3,0 \text{ mm}) + (5,0 \text{ mm}) \cos(70^\circ) &= 4,71 \text{ mm} \text{ para as componentes } x \\ (5,0 \text{ mm}) \text{sen}(70^\circ) &= 4,70 \text{ mm} \text{ para as componentes } y. \end{aligned}$$

(a) De acordo com o teorema de Pitágoras, a amplitude da onda resultante é

$$\sqrt{(4,71 \text{ mm})^2 + (4,70 \text{ mm})^2} = 6,7 \text{ mm}.$$

(b) A constante de fase é  $\tan^{-1}(4,70/4,71) = 45^\circ$ .

83. (a) Se o deslocamento de um ponto da corda é dado por  $y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$ , a velocidade de um ponto da corda é dada por  $u(x, t) = \partial y / \partial t = -\omega y_m \cos(kx - \omega t)$  e, portanto, a velocidade máxima é  $u_m = \omega y_m$ . A velocidade da onda é dada por  $v = \lambda / T = \omega / k$ . A razão pedida é, portanto,

$$\frac{u_m}{v} = \frac{\omega y_m}{\omega / k} = k y_m = \frac{2\pi y_m}{\lambda}.$$

(b) A razão das velocidades depende apenas da razão entre a amplitude e o comprimento de onda. Ondas diferentes em cordas diferentes podem ter a mesma razão de velocidades se tiverem a mesma amplitude e o mesmo comprimento de onda, independentemente da velocidade das ondas, da massa específica linear das cordas e da tensão das cordas.

84. (a) Como a onda estacionária tem dois comprimentos de onda,  $\lambda = L/2$ , em que  $\lambda$  é o comprimento de onda e  $L$  é o comprimento da corda. Como o comprimento de onda está relacionado à frequência  $f$  e à velocidade da onda  $v$  através da equação  $\lambda = v/f$ ,  $L/2 = v/f$  e

$$L = 2v/f = 2(400 \text{ m/s})/(600 \text{ Hz}) = 1,3 \text{ m}.$$

(b) O deslocamento da corda é descrito por uma equação da forma

$$y = y_m \sin(kx) \cos(\omega t),$$

na qual  $y_m$  é o deslocamento máximo,  $k$  é o número de onda e  $\omega$  é a frequência angular. O número de onda é

$$k = 2\pi/\lambda = 2\pi f/v = 2\pi(600 \text{ Hz})/(400 \text{ m/s}) = 9,4 \text{ m}^{-1}$$

e a frequência angular é

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(600 \text{ Hz}) = 3,8 \times 10^3 \text{ s}^{-1}.$$

Para  $y_m = 2,0 \text{ mm}$ , o deslocamento é dado por

$$y(x, t) = (2,0 \text{ mm}) \sin[(9,4 \text{ m}^{-1})x] \cos[(3,8 \times 10^3 \text{ s}^{-1})t].$$

85. Podemos usar a Eq. 16-65 com  $L = 120 \text{ cm}$ .

(a) O maior comprimento de onda para o qual existem ondas estacionárias é

$$\lambda_1 = 2L/1 = 240 \text{ cm}.$$

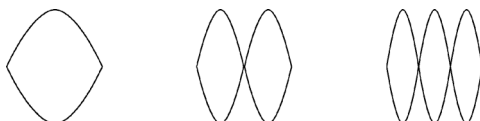
(b) O segundo maior comprimento de onda para o qual existem ondas estacionárias é

$$\lambda_2 = 2L/2 = 120 \text{ cm}.$$

(c) O terceiro maior comprimento de onda para o qual existem ondas estacionárias é

$$\lambda_3 = 2L/3 = 80,0 \text{ cm}.$$

A figura a seguir mostra as três ondas estacionárias.



86. (a) Vamos chamar o deslocamento da onda perpendicularmente ao eixo  $y$  de  $z(y,t)$ . Nesse caso,

$$z(y,t) = z_m \operatorname{sen}(ky - \omega t),$$

em que  $z_m = 3,0 \text{ mm}$ ,  $k = 60 \text{ cm}^{-1}$  e  $\omega = 2\pi/T = 2\pi/0,20 \text{ s} = 10\pi \text{ s}^{-1}$ . Assim,

$$z(y,t) = (3,0 \text{ mm}) \operatorname{sen}[(60 \text{ cm}^{-1})y - (10\pi \text{ s}^{-1})t].$$

(b) A máxima velocidade transversal é

$$u_m = \omega z_m = (2\pi/0,20 \text{ s})(3,0 \text{ mm}) = 94 \text{ mm/s}.$$

87. (a) Derivando a equação dada em relação a  $t$ , obtemos:

$$u = \frac{dy}{dt} = -60\pi \cos\left(\frac{\pi x}{8} - 4\pi t\right).$$

Assim, para  $x = 6$  e  $t = 0,250 \text{ s}$ , temos:

$$u = -60\pi \cos\frac{-\pi}{4} = \frac{-60\pi}{\sqrt{2}} = -133$$

e, portanto, o *valor absoluto* da máxima velocidade transversal é  $1,33 \text{ m/s}$ .

(b) Como o coeficiente do cosseno na expressão de  $u$  é  $-60\pi$ , o valor absoluto na máxima velocidade da onda é  $60\pi = 188 \text{ cm/s} = 1,88 \text{ m/s}$ .

(c) Derivando novamente em relação ao tempo, obtemos

$$a = \frac{du}{dt} = -240\pi^2 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{8} - 4\pi t\right).$$

Assim, para  $x = 6$  e  $t = 0,250 \text{ ms}$ , obtemos  $a = -240\pi^2 \operatorname{sen}(-\pi/4)$ , o que nos dá  $a = 16,7 \text{ m/s}^2$ .

(d) Como o coeficiente do seno na expressão de  $a$  é  $-240\pi^2$ , o valor absoluto da máxima aceleração transversal da corda é  $240\pi^2 = 2370 \text{ cm/s}^2 = 23,7 \text{ m/s}^2$ .

88. (a) Esta distância é determinada pela velocidade do pulso longitudinal:

$$d_\ell = v_\ell t = (2000 \text{ m/s})(40 \times 10^{-6} \text{ s}) = 8,0 \times 10^{-2} \text{ m}.$$

(b) Supondo que a aceleração é constante (uma hipótese razoável, já que a curva da Fig. 16-47b é praticamente linear), temos  $a = v_s/t_s$  e, portanto, de acordo com a Eq. 2-16,

$$v^2 = v_o^2 + 2ad \Rightarrow d = \frac{v_s^2 t_s^2}{2v_s/t_s} = \frac{v_s t_s}{2} = \frac{(300)(40 \times 10^{-6})}{2} = 6 \times 10^{-3} \text{ m}.$$

A distância  $d$  e o raio  $r$  são os catetos de um triângulo retângulo, no qual  $r$  é o cateto oposto ao ângulo  $\theta = 60^\circ$ . Assim,

$$\tan 60^\circ = \frac{r}{d} \Rightarrow r = d \tan 60^\circ = 1,0 \times 10^{-2} \text{ m} = 1,0 \text{ cm}.$$

89. De acordo com a Eq. 16-51,

$$y' = \left(0,60 \cos \frac{\pi}{6}\right) \operatorname{sen}\left(5\pi x - 200\pi t + \frac{\pi}{6}\right).$$

(a) A amplitude é  $0,60 \cos \frac{\pi}{6} = 0,30\sqrt{3} = 0,52 \text{ m}$ .

(b) Como  $k = 5\pi$  e  $\omega = 200\pi$ ,  $v = \omega/k = 40 \text{ m/s}$ .

(c) Como  $k = 5\pi$ ,  $\lambda = 2\pi/k = 0,40 \text{ m}$ .

90. (a) Sabemos que  $\lambda = 20$  cm. Como, de acordo com o gráfico da Fig. 16-48, o período da onda é  $T = 4$  s, a frequência é  $f = 1/T = 0,25$  Hz e a velocidade da onda é  $v = f\lambda = 5,0$  cm/s.

(b) De acordo com o gráfico da Fig. 16-48, a máxima velocidade transversal é  $u_m = u_s = 5,0$  cm/s. Como, de acordo com a Eq. 16-21,  $u_m = |y_m\omega| = y_m 2\pi f$ , temos:

$$5,0 = y_m(2\pi \times 0,25) \Rightarrow y_m = 3,2 \text{ cm.}$$

(c) Como foi visto no item (a),  $f = 0,25$  Hz.

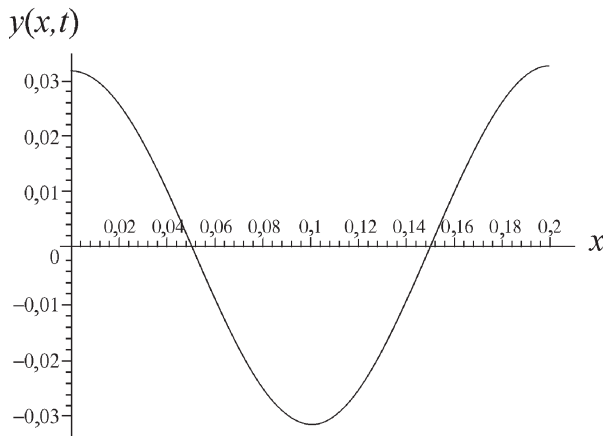
(d) Como  $k = 2\pi/\lambda$ , sabemos que  $k = 10\pi \text{ m}^{-1}$ . Sabemos também que a onda se propaga para a direita, o que significa que os termos do argumento têm sinais opostos. De acordo com o gráfico da Fig. 16-48, a velocidade transversal no ponto  $x = 0$  é dada por  $0,050 \text{ sen}(\pi t/2)$ . Assim, a função  $u(x,t)$  é

$$u(x,t) = 0,050 \text{ sen}\left(\frac{\pi}{2}t - 10\pi x\right)$$

em que  $x$  está em metros e  $t$  em segundos. Integrando em relação ao tempo, obtemos

$$y(x,t) = -\frac{2(0,050)}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{2}t - 10\pi x\right) + C$$

na qual  $C$  é uma constante de integração, que podemos tomar como zero. A figura a seguir mostra um gráfico da função  $y(x,t)$  no intervalo  $0 \leq x \leq 0,20$  m para  $t = 2,0$  s.



91. (a) A frequência angular das oscilações da corda é  $\omega = 2\pi f = 10\pi \text{ rad/s}$ . De acordo com as equações do movimento harmônico simples (discutidas no Capítulo 15), a velocidade transversal dos pontos da corda é máxima nos pontos de deslocamento nulo e é igual a  $y_m\omega$ . Assim,

$$5,0 \text{ m/s} = y_m\omega \Rightarrow y_m = 0,16 \text{ m.}$$

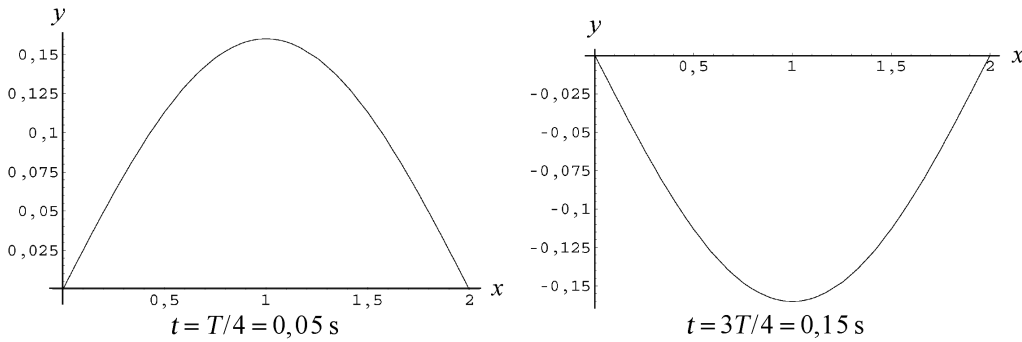
(b) Como as oscilações acontecem no modo *fundamental* (ilustrado na Fig. 16-20a do livro),  $\lambda = 2L = 4,0$  m. Assim, a velocidade da onda na corda é  $v = f\lambda = 20$  m/s. Nesse caso, com  $\mu = m/L = 0,60 \text{ kg/m}$ , a Eq. 16-26 nos dá

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} \Rightarrow \tau = \mu v^2 = 240 \text{ N} = 2,4 \times 10^2 \text{ N.}$$

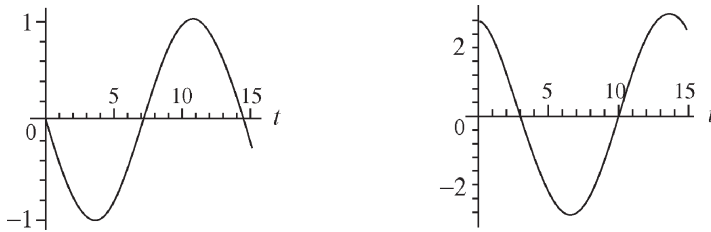
(c) No modo fundamental,  $k = 2\pi/\lambda = \pi/L$ . O fato de que o deslocamento do antinó é zero no instante  $t = 0$  sugere o uso da função seno em vez da função cosseno para representar a onda. Assim, a equação da onda estacionária para o modo fundamental é

$$y = (0,16 \text{ m}) \text{ sen}\left(\frac{\pi x}{2}\right) \text{ sen}(10\pi t) = (0,16 \text{ m}) \text{ sen}[(1,57 \text{ m}^{-1}x)] \text{ sen}[(31,4 \text{ s}^{-1})t].$$

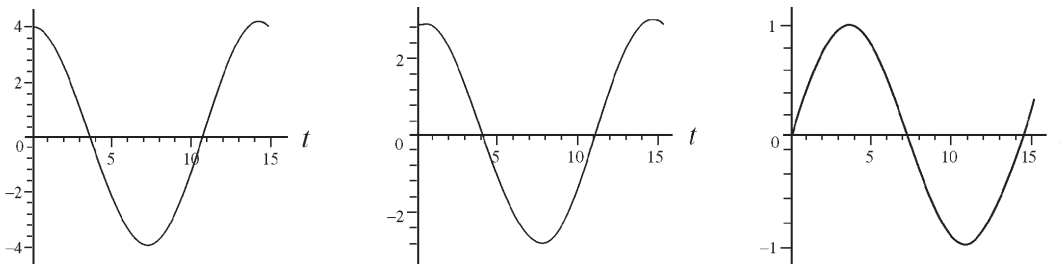
O período das oscilações é  $T = 1/f = 0,20$  s. A figura a seguir mostra a onda estacionária nos instantes  $t = T/4 = 0,05$  s e  $t = 3T/4 = 0,15$  s. Nos instantes  $t = T/2$  e  $t = T$ , o deslocamento é zero em todos os pontos da corda.



92. (a) Como o número de onda das duas ondas é  $k = 25,1$  rad/m,  $\lambda = 2\pi/k = 250,3$  mm. Como a frequência angular é  $\omega = 440$ /s, o período é  $T = 2\pi/\omega = 14,3$  ms. Os gráficos a seguir mostram a onda resultante,  $y = y_1 + y_2$ , em função de  $t$ , no intervalo  $0 \leq t \leq 15$  ms. Os primeiros dois gráficos mostram a onda nos pontos  $x = 0$  (o gráfico da esquerda) e  $x = \lambda/8 \approx 31$  mm (o gráfico da direita). A escala de tempo está em milissegundos e a escala de distância em milímetros.



Os três gráficos a seguir mostram a onda nos pontos  $x = \lambda/4 = 62,6$  mm  $\approx 63$  mm (o gráfico da esquerda),  $x = 3\lambda/8 \approx 94$  mm (o gráfico do meio) e  $x = \lambda/2 \approx 125$  mm (o gráfico da direita).



(b) Podemos pensar na onda  $y_1$  como a soma de duas ondas que se propagam no mesmo sentido, uma onda  $y_{1a}$  de amplitude 1,50 mm (a mesma da onda  $y_2$ ) e uma onda  $y_{1b}$  de amplitude 1,00 mm. De acordo com a Seção 16-12, duas ondas de mesma amplitude e comprimento de onda que se propagam em sentidos opostos formam uma onda estacionária. Assim, as ondas  $y_{1a}$  e  $y_2$  formam uma onda estacionária, o que deixa  $y_{1b}$  como uma onda progressiva. Como os sinais que precedem  $k$  e  $\omega$  na expressão de  $y_{1b}$  são diferentes, a onda  $y_{1b}$  se propaga no sentido positivo do eixo  $x$ .

(c) Se a onda  $y_2$ , que se propaga no sentido negativo do eixo  $x$ , tivesse uma amplitude maior que a onda  $y_1$ , a onda total poderia ser decomposta em uma onda estacionária e uma onda que se propagasse no sentido negativo do eixo  $x$ . Assim, uma forma simples de mudar as ondas originais para obter a condição proposta seria permutar as amplitudes das duas ondas.

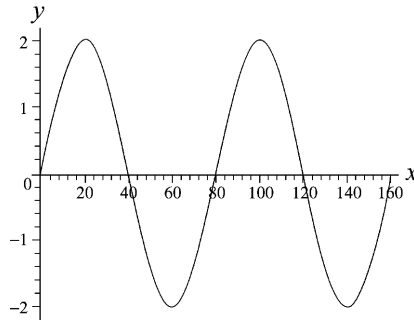
(d) Observando os gráficos acima, vemos que a amplitude máxima das oscilações é  $y_{\max} = 4,0$  mm, no ponto  $x = \lambda/4 = 62,6$  mm.

(e) Observando os gráficos acima, vemos que a amplitude mínima das oscilações é  $y_{\min} = 1,0$  mm, nos pontos  $x = 0$  e  $x = \lambda/2 = 125$  mm.

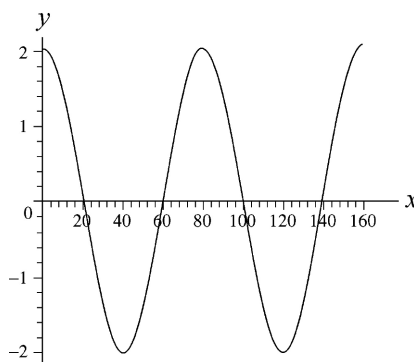
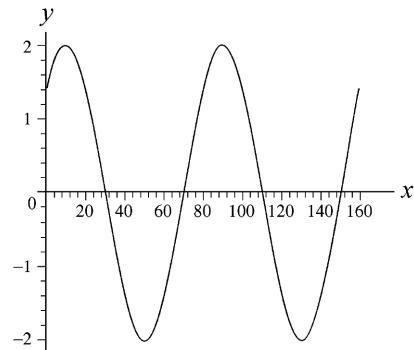
(f) A amplitude máxima é dada por  $y_{\max} = y_{1m} + y_{2m}$ , em que  $y_{1m} = 2,5$  mm e  $y_{2m} = 1,5$  mm são as amplitudes das ondas originais.

(g) A amplitude mínima é dada por  $y_{\min} = y_{1m} - y_{2m}$ , em que  $y_{1m} = 2,5$  mm e  $y_{2m} = 1,5$  mm são as amplitudes das ondas originais.

93. (a) O gráfico pedido é mostrado na figura a seguir, onde as escalas dos eixos  $x$  e  $y$  estão em centímetros.



(b) Os gráficos a seguir são para  $t = 0,050$  s e para  $t = 0,010$  s.



(c) A equação da onda é da forma  $y(x,t) = y_m \text{sen}(kx + \omega t)$ , em que  $v = \omega/k$  é a velocidade de propagação. Comparando essa equação com a que aparece no enunciado, vemos que  $\omega = 2\pi/0,40 = 5\pi$  rad/s e  $k = 2\pi/80 = \pi/40$  rad/cm. Isso nos dá  $v = 2,0 \times 10^2$  cm/s = 2,0 m/s.

(d) O fato de que os sinais que precedem  $t$  e  $x$  são iguais mostra que a onda está se propagando no sentido negativo do eixo  $x$ .

## Capítulo 17

1. (a) O tempo que o som leva para percorrer a distância que separa o jogador de um espectador é dado por  $d/v$ , na qual  $d$  é a distância e  $v$  é a velocidade do som. O tempo que a luz leva para percorrer a mesma distância é dado por  $d/c$ , na qual  $c$  é a velocidade da luz. A diferença entre o instante em que o espectador vê o chute e o instante em que o espectador ouve o chute é  $\Delta t = (d/v) - (d/c)$ . A velocidade da luz é tão maior que a velocidade do som que o tempo de retardo é dado, com boa precisão, por  $\Delta t = d/v$ . Isso significa que  $d = v\Delta t$ . Nesse caso, a distância entre o jogador e o espectador A é

$$d_A = v \Delta t_A = (343 \text{ m/s})(0,23 \text{ s}) = 79 \text{ m}.$$

(b) A distância entre o jogador e o espectador B é

$$d_B = v \Delta t_B = (343 \text{ m/s})(0,12 \text{ s}) = 41 \text{ m}.$$

(c) Como as retas que ligam o jogador aos dois espectadores e ligam os espectadores entre si formam um triângulo retângulo no qual a reta que liga os espectadores é a hipotenusa, a distância entre os espectadores é

$$D = \sqrt{d_A^2 + d_B^2} = \sqrt{(79 \text{ m})^2 + (41 \text{ m})^2} = 89 \text{ m}.$$

2. A massa específica do oxigênio é

$$\rho = \frac{0,0320 \text{ kg}}{0,0224 \text{ m}^3} = 1,43 \text{ kg/m}^3.$$

Como, de acordo com a Eq. 17-3,  $v = \sqrt{B/\rho}$ , temos:

$$B = v^2 \rho = (317 \text{ m/s})^2 (1,43 \text{ kg/m}^3) = 1,44 \times 10^5 \text{ Pa}.$$

3. (a) Supondo que a velocidade do som no local é  $v = 343 \text{ m/s}$ , se  $t = 15/2 \text{ s}$  é o tempo necessário para que o som chegue à parede em frente à porta,  $d = (343 \text{ m/s}) \times (15/2 \text{ s})$ , o que nos dá uma distância de 2,6 km.

(b) No caso de mais de uma reflexão, a distância é dada por

$$d = (343 \text{ m/s}) \left( \frac{15 \text{ s}}{n+1} \right) \Rightarrow n = \frac{(343 \text{ m/s})(15 \text{ s})}{d} - 1$$

em que  $n$  é o número de reflexões. Para  $d = 25,7 \text{ m}$ , obtemos  $n = 199 \approx 2,0 \times 10^2$ .

4. O tempo que um soldado que está na última fila leva para dar um passo é  $t = 1 \text{ min}/120 = 1/120 \text{ min} = 0,50 \text{ s}$ . Este também é o tempo para que o som do tambor percorra a distância entre os músicos (que estão na primeira fila) e os soldados na última fila. Assim, o comprimento da coluna é

$$l = vt = (343 \text{ m/s})(0,50 \text{ s}) = 1,7 \times 10^2 \text{ m}.$$

5. Se  $d$  é a distância entre o local do terremoto e o sismógrafo e  $v_s$  é a velocidade das ondas S, o tempo que as ondas S levam para chegar ao sismógrafo é  $t_s = d/v_s$ . Se  $v_p$  é a velocidade das ondas P, o tempo que as ondas P levam para chegar ao sismógrafo é  $t_p = d/v_p$ . O intervalo de tempo entre a chegada da onda P e a chegada da onda S é

$$\Delta t = (d/v_s) - (d/v_p) = d(v_p - v_s)/v_s v_p$$



e, portanto,

$$d = \frac{v_s v_p \Delta t}{(v_p - v_s)} = \frac{(4,5 \text{ km/s})(8,0 \text{ km/s})(3,0 \text{ min})(60 \text{ s/min})}{8,0 \text{ km/s} - 4,5 \text{ km/s}} = 1,9 \times 10^3 \text{ km}.$$

Note que os valores das velocidades foram usados como estão no enunciado, em km/s, mas o valor do intervalo de tempo foi convertido de minutos para segundos.

6. Seja  $\ell$  o comprimento da barra. Nesse caso, o tempo que o som leva para chegar à outra extremidade da barra, viajando pelo ar com velocidade  $v_s$ , é  $t_s = \ell/v_s$ . O tempo que o som leva para chegar à outra extremidade da barra, viajando pela barra com velocidade  $v_b$ , é  $t_b = \ell/v_b$ . Como o intervalo de tempo entre os dois sons, de acordo com o enunciado do problema, é 0,12 s, temos:

$$t_s - t_b = 0,12 \text{ s} = \ell \left( \frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_b} \right).$$

Assim, para  $v_s = 343 \text{ m/s}$  e  $v_b = 15v_s = 5145 \text{ m/s}$ , obtemos  $\ell = 44 \text{ m}$ .

7. Seja  $t_q$  o tempo de queda da pedra e seja  $t_s$  o tempo que o som produzido pela pedra chegue ao alto do poço. Nesse caso, o intervalo de tempo entre o instante em que a pedra é deixada cair e o instante em que o som é ouvido é  $\Delta t = t_f + t_s$ . Se  $d$  é a profundidade do poço, temos:

$$d = \frac{1}{2} g t_q^2 \Rightarrow t_q = \sqrt{2d/g}.$$

Como o tempo que o ruído da queda da pedra leva para chegar ao alto do poço é  $t_s = d/v_s$ , o intervalo de tempo é  $\Delta t = \sqrt{2d/g} + d/v_s$ . Escrevendo a equação na forma  $\sqrt{2d/g} = t - d/v_s$  e elevando ambos os membros ao quadrado, obtemos

$$2d/g = t^2 - 2(t/v_s)d + (1 + v_s^2)d^2.$$

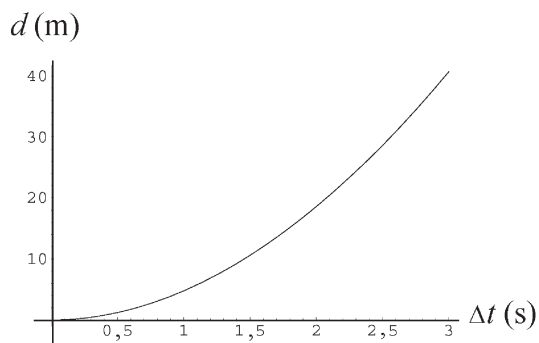
Multiplicando por  $g v_s^2$  e reagrupando os termos, obtemos

$$g d^2 - 2v_s(gt + v_s)d + g v_s^2 t^2 = 0.$$

A solução desta equação do segundo grau em  $d$  é

$$d = \frac{2v_s(gt + v_s) \pm \sqrt{4v_s^2(gt + v_s)^2 - 4g^2v_s^2t^2}}{2g}.$$

Como, para ter significado físico, o valor da solução para  $t = 0$  deve ser  $d = 0$ , escolhemos o sinal negativo para a raiz quadrada. Substituindo os valores conhecidos, obtemos  $d = 40,7 \text{ m}$ . O gráfico a seguir mostra a altura  $d$  do poço em função do intervalo de tempo  $\Delta t$  entre o instante em que a pedra é deixada cair e o ruído do choque com a água é ouvido na borda do poço.



8. De acordo com as Eqs. 16-13 e 17-3, a velocidade do som é dada por

$$v = \lambda f = \sqrt{\frac{B}{\rho}},$$

em que  $B = -dp/(dV/V)$  (veja a Eq. 17-2). Desprezando as variações de  $V$ ,  $\lambda$  e  $\rho$ , a razão das frequências é

$$\frac{f_s}{f_i} = \frac{v_s}{v_i} = \sqrt{\frac{B_s}{B_i}} = \sqrt{\frac{(dp/dV)_s}{(dp/dV)_i}}.$$

Assim, temos:

$$\frac{(dV/dp)_s}{(dV/dp)_i} = \frac{B_i}{B_s} = \left(\frac{f_i}{f_s}\right)^2 = \left(\frac{1}{0,333}\right)^2 = 9,00.$$

9. Sem perda de generalidade, podemos supor que o deslocamento é  $s = 0$  no ponto  $x = 0$  e no instante  $t = 0$ . Isso significa que a fase é  $\phi = -\pi/2$  e a função que representa a onda é  $s = (6,0 \text{ nm})\sin(\omega t)$  no ponto  $x = 0$ . Como  $\omega = 3000 \text{ rad/s}$ , sabemos que, no instante  $t = \sin^{-1}(1/3)/\omega = 0,1133 \text{ ms}$ , o deslocamento é  $s = +2,0 \text{ nm}$ . Multiplicando o tempo por 2 (para considerar a variação de  $s = -2,0 \text{ nm}$  até  $s = +2,0 \text{ nm}$ ), concluímos que o tempo necessário é  $2 \times 0,1133 \text{ ms} = 0,23 \text{ ms}$ .

10. A ideia básica é que o intervalo de tempo  $\Delta t$  está relacionado à distância  $d$  que as frentes de onda devem percorrer, depois de passarem pelo ouvido direito ( $R$ ), para chegarem ao ouvido esquerdo ( $L$ ).

(a) De acordo com a Fig. 17-30,  $\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{D \sen \theta}{v}$ .

(b) Chamando a velocidade do som na água de  $v_a$ , para  $\theta = 90^\circ$ , temos:

$$\Delta t_a = \frac{D \sen 90^\circ}{v_a} = \frac{D}{v_a}.$$

(c) Podemos calcular o ângulo aparente substituindo  $\Delta t$  por  $D/v_a$ :

$$\Delta t = \frac{D \sen \theta}{v} = \frac{D}{v_a}.$$

Fazendo  $v_a = 1482 \text{ m/s}$  (veja a Tabela 17-1), obtemos:

$$\theta = \sen^{-1}\left(\frac{v}{v_w}\right) = \sen^{-1}\left(\frac{343 \text{ m/s}}{1482 \text{ m/s}}\right) = \sen^{-1}(0,231) = 13^\circ.$$

11. (a) Usando a equação  $\lambda = v_s/f$ , em que  $v_s$  é a velocidade do som no ar e  $f$  é a frequência, obtemos

$$\lambda = \frac{343 \text{ m/s}}{4,50 \times 10^6 \text{ Hz}} = 7,62 \times 10^{-5} \text{ m}.$$

(b) Nesse caso,  $\lambda = v_c/f$ , em que  $v_c$  é a velocidade do som no corpo do paciente. A frequência do som é a mesma do item (a). Assim,

$$\lambda = (1500 \text{ m/s})/(4,50 \times 10^6 \text{ Hz}) = 3,33 \times 10^{-4} \text{ m}.$$

12. (a) Como a amplitude de uma onda senoidal é o coeficiente da função seno (ou cosseno),  $p_m = 1,50 \text{ Pa}$ .

(b) Na equação do enunciado,  $k = 0,9\pi$  e  $\omega = 315\pi$  (em unidades do SI), o que nos dá  $f = \omega/2\pi = 158$  Hz.

(c) O comprimento de onda é  $\lambda = 2\pi/k = 2,22$  m.

(d) A velocidade da onda é  $v = \omega/k = 350$  m/s.

13. O enunciado do problema diz “Em um certo instante...”, mas podemos supor, sem perda de generalidade, que se trata do instante  $t = 0$ . Sendo assim, o deslocamento da molécula A é dado por

$$s_A = +s_m = s_m \cos(kx_A - \omega t + \phi) \Big|_{t=0} = s_m \cos(kx_A + \phi),$$

em que  $x_A = 2,00$  m. No caso da molécula B,

$$s_B = +s_m/3 = s_m \cos(kx_B - \omega t + \phi) \Big|_{t=0} = s_m \cos(kx_B + \phi).$$

Assim, temos:

$$kx_A + \phi = 0$$

$$kx_B + \phi = \cos^{-1}(1/3) = 1,231$$

na qual  $x_B = 2,07$  m. Subtraindo a primeira equação da segunda, obtemos

$$k(x_B - x_A) = 1,231 \Rightarrow k = 17,6 \text{ rad/m.}$$

Usando a equação  $k = 2\pi/\lambda$ , obtemos  $\lambda = 0,357$  m, o que nos dá

$$f = v/\lambda = 343/0,357 = 960 \text{ Hz.}$$

Outra forma de resolver o problema (depois de calcular o valor de  $k$ ) é usar as equações  $kv = \omega$  e  $\omega = 2\pi f$ .

14. (a) De acordo com o gráfico da Fig. 17-31, o período é  $T = 2,0$  ms (0,0020 s) e a amplitude é  $\Delta p_m = 8,0$  mPa (0,0080 Pa). De acordo com a Eq. 17-14, temos:

$$s_m = \frac{\Delta p_m}{v\rho\omega} = \frac{\Delta p_m}{v\rho(2\pi/T)} = 6,1 \times 10^{-9} \text{ m}$$

(b) O número de onda é  $k = \omega/v = 2\pi/vT = 9,2 \text{ m}^{-1}$ .

(c) A frequência angular é  $\omega = 2\pi/T = 3142 \text{ rad/s} \approx 3,1 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ .

Resumindo, a equação da onda é

$$s(x, t) = (6,1 \text{ nm}) \cos[(9,2 \text{ m}^{-1})x - (3,1 \times 10^3 \text{ s}^{-1})t].$$

(d) Usando um raciocínio semelhante para os novos valores da massa específica ( $\rho' = 1,35 \text{ kg/m}^3$ ) e da velocidade ( $v' = 320 \text{ m/s}$ ), obtemos

$$s_m = \frac{\Delta p_m}{v'\rho'\omega} = \frac{\Delta p_m}{v'\rho'(2\pi/T)} = 5,9 \times 10^{-9} \text{ m} = 5,9 \text{ nm.}$$

(e) O número de onda é  $k = \omega/v' = 9,8 \text{ m}^{-1}$ .

(f) A frequência angular é  $\omega = 2\pi/T = 3142 \text{ rad/s} \approx 3,1 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ .

A equação da nova onda é

$$s(x, t) = (5,9 \text{ nm}) \cos[(9,8 \text{ m}^{-1})x - (3,1 \times 10^3 \text{ s}^{-1})t].$$

15. (a) Considere uma sequência de pulsos sonoros chegando ao palco. A diferença entre as distâncias percorridas por dois pulsos consecutivos é  $2w$ , o que significa que a diferença entre os tempos de chegada dos pulsos é  $\Delta t = 2w/v$ . A frequência dos pulsos é, portanto,

$$f = \frac{1}{\Delta t} = \frac{v}{2w} = \frac{343 \text{ m/s}}{2(0,75 \text{ m})} = 2,3 \times 10^2 \text{ Hz.}$$

(b) Como  $f \propto 1/w$ , se a largura dos degraus fosse menor, a frequência seria maior.

16. Vamos chamar de  $x_1$  e  $x_2$  as distâncias entre o ponto e as duas fontes. A diferença de fase é

$$\begin{aligned} \Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 &= 2\pi\left(\frac{x_1}{\lambda} + ft\right) - 2\pi\left(\frac{x_2}{\lambda} + ft\right) = \frac{2\pi(x_1 - x_2)}{\lambda} = \frac{2\pi(4,40 \text{ m} - 4,00 \text{ m})}{(330 \text{ m/s}) / 540 \text{ Hz}} \\ &= 4,12 \text{ rad.} \end{aligned}$$

17. De acordo com a Eq. 17-25, para que a interferência seja destrutiva, devemos ter  $\Delta L/\lambda = n - 1/2$ , em que  $n$  é um número inteiro. Como  $v = f\lambda$ , a mesma condição, em termos de frequência, é

$$f_{\min,n} = \frac{v(2n-1)}{2\Delta L} = (286 \text{ Hz})\left(n - \frac{1}{2}\right)$$

na qual usamos os valores  $v = 343 \text{ m/s}$  (veja a nota do livro no início dos problemas do Capítulo 17) e  $\Delta L = (19,5 - 18,3) \text{ m} = 1,2 \text{ m}$ .

(a) A menor frequência para a qual a intensidade do sinal é mínima é

$$f_{\min,1} = (286 \text{ Hz})\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 143 \text{ Hz.}$$

(b) A segunda menor frequência para a qual a intensidade do sinal é mínima é

$$f_{\min,2} = (286 \text{ Hz})\left(2 - \frac{1}{2}\right) = 429 \text{ Hz} = 3(143 \text{ Hz}) = 3f_{\min,1}.$$

O fator, portanto, é 3.

(c) A terceira maior frequência para a qual a intensidade do sinal é mínima é

$$f_{\min,3} = (286 \text{ Hz})\left(3 - \frac{1}{2}\right) = 715 \text{ Hz} = 5(143 \text{ Hz}) = 5f_{\min,1}.$$

O fator, portanto, é 5.

De acordo com a Eq. 17-23, para que a interferência seja construtiva, devemos ter  $\Delta L/\lambda = n$ , em que  $n$  é um número inteiro. Como  $v = f\lambda$ , a mesma condição, em termos de frequência, é

$$f_{\max,n} = \frac{vn}{\Delta L} = (286 \text{ Hz})n.$$

(d) A menor frequência para a qual a intensidade do sinal é máxima é

$$f_{\max,1} = (286 \text{ Hz}) \times 1 = 286 \text{ Hz.}$$

(e) A segunda menor frequência para a qual a intensidade do sinal é máxima é

$$f_{\max,2} = (286 \text{ Hz}) \times 2 = 572 \text{ Hz} = 2f_{\max,1}.$$

Assim, o fator é 2.

(f) A terceira menor frequência para a qual a intensidade do sinal é máxima é

$$f_{\max,3} = 286 \text{ Hz} \times 3 = 858 \text{ Hz} = 3f_{\max,1}.$$

Assim, o fator é 3.

18. (a) Para que as ondas estejam em oposição de fase (o que significa que sofrerão interferência destrutiva, caso se encontrem), é preciso que a diferença de percurso seja um múltiplo ímpar de  $\lambda/2$ . Como a diferença entre os percursos dos raios  $A$  e  $B$  é  $L$ , a menor diferença de percurso que resulta em uma oposição de fase é  $L = \lambda/2$ , o que nos dá  $q = L/\lambda = 0,5$ .

(b) De acordo com o raciocínio acima, a segunda menor diferença de percurso que resulta em uma oposição de fase é  $L = 3\lambda/2$ , o que nos dá  $q = L/\lambda = 1,5$ .

19. (a) Note que as ondas chegam com fases opostas em todos os pontos distantes situados no eixo  $x$ ; para chegar a essa conclusão, basta observar que a razão  $\Delta L/\lambda$  entre a diferença de percurso e o comprimento de onda para ondas provenientes das duas fontes é  $D/\lambda = 3,5$ , o que significa que existe uma diferença de fase de  $180^\circ$  entre as ondas. Para distinguir os pontos situados no semieixo  $x$  negativo dos pontos situados no semieixo  $x$  positivo, vamos chamar a razão  $\Delta L/\lambda$  dos primeiros de  $-3,5$  e a razão  $\Delta L/\lambda$  dos segundos de  $+3,5$ . Esta nomenclatura é útil porque sugere que as direções do semiplano superior em que as ondas chegam com fases opostas são aquelas para as quais a razão  $\Delta L/\lambda$  é  $-2,5, -1,5, -0,5, +0,5, +1,5$  e  $+2,5$ . Analogamente, as direções do semiplano superior para as quais as ondas chegam exatamente em fase são aquelas para as quais a razão  $\Delta L/\lambda$  é  $-3, -2, -1, 0, +1, +2$  e  $+3$ . Contando também as direções  $-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$  no semiplano inferior, concluímos que existem 14 direções nas quais as ondas chegam exatamente em fase. Assim, se um detector é deslocado ao longo de uma grande circunferência cujo centro é o ponto médio entre as fontes, existem 14 pontos nos quais as ondas chegam ao detector exatamente em fase.

(b) A discussão a respeito das direções para as quais as ondas chegam ao detector com fases opostas foi iniciada no item (a). As direções no semiplano superior para as quais as ondas chegam com fases opostas são aquelas para as quais a razão  $\Delta L/\lambda$  é  $-2,5, -1,5, -0,5, +0,5, +1,5$  e  $+2,5$ . Contando também as direções  $-2,5, -1,5, -0,5, +0,5, +1,5$  e  $+2,5$  no semiplano inferior e as direções  $-3,5$  e  $+3,5$  no eixo  $x$ , concluímos que existem 14 direções nas quais as ondas chegam com fases opostas e, portanto, 14 pontos nos quais as ondas chegam ao detector com fases opostas.

20. (a) De acordo com o enunciado do problema, todas as ondas que passam pelo ponto  $P$  têm praticamente a mesma amplitude. Assim, se  $d = \lambda/4$ , a superposição das ondas no ponto  $P$  resulta em uma onda de amplitude zero, já que a primeira e a terceira ondas estão defasadas de  $\lambda/2$  e interferem destrutivamente, e o mesmo acontece com a segunda e a quarta ondas.

(b) Se  $d = \lambda/2$ , a superposição das ondas no ponto  $P$  também resulta em uma onda de amplitude zero, já que a primeira e a segunda ondas estão defasadas de  $\lambda/2$  e interferem destrutivamente, e o mesmo acontece com a terceira e a quarta ondas.

(c) Se  $d = \lambda$ , as quatro ondas chegam em fase ao ponto  $P$  e, portanto, a superposição das ondas resulta em uma onda de amplitude  $4s_m$ .

21. Seja  $d_2$  a distância entre o ouvinte e o alto-falante mais próximo (veja a Fig. 17-36). A distância entre o ouvinte e o outro alto-falante é  $d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$ , em que  $d_1$  é a distância entre os alto-falantes. A diferença de fase na posição do ouvinte é  $\phi = 2\pi(d - d_2)/\lambda$ , na qual  $\lambda$  é o comprimento de onda.

Para que a intensidade do som seja mínima na posição do ouvinte, devemos ter  $\phi = (2n + 1)\pi$ , na qual  $n$  é 0 ou um número inteiro positivo. Assim,

$$\lambda = \frac{2(d - d_2)}{2n + 1}.$$

A frequência é

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{(2n + 1)v}{2(\sqrt{d_1^2 + d_2^2} - d_2)} = \frac{(2n + 1)(343 \text{ m/s})}{2(\sqrt{(2,00 \text{ m})^2 + (3,75 \text{ m})^2} - 3,75 \text{ m})} = (2n + 1)(343 \text{ Hz}).$$

Como  $20.000/343 = 58,3$ ,  $2n + 1$  deve estar no intervalo de 0 a 57 para que o som seja audível. Isso significa que  $n$  deve estar entre 0 e 28.

(a) A menor frequência para a qual a intensidade do som é mínima na posição do ouvinte é  $f_{\min,1} = (2 \times 0 + 1) \times 343 = 343 \text{ Hz}$ .

(b) A segunda menor frequência é  $f_{\min,2} = (2 \times 1 + 1) \times 343 = 1029 \text{ Hz} = 3f_{\min,1}$ . Assim, o fator é 3.

(c) A terceira menor frequência é  $f_{\min,3} = (3 \times 1 + 1) \times 343 = 1715 \text{ Hz} = 5f_{\min,1}$ . Assim, o fator é 5.

Para que a intensidade do som seja máxima na posição do ouvinte, devemos ter  $\phi = 2n\pi$ , na qual  $n$  é um número inteiro positivo. Assim,

$$\lambda = \frac{d - d_2}{n}$$

e

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2} - d_2} = \frac{n(343 \text{ m/s})}{\sqrt{(2,00)^2 + (3,75 \text{ m})^2} - 3,75 \text{ m}} = n(686 \text{ Hz}).$$

Como  $20.000/686 = 29,2$ ,  $n$  deve estar no intervalo de 1 a 29 para que o som seja audível.

(d) A menor frequência para a qual a intensidade do som é máxima é  $f_{\max,1} = 1 \times 686 = 686 \text{ Hz}$ .

(e) A segunda menor frequência é  $f_{\max,2} = 2 \times 686 = 1372 \text{ Hz} = 2f_{\max,1}$ . Assim, o fator é 2.

(f) A terceira menor frequência é  $f_{\max,3} = 3 \times 686 = 2058 \text{ Hz} = 3f_{\max,1}$ . Assim, o fator é 3.

22. Na posição do detector, a diferença de fase entre a onda que passou pelo tubo retilíneo e a onda que passou pelo tubo semicircular é

$$\Delta\phi = k\Delta d = \frac{2\pi}{\lambda}(\pi r - 2r).$$

Para  $r = r_{\min}$  devemos ter  $\Delta\phi = \pi$ , que é a menor diferença de fase associada a uma interferência destrutiva. Assim,

$$r_{\min} = \frac{\lambda}{2(\pi - 2)} = \frac{40,0 \text{ cm}}{2(\pi - 2)} = 17,5 \text{ cm}.$$

23. (a) Para uma distância infinita entre o ponto  $P$  e as fontes, a distância  $d$  que separa as duas fontes é irrelevante (as fontes parecem estar à mesma distância do ponto  $P$ ) e, portanto, a diferença de fase é zero.

(b) Como as ondas estão em fase, a interferência das duas ondas é construtiva.

(c) Para valores finitos de  $x$ , a diferença entre as distâncias das fontes  $F_1$  e  $F_2$  ao ponto  $P$  passa a ser significativa. Podemos interpretar este fato como uma indicação de que o valor absoluto da diferença de fase  $|\Delta\phi|$  deixa de ser zero [o resultado obtido no item (a)], o que, certamente, constitui um aumento.

A diferença de percurso entre as ondas que partem de  $F_1$  e de  $F_2$  é

$$\Delta\ell = \sqrt{d^2 + x^2} - x \quad \text{para } x > 0.$$

A diferença de fase em “frações de ciclo” (em valor absoluto) é, portanto,

$$|\Delta\phi| = \frac{\Delta\ell}{\lambda} = \frac{\sqrt{d^2 + x^2} - x}{\lambda}.$$

Suponha que  $\Delta\ell/\lambda = \xi$ , na qual  $\xi$  é uma constante positiva. Nesse caso,  $\sqrt{d^2 + x^2} = x + \xi\lambda$ . Elevando ambos os membros ao quadrado e reagrupando os termos, obtemos

$$x = \frac{d^2}{2\xi\lambda} - \frac{1}{2}\xi\lambda = \frac{64,0}{\xi} - \xi$$

já que  $d = 16,0$  m e  $\lambda = 2,00$  m.

(d) Para  $\Delta\ell = 0,50\lambda$ ,  $\xi = 0,50$  e  $x = (64,0 / 0,50 - 0,50)$  m = 127,5 m  $\approx$  128 m.

(e) Para  $\Delta\ell = 1,00\lambda$ ,  $\xi = 1,00$  e  $x = (64,0 / 1,00 - 1,00)$  m = 63,0 m.

(f) Para  $\Delta\ell = 1,50\lambda$ ,  $\xi = 1,50$  e  $x = (64,0 / 1,50 - 1,50)$  m = 41,2 m.

Note que, como diferenças de fase de um ciclo completo são equivalentes (para efeito de interferência) a uma diferença de fase zero, os casos em que  $\xi$  é um número inteiro resultam em interferência construtiva. Por outro lado, como diferenças de fase de meio ciclo fazem com que os semiciclos positivos de uma das ondas coincidam com os semiciclos negativos da outra, os casos em que  $\xi$  é um múltiplo ímpar de meios comprimentos de onda resultam em interferência destrutiva.

24. (a) A relação entre o nível sonoro  $\beta$  e a intensidade  $I$  da onda sonora é dada pela Eq. 17-29, que pode ser escrita na forma

$$I = I_0 10^{(\beta/10\text{dB})} = (10^{-12} \text{ W/m}^2) 10^{(\beta/10\text{dB})} = 10^{-12+(\beta/10\text{dB})} \text{ W/m}^2$$

Assim, para  $\beta = 70$  dB,  $I_{\text{inicial}} = 10 \mu\text{W/m}^2$ .

(b) Para  $\beta = 50$  dB,  $I_{\text{final}} = 0,10 \mu\text{W/m}^2$ .

(c) De acordo com a Eq. 17-27,

$$s_m = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2I_{\text{inicial}}}{\rho v}} = \frac{1}{2\pi \times 500} \sqrt{\frac{2 \times 10^{-5}}{1,21 \times 343}} = 7,0 \times 10^{-8} \text{ m} = 70 \text{ nm}.$$

(d) Nesse caso,

$$s_m = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2I_{\text{final}}}{\rho v}} = \frac{1}{2\pi \times 500} \sqrt{\frac{2 \times 10^{-7}}{1,21 \times 343}} = 7,0 \times 10^{-9} \text{ m} = 7,0 \text{ nm}.$$

Note que, enquanto a intensidade final é 100 vezes menor que a intensidade inicial, a amplitude final é a apenas 10 vezes menor que a amplitude inicial.

25. A intensidade é dada por  $I = \rho v \omega^2 s_m^2 / 2$ , na qual  $\rho$  é a massa específica do ar,  $v$  é a velocidade do som no ar,  $\omega$  é a frequência angular e  $s_m$  é a amplitude da onda sonora. Explicitando  $s_m$  e substituindo  $\omega$  por  $2\pi f$ , temos:

$$s_m = \sqrt{\frac{I}{2\pi^2 \rho v f^2}} = \sqrt{\frac{1,00 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2}{2\pi^2 (1,21 \text{ kg/m}^3)(343 \text{ m/s})(300 \text{ Hz})^2}} = 3,68 \times 10^{-8} \text{ m} = 36,8 \text{ nm}.$$

26. (a) Como a intensidade é definida como potência por unidade de área e, no caso de uma fonte isotrópica, a área é dada por  $A = 4\pi r^2$  (a área da superfície de uma esfera), temos:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{1,0 \text{ W}}{4\pi(1,0 \text{ m})^2} = 0,080 \text{ W/m}^2.$$

(b) O cálculo pode ser feito como no item (a), usando  $r = 2,5 \text{ m}$  em vez de  $r = 1,0 \text{ m}$ , ou, como o único parâmetro que muda é a distância, podemos usar uma razão entre as duas intensidades. Vamos adotar o segundo método:

$$\frac{I'}{I} = \frac{P/4\pi(r')^2}{P/4\pi r^2} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

e, portanto,  $I' = (0,080 \text{ W/m}^2)(1,0/2,5)^2 = 0,013 \text{ W/m}^2$ .

27. (a) Seja  $I_1$  a intensidade inicial e seja  $I_2$  a intensidade final. O nível sonoro inicial é  $\beta_1 = (10 \text{ dB}) \log(I_1/I_0)$  e o nível sonoro final é  $\beta_2 = (10 \text{ dB}) \log(I_2/I_0)$ , na qual  $I_0$  é a intensidade de referência. Como  $\beta_2 = \beta_1 + 30 \text{ dB}$ , temos:

$$(10 \text{ dB}) \log(I_2/I_0) = (10 \text{ dB}) \log(I_1/I_0) + 30 \text{ dB},$$

e, portanto,

$$(10 \text{ dB}) \log(I_2/I_0) - (10 \text{ dB}) \log(I_1/I_0) = 30 \text{ dB}.$$

Dividindo ambos os membros por 10 dB e usando a relação  $\log(I_2/I_0) - \log(I_1/I_0) = \log(I_2/I_1)$ , obtemos  $\log(I_2/I_1) = 3$ . Usando ambos os membros como expoentes de 10 e levando em conta o fato de que  $10^{\log(I_2/I_1)} = I_2/I_1$ , obtemos  $I_2/I_1 = 10^3$ . Assim, a intensidade é multiplicada por  $1,0 \times 10^3$ .

(b) Como a amplitude da pressão do ar é proporcional à raiz quadrada da intensidade, a amplitude é multiplicada por  $\sqrt{1000} \approx 32$ .

28. De acordo com a Eq. 17-29, o nível sonoro é definido através da relação

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0}$$

na qual  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  é a intensidade de referência-padrão. Vamos chamar as intensidades dos dois sons de  $I_1$  e  $I_2$ , com  $I_2 > I_1$ . Os níveis sonoros são  $\beta_1 = (10 \text{ dB}) \log(I_1/I_0)$  e  $\beta_2 = (10 \text{ dB}) \log(I_2/I_0)$ . Para  $\beta_2 = \beta_1 + 1,0 \text{ dB}$ , temos:

$$(10 \text{ dB}) \log(I_2/I_0) = (10 \text{ dB}) \log(I_1/I_0) + 1,0 \text{ dB},$$

e, portanto,

$$(10 \text{ dB}) \log(I_2/I_0) - (10 \text{ dB}) \log(I_1/I_0) = 1,0 \text{ dB}.$$

Dividindo ambos os membros por 10 dB e usando a relação  $\log(I_2/I_0) - \log(I_1/I_0) = \log(I_2/I_1)$ , obtemos  $\log(I_2/I_1) = 0,1$ . Usando ambos os membros como expoentes de 10 e levando em conta o fato de que  $10^{\log(I_2/I_1)} = I_2/I_1$ , obtemos

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^{0,1} = 1,26.$$



29. Como a intensidade  $I$  é definida como potência  $P$  por unidade de área e, no caso de uma fonte isotrópica, a área é dada por  $A = 4\pi r^2$  (a área da superfície de uma esfera), temos:

$$P = AI = 4\pi(2,50 \text{ m})^2 (1,91 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2) = 1,50 \times 10^{-2} \text{ W}.$$

30. (a) No caso de uma fonte “pontual”, a intensidade é dada por  $I = P/4\pi r^2$ . Assim, a uma distância  $r = 3,00 \text{ m}$  da fonte,

$$I = \frac{1,00 \times 10^{-6} \text{ W}}{4\pi(3,00 \text{ m})^2} = 8,84 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2.$$

(b) O nível sonoro é

$$\beta = 10 \log \left( \frac{8,84 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2}{1,00 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) = 39,5 \text{ dB}.$$

31. De acordo com o enunciado do problema, podemos usar a equação  $\beta = 10 \log(I/I_0)$  com  $I_0 = 1 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$  e  $I = P/4\pi r^2$ . Estimando em  $r \approx 0,3 \text{ m}$  a distância entre a articulação e o ouvido, temos:

$$P \approx 4\pi(0,3 \text{ m})^2 (1 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2) 10^{6,2} = 2 \times 10^{-6} \text{ W} = 2 \mu\text{W}.$$

32. (a) Como  $\omega = 2\pi f$ , a Eq. 17-14 nos dá

$$\Delta p_m = \nu \rho (2\pi f) s_m \Rightarrow s_m = \frac{1,13 \times 10^{-3} \text{ Pa}}{2\pi(1665 \text{ Hz})(343 \text{ m/s})(1,21 \text{ kg/m}^3)} = 0,26 \text{ nm}.$$

(b) De acordo com as Eqs. 17-14 e 17-27,

$$I = \frac{1}{2} \frac{(\Delta p_m)^2}{\rho \nu} = \frac{1}{2} \frac{(1,13 \times 10^{-3} \text{ Pa})^2}{(1,21 \text{ kg/m}^3)(343 \text{ m/s})} = 1,5 \text{ nW/m}^2.$$

33. Usando a equação  $\beta = 10 \log(I/I_0)$  com  $I_0 = 1 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$  e a Eq. 17-27 com  $\omega = 2\pi f = 2\pi(260 \text{ Hz})$ ,  $\nu = 343 \text{ m/s}$  e  $\rho = 1,21 \text{ kg/m}^3$ , temos:

$$I = I_0 (10^{8,5}) = \frac{1}{2} \rho \nu (2\pi f)^2 s_m^2 \Rightarrow s_m = 7,6 \times 10^{-7} \text{ m} = 0,76 \mu\text{m}.$$

34. De acordo com as Eqs. 17-28 e 17-29,  $\beta = 10 \log(P/4\pi r^2 I_0)$ . Nesse caso, a diferença entre os níveis sonoros a uma distância  $r$  das duas fontes é

$$\Delta\beta = 10 \log \left( \frac{P_A}{4\pi r^2 I_0} \right) - 10 \log \left( \frac{P_B}{4\pi r^2 I_0} \right) = 10 \log \left( \frac{P_A}{P_B} \right).$$

Este resultado mostra que  $\Delta\beta$  não depende da distância  $r$ .

(a) Escolhendo uma distância conveniente no gráfico, como  $r = 100 \text{ m}$  ou  $r = 1000 \text{ m}$ , podemos constatar que  $\Delta\beta = 5,0$ . Nesse caso,  $P_A/P_B = 10^{0,5} \approx 3,2$ .

(b) Como  $\Delta\beta$  não depende de  $r$ , a resposta é  $\Delta\beta = 5,0 \text{ dB}$ .

35. (a) A intensidade é

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{30,0 \text{ W}}{(4\pi)(200 \text{ m})^2} = 5,97 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2.$$

(b) Se  $A$  é a área da seção reta do microfone, a potência interceptada pelo microfone é

$$P' = IA = (5,97 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2)(7,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2) = 4,48 \times 10^{-9} \text{ W} = 4,48 \text{ nW}.$$

36. A diferença entre dois níveis sonoros é dada pela Eq. 17-37:

$$\Delta\beta = \beta_f - \beta_i = (10 \text{ dB}) \log\left(\frac{I_f}{I_i}\right).$$

Assim, se  $\Delta\beta = 5,0 \text{ dB}$ , isso significa que  $\log(I_f/I_i) = 1/2$ , ou seja, que  $I_f = I_i\sqrt{10}$ . Por outro lado, a intensidade a uma distância  $r$  de uma fonte isotrópica é dada por  $I = P/4\pi r^2$ , em que  $P$  é a potência da fonte. Se  $P$  é constante, isso significa que  $I_i r_i^2 = I_f r_f^2$ . Assim, para  $r_i = 1,2 \text{ m}$ , temos:

$$r_f = \left(\frac{I_i}{I_f}\right)^{1/2} r_i = \left(\frac{1}{10}\right)^{1/4} (1,2 \text{ m}) = 0,67 \text{ m}.$$

37. (a) Como a taxa média com a qual a energia potencial é transportada é igual à taxa média com a qual a energia cinética é transportada, a taxa média  $P_{\text{med}}$  com a qual a energia total é transportada é dada por

$$P_{\text{med}} = \left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{med}} = 2\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\text{med}} = 2\left(\frac{1}{4}\rho A v \omega^2 s_m^2\right),$$

em que foi usada a Eq. 17-33. Fazendo  $\rho = 1,21 \text{ kg/m}^3$ ,  $A = \pi r^2 = \pi(0,020 \text{ m})^2$ ,  $v = 343 \text{ m/s}$ ,  $\omega = 3000 \text{ rad/s}$  e  $s_m = 12 \times 10^{-9} \text{ m}$ , obtemos  $P_{\text{med}} = 0,34 \text{ nW}$ .

(b) Como a segunda onda está se propagando em outro tubo, não pode haver interferência. Assim, a taxa total é, simplesmente, a soma das taxas de transferência nos dois tubos:  $P_{\text{med}} = 2(0,34 \text{ nW}) = 0,68 \text{ nW}$ .

(c) Quando as ondas se propagam no mesmo tubo, existe interferência. se a diferença de fase é  $\phi = 0$ , a interferência é construtiva; a amplitude da onda resultante é duas vezes maior, a energia é quatro vezes maior e a taxa de transferência de energia também é quatro vezes maior que no item (a):  $P_{\text{med}} = 4(0,34 \text{ nW}) = 1,4 \text{ nW}$ .

(d) De acordo com a Eq. 16-51, se a diferença de fase é  $\phi = 0,4\pi \text{ rad}$ , temos:

$$s'_m = 2s_m \cos(\phi/2) = 1,618s_m.$$

Isso significa que a taxa média de transferência de energia é  $(1,618)^2 = 2,618$  vezes maior que no item (a):  $P_{\text{med}} = 2,618(0,34 \text{ nW}) = 0,88 \text{ nW}$ .

(e) Se a diferença de fase é  $\phi = \pi \text{ rad}$ , a interferência é destrutiva e  $P_{\text{med}} = 0$ .

38. De acordo com a Eq. 17-41, se  $L$  é a altura da coluna de ar e  $h$  é a altura da coluna de água, temos:

$$h = 1,00 - L = 1,00 - \frac{nv}{4f} = 1,00 - \frac{n(343)}{4(686)} = (1,00 - 0,125n) \text{ m}$$

em que  $n = 1, 3, 5, \dots$

(a) Existem 4 valores de  $n$  ( $n = 1, 3, 5, 7$ ) para os quais  $h > 0$ .

(b) A menor altura da coluna de água para a qual ocorre ressonância corresponde ao maior valor possível de  $n$  ( $n = 7$ ), para o qual  $h = 0,125 \text{ m}$ .

(c) A segunda menor altura da coluna de água corresponde ao segundo maior valor de  $n$  ( $n = 5$ ), para o qual  $h = 0,375 \text{ m}$ .

39. (a) Quando uma corda fixa nas duas extremidades está oscilando na menor frequência de ressonância possível, a distância entre as extremidades corresponde a meio comprimento de onda; assim,  $\lambda = 2L$  e

$$v = \lambda f = 2Lf = 2(0,220 \text{ m})(920 \text{ Hz}) = 405 \text{ m/s}.$$

(b) A velocidade da onda é dada por  $v = \sqrt{\tau/\mu}$ , em que  $\tau$  é a tensão da corda e  $\mu$  é a massa específica linear da corda. Se  $M$  é a massa da corda,  $\mu = M/L$ . Assim,

$$\tau = \mu v^2 = (M/L)v^2 = [(800 \times 10^{-6} \text{ kg})/(0,220 \text{ m})] (405 \text{ m/s})^2 = 596 \text{ N}.$$

(c) O comprimento de onda é  $\lambda = 2L = 2(0,220 \text{ m}) = 0,440 \text{ m} = 44,0 \text{ cm}$ .

(d) A frequência da onda sonora no ar é igual à frequência de oscilação da corda, mas o comprimento de onda é diferente porque a velocidade da onda é diferente. Se  $v_a$  é a velocidade do som no ar, o comprimento de onda da onda sonora no ar é

$$\lambda_a = v_a/f = (343 \text{ m/s})/(920 \text{ Hz}) = 0,373 \text{ m} = 37,3 \text{ cm}.$$

40. A frequência do segundo harmônico do tubo A pode ser calculada usando a Eq. 17-39 com  $n = 2$  e  $L = L_A$ ; a frequência do terceiro harmônico do tubo B pode ser calculada usando a Eq. 17-41 com  $n = 3$  e  $L = L_B$ . Como as duas frequências são iguais, temos:

$$\frac{2v_{\text{som}}}{2L_A} = \frac{3v_{\text{som}}}{4L_B} \Rightarrow L_B = \frac{3}{4}L_A.$$

(a) Como a frequência fundamental do tubo A é 300 Hz, a frequência do segundo harmônico é  $f = 2(300 \text{ Hz}) = 600 \text{ Hz}$ . Nesse caso, de acordo com a Eq. 17-39,

$$L_A = (2)(343 \text{ m/s})/2(600 \text{ s}^{-1}) = 0,572 \text{ m} = 57,2 \text{ cm}.$$

(b) O comprimento do tubo B é  $L_B = 3L_A/4 = 0,429 \text{ m} = 42,9 \text{ cm}$ .

41. De acordo com a Eq. 16-66, a frequência de vibração da corda é

$$f = \frac{nv}{2L} = \frac{(1)(250 \text{ m/s})}{2(0,150 \text{ m})} = 833 \text{ Hz}.$$

(a) Como a frequência  $f_a$  da onda sonora no ar é igual à frequência de vibração da corda,  $f_a = 833 \text{ Hz}$ .

(b) Como a frequência da onda sonora é igual à frequência de vibração da corda, o comprimento de onda da onda sonora no ar é

$$\lambda = \frac{v_{\text{som}}}{f} = \frac{348 \text{ m/s}}{833 \text{ Hz}} = 0,418 \text{ m}.$$

42. Como a distância entre os nós de uma onda estacionária é igual a meio comprimento de onda,  $\lambda/2 = 3,8 \text{ cm}$  e, portanto,  $\lambda = 0,076 \text{ m}$  e a frequência é

$$f = v/\lambda = (1500 \text{ m/s})/(0,076 \text{ m}) \approx 20 \times 10^3 \text{ Hz} = 20 \text{ kHz}.$$

43. (a) Como o tubo está aberto nas duas extremidades, existem antinós de deslocamento nas duas extremidades, e o interior do tubo é ocupado por um número inteiro de meios comprimentos de onda. Se o comprimento do tubo é  $L$  e o comprimento de onda é  $\lambda$ ,  $\lambda = 2L/n$ , em que  $n$  é um número inteiro. Se  $v$  é a velocidade do som, as frequências de ressonância são dadas por  $f = v/\lambda = nv/2L$ . Como  $L = 0,457 \text{ m}$ ,

$$f = n(344 \text{ m/s})/2(0,457 \text{ m}) = 376,4n \text{ Hz}.$$

Para determinar os valores de  $n$  para os quais as frequências de ressonância estão entre 1000 Hz e 2000 Hz, fazemos primeiro  $f = 1000 \text{ Hz}$  e calculamos o valor de  $n$ ; em seguida, fazemos

$f = 2000$  Hz e calculamos novamente o valor de  $n$ . Os resultados são 2,66 e 5,32, respectivamente, o que significa que os valores permitidos de  $n$  são  $n = 3, 4$  e  $5$ . Assim, o som do altofalante produz ressonância no tubo para 3 frequências diferentes.

(b) A menor frequência de ressonância é  $f = 3(376,4 \text{ Hz}) = 1129 \text{ Hz}$ .

(c) A segunda menor frequência de ressonância é  $f = 4(376,4 \text{ Hz}) = 1506 \text{ Hz}$ .

44. (a) Usando a Eq. 17-39 com  $v = 343 \text{ m/s}$  e  $n = 1$ , obtemos  $f = nv/2L = 86 \text{ Hz}$  como frequência fundamental de uma passagem nasal com um comprimento  $L = 2,0 \text{ m}$ .

(b) Sim; o som seria percebido como um som de baixa frequência.

(c) De acordo com a Eq. 17-39, quanto menor o valor de  $L$ , maior o valor de  $f$ . Assim, a frequência fundamental da fêmea seria maior que a do macho.

45. (a) Como  $1,2 = 6/5$ , essa razão indica que tanto os harmônicos ímpares como os harmônicos pares estão presentes no tubo, o que revela que o tubo está aberto nas duas extremidades (veja a Eq. 17-39).

(b) Como  $1,4 = 7/5$ , essa razão indica que apenas os harmônicos ímpares estão presentes no tubo, o que revela que o tubo está aberto apenas em uma das extremidades (veja a Eq. 17-41).

46. A expressão “terceira frequência harmônica” significa que  $n_A = 3$  para o tubo  $A$ , que tem as duas extremidades abertas. A expressão “segunda frequência harmônica” significa que  $n_B = 3$  para o tubo  $B$ , que tem uma extremidade fechada.

(a) De acordo com as Eqs. 17-39 e 17-41, se a frequência do tubo  $B$  é igual à frequência do tubo  $A$ ,

$$f_A = f_B \Rightarrow \frac{3v}{2L_A} = \frac{3v}{4L_B},$$

o que significa que  $L_B = L_A/2 = (1,20 \text{ m})/2 = 0,60 \text{ m}$ . De acordo com a Eq. 17-40, o comprimento de onda correspondente é

$$\lambda = \frac{4L_B}{3} = \frac{4(0,60 \text{ m})}{3} = 0,80 \text{ m}.$$

Como a distância entre um nó e um antinó é  $\lambda/4$ , cada incremento de  $0,20 \text{ m}$  ao longo do eixo  $x$  corresponde a uma mudança de um nó para um antinó ou de um antinó para um nó. Como a extremidade fechada é um nó, existe apenas outro nó, em  $x = 0,40 \text{ m}$ . A situação corresponde à da onda representada na Fig. 17-14b para  $n = 3$ .

(b) O menor valor da coordenada  $x$  para a qual existe um nó é  $x = 0$ .

(c) O segundo menor valor da coordenada  $x$  para a qual existe um nó é  $x = 0,40 \text{ m}$ .

(d) Para  $v = 343 \text{ m/s}$ , temos  $f_3 = v/\lambda = 429 \text{ Hz}$ . Para obter o valor da frequência fundamental, basta dividir a frequência do tubo  $B$  pelo número  $n$  do harmônico:  $f_1 = f_3/3 = 143 \text{ Hz}$ .

47. A superfície da água é um nó de deslocamento e o alto do poço é um antinó. Na menor frequência de ressonância, o trecho entre o alto do poço e a superfície da água é ocupado por um quarto do comprimento de onda. Se  $d$  é a profundidade desse trecho e  $\lambda$  é o comprimento de onda,  $\lambda = 4d$ . A frequência é  $f = v/\lambda = v/4d$ , na qual  $v$  é a velocidade do som. A velocidade do som é dada por  $v = \sqrt{B/\rho}$ , em que  $B$  é o módulo de elasticidade e  $\rho$  é a massa específica do ar. Assim,  $f = (1/4d)\sqrt{B/\rho}$  e

$$d = \frac{1}{4f} \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \frac{1}{4(7,00 \text{ Hz})} \sqrt{\frac{1,33 \times 10^5 \text{ Pa}}{1,10 \text{ kg/m}^3}} = 12,4 \text{ m}.$$

48. (a) Como, no caso de um tubo aberto nas duas extremidades, a diferença entre harmônicos consecutivos é igual à frequência fundamental (veja a Eq. 17-39),  $f_1 = (390 - 325) \text{ Hz} = 65 \text{ Hz}$ . Assim, a frequência harmônica que se segue à frequência harmônica de 195 Hz é  $(195 + 65) \text{ Hz} = 260 \text{ Hz}$ .

(b) Como  $f_n = nf_1$ ,  $n = 260/65 = 4$ .

(c) Como, no caso de um tubo fechado em uma das extremidades, apenas harmônicos *ímpares* podem estar presentes (veja a Eq. 17-41), a diferença entre harmônicos consecutivos é o *dobro* da frequência fundamental. Assim,

$$f_1 = (1320 - 1080)/2 \text{ Hz} = 120 \text{ Hz}.$$

Assim, a frequência harmônica que se segue à frequência harmônica de 600 Hz é  $[600 + 2(120)] \text{ Hz} = 840 \text{ Hz}$ .

(d) Como  $f_n = nf_1$  (na qual  $n$  é um número inteiro ímpar),  $n = 840/120 = 7$ .

49. Como a corda está fixa nas duas extremidades, os comprimentos de onda de ressonância são dados por  $\lambda = 2L/n$ , na qual  $L$  é o comprimento da corda e  $n$  é um número inteiro. As frequências de ressonância são dadas por  $f = v/\lambda = nv/2L$ , na qual  $v$  é a velocidade da onda na corda. Por outro lado,  $v = \sqrt{\tau/\mu}$ , para a qual  $\tau$  é a tensão da corda e  $\mu$  é a massa específica linear da corda. Assim,  $f = (n/2L)\sqrt{\tau/\mu}$ . Suponha que  $n = n_1$  para a frequência mais baixa e  $n = n_1 + 1$ . Nesse caso,  $f_1 = (n_1/2L)\sqrt{\tau/\mu}$  e

$$f_2 = \frac{n_1 + 1}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \frac{n_1}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} + \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = f_1 + \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}.$$

Isso significa que  $f_2 - f_1 = (1/2L)\sqrt{\tau/\mu}$  e

$$\tau = 4L^2\mu(f_2 - f_1)^2 = 4(0,300 \text{ m})^2(0,650 \times 10^{-3} \text{ kg/m})(1320 \text{ Hz} - 880 \text{ Hz})^2 = 45,3 \text{ N}.$$

50. (a) Usando a Eq. 17-41 com  $n = 1$ , já que se trata da frequência fundamental, temos:

$$f = \frac{(1)v_{\text{som}}}{4L_{\text{tubo}}} = \frac{343 \text{ m/s}}{4(1,20 \text{ m})} = 71,5 \text{ Hz}.$$

(b) No caso da corda, usando a Eq. 16-66, temos:

$$f' = \frac{nv_{\text{corda}}}{2L_{\text{corda}}} = \frac{1}{2L_{\text{corda}}} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$$

em que  $\mu = m_{\text{corda}}/L_{\text{corda}}$ . Fazendo  $f = f'$  (já que a corda e o ar do tubo oscilam com a mesma frequência), e explicitando a tensão  $\tau$ , obtemos:

$$\tau = (2L_{\text{corda}} f)^2 \left( \frac{m_{\text{corda}}}{L_{\text{corda}}} \right) = 4f^2 m_{\text{corda}} L_{\text{corda}} = 4(71,5 \text{ Hz})^2 (9,60 \times 10^{-3} \text{ kg})(0,330 \text{ m}) = 64,8 \text{ N}.$$

51. Se  $T$  é o período da onda produzida pela corda, a frequência do batimento é dada por

$$\frac{1}{T} - 440 \text{ Hz} = 4,00 \text{ batimentos/s} \Rightarrow T = \frac{1}{440 + 4} = 2,25 \times 10^{-3} \text{ s} = 2,25 \text{ ms}.$$

Como a corda está “esticada demais”, a tensão é excessiva e a frequência é maior que a desejada.

52. Como a frequência de batimento é igual à diferença entre as frequências dos dois diapásões, a frequência do primeiro diapásão é 381 Hz ou 387 Hz. Quando a massa do primeiro diapásão é

aumentada, a frequência diminui (lembre-se, por exemplo, de que a frequência de um oscilador massa-mola é proporcional a  $1/\sqrt{m}$ ). Como a frequência de batimento também diminui, concluímos que a frequência do primeiro diapasão é maior que a frequência do segundo e, portanto, a frequência do primeiro diapasão é 387 Hz.

53. Como as duas cordas estão vibrando no modo fundamental, o comprimento de onda é duas vezes maior que o comprimento do fio ( $\lambda = 2L$ ) e a frequência é

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}},$$

em que  $v = \sqrt{\tau/\mu}$  é a velocidade da onda no fio,  $\tau$  é a tensão do fio e  $\mu$  é a massa específica linear do fio. Suponha que a tensão de um dos fios é  $\tau$  e a frequência de oscilação do fio é  $f_1$ . A tensão do outro fio é  $\tau + \Delta\tau$  e a frequência de oscilação é  $f_2$ . Precisamos calcular  $\Delta\tau/\tau$  para  $f_1 = 600$  Hz e  $f_2 = 606$  Hz. Como  $f_1 = (1/2L)\sqrt{\tau/\mu}$  e  $f_2 = (1/2L)\sqrt{(\tau + \Delta\tau)/\mu}$ , temos:

$$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{\tau + \Delta\tau}{\tau}} = \sqrt{1 + \frac{\Delta\tau}{\tau}}.$$

Isso nos dá  $\Delta\tau/\tau = (f_2/f_1)^2 - 1 = [(606 \text{ Hz}) / (600 \text{ Hz})]^2 - 1 = 0,020$ .

54. (a) O número de formas diferentes de escolher dois diapasões em um grupo de cinco é  $5! / (2!3!) = 10$ . Para cada par escolhido existe uma frequência de batimento. Assim, se as frequências forem todas diferentes e não tiverem nenhuma relação entre si, haverá 10 frequências de batimento.

(b) O número de frequências de batimento será mínimo se as frequências dos diapasões, numerados de 1 a 5, aumentarem de acordo com a expressão  $f_n = f_1 + n\Delta f$ , na qual  $n = 2, 3, 4$  e  $5$ , caso em que haverá apenas 4 frequências de batimentos, dadas pela expressão  $f_{\text{bat}} = n\Delta f$ , para a qual  $n = 1, 2, 3$  e  $4$ .

55. Vamos usar a equação  $v_F = r\omega$  para calcular o módulo da velocidade tangencial do apito e a Eq. 17-47 para calcular as frequências pedidas.

(a) A frequência mais baixa é

$$f' = f \left( \frac{v + 0}{v + v_F} \right) = 526 \text{ Hz}.$$

(b) A frequência mais alta é

$$f' = f \left( \frac{v + 0}{v - v_F} \right) = 555 \text{ Hz}.$$

56. De acordo com a Eq. 17-47,

$$f' = f \left( \frac{v + v_D}{v + v_F} \right) \Rightarrow v_S = \frac{f}{f'} (v + v_D) - v = 4,61 \text{ m/s}.$$

57. Na equação geral do efeito Doppler, Eq. 17-47, a velocidade do carro da polícia rodoviária é a velocidade da fonte,  $v_F$ , e a velocidade do carro do motorista infrator é a velocidade do detector,  $v_D$ . Chamando de  $f$  a velocidade da sirene e de  $v$  a velocidade do som, temos:

$$f' = f \left( \frac{v - v_D}{v - v_F} \right) = f \Rightarrow \Delta f = 0.$$

58. Podemos usar a Eq. 17-47 com  $v = 329$  m/s.

(a) Neste caso,  $v_D = 65,8$  m/s,  $v_F = 29,9$  m/s e, como a fonte e a superfície refletora estão se aproximando, o sinal do numerador é positivo e o sinal do denominador é negativo:

$$f' = f \left( \frac{329 \text{ m/s} + 65,8 \text{ m/s}}{329 \text{ m/s} - 29,9 \text{ m/s}} \right) = 1,58 \times 10^3 \text{ Hz} = 1,58 \text{ kHz.}$$

(b) O comprimento de onda é  $\lambda = v/f' = 0,208$  m.

(c) A onda de frequência  $f$  “emitida” pela superfície refletora (que agora deve ser tratada como “fonte”, logo  $v_F = 65,8$  m/s) é recebida pela fonte (que agora deve ser tratada como “detector”, logo  $v_D = 29,9$  m/s) e registrada como uma frequência  $f''$ :

$$f'' = f' \left( \frac{329 \text{ m/s} + 29,9 \text{ m/s}}{329 \text{ m/s} - 65,8 \text{ m/s}} \right) = 2,16 \times 10^3 \text{ Hz} = 2,16 \text{ kHz.}$$

(d) O comprimento de onda é  $\lambda = v/f'' = 0,152$  m.

59. Vamos chamar a velocidade do submarino francês de  $u_1$  e a velocidade do submarino americano de  $u_2$ .

(a) A frequência do sinal detectado pelo submarino americano é

$$f'_1 = f_1 \left( \frac{v + u_2}{v - u_1} \right) = (1,000 \times 10^3 \text{ Hz}) \left( \frac{5470 \text{ km/h} + 70,00 \text{ km/h}}{5470 \text{ km/h} - 50,00 \text{ km/h}} \right) = 1,022 \times 10^3 \text{ Hz.}$$

(b) Se o submarino francês estivesse parado, a frequência da onda refletida seria  $f_r = f_1(v + u_2)/(v - u_2)$ . Como o submarino francês está se movendo em direção ao sinal refletido com velocidade  $u_1$ , temos:

$$\begin{aligned} f_r &= f_1 \left( \frac{v + u_1}{v} \right) = f_1 \frac{(v + u_1)(v + u_2)}{v(v - u_2)} = \frac{(1,000 \times 10^3 \text{ Hz})(5470 + 50,00)(5470 + 70,00)}{(5470)(5470 - 70,00)} \\ &= 1,045 \times 10^3 \text{ Hz.} \end{aligned}$$

60. Existem dois efeitos combinados: a recepção das ondas emitidas por um objeto estacionário (o detector de movimento) por um objeto em movimento (o caminhão) e a emissão de ondas pelo objeto em movimento (as ondas refletidas pelo caminhão) em direção a um detector estacionário (o detector de movimento). Combinando os dois efeitos, temos:

$$f_{\text{final}} = f_{\text{inicial}} \left( \frac{v + u}{v - u} \right) = (0,150 \text{ MHz}) \left( \frac{343 \text{ m/s} + 45 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s} - 45 \text{ m/s}} \right) = 0,195 \text{ MHz.}$$

61. Existem dois efeitos combinados: a recepção das ondas emitidas por um objeto em movimento (o morcego) por um objeto estacionário (a parede) e a emissão de ondas pelo objeto estacionário (as ondas refletidas pela parede) em direção a um detector em movimento (o morcego). Combinando os dois efeitos, temos:

$$f_r = f' \left( \frac{v + u_{\text{bat}}}{v - u_{\text{bat}}} \right) = (3,9 \times 10^4 \text{ Hz}) \left( \frac{v + v/40}{v - v/40} \right) = 4,1 \times 10^4 \text{ Hz.}$$

62. A expressão “terceiro harmônico” é usada para designar a frequência  $f_3 = 3f_1$ , em que  $f_1$  é a frequência fundamental. Quando a fonte está estacionária em relação ao ar, a Eq. 17-47 nos dá

$$f' = f \left( 1 - \frac{v_d}{v} \right)$$

na qual  $v_d$  é a velocidade do detector (o sinal negativo foi usado porque o detector está se afastando da fonte). Devemos encontrar o valor de  $v_d$  para o qual  $f' = f_1$  se a frequência emitida é  $f = f_3$ . De acordo com a equação anterior, para que isso aconteça é necessário que  $1 - v_d/v = 1/3$ , ou seja, que  $v_d/v = 2/3$ , independentemente do fato de se tratar de um tubo com uma ou com duas extremidades abertas. Assim,

(a) No caso do tubo 1,  $v_d = 2v/3$ .

(b) No caso do tubo 2,  $v_d = 2v/3$ .

(c) No caso do tubo 3,  $v_d = 2v/3$ .

(d) No caso do tubo 4,  $v_d = 2v/3$ .

63. Como o intruso está se afastando da fonte com uma velocidade  $u \ll v$ , na qual  $v$  é a velocidade da onda emitida pelo detector, a Eq. 17-47 nos dá

$$\begin{aligned} f_{\text{bat}} &= f_{\text{fonte}} - f_{\text{intruso}} = f_{\text{fonte}} - f_{\text{fonte}} \left( \frac{v-u}{v+u} \right) = \frac{2u}{v+u} f_{\text{fonte}} \approx \frac{2u}{v} f_{\text{fonte}} \\ &= \frac{2(0,95 \text{ m/s})}{343 \text{ m/s}} (28,0 \text{ kHz}) = 155 \text{ Hz}. \end{aligned}$$

64. Como o detector está estacionário em relação ao ar, a Eq. 17-47 nos dá

$$f'_{\text{ap}} = \frac{f}{1 - v_F/v} \quad \text{e} \quad f'_{\text{af}} = \frac{f}{1 + v_F/v}$$

em que  $v$  é a velocidade do som e  $v_F$  é a velocidade da fonte. A diferença entre as duas frequências é

$$f'_{\text{ap}} - f'_{\text{af}} = f \left( \frac{1}{1 - v_F/v} - \frac{1}{1 + v_F/v} \right) = f \left[ \frac{2v_F/v}{1 - (v_F/v)^2} \right].$$

Fazendo  $(f'_{\text{ap}} - f'_{\text{af}})/f = 0,5$  e  $v_F/v = x$ , obtemos, depois de algumas manipulações algébricas, a equação  $x^2 + 4x - 1 = 0$ , cuja única raiz positiva é  $x = -2 + \sqrt{5} = 0,236$ . Assim,  $v_F/v = 0,236$ .

65. A equação do efeito Doppler, Eq. 17-47, é válida apenas quando as velocidades da fonte e do detector são medidas em relação a um meio estacionário (o que, no caso de ondas sonoras se propagando no ar, significa que a equação só é válida na ausência de vento). Para levar em conta o efeito do vento, é conveniente usar um novo referencial no qual não existe vento.

(a) Quando o vento está soprando da fonte para o funcionário com velocidade  $u$ , temos  $u'_F = u'_D = u$  em um novo referencial que se move com o vento. Como o funcionário agora está se aproximando da sirene enquanto a sirene está se afastando o funcionário, temos, no novo referencial,

$$f' = f \left( \frac{v + u'_D}{v + u'_F} \right) = f \left( \frac{v + u}{v + u} \right) = 2000 \text{ Hz} = 2 \text{ kHz},$$

ou seja, a frequência ouvida é a mesma que se não existisse vento.

(b) Neste caso, tudo que temos que fazer em relação à situação anterior é trocar os sinais das velocidades do funcionário e da sirene. O resultado final é o mesmo:

$$f' = f \left( \frac{v - u'_D}{v - u'_F} \right) = f \left( \frac{v - u}{v - u} \right) = 2 \text{ kHz}.$$



Como mostram os resultados anteriores, o efeito do vento pode ser ignorado nos cálculos do efeito Doppler se não existir movimento relativo entre a fonte e o detector.

66. (a) De acordo com a Eq. 17-47, temos:

$$f' = (500 \text{ Hz}) \left( \frac{343 \text{ m/s} + 30,5 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s} - 30,5 \text{ m/s}} \right) = 598 \text{ Hz.}$$

(b) Em um referencial no qual não existe vento, a velocidade do detector é  $30,5 - 30,5 = 0$  e a velocidade da fonte é  $2(30,5) = 61$  m/s. Assim,

$$f' = (500 \text{ Hz}) \left( \frac{343 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s} - 61 \text{ m/s}} \right) = 608 \text{ Hz.}$$

(c) Escolhemos novamente um referencial no qual não existe vento. Neste caso, a velocidade da fonte é  $30,5 - 30,5 = 0$  e a velocidade do detector é  $2(30,5) = 61$  m/s. Assim,

$$f' = (500 \text{ Hz}) \left( \frac{343 \text{ m/s} + 61 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s}} \right) = 589 \text{ Hz.}$$

67. (a) A equação que descreve o efeito Doppler é a Eq. 17-47:

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v \mp v_F},$$

em que  $f$  é a frequência original,  $v$  é a velocidade do som,  $v_D$  é a velocidade do detector (o tio, no caso), e  $v_F$  é a velocidade da fonte (a locomotiva). Todas as velocidades são em relação ao ar. Como o tio está em repouso em relação ao ar,  $v_D = 0$ . A velocidade da fonte é  $v_F = 10$  m/s. Como a locomotiva está se afastando do tio, a frequência diminui e usamos o sinal positivo no denominador. Assim,

$$f' = f \frac{v}{v + v_F} = (500,0 \text{ Hz}) \left( \frac{343 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s} + 10,00 \text{ m/s}} \right) = 485,8 \text{ Hz.}$$

(b) Nesse caso, o detector é a menina. Em relação ao ar, a menina está se movendo a uma velocidade  $v_D = 10,00$  m/s. Como a menina está se movendo na direção da locomotiva, a frequência tende a aumentar e usamos o sinal positivo no numerador. A fonte está se movendo a uma velocidade  $v_F = 10,00$  m/s. Como a locomotiva está se movendo para longe da menina, a frequência tende a diminuir e usamos o sinal positivo no denominador. Assim,  $v + v_D = v + v_F$  e  $f' = f = 500,0$  Hz.

(c) Nesse caso, a locomotiva está se movendo a uma velocidade  $v_F = 20,00$  m/s em relação ao ar, afastando-se do tio e, portanto, usamos o sinal positivo no denominador. Em relação ao ar, o tio está se movendo a uma velocidade  $v_D = 10,00$  m/s na direção da locomotiva e, portanto, usamos o sinal positivo no numerador. Assim,

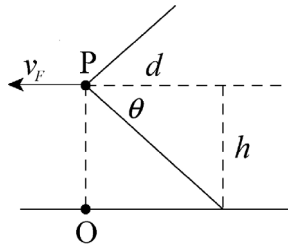
$$f' = f \frac{v + v_D}{v + v_F} = (500,0 \text{ Hz}) \left( \frac{343 \text{ m/s} + 10,00 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s} + 20,00 \text{ m/s}} \right) = 486,2 \text{ Hz.}$$

(d) Nesse caso, a locomotiva está se movendo a uma velocidade  $v_F = 20,00$  m/s em relação ao ar, afastando-se da menina, e, portanto, usamos um sinal positivo no denominador. A menina está se movendo a uma velocidade  $v_D = 20,00$  m/s em direção à locomotiva e, portanto, usamos o sinal positivo no numerador. Assim,  $v + v_D = v + v_F$  e  $f' = f = 500,0$  Hz.

68. Como  $1350 \text{ km/h} = 375 \text{ m/s}$ , a Eq. 17-57 nos dá

$$v = v_F \sin \theta = 375 \sin 60^\circ = 3,2 \times 10^2 \text{ m/s.}$$

69. (a) O ângulo  $\theta$  do cone de Mach é dado por  $\text{sen } \theta = v/v_F$ , em que  $v$  é a velocidade do som e  $v_F$  é a velocidade do avião. Como  $v_F = 1,5v$ ,  $\text{sen } \theta = v/1,5v = 1/1,5$ . Assim,  $\theta = \text{sen}^{-1} 0,67 = 42^\circ$ .



(b) Seja  $h$  a altitude do avião e suponha que o cone de Mach intercepta a superfície terrestre a uma distância horizontal  $d$  do avião. A situação está representada na figura recém-mostrada, na qual P representa a posição do avião e O representa a posição do observador. Como  $d$  e  $h$  são os catetos de um triângulo retângulo,  $d = h/\tan \theta$ , em que  $\theta$ , o ângulo da hipotenusa com o cateto  $d$ , é o ângulo do cone de Mach. O tempo que a onda de choque leva para chegar ao ponto O é o tempo que o avião leva para percorrer a distância  $d$ :

$$t = \frac{d}{v} = \frac{h}{v \tan \theta} = \frac{5000 \text{ m}}{1,5(331 \text{ m/s})\tan 42^\circ} = 11 \text{ s.}$$

70. Como a altitude  $H$  e a distância horizontal  $x$  são os catetos de um triângulo retângulo, temos:

$$H = x \tan \theta = v_a t \tan \theta = 1,25vt \text{ sen } \theta$$

na qual  $v$  é a velocidade do som,  $v_a$  é a velocidade do avião e

$$\theta = \text{sen}^{-1} \left( \frac{v}{v_a} \right) = \text{sen}^{-1} \left( \frac{v}{1,25v} \right) = 53,1^\circ.$$

Assim, a altitude é

$$H = x \tan \theta = (1,25)(330 \text{ m/s})(60 \text{ s})(\tan 53,1^\circ) = 3,30 \times 10^4 \text{ m} = 33,0 \text{ km.}$$

71. O fato de que a corneta pode ser considerada uma “fonte pontual isotrópica” significa que podemos considerar que a área da superfície de uma esfera,  $A = 4\pi r^2$ , pode ser usada na definição de intensidade  $I = P/A$ , o que, por sua vez, nos dá

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{P/4\pi r_2^2}{P/4\pi r_1^2} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2.$$

De acordo com a Tabela 17-2, a diferença entre o limiar da audição e o limiar da dor é 12 dB, o que corresponde a uma relação de intensidades  $I_2/I_1 = 10^{-12}$ . Assim, para  $r_2 = 10.000 \text{ m}$ , temos:

$$r_1 = r_2 \sqrt{10^{-12}} = 0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm.}$$

72. O ângulo é  $\text{sen}^{-1}(v/v_b) = \text{sen}^{-1}(343/685) = 30^\circ$ .

73. O tempo que um clique leva para se propagar do saco distal até o saco frontal e se propagar de volta até o saco distal é  $t = 2L/v$ , que, de acordo com o gráfico da Fig. 17-43, é da ordem de 3 ms. Assim, para  $v = 1372 \text{ m/s}$ ,  $L = vt/2 = 2,1 \text{ m}$ .

74. Como, de acordo com a Eq. 17-3,  $v = \sqrt{B/\rho}$ , temos:

$$B = v^2 \rho = (5,4 \times 10^3 \text{ m/s})^2 (2,7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) = 7,9 \times 10^{10} \text{ Pa.}$$

75. O fato de que a corneta pode ser considerada uma “fonte pontual isotrópica” significa que podemos considerar que a área da superfície de uma esfera,  $A = 4\pi r^2$ , pode ser usada na definição de intensidade  $I = P/A$ , o que, por sua vez, nos dá

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{P/4\pi r_2^2}{P/4\pi r_1^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2.$$

(a) Para  $I_1 = 9,60 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2$ ,  $r_1 = 6,10 \text{ m}$  e  $r_2 = 30,0 \text{ m}$ , temos:

$$I_2 = (9,60 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2)(6,10/30,0)^2 = 3,97 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2 = 39,7 \mu\text{W/m}^2.$$

(b) De acordo com a Eq. 17-27, temos:

$$s_m = \sqrt{\frac{2I_1}{\rho v \omega^2}} = 1,71 \times 10^{-7} \text{ m} = 171 \text{ nm}.$$

(c) De acordo com a Eq. 17-14, temos:

$$\Delta p_m = v \rho \omega s_m = 0,893 \text{ Pa}.$$

76. Podemos usar a relação  $\Delta\beta_{12} = \beta_1 - \beta_2 = (10 \text{ dB}) \log(I_1/I_2)$ .

(a) Como  $\Delta\beta_{12} = (10 \text{ dB}) \log(I_1/I_2) = 37 \text{ dB}$ , temos:

$$I_1/I_2 = 10^{37 \text{ dB}/10 \text{ dB}} = 10^{3,7} = 5,0 \times 10^3.$$

(b) Como, de acordo com as Eqs. 17-14 e 17-27,  $\Delta p_m \propto s_m \propto \sqrt{I}$ , temos:

$$\Delta p_{m1}/\Delta p_{m2} = \sqrt{I_1/I_2} = \sqrt{5,0 \times 10^3} = 71.$$

(c) A razão das amplitudes dos deslocamentos é  $s_{m1}/s_{m2} = \sqrt{I_1/I_2} = 71$ .

77. As mudanças de fase associadas às reflexões são irrelevantes, já que existe um número par de reflexões. A distância adicional percorrida pela onda  $A$  é a soma das distâncias percorridas nos trechos verticais do percurso:  $2L$ . O menor valor de  $L$  para o qual  $A$  e  $B$  estão em oposição de fase após as reflexões é, portanto,  $2L = \lambda/2$ , que corresponde a uma diferença de fase de meio ciclo ou  $180^\circ$ . Assim,  $L = \lambda/4 = 0,25\lambda$  e a resposta é  $0,25$ .

78. Como os trompetistas estão se aproximando, o som produzido (de frequência  $f$ ) pelo trompetista que está no vagão é ouvido pelo trompetista que está ao lado dos trilhos com uma frequência maior  $f'$ . De acordo com o enunciado do problema,  $f' - f = 4,0 \text{ Hz}$  e, portanto,  $f'/f = 1,0091$ . Chamando de  $v_v$  a velocidade do vagão e considerando a velocidade  $v$  do som igual a  $343 \text{ m/s}$ , a Eq. 17-47 nos dá

$$\frac{f'}{f} = \frac{v + 0}{v - v_v} \Rightarrow v_v = (343 \text{ m/s}) \frac{1,0091 - 1}{1,0091} = 3,1 \text{ m/s}.$$

79. (a) Introduzindo um termo ( $\lambda/2$ ) para levar em conta a mudança de fase causada pela reflexão, a diferença de percurso para que as ondas cheguem ao ponto  $D$  em oposição de fase deve ser tal que

$$\sqrt{L^2 + (2d)^2} - L + \lambda/2 = n\lambda/2,$$

em que  $n = 1, 3, 5, \dots$  Fazendo  $n = 1$  na equação anterior, obtemos  $d = 0$  (a solução trivial, explicitamente excluída no enunciado). Fazendo  $n = 3$ , obtemos a solução pedida,

$$d = \frac{\sqrt{\lambda^2 + 2\lambda L}}{2} = 2,10 \text{ m}.$$

(b) A diferença de percurso para que as ondas cheguem em fase ao ponto  $D$  deve ser tal que

$$\sqrt{L^2 + (2d)^2} - L + \lambda/2 = n\lambda/2,$$

na qual  $n = 1, 2, 3, \dots$  Como foi visto no item (a), fazendo  $n = 1$ , obtemos a solução trivial  $d = 0$ . Fazendo  $n = 2$ , obtemos a solução pedida,

$$d = \frac{\sqrt{\lambda^2/4 + \lambda L}}{2} = 1,47 \text{ m.}$$

80. Como a fonte está estacionária, a Eq. 17-47 nos dá

$$f' = f \left( 1 \pm \frac{v_d}{v} \right),$$

na qual  $v_d$  é a velocidade do detector e o sinal é positivo quando o detector está se aproximando da fonte e negativo quando o detector está se afastando da fonte. A diferença entre as frequências detectadas durante a aproximação e durante o afastamento é

$$f'_{ap} - f'_{af} = f \left[ \left( 1 + \frac{v_d}{v} \right) - \left( 1 - \frac{v_d}{v} \right) \right] = f \left( 2 \frac{v_d}{v} \right).$$

Fazendo  $(f'_{ap} - f'_{af})/f = 0,5$ , obtemos  $v_d/v = 0,250$ .

81. (a) De acordo com as Eqs. 17-14 e 17-27, a intensidade das ondas é dada por  $I = (\Delta p_m)^2/2\rho v$ , em que  $\Delta p_m$  é a amplitude da pressão,  $\rho$  é a massa específica do meio e  $v$  é a velocidade das ondas. No caso de ondas de mesma frequência, a razão entre a intensidade das ondas na água e no ar é

$$\frac{I_1}{I_2} = \left( \frac{\Delta p_{m1}}{\Delta p_{m2}} \right)^2 \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1},$$

na qual o índice 1 indica a água e o índice 2 indica o ar. Como  $I_1 = I_2$ , temos:

$$\frac{\Delta p_{m1}}{\Delta p_{m2}} = \sqrt{\frac{\rho_1 v_1}{\rho_2 v_2}} = \sqrt{\frac{(0,998 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(1482 \text{ m/s})}{(1,21 \text{ kg/m}^3)(343 \text{ m/s})}} = 59,7,$$

na qual foram usadas as massas específicas da Tabela 14-1 e as velocidades do som da Tabela 17-1.

(b) Nesse caso,  $\Delta p_{m1} = \Delta p_{m2}$  e, portanto,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1} = \frac{(1,21 \text{ kg/m}^3)(343 \text{ m/s})}{(0,998 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(1482 \text{ m/s})} = 2,81 \times 10^{-4}.$$

82. Se a onda é escrita na forma  $s(x, t) = s_m \cos(kx \pm \omega t)$ ,

(a) A amplitude  $s_m$  é igual ao deslocamento máximo:  $s_m = 0,30 \text{ cm}$ .

(b) Como  $\lambda = 24 \text{ cm}$ , o número de onda é  $k = 2\pi/\lambda = 0,26 \text{ cm}^{-1}$ .

(c) A frequência angular é  $\omega = 2\pi f = 2\pi(25 \text{ Hz}) = 1,6 \times 10^2 \text{ cm}^{-1}$ .

(d) A velocidade da onda é  $v = \lambda f = (24 \text{ cm})(25 \text{ Hz}) = 6,0 \times 10^2 \text{ cm/s} = 6,0 \text{ m/s}$ .

(e) Como a onda está se propagando no sentido negativo do eixo  $x$ , o sinal que precede  $\omega$  é o sinal positivo.

83. (a) Como houve um aumento da frequência, o sangue está se movendo para a direita (na direção do detector).

(b) A recepção do ultrassom pelo sangue e a reemissão do sinal pelo sangue é um processo em duas etapas que pode ser descrito, de forma compacta, através da equação

$$f + \Delta f = f \left( \frac{v + v_x}{v - v_x} \right)$$

na qual  $v_x = v_{\text{sangue}} \cos \theta$ . Chamando de  $R = (f + \Delta f)/f$  o aumento relativo da frequência, a velocidade do sangue é dada por

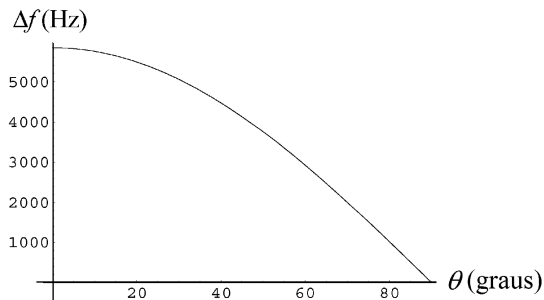
$$v_{\text{sangue}} = \frac{(R-1)v}{(R+1)\cos\theta} = \frac{[5495/(5 \times 10^6)] \times 1540 \text{ m/s}}{[2 + 5495/(5 \times 10^6)] \times \cos 20^\circ} \approx \frac{[5495/(5 \times 10^6)] \times 1540 \text{ m/s}}{2 \times 0,940} \\ = 0,90 \text{ m/s}$$

(c) Se o ângulo  $\theta$  fosse maior, o valor de  $v_x$ , a componente  $x$  da velocidade, seria menor e, portanto, o aumento relativo da frequência seria menor, o que significa que a frequência refletida seria menor.

Nota: Explicitando o aumento de frequência  $\Delta f$  na equação de  $v_{\text{sangue}}$ , chegamos à seguinte relação:

$$\Delta f = \left( \frac{2v_{\text{sangue}} \cos \theta}{v - v_{\text{sangue}} \cos \theta} \right) f.$$

A figura a seguir mostra o gráfico do aumento de frequência  $\Delta f$  em função de  $\theta$ . Como se pode ver, o aumento de frequência realmente diminui quando  $\theta$  aumenta.



84. (a) O tempo que o som leva para se propagar no ar é  $t_a = L/v$ , enquanto o tempo que leva para se propagar no metal é  $t_m = L/v_m$ . Assim,

$$\Delta t = t_a - t_m = \frac{L}{v} - \frac{L}{v_m} = \frac{L(v_m - v)}{v_m v}.$$

(b) Usando os valores da Tabela 17-1 para o ar e para o aço, temos:

$$L = \frac{\Delta t}{1/v - 1/v_m} = \frac{1,00 \text{ s}}{1/(343 \text{ m/s}) - 1/(5941 \text{ m/s})} = 364 \text{ m}.$$

85. (a) O período é o recíproco da frequência:  $T = 1/f = 1/(90 \text{ Hz}) = 1,1 \times 10^{-2} \text{ s} = 11 \text{ ms}$ .

(b) Para  $v = 343 \text{ m/s}$ ,  $\lambda = v/f = 3,8 \text{ m}$ .

86. Seja  $r$  a razão entre a velocidade da fonte e a velocidade do som. Nesse caso, a Eq. 17-55 (mais o fato de que a frequência é inversamente proporcional ao comprimento de onda) nos dá

$$2 \left( \frac{1}{1+r} \right) = \frac{1}{1-r}.$$

Resolvendo a equação acima, obtemos  $r = 1/3$ . Assim,  $v_f/v = 0,33$ .

87. A sirene está entre você e o rochedo, afastando-se de você e aproximando-se do rochedo. Como os dois “detectores” (você e o rochedo) estão parados em relação ao ar,  $v_D = 0$  na Eq. 17-47. A fonte é a sirene, com  $v_F = 10$  m/s. De acordo com o enunciado, a velocidade do som no local é  $v = 330$  m/s. Assim, a frequência que você ouve é

$$f_{\text{direta}} = f \left( \frac{v+0}{v+v_F} \right) = (1000 \text{ Hz}) \frac{330 \text{ m/s}}{330 \text{ m/s} + 10 \text{ m/s}} = 970,6 \text{ Hz} \approx 9,7 \times 10^2 \text{ Hz}.$$

(b) A frequência do som que seria ouvido por um observador situado no rochedo (e, consequentemente, a frequência do som que é refletido pelo rochedo que chega aos seus ouvidos) é

$$f_{\text{indireta}} = f \left( \frac{v+0}{v-v_F} \right) = (1000 \text{ Hz}) \frac{330 \text{ m/s}}{330 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}} = 1031,3 \text{ Hz} \approx 1,0 \times 10^3 \text{ Hz} = 1,0 \text{ kHz}.$$

(c) A frequência de batimento é  $f_{\text{indireta}} - f_{\text{direta}} = 60$  batimentos/s (que, devido às características do ouvido humano, é alta demais para ser percebida).

88. Para  $\phi = 0$ , é evidente que a amplitude da pressão da onda resultante é  $2\Delta p_m$ . Para outros valores de  $\phi$ , é interessante usar a seguinte identidade trigonométrica:

$$\Delta p_1 + \Delta p_2 = \Delta p_m \left[ \sin(\omega t) + \sin(\omega t - \phi) \right] = \left( 2\Delta p_m \cos \frac{\phi}{2} \right) \sin \left( \omega t - \frac{\phi}{2} \right).$$

A amplitude da pressão é dada pelo fator que precede a função seno. Assim,  $\Delta p_r / \Delta p_m = 2 \cos(\phi/2)$ .

(a) Para  $\phi = 0$ ,  $\Delta p_r / \Delta p_m = 2 \cos(0) = 2,00$ .

(b) Para  $\phi = \pi/2$ ,  $\Delta p_r / \Delta p_m = 2 \cos(\pi/4) = \sqrt{2} = 1,41$ .

(c) Para  $\phi = \pi/3$ ,  $\Delta p_r / \Delta p_m = 2 \cos(\pi/6) = \sqrt{3} = 1,73$ .

(d) Para  $\phi = \pi/4$ ,  $\Delta p_r / \Delta p_m = 2 \cos(\pi/8) = 1,85$ .

89. (a) Adaptando a Eq. 16-52 à notação usada neste capítulo, temos:

$$s'_m = 2s_m \cos(\phi/2) = 2(12 \text{ nm}) \cos(\pi/6) = 20,78 \text{ nm} \approx 21 \text{ nm}.$$

(b) Como o comprimento de onda não é afetado pela superposição,  $\lambda = 35$  cm.

(c) De acordo com a Eq. 16-60, a amplitude da onda resultante (que, nesse caso, é uma onda estacionária) é  $2s_m = 2(12 \text{ nm}) = 24 \text{ nm}$ .

(d) Como o comprimento de onda não é afetado pela superposição,  $\lambda = 35$  cm.

90. (a) Como, em termos de comprimentos de onda, a distância entre os pontos  $A$  e  $B$  é  $\lambda/4$ ,  $\lambda = 4(0,15 \text{ m}) = 0,60 \text{ m}$ . Assim, a frequência é

$$f = v/\lambda = (343 \text{ m/s})/(0,60 \text{ m}) = 572 \text{ Hz}.$$

(b) Como, em termos de comprimentos de onda, a distância entre os pontos  $C$  e  $D$  é meio comprimento de onda,  $\lambda = 2(0,15 \text{ m}) = 0,30 \text{ m}$ . Assim, a frequência é

$$f = v/\lambda = (343 \text{ m/s})/(0,30 \text{ m}) = 1144 \text{ Hz} \approx 1,14 \text{ kHz}.$$

91. Vamos chamar as frequências dos sons provenientes dos sons dos diapasones da esquerda e da direita de  $f_e$  e  $f_d$ , respectivamente.

(a) Se os dois diapasões estão se movendo para a esquerda com velocidade  $u$ ,  $f_e = fv/(v + u)$ ,  $f_d = fv/(v - u)$  e

$$f_{\text{bat}} = f_d - f_e = fv \left( \frac{1}{v - u} - \frac{1}{v + u} \right) = \frac{2fuv}{v^2 - u^2} = \frac{2(440 \text{ Hz})(3,00 \text{ m/s})(343 \text{ m/s})}{(343 \text{ m/s})^2 - (3,00 \text{ m/s})^2} = 7,70 \text{ Hz}.$$

(b) Se a pessoa está se movendo para a esquerda com velocidade  $u$ ,  $f_e = f(v + u)$ ,  $f_d = f(v - u)$  e

$$f_{\text{bat}} = f_e - f_d = 2f \left( \frac{u}{v} \right) = 2(440 \text{ Hz}) \left( \frac{3,00 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s}} \right) = 7,70 \text{ Hz}.$$

92. Como a velocidade da luz é muito maior que a velocidade do som, temos:

$$t = t_{\text{som}} - t_{\text{luz}} \approx t_{\text{som}} = \frac{d}{v_{\text{som}}} = \frac{d}{343 \text{ m/s}} = \frac{d}{0,343 \text{ km/s}}.$$

Assim, chamando de  $n$  o número de segundos, temos:  $n = 1/0,343 = 2,92 \approx 3$ .

93. (a) Quando o braço da direita é deslocado de uma distância  $d$ , o percurso das ondas sonoras aumenta de  $2d$ . Como a intensidade sonora passa de mínima para máxima sem passar por nenhum outro mínimo, o deslocamento corresponde a meio comprimento de onda. Assim,  $2d = \lambda/2$ , na qual  $\lambda$  é o comprimento de onda, o que nos dá  $\lambda = 4d$ . Se  $v$  é a velocidade do som, a frequência é

$$f = v/\lambda = v/4d = (343 \text{ m/s})/4(0,0165 \text{ m}) = 5,2 \times 10^3 \text{ Hz}.$$

(b) De acordo com a Eq. 17-27, a amplitude do deslocamento é proporcional à raiz quadrada da intensidade. Vamos fazer  $\sqrt{I} = Cs_m$ , na qual  $I$  é a intensidade,  $s_m$  é o deslocamento e  $C$  é uma constante de proporcionalidade. Quando a intensidade da onda no ponto  $D$  é mínima, a interferência é destrutiva e a amplitude do deslocamento é a diferença das amplitudes das duas ondas:  $s_m = s_{FAD} - s_{FBD}$ , na qual os índices indicam as trajetórias das ondas. Quando a intensidade da onda no ponto  $D$  é máxima, a interferência é construtiva e a amplitude do deslocamento é a soma das amplitudes das duas ondas:  $s_m = s_{FAD} + s_{FBD}$ . Assim, temos o seguinte sistema de equações:

$$\sqrt{100} = 10 = C(s_{FAD} - s_{FBD})$$

$$\sqrt{900} = 30 = C(s_{FAD} + s_{FBD})$$

Somando as duas equações, obtemos

$$s_{FAD} = (30 + 10)/2C = 20/C.$$

Subtraindo as duas equações, obtemos

$$s_{FBD} = (30 - 10)/2C = 10/C.$$

Assim, a razão das amplitudes é  $s_{FAD}/s_{FBD} = 2$ .

(c) A dissipação de energia causada pelo atrito do ar com a parede do tubo reduz a amplitude do deslocamento. Essa dissipação é maior no tubo  $FBD$ , que é mais comprido que o tubo  $FAB$ .

94. (a) Supondo que a massa do bloco de granito era  $m = 7,3 \times 10^7 \text{ kg}$ , a energia potencial gravitacional inicial do bloco era

$$U = mgh = (7,3 \times 10^7)(9,8)(550) = 3,9 \times 10^{11} \text{ J} = 3,9 \times 10^2 \text{ GJ}.$$

Supondo que toda essa energia foi convertida em energia cinética durante a queda,  $K = 3,9 \times 10^2 \text{ GJ}$  imediatamente antes do impacto com o solo.

Supondo que a massa do bloco era  $m = 1,7 \times 10^8 \text{ kg}$ , a energia potencial inicial era

$$U = mgh = (1,7 \times 10^8)(9,8)(550) = 9,2 \times 10^{11} \text{ J} = 9,2 \times 10^{11} \text{ J}.$$

Supondo que toda essa energia foi convertida em energia cinética durante a queda,  $K = 9,2 \times 10^{11}$  J. Assim, a estimativa da energia cinética imediatamente antes do impacto com o solo é  $3,9 \times 10^{11}$  J  $< K < 9,2 \times 10^{11}$  J.

(b) Se o processo de transformação de energia cinética em outras formas de energia, durante o impacto com o solo, durou  $\Delta t = 0,50$  s, a potência média  $P$  dissipada é igual à energia dividida por  $\Delta t$ . Se 20% da energia deu origem a uma onda sísmica, a intensidade da onda volumétrica pode ser estimada em

$$I = \frac{P}{A_{\text{hemisfério}}} = \frac{0,20K/\Delta t}{\frac{1}{2}(4\pi r^2)} = 0,63 \text{ W/m}^2$$

para  $r = 200 \times 10^3$  m e o menor valor de  $K$  obtido no item (a). Para o maior valor de  $K$ , obtemos  $I = 1,5 \text{ W/m}^2$ . Assim, a estimativa da intensidade da onda volumétrica é  $0,63 \text{ W/m}^2 < I < 1,5 \text{ W/m}^2$ .

(c) Como a área lateral de um cilindro de “altura”  $d$  é  $2\pi rd$ , a intensidade da onda superficial é

$$I = \frac{P}{A_{\text{cilindro}}} = \frac{0,20K/\Delta t}{(2\pi rd)} = 25 \times 10^3 \text{ W/m}^2$$

para  $d = 5,0$  m,  $r = 200 \times 10^3$  m e o menor valor de  $K$  obtido no item (a). Para o maior valor de  $K$ , obtemos  $I = 58 \text{ kW/m}^2$ . Assim, a estimativa da intensidade da onda volumétrica é  $25 \times 10^3 \text{ W/m}^2 < I < 58 \times 10^3 \text{ W/m}^2$ .

(d) Embora a facilidade com que uma onda sísmica pode ser detectada dependa de vários fatores, a intensidade das ondas superficiais neste caso é tão maior que a intensidade das ondas volumétricas, que podemos concluir que elas puderam ser detectadas com maior facilidade.

95. (a) Fazendo  $r = 10$  m na Eq. 17-28, obtemos

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow P = 10 \text{ W.}$$

(b) Usando esse valor de  $P$  na Eq. 17-28 e o novo valor de  $r$ , obtemos

$$I = \frac{P}{4\pi(5,0)^2} = 0,032 \text{ W/m}^2.$$

Também poderíamos calcular a nova intensidade usando a relação  $I'/I = (r/r')^2$ .

(c) Usando a Eq. 17-29 com  $I = 0,0080 \text{ W/m}^2$ , obtemos:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 99 \text{ dB}$$

em que  $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$ .

96. Como as ondas 1 e 3 têm a mesma amplitude, a mesma frequência e possuem uma diferença de fase de  $\pi$  radianos, sofrem interferência destrutiva e se cancelam mutuamente. O mesmo acontece com as ondas 2 e 4. Assim, a amplitude da onda resultante é zero.

97. Como as ondas têm fases opostas, a onda resultante tem amplitude zero no ponto médio entre as duas fontes. Esta situação está representada na Fig. 17-13. A distância  $\Delta x$  entre os nós é  $\lambda/2$ , para a qual  $\lambda = v/f$ . Para  $f = 300$  Hz e  $v = 343$  m/s,  $\Delta x = v/2f = 0,572$  m. Assim, tomando como origem o ponto médio entre as duas fontes, a posição dos nós é dada por

$$x = n\Delta x = n(0,572 \text{ m}), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$



- (a) A menor distância entre o ponto médio e um nó é  $\Delta x = 0$ .
- (b) A segunda menor distância entre o ponto médio e um nó é  $\Delta x = 0,572$  m.
- (c) A terceira menor distância entre o ponto médio e um nó é  $2\Delta x = 1,14$  m.

98. (a) Para  $f = 686$  Hz e  $v = 343$  m/s, a “distância entre frentes de onda vizinhas” é  $\lambda = v/f = 0,50$  m.

(b) Esta é uma das consequências do efeito Doppler. A variação relativa do comprimento de onda em relação ao comprimento de onda “verdadeiro”, calculado no item (a), é igual à razão entre a velocidade  $v_F$  da fonte (com o sinal apropriado) e a velocidade  $v$  do som:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \pm \frac{v_F}{v}.$$

À frente da fonte, a variação é  $-(0,50 \text{ m})(110 \text{ m/s})/(343 \text{ m/s}) = -0,16$  m e a distância entre as frentes de onda é  $0,50 \text{ m} - 0,16 \text{ m} = 0,34$  m.

(c) Atrás da fonte, a variação é  $+(0,50 \text{ m})(110 \text{ m/s})/(343 \text{ m/s}) = +0,16$  m e a distância entre as frentes de onda é  $0,50 \text{ m} + 0,16 \text{ m} = 0,66$  m.

99. Como, no caso de uma fonte isotrópica,  $I \propto r^{-2}$ , temos:

$$\frac{I_{r=d}}{I_{r=D-d}} = \frac{(D-d)^2}{D^2} = \frac{1}{2}.$$

Assim,

$$D = \frac{d\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = 171 \text{ m}.$$

100. O cano  $A$  (no qual só podem existir harmônicos ímpares; veja a Eq. 17-41) tem comprimento  $L_A$ . O cano  $B$  (no qual podem existir harmônicos pares e ímpares; veja a Eq. 17-39) tem comprimento  $L_B = 4L_A$ . Assim,  $n_B/2 = n_A$ , o que nos dá  $n_B = 2n_A$ , na qual  $n_B = 1, 2, 3, \dots$  e  $n_A = 1, 3, 5, \dots$

(a) O menor valor de  $n_B$  para o qual uma frequência harmônica de  $B$  coincide com uma das frequências harmônicas de  $A$  é  $n_B = 2(1) = 2$ .

(b) O segundo menor valor de  $n_B$  para o qual uma frequência harmônica de  $B$  coincide com uma das frequências harmônicas de  $A$  é  $n_B = 2(3) = 6$ .

(c) O terceiro menor valor de  $n_B$  para o qual uma frequência harmônica de  $B$  coincide com uma das frequências harmônicas de  $A$  é  $n_B = 2(5) = 10$ .

101. (a) Como se trata de um tubo fechado em uma das extremidades, a frequência do terceiro harmônico corresponde a  $n = 5$ . De acordo com a Eq. 17-41, temos:

$$f = \frac{nv}{4L} \quad \Rightarrow \quad 750 \text{ Hz} = \frac{5v}{4(0,60 \text{ m})},$$

o que nos dá  $v = 3,6 \times 10^2$  m/s.

(b) Como a frequência do terceiro harmônico, 750 Hz, corresponde a  $n = 5$ , a frequência fundamental é  $f_1 = 750/5 = 150$  Hz.

102. (a) Seja  $P$  a potência da fonte. Como a potência de uma fonte isotrópica pode ser definida como o fluxo da energia através da superfície de qualquer esfera com centro na fonte, ela é igual ao produto da intensidade  $I$  na superfície da esfera pela área da superfície. No caso de uma esfera de raio  $r$ ,  $P = 4\pi r^2 I$  e  $I = P/4\pi r^2$ . A intensidade é proporcional ao quadrado de  $s_m$ , a amplitude do deslocamento. Fazendo  $I = Cs_m^2$ , na qual  $C$  é uma constante de proporcionalidade, obtemos a relação  $Cs_m^2 = P/4\pi r^2$ . Explicitando  $s_m$ , temos:

$$s_m = \sqrt{\frac{P}{4\pi r^2 C}} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{P}{4\pi C}}.$$

A equação acima mostra que a amplitude do deslocamento é inversamente proporcional à distância da fonte. Supondo que a fonte é senoidal, a onda produzida pela fonte pode ser descrita por uma equação da forma  $s = s_m \sin(kr - \omega t)$ , na qual  $s_m$  é a amplitude do deslocamento,  $r$  é a distância da fonte,  $k$  é o número de onda e  $\omega$  é a frequência angular. Substituindo  $s_m$  pelo valor já calculado, temos:

$$s = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{P}{4\pi C}} \sin(kr - \omega t).$$

Fazendo  $\sqrt{P/4\pi C} = b$  e  $\omega = kv$ , obtemos:

$$s = \frac{b}{r} \sin k(r - vt).$$

(b) Como  $s$  e  $r$  têm dimensão de comprimento e a função trigonométrica é adimensional,  $b$  tem dimensão de comprimento ao quadrado.

103. De acordo com a Eq. 17-47, temos (usando corretamente as convenções de sinal):

$$f' = (440 \text{ Hz}) \left( \frac{340 \text{ m/s} - 80,0 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} - 54,0 \text{ m/s}} \right) = 400 \text{ Hz}.$$

104. O fato de que a fonte é isotrópica significa que a intensidade a uma distância  $r$  da fonte é dada por  $I = P/4\pi r^2$ . Como, de acordo com a Eq. 17-27, a intensidade é proporcional ao quadrado da amplitude, temos:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left( \frac{s_{m2}}{s_{m1}} \right)^2 = \frac{P/4\pi r_2^2}{P/4\pi r_1^2} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2,$$

o que nos dá  $s_{m2}/s_{m1} = r_1/r_2$ .

(a)  $I = P/4\pi r^2 = (10 \text{ W})/4\pi(3,0 \text{ m})^2 = 0,088 \text{ W/m}^2 = 88 \text{ mW/m}^2$ .

(b) Como  $s_{m2}/s_{m1} = r_1/r_2$ , temos:

$$\frac{s_m(4,0 \text{ m})}{s_m(3,0 \text{ m})} = \frac{3,0 \text{ m}}{4,0 \text{ m}} = 0,75$$

105. (a) Considere a onda resultante, a uma grande distância da origem, em um ponto situado no semieixo  $x$ . A diferença de percurso, em termos de comprimentos de onda, é  $n = 3,2$ , o que significa um caso intermediário no qual nem as ondas chegam com a mesma fase (o que aconteceria se  $n$  fosse um número inteiro) nem as ondas chegam com fases opostas (o que aconteceria se  $n$  fosse um múltiplo ímpar de 0,5). Para distinguir os valores obtidos para o semiplano  $x$  positivo dos resultados obtidos para o semiplano  $x$  negativo, vamos usar a convenção de que  $n = +3,2$  indica o semiplano positivo e  $n = -3,2$  indica o semiplano negativo. Nesse caso, as direções do semiplano superior para as quais as ondas chegam com a mesma fase são aquelas para as quais  $n = -3, -2, -1, 0, +1, +2$  e  $+3$ . Levando em conta as direções do semiplano

inferior para as quais  $n = -3, -2, -1, 0, +1, +2$  e  $+3$ , concluímos que existem  $7 + 7 = 14$  direções para as quais as ondas chegam ao detector com a mesma fase.

(b) As direções do semiplano superior para as quais as ondas chegam com fases opostas são aquelas para as quais  $n = -2,5, -1,5, -0,5, +0,5, +1,5$  e  $+2,5$ . Levando em conta as direções do semiplano inferior para as quais  $n = -2,5, -1,5, -0,5, +0,5, +1,5$  e  $+2,5$ , concluímos que existem  $6 + 6 = 12$  direções para as quais as ondas chegam ao detector com fases opostas.

## Capítulo 18

1. De acordo com a Eq. 18-6, o valor limite da razão entre as pressões é igual à razão entre as duas temperaturas em kelvins:  $(373,15 \text{ K})/(273,16 \text{ K}) = 1,366$ .

2. Sabemos que  $p_3 = 80 \text{ kPa}$  nos dois termômetros. De acordo com a Fig. 18-6, a temperatura do termômetro de nitrogênio é  $373,35 \text{ K}$  no ponto de ebulição da água. Para calcular a pressão, usamos a Eq. 18-5:

$$p_N = \frac{T}{273,16 \text{ K}} p_3 = \left( \frac{373,35 \text{ K}}{273,16 \text{ K}} \right) (80 \text{ kPa}) = 109,343 \text{ kPa}.$$

Como a temperatura do termômetro de hidrogênio é  $373,16 \text{ K}$  no ponto de ebulição da água,

$$p_H = \left( \frac{373,16 \text{ K}}{273,16 \text{ K}} \right) (80 \text{ kPa}) = 109,287 \text{ kPa}.$$

(a) A diferença é  $p_N - p_H = 0,056 \text{ kPa} \approx 0,06 \text{ kPa}$ .

(b) De acordo com os resultados do item a, a pressão do termômetro de nitrogênio é maior que a pressão do termômetro de hidrogênio.

3. Sejam  $T_E$  a temperatura e  $p_E$  a pressão do termômetro da esquerda. Sejam  $T_D$  a temperatura e  $p_D$  a pressão do termômetro da direita. De acordo com o enunciado, a pressão nos dois termômetros é a mesma quando estão no ponto triplo da água. Vamos chamar esta pressão de  $p_3$ . De acordo com a Eq. 18-5,

$$T_E = (273,16 \text{ K}) \left( \frac{p_E}{p_3} \right) \quad \text{e} \quad T_D = (273,16 \text{ K}) \left( \frac{p_D}{p_3} \right).$$

Subtraindo a segunda equação da primeira, obtemos

$$T_E - T_D = (273,16 \text{ K}) \left( \frac{p_E - p_D}{p_3} \right).$$

De acordo com o enunciado,  $T_E = 373,125 \text{ K}$  (o ponto de ebulição da água) e  $T_D = 273,16 \text{ K}$  (o ponto triplo da água),  $p_E - p_D = 120 \text{ torr}$ . Assim,

$$373,125 \text{ K} - 273,16 \text{ K} = (273,16 \text{ K}) \left( \frac{120 \text{ torr}}{p_3} \right)$$

Explicitando  $p_3$  na equação apresentada, obtemos  $p_3 = 328 \text{ torr}$ . Em seguida, fazemos  $T_E = 273,16 \text{ K}$  (o ponto triplo da água) e consideramos  $T_D$  a incógnita a ser calculada. Como a diferença de pressão é  $p_E - p_D = 90,0 \text{ torr}$ , temos:

$$273,16 \text{ K} - T_D = (273,16 \text{ K}) \left( \frac{90,0 \text{ torr}}{328 \text{ torr}} \right).$$

Explicitando  $T_D$  na equação apresentada, obtemos  $T_D = 348 \text{ K}$ .

4. (a) Vamos chamar a temperatura na escala Celsius de  $x$  e a temperatura na escala Fahrenheit de  $y$ . Nesse caso,  $y = 9x/5 + 32$ . Para  $x = -71$  °C,  $y = -96$  °F.

(b) Explicitando  $x$  na relação do item a, obtemos  $x = 5(y - 32)/9$ . Assim, para  $y = 134$  °F,  $x \approx 56,7$  °C.

5. (a) Vamos chamar a temperatura na escala Celsius de  $x$  e a temperatura na escala Fahrenheit de  $y$ . Nesse caso,  $y = 9x/5 + 32$ . Se  $y = 2x$ , temos:

$$2x = \frac{9}{5}x + 32 \Rightarrow x = (5)(32) = 160 \text{ °C},$$

o que nos dá  $y = 2x = 320$  °F.

(b) Neste caso,  $y = x/2$  e, portanto,

$$\frac{1}{2}x = \frac{9}{5}x + 32 \Rightarrow x = -\frac{(10)(32)}{13} \approx -24,6 \text{ °C},$$

o que nos dá  $y = x/2 = -12,3$  °F.

6. Como as escalas X e Y são lineares, existe uma relação linear entre as duas escalas, ou seja, uma leitura  $x$  está relacionada a uma leitura  $y$  da mesma temperatura através de uma relação linear da forma  $y = mx + b$ . Podemos determinar o valor das constantes  $m$  e  $b$  resolvendo o sistema de equações:

$$\begin{aligned} -70,00 &= m(-125,0) + b \\ -30,00 &= m(375,0) + b \end{aligned}$$

que nos dá as soluções  $m = 40,00/500,0 = 8,000 \times 10^{-2}$  e  $b = -60,00$ . Para  $y = 50,00$ , temos:

$$x = \frac{y - b}{m} = \frac{50,00 + 60,00}{0,08000} = 1375 \text{ °X}.$$

7. Como a escala X é linear, uma leitura  $x$  está relacionada a uma leitura em kelvins através de uma equação da forma  $y = mx + b$ . Podemos determinar o valor das constantes  $m$  e  $b$  resolvendo o sistema de equações:

$$\begin{aligned} 373,15 &= m(-53,5) + b \\ 273,15 &= m(-170) + b \end{aligned}$$

que nos dá as soluções  $m = 100/(170 - 53,5) = 0,858$  e  $b = 419$ . Para  $y = 340$ , temos:

$$x = \frac{y - b}{m} = \frac{340 - 419}{0,858} = -92,1 \text{ °X}.$$

8. Como, de acordo com a Tabela 18-2, o coeficiente de dilatação linear do latão é  $\alpha_{\text{latão}} = 19 \times 10^{-6}/\text{C}^\circ$ , o aumento da área superficial do cubo de latão é dado por

$$\begin{aligned} \Delta A &= 6(L + \Delta L)^2 - 6L^2 \approx 12L\Delta L = 12\alpha_{\text{latão}}L^2\Delta T = 12(19 \times 10^{-6}/\text{C}^\circ)(30 \text{ cm})^2(75^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}) \\ &= 11 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

9. Como, de acordo com a Tabela 18-2, o coeficiente de dilatação linear do alumínio é  $\alpha_{Al} = 23 \times 10^{-6}/\text{C}^\circ$ , o novo diâmetro é

$$D = D_0(1 + \alpha_{Al}\Delta T) = (2,725 \text{ cm})[1 + (23 \times 10^{-6}/\text{C}^\circ)(100,0^\circ\text{C} - 0,000^\circ\text{C})] = 2,731 \text{ cm}.$$

10. A variação de comprimento do poste de alumínio é

$$\Delta l = \ell_0 \alpha_{Al} \Delta T = (33 \text{ m})(23 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ)(15 \text{ }^\circ\text{C}) = 0,011 \text{ m} = 1,1 \text{ cm}.$$

11. O volume a  $30,00 \text{ }^\circ\text{C}$  é dado por

$$V' = V(1 + \beta \Delta T) = V(1 + 3\alpha \Delta T) = (50,00 \text{ cm}^3)[1 + 3(29,00 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ)(30,00 \text{ }^\circ\text{C} - 60,00 \text{ }^\circ\text{C})] = 49,87 \text{ cm}^3$$

em que usamos a relação  $\beta = 3\alpha$  e o valor de  $\alpha$  para o chumbo da Tabela 18-2.

12. (a) O coeficiente de dilatação linear  $\alpha$  da liga é

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L \Delta T} = \frac{10,015 \text{ cm} - 10,000 \text{ cm}}{(10,01 \text{ cm})(100 \text{ }^\circ\text{C} - 20,000 \text{ }^\circ\text{C})} = 1,88 \times 10^{-5} / \text{C}^\circ.$$

Assim, de  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  para  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ , temos:

$$\Delta L = L \alpha \Delta T = (10,015 \text{ cm})(1,88 \times 10^{-5} / \text{C}^\circ)(0 \text{ }^\circ\text{C} - 100 \text{ }^\circ\text{C}) = -1,88 \times 10^{-2} \text{ cm}.$$

O comprimento a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  é, portanto,  $L' = L + \Delta L = (10,015 \text{ cm} - 0,0188 \text{ cm}) = 9,996 \text{ cm}$ .

(b) Vamos chamar a temperatura de  $T_x$ . De  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  até  $T_x$ , temos:

$$\Delta L = 10,009 \text{ cm} - 10,000 \text{ cm} = \alpha L \Delta T = (1,88 \times 10^{-5} / \text{C}^\circ)(10,000 \text{ cm}) \Delta T,$$

o que nos dá  $\Delta T = 48 \text{ }^\circ\text{C}$ . Assim,  $T_x = (20 \text{ }^\circ\text{C} + 48 \text{ }^\circ\text{C}) = 68 \text{ }^\circ\text{C}$ .

13. Como um volume é o produto de três comprimentos, a variação de volume associada a uma variação de temperatura  $\Delta T$  é dada por  $\Delta V = 3\alpha V \Delta T$ , em que  $V$  é o volume original e  $\alpha$  é o coeficiente de dilatação linear (veja a Eq. 18-11). Como  $V = (4/3)\pi R^3$ , na qual  $R$  é o raio da esfera original, temos:

$$\Delta V = 3\alpha \left( \frac{4\pi}{3} R^3 \right) \Delta T = (23 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ)(4\pi)(10 \text{ cm})^3(100 \text{ }^\circ\text{C}) = 29 \text{ cm}^3.$$

O valor do coeficiente de dilatação linear utilizado para o alumínio é o que aparece na Tabela 18-2. A variação de volume pode ser expressa como  $\Delta V/V = \beta \Delta T$ , para a qual  $\beta = 3\alpha$  é o coeficiente de expansão volumétrica. No caso do alumínio,  $\beta = 3\alpha = 69 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ$ .

14. (a) Como  $A = \pi D^2/4$ ,  $dA = (2\pi D/4)dD$ . Dividindo a segunda relação pela primeira, obtemos  $dA/A = 2 dD/D$ , o que nos dá

$$\frac{\Delta A}{A} = 2 \frac{\Delta D}{D} \quad \text{para} \quad \frac{\Delta D}{D} \ll 1.$$

Podemos pensar no fator de 2 como uma consequência do fato de que a área é uma grandeza bidimensional. Assim, quando o diâmetro aumenta de 0,18%, a área aumenta de  $2(0,18\%) = 0,36\%$ .

(b) Supondo que todas as dimensões podem se expandir livremente, a espessura aumenta de 0,18%.

(c) O volume, como é uma grandeza tridimensional, aumenta de  $3(0,18\%) = 0,54\%$ .

(d) Como a massa não varia, o aumento é de 0,00%.

(e) O coeficiente de dilatação linear é

$$\alpha = \frac{\Delta D}{D \Delta T} = \frac{0,18 \times 10^{-2}}{100 \text{ }^\circ\text{C}} = 1,8 \times 10^{-5} / \text{C}^\circ.$$

15. Após a variação de temperatura, o diâmetro da barra de aço é  $D_a = D_{a0} + \alpha_a D_{a0} \Delta T$  e o diâmetro do anel de latão é  $D_l = D_{l0} + \alpha_l D_{l0} \Delta T$ , em que  $D_{a0}$  e  $D_{l0}$  são os diâmetros originais,  $\alpha_a$  e  $\alpha_l$  são os coeficientes de dilatação linear e  $\Delta T$  é a variação de temperatura. Para que a barra se ajuste perfeitamente ao furo, é preciso que  $D_a = D_l$ , ou seja, que

$$D_{a0} + \alpha_a D_{a0} \Delta T = D_{l0} + \alpha_l D_{l0} \Delta T.$$

Assim,

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{D_{a0} - D_{l0}}{\alpha_l D_{l0} - \alpha_a D_{a0}} = \frac{3,000 \text{ cm} - 2,992 \text{ cm}}{(19,00 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ)(2,992 \text{ cm}) - (11,00 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ)(3,000 \text{ cm})} \\ &= 335^\circ \text{C}. \end{aligned}$$

A temperatura é, portanto,  $T = (25^\circ \text{C} + 335^\circ \text{C}) = 360^\circ \text{C}$ .

16. (a) Podemos usar as relações  $\rho = m/V$  e

$$\Delta \rho = \Delta(m/V) = m \Delta(1/V) = -m \Delta V / V^2 = -\rho (\Delta V / V) = -3\rho (\Delta L / L).$$

A variação percentual da massa específica é

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -3 \frac{\Delta L}{L} = -3(0,23\%) = -0,69\%.$$

(b) Como  $\alpha = \Delta L / (L \Delta T) = (0,23 \times 10^{-2}) / (100^\circ \text{C} - 0,0^\circ \text{C}) = 23 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ$ , o metal é o alumínio (veja a Tabela 18-2).

17. Se  $V_x$  é o volume original da xícara,  $\alpha_a$  é o coeficiente de dilatação térmica do alumínio e  $\Delta T$  é o aumento de temperatura, a variação de volume da xícara é  $\Delta V_x = 3\alpha_a V_x \Delta T$  (veja a Eq. 18-11). Se  $\beta$  é o coeficiente de dilatação volumétrica da glicerina, a variação de volume da glicerina é  $\Delta V_g = \beta V_g \Delta T$ . Note que o volume original da glicerina é igual ao volume original da xícara. O volume de glicerina que derrama é

$$\begin{aligned} \Delta V_g - \Delta V_x &= (\beta - 3\alpha_a) V_x \Delta T = [(5,1 \times 10^{-4} / \text{C}^\circ) - 3(23 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ)] (100 \text{ cm}^3) (6,0^\circ \text{C}) \\ &= 0,26 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

Nota: A glicerina derrama porque  $\beta > 3\alpha$  e, portanto,  $\Delta V_g - \Delta V_x > 0$ . Como os líquidos em geral têm um coeficiente de dilatação térmica maior que os sólidos, o líquido quase sempre derrama quando um recipiente cheio de líquido até a borda é aquecido.

18. A variação de comprimento da parte da régua entre as marcas de 20,05 cm e 20,11 cm é

$$\Delta L_a = L_a \alpha_a \Delta T = (20,11 \text{ cm})(11 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ)(270^\circ \text{C} - 20^\circ \text{C}) = 0,055 \text{ cm}.$$

Assim, a variação real de comprimento da barra é

$$\Delta L = (20,11 \text{ cm} - 20,05 \text{ cm}) + 0,055 \text{ cm} = 0,115 \text{ cm}.$$

O coeficiente de dilatação térmica do material de que é feita a barra é, portanto,

$$\alpha = \frac{\Delta L}{\Delta T} = \frac{0,115 \text{ cm}}{270^\circ \text{C} - 20^\circ \text{C}} = 23 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ.$$

19. O volume inicial  $V_0$  do líquido é  $h_0 A_0$ , em que  $A_0$  é a área inicial da seção reta e  $h_0 = 0,64 \text{ m}$ . O volume final é  $V = hA$ . O valor que queremos calcular é  $h - h_0$ . Como  $A = \pi r^2$ , temos:

$$dA = 2\pi r dr = 2\pi r (r \alpha dT) = 2\alpha (\pi r^2) dT = 2\alpha A dT.$$

Assim, a altura é

$$h = \frac{V}{A} = \frac{V_0 (1 + \beta_{\text{líquido}} \Delta T)}{A_0 (1 + 2\alpha_{\text{vidro}} \Delta T)}.$$

Como  $V_0/A_0 = h_0$ , temos:

$$h - h_0 = h_0 \left( \frac{1 + \beta_{\text{líquido}} \Delta T}{1 + 2\alpha_{\text{vidro}} \Delta T} - 1 \right) = (0,64) \left[ \frac{1 + (4 \times 10^{-5})(10^\circ)}{1 + 2(1 \times 10^{-5})(10^\circ)} \right] = 1,3 \times 10^{-4} \text{ m.}$$

20. Dividindo a Eq. 18-9 pelo incremento de tempo  $\Delta t$  e igualando o resultado à velocidade (constante)  $v = 100 \times 10^{-9} \text{ m/s}$ , obtemos:

$$v = \alpha L_0 \frac{\Delta T}{\Delta t}$$

Para  $L_0 = 0,0200 \text{ m}$  e  $\alpha = 23 \times 10^{-6}/\text{C}^\circ$ , temos:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = 0,217 \text{ C}^\circ/\text{s} = 0,217 \text{ K/s.}$$

21. Considere meia barra. O comprimento original é  $\ell_0 = L_0/2$  e o comprimento após o aumento de temperatura é  $\ell = \ell_0 + \alpha \ell_0 \Delta T$ . A posição original da meia barra, a nova posição e a altura  $x$  do centro da barra formam um triângulo retângulo cuja hipotenusa tem comprimento  $\ell$ ; um dos catetos tem comprimento  $\ell_0$  e o outro cateto tem comprimento  $x$ . De acordo com o teorema de Pitágoras,

$$x^2 = \ell^2 - \ell_0^2 = \ell_0^2(1 + \alpha \Delta T)^2 - \ell_0^2.$$

Como a variação de comprimento é pequena, podemos usar a aproximação  $(1 + \alpha \Delta T)^2 \approx 1 + 2\alpha \Delta T$ , desprezando o termo  $(\alpha \Delta T)^2$ . Nesse caso,

$$x^2 = \ell_0^2 + 2\ell_0^2 \alpha \Delta T - \ell_0^2 = 2\ell_0^2 \alpha \Delta T$$

e

$$x = \ell_0 \sqrt{2\alpha \Delta T} = \frac{3,77 \text{ m}}{2} \sqrt{2(25 \times 10^{-6}/\text{C}^\circ)(32 \text{ }^\circ\text{C})} = 7,5 \times 10^{-2} \text{ m} = 7,5 \text{ cm.}$$

22. (a) A água libera energia em duas etapas: primeiro, reduzindo a temperatura de  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  para  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ; segundo, transformando-se em gelo. A energia total transferida para o ambiente é

$$\begin{aligned} Q &= c_a m \Delta T + L_f m = (4190 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(125 \text{ kg})(20 \text{ }^\circ\text{C}) + (333 \text{ kJ/kg})(125 \text{ kg}) \\ &= 5,2 \times 10^7 \text{ J} = 52 \text{ MJ.} \end{aligned}$$

(b) Antes que a água congele totalmente, a menor temperatura possível é  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ .

23. Se uma massa  $m$  de água, de calor específico  $c$ , é aquecida de uma temperatura inicial  $T_i$  até uma temperatura final  $T_f$ , o calor fornecido é dado por  $Q = cm(T_f - T_i)$ . Esse calor é igual à potência do aquecedor multiplicada pelo tempo que o aquecedor permanece ligado:  $Q = Pt$ . Assim,

$$t = \frac{Q}{P} = \frac{cm(T_f - T_i)}{P} = \frac{(4190 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(0,100 \text{ kg})(100 \text{ }^\circ\text{C} - 23 \text{ }^\circ\text{C})}{200 \text{ J/s}} = 160 \text{ s.}$$

24. Nota: O item (c) deve ser resolvido antes do item (b).

(a) O calor específico é dado por  $c = Q/m(T_f - T_i)$ , na qual  $Q$  é o calor fornecido,  $m$  é a massa da amostra,  $T_i$  é a temperatura inicial e  $T_f$  é a temperatura final. Assim, lembrando que uma variação de temperatura em graus Celsius é numericamente igual a uma variação de temperatura em kelvins, temos:

$$c = \frac{314 \text{ J}}{(30,0 \times 10^{-3} \text{ kg})(45,0 \text{ }^\circ\text{C} - 25,0 \text{ }^\circ\text{C})} = 523 \text{ J/kg} \cdot \text{K.}$$



(b) O calor específico molar é dado por

$$c_m = \frac{Q}{N(T_f - T_i)} = \frac{314 \text{ J}}{(0,600 \text{ mol})(45,0^\circ \text{C} - 25,0^\circ \text{C})} = 26,2 \text{ J/mol} \cdot \text{K}.$$

(c) Se  $N$  é o número de mols da substância e  $M$  é a massa por mol,  $m = NM$  e, portanto,

$$N = \frac{m}{M} = \frac{30,0 \times 10^{-3} \text{ kg}}{50 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}} = 0,600 \text{ mol}.$$

25. Usamos a equação  $Q = cm\Delta T$ . Como é comentado no livro, a “Caloria” dos nutricionistas equivale a 1000 cal. Assim, a massa  $m$  de água que deve ser consumida é

$$m = \frac{Q}{c\Delta T} = \frac{3500 \times 10^3 \text{ cal}}{(1 \text{ g/cal} \cdot \text{C}^\circ)(37,0^\circ \text{C} - 0,0^\circ \text{C})} = 94,6 \times 10^4 \text{ g},$$

o que é equivalente a  $(9,46 \times 10^4 \text{ g})/(1000 \text{ g/L}) = 94,6 \text{ L}$  de água. Trata-se, sem dúvida, de uma quantidade muito grande de água gelada para queimar apenas 500 g de gordura!

26. O trabalho que o homem tem que realizar para chegar ao cume do Monte Everest é dado por

$$W = mgy = (73,0 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)(8840 \text{ m}) = 6,32 \times 10^6 \text{ J}.$$

Assim, a massa de manteiga necessária é

$$m = \frac{(6,32 \times 10^6 \text{ J})(1,00 \text{ cal/4,186 J})}{6000 \text{ cal/g}} \approx 250 \text{ g} = 0,25 \text{ kg}.$$

27. Como o ponto de fusão da prata é 1235 K, primeiro é preciso aumentar a temperatura da peça de  $15,0^\circ \text{C}$  ( $= 288 \text{ K}$ ) para 1235 K, o que exige uma quantidade de calor

$$Q = cm(T_f - T_i) = (236 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(0,130 \text{ kg})(1235^\circ \text{C} - 288^\circ \text{C}) = 2,91 \times 10^4 \text{ J}.$$

Em seguida, é preciso fundir a peça. Se  $L_F$  é o calor de fusão da placa, o calor necessário é dado por

$$Q = mL_F = (0,130 \text{ kg})(105 \times 10^3 \text{ J/kg}) = 1,36 \times 10^4 \text{ J}.$$

O calor total necessário é, portanto,  $2,91 \times 10^4 \text{ J} + 1,36 \times 10^4 \text{ J} = 4,27 \times 10^4 \text{ J}$ .

28. A massa de água que passa para o estado sólido é

$$m = \frac{Q}{L_F} = \frac{50 \text{ kJ}}{333 \text{ kJ/kg}} = 0,151 \text{ kg} = 151 \text{ g}.$$

Assim, a massa de água que permanece no estado líquido é  $260 \text{ g} - 151 \text{ g} = 109 \text{ g}$ .

29. A potência consumida pelo sistema é

$$P = \left(\frac{1}{20\%}\right) \frac{cm\Delta T}{t} = \left(\frac{1}{20\%}\right) \frac{(4,18 \text{ J/g} \cdot \text{C}^\circ)(200 \times 10^3 \text{ cm}^3)(1 \text{ g/cm}^3)(40^\circ \text{C} - 20^\circ \text{C})}{(1,0 \text{ h})(3600 \text{ s/h})}$$

$$= 2,3 \times 10^4 \text{ W}.$$

A área necessária é, portanto,

$$A = \frac{2,3 \times 10^4 \text{ W}}{700 \text{ W/m}^2} = 33 \text{ m}^2.$$

30. De acordo com o gráfico da Fig. 18-32, enquanto a amostra está na fase líquida, a variação de temperatura é (em valor absoluto)  $|\Delta T| = 30\text{ }^\circ\text{C} = 30\text{ K}$ . Assim, para  $m = 0,40\text{ kg}$ , a Eq. 18-14 nos dá

$$|Q| = cm|\Delta T| = (3000\text{ J/kg} \cdot \text{K})(0,40\text{ kg})(30\text{ K}) = 36.000\text{ J}.$$

A taxa de variação (que, de acordo com gráfico, é constante nesse intervalo) é

$$P = |Q|/t = (36.000\text{ J})/(40\text{ min}) = 900\text{ J/min}.$$

(a) Durante os 30 minutos seguintes, acontece uma transformação de fase que pode ser descrita pela Eq. 18-16. Assim, o calor necessário é dado por

$$|Q| = Pt = (900\text{ J/min})(30\text{ min}) = 27.000\text{ J} = Lm.$$

Para  $m = 0,40\text{ kg}$ , obtemos  $L = 67.500\text{ J/kg} \approx 68\text{ kJ/kg}$ .

(b) Durante os 20 minutos seguintes, a amostra se encontra no estado sólido e sofre uma variação de temperatura (em valor absoluto)  $|\Delta T| = 20\text{ }^\circ\text{C}$ . De acordo com a Eq. 18-14, temos:

$$c = \frac{|Q|}{m|\Delta T|} = \frac{Pt}{m|\Delta T|} = \frac{(900)(20)}{(0,40)(20)} = 2250\text{ J/kg} \cdot \text{K} \approx 2,3\text{ kJ/kg} \cdot \text{K}.$$

31. Vamos chamar a massa de vapor de  $m_v$ , a massa de água de  $m_a$  e a massa de gelo de  $m_g$ . Nesse caso,

$$L_f m_g + c_a m_g (T_f - 0,0\text{ }^\circ\text{C}) = m_v L_v + m_v c_a (100\text{ }^\circ\text{C} - T_f),$$

em que  $T_f$  é a temperatura final. Explicitando  $m_v$ , obtemos:

$$\begin{aligned} m_v &= \frac{L_f m_g + c_a m_g (T_f - 0,0\text{ }^\circ\text{C})}{L_v + c_a (100\text{ }^\circ\text{C} - T_f)} = \frac{(79,7\text{ cal/g})(150\text{ g}) + (1\text{ cal/g} \cdot \text{ }^\circ\text{C})(150\text{ g})(50\text{ }^\circ\text{C} - 0,0\text{ }^\circ\text{C})}{539\text{ cal/g} + (1\text{ cal/g} \cdot \text{ }^\circ\text{C})(100\text{ }^\circ\text{C} - 50\text{ }^\circ\text{C})} \\ &= 33\text{ g}. \end{aligned}$$

32. O calor necessário pode ser calculado integrando o calor específico:

$$\begin{aligned} Q &= \int_{T_i}^{T_f} cm\,dT = m \int_{T_i}^{T_f} c\,dT = (2,09) \int_{5,0\text{ }^\circ\text{C}}^{15,0\text{ }^\circ\text{C}} (0,20 + 0,14T + 0,023T^2)\,dT \\ &= (2,0)(0,20T + 0,070T^2 + 0,00767T^3)|_{5,0}^{15,0}\text{ (cal)} \\ &= 82\text{ cal}. \end{aligned}$$

33. De acordo com a Eq. 18-12,  $1\text{ Btu} = 252\text{ cal}$ . Como o calor está relacionado à potência e à variação de temperatura através das equações  $Q = Pt$  e  $Q = cm\Delta T$ , o tempo necessário é dado por

$$t = \frac{cm\Delta T}{P} = \frac{(1000\text{ cal/kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C})(40\text{ gal})(1000\text{ kg}/264\text{ gal})(100\text{ }^\circ\text{F} - 70\text{ }^\circ\text{F})(5\text{ }^\circ\text{C}/9\text{ }^\circ\text{F})}{(2,0 \times 10^5\text{ Btu/h})(252,0\text{ cal/Btu})(1\text{ h}/60\text{ min})} = 3,0\text{ min}.$$

A versão métrica pode ser resolvida de forma semelhante:

$$t = \frac{c\rho V\Delta T}{P} = \frac{(4190\text{ J/kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C})(1000\text{ kg/m}^3)(150\text{ L})(1\text{ m}^3/1000\text{ L})(38\text{ }^\circ\text{C} - 21\text{ }^\circ\text{C})}{(59.000\text{ J/s})(60\text{ s}/1\text{ min})} = 3,0\text{ min}.$$

34. O calor específico da amostra  $B$  é o recíproco da inclinação da reta da Fig. 18-33b (veja a Eq. 18-14). Como o recíproco da inclinação é  $1/4 = 4\text{ kJ/kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $c_B = 4000\text{ J/kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C} = 4000\text{ J/kg} \cdot \text{K}$ , já que uma variação de temperatura em graus Celsius é numericamente igual a uma variação de temperatura em kelvins. Usando o mesmo raciocínio do Exemplo “Equilíbrio térmico entre cobre e água”, temos:

$$c_A m_A (T_f - T_A) + c_B m_B (T_f - T_B) = 0$$

$$c_A (5,0\text{ kg})(40\text{ }^\circ\text{C} - 100\text{ }^\circ\text{C}) + (4000\text{ J/kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C})(1,5\text{ kg})(40\text{ }^\circ\text{C} - 20\text{ }^\circ\text{C}) = 0,$$

o que nos dá  $c_A = 4,0 \times 10^2\text{ J/kg} \cdot \text{K}$ .

35. Vamos usar o índice  $g$  para representar o gelo e o índice  $c$  para representar o café. Chamando de  $T_f$  a temperatura final, o valor absorvido pelo gelo é

$$Q_g = L_F m_g + m_g c_a (T_f - 0 \text{ }^\circ\text{C})$$

e o calor fornecido pelo café é

$$Q_c = m_a c_a (T_c - T_f).$$

Fazendo  $Q_g = Q_c$  e explicitando  $T_f$ , obtemos:

$$T_f = \frac{m_a c_a T_c - L_F m_g}{(m_g + m_c) c_a} = \frac{(130 \text{ g})(4190 \text{ J/kg} \cdot \text{C}^\circ) (80,0 \text{ }^\circ\text{C}) - (333 \times 10^3 \text{ J/g})(12,0 \text{ g})}{(12,0 \text{ g} + 130 \text{ g})(4190 \text{ J/kg} \cdot \text{C}^\circ)} = 66,5 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Note que trabalhamos com a temperatura em graus Celsius, o que não faz diferença em relação aos valores da Tabela 18-3, que são dados em  $\text{J/kg} \cdot \text{K}$ , porque uma variação de temperatura em graus Celsius é numericamente igual a uma variação de temperatura em kelvins.

O resultado apresentado mostra que a variação de temperatura do café é

$$\Delta T = 80,0 \text{ }^\circ\text{C} - 66,5 \text{ }^\circ\text{C} = 13,5 \text{ }^\circ\text{C}.$$

36. (a) De acordo com a Eq. 18-14, o calor transferido para a água é

$$Q_a = c_a m_a \Delta T + L_v m_v = (1 \text{ cal/g} \cdot \text{C}^\circ)(220 \text{ g})(100 \text{ }^\circ\text{C} - 20,0 \text{ }^\circ\text{C}) + (539 \text{ cal/g})(5,00 \text{ g}) \\ = 2,03 \times 10^4 \text{ cal}.$$

(b) O calor transferido para o tacho é

$$Q_t = c_t m_t \Delta T = (0,0923 \text{ cal/g} \cdot \text{C}^\circ)(150 \text{ g})(100 \text{ }^\circ\text{C} - 20,0 \text{ }^\circ\text{C}) = 1,11 \times 10^3 \text{ cal}.$$

(c) Chamando de  $T_i$  a temperatura inicial do cilindro e de  $T_f$  a temperatura final,  $Q_a + Q_t = c_c m_c (T_f - T_i)$ , o que nos dá

$$T_f = \frac{Q_a + Q_t}{c_c m_c} + T_i = \frac{2,03 \times 10^4 \text{ cal} + 1,11 \times 10^3 \text{ cal}}{(0,0923 \text{ cal/g} \cdot \text{C}^\circ)(300 \text{ g})} + 100 \text{ }^\circ\text{C} = 873 \text{ }^\circ\text{C}.$$

37. Vamos trabalhar com a temperatura em graus Celsius, o que não faz diferença em relação aos valores da Tabela 18-3, que são dados em  $\text{J/kg} \cdot \text{K}$ , porque uma variação de temperatura em graus Celsius é numericamente igual a uma variação de temperatura em kelvins. Se a temperatura de equilíbrio é  $T_f$ , a energia absorvida pelo gelo na forma de calor é

$$Q_g = L_F m_g + c_a m_g (T_f - 0 \text{ }^\circ\text{C}),$$

enquanto a energia transferida pela água na forma de calor é

$$Q_a = c_a m_a (T_f - T_i).$$

Como o sistema é isolado,  $Q_a + Q_g = 0$  e

$$T_f = \frac{c_a m_a T_i - L_F m_g}{(m_g + m_c) c_a}.$$

(a) Para  $T_i = 90 \text{ }^\circ\text{C}$ ,

$$T_f = \frac{(4190 \text{ J/kg} \cdot \text{C}^\circ)(0,500 \text{ kg})(90 \text{ }^\circ\text{C}) - (333 \times 10^3 \text{ J/kg})(0,500 \text{ kg})}{(0,500 \text{ kg} + 0,500 \text{ kg})(4190 \text{ J/kg} \cdot \text{C}^\circ)} = 5,3 \text{ }^\circ\text{C}.$$

(b) Como a temperatura final é  $T_f = 5,3 \text{ }^\circ\text{C}$ , a massa final de gelo é 0.

(c) Usando a expressão mostrada com  $T_i = 70 \text{ }^\circ\text{C}$ , obtemos uma temperatura  $T_f$  negativa, o que não faz sentido. Interpretamos o resultado como uma indicação de que, neste caso, nem todo o gelo fundiu e, portanto,  $T_f = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ .

(d) Para  $T_i = 70\text{ }^\circ\text{C}$ , a massa de gelo que funde é

$$m'_g = \frac{c_a m_a (T_i - 0\text{ }^\circ\text{C})}{L_F} = \frac{(4190\text{ J/kg} \cdot \text{C}^\circ)(0,500\text{ kg})(70\text{ }^\circ\text{C})}{333 \times 10^3\text{ J/kg}} = 0,440\text{ kg}.$$

Assim, a massa final de gelo é  $m_f = m_g - m'_g = 500\text{ g} - 440\text{ g} = 60,0\text{ g}$ .

38. (a) De acordo com a Eq. 18-14, temos:

$$|Q| = (4190\text{ J/kg} \cdot \text{C}^\circ)(0,530\text{ kg})(40\text{ }^\circ\text{C}) = 88.828\text{ J}.$$

Como, de acordo com o enunciado, a taxa de transferência de calor  $P = dQ/dt$  é constante, o gráfico da Fig. 18-34 nos dá

$$P = \frac{88.828\text{ J}}{40\text{ min}} = \frac{88.828\text{ J}}{2400\text{ s}} = 37\text{ W}.$$

(b) Durante o mesmo intervalo de 40 min considerado no item (a), a temperatura do gelo aumenta  $20\text{ }^\circ\text{C}$ . De acordo com a Eq. 18-14 e a Tabela 18-3, temos:

$$m_{\text{gelo}} = \frac{Q}{c_{\text{gelo}} \Delta T} = \frac{88.828\text{ J}}{(2220\text{ J/kg} \cdot \text{K})(20\text{ }^\circ\text{C})} = 2,0\text{ kg}.$$

(c) Para calcular a quantidade de gelo produzida no processo (como esse gelo é produzido congelando a água que já está a  $0\text{ }^\circ\text{C}$ , estamos interessados apenas no intervalo  $40\text{ min} < t < 60\text{ min}$ ), usamos a Tabela 18-4 e a Eq. 18-16:

$$m_{\text{água transformada em gelo}} = \frac{Q_{20\text{ min}}}{L_F} = \frac{44.414\text{ J}}{333.000\text{ J/kg}} = 0,13\text{ kg}.$$

39. Para liquefazer o gás, que está a  $78\text{ }^\circ\text{C}$ , é preciso remover uma quantidade de calor

$$Q = L_v m = (879\text{ kJ/kg})(0,510\text{ kg}) = 448,29\text{ kJ}.$$

Para resfriar o líquido até  $-114\text{ }^\circ\text{C}$ , é preciso remover uma quantidade de calor

$$Q = cm\Delta T = (2,43\text{ kJ/kg} \cdot \text{K})(0,510\text{ kg})(192\text{ K}) = 237,95\text{ kJ}.$$

Finalmente, para solidificar o líquido a  $-114\text{ }^\circ\text{C}$ , é preciso remover uma quantidade de calor

$$Q = L_F m = (109\text{ kJ/kg})(0,510\text{ kg}) = 55,59\text{ kJ}$$

Assim, o calor total a ser removido é  $448,29 + 237,95 + 55,59\text{ kJ} = 742\text{ kJ}$ .

40. Sejam  $m_a$  a massa de água,  $m_r$  a massa do recipiente,  $m_m$  a massa do pedaço de metal,  $T_{i1}$  a temperatura inicial do pedaço de metal,  $T_{i2}$  a temperatura inicial da água e do recipiente e  $T_f$  a temperatura final do sistema. Nesse caso, o calor específico  $c_m$  do metal satisfaz a equação

$$(m_a c_a + m_r c_m)(T_f - T_{i2}) + m_m c_m (T_f - T_{i1}) = 0.$$

Explicitando  $c_m$ , obtemos:

$$c_m = \frac{m_a c_a (T_{i2} - T_f)}{m_r (T_f - T_{i2}) + m_m (T_f - T_{i1})} = \frac{(14\text{ kg})(4,18\text{ kJ/kg} \cdot \text{K})(16,0\text{ }^\circ\text{C} - 18,0\text{ }^\circ\text{C})}{(3,6\text{ kg})(18,0\text{ }^\circ\text{C} - 16,0\text{ }^\circ\text{C}) + (1,8\text{ kg})(18,0\text{ }^\circ\text{C} - 180\text{ }^\circ\text{C})}$$

$$= 0,41\text{ kJ/kg} \cdot \text{C}^\circ = 0,41\text{ kJ/kg} \cdot \text{K}.$$

41. (a) Vamos trabalhar com a temperatura em graus Celsius, o que não faz diferença em relação aos valores da Tabela 18-3, que são dados em  $\text{J/kg} \cdot \text{K}$ , porque uma variação de temperatura em graus Celsius é numericamente igual a uma variação de temperatura em kelvins. Existem três possibilidades:

- O gelo não derrete e o sistema atinge o equilíbrio a uma temperatura menor ou igual ao ponto de fusão do gelo.
- Parte do gelo derrete e o sistema atinge o equilíbrio a uma temperatura igual ao ponto de fusão do gelo.

• Todo o gelo derrete e o sistema atinge o equilíbrio a uma temperatura igual ou maior que o ponto de fusão do gelo.

Vamos supor primeiro que o gelo não derrete. Nesse caso, a temperatura da água diminui de  $T_{ai} = 25\text{ °C}$  para uma temperatura final  $T_f$  e a temperatura do gelo aumenta de  $T_{gi} = -15\text{ °C}$  para  $T_f$ . Se  $m_a$  é a massa de água e  $c_a$  é o calor específico da água, o calor cedido pela água é

$$Q = c_a m_a (T_{ai} - T_f).$$

Se  $m_g$  é a massa de gelo e  $c_g$  é o calor específico do gelo, o calor recebido pelo gelo é

$$Q = c_g m_g (T_f - T_{gi}).$$

Como o sistema é termicamente isolado, o calor cedido pela água deve ser igual ao calor recebido pelo gelo. Assim,

$$c_a m_a (T_{ai} - T_f) = c_g m_g (T_f - T_{gi}).$$

Explicitando a temperatura final  $T_f$ , obtemos

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{c_a m_a T_{ai} + c_g m_g T_{gi}}{c_a m_a + c_g m_g} \\ &= \frac{(4190 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(0,200 \text{ kg})(25\text{ °C}) + (2220 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(0,100 \text{ kg})(-15\text{ °C})}{(4190 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(0,200 \text{ kg}) + (2220 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(0,100 \text{ kg})} \\ &= 16,6\text{ °C}. \end{aligned}$$

O fato de que a temperatura calculada é maior que o ponto de fusão do gelo mostra que a hipótese de que o gelo não derrete está errada.

Sendo assim, vamos passar para a segunda hipótese, a de que a água e o gelo atingem o equilíbrio térmico a uma temperatura igual ao ponto de fusão do gelo, depois que uma massa  $m < m_g$  derrete. Nesse caso, o calor cedido pela água é

$$Q = c_a m_a T_{ai},$$

e o calor recebido pelo gelo é

$$Q = c_g m_g (0 - T_{gi}) + mL_F,$$

em que  $L_F$  é o calor de fusão do gelo. O primeiro termo é o calor necessário para aquecer todo o gelo até  $0\text{ °C}$  e o segundo termo é o calor necessário para derreter uma massa  $m$  de gelo. Como o calor cedido pela água deve ser igual ao calor recebido pelo gelo, temos:

$$c_a m_a T_{ai} = -c_g m_g T_{gi} + mL_F.$$

Explicitando a massa de gelo  $m$ , obtemos:

$$\begin{aligned} m &= \frac{c_a m_a T_{ai} + c_g m_g T_{gi}}{L_F} \\ &= \frac{(4190 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(0,200 \text{ kg})(25\text{ °C}) + (2220 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(0,100 \text{ kg})(-15\text{ °C})}{333 \times 10^3 \text{ J/kg}} \\ &= 5,3 \times 10^{-2} \text{ kg} = 53 \text{ g}. \end{aligned}$$

Como a massa inicial de gelo era 100 g, existe gelo suficiente para fazer a temperatura chegar a  $0\text{ °C}$ . Esta é, portanto, a solução: o gelo e a água entram em equilíbrio a  $0\text{ °C}$ , depois que 53 g de gelo derreteram.

(b) Nesse caso, a massa inicial de gelo é menor que os 53 g calculados no item (a). Isso significa que todo o gelo derrete e a temperatura final é maior que o ponto de fusão do gelo. O calor cedido pela água é

$$Q = c_a m_a (T_{ai} - T_f)$$

e o calor recebido pelo gelo e pela água resultante do derretimento do gelo é

$$Q = c_g m_g (0 - T_{gi}) + m_g L_F + c_a m_g (T_f - 0).$$

O primeiro termo é o calor necessário para aquecer todo o gelo até  $0^\circ\text{C}$ , o segundo termo é o calor necessário para derreter todo o gelo e o terceiro termo é o calor necessário para aquecer a água resultante do derretimento do gelo até a temperatura final  $T_f$ . Como o calor cedido pela água deve ser igual ao calor recebido pelo gelo, temos:

$$c_a m_a (T_{ai} - T_f) = c_g m_g (-T_{gi}) + m_g L_F + c_a m_g T_f.$$

Explicitando a temperatura final  $T_f$ , obtemos:

$$T_f = \frac{c_a m_a T_{ai} + c_g m_g T_{gi} - m_g L_F}{c_a (m_a + m_g)} = 2,5^\circ\text{C}.$$

42. Se o diâmetro do anel a uma temperatura  $T_{ai}$  é  $D_{a0}$ , o diâmetro quando o anel e a esfera estão em equilíbrio térmico é

$$D_a = D_{a0} [1 + \alpha_c (T_f - T_{ai})],$$

em que  $T_f$  é a temperatura final e  $\alpha_c$  é o coeficiente de dilatação linear do cobre.

Se o diâmetro da esfera a uma temperatura  $T_{ei}$  é  $D_{e0}$ , o diâmetro quando o anel e a esfera estão em equilíbrio térmico é

$$D_e = D_{e0} [1 + \alpha_a (T_f - T_{ei})],$$

na qual  $\alpha_a$  é o coeficiente de dilatação térmica do alumínio. Como, na temperatura de equilíbrio, os dois diâmetros são iguais,

$$D_{a0} [1 + \alpha_c (T_f - T_{ai})] = D_{e0} [1 + \alpha_a (T_f - T_{ei})].$$

Explicitando a temperatura final, obtemos (usando os valores dos coeficientes de dilatação térmica do cobre e do alumínio que aparecem na Tabela 18-2):

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{D_{a0} - D_{e0} - D_{a0} \alpha_c T_{ai} + D_{e0} \alpha_a T_{ei}}{D_{e0} \alpha_a - D_{a0} \alpha_c} \\ &= \frac{2,54000 \text{ cm} - 2,54508 \text{ cm} + (2,54508 \text{ cm})(23 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}^\circ)(100,0^\circ\text{C})}{(2,54508 \text{ cm})(23 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}^\circ) - (2,54000 \text{ cm})(17 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}^\circ)} \\ &= 50,38^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Como a temperatura inicial do anel é  $0^\circ\text{C}$ , o calor recebido pelo anel é  $Q = c_c m_a T_f$ , na qual  $c_c$  é o calor específico do cobre e  $m_a$  é a massa do anel. O calor cedido pela esfera é

$$Q = c_a m_e (T_i - T_f),$$

na qual  $c_a$  é o calor específico do alumínio e  $m_e$  é a massa da esfera. Como o calor recebido pelo anel é igual ao calor cedido pela esfera,

$$c_c m_a T_f = c_a m_e (T_i - T_f).$$

Explicitando a massa da esfera, obtemos (usando os valores do calor específico do cobre e do alumínio que aparecem na Tabela 18-3):

$$m_e = \frac{c_c m_a T_f}{c_a (T_i - T_f)} = \frac{(386 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(0,0200 \text{ kg})(50,38 \text{ }^\circ\text{C})}{(900 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(100 \text{ }^\circ\text{C} - 50,38 \text{ }^\circ\text{C})} = 8,71 \times 10^{-3} \text{ kg} = 8,71 \text{ g}.$$

43. (a) No gráfico da Fig. 18-36, a primeira parte da trajetória  $A$  representa um processo a pressão constante, no qual o volume varia de  $1,0 \text{ m}^3$  para  $4,0 \text{ m}^3$ , enquanto a pressão permanece em  $40 \text{ Pa}$ . O trabalho realizado é

$$W_A = p\Delta V = (40 \text{ Pa})(4,0 \text{ m}^3 - 1,0 \text{ m}^3) = 1,2 \times 10^2 \text{ J}.$$

A segunda parte da trajetória representa um processo a volume constante. Como nos processos a volume constante o trabalho é sempre nulo, o trabalho realizado em toda a trajetória  $A$  é  $120 \text{ J}$ .

(b) Para calcular o trabalho realizado ao longo da trajetória  $B$ , podemos aplicar a equação  $W = \int p dV$ . De acordo com o gráfico, a pressão varia com o volume de acordo com uma equação da forma  $p = a + bV$ , em que  $a$  e  $b$  são constantes. Para que a pressão seja  $40 \text{ Pa}$  quando o volume é  $1,0 \text{ m}^3$  e seja  $10 \text{ Pa}$  quando o volume é  $4,00 \text{ m}^3$ , os valores das constantes devem ser  $a = 50 \text{ Pa}$  e  $b = -10 \text{ Pa/m}^3$ . Assim,

$$p = 50 \text{ Pa} - (10 \text{ Pa/m}^3)V$$

e

$$W_B = \int_1^4 p dV = \int_1^4 (50 - 10V) dV = (50V - 5V^2)|_1^4 = 200 \text{ J} - 50 \text{ J} - 80 \text{ J} + 5,0 \text{ J} = 75 \text{ J}.$$

(c) A primeira parte da trajetória  $C$  representa um processo a volume constante, no qual o trabalho realizado é nulo. Na segunda parte, o volume varia de  $1,0 \text{ m}^3$  para  $4,0 \text{ m}^3$ , enquanto a pressão permanece constante em  $10 \text{ Pa}$ . O trabalho realizado é

$$W_C = p\Delta V = (10 \text{ Pa})(4,0 \text{ m}^3 - 1,0 \text{ m}^3) = 30 \text{ J}.$$

Este é, portanto, o trabalho total realizado ao longo da trajetória  $C$ .

Note que os trabalhos realizados ao longo das três trajetórias são diferentes, embora os pontos inicial e final sejam os mesmos.

44. Durante o processo  $A \rightarrow B$ , o sistema está se expandindo, realizando trabalho sobre o ambiente, e, portanto,  $W > 0$ ; como sabemos que  $\Delta E_{\text{int}} > 0$ , chegamos à conclusão de que  $Q = W + \Delta E_{\text{int}}$  é positivo. Assim,

(a)  $Q > 0$ .

(b)  $W > 0$ .

Como, durante o processo  $B \rightarrow C$ , o volume do sistema permanece constante,

(c)  $W = 0$ .

Como  $W = 0$ , de acordo com a primeira lei da termodinâmica, o sinal de  $\Delta E_{\text{int}}$  é igual ao sinal de  $Q$ , que sabemos que é positivo. Assim,

(d)  $\Delta E_{\text{int}} > 0$ .

Durante o processo  $C \rightarrow A$ , o sistema está se contraindo, ou seja, o ambiente está realizando trabalho sobre o sistema, o que significa que  $W < 0$ . Sabemos também que  $\Delta E_{\text{int}} < 0$  porque

$\sum \Delta E_{\text{int}} = 0$  para o ciclo completo e os valores de  $\Delta E_{\text{int}}$  para os outros processos são positivos. Assim,  $Q = W + \Delta E_{\text{int}}$  também é negativo.

(e)  $Q < 0$ .

(f)  $W < 0$ .

(g)  $\Delta E_{\text{int}} < 0$ .

(h) A área de um triângulo é dada por (base)(altura)/2. Aplicando esta relação ao gráfico da Fig. 18-37a, obtemos  $|W_{\text{total}}| = (2,0 \text{ m}^3)(20 \text{ Pa})/2 = 20 \text{ J}$ . Como o processo  $C \rightarrow A$  envolve um trabalho negativo maior (já que ocorre a uma pressão média mais elevada) que o trabalho positivo realizado durante o processo  $A \rightarrow B$ , o trabalho total realizado durante o ciclo é negativo. A resposta é, portanto,  $W_{\text{total}} = -20 \text{ J}$ .

45. Como, em um ciclo fechado, a energia interna é a mesma no estado inicial e no estado final, o calor recebido é igual ao trabalho realizado:  $Q = W$ . Na parte do ciclo de  $A$  a  $B$ , a pressão  $p$  é uma função linear do volume  $V$  e pode ser descrita pela função  $p = a + bV$ . Assim, o trabalho realizado nesta parte do ciclo é

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = \int_{V_A}^{V_B} (a + bV) dV = a(V_B - V_A) + \frac{1}{2}b(V_B^2 - V_A^2).$$

Como a parte do ciclo de  $B$  a  $C$  é uma transformação a pressão constante, o trabalho realizado é

$$W_{BC} = p_B \Delta V_{BC} = p_B(V_C - V_B).$$

Como a parte do ciclo de  $C$  a  $A$  é uma transformação a volume constante, o trabalho realizado é nulo:

$$W_{CA} = 0.$$

Na parte do ciclo de  $A$  a  $B$ , a função que descreve a pressão é

$$p = \frac{10}{3} \text{ Pa} + \left( \frac{20}{3} \text{ Pa/m}^3 \right) V,$$

em que os coeficientes  $a$  e  $b$  foram calculados para que  $p = 10 \text{ Pa}$  quando  $V = 1,0 \text{ m}^3$  e  $p = 30 \text{ Pa}$  quando  $V = 4,0 \text{ m}^3$ . Assim, o trabalho realizado na parte do ciclo de  $A$  a  $B$  é

$$\begin{aligned} W_{AB} &= a(V_B - V_A) + \frac{1}{2}b(V_B^2 - V_A^2) \\ &= \left( \frac{10}{3} \text{ Pa} \right) (4,0 \text{ m}^3 - 1,0 \text{ m}^3) + \frac{1}{2} \left( \frac{20}{3} \text{ Pa/m}^3 \right) [(4,0 \text{ m}^3)^2 - (1,0 \text{ m}^3)^2] \\ &= 10 \text{ J} + 50 \text{ J} = 60 \text{ J}. \end{aligned}$$

Para  $p_B = p_C = 30 \text{ Pa}$ ,  $V_B = 4,0 \text{ m}^3$  e  $V_C = 1,0 \text{ m}^3$ , temos:

$$W_{BC} = p_B(V_C - V_B) = (30 \text{ Pa})(1,0 \text{ m}^3 - 4,0 \text{ m}^3) = -90 \text{ J}.$$

Assim, o trabalho total realizado pelo gás é

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = 60 \text{ J} - 90 \text{ J} + 0 = -30 \text{ J}$$

e o calor total recebido é  $Q = W = -30 \text{ J}$ . Isso significa que o gás perde 30 J de energia na forma de calor ao longo do ciclo.

Note que, para calcular o trabalho realizado pelo gás, usamos sempre a Eq. 18-25:  $W = \int p dV$ . Nos processos isobáricos, como  $p$  é constante,  $W = p\Delta V$ ; nos processos isocóricos, como  $V$  é constante,  $W = 0$ .



46. (a) Como o trabalho é realizado *sobre* o sistema (talvez para comprimi-lo),  $W = -200 \text{ J}$ .

(b) Como o sistema cede calor,  $Q = -70,0 \text{ cal} = -293 \text{ J}$ .

(c) A variação da energia interna é  $\Delta E_{\text{int}} = Q - W = -293 \text{ J} - (-200 \text{ J}) = -93 \text{ J}$ .

47. (a) Como os pontos inicial e final são os mesmos, a variação da energia interna é a mesma na trajetória *iaf* e na trajetória *ibf*. De acordo com a primeira lei da termodinâmica,  $\Delta E_{\text{int}} = Q - W$ , na qual  $Q$  é o calor recebido e  $W$  é o trabalho realizado pelo sistema. Na trajetória *iaf*,

$$\Delta E_{\text{int}} = Q - W = 50 \text{ cal} - 20 \text{ cal} = 30 \text{ cal}.$$

Na trajetória *ibf*,

$$W = Q - \Delta E_{\text{int}} = 36 \text{ cal} - 30 \text{ cal} = 6,0 \text{ cal}.$$

(b) Na trajetória *fi*, a variação da energia interna é  $-30 \text{ cal}$  e  $Q = \Delta E_{\text{int}} + W = -30 \text{ cal} - 13 \text{ cal} = -43 \text{ cal}$ .

(c) Vamos fazer  $\Delta E_{\text{int}} = E_{\text{int}, f} - E_{\text{int}, i}$ . Nesse caso,  $E_{\text{int}, f} = \Delta E_{\text{int}} + E_{\text{int}, i} = 30 \text{ cal} + 10 \text{ cal} = 40 \text{ cal}$ .

(d) Como o trabalho  $W_{bf}$  realizado na trajetória *bf* é zero,  $Q_{bf} = E_{\text{int}, f} - E_{\text{int}, b} = 40 \text{ cal} - 22 \text{ cal} = 18 \text{ cal}$ .

(e) Como na trajetória *ibf* o calor recebido é  $Q = 36 \text{ cal}$ ,  $Q_{ib} = Q - Q_{bf} = 36 \text{ cal} - 18 \text{ cal} = 18 \text{ cal}$ .

48. Como os pontos inicial e final são os mesmos, a variação da energia interna é nula e o calor recebido pelo gás é igual ao trabalho realizado:  $Q = W$ . Em termos das contribuições das diferentes partes do ciclo,  $Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = W$  e

$$Q_{CA} = W - Q_{AB} - Q_{BC} = +15,0 \text{ J} - 20,0 \text{ J} - 0 = -5,0 \text{ J}.$$

Isso significa que o gás cede uma energia de  $5,0 \text{ J}$  em forma de calor.

49. Como o trabalho realizado no processo  $d \rightarrow a$  é zero,  $Q_{da} = \Delta E_{\text{int}, da} = 80 \text{ J}$ . Além disso, como a variação total da energia interna em qualquer ciclo fechado é zero, temos:

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{int}, ac} + \Delta E_{\text{int}, CD} + \Delta E_{\text{int}, da} &= 0 \\ -200 \text{ J} + \Delta E_{\text{int}, CD} + 80 \text{ J} &= 0, \end{aligned}$$

o que nos dá  $\Delta E_{\text{int}, CD} = 120 \text{ J}$ . Assim, aplicando a primeira lei da termodinâmica ao processo  $c \rightarrow d$ , obtemos:

$$W_{CD} = Q_{CD} - \Delta E_{\text{int}, CD} = 180 \text{ J} - 120 \text{ J} = 60 \text{ J}.$$

50. (a) Como o processo  $a \rightarrow b$  é uma expansão,  $W > 0$  e, portanto,  $W_{ab} = +5,0 \text{ J}$ . Como, de acordo com o enunciado, a variação da energia interna durante o processo é  $+3,0 \text{ J}$ , a primeira lei da termodinâmica nos dá  $Q_{ab} = +8,0 \text{ J}$ .

(b) O trabalho total ( $+1,2 \text{ J}$ ) é igual ao calor total ( $Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca}$ ), e sabemos que  $Q_{ab} = +8,0 \text{ J}$  e  $Q_{ca} = +2,5 \text{ J}$ . Assim,  $Q_{bc} = (1,2 - 8,0 - 2,5) \text{ J} = -9,3 \text{ J}$ .

51. Podemos usar as Eqs. 18-38 a 18-40 para resolver o problema. Note que a área da superfície de uma esfera é dada por  $A = 4\pi r^2$ , na qual  $r$  é o raio da esfera.

(a) De acordo com a Eq. 18-38, temos, para  $T_{\text{esfera}} = (273,15 + 27,00) \text{ K} = 300,15 \text{ K}$ :

$$\begin{aligned} P_{\text{rad}} &= \sigma \epsilon A T^4 = (5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(0,850)(4\pi)(0,500 \text{ m})^2 (300,15 \text{ K})^4 \\ &= 1,23 \times 10^3 \text{ W}. \end{aligned}$$

(b) Para  $T_{\text{amb}} = (273,15 + 77,00) \text{ K} = 350,15 \text{ K}$ , temos:

$$P_{\text{abs}} = \sigma \epsilon A T_{\text{amb}}^4 = (5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(0,850)(4\pi)(0,500 \text{ m})^2 (350,15 \text{ K})^4 = 2,28 \times 10^3 \text{ W}.$$

(c) De acordo com a Eq. 18-40,

$$P_{\text{liq}} = P_{\text{abs}} - P_{\text{rad}} = 2,28 \times 10^3 \text{ W} - 1,23 \times 10^3 \text{ W} = 1,05 \times 10^3 \text{ W}.$$

52. Vamos usar o índice  $e$  para representar a espuma de poliuretano e o índice  $p$  para representar a prata.

(a) De acordo com a Eq. 18-32 e a Tabela 18-6,

$$\begin{aligned} L_e &= k_e R_e \\ &= (0,024 \text{ W/m} \cdot \text{K})(30 \text{ ft}^2 \cdot \text{F}^\circ \cdot \text{h/Btu})(1 \text{ m}/3,281 \text{ ft})^2 (5 \text{ C}^\circ/9 \text{ F}^\circ)(3600 \text{ s/h})(1 \text{ Btu}/1055 \text{ J}) \\ &= 0,13 \text{ m}. \end{aligned}$$

(b) De acordo com a Eq. 18-32 e a Tabela 18-6,

$$L_p = k_p R_p = \left( \frac{k_p R_p}{k_e R_e} \right) L_e = \left[ \frac{428(30)}{0,024(30)} \right] (0,13 \text{ m}) = 2,3 \times 10^3 \text{ m} = 2,3 \text{ km}.$$

53. De acordo com a Eq. 18-32, a taxa de condução de calor é dada por

$$P_{\text{cond}} = kA \frac{T_Q - T_F}{L},$$

na qual  $k$  é a condutividade térmica (que, no caso do cobre, de acordo com a Tabela 18-6, é  $401 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ),  $A$  é a área da seção reta em um plano perpendicular ao fluxo de calor, e  $L$  é a distância, na direção do fluxo de calor, entre os pontos nos quais a temperatura é  $T_Q$  e  $T_F$ . Assim,

$$P_{\text{cond}} = \frac{(401 \text{ W/m} \cdot \text{K})(90,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(125 \text{ }^\circ\text{C} - 10,0 \text{ }^\circ\text{C})}{0,250 \text{ m}} = 1,66 \times 10^3 \text{ J/s} = 1,66 \text{ kJ/s}.$$

54. (a) Estimamos a área da superfície do corpo humano em  $2 \text{ m}^2$  e a temperatura da pele em  $300 \text{ K}$  (um pouco menor que a temperatura interna, que é  $310 \text{ K}$ ). Nesse caso, de acordo com a Eq. 18-38,

$$P_{\text{rad}} = \sigma \epsilon A T^4 \approx (5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(0,9)(2,0 \text{ m}^2)(300 \text{ K})^4 = 8 \times 10^2 \text{ W}.$$

(b) A energia perdida é dada por

$$\Delta E = P_{\text{rad}} \Delta t = (8 \times 10^2 \text{ W})(30 \text{ s}) = 2 \times 10^4 \text{ J}.$$

55. (a) De acordo com a Eq. 18-32, a taxa de condução de calor é dada por

$$P_{\text{cond}} = \frac{kA(T_Q - T_F)}{L} = \frac{(401 \text{ W/m} \cdot \text{K})(4,8 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(100 \text{ }^\circ\text{C})}{1,2 \text{ m}} = 16 \text{ J/s}.$$

(b) De acordo com a Tabela 18-4, temos:

$$\left| \frac{dm}{dt} \right| = \frac{P_{\text{cond}}}{L_F} = \frac{16 \text{ J/s}}{333 \text{ J/g}} = 0,048 \text{ g/s}.$$

56. A área da superfície da bola é  $A = 4\pi R^2 = 4\pi(0,020 \text{ m})^2 = 5,03 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ . De acordo com a Eq. 18-38, para  $T_i = 35 + 273 = 308 \text{ K}$  e  $T_f = 47 + 273 = 320 \text{ K}$ , a taxa de produção de calor necessária para manter a temperatura  $T_f$  é

$$\begin{aligned} P_{\text{rad}} &= \sigma \epsilon A (T_f^4 - T_i^4) \approx (5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(0,80)(5,03 \times 10^{-3} \text{ m}^2)[(320 \text{ K})^4 - (308 \text{ K})^4] \\ &= 0,34 \text{ W}. \end{aligned}$$

Assim, o calor que cada abelha deve produzir durante o intervalo de 20 minutos é

$$\frac{Q}{N} = \frac{P_r t}{N} = \frac{(0,34 \text{ W})(20 \text{ min})(60 \text{ s/min})}{500} = 0,81 \text{ J.}$$

57. (a) De acordo com a Eq. 18-32,

$$P_{\text{cond}} = kA \frac{T_Q - T_F}{L}$$

na qual  $k$  é a condutividade térmica do vidro, dada na Tabela 18-6 como  $1,0 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ . Uma diferença de temperatura de  $T_Q - T_F = 72^\circ\text{F} - (-20^\circ\text{F}) = 92^\circ\text{F}$  é equivalente a  $5(92)/9 = 51,1 \text{ C}^\circ$ , que, por sua vez, é equivalente a uma diferença de temperatura de  $51,1 \text{ K}$ . Assim,

$$\frac{P_{\text{cond}}}{A} = k \frac{T_Q - T_F}{L} = (1,0 \text{ W/m}\cdot\text{K}) \left( \frac{51,1 \text{ K}}{3,0 \times 10^{-3} \text{ m}} \right) = 1,7 \times 10^4 \text{ W/m}^2.$$

(b) O calor agora passa por três camadas, uma de ar e duas de vidro. A taxa de transferência de calor é a mesma nas três camadas e é dada por

$$P_{\text{cond}} = \frac{A(T_Q - T_F)}{\sum L/k}$$

na qual o somatório do denominador se estende às três camadas. Se  $L_v$  é a espessura de uma das camadas de vidro,  $L_a$  é a espessura da camada de ar,  $k_v$  é a condutividade térmica do vidro e  $k_a$  é a condutividade térmica do ar, o denominador é

$$\sum \frac{L}{k} = \frac{2L_v}{k_v} + \frac{L_a}{k_a} = \frac{2L_v k_a + L_a k_v}{k_a k_v}.$$

Assim, a taxa de calor por unidade de área é

$$\begin{aligned} \frac{P_{\text{cond}}}{A} &= \frac{(T_Q - T_F) k_a k_v}{2L_v k_a + L_a k_v} = \frac{(51,1 \text{ K})(0,026 \text{ W/m}\cdot\text{K})(1,0 \text{ W/m}\cdot\text{K})}{2(3,0 \times 10^{-3} \text{ m})(0,026 \text{ W/m}\cdot\text{K}) + (0,075 \text{ m})(1,0 \text{ W/m}\cdot\text{K})} \\ &= 18 \text{ W/m}^2. \end{aligned}$$

58. (a) A área da superfície do cilindro é

$$A_1 = 2\pi r_1^2 + 2\pi r_1 h_1 = 2\pi(2,5 \times 10^{-2} \text{ m})^2 + 2\pi(2,5 \times 10^{-2} \text{ m})(5,0 \times 10^{-2} \text{ m}) = 1,18 \times 10^{-2} \text{ m}^2,$$

a temperatura do cilindro é  $T_1 = 273 + 30 = 303 \text{ K}$  e a temperatura do ambiente é  $T_{\text{amb}} = 273 + 50 = 323 \text{ K}$ . De acordo com a Eq. 18-39, temos:

$$P_1 = \sigma \epsilon A_1 (T_{\text{amb}}^4 - T^4) = (0,85)(1,18 \times 10^{-2} \text{ m}^2)[(323 \text{ K})^4 - (303 \text{ K})^4] = 1,4 \text{ W.}$$

(b) Vamos chamar a nova altura do cilindro de  $h_2$ . Como o volume  $V$  do cilindro não muda, devemos ter  $V = \pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$ . Explicitando  $h_2$ , obtemos:

$$h_2 = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 h_1 = \left( \frac{2,5 \text{ cm}}{0,50 \text{ cm}} \right)^2 (5,0 \text{ cm}) = 125 \text{ cm} = 1,25 \text{ m.}$$

A nova área da superfície do cilindro é

$$A_2 = 2\pi r_2^2 + 2\pi r_2 h_2 = 2\pi(0,50 \times 10^{-2} \text{ m})^2 + 2\pi(0,50 \times 10^{-2} \text{ m})(1,25 \text{ m}) = 3,94 \times 10^{-2} \text{ m}^2.$$

Assim,

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{3,94 \times 10^{-2} \text{ m}^2}{1,18 \times 10^{-2} \text{ m}^2} = 3,3.$$

59. Podemos usar a relação  $P_{\text{cond}} = kA\Delta T/L \propto A/L$ . Comparando os casos (a) e (b) da Fig. 18-44, temos:

$$P_{\text{cond } b} = \left( \frac{A_b L_a}{A_a L_b} \right) P_{\text{cond } a} = 4P_{\text{cond } a}.$$

Assim, seria necessário  $2,0 \text{ min}/4 = 0,50 \text{ min}$  para conduzir a mesma quantidade de calor se as placas fossem soldadas como na Fig. 18-44b.

60. (a) Como no Exemplo “Condução térmica em uma parede feita de vários materiais”, levamos em conta o fato de que a taxa de condução de calor é a mesma em todas as camadas. Sendo assim, a taxa de condução de calor através de toda a parede,  $P_p$ , é igual à taxa de condução de calor através da camada 2,  $P_2$ . Usando a Eq. 18-37 e cancelando a área  $A$ , que é a mesma nos dois casos, obtemos a relação

$$\frac{T_Q - T_F}{L_1/k_1 + L_2/k_2 + L_3/k_3} = \frac{\Delta T_2}{L_2/k_2} \Rightarrow \frac{45 \text{ C}^\circ}{1 + 7/9 + 35/80} = \frac{\Delta T_2}{7/9},$$

o que nos dá  $\Delta T_2 = 15,8 \text{ C}^\circ$ .

(b) Esperamos [e isso é confirmado no item (c)] que o aumento da condutividade térmica da camada 2 resulte em um aumento da taxa de condução de calor através da parede.

(c) Repetindo o cálculo do item (a) com o novo valor de  $k_2$ , obtemos

$$\frac{45 \text{ C}^\circ}{1 + 7/11 + 35/80} = \frac{\Delta T_2}{7/11},$$

o que nos dá  $\Delta T_2 = 13,8 \text{ C}^\circ$ . Este valor é menor que o obtido no item (a), o que significa que as diferenças de temperatura entre as extremidades das camadas 1 e 3 (cuja condutividade térmica não mudou) são maiores; isso, por sua vez, significa que a taxa de condução de calor é maior através do conjunto das três camadas.

61. Seja  $h$  a espessura da placa de gelo e seja  $A$  a área da placa. Nesse caso, de acordo com a Eq. 18-32,

$$P_{\text{cond}} = \frac{kA(T_Q - T_F)}{h}$$

na qual  $k$  é a condutividade térmica do gelo,  $T_Q$  é a temperatura da água ( $0 \text{ C}^\circ$ ) e  $T_F$  é a temperatura do ar acima do gelo ( $-10 \text{ C}^\circ$ ). A perda de calor necessária para congelar uma massa  $m$  de água é dada por  $Q = L_F m$ , na qual  $L_F$  é o calor de fusão do gelo. Derivando esta equação em relação ao tempo e reconhecendo que  $dQ/dt = P_{\text{cond}}$ , obtemos

$$P_{\text{cond}} = L_F \frac{dm}{dt}.$$

Como a massa de gelo é dada por  $m = \rho Ah$ , na qual  $\rho$  é a massa específica do gelo e  $h$  é a espessura da placa de gelo,  $dm/dt = \rho A(dh/dt)$  e

$$P_{\text{cond}} = L_F \rho A \frac{dh}{dt}.$$

Igualando as duas expressões de  $P_{\text{cond}}$  e explicitando  $dh/dt$ , obtemos

$$\frac{dh}{dt} = \frac{k(T_Q - T_F)}{L_F \rho h}.$$

Como  $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$  e  $1 \text{ cm} = 1 \times 10^{-2} \text{ m}$ , o valor da condutividade térmica do gelo em unidades do SI é

$$k = (0,0040 \text{ cal/s}\cdot\text{cm}\cdot\text{K}) (4,186 \text{ J/cal}) / (1 \times 10^{-2} \text{ m/cm}) = 1,674 \text{ W/m}\cdot\text{K}.$$

Como a massa específica do gelo é  $\rho = 0,92 \text{ g/cm}^3 = 0,92 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , temos:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{(1,674 \text{ W/m}\cdot\text{K})(0^\circ\text{C} + 10^\circ\text{C})}{(333 \times 10^3 \text{ J/kg})(0,92 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(0,050 \text{ m})} = 1,1 \times 10^{-6} \text{ m/s} = 0,40 \text{ cm/h}.$$

62. (a) De acordo com a Eq. 18-32, a taxa de condução de calor através da camada que separa a gota da frigideira é

$$P_{\text{cond}} = \frac{kA(T_v - T_a)}{L} = (0,026 \text{ W/m}\cdot\text{K})(4,00 \times 10^{-6} \text{ m}^2) \frac{300^\circ\text{C} - 100^\circ\text{C}}{1,0 \times 10^{-4} \text{ m}} \\ = 0,208 \text{ W} \approx 0,21 \text{ W}.$$

(b) Como  $P_{\text{cond}}t = L_v m = L_v(\rho V) = L_v(\rho Ah)$ , o tempo que a gota leva para evaporar é

$$t = \frac{L_v \rho Ah}{P_{\text{cond}}} = \frac{(2,256 \times 10^6 \text{ J/kg})(1000 \text{ kg/m}^3)(4,00 \times 10^{-6} \text{ m}^2)(1,50 \times 10^{-3} \text{ m})}{0,208 \text{ W}} = 65 \text{ s}.$$

63. Dividindo ambos os membros da Eq. 18-32 pela área  $A$ , obtemos a taxa de condução de calor por unidade de área:

$$\frac{P_{\text{cond}}}{A} = k_1 \frac{T_1 - T_{12}}{L_1} = k_4 \frac{T - T_4}{L_4}.$$

Explicitando  $T$ , obtemos

$$T = T_4 + \frac{k_1 L_4}{k_4 L_1} (T_1 - T_{12}) = -4,2^\circ\text{C}.$$

64. (a) Para cada pinguim, a área que irradia calor é a soma da área do alto da cabeça com a área da superfície lateral do corpo:

$$A_{\text{rad}} = a + 2\pi rh = a + 2\pi \sqrt{\frac{a}{\pi}} h = a + 2h\sqrt{\pi a},$$

na qual  $r = \sqrt{a/\pi}$  é o raio do cilindro que representa o pinguim (já que, no caso de um cilindro circular,  $a = \pi r^2$ ).

No caso de um cilindro formado por todos os pinguins, o raio é  $r' = \sqrt{Na/\pi}$  (já que, nesse caso,  $Na = \pi r'^2$ ) e a área que irradia calor é

$$A'_{\text{rad}} = Na + 2\pi r' h = Na + 2\pi \sqrt{\frac{Na}{\pi}} h = Na + 2h\sqrt{N\pi a}.$$

Como a potência irradiada é proporcional à superfície que irradia calor, temos:

$$\frac{P'}{NP} = \frac{A'_{\text{rad}}}{NA_{\text{rad}}} = \frac{Na + 2h\sqrt{N\pi a}}{N(a + 2h\sqrt{\pi a})} = \frac{1 + 2h\sqrt{\pi/Na}}{1 + 2h\sqrt{\pi/a}}.$$

Para  $N = 1000$ ,  $a = 0,34 \text{ m}^2$  e  $h = 1,1 \text{ m}$ , temos:

$$\frac{P_h}{NP_r} = \frac{1 + 2h\sqrt{\pi/Na}}{1 + 2h\sqrt{\pi/a}} = \frac{1 + 2(1,1 \text{ m})\sqrt{\pi/(1000)(0,34 \text{ m}^2)}}{1 + 2(1,1 \text{ m})\sqrt{\pi/(0,34 \text{ m}^2)}} = 0,16.$$

(b) A redução percentual da perda de calor é  $(1,00 - 0,16) \times 100\% = 84\%$ .

65. Vamos supor (embora essa hipótese possa ser contestada) que a superfície superior do gelo está a uma temperatura  $T_F = -5,0^\circ\text{C}$ . Menos duvidosas são as hipóteses de que a temperatura do fundo do lago é  $T_Q = 4,0^\circ\text{C}$  e de que a temperatura da interface gelo-água é  $T_I = 0,0^\circ\text{C}$ . Supondo que o mecanismo principal de transferência de calor é a condução, a Eq. 18-34 nos dá

$$\frac{k_{\text{água}}A(T_Q - T_I)}{L - L_{\text{gelo}}} = \frac{k_{\text{gelo}}A(T_I - T_F)}{L_{\text{gelo}}} \Rightarrow \frac{(0,12)A(4,0^\circ - 0,0^\circ)}{1,4 - L_{\text{gelo}}} = \frac{(0,40)A(0,0^\circ + 5,0^\circ)}{L_{\text{gelo}}}$$

Explicitando  $L_{\text{gelo}}$ , obtemos:  $L_{\text{gelo}} = 2,80/2,48 = 1,1\text{ m}$ .

66. Se o calor perdido por evaporação é igual ao calor recebido em consequência da troca de radiação, temos:

$$L_V \frac{dm}{dt} = P_{\text{rad}} = \sigma \epsilon A (T_{\text{amb}}^4 - T^4).$$

A área total da superfície exposta da lata é

$$A = \pi r^2 + 2\pi r h = \pi(0,022\text{ m})^2 + 2\pi(0,022\text{ m})(0,10\text{ m}) = 1,53 \times 10^{-2}\text{ m}^2.$$

Para  $T_{\text{amb}} = 32^\circ\text{C} = 305\text{ K}$ ,  $T = 15^\circ\text{C} = 288\text{ K}$  e  $\epsilon = 1$ , a taxa de perda de massa de água é

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \frac{\sigma \epsilon A}{L_V} (T_{\text{amb}}^4 - T^4) = \frac{(5,67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(1,0)(1,53 \times 10^{-2}\text{ m}^2)}{2,256 \times 10^6\text{ J/kg}} [(305\text{ K})^4 - (288\text{ K})^4] \\ &= 6,82 \times 10^{-7}\text{ kg/s} \approx 0,68\text{ mg/s}. \end{aligned}$$

67. Vamos chamar o trabalho de  $W$ , a massa inicial do chocolate de  $M$  e a massa de manteiga de cacau de  $m$ . De acordo com o enunciado,  $W/M = p/\rho$ , e todo o trabalho contribui para a mudança de fase da manteiga de cacau. Nesse caso,  $W = Q = Lm$ , na qual  $L$  é o calor de fusão da manteiga de cacau. Assim,

$$\frac{p}{\rho} M = Lm \Rightarrow m = \frac{5,5 \times 10^6}{1200} \frac{M}{150 \times 10^3} = 0,0306 M.$$

Como, de acordo com o enunciado,  $m = 0,30 M$ , a porcentagem de manteiga de cacau fundida é  $0,0306/0,30 \times 100\% = 10\%$ .

68. O calor necessário é

$$\begin{aligned} Q &= (10\%)mL_F = \left(\frac{1}{10}\right)(200.000\text{ toneladas métricas})(1000\text{ kg/tonelada métrica})(333\text{ kJ/kg}) \\ &= 6,7 \times 10^{12}\text{ J}. \end{aligned}$$

69. (a) Embora neste item seja pedido o trabalho realizado ao longo da trajetória  $abc$ , só é necessário calcular o trabalho realizado ao longo da trajetória  $ab$ , já que o trabalho realizado ao longo da trajetória  $bc$  é nulo, por se tratar de uma transformação a volume constante. Assim, a resposta é a mesma do item (b).

(b) Como a variação de energia interna  $\Delta E_{\text{int}}$  no processo  $ca$  é  $-160\text{ J}$ ,  $E_{\text{int},c} - E_{\text{int},a} = 160\text{ J}$ . De acordo com a primeira lei da termodinâmica,

$$\begin{aligned} 160 &= E_{\text{int},c} - E_{\text{int},b} + E_{\text{int},b} - E_{\text{int},a} \\ &= Q_{b \rightarrow c} - W_{b \rightarrow c} + Q_{a \rightarrow b} - W_{a \rightarrow b} \\ &= 40 - 0 + 200 - W_{a \rightarrow b}. \end{aligned}$$

Assim,  $W_{a \rightarrow b \rightarrow c} = W_{a \rightarrow b} = 240 - 160 = 80\text{ J}$ .

70. Podemos usar as equações  $Q = cm\Delta T$  e  $m = \rho V$ . O volume de água necessário é

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{Q}{\rho C \Delta T} = \frac{(1,00 \times 10^6 \text{ kcal/dia})(5 \text{ dias})}{(1,00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(1,00 \text{ kcal/kg})(50,0^\circ\text{C} - 22,0^\circ\text{C})} = 35,7 \text{ m}^3.$$

71. De acordo com o gráfico da Fig. 18-51, a variação de temperatura é  $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ . Como um watt corresponde a um joule por segundo, a energia removida é

$$Q = (2,81 \text{ J/s})(20 \text{ min})(60 \text{ s/min}) = 3372 \text{ J}.$$

Assim, para  $m = 0,30 \text{ kg}$ , a Eq. 18-14 nos dá

$$c = \frac{Q}{m\Delta T} = 4,5 \times 10^2 \text{ J/kg} \cdot \text{K}.$$

72. De acordo com a equação  $P_{\text{cond}} = kA(T_Q - T_F)/L$ , a temperatura  $T_Q$  a uma profundidade de  $35,0 \text{ km}$  é

$$T_Q = \frac{P_{\text{cond}}L}{kA} + T_F = \frac{(54,0 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2)(35,0 \times 10^3 \text{ m})}{2,50 \text{ W/m} \cdot \text{K}} + 10,0^\circ\text{C} = 766^\circ\text{C}.$$

73. O volume inicial é  $5^3 = 125 \text{ cm}^3$ ; de acordo com a Tabela 18-2 e as Eqs. 18-10 e 18-11, temos:

$$\Delta V = (125 \text{ m}^3) (3 \times 23 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ) (50,0 \text{ C}^\circ) = 0,432 \text{ cm}^3.$$

74. Como é mostrado no Exemplo “Equilíbrio térmico entre cobre e água”, a temperatura final pode ser expressa pela seguinte equação:

$$T_f = \frac{m_A c_A T_A + m_B c_B T_B}{m_A c_A + m_B c_B} = \frac{c_A T_A + c_B T_B}{c_A + c_B} = a T_A + b,$$

em que foi levado em conta o fato de que  $m_A = m_B$ . Assim, em um gráfico de  $T_f$  em função de  $T_A$ , a inclinação é dada por  $a = c_A / (c_A + c_B)$  e o ponto de interseção com o eixo  $T_f$  é o ponto  $b = c_B T_B / (c_A + c_B)$ . No gráfico da Fig. 18-52,  $a = 0,4$  e  $b = 150 \text{ K}$ .

(a) Explicitando  $T_B$  na equação  $b = c_B T_B / (c_A + c_B)$ , obtemos:

$$T_B = b \left( \frac{c_A + c_B}{c_B} \right) = \frac{b}{1 - \frac{c_A}{c_A + c_B}} = \frac{b}{1 - a} = \frac{150}{1 - 0,4} = 2,5 \times 10^2 \text{ K}$$

(b) Como  $a = c_A / (c_A + c_B) = 0,4$ ,  $c_B / c_A = 0,6 / 0,4 = 1,5$ .

75. Note que o trabalho realizado no processo  $cb$  é zero, já que não há mudança de volume. Note também que o valor absoluto do trabalho realizado no processo  $ba$  é dado, mas não o sinal, que identificamos como positivo porque envolve uma redução de volume. A transferência total de calor é  $Q_{\text{tot}} = [(-40) + (-130) + (+400)] \text{ J} = 230 \text{ J}$ . De acordo com a primeira lei da termodinâmica, temos:

$$\begin{aligned} Q_{\text{tot}} &= W_{\text{tot}} \\ 230 \text{ J} &= W_{a \rightarrow c} + W_{c \rightarrow b} + W_{b \rightarrow a} \\ &= W_{a \rightarrow c} + 0 + (-80 \text{ J}). \end{aligned}$$

Assim,  $W_{a \rightarrow c} = 230 \text{ J} + 80 \text{ J} = 3,1 \times 10^2 \text{ J}$ .

76. Chamando de 1 a barra de Invar, de 2 a barra de alumínio e de 3 a barra de aço, a lei dos cossenos nos dá:

$$L_1^2 = L_2^2 + L_3^2 - 2L_2L_3 \cos \phi$$

em que  $\phi$  é o ângulo oposto à barra de Invar.

Usando a equação  $L = L_0 (1 + \alpha \Delta T)$ , dividindo por  $L_0$  (que é o mesmo para as três barras) e ignorando termos de ordem  $(\Delta T)^2$ , obtemos

$$1 + 2\alpha_1 \Delta T = 2 + 2(\alpha_2 + \alpha_3) \Delta T - 2[1 + (\alpha_2 + \alpha_3) \Delta T] \cos \phi.$$

Explicitando  $\Delta T$ , obtemos:

$$\Delta T = \frac{\cos \phi - 1/2}{(\alpha_2 + \alpha_3)(1 - \cos \phi) - \alpha_1} = \frac{\cos(59,95^\circ) - 0,5}{(23 + 11)[1 - \cos(59,95^\circ)] - 0,7} \times 10^6 \approx 46 \text{ }^\circ\text{C},$$

e, portanto, a temperatura final é  $T = 20,0^\circ + \Delta T = 66 \text{ }^\circ\text{C}$ .

77. Este problema é semelhante ao Exemplo “Mudança de temperatura e de fase”. Uma diferença importante em relação ao item (b) do exemplo é que, neste caso, todo o gelo é transformado em água. Como é discutido no item (a) do exemplo, o processo envolve três etapas:

$$Q = m \{ c_{\text{gelo}} [0 \text{ }^\circ\text{C} - (-150 \text{ }^\circ\text{C})] + L_F + c_{\text{água}} (T_f - 0 \text{ }^\circ\text{C}) \}$$

Assim,

$$T_f = \frac{Q/m - [c_{\text{gelo}}(150 \text{ }^\circ\text{C}) + L_F]}{c_{\text{água}}} = 79,5 \text{ }^\circ\text{C}.$$

78. (a) De acordo com a Eq. 18-32, a taxa com a qual o calor é conduzido para cima é

$$P_{\text{cond}} = \frac{Q}{t} = kA \frac{T_Q - T_F}{L} = (0,400 \text{ W/m} \cdot \text{ }^\circ\text{C}) A \frac{5,0 \text{ }^\circ\text{C}}{0,12 \text{ m}} = 16,7 A \text{ W}.$$

(b) O calor de fusão neste processo é  $Q = L_F m$ , em que  $L_F = 3,33 \times 10^5 \text{ J/kg}$ . Derivando a expressão em relação a  $t$  e igualando o resultado a  $P_{\text{cond}}$ , obtemos

$$P_{\text{cond}} = \frac{dQ}{dt} = L_F \frac{dm}{dt}.$$

Assim, a taxa de conversão de água em gelo é

$$\frac{dm}{dt} = \frac{P_{\text{cond}}}{L_F} = \frac{16,7 A \text{ W}}{3,33 \times 10^5 \text{ J/kg}} = (5,02 \times 10^{-5} A) \text{ kg/s}.$$

(c) Como  $m = \rho V = \rho Ah$ , derivando ambos os membros da expressão em relação a  $t$ , obtemos

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt}(\rho Ah) = \rho A \frac{dh}{dt}.$$

Assim, a taxa de variação do comprimento do pingente de gelo é

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\rho A} \frac{dm}{dt} = \frac{5,02 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}}{1000 \text{ kg/m}^3} = 5,02 \times 10^{-8} \text{ m/s} = 50 \text{ nm/s}.$$

79. Sejam  $V_i$  e  $V_f$  os volumes inicial e final. Como  $p = aV^2$ , o trabalho realizado pelo gás é

$$W = \int_{V_i}^{V_f} p dV = \int_{V_i}^{V_f} aV^2 dV = \frac{1}{3} a (V_f^3 - V_i^3).$$

Para  $a = 10 \text{ N/m}^8$ ,  $V_i = 1,0 \text{ m}^3$  e  $V_f = 2,0 \text{ m}^3$ , temos:



$$W = \frac{1}{3}a(V_f^3 - V_i^3) = \frac{1}{3}(10 \text{ N/m}^8)[(2,0 \text{ m}^3)^3 - (1,0 \text{ m}^3)^3] = 23 \text{ J}.$$

80. Podemos usar a relação  $Q = -L_F m_{ice} = W + \Delta E_{int}$ . Como, neste caso,  $\Delta E_{int} = 0$ , o trabalho realizado sobre o gás é

$$W' = -W = L_F m_i = (333 \text{ J/g})(100 \text{ g}) = 33,3 \text{ kJ}.$$

81. Como o trabalho realizado durante o processo 1 (a “área sob a curva”) é  $4p_i V_i$ , a primeira lei da termodinâmica nos dá

$$E_{int,b} - E_{int,a} = Q_1 - W_1 = 6p_i V_i.$$

(a) O trabalho realizado durante o processo 2 é maior que o trabalho realizado durante o processo 1 (note que existe uma “área sob a curva” adicional dada por  $(4V_i)(p_i/2)/2 = p_i V_i$ ). Para  $W_2 = 4p_i V_i + p_i V_i = 5p_i V_i$ , temos:

$$Q_2 = W_2 + E_{int,b} - E_{int,a} = 5p_i V_i + 6p_i V_i = 11p_i V_i.$$

(b) Como o processo 3 começa em  $a$  e termina em  $b$ ,  $\Delta E_{int} = E_{int,b} - E_{int,a} = 6p_i V_i$ .

82. Vamos chamar a temperatura da extremidade livre da barra de cobre de  $T_Q$ , a temperatura da interface cobre-alumínio de  $T_1$ , a temperatura da interface alumínio-latão de  $T_2$  e a temperatura da extremidade livre da barra de latão de  $T_F$ . De acordo com a Eq. 18-32,

$$P_{cond} = \frac{k_c A}{L}(T_Q - T_1) = \frac{k_a A}{L}(T_1 - T_2) = \frac{k_l A}{L}(T_2 - T_F).$$

Resolvendo o sistema de equações apresentado, obtemos:

(a)

$$T_1 = T_Q + \frac{T_F - T_Q}{1 + k_c(k_a + k_b) / k_a k_b} = 100 \text{ }^\circ\text{C} + \frac{0,00 \text{ }^\circ\text{C} - 100 \text{ }^\circ\text{C}}{1 + 401(235 + 109) / [(235)(109)]} = 84,3 \text{ }^\circ\text{C}.$$

(b)

$$T_2 = T_F + \frac{T_Q - T_F}{1 + k_b(k_c + k_a) / k_c k_a} = 0,00 \text{ }^\circ\text{C} + \frac{100 \text{ }^\circ\text{C} - 0,00 \text{ }^\circ\text{C}}{1 + 109(235 + 401) / [(235)(401)]} = 57,6 \text{ }^\circ\text{C}.$$

83. O volume inicial do disco (considerado um cilindro curto) é  $V_0 = \pi r^2 L$ , em que  $L$  é a espessura e  $r$  é o raio do disco. Após o aquecimento, o volume se torna

$$V = \pi(r + \Delta r)^2(L + \Delta L) = \pi r^2 L + \pi r^2 \Delta L + 2\pi r L \Delta r + \dots$$

na qual ignoramos termos de ordem superior. A variação de volume do disco é, portanto,

$$\Delta V = V - V_0 \approx \pi r^2 \Delta L + 2\pi r L \Delta r$$

Para  $\Delta L = L\alpha\Delta T$  e  $\Delta r = r\alpha\Delta T$ , a expressão mostrada se torna

$$\Delta V = \pi r^2 L\alpha\Delta T + 2\pi r^2 L\alpha\Delta T = 3\pi r^2 L\alpha\Delta T.$$

Substituindo os valores conhecidos (de acordo com a Tabela 18-2,  $\alpha = 3,2 \times 10^{-6}/\text{C}^\circ$ ), obtemos:

$$\begin{aligned} \Delta V &= 3\pi r^2 L\alpha\Delta T = 3\pi(0,080 \text{ m})^2(0,0050 \text{ m})(3,2 \times 10^{-6}/\text{C}^\circ)(60 \text{ }^\circ\text{C} - 10 \text{ }^\circ\text{C}) \\ &= 4,83 \times 10^{-8} \text{ m}^3 = 4,83 \times 10^{-2} \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

84. (a) De acordo com a Eq. 18-32, a taxa de condução de calor é

$$P_{\text{cond}} = \frac{kA(T_Q - T_F)}{L} = \frac{(0,040 \text{ W/m} \cdot \text{K})(1,8 \text{ m}^2)(33 \text{ }^\circ\text{C} - 1,0 \text{ }^\circ\text{C})}{1,0 \times 10^{-2} \text{ m}} = 2,3 \times 10^2 \text{ J/s.}$$

(b) A nova taxa de condução de calor é

$$P'_{\text{cond}} = \frac{k'P_{\text{cond}}}{k} = \frac{(0,60 \text{ W/m} \cdot \text{K})(230 \text{ J/s})}{0,040 \text{ W/m} \cdot \text{K}} = 3,5 \times 10^3 \text{ J/s,}$$

ou seja, cerca de 15 vezes maior que quando a roupa estava seca.

85. Como se trata de um sistema termicamente isolado, a energia total não pode variar, ou seja, toda a energia cedida pelo lingote de alumínio é usada para aumentar a temperatura da água.

Seja  $T_f$  a temperatura final do sistema. A energia cedida pelo lingote de alumínio é  $Q_{\text{Al}} = m_{\text{Al}}c_{\text{Al}}(T_{i,\text{Al}} - T_f)$ ; a energia recebida pela água é  $Q_{\text{água}} = m_{\text{água}}c_{\text{água}}(T_f - T_{i,\text{água}})$ . Igualando  $Q_{\text{Al}}$  a  $Q_{\text{água}}$ ,

obtemos:

$$m_{\text{Al}}c_{\text{Al}}(T_{i,\text{Al}} - T_f) = m_{\text{água}}c_{\text{água}}(T_f - T_{i,\text{água}}),$$

o que nos dá

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{m_{\text{Al}}c_{\text{Al}}T_{i,\text{Al}} + m_{\text{água}}c_{\text{água}}T_{i,\text{água}}}{m_{\text{Al}}c_{\text{Al}} + m_{\text{água}}c_{\text{água}}} \\ &= \frac{(2,50 \text{ kg})(900 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(92 \text{ }^\circ\text{C}) + (8,00 \text{ kg})(4186,8 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(5,0 \text{ }^\circ\text{C})}{(2,50 \text{ kg})(900 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) + (8,00 \text{ kg})(4186,8 \text{ J/kg} \cdot \text{K})} \\ &= 10,5^\circ\text{C.} \end{aligned}$$

86. Se na temperatura mais baixa a altura da vidraça é  $L_1$  e a largura é  $L_2$  e na temperatura mais alta a altura é  $L_1 + \Delta L_1$  e a largura é  $L_2 + \Delta L_2$ , a área aumenta de  $A_1 = L_1L_2$  para

$$A_2 = (L_1 + \Delta L_1)(L_2 + \Delta L_2) \approx L_1L_2 + L_1 \Delta L_2 + L_2 \Delta L_1$$

na qual o termo  $\Delta L_1 \Delta L_2$  foi desprezado porque é muito menor que os outros termos, se as variações de comprimento forem pequenas. Assim, a variação da área é

$$\Delta A = A_2 - A_1 = L_1 \Delta L_2 + L_2 \Delta L_1.$$

Se  $\Delta T$  é a variação de temperatura,  $\Delta L_1 = \alpha L_1 \Delta T$  e  $\Delta L_2 = \alpha L_2 \Delta T$ , na qual  $\alpha$  é o coeficiente de dilatação térmica. Assim,

$$\begin{aligned} \Delta A &= \alpha(L_1L_2 + L_1L_2) \Delta T = 2\alpha L_1L_2\Delta T \\ &= 2(9 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ) (30 \text{ cm}) (20 \text{ cm}) (30 \text{ }^\circ\text{C}) \\ &= 0,32 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

87. A área da superfície lateral de um cilindro de altura  $h$  e raio  $r$  é  $A_c = 2\pi rh$  e a área da superfície de uma esfera de raio  $R$  é  $A_e = 4\pi R^2$ . A taxa líquida de troca de energia com o ambiente é dada pela Eq. 18-40.

(a) Vamos estimar a área  $A$  da superfície do corpo do novato como a área lateral de um cilindro com  $h = 1,8 \text{ m}$  de altura e  $r = 0,15 \text{ m}$  de raio, mais a área da superfície de uma esfera com  $R = 0,10 \text{ m}$  de raio. Assim,  $A = A_c + A_e = 1,8 \text{ m}^2$ . A emissividade  $\varepsilon = 0,80$  é dada no problema e a constante de Stefan-Boltzmann é dada na Seção 18-12:  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ . A temperatura do ambiente é  $T_{\text{amb}} = 303 \text{ K}$  e a temperatura da pele é  $T = 5(102 - 32)/9 + 273 = 312 \text{ K}$ . Assim,

$$P_{\text{liq}} = \sigma \epsilon A (T_{\text{amb}}^4 - T^4) = -86 \text{ W}.$$

Assim, a taxa com a qual o corpo do novato perde calor é aproximadamente 90 W.

(b) Metade da área da superfície do corpo no novato corresponde a  $A = 1,8/2 = 0,9 \text{ m}^2$ . Para  $T_{\text{amb}} = 248 \text{ K}$ , temos:

$$|P_{\text{liq}}| = |\sigma \epsilon A (T_{\text{liq}}^4 - T^4)| \approx 2,3 \times 10^2 \text{ W}.$$

(c) Finalmente, para  $T_{\text{amb}} = 193 \text{ K}$  e para  $A = 0,9 \text{ m}^2$ ,  $|P_{\text{liq}}| = 3,3 \times 10^2 \text{ W}$ .

88. De acordo com as Eqs. 18-9 e 12-23,

$$\Delta L = L\alpha\Delta T \quad \text{e} \quad \frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L}.$$

De acordo com a Tabela 12-1, o limite de ruptura do aço é  $(F/A)_{\text{ruptura}} = S_r = 400 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ . Combinando as equações mostradas, descobrimos que a barra se romperá se a variação de temperatura exceder

$$\Delta T = \frac{S_r}{E\alpha} = \frac{400 \times 10^6 \text{ N/m}^2}{(200 \times 10^9 \text{ N/m}^2)(11 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ)} = 182 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Como se trata de uma redução de temperatura, a temperatura na qual a barra se rompe é  $T = 25,0 \text{ }^\circ\text{C} - 182 \text{ }^\circ\text{C} = -157 \text{ }^\circ\text{C}$ .

89. (a) Vamos chamar de  $N$  o número de vezes que o peso é levantado. Nesse caso,  $Nmgh = Q$ , o que nos dá

$$N = \frac{Q}{mgh} = \frac{(3500 \text{ Cal})(4186 \text{ J/Cal})}{(80,0 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)(1,00 \text{ m})} \approx 1,87 \times 10^4.$$

(b) O tempo necessário é

$$t = (18.700)(2,00 \text{ s}) \left( \frac{1,00 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right) = 10,4 \text{ h}.$$

90. No caso de materiais isotrópicos, o coeficiente de dilatação linear  $\alpha$  está relacionado à dilatação volumétrica através da Eq. 18-11,  $\alpha = \beta/3$ . O valor do raio da Terra está no Apêndice C. O aumento estimado do raio da Terra é dado por

$$\Delta R_T = R_T \alpha \Delta T = (6,4 \times 10^3 \text{ km}) \left( \frac{1}{3} \right) (3,0 \times 10^{-5} / \text{K})(3000 \text{ K} - 300 \text{ K}) = 1,7 \times 10^2 \text{ km}.$$

91. Supondo que o gelo está inicialmente a  $0^\circ \text{C}$ , o calor necessário para derretê-lo é dado pela Eq. 18-16. Usando o calor de fusão do gelo da Tabela 18-4, temos:

$$Q = Lm = (333 \text{ J/g})(1,00 \text{ g}) = 333 \text{ J}.$$

92. Uma forma de resolver o problema é simplesmente calcular a variação de comprimento de cada lado usando a Eq. 18-9 e depois calcular a variação da área:

$$\begin{aligned} A - A_0 &= (x_0 + \Delta x)(y_0 + \Delta y) - x_0 y_0 = x_0 \Delta y + y_0 \Delta x + \Delta x \Delta y = 2\alpha x_0 y_0 \Delta T + \alpha^2 x_0 y_0 (\Delta T)^2 \\ &= 2(9 \times 10^{-6})(20,0)(0,200)(0,300) + (9 \times 10^{-6})^2 (20)^2 (0,200 + 0,300)^2 \\ &= 2,16 \times 10^{-5} + 8,1 \times 10^{-9} = 2,16 \times 10^{-5} \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Outro método consiste em usar a relação  $\Delta A = 2\alpha A_0 \Delta T$  (válida para  $\Delta A/A \ll 1$ ) que é obtida calculando a diferencial de  $A = xy$  e substituindo os acréscimos infinitesimais por acréscimos finitos.

93. Devemos calcular uma energia  $E$  igual a 0,5% de  $E_{\text{rad}}$ , em que  $E_{\text{rad}} = P_{\text{rad}} t$  e  $P_{\text{rad}}$  é dada pela Eq. 18-38. Assim, para  $A = 4\pi r^2 = 5,03 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ , temos:

$$\begin{aligned} E &= 0,005E_{\text{rad}} = 0,005P_{\text{rad}} t = 0,005\sigma\epsilon AT^4 t \\ &= (0,005)(5,6704 \times 10^{-8})(0,80)(5,0 \times 10^{-3})(500)^4(120) \\ &= 8,6 \text{ J} \end{aligned}$$

94. Vamos chamar a temperatura inicial da água de  $T_{ai}$  e a temperatura inicial do termômetro de  $T_{ii}$ . Como o calor recebido pelo termômetro é igual ao calor recebido pela água, temos:

$$c_i m_i (T_f - T_{ii}) = c_a m_a (T_{ai} - T_f).$$

Explicitando a temperatura inicial da água, obtemos:

$$\begin{aligned} T_{ai} &= \frac{c_i m_i (T_f - T_{ii})}{c_a m_a} + T_f = \frac{(0,0550 \text{ kg})(0,837 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K})(44,4 - 15,0) \text{ K}}{(4,18 \text{ kJ/kg} \cdot \text{C}^\circ)(0,300 \text{ kg})} + 44,4 \text{ }^\circ\text{C} \\ &= 45,5 \text{ }^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

95. O trabalho total pode ser calculado como uma soma de trabalhos (um para cada processo) ou como a área envolvida pela curva que representa o ciclo no diagrama  $pV$ , com o sinal apropriado. Nesta solução, vamos usar a primeira abordagem.

(a) O ciclo da Fig. 18-57 no qual o gás volta ao estado inicial através da trajetória  $A$  envolve três processos:

- o processo representado pela trajetória  $B$ , no qual, de acordo com a Eq. 18-25, o trabalho é dado por

$$W_B = \frac{40 \text{ Pa} + 10 \text{ Pa}}{2} (4,0 \text{ m}^3 - 1,0 \text{ m}^3) = 75 \text{ J}.$$

- o processo representado por uma reta vertical, no qual o trabalho é zero, já que o volume permanece constante.

- o processo de retorno ao estado inicial, no qual o trabalho é dado por

$$W_A = (40 \text{ Pa})(1,0 \text{ m}^3 - 4,0 \text{ m}^3) = -120 \text{ J}.$$

O trabalho total realizado durante o ciclo  $BA$  é, portanto,  $W_{BA} = 75 - 120 = -45 \text{ J}$ .

(b) O ciclo da Fig. 18-57 no qual o gás volta ao estado inicial através da trajetória  $C$  envolve três processos:

- o processo representado pela trajetória  $B$ , no qual, como foi visto no item (a), o trabalho é  $W_B = 75 \text{ J}$ .

- O processo representado pela trajetória  $C$ , no qual o trabalho é dado por

$$W_C = (10 \text{ Pa})(1,0 \text{ m}^3 - 4,0 \text{ m}^3) = -30 \text{ J}.$$

- O processo de retorno ao estado inicial, no qual o trabalho é zero, já que o volume permanece constante.

O trabalho realizado durante o ciclo  $BC$  é, portanto,  $W_{BC} = 75 - 30 = +45 \text{ J}$ .

## Capítulo 19

1. A massa de um átomo é dada por  $m = M/N_A$ , na qual  $M$  é a massa molar e  $N_A$  é o número de Avogadro. Como a massa molar do arsênio é 74,9 g/mol ou  $74,9 \times 10^{-3}$  kg/mol, a massa de  $7,50 \times 10^{24}$  átomos de arsênio é

$$(7,50 \times 10^{24}) (74,9 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}) / (6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}) = 0,933 \text{ kg}.$$

2. (a) De acordo com a Eq. 19-3,  $n = M_{\text{am}}/M = 2,5/197 = 0,0127$  mol.

(b) De acordo com a Eq. 19-2,

$$N = nN_A = (0,0127)(6,02 \times 10^{23}) = 7,64 \times 10^{21}.$$

3. Para aplicar a lei dos gases ideais  $pV = nRT$ , expressamos a temperatura em kelvins,  $T_i = (40,0 + 273,15)\text{K} = 313,15 \text{ K}$ , e o volume em unidades do SI:

$$V_i = 1000 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3.$$

(a) O número de mols de oxigênio presentes na amostra é

$$n = \frac{pV_i}{RT_i} = \frac{(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})(1,000 \times 10^{-3} \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(313,15 \text{ K})} = 0,0388 \text{ mol}.$$

(b) De acordo com a lei dos gases ideais,

$$T_f = \frac{pV_f}{nR} = \frac{(1,06 \times 10^5 \text{ Pa})(1,500 \times 10^{-3} \text{ m}^3)}{(3,88 \times 10^{-2} \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})} = 493 \text{ K} = 220 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Note que a temperatura final também pode ser calculada a partir da relação  $p_i V_i / T_i = p_f V_f / T_f$ :

$$T_f = \left( \frac{p_f}{p_i} \right) \left( \frac{V_f}{V_i} \right) T_i = \left( \frac{1,06 \times 10^5 \text{ Pa}}{1,01 \times 10^5 \text{ Pa}} \right) \left( \frac{1500 \text{ cm}^3}{1000 \text{ cm}^3} \right) (313,15 \text{ K}) = 493 \text{ K}.$$

4. (a) De acordo com a lei dos gases ideais, para  $T = 283 \text{ K}$ , temos:

$$n = \frac{pV}{RT} = \frac{(100 \times 10^3 \text{ Pa})(2,50 \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(283 \text{ K})} = 106 \text{ mol}.$$

(b) Podemos calcular a resposta aplicando diretamente a lei dos gases ideais ou usar os valores do item (a) e a seguinte relação, baseada na lei dos gases ideais:

$$\frac{p_f V_f}{p_i V_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

(onde o número de mols não aparece porque  $n_i = n_f$ ), que nos dá um volume final

$$V_f = V_i \left( \frac{p_i}{p_f} \right) \left( \frac{T_f}{T_i} \right) = (2,50 \text{ m}^3) \left( \frac{100 \text{ kPa}}{300 \text{ kPa}} \right) \left( \frac{303 \text{ K}}{283 \text{ K}} \right) = 0,892 \text{ m}^3.$$

5. Para  $p = 1,01 \times 10^{-13} \text{ Pa}$  e  $T = 293 \text{ K}$ , a lei dos gases ideais nos dá

$$\frac{n}{V} = \frac{p}{RT} = \frac{1,01 \times 10^{-13} \text{ Pa}}{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(293 \text{ K})} = 4,1 \times 10^{-17} \text{ mol/m}^3$$

Assim, de acordo com a Eq. 19-2,  $N/V = nN_A/V = (4,1 \times 10^{-17})(6,02 \times 10^{23}) = 25 \times 10^6$  moléculas/m<sup>3</sup> = 25 moléculas/cm<sup>3</sup>.

6. As temperaturas inicial e final são  $T_i = 5,00 \text{ °C} = 278 \text{ K}$  e  $T_f = 75,0 \text{ °C} = 348 \text{ K}$ , respectivamente. Usando a lei dos gases ideais com  $V_i = V_f$  temos:

$$\frac{p_f V_f}{p_i V_i} = \frac{T_f}{T_i} \Rightarrow p_f = \frac{T_f}{T_i} p_i = \left( \frac{348 \text{ K}}{278 \text{ K}} \right) (1,00 \text{ atm}) = 1,25 \text{ atm}.$$

7. (a) Como a transformação é isotérmica,  $Q = W$ . Nesse caso, de acordo com a Eq. 19-14,  $Q = -3,14 \times 10^3 \text{ J}$  ou  $|Q| = 3,14 \times 10^3 \text{ J}$ .

(b) O sinal negativo obtido no item (a) significa que o calor é cedido pelo gás.

8. (a) De acordo com a lei dos gases perfeitos, temos:

$$n = \frac{pV}{RT} = \frac{(100 \text{ Pa})(1,0 \times 10^{-6} \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(220 \text{ K})} = 5,47 \times 10^{-8} \text{ mol}.$$

(b) De acordo com a Eq. 19-2, o número de moléculas é

$$N = nN_A = (5,47 \times 10^{-8} \text{ mol})(6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}) = 3,29 \times 10^{16} \text{ moléculas}.$$

9. Como a pressão atmosférica padrão é 101 kPa, a pressão inicial (absoluta) do ar é  $p_i = 266 \text{ kPa}$ . De acordo com a lei dos gases ideais, como o número de mols do ar no interior do pneu é constante,

$$\frac{p_f V_f}{p_i V_i} = \frac{T_f}{T_i},$$

o que nos dá

$$p_f = p_i \left( \frac{V_i}{V_f} \right) \left( \frac{T_f}{T_i} \right) = (266 \text{ kPa}) \left( \frac{1,64 \times 10^{-2} \text{ m}^3}{1,67 \times 10^{-2} \text{ m}^3} \right) \left( \frac{300 \text{ K}}{273 \text{ K}} \right) = 287 \text{ kPa}.$$

Para expressar esse valor em termos da pressão manométrica, somamos 101 kPa, obtendo 186 kPa.

10. Como a pressão  $p_1$  associada ao primeiro gás é  $p_1 = n_1 RT/V$  e a pressão  $p_2$  associada ao segundo gás é  $p_2 = n_2 RT/V$ , a pressão total sobre a parede do recipiente é

$$p = p_1 + p_2 = \frac{n_1 RT}{V} + \frac{n_2 RT}{V} = (n_1 + n_2) \frac{RT}{V}.$$

A fração da pressão total que se deve ao segundo gás é, portanto,

$$\frac{p_2}{p} = \frac{n_2 RT/V}{(n_1 + n_2)(RT/V)} = \frac{n_2}{n_1 + n_2} = \frac{0,5}{2 + 0,5} = 0,2.$$

11. Se o gás se expande de um volume  $V_i$  para um volume  $V_f$  na parte isotérmica do processo, o trabalho realizado é

$$W = \int_{V_i}^{V_f} p dV = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i},$$

onde a lei dos gases ideais,  $pV = nRT$ , foi usada para substituir  $p$  por  $nRT/V$ . Como  $V_i = nRT/p_i$  e  $V_f = nRT/p_f$ ,  $V_f/V_i = p_i/p_f$ . Substituindo  $nRT$  por  $p_i V_i$ , obtemos

$$W = p_i V_i \ln \frac{p_i}{p_f}.$$

Como a pressão manométrica inicial é  $1,03 \times 10^5$  Pa,

$$p_i = 1,3 \times 10^5 \text{ Pa} + 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} = 2,04 \times 10^5 \text{ Pa}.$$

Como a pressão final é  $p_f = 1,013 \times 10^5$  Pa,

$$W = (2,04 \times 10^5 \text{ Pa})(0,14 \text{ m}^3) \ln \left( \frac{2,04 \times 10^5 \text{ Pa}}{1,013 \times 10^5 \text{ Pa}} \right) = 2,00 \times 10^4 \text{ J}.$$

Na parte isobárica do processo, o trabalho realizado pelo gás é  $W = p_f(V_i - V_f)$ , em que  $p_f$  é a pressão final do processo anterior. Note que  $V_i < V_f$ . Como o volume final é igual ao volume inicial,  $V_f = p_i V_i / p_f$  e, portanto,

$$\begin{aligned} W &= p_f \left( V_i - \frac{p_i V_i}{p_f} \right) = (p_f - p_i) V_i = (1,013 \times 10^5 \text{ Pa} - 2,04 \times 10^5 \text{ Pa})(0,14 \text{ m}^3) \\ &= -1,44 \times 10^4 \text{ J}. \end{aligned}$$

O trabalho total realizado pelo gás é

$$W = 2,00 \times 10^4 \text{ J} - 1,44 \times 10^4 \text{ J} = 5,60 \times 10^3 \text{ J} = 5,60 \text{ kJ}.$$

12. (a) Na superfície, o volume de ar no interior da câmara era

$$V_1 = Ah = \pi(1,00 \text{ m})^2(4,00 \text{ m}) = 12,57 \text{ m}^3 \approx 12,6 \text{ m}^3.$$

(b) Na superfície, a temperatura e a pressão do ar no interior do submarino eram  $T_1 = 20^\circ \text{C} = 293 \text{ K}$  e  $p_1 = p_0 = 1,00 \text{ atm}$ . A uma profundidade  $h = 80 \text{ m}$ ,  $T_2 = -30^\circ \text{C} = 243 \text{ K}$  e

$$\begin{aligned} p_2 &= p_0 + \rho gh = 1,00 \text{ atm} + (1024 \text{ kg/m}^3)(9,80 \text{ m/s}^2)(80,0 \text{ m}) \frac{1,00 \text{ atm}}{1,01 \times 10^5 \text{ Pa}} \\ &= 1,00 \text{ atm} + 7,95 \text{ atm} = 8,95 \text{ atm}. \end{aligned}$$

Assim, de acordo com a lei dos gases ideais, o volume de ar a essa profundidade é dado por

$$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow V_2 = \left( \frac{p_1}{p_2} \right) \left( \frac{T_2}{T_1} \right) V_1 = \left( \frac{1,00 \text{ atm}}{8,95 \text{ atm}} \right) \left( \frac{243 \text{ K}}{293 \text{ K}} \right) (12,57 \text{ m}^3) = 1,16 \text{ m}^3.$$

(c) A redução de volume é  $\Delta V = V_1 - V_2 = 11,44 \text{ m}^3$ . De acordo com a Eq. 19-5, o número de mols de ar correspondente a este volume é

$$n = \frac{p \Delta V}{RT} = \frac{(8,95 \text{ atm})(1,01 \times 10^5 \text{ Pa/atm})(11,44 \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(243 \text{ K})} = 5,10 \times 10^3 \text{ mol}.$$

Assim, para manter o volume inicial de ar na câmara, é necessário introduzir  $5,10 \times 10^3$  mol de ar.

13. (a) No ponto *a*, temos informações suficientes para calcular *n*:

$$n = \frac{pV}{RT} = \frac{(2500 \text{ Pa})(1,0 \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(200 \text{ K})} = 1,5 \text{ mol}.$$

(b) Podemos usar a resposta do item (a) com os novos valores de pressão e temperatura e aplicar a lei dos gases ideais ou escrever uma razão entre os produtos  $pV$  nas duas situações (como a quantidade de gás não mudou, o valor de *n* permanece o mesmo e não aparece na razão):

$$\frac{p_b V_b}{p_a V_a} = \frac{T_b}{T_a} \Rightarrow T_b = (200 \text{ K}) \left( \frac{7,5 \text{ kPa}}{2,5 \text{ kPa}} \right) \left( \frac{3,0 \text{ m}^3}{1,0 \text{ m}^3} \right),$$

o que nos dá  $T_b = 1,8 \times 10^3 \text{ K}$ .

(c) Como no item (b), podemos escrever uma razão entre os produtos  $pV$  nas duas situações:

$$\frac{p_c V_c}{p_a V_a} = \frac{T_c}{T_a} \Rightarrow T_c = (200 \text{ K}) \left( \frac{2,5 \text{ kPa}}{2,5 \text{ kPa}} \right) \left( \frac{3,0 \text{ m}^3}{1,0 \text{ m}^3} \right),$$

o que nos dá  $T_c = 6,0 \times 10^2 \text{ K}$ .

(d) A energia adicionada ao gás na forma de calor é igual ao trabalho realizado sobre o gás ao longo do ciclo, representado por um triângulo retângulo no diagrama  $pV$  da Fig. 19-20. Este trabalho, por sua vez, é igual à área do triângulo (base  $\times$  altura)/2, na qual usamos o sinal positivo porque o volume aumenta quando a pressão aumenta. Assim,

$$Q_{\text{tot}} = W_{\text{tot}} = \frac{1}{2} (2,0 \text{ m}^3)(5,0 \times 10^3 \text{ Pa}) = 5,0 \times 10^3 \text{ J} = 5,0 \text{ kJ}.$$

14. Como a pressão permanece constante, o trabalho é dado por  $W = p(V_2 - V_1)$ . O volume inicial é  $V_1 = (AT_1 - BT_1^2)/p$ , na qual  $T_1 = 315 \text{ K}$  é a temperatura inicial,  $A = 24,9 \text{ J/K}$  e  $B = 0,00662 \text{ J/K}^2$ . O volume final é  $V_2 = (AT_2 - BT_2^2)/p$ , na qual  $T_2 = 315 \text{ K}$ . Assim,

$$\begin{aligned} W &= A(T_2 - T_1) - B(T_2^2 - T_1^2) \\ &= (24,9 \text{ J/K})(325 \text{ K} - 315 \text{ K}) - (0,00662 \text{ J/K}^2)[(325 \text{ K})^2 - (315 \text{ K})^2] = 207 \text{ J}. \end{aligned}$$

15. Como se trata de um processo isotérmico envolvendo um gás ideal, a equação  $Q = W = nRT \ln(V_f/V_i)$  pode ser aplicada a qualquer ponto do gráfico da Fig. 19-21. Um ponto fácil de ler é  $Q = 1000 \text{ J}$ ,  $V_f = 0,30 \text{ m}^3$ ; além disso, o gráfico mostra que  $V_i = 0,20 \text{ m}^3$ . Como, de acordo com o enunciado,  $n = 0,825 \text{ mol}$ , a equação mostrada nos dá  $T = 360 \text{ K}$ .

16. Vamos supor que a pressão do ar no interior da bolha é igual à pressão da água do lado de fora da bolha. Se  $d$  é a profundidade do lago e  $\rho$  é a massa específica da água, a pressão no fundo do lago é  $p_1 = p_0 + \rho g d$ , na qual  $p_0$  é a pressão atmosférica. Como  $p_1 V_1 = nRT_1$ , o número de mols de gás contidos na bolha é

$$n = p_1 V_1 / RT_1 = (p_0 + \rho g d) V_1 / RT_1,$$

em que  $V_1$  é o volume da bolha no fundo do lago e  $T_1$  é a temperatura no mesmo local. Na superfície do lago, a pressão é  $p_0$  e o volume da bolha é  $V_2 = nRT_2/p_0$ . Substituindo  $n$  pelo seu valor, obtemos

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{T_2}{T_1} \frac{p_0 + \rho g d}{p_0} V_1 \\ &= \left( \frac{293 \text{ K}}{277 \text{ K}} \right) \left[ \frac{1,013 \times 10^5 \text{ Pa} + (0,998 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)(40 \text{ m})}{1,013 \times 10^5 \text{ Pa}} \right] (20 \text{ cm}^3) \\ &= 1,0 \times 10^2 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

17. Quando a válvula está fechada, o número de mols de gás contidos no recipiente  $A$  é  $n_A = p_A V_A / RT_A$  e o número de mols de gás contidos no recipiente  $B$  é  $n_B = 4p_B V_A / RT_B$ . O número total de mols contidos nos dois recipientes é, portanto,

$$n = n_A + n_B = \frac{V_A}{R} \left( \frac{p_A}{T_A} + \frac{4p_B}{T_B} \right) = \text{constante}.$$

Depois que a válvula é aberta, a pressão no recipiente  $A$  passa a ser  $p'_A = Rn'_A T_A / V_A$  e a pressão no recipiente  $B$  passa a ser  $p'_B = Rn'_B T_B / 4V_A$ . Fazendo  $p'_A = p'_B$ , obtemos  $Rn'_A T_A / V_A = Rn'_B T_B / 4V_A$ , o que nos dá  $n'_B = (4T_A / T_B) n'_A$ . Assim,

$$n = n'_A + n'_B = n'_A \left( 1 + \frac{4T_A}{T_B} \right) = n_A + n_B = \frac{V_A}{R} \left( \frac{p_A}{T_A} + \frac{4p_B}{T_B} \right).$$



Explicitando  $n'_A$ , obtemos:

$$n'_A = \frac{V}{R} \frac{(p_A/T_A + 4p_B/T_B)}{(1 + 4T_A/T_B)}.$$

Substituindo esta expressão de  $n'_A$  na equação  $p'V_A = n'_ART_A$ , obtemos a pressão final:

$$p' = \frac{n'_ART_A}{V_A} = \frac{p_A + 4p_B T_A / T_B}{1 + 4T_A / T_B} = 2,0 \times 10^5 \text{ Pa}.$$

18. De acordo com as Eqs. 19-4, 19-7 e 19-22,

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3(kN_A)T}{(mN_A)}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

A massa do elétron é dada no problema e o valor de  $k$  é dado no livro:  $k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ . Para  $T = 2,00 \times 10^6 \text{ K}$ , a expressão apresentada nos dá  $v_{\text{rms}} = 9,53 \times 10^6 \text{ m/s}$ . A pressão fornecida no enunciado não é usada na solução.

19. De acordo com a Tabela 19-1,  $M = 28,0 \text{ g/mol}$  no caso do nitrogênio. Este valor pode ser usado na Eq. 19-22, juntamente com a temperatura  $T$  em kelvins, para calcular a velocidade média quadrática. Outra abordagem é trabalhar com razões, aproveitando o fato de que a Tabela 19-1 também fornece a velocidade rms das moléculas de nitrogênio a 300 K (o valor é 517 m/s). Vamos usar a segunda abordagem, chamando a velocidade média quadrática de  $v$ :

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{3RT_2/M}}{\sqrt{3RT_1/M}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}.$$

(a) Para  $T_2 = (20,0 + 273,15) \text{ K} \approx 293 \text{ K}$ , temos:

$$v_2 = (517 \text{ m/s}) \sqrt{\frac{293 \text{ K}}{300 \text{ K}}} = 511 \text{ m/s}.$$

(b) Fazendo  $v_3 = v_2/2$  e explicitando  $T_3$  na equação  $v_3 / v_2 = \sqrt{T_3 / T_2}$ , obtemos:

$$T_3 = T_2 \left( \frac{v_3}{v_2} \right)^2 = (293 \text{ K}) \left( \frac{1}{2} \right)^2 = 73,0 \text{ K}$$

que equivale a  $73,0 - 273 = -200 \text{ }^\circ\text{C}$ .

(c) Fazendo  $v_4 = 2v_2$ , obtemos:

$$T_4 = T_2 \left( \frac{v_4}{v_2} \right)^2 = (293 \text{ K})(4) = 1,17 \times 10^3 \text{ K}$$

que equivale a  $899 \text{ }^\circ\text{C}$ .

20. De acordo com o Apêndice F,  $M = 4,00 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$  (o valor da Tabela 19-1 tem menos algarismos significativos). De acordo com a Eq. 19-22,

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3(8,31 \text{ J/mol} \times \text{K})(1000 \text{ K})}{4,00 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}}} = 2,50 \times 10^3 \text{ m/s} = 2,50 \text{ km/s}.$$

21. De acordo com a teoria cinética dos gases, a velocidade média quadrática é dada pela Eq. 19-34:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

em que  $T$  é a temperatura e  $M$  é a massa molar. Como, de acordo com a Tabela 19-1, a massa molar da molécula de hidrogênio é  $2,02 \times 10^{-3}$  kg/mol,

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(2,7 \text{ K})}{2,02 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}}} = 1,8 \times 10^2 \text{ m/s.}$$

Nota: A velocidade média e a velocidade mais provável correspondentes são, respectivamente,

$$v_{\text{med}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(2,7 \text{ K})}{\pi(2,02 \times 10^{-3} \text{ kg/mol})}} = 1,7 \times 10^2 \text{ m/s}$$

e

$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(2,7 \text{ K})}{2,02 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}}} = 1,5 \times 10^2 \text{ m/s.}$$

22. De acordo com o Apêndice F, a massa molar do argônio é 39,95 g/mol. A velocidade média quadrática é dada pela Eq. 19-34:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(313 \text{ K})}{39,95 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}}} = 442 \text{ m/s.}$$

23. Quando uma molécula de gás ricocheteia em uma parede, apenas a componente normal do momento varia e, portanto, a variação do momento é  $2mv \cos\theta$ , em que  $m$  é a massa da molécula,  $v$  é a velocidade da molécula e  $\theta$  é o ângulo entre a velocidade e a normal à parede. Se, em média,  $N$  moléculas colidem com a parede em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , a taxa média de variação do momento é  $2(N/\Delta t)mv \cos\theta$ . Esta é, também, a força média exercida pelas moléculas sobre a parede. A pressão exercida pelas moléculas é a força média dividida pela área à qual a força é aplicada:

$$\begin{aligned} p &= \frac{2}{A} \left( \frac{N}{\Delta t} \right) mv \cos\theta \\ &= \left( \frac{2}{2,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \right) (1,0 \times 10^{23} \text{ s}^{-1}) (3,3 \times 10^{-27} \text{ kg}) (1,0 \times 10^3 \text{ m/s}) \cos 55^\circ \\ &= 1,9 \times 10^3 \text{ Pa} = 1,9 \text{ kPa.} \end{aligned}$$

Note que o valor da massa foi convertido para kg e o valor da área foi convertido para  $\text{m}^2$ .

24. Podemos expressar a lei dos gases ideais em termos da massa específica usando a relação  $n = M_{\text{amostra}}/M$ :

$$pV = \frac{M_{\text{amostra}} RT}{M} \Rightarrow \rho = \frac{pM}{RT}.$$

Podemos também escrever a velocidade média quadrática em termos da massa específica:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3(pM/\rho)}{M}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}.$$

(a) Convertendo a massa específica e a pressão para unidades do SI,  $\rho = 1,24 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^3$ ,  $p = 1,01 \times 10^3 \text{ Pa}$  e a velocidade média quadrática é

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = \sqrt{\frac{3(1010)}{0,0124}} = 494 \text{ m/s.}$$

(b) Para  $T = 273 \text{ K}$ , a massa molar do gás é

$$M = \frac{\rho RT}{p} = \frac{(0,0124 \text{ kg/m}^3)(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(273 \text{ K})}{1,01 \times 10^3 \text{ Pa}} = 0,0279 \text{ kg/mol} = 27,9 \text{ g/mol}.$$

(c) De acordo com a Tabela 19-1, o gás é  $\text{N}_2$ .

25. (a) De acordo com a Eq. 19-24,

$$K_{\text{med}} = \frac{3}{2} (1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(273 \text{ K}) = 5,65 \times 10^{-21} \text{ J}.$$

(b) De acordo com a Eq. 19-24,

$$K_{\text{med}} = \frac{3}{2} (1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(373 \text{ K}) = 7,72 \times 10^{-21} \text{ J}.$$

(c) De acordo com o resultado do item (a), como um mol de um gás ideal contém  $6,02 \times 10^{23}$  moléculas do gás, a energia cinética de um mol de um gás a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  ( $273 \text{ K}$ ) é

$$K_{\text{mol}} = N_A K_{273} = (6,02 \times 10^{23})(5,65 \times 10^{-21} \text{ J}) = 3,40 \times 10^3 \text{ J} = 3,40 \text{ kJ}.$$

(d) De acordo com o resultado do item (b),

$$K_{\text{mol}} = N_A K_{373} = (6,02 \times 10^{23})(7,72 \times 10^{-21} \text{ J}) = 4,65 \times 10^3 \text{ J} = 4,65 \text{ kJ}.$$

26. Como a energia cinética de translação média é dada por  $K_{\text{med}} = 3kT/2$ , em que  $k$  é a constante de Boltzmann ( $1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ ) e  $T$  é a temperatura em kelvins,

$$K_{\text{med}} = \frac{3}{2} (1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(1600 \text{ K}) = 3,3 \times 10^{-20} \text{ J}.$$

27. (a) Podemos usar a equação  $\epsilon = L_v/N$ , em que  $L_v$  é o calor de vaporização e  $N$  é o número de moléculas por grama. Como a massa molar do hidrogênio atômico é  $1 \text{ g/mol}$  e a massa molar do oxigênio atômico é  $16 \text{ g/mol}$ , a massa molar de  $\text{H}_2\text{O}$  é  $(1,0 + 1,0 + 16) = 18 \text{ g/mol}$ . Como um mol contém  $N_A = 6,02 \times 10^{23}$  moléculas, o número de moléculas em um grama de água é  $(6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})/(18 \text{ g/mol}) = 3,34 \times 10^{22}$  moléculas/g. Assim,

$$\epsilon = (539 \text{ cal/g})/(3,34 \times 10^{22}/\text{g}) = 1,61 \times 10^{-20} \text{ cal} = 6,76 \times 10^{-20} \text{ J}.$$

(b) A energia cinética de translação média é

$$K_{\text{med}} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} (1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})[(32,0 + 273,15) \text{ K}] = 6,32 \times 10^{-21} \text{ J}.$$

Assim, temos:

$$\frac{\epsilon}{K_{\text{med}}} = \frac{6,76 \times 10^{-20} \text{ J}}{6,32 \times 10^{-21} \text{ J}} = 10,7.$$

28. Usando a equação  $v = f\lambda$  com  $v = 343 \text{ m/s}$  (veja a Tabela 17-1) e as Eqs. 19-2 e 19-25, temos:

$$\begin{aligned} f &= \frac{v}{\left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi d^2 (N/V)}} \right]} = (343 \text{ m/s}) \pi \sqrt{2} (3,0 \times 10^{-10} \text{ m})^2 \left( \frac{nN_A}{V} \right) \\ &= \left( 8,3 \times 10^7 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{mol}} \right) \left( \frac{p}{RT} \right) = \left( 8,3 \times 10^7 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{mol}} \right) \left[ \frac{1,01 \times 10^5 \text{ Pa}}{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(273,15 \text{ K})} \right] \\ &= 3,7 \times 10^9 \text{ Hz} = 3,7 \text{ GHz}. \end{aligned}$$

29. (a) De acordo com a Eq. 19-25, o livre caminho médio das moléculas de um gás é dado por

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 N/V},$$

em que  $d$  é o diâmetro da molécula e  $N$  é o número de moléculas contidas no volume  $V$ . Fazendo  $d = 2,0 \times 10^{-10}$  m e  $N/V = 1 \times 10^6$  moléculas/m<sup>3</sup>, obtemos

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi(2,0 \times 10^{-10} \text{ m})^2 (1 \times 10^6 \text{ m}^{-3})} = 6 \times 10^{12} \text{ m} = 6 \times 10^9 \text{ km}.$$

(b) O significado físico do valor calculado é questionável, já que o livre caminho médio, como o próprio nome indica, é um valor médio e, nessa altitude, quase todas as moléculas de gás estão em órbita em torno da Terra e não sofrem colisões.

30. Explicitando  $d$  na Eq. 19-25, temos:

$$d = \sqrt{\frac{1}{\lambda\pi\sqrt{2}(N/V)}} = \sqrt{\frac{1}{(0,80 \times 10^5 \text{ cm})\pi\sqrt{2}(2,7 \times 10^{19} / \text{cm}^3)},}$$

o que nos dá  $d = 3,2 \times 10^{-8}$  cm = 0,32 nm.

31. (a) De acordo com a lei dos gases ideais,

$$\begin{aligned} \frac{N}{V} &= \frac{p}{kT} = \frac{1,333 \times 10^{-4} \text{ Pa}}{(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(295 \text{ K})} = 3,27 \times 10^{16} \text{ moléculas/m}^3 \\ &= 3,27 \times 10^{10} \text{ moléculas/cm}^3. \end{aligned}$$

(b) De acordo com a Eq. 19-25, o livre caminho médio é

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 N/V} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi(2,00 \times 10^{-10} \text{ m})^2 (3,27 \times 10^{16} \text{ m}^{-3})} = 172 \text{ m}.$$

32. (a) De acordo com a Eq. 19-25,

$$\frac{\lambda_{\text{Ar}}}{\lambda_{\text{N}_2}} = \frac{1/[\pi\sqrt{2}d_{\text{Ar}}^2(N/V)]}{1/[\pi\sqrt{2}d_{\text{N}_2}^2(N/V)]} = \left(\frac{d_{\text{N}_2}}{d_{\text{Ar}}}\right)^2.$$

Assim, temos:

$$\frac{d_{\text{Ar}}}{d_{\text{N}_2}} = \sqrt{\frac{\lambda_{\text{N}_2}}{\lambda_{\text{Ar}}}} = \sqrt{\frac{27,5 \times 10^{-6} \text{ cm}}{9,9 \times 10^{-6} \text{ cm}}} = 1,7.$$

(b) Usando a Eq. 19-2 e a lei dos gases ideais, fazemos  $N/V = N_A n/V = N_A p/RT$  na Eq. 19-25 e obtemos

$$\lambda = \frac{RT}{\pi\sqrt{2}d^2 p N_A}.$$

Comparando os livres caminhos médios (do mesmo tipo de molécula) para duas pressões e temperaturas diferentes, temos:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)\left(\frac{p_1}{p_2}\right).$$

Para  $\lambda_1 = 9,9 \times 10^{-6}$  cm,  $T_1 = 293$  K (igual a  $T_2$  neste item),  $p_1 = 750$  torr e  $p_2 = 150$  torr, obtemos  $\lambda_2 = 5,0 \times 10^{-5}$  cm.

(c) Usando a mesma expressão do item (b) para  $\lambda_1 = 9,9 \times 10^{-6}$  cm,  $T_1 = 293$  K,  $p_1 = 750$  torr,  $T_2 = 233$  K e  $p_2 = 750$  torr, obtemos  $\lambda_2 = 7,9 \times 10^{-6}$  cm para  $T_2 = 233$  K e  $p_2 = 750$  torr.

33. (a) Como a velocidade média é  $v_{\text{med}} = \Sigma v_i / N$ , em que  $v_i$  são as velocidades das partículas e  $N$  é o número de partículas, temos:

$$v_{\text{med}} = \frac{(2,0 + 3,0 + 4,0 + 5,0 + 6,0 + 7,0 + 8,0 + 9,0 + 10,0 + 11,0) \text{ km/s}}{10} = 6,5 \text{ km/s.}$$

(b) Como a velocidade média quadrática é dada por  $v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{\Sigma v_i^2}{N}}$ , temos:

$$\Sigma v_i^2 = [(2,0)^2 + (3,0)^2 + (4,0)^2 + (5,0)^2 + (6,0)^2 + (7,0)^2 + (8,0)^2 + (9,0)^2 + (10,0)^2 + (11,0)^2] \text{ km}^2/\text{s}^2 = 505 \text{ km}^2/\text{s}^2$$

e

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{505 \text{ km}^2/\text{s}^2}{10}} = 7,1 \text{ km/s.}$$

34. (a) A velocidade média é

$$v_{\text{med}} = \frac{\Sigma n_i v_i}{\Sigma n_i} = \frac{[2(1,0) + 4(2,0) + 6(3,0) + 8(4,0) + 2(5,0)] \text{ cm/s}}{2 + 4 + 6 + 8 + 2} = 3,2 \text{ cm/s.}$$

(b) A velocidade média quadrática é

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{\Sigma v_i^2}{N}} = \sqrt{\frac{2(1,0)^2 + 4(2,0)^2 + 6(3,0)^2 + 8(4,0)^2 + 2(5,0)^2}{2 + 4 + 6 + 8 + 2}} \text{ cm/s} = 3,4 \text{ cm/s.}$$

(c) Como existem 8 partículas com velocidade  $v = 4,0$  cm/s e não existe outra velocidade para a qual o número de partículas seja igual ou maior que 8, a velocidade mais provável é  $v_p = 4,0$  cm/s.

35. (a) A velocidade média é

$$v_{\text{med}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i = \frac{1}{10} [4(200 \text{ m/s}) + 2(500 \text{ m/s}) + 4(600 \text{ m/s})] = 420 \text{ m/s.}$$

(b) A velocidade média quadrática é

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2} = \sqrt{\frac{1}{10} [4(200 \text{ m/s})^2 + 2(500 \text{ m/s})^2 + 4(600 \text{ m/s})^2]} = 458 \text{ m/s.}$$

(c) Sim,  $v_{\text{rms}} > v_{\text{med}}$ .

36. Dividindo a Eq. 19-35 pela Eq. 19-22, temos:

$$\frac{v_p}{v_{\text{rms}}} = \frac{\sqrt{2RT_2/M}}{\sqrt{3RT_1/M}} = \sqrt{\frac{2T_2}{3T_1}}$$

que, para  $v_p = v_{\text{rms}}$ , nos dá

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{2} \left( \frac{v_p}{v_{\text{rms}}} \right)^2 = \frac{3}{2} = 1,50.$$

37. (a) Como a função distribuição de velocidades expressa a fração de partículas com velocidade entre  $v$  e  $v + dv$ , a integral para todas as velocidades é necessariamente igual à unidade:  $\int P(v) dv = 1$ . A integral pode ser obtida calculando a área sob a curva da Fig. 19-23. A área da parte triangular é igual à metade do produto da base pela altura, ou seja,  $av_0/2$ . A área da parte retangular é igual ao produto da base pela altura, ou seja,  $av_0$ . Assim,

$$\int P(v)dv = \frac{1}{2}av_0 + av_0 = \frac{3}{2}av_0,$$

o que nos dá  $3av_0/2 = 1$  e, portanto,  $av_0 = 2/3 = 0,67$ .

(b) A velocidade média é dada por  $v_{\text{med}} = \int vP(v)dv$ . Na parte triangular da distribuição,  $P(v) = av/v_0$  e a contribuição desta parte é

$$\frac{a}{v_0} \int_0^{v_0} v^2 dv = \frac{a}{3v_0} v_0^3 = \frac{av_0^2}{3} = \frac{2}{9} v_0.$$

Na parte retangular da distribuição,  $P(v) = a$  e a contribuição desta parte é

$$a \int_{v_0}^{2v_0} v dv = \frac{a}{2}(4v_0^2 - v_0^2) = \frac{3a}{2} v_0^2 = v_0.$$

Assim,

$$v_{\text{med}} = \frac{2}{9} v_0 + v_0 = 1,2v_0 \Rightarrow \frac{v_{\text{med}}}{v_0} = 1,2.$$

(c) A velocidade média quadrática é dada por  $v_{\text{rms}}^2 = \int v^2 P(v)dv$ . A contribuição da parte triangular é

$$\frac{a}{v_0} \int_0^{v_0} v^3 dv = \frac{a}{4v_0} v_0^4 = \frac{1}{6} v_0^2.$$

A contribuição da parte retangular é

$$a \int_{v_0}^{2v_0} v^2 dv = \frac{a}{3}(8v_0^3 - v_0^3) = \frac{7a}{3} v_0^3 = \frac{14}{9} v_0^2.$$

Assim,

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{6} v_0^2 + \frac{14}{9} v_0^2} = 1,31v_0 \Rightarrow \frac{v_{\text{rms}}}{v_0} = 1,31.$$

(d) O número de partículas com velocidades entre  $1,5v_0$  e  $2v_0$  é dado por  $N \int_{1,5v_0}^{2v_0} P(v)dv$ . A integral é fácil de calcular, já que  $P(v) = a$  em todo o intervalo de integração. Assim, o número de partículas com velocidades entre  $1,5v_0$  e  $2v_0$  é

$$Na(2,0v_0 - 1,5v_0) = 0,5N av_0 = N/3.$$

Assim, a fração de partículas com velocidades entre  $1,5v_0$  e  $2v_0$  é  $1/3 = 0,33$ .

38. (a) De acordo com o gráfico da Fig. 19-24,  $v_p = 400$  m/s. Como  $M = 28$  g/mol =  $0,028$  kg/mol para a molécula de nitrogênio ( $N_2$ ), a Eq. 19-35 nos dá

$$T = Mv_p^2/2R = 2,7 \times 10^2 \text{ K}.$$

(b) Comparando a Eq. 19-35 com a Eq. 19-34, concluímos que

$$v_{\text{rms}} = v_p \sqrt{\frac{3}{2}} = 4,9 \times 10^2 \text{ m/s}.$$

39. De acordo com a Eq. 19-34, a velocidade média quadrática das moléculas de um gás é dada por  $v_{rms} = \sqrt{3RT/M}$ , em que  $T$  é a temperatura e  $M$  é a massa molar do gás. A velocidade de escape da Terra é  $v = \sqrt{2gr_T}$ , em que  $g$  é a aceleração da gravidade na superfície da Terra e  $r_T = 6,37 \times 10^6$  m é o raio da Terra. Para chegar a esta expressão, tomamos a energia potencial gravitacional como zero no infinito. Nesse caso, a energia potencial gravitacional de uma partícula de massa  $m$  na superfície da Terra é

$$U = -GMm/r_T^2 = -mgr_T.$$

Se  $v$  é a velocidade da partícula, a energia total é  $E = -mgr_T + \frac{1}{2}mv^2$ . Se a partícula mal consegue escapar da atração gravitacional da Terra, a energia da partícula tende a zero quando a distância entre a partícula e a Terra tende a infinito. Assim,  $E = 0$  e  $v = \sqrt{2gr_T}$ . Igualando as duas expressões da velocidade das moléculas, obtemos  $\sqrt{3RT/M} = \sqrt{2gr_T}$ , o que nos dá  $T = 2gr_TM/3R$ .

(a) No caso do  $H_2$ , a massa molar é  $2,02 \times 10^{-3}$  kg/mol e

$$T = \frac{2(9,8 \text{ m/s}^2)(6,37 \times 10^6 \text{ m})(2,02 \times 10^{-3} \text{ kg/mol})}{3(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})} = 1,0 \times 10^4 \text{ K}.$$

(b) No caso do  $O_2$ , a massa molar é  $32,0 \times 10^{-3}$  kg/mol e

$$T = \frac{2(9,8 \text{ m/s}^2)(6,37 \times 10^6 \text{ m})(32,0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol})}{3(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})} = 1,6 \times 10^5 \text{ K}.$$

(c) Nesse caso,  $T = 2g_L r_L M/3R$ , em que  $r_L = 1,74 \times 10^6$  m é o raio da Lua e  $g_L = 0,16g$  é a aceleração da gravidade na superfície da Lua. No caso do hidrogênio, a temperatura é

$$T = \frac{2(0,16)(9,8 \text{ m/s}^2)(1,74 \times 10^6 \text{ m})(2,02 \times 10^{-3} \text{ kg/mol})}{3(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})} = 4,4 \times 10^2 \text{ K}.$$

(d) No caso do oxigênio, a temperatura é

$$T = \frac{2(0,16)(9,8 \text{ m/s}^2)(1,74 \times 10^6 \text{ m})(32,0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol})}{3(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})} = 7,0 \times 10^3 \text{ K}.$$

(e) A temperatura da atmosfera superior da Terra é suficiente para que um número significativo de moléculas de hidrogênio possua uma velocidade maior que a velocidade de escape. Por essa razão, a concentração de átomos de hidrogênio na atmosfera superior é muito pequena.

(f) A temperatura da atmosfera superior da Terra não é suficiente para que um número significativo de moléculas de oxigênio possua uma velocidade maior que a velocidade de escape. Por essa razão, a concentração de átomos de oxigênio da atmosfera superior é relativamente elevada.

40. Dividindo a Eq. 19-31 pela Eq. 19-22, obtemos:

$$\frac{v_{med2}}{v_{rms1}} = \frac{\sqrt{8RT/\pi M_2}}{\sqrt{3RT/M_1}} = \sqrt{\frac{8M_1}{3\pi M_2}}$$

que, para  $v_{med2} = 2v_{rms1}$ , nos dá

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{M_1}{M_2} = \frac{3\pi}{8} \left( \frac{v_{med2}}{v_{rms1}} \right)^2 = \frac{3\pi}{2} = 4,7.$$

41. (a) De acordo com a Eq. 19-34, a velocidade média quadrática é dada por  $v_{rms} = \sqrt{3RT/M}$ . Como a massa molar do hidrogênio é  $2,02 \times 10^{-3}$  kg/mol, temos:

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(4000 \text{ K})}{2,02 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}}} = 7,0 \times 10^3 \text{ m/s} = 7,0 \text{ km/s}.$$

(b) Quando as esferas que representam uma molécula de  $H_2$  e um átomo de Ar colidem de raspão, a distância entre os centros das esferas é a soma dos raios:

$$d = r_1 + r_2 = 0,5 \times 10^{-8} \text{ cm} + 1,5 \times 10^{-8} \text{ cm} = 2,0 \times 10^{-8} \text{ cm}.$$

(c) Como os átomos de argônio estão praticamente em repouso, em um intervalo de tempo  $\Delta t$  uma molécula de hidrogênio colide com todos os átomos de argônio contidos em um cilindro de raio  $d$  e altura  $v\Delta t$ , em que  $v$  é a velocidade da molécula. Assim, o número de colisões é  $\pi d^2 v \Delta t N/V$ , em que  $N/V$  é a concentração de átomos de argônio. O número de colisões por unidade de tempo é

$$\begin{aligned} \frac{\pi d^2 v N}{V} &= \pi (2,0 \times 10^{-10} \text{ m})^2 (7,0 \times 10^3 \text{ m/s}) (4,0 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}) \\ &= 3,5 \times 10^{10} \text{ colisões/s.} \end{aligned}$$

42. A energia interna é

$$E_{\text{int}} = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} (1,0 \text{ mol}) (8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}) (273 \text{ K}) = 3,4 \times 10^3 \text{ J} = 3,4 \text{ kJ}.$$

43. (a) De acordo com a Tabela 19-3,  $C_v = 5R/2$  e  $C_p = 7R/2$ . Assim, a Eq. 19-46 nos dá

$$Q = nC_p \Delta T = (3,00) \left[ \frac{7}{2} (8,31) \right] (40,0) = 3,49 \times 10^3 = 3,49 \text{ kJ}.$$

(b) A Eq. 19-45 nos dá

$$\Delta E_{\text{int}} = nC_v \Delta T = (3,00) \left[ \frac{5}{2} (8,31) \right] (40,0) = 2,49 \times 10^3 \text{ J} = 2,49 \text{ kJ}.$$

(c) Usando a relação  $W = Q - \Delta E_{\text{int}}$  ou a relação  $W = p\Delta T = nR\Delta T$ , obtemos  $W = 997 \text{ J}$ .

(d) A Eq. 19-24 está escrita de modo mais conveniente (para este problema) na Eq. 19-38. De acordo com esta última equação, o aumento de energia cinética é

$$\Delta K_{\text{trans}} = \Delta (NK_{\text{med}}) = n \left( \frac{3}{2} R \right) \Delta T \approx 1,49 \times 10^3 \text{ J}.$$

Como  $\Delta E_{\text{int}} = \Delta K_{\text{trans}} + \Delta K_{\text{rot}}$ , o aumento da energia cinética de rotação é

$$\Delta K_{\text{rot}} = \Delta E_{\text{int}} - \Delta K_{\text{trans}} = 2,49 \times 10^3 \text{ J} - 1,49 \times 10^3 \text{ J} = 1,00 \times 10^3 \text{ J} = 1,00 \text{ kJ}.$$

Note que, se não houvesse rotação, toda a energia teria sido transformada em energia cinética de translação.

44. Duas expressões (além da primeira lei da termodinâmica) serão úteis para resolver este problema. Em primeiro lugar, é fácil mostrar, a partir da Eq. 19-11, que, para qualquer processo representado como um *segmento de reta* no diagrama  $pV$ , o trabalho é

$$W_{\text{reta}} = \left( \frac{p_i + p_f}{2} \right) \Delta V,$$

uma expressão que inclui, como casos especiais,  $W = p\Delta V$  para processos a pressão constante e  $W = 0$  para processos a volume constante. Em segundo lugar, combinando a Eq. 19-44 com a Eq. 19-51, obtemos:

$$E_{\text{int}} = n \left( \frac{f}{2} \right) RT = \left( \frac{f}{2} \right) pV$$



Lembramos que, para obter trabalho e energia em joules, a pressão deve estar em pascals e o volume deve estar em metros cúbicos. O número de graus de liberdade de um gás diatômico é  $f = 5$ .

(a) A variação de energia interna é

$$\begin{aligned} E_{\text{int } c} - E_{\text{int } a} &= \frac{5}{2}(p_c V_c - p_a V_a) = \frac{5}{2}[(2,0 \times 10^3 \text{ Pa})(4,0 \text{ m}^3) - (5,0 \times 10^3 \text{ Pa})(2,0 \text{ m}^3)] \\ &= -5,0 \times 10^3 = -5,0 \text{ kJ}. \end{aligned}$$

(b) O trabalho realizado durante o processo representado por um segmento de reta diagonal é

$$W_{\text{diag}} = \left( \frac{p_a + p_c}{2} \right) (V_c - V_a) = (3,5 \times 10^3 \text{ Pa})(2,0 \text{ m}^3),$$

o que nos dá  $W_{\text{diag}} = 7,0 \times 10^3 \text{ J}$ . Assim, de acordo com a primeira lei da termodinâmica,

$$Q_{\text{diag}} = \Delta E_{\text{int}} + W_{\text{diag}} = (-5,0 \times 10^3 + 7,0 \times 10^3) \text{ J} = 2,0 \times 10^3 \text{ J} = 2,0 \text{ kJ}.$$

(c) O fato de que  $\Delta E_{\text{int}}$  não depende da “trajetória” da transformação, mas apenas dos estados inicial e final, significa que podemos escrever  $\Delta E_{\text{int}} = E_{\text{int } c} - E_{\text{int } a} = -5,0 \times 10^3 \text{ J}$  para uma “trajetória indireta” que consiste em um processo a pressão constante (representado na Fig. 19-25 por um segmento de reta horizontal) seguido por um processo a volume constante (representado na figura por um segmento de reta vertical):

$$W_{\text{ind}} = (5,0 \times 10^3 \text{ Pa})(2,0 \text{ m}^3) + 0 = 1,0 \times 10^4 \text{ J}.$$

De acordo com a primeira lei da termodinâmica,

$$Q_{\text{ind}} = \Delta E_{\text{int}} + W_{\text{ind}} = (-5,0 \times 10^3 + 1,0 \times 10^4) \text{ J} = 5,0 \times 10^3 \text{ J} = 5,0 \text{ kJ}.$$

45. Como o argônio é um gás monoatômico,  $f = 3$  na Eq. 19-51, o que nos dá

$$C_V = \frac{3}{2}R = \frac{3}{2}(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}) \left( \frac{1 \text{ cal}}{4,186 \text{ J}} \right) = 2,98 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{C}^\circ}$$

em que convertamos joules em calorias e usamos o fato de que um grau Celsius equivale a uma unidade de temperatura em kelvins. Como, para uma dada substância, a massa molar  $M$  é o fator de conversão de mols para gramas,  $c_V$  está relacionado a  $C_V$  através da relação  $c_V = C_V/M$ , em que  $M = mN_A$  e  $m$  é a massa de um átomo da substância (veja a Eq. 19-4).

(a) De acordo com a discussão precedente, temos:

$$m = \frac{M}{N_A} = \frac{C_V/c_V}{N_A} = \frac{2,98/0,075}{6,02 \times 10^{23}} = 6,6 \times 10^{-23} \text{ g}.$$

(b) A massa molar é, portanto,

$$M = C_V/c_V = 2,98/0,075 = 39,7 \text{ g/mol} \approx 40 \text{ g/mol}$$

em que o resultado foi arredondado porque o valor de  $c_V$  foi especificado com apenas dois algarismos significativos.

46. (a) Como o processo é uma expansão a pressão constante,

$$W = p\Delta V = nR\Delta T = (2,02 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(15 \text{ K}) = +249 \text{ J}.$$

(b) Como, neste caso,  $C_p = 5R/2$ ,  $Q = nC_p\Delta T = +623 \text{ J}$ .

(c) A variação de energia interna é  $\Delta E_{\text{int}} = Q - W = +374 \text{ J}$ .

(d) A variação da energia cinética média por átomo é

$$\Delta K_{\text{med}} = \Delta E_{\text{int}}/N = +3,11 \times 10^{-22} \text{ J.}$$

47. (a) Como se trata de um processo a volume constante, o trabalho é zero.

(b) Como, neste caso,  $C_V = 3R/2$ ,  $Q = nC_V\Delta T = +374 \text{ J}$ .

(c)  $\Delta E_{\text{int}} = Q - W = +374 \text{ J}$ .

(d) Dois mols de uma substância contêm  $N = 12 \times 10^{23}$  partículas. Dividindo o resultado do item (c) por  $N$ , obtemos a variação da energia cinética média por átomo:  $\Delta K = 3,11 \times 10^{-22} \text{ J}$ .

48. (a) De acordo com a primeira lei da termodinâmica,  $Q = \Delta E_{\text{int}} + W$ . Se a pressão é mantida constante,  $W = p\Delta V$ . Assim,

$$\Delta E_{\text{int}} = Q - p\Delta V = 20,9 \text{ J} - (1,01 \times 10^5 \text{ Pa})(100 \text{ cm}^3 - 50 \text{ cm}^3) \left( \frac{1 \times 10^{-6} \text{ m}^3}{1 \text{ cm}^3} \right) = 15,9 \text{ J.}$$

(b) O calor específico molar a pressão constante é

$$C_p = \frac{Q}{n\Delta T} = \frac{Q}{n(p\Delta V/nR)} = \frac{R}{p} \frac{Q}{\Delta V} = \frac{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(20,9 \text{ J})}{(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})(50 \times 10^{-6} \text{ m}^3)} = 34,4 \text{ J/mol} \cdot \text{K.}$$

(c) De acordo com a Eq. 19-49,  $C_V = C_p - R = 26,1 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ .

49. Quando a temperatura sofre uma variação  $\Delta T$ , a variação da energia interna do primeiro gás é  $n_1 C_{V1} \Delta T$ , a variação da energia interna do segundo gás é  $n_2 C_{V2} \Delta T$  e a variação da energia interna do terceiro gás é  $n_3 C_{V3} \Delta T$ . Assim, a variação da energia interna da mistura é

$$\Delta E_{\text{int}} = (n_1 C_{V1} + n_2 C_{V2} + n_3 C_{V3}) \Delta T.$$

Esta variação é igual a  $(n_1 + n_2 + n_3) C_V \Delta T$ , em que  $C_V$  é o calor específico molar da mistura. Assim,

$$C_V = \frac{n_1 C_{V1} + n_2 C_{V2} + n_3 C_{V3}}{n_1 + n_2 + n_3}.$$

Para  $n_1 = 2,40 \text{ mol}$ ,  $C_{V1} = 12,0 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ ,  $n_2 = 1,50 \text{ mol}$ ,  $C_{V2} = 12,8 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ ,  $n_3 = 3,20 \text{ mol}$  e  $C_{V3} = 20,0 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ , obtemos  $C_V = 15,8 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ .

50. De acordo com as Eqs. 19-45 e 19-46 e a Tabela 19-3, temos:

$$\Delta E_{\text{int}} = nC_V\Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T$$

$$Q = nC_p\Delta T = \frac{7}{2}nR\Delta T.$$

Dividindo a primeira equação pela segunda, obtemos

$$\frac{\Delta E_{\text{int}}}{Q} = \frac{5}{7}.$$

Substituindo  $Q$  pelo seu valor, obtemos  $\Delta E_{\text{int}} = 50 \text{ J}$ .

51. O fato de que as moléculas de  $\text{O}_2$  giram, mas não oscilam, significa que podemos usar o  $f$  dado na Tabela 19-3 para uma molécula diatômica. Assim, a Eq. 19-46 nos dá

$$Q = nC_p\Delta T = n \left( \frac{7}{2} R \right) (T_f - T_i) = nRT_i \left( \frac{7}{2} \right) \left( \frac{T_f}{T_i} - 1 \right)$$

Como  $p_f = p_i$ , a lei dos gases ideais nos dá

$$\frac{T_f}{T_i} = \frac{V_f}{V_i} = 2.$$

Assim, a quantidade de calor que deve ser adicionada é

$$Q = (1,0 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(273 \text{ K})\left(\frac{7}{2}\right)(2-1) \approx 8,0 \times 10^3 \text{ J} = 8,0 \text{ kJ}.$$

52. (a) De acordo com a Eq. 19-3 e a Tabela 19-1, temos:

$$n = \frac{M_{\text{am}}}{M} = \frac{12,0 \text{ g}}{32,0 \text{ g/mol}} = 0,375 \text{ mol}.$$

(b) Como se trata de um processo a pressão constante que envolve um gás diatômico, no qual as moléculas giram, mas não oscilam, podemos usar a Eq. 19-46 e o valor de  $f$  dado na Tabela 19-3. Note que uma variação de temperatura em kelvins e uma variação de temperatura em graus Celsius são numericamente iguais.

$$Q = nC_p \Delta T = n\left(\frac{7}{2}R\right)\Delta T = (0,375 \text{ mol})\left(\frac{7}{2}\right)(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(100 \text{ K}) = 1,09 \times 10^3 \text{ J}.$$

(c) Para resolver este item, podemos calcular o valor de  $\Delta E_{\text{int}}$  usando a Eq. 19-45 e dividir pelo resultado do item (b) ou resolver o problema literalmente para mostrar que o resultado é geral (ou seja, que todos os fatores, a não ser o valor de  $f$ , se cancelam). Usando a segunda abordagem, temos:

$$\frac{\Delta E_{\text{int}}}{Q} = \frac{n\left(\frac{5}{2}R\right)\Delta T}{n\left(\frac{7}{2}R\right)\Delta T} = \frac{5}{7} \approx 0,714.$$

53. (a) Como se trata de um processo a pressão constante, o calor transferido é dado por  $Q = nC_p \Delta T$ , em que  $n$  é o número de mols do gás,  $C_p$  é o calor específico molar a pressão constante e  $\Delta T$  é a variação de temperatura. No caso de um gás ideal diatômico,  $C_p = 7R/2$ . Assim,

$$Q = \frac{7}{2}nR\Delta T = \frac{7}{2}(4,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(60,0 \text{ K}) = 6,98 \times 10^3 \text{ J} = 6,98 \text{ kJ}.$$

(b) A variação da energia interna é dada por  $\Delta E_{\text{int}} = nC_v \Delta T$ , em que  $C_v$  é o calor específico a volume constante. No caso de um gás ideal diatômico,  $C_v = 5R/2$  e, portanto,

$$\Delta E_{\text{int}} = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}(4,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(60,0 \text{ K}) = 4,99 \times 10^3 \text{ J} = 4,99 \text{ kJ}.$$

(c) Como, de acordo com a primeira lei da termodinâmica,  $\Delta E_{\text{int}} = Q - W$ ,

$$W = Q - \Delta E_{\text{int}} = 6,98 \times 10^3 \text{ J} - 4,99 \times 10^3 \text{ J} = 1,99 \times 10^3 \text{ J} = 1,99 \text{ kJ}.$$

(d) A variação da energia cinética de translação é

$$\Delta K = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}(4,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(60,0 \text{ K}) = 2,99 \times 10^3 \text{ J} = 2,99 \text{ kJ}.$$

54. O fato de que as moléculas giram, mas não oscilam, significa que podemos usar o valor de  $f$  dado na Tabela 19-3 para uma molécula diatômica. Como  $\gamma = C_p/C_v$  (veja a Seção 19-11),  $\gamma = 7/5$  neste caso. No estado descrito no problema, o volume é

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{(2,0 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(300 \text{ K})}{1,01 \times 10^5 \text{ N/m}^2} = 0,049 \text{ m}^3.$$

Assim,

$$pV^\gamma = (1,01 \times 10^5 \text{ N/m}^2)(0,049 \text{ m}^3)^{1,4} = 1,5 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^{2,2}.$$

55. (a) Sejam  $p_i$ ,  $V_i$  e  $T_i$  a pressão, o volume e a temperatura do gás no estado inicial e sejam  $p_f$ ,  $V_f$  e  $T_f$  a pressão, o volume e a temperatura do gás no estado final. Como o processo é adiabático,  $p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma$  e, portanto,

$$p_f = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^\gamma p_i = \left(\frac{4,3 \text{ L}}{0,76 \text{ L}}\right)^{1,4} (1,2 \text{ atm}) = 13,6 \text{ atm} \approx 14 \text{ atm}.$$

Note que, como  $V_i$  e  $V_f$  têm as mesmas unidades, estas se cancelam e  $p_f$  tem as mesmas unidades que  $p_i$ .

(b) Como o gás é ideal,  $pV = nRT$  e, portanto,  $p_i V_i / p_f V_f = T_i / T_f$  e

$$T_f = \frac{p_f V_f}{p_i V_i} T_i = \left[ \frac{(13,6 \text{ atm})(0,76 \text{ L})}{(1,2 \text{ atm})(4,3 \text{ L})} \right] (310 \text{ K}) = 6,2 \times 10^2 \text{ K}.$$

56. (a) Supondo que o gás é ideal, podemos usar a Eq. 19-54 com  $V_f/V_i = 1/2$ , o que nos dá

$$p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma \Rightarrow \frac{p_f}{p_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^\gamma = (2,00)^{1,3}$$

e, portanto,  $p_f = (2,46)(1,0 \text{ atm}) = 2,46 \text{ atm}$ .

(b) Analogamente, a Eq. 19-56 nos dá

$$T_f = T_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1} = (273 \text{ K})(1,23) = 336 \text{ K}.$$

(c) Usamos a lei dos gases ideais e notamos que, para  $p_1 = p_2$ , a razão dos volumes é igual à razão das temperaturas. Assim, chamando de 1 a situação final do item (a), temos:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{273 \text{ K}}{336 \text{ K}} = 0,813.$$

Como o volume  $V_1$  é metade do volume inicial de 1,00 L, temos:

$$V_2 = 0,813(0,500 \text{ L}) = 0,406 \text{ L}.$$

57. (a) A Eq. 19-54,  $p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma$ , nos dá

$$p_f = p_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^\gamma \Rightarrow 4,00 \text{ atm} = (1,00 \text{ atm}) \left(\frac{200 \text{ L}}{74,3 \text{ L}}\right)^\gamma.$$

Explicitando  $\gamma$ , obtemos

$$\gamma = \frac{\ln(p_f/p_i)}{\ln(V_i/V_f)} = \frac{\ln(4,00 \text{ atm}/1,00 \text{ atm})}{\ln(200 \text{ L}/74,3 \text{ L})} = 1,4 = \frac{7}{5}.$$

Isso significa que o gás é diatômico (veja a Tabela 19-3).

(b) Este item pode ser resolvido a partir da Eq. 19-56 ou da lei dos gases perfeitos. Usando a segunda abordagem, temos:

$$\frac{p_f V_f}{p_i V_i} = \frac{nRT_f}{nRT_i} \Rightarrow T_f = 446 \text{ K}.$$

(c) Usando novamente a lei dos gases perfeitos, temos:  $n = P_i V_i / RT_i = 8,10$  mol. O resultado seria o mesmo, naturalmente, se usássemos a relação  $n = P_f V_f / RT_f$ .

58. Sejam  $p_i$ ,  $V_i$  e  $T_i$  a pressão, o volume e a temperatura inicial do gás e sejam  $p_f$ ,  $V_f$  e  $T_f$  a pressão, o volume e a temperatura final do gás. Como o processo é adiabático,  $p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma$ . Combinando esta equação com a lei dos gases ideais,  $pV = NkT$ , obtemos:

$$p_i V_i^\gamma = p_i (T_i / p_i)^\gamma = p_i^{1-\gamma} T_i^\gamma = \text{constante} \Rightarrow p_i^{1-\gamma} T_i^\gamma = p_f^{1-\gamma} T_f^\gamma$$

Como  $\gamma = 4/3$ , a temperatura no final da expansão adiabática é

$$T_f = \left( \frac{p_i}{p_f} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_i = \left( \frac{5,00 \text{ atm}}{1,00 \text{ atm}} \right)^{-1/4} (278 \text{ K}) = 186 \text{ K} = -87^\circ \text{C}.$$

59. Como  $\Delta E_{\text{int}}$  não depende do tipo de processo,

$$(\Delta E_{\text{int}})_{\text{trajetória 2}} = (\Delta E_{\text{int}})_{\text{trajetória 1}}.$$

Como, no caso de um gás ideal, a variação de energia interna em uma transformação isotérmica é  $\Delta E_{\text{int}} = 0$ ,

$$(\Delta E_{\text{int}})_{\text{trajetória 1}} = \sum (\Delta E_{\text{int}})_{\text{adiabática}}.$$

Finalmente, como  $Q = 0$  em processos adiabáticos, temos (para a trajetória 1):

$$\begin{aligned} (\Delta E_{\text{int}})_{\text{expansão adiabática}} &= -W = -40 \text{ J} \\ (\Delta E_{\text{int}})_{\text{compressão adiabática}} &= -W = -(-25) \text{ J} = 25 \text{ J}. \end{aligned}$$

Assim,  $(\Delta E_{\text{int}})_{\text{trajetória 2}} = -40 \text{ J} + 25 \text{ J} = -15 \text{ J}$ .

60. Sejam  $p_1$ ,  $V_1$  e  $T_1$  a pressão, o volume e a temperatura do ar a uma altitude  $y_1 = 4267$  m e sejam  $p$ ,  $V$  e  $T$  a pressão, o volume e a temperatura do ar a uma altitude  $y = 1567$  m. Como o processo é adiabático,  $p_1 V_1^\gamma = p V^\gamma$ . Combinando esta equação com a lei dos gases ideais,  $pV = nkT$ , obtemos

$$pV^\gamma = p(T/p)^\gamma = p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{constante} \Rightarrow p^{1-\gamma} T^\gamma = p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma.$$

Como  $p = p_0 e^{-\alpha y}$  e  $\gamma = 4/3$ , a temperatura do ar após a descida é

$$\begin{aligned} T &= \left( \frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1 = \left( \frac{p_0 e^{-\alpha y_1}}{p_0 e^{-\alpha y}} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1 = e^{-\alpha(y - y_1)/4} T_1 = e^{-(1,16 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1})(1567 \text{ m} - 4267 \text{ m})/4} (268 \text{ K}) \\ &= (1,08)(268 \text{ K}) = 290 \text{ K} = 17^\circ \text{C}. \end{aligned}$$

61. O objetivo deste problema é chamar a atenção para o fato de que a energia interna é uma função de estado. Como a trajetória 1 e a trajetória 2 começam e terminam nos mesmos pontos, a variação da energia interna ao longo da trajetória 1 é igual à variação da energia interna ao longo da trajetória 2. Como nos processos isotérmicos que envolvem gases ideais não há variação de energia interna, a única etapa da trajetória 1 que precisamos examinar é a segunda. De acordo com a primeira lei da termodinâmica, como em uma transformação adiabática não há troca de calor, a variação da energia interna é igual ao negativo do trabalho realizado, ou seja,  $\Delta E_i = -20 \text{ J}$ .

62. De acordo com as Eqs. 18-25 e 19-53, temos:

$$W = p_i V_i^\gamma \int_{V_i}^{V_f} V^{-\gamma} dV = p_i V_i^\gamma \frac{V_f^{1-\gamma} - V_i^{1-\gamma}}{1-\gamma}.$$

De acordo com a Eq. 19-54,

$$W = p_i V_i \frac{1 - (p_f/p_i)^{1/\gamma}}{1 - \gamma}$$

Neste problema,  $\gamma = 7/5$  (veja a Tabela 19-3) e  $p_f/p_i = 2$ . Convertendo a pressão inicial para pascals, obtemos  $p_i V_i = 24.240 \text{ J}$ . Substituindo na equação apresentada, obtemos  $W = -1,33 \times 10^4 \text{ J}$ .

63. (a) O calor trocado é

$$\begin{aligned} Q = nC_V \Delta T &= \frac{3}{2} nR \Delta T = \frac{3}{2} (1,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(600 \text{ K} - 300 \text{ K}) \\ &= 3,74 \times 10^3 \text{ J} = 3,74 \text{ kJ.} \end{aligned}$$

(b) Como se trata de um processo a volume constante, o trabalho realizado pelo gás é zero e, de acordo com a primeira lei da termodinâmica, a variação da energia interna é

$$\Delta E_{\text{int}} = Q = 3,74 \times 10^3 \text{ J} = 3,74 \text{ kJ.}$$

(c) Como foi dito no item (b), o trabalho realizado é  $W = 0$ .

(d) Como o processo  $2 \rightarrow 3$  é adiabático, o calor trocado é  $Q = 0$ .

(e) A variação da energia interna é

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{int}} = nC_V \Delta T &= \frac{3}{2} nR \Delta T = \frac{3}{2} (1,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(455 \text{ K} - 600 \text{ K}) \\ &= -1,81 \times 10^3 \text{ J} = -1,81 \text{ kJ.} \end{aligned}$$

(f) De acordo com a primeira lei da termodinâmica, o trabalho realizado pelo gás é

$$W = Q - \Delta E_{\text{int}} = 1,81 \times 10^3 \text{ J} = 1,81 \text{ kJ.}$$

(g) O calor adicionado é

$$\begin{aligned} Q = nC_p \Delta T &= \frac{5}{2} nR \Delta T = \frac{5}{2} (1,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(300 \text{ K} - 455 \text{ K}) \\ &= -3,22 \times 10^3 \text{ J} = -3,22 \text{ kJ.} \end{aligned}$$

(h) A variação da energia interna é

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{int}} = nC_V \Delta T &= \frac{3}{2} nR \Delta T = \frac{3}{2} (1,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(300 \text{ K} - 455 \text{ K}) \\ &= -1,93 \times 10^3 \text{ J} = -1,93 \text{ kJ.} \end{aligned}$$

(i) De acordo com a primeira lei da termodinâmica, o trabalho realizado pelo gás é

$$W = Q - \Delta E_{\text{int}} = -3,22 \times 10^3 \text{ J} + 1,93 \times 10^3 \text{ J} = -1,29 \times 10^3 \text{ J} = -1,29 \text{ kJ.}$$

(j) Para o ciclo completo, o calor adicionado é

$$Q = 3,74 \times 10^3 \text{ J} + 0 - 3,22 \times 10^3 \text{ J} = 520 \text{ J.}$$

(k) A variação da energia interna é

$$\Delta E_{\text{int}} = 3,74 \times 10^3 \text{ J} - 1,81 \times 10^3 \text{ J} - 1,93 \times 10^3 \text{ J} = 0.$$

(l) O trabalho realizado pelo gás é

$$W = 0 + 1,81 \times 10^3 \text{ J} - 1,29 \times 10^3 \text{ J} = 520 \text{ J}.$$

(m) Como a transformação 1  $\rightarrow$  2 é uma transformação a volume constante, o volume no ponto 2 é igual ao volume inicial  $V_1$ . Assim, usando a lei dos gases ideais,

$$\begin{aligned} V_2 = V_1 &= \frac{nRT_1}{p_1} = \frac{(1,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(300 \text{ K})}{(1,013 \times 10^5 \text{ Pa})} \\ &= 2,46 \times 10^{-2} \text{ m}^3 = 0,0246 \text{ m}^3. \end{aligned}$$

(n) De acordo com a lei dos gases perfeitos,

$$p_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{(1,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(600 \text{ K})}{2,46 \times 10^{-2} \text{ m}^3} = 2,02 \times 10^5 \text{ Pa} \approx 2,00 \text{ atm}.$$

(o) De acordo com a lei dos gases perfeitos,

$$V_3 = \frac{nRT_3}{p_3} = \frac{(1,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(455 \text{ K})}{1,013 \times 10^5 \text{ Pa}} = 3,73 \times 10^{-2} \text{ m}^3 = 0,0373 \text{ m}^3.$$

(p) A pressão no estado 3 é igual à pressão no estado 1:

$$p_3 = p_1 = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} \approx 1,00 \text{ atm}.$$

64. De acordo com a Eq. 19-14, temos:

$$W = (1,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(273 \text{ K}) \ln\left(\frac{16,8}{22,4}\right) = -653 \text{ J}.$$

De acordo com as convenções de sinal algébrico, discutidas no Capítulo 18, isso significa que o agente externo realiza um trabalho de 653 J sobre o gás durante o processo. Assim, a resposta é  $W = 653 \text{ J}$ .

65. (a) Usamos a relação  $p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma$  (Eq. 19-54) para calcular  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{\ln(p_i/p_f)}{\ln(V_f/V_i)} = \frac{\ln(1,0 \text{ atm}/1,0 \times 10^5 \text{ atm})}{\ln(1,0 \times 10^3 \text{ L}/1,0 \times 10^6 \text{ L})} = \frac{5}{3}.$$

Isso significa que o gás é monoatômico.

(b) De acordo com a lei dos gases perfeitos, a temperatura final é

$$T_f = T_i \frac{p_f V_f}{p_i V_i} = (273 \text{ K}) \frac{(1,0 \times 10^5 \text{ atm})(1,0 \times 10^3 \text{ L})}{(1,0 \text{ atm})(1,0 \times 10^6 \text{ L})} = 2,7 \times 10^4 \text{ K}.$$

(c) O número de mols do gás é

$$n = \frac{p_i V_i}{RT_i} = \frac{(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})(1,0 \times 10^3 \text{ cm}^3)}{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(273 \text{ K})} = 4,5 \times 10^4 \text{ mol}.$$

(d) A energia cinética de translação por mol antes da compressão é

$$K_i = \frac{3}{2} RT_i = \frac{3}{2} (8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(273 \text{ K}) = 3,4 \times 10^3 \text{ J} = 3,4 \text{ kJ}.$$

(e) A energia cinética de translação por mol após a compressão é

$$K_f = \frac{3}{2} RT_f = \frac{3}{2} (8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(2,7 \times 10^4 \text{ K}) = 3,4 \times 10^5 \text{ J} = 3,4 \times 10^2 \text{ kJ}.$$

(f) Como  $v_{\text{rms}}^2 \propto T$ , temos:

$$\frac{v_{\text{rms},i}^2}{v_{\text{rms},f}^2} = \frac{T_i}{T_f} = \frac{273 \text{ K}}{2,7 \times 10^4 \text{ K}} = 0,010.$$

66. O livre caminho médio é dado pela Eq. 19-25:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi d^2 N/V}} = \frac{nRT}{\sqrt{2\pi d^2 Np}}$$

Assim, a variação do livre caminho médio é

$$\Delta\lambda = \frac{nR\Delta T}{\sqrt{2\pi d^2 Np}} = \frac{RQ}{C_p \sqrt{2\pi d^2 nN_A p}}$$

em que  $N_A$  é o número de Avogadro e foram usadas as Eqs. 19-2 e 19-46. Como  $C_p = 3,5R$  no caso de um gás ideal diatômico cujas moléculas giram, mas não oscilam, temos:

$$\Delta\lambda = \frac{Q}{3,5\sqrt{2\pi d^2 nN_A p}} = 1,52 \times 10^{-9} \text{ m} = 1,52 \text{ nm}.$$

67. (a) De acordo com a lei dos gases ideais, se o volume se tornou três vezes maior e a temperatura não mudou, a pressão final se tornou três vezes menor. Assim, a pressão final é  $6,00/3 = 2,00 \text{ atm}$ .

(b) De acordo com a Eq. 19-14 e a lei dos gases ideais,  $W = p_i V_i \ln(V_f/V_i) = (6,06 \times 10^5 \text{ Pa})(5 \times 10^{-4} \text{ m}^3) \ln 3 = 333 \text{ J}$ .

(c) Como o gás é monoatômico,  $\gamma = 5/3$  e a Eq. 19-54 nos dá  $p_f = p_i/(3)^{5/3} = 6,00/6,24 = 0,961 \text{ atm}$ .

(d) De acordo com as Eqs. 19-11 e 19-53, temos:

$$\begin{aligned} W &= p_i V_i^\gamma \int_{V_i}^{V_f} V^{-\gamma} dV = p_i V_i^\gamma \frac{V_f^{1-\gamma} - V_i^{1-\gamma}}{1-\gamma} = \frac{p_f V_f - p_i V_i}{1-\gamma} \\ &= \frac{(0,971 \times 10^5 \text{ Pa})(1,5 \times 10^{-3} \text{ m}^3) - (6,06 \times 10^5 \text{ Pa})(5 \times 10^{-4} \text{ m}^3)}{(-2/3)} = 236 \text{ J}. \end{aligned}$$

68. De acordo com a lei dos gases ideais, o volume ocupado por um mol do gás é

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{(1)(8,31)(50,0)}{1,00 \times 10^{-8}} = 4,16 \times 10^{10} \text{ m}^3.$$

Assim, o número de moléculas por unidade de volume é

$$\frac{N}{V} = \frac{nN_A}{V} = \frac{(1)(6,02 \times 10^{23})}{4,16 \times 10^{10}} = 1,45 \times 10^{13} \text{ moléculas/m}^3.$$

Para  $d = 20,0 \times 10^{-9} \text{ m}$ , Eq. a 19-25 nos dá

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi d^2 N/V}} = 38,8 \text{ m}.$$

69. Seja  $\rho_f$  a massa específica do ar frio em volta do balão e seja  $\rho_q$  a massa específica do ar quente no interior do balão. O módulo da capacidade de levantamento do balão é  $F_l = \rho_f g V$ , em que  $V$  é o volume do balão. A força da gravidade é  $F_g = W + \rho_q g V$ , em que  $W$  é o peso total do invólucro e da cesta. Assim, a força para cima é

$$F_{\text{res}} = F_l - F_g = \rho_f g V - W - \rho_q g V$$



Para  $F_{\text{res}} = 2,67 \times 10^3 \text{ N}$ ,  $W = 2,45 \times 10^3 \text{ N}$ ,  $V = 2,18 \times 10^3 \text{ m}^3$  e  $\rho_c g = 11,9 \text{ N/m}^3$ , temos:

$$\rho_q g = \frac{\rho_f g V - W - F_{\text{res}}}{V} = \frac{(11,9 \text{ N/m}^3)(2,18 \times 10^3 \text{ m}^3) - 2,45 \times 10^3 \text{ N} - 2,67 \times 10^3 \text{ N}}{2,18 \times 10^3 \text{ m}^3} = 9,55 \text{ N/m}^3.$$

De acordo com a lei dos gases ideais,  $p/RT = n/V$ . Multiplicando ambos os membros pelo peso molar  $Mg$ , temos:

$$\frac{pMg}{RT} = \frac{nMg}{V} = \rho_q g.$$

Para  $p = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$  e  $M = 0,028 \text{ kg/mol}$ , temos:

$$T = \frac{pMg}{R\rho_q g} = \frac{(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})(0,028 \text{ kg/mol})(9,8 \text{ m/s}^2)}{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(9,55 \text{ N/m}^3)} = 349 \text{ K}.$$

Como mostra o resultado apresentado, quanto maior a temperatura no interior do balão, maior o valor de  $F_{\text{res}}$ , ou seja, maior a capacidade de levantamento do balão.

70. Vamos identificar os vários estados do gás da seguinte forma: o estado inicial é o estado 1; o estado após a expansão adiabática é o estado 2; o estado após a expansão isotérmica é o estado 3; o estado final, após a compressão adiabática, é o estado 4. No processo adiabático  $1 \rightarrow 2$ ,  $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$ ; no processo isotérmico  $2 \rightarrow 3$ ,  $p_2 V_2 = p_3 V_3$ ; no processo adiabático  $3 \rightarrow 4$ ,  $p_3 V_3^\gamma = p_4 V_4^\gamma$ . Essas equações nos dão

$$p_4 = p_3 \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^\gamma = p_2 \left( \frac{V_2}{V_3} \right) \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^\gamma = p_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \left( \frac{V_2}{V_3} \right) \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^\gamma.$$

Substituindo esta expressão de  $p_4$  na equação  $p_1 V_1 = p_4 V_4$  (já que  $T_1 = T_4$ ), obtemos  $V_1 V_3 = V_2 V_4$ . Explicitando  $V_4$ , temos:

$$V_4 = \frac{V_1 V_3}{V_2} = \frac{(2,0 \text{ m}^3)(10 \text{ m}^3)}{4,0 \text{ m}^3} = 5,0 \text{ m}^3.$$

71. (a) De acordo com as Eqs. 19-11 e 19-53, temos:

$$W = p_i V_i^\gamma \int_{V_i}^{V_f} V^{-\gamma} dV = p_i V_i^\gamma \frac{V_f^{1-\gamma} - V_i^{1-\gamma}}{1-\gamma} = \frac{p_f V_f - p_i V_i}{1-\gamma} = \frac{nR(T_f - T_i)}{1-\gamma} = \frac{(2,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(15 \text{ K})}{(-2/3)} = -374 \text{ J}.$$

(b) Como o processo é adiabático,  $Q = 0$ .

(c) De acordo com a primeira lei da termodinâmica,  $\Delta E_{\text{int}} = Q - W = +374 \text{ J}$ .

(d) A variação da energia cinética média por átomo é

$$\Delta K_{\text{med}} = \frac{\Delta E_{\text{int}}}{N} = \frac{\Delta E_{\text{int}}}{nN_A} = \frac{+374 \text{ J}}{(2,00 \text{ mol})(6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})} = +3,11 \times 10^{-22} \text{ J}.$$

72. De acordo com a Eq. 19-34, temos:

$$\sqrt{\frac{3RT}{M_{\text{He}}}} = \sqrt{\frac{3R(293 \text{ K})}{M_{\text{H}_2}}}$$

Como, de acordo com a Tabela 19-1,  $M_{\text{He}} = 4,0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$  e  $M_{\text{H}_2} = 2,02 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$ , temos:

$$T = (293 \text{ K}) \left( \frac{4,0}{2,02} \right) = 580 \text{ K} = 307 \text{ }^\circ\text{C}.$$

73. A frequência das colisões é dada por  $f = v_{\text{med}}/\lambda$ , em que  $v_{\text{med}}$  é a velocidade média das moléculas, dada por

$$v_{\text{med}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

Na qual  $R$  é a constante dos gases ideais,  $T$  é a temperatura em kelvins e  $M$  é a massa molar, e  $\lambda$  é o livre caminho médio, dado por

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 N/V},$$

em que  $d$  é o diâmetro das moléculas e  $N/V$  é o número de moléculas por unidade de volume. De acordo com a lei dos gases ideais, a número de moléculas por unidade de volume é dado por  $N/V = p/kT$ , em que  $p$  é a pressão,  $T$  é a temperatura em kelvins e  $k$  é a constante de Boltzmann.

Para  $T = 400 \text{ K}$ ,  $p = 2,02 \times 10^5 \text{ Pa}$  e  $d = 290 \times 10^{-12} \text{ m}$ , temos:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 (p/kT)} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} = \frac{(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(400 \text{ K})}{\sqrt{2}\pi (290 \times 10^{-12} \text{ m})^2 (2,02 \times 10^5 \text{ Pa})} = 7,31 \times 10^{-8} \text{ m}$$

Para  $M = 0,032 \text{ kg/mol}$ , a velocidade média é

$$v_{\text{med}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(400 \text{ K})}{\pi(32 \times 10^{-3} \text{ kg/mol})}} = 514 \text{ m/s}.$$

Assim, a frequência de colisões é

$$f = \frac{v_{\text{med}}}{\lambda} = \frac{514 \text{ m/s}}{7,31 \times 10^{-8} \text{ m}} = 7,04 \times 10^9 \text{ colisões/s}.$$

Nota: Este problema é muito semelhante ao Exemplo “Livre caminho médio, velocidade média e frequência de colisões”. Uma expressão geral de  $f$  é

$$f = \frac{\text{velocidade}}{\text{distância}} = \frac{v_{\text{med}}}{\lambda} = \frac{pd^2}{k} \sqrt{\frac{16\pi R}{MT}}.$$

74. (a) Como  $n/V = p/RT$ , o número de moléculas por unidade de volume é

$$\begin{aligned} \frac{N}{V} &= \frac{nN_A}{V} = N_A \left( \frac{p}{RT} \right) (6,02 \times 10^{23}) \frac{1,01 \times 10^5 \text{ Pa}}{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(293 \text{ K})} \\ &= 2,5 \times 10^{25} \text{ moléculas/m}^3. \end{aligned}$$

(b) 75% das moléculas  $N/V$  moléculas por metro cúbico calculadas no item (a) são moléculas de nitrogênio, com  $M = 28,0 \text{ g/mol}$  (de acordo com a Tabela 19-1) e 25% são moléculas de oxigênio, com  $M = 32,0 \text{ g/mol}$  (também de acordo com a Tabela 19-1). Assim, calculando a média ponderada para os dois tipos de moléculas, obtemos:

$$\begin{aligned} M_{\text{am}} &= \frac{NM}{N_A} = \frac{(0,75)(2,5 \times 10^{25})(28,0)}{6,02 \times 10^{23}} + \frac{(0,25)(2,5 \times 10^{25})(32,0)}{6,02 \times 10^{23}} \\ &= 1,2 \times 10^3 \text{ g}. \end{aligned}$$

75. De acordo com as Seções 19-5 e 19-9,  $\Delta K = n\left(\frac{3}{2}R\right)\Delta T$ . Além disso, supondo que o gás se comporta como um gás ideal,  $\Delta E_{\text{int}} = nC_V\Delta T$ . Finalmente, de acordo com a Eq. 19-49,  $C_p = C_V + R \approx 8,0 \text{ cal/mol}\cdot\text{K}$  depois que convertemos a constante dos gases ideais da Eq. 19-6 de joules para calorias:  $R \approx 2,0 \text{ cal/mol}\cdot\text{K}$ . A primeira lei da termodinâmica,  $Q = \Delta E_{\text{int}} + W$ , pode ser aplicada a todos os processos.

• Processo a volume constante com  $\Delta T = 50 \text{ K}$  e  $n = 3,0 \text{ mol}$ .

(a) Como a variação da energia interna é  $\Delta E_{\text{int}} = (3,0)(6,00)(50) = 900 \text{ cal}$  e o trabalho realizado é  $W = 0$  para processos a volume constante, a primeira lei nos dá

$$Q = 900 + 0 = 900 \text{ cal.}$$

(b) Como já foi dito no item (a),

$$W = 0.$$

(c) Como já foi calculado no item (a), a variação da energia interna é

$$\Delta E_{\text{int}} = 900 \text{ cal.}$$

(d) A variação da energia cinética de translação é

$$\Delta K = (3,0)\left[\frac{3}{2}(2,0)\right](50) = 450 \text{ cal.}$$

• Processo a pressão constante com  $\Delta T = 50 \text{ K}$  e  $n = 3,0 \text{ mol}$ .

(e) Como  $W = p\Delta V$  para processos a pressão constante, temos (usando a lei dos gases ideais)

$$W = nR\Delta T = (3,0)(2,0)(50) = 300 \text{ cal.}$$

De acordo com a primeira lei da termodinâmica,

$$Q = (900 + 300) \text{ cal} = 1200 \text{ cal.}$$

(f) Como foi calculado no item (e),

$$W = 300 \text{ cal.}$$

(g) A variação da energia interna é

$$\Delta E_{\text{int}} = (3,0)(6,00)(50) = 900 \text{ cal.}$$

(h) A variação da energia cinética de translação é

$$\Delta K = (3,0)\left[\frac{3}{2}(2,0)\right](50) = 450 \text{ cal.}$$

• Processo adiabático com  $\Delta T = 50 \text{ K}$  e  $n = 3,0 \text{ mol}$ .

(i) Por definição de processo adiabático,

$$Q = 0.$$

(j) De acordo com a primeira lei da termodinâmica,

$$W = Q - E_{\text{int}} = 0 - 900 \text{ cal} = -900 \text{ cal.}$$

(k) A variação da energia interna é

$$\Delta E_{\text{int}} = (3,0)(6,00)(50) = 900 \text{ cal.}$$

(l) Como nos itens (d) e (h),

$$\Delta K = (3,0)\left[\frac{3}{2}(2,0)\right](50) = 450 \text{ cal.}$$

76. (a) Com o trabalho dado por

$$W = p\Delta V = (250)(-0,60) \text{ J} = -150 \text{ J}$$

e sabendo que a transferência de calor é  $-210 \text{ J}$ , a variação da energia interna, de acordo com a primeira lei da termodinâmica, é  $[-210 - (-150)] \text{ J} = -60 \text{ J}$ .

(b) Como a pressão e o número de mols não variam, o volume é proporcional à temperatura em kelvins. Assim, como, de acordo com o enunciado, o volume final é 1/4 do volume inicial, a temperatura final do gás é  $T_f = T_i/4 = (360 \text{ K})/4 = 90 \text{ K}$ .

77. Como a função distribuição fornece a fração de partículas com velocidades entre  $v$  e  $v + dv$ , a integral para todas as velocidades é igual à unidade:  $\int P(v) dv = 1$ . A velocidade média é definida através da equação  $v_{\text{med}} = \int_0^{\infty} vP(v) dv$  e a velocidade média quadrática é definida através da equação  $v_{\text{rms}} = \sqrt{(v^2)_{\text{med}}}$ , em que  $(v^2)_{\text{med}} = \int_0^{\infty} v^2 P(v) dv$ .

(a) O valor da constante de normalização pode ser calculado integrando a função dada e igualando o resultado à unidade:

$$\int_0^{v_0} P(v) dv = C \frac{v^3}{3} \Big|_0^{v_0} = C \frac{v_0^3}{3} = 1 \Rightarrow C = \frac{3}{v_0^3}.$$

(b) A velocidade média é

$$\int_0^{v_0} vP(v) dv = \int_0^{v_0} v \left( \frac{3v^2}{v_0^3} \right) dv = 0,750 v_0.$$

(c) A velocidade média quadrática é a raiz quadrada de

$$\int_0^{v_0} v^2 P(v) dv = \int_0^{v_0} v^2 \left( \frac{3v^2}{v_0^3} \right) dv = \frac{3}{5} v_0^2.$$

Assim,

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{3/5} v_0 \approx 0,775 v_0.$$

78. (a) Na expansão livre do estado 0 para o estado 1,  $Q = W = 0$  e, portanto,  $\Delta E_{\text{int}} = 0$ , o que significa que a temperatura do gás permanece a mesma. Assim, a pressão final é

$$p_1 = \frac{p_0 V_0}{V_1} = \frac{p_0 V_0}{3,00 V_0} = \frac{1}{3,00} p_0 \Rightarrow \frac{p_1}{p_0} = \frac{1}{3,00} = 0,33.$$

(b) Na compressão adiabática do estado 1 para o estado 2,  $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$ , ou seja,

$$\frac{1}{3,00} p_0 (3,00 V_0)^\gamma = (3,00)^{\frac{1}{3}} p_0 V_0^\gamma,$$

o que nos dá  $\gamma = 4/3$ . Isso significa que o gás é poliatômico.

(c) Como, de acordo com a lei dos gases ideais,  $T = pV/nR$ , temos:

$$\frac{\bar{K}_2}{\bar{K}_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} = (3,00)^{1/3} = 1,44.$$

79. (a) De acordo com a Eq. 19-14,

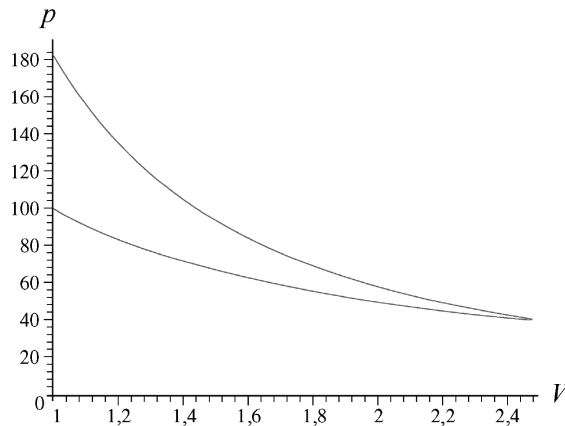
$$W = nRT \ln \left( \frac{V_f}{V_0} \right) = (3,50 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(283 \text{ K}) \ln \left( \frac{3}{4} \right) = -2,37 \text{ kJ}.$$

(b) De acordo com a primeira lei da termodinâmica, como a variação da energia interna é zero por se tratar de uma transformação isotérmica,  $Q = W = -2,37 \text{ kJ}$ . O sinal negativo indica que o calor é transferido do gás para o ambiente.

80. De acordo com as equações da energia potencial gravitacional, da energia cinética de translação e da velocidade média quadrática (Eq. 19-22), temos:

$$\frac{mgh}{mv_{\text{rms}}^2/2} = \frac{2gh}{v_{\text{rms}}^2} = \frac{2Mgh}{3RT} = \frac{(2)(0,032 \text{ kg/mol})(9,8 \text{ m/s}^2)(0,10 \text{ m})}{3(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(273 \text{ K})} = 9,2 \times 10^{-6}.$$

81. (a) A figura a seguir mostra as transformações em um diagrama  $p$ - $V$ . Para traçar o gráfico, fizemos  $n = 0,37 \text{ mol}$ ; a escala do eixo horizontal (que começa em 1, e não em 0, como é usual) está em centímetros cúbicos ( $\text{cm}^3$ ) e a do eixo vertical em quilopascals (kPa). A terceira transformação é representada por um segmento de reta que coincide com eixo principal e liga as duas curvas.



(b) Note que, como a variação da energia interna é zero no caso de processos isotérmicos envolvendo um gás ideal e no caso de ciclos fechados, a variação da energia interna na primeira transformação deve ser igual, em valor absoluto, à variação da energia interna na terceira transformação. De acordo com a Eq. 18-26, essa variação é igual a 125 J.

(c) De acordo com a Eq. 18-26, o calor é absorvido pelo gás.

82. (a) De acordo com a lei dos gases ideais,

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{(1,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(273 \text{ K})}{1,01 \times 10^5 \text{ Pa}},$$

o que nos dá  $V = 0,0225 \text{ m}^3 = 22,5 \text{ L}$ . Usando o fator de conversão exato dado no Apêndice D,  $1 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$ , obtemos o valor mais preciso  $V = 22,4 \text{ L}$ .

(b) De acordo com a Eq. 19-2, temos  $N = 6,02 \times 10^{23}$  moléculas no volume calculado no item (a), que equivale a  $2,24 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ . Assim,

$$\frac{N}{V} = \frac{6,02 \times 10^{23}}{2,24 \times 10^{-2} \text{ m}^3} = 2,69 \times 10^{25} \text{ moléculas/m}^3.$$

83. (a) De acordo com a lei dos gases ideais, a pressão final é

$$p_f = \frac{p_i V_i}{V_f} = \frac{(32 \text{ atm})(1,0 \text{ L})}{4,0 \text{ L}} = 8,0 \text{ atm}.$$

(b) Se o processo é isotérmico, a temperatura final é igual à temperatura inicial:  $T_f = T_i = 300 \text{ K}$ .

(c) O trabalho executado é

$$\begin{aligned} W &= nRT_i \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = p_i V_i \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \\ &= (32 \text{ atm})(1,01 \times 10^5 \text{ Pa/atm})(1,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3) \ln\left(\frac{4,0\text{L}}{1,0\text{L}}\right) \\ &= 4,4 \times 10^3 \text{ J.} \end{aligned}$$

(d) De acordo com a Eq. 19-54 e a Tabela 19-3, a pressão final é

$$p_f = p_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^\gamma = (32 \text{ atm}) \left(\frac{1,0\text{L}}{4,0\text{L}}\right)^{5/3} = 3,2 \text{ atm.}$$

(e) A temperatura final é

$$T_f = \frac{p_f V_f T_i}{p_i V_i} = \frac{(3,2 \text{ atm})(4,0\text{L})(300 \text{ K})}{(32 \text{ atm})(1,0\text{L})} = 120 \text{ K.}$$

(f) O trabalho realizado é

$$\begin{aligned} W &= Q - \Delta E_{\text{int}} = -\Delta E_{\text{int}} = -\frac{3}{2} nR\Delta T = -\frac{3}{2} (p_f V_f - p_i V_i) \\ &= -\frac{3}{2} [(3,2 \text{ atm})(4,0\text{L}) - (32 \text{ atm})(1,0\text{L})] (1,01 \times 10^5 \text{ Pa/atm})(10^{-3} \text{ m}^3/\text{L}) \\ &= 2,9 \times 10^3 \text{ J.} \end{aligned}$$

(g) Se o gás é diatômico,  $\gamma = 7/5$  e a pressão final é

$$p_f = p_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^\gamma = (32 \text{ atm}) \left(\frac{1,0\text{L}}{4,0\text{L}}\right)^{7/5} = 4,6 \text{ atm.}$$

(h) A temperatura final é

$$T_f = \frac{p_f V_f T_i}{p_i V_i} = \frac{(4,6 \text{ atm})(4,0\text{L})(300 \text{ K})}{(32 \text{ atm})(1,0\text{L})} = 170 \text{ K.}$$

(i) O trabalho realizado é

$$\begin{aligned} W &= Q - \Delta E_{\text{int}} = -\frac{5}{2} nR\Delta T = -\frac{5}{2} (p_f V_f - p_i V_i) \\ &= -\frac{5}{2} [(4,6 \text{ atm})(4,0\text{L}) - (32 \text{ atm})(1,0\text{L})] (1,01 \times 10^5 \text{ Pa/atm})(10^{-3} \text{ m}^3/\text{L}) \\ &= 3,4 \times 10^3 \text{ J.} \end{aligned}$$

84. (a) De acordo com a lei dos gases ideais,

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} = \frac{(20,0 \text{ atm})(1,01 \times 10^5 \text{ Pa/atm})(0,0015 \text{ m}^3)}{(3,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})} = 121,54 \text{ K} \approx 122 \text{ K.}$$

(b) De acordo com a lei dos gases ideais,

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \frac{(1,50 p_1)(2,00 V_1)}{p_1 V_1} T_1 = 3,00 T_1 = 365 \text{ K.}$$

(c) De acordo com a lei dos gases ideais,

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{p_1 V_1} T_1 = \frac{(2,00 p_1)(0,500 V_1)}{p_1 V_1} T_1 = T_1 = 122 \text{ K.}$$

Como a temperatura do gás no estado  $T_3$  é igual à temperatura do gás no estado  $T_1$  e o gás é ideal, a variação da energia interna é  $\Delta E_{\text{int}} = 0$ .

85. (a) De acordo com a lei dos gases perfeitos, o volume do tanque é

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{\left(\frac{300 \text{ g}}{17 \text{ g/mol}}\right)(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(350 \text{ K})}{1,35 \times 10^6 \text{ Pa}} = 3,8 \times 10^{-2} \text{ m}^3 = 38 \text{ L}.$$

(b) O número de mols de gás que restam no tanque é

$$n' = \frac{p'V}{RT'} = \frac{(8,7 \times 10^5 \text{ Pa})(3,8 \times 10^{-2} \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(293 \text{ K})} = 13,5 \text{ mol}.$$

A massa do gás que vazou é, portanto,

$$\Delta m = 300 \text{ g} - (13,5 \text{ mol})(17 \text{ g/mol}) = 71 \text{ g}.$$

86. Para modelar a “taxa uniforme” mencionada no enunciado do problema, expressamos a variação com o tempo do volume e da temperatura do gás da seguinte forma:

$$V = V_i + \left(\frac{V_f - V_i}{\tau}\right)t$$

e

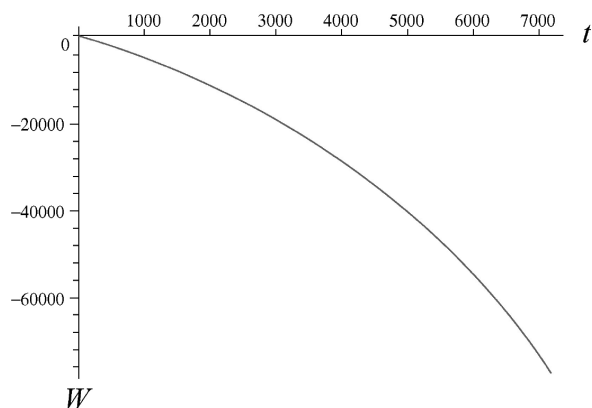
$$T = T_i + \left(\frac{T_f - T_i}{\tau}\right)t$$

em que  $V_i = 0,616 \text{ m}^3$ ,  $V_f = 0,308 \text{ m}^3$ ,  $\tau = 2 \text{ h} = 7200 \text{ s}$ ,  $T_i = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$  e  $T_f = 450^\circ\text{C} = 723 \text{ K}$ .

(a) Podemos calcular o trabalho usando a Eq. 18-25:

$$\begin{aligned} W &= \int_0^\tau p dV = \int_0^\tau \left(\frac{nRT}{V}\right) \left(\frac{dV}{dt}\right) dt \\ &= 12,2\tau + 238.113 \ln(14.400 - \tau) - 2,28 \times 10^6 \\ &= -7,72 \times 10^4 \text{ J}. \end{aligned}$$

A figura a seguir mostra o trabalho cumulativo em função do tempo. O trabalho é negativo porque está sendo realizado sobre o gás (o gás está sendo comprimido).



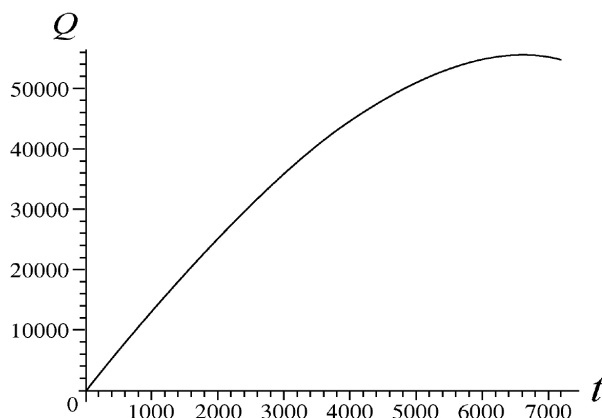
(b) Como  $C_V = 3R/2$  (já que se trata de um gás ideal monoatômico), a variação (infinitesimal) da energia interna é

$$nC_V dT = \frac{3}{2} nR \left(\frac{dT}{dt}\right) dt,$$

em que  $dT/dt$  é a derivada da expressão da temperatura do gás em função do tempo calculada anteriormente. Integrando esta expressão e somando ao trabalho executado, obtemos o calor cumulativo absorvido entre  $t = 0$  e  $t = \tau$ :

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^\tau \left[ \left( \frac{nRT}{V} \right) \left( \frac{dV}{dt} \right) + \frac{3}{2} nR \left( \frac{dT}{dt} \right) \right] dt \\ &= 30,5\tau + 238.113 \ln(14.400 - \tau) - 2,28 \times 10^6 \\ &= 5,46 \times 10^4 \text{ J.} \end{aligned}$$

A figura a seguir mostra o calor cumulativo em função do tempo. O calor é positivo porque o gás está absorvendo calor.



(c) Definindo  $C = Q_{\text{total}}/n(T_f - T_i)$ , obtemos  $C = 5,17 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ . Note que este valor é bem menor que o de  $C_V$ , o calor específico molar a volume constante.

Vamos agora substituir o processo por um processo de duas etapas que leva ao mesmo resultado final através de transformações que não envolvem a variável tempo. A primeira transformação é isotérmica e a segunda é isocórica.

(d) Na primeira etapa, de acordo com a Eq. 19-14, temos:

$$W = nRT \ln \frac{V_f}{V_i} = (25,0 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(300 \text{ K}) \ln \frac{0,308 \text{ m}^3}{0,616 \text{ m}^3} = -4,32 \times 10^4 \text{ J,}$$

o que significa que o trabalho realizado sobre o gás é  $4,32 \times 10^4 \text{ J}$ .

(e) Na segunda etapa, de acordo com a Eq. 19-39, temos:

$$Q = nC_V \Delta T = (25,0 \text{ mol})(12,5 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(423 \text{ K}) = 13,22 \times 10^4 \text{ J.}$$

Como, na primeira etapa, o calor cedido pelo gás é igual ao trabalho realizado sobre o gás, já que a energia interna não muda em processos isotérmicos, o calor total é

$$Q_{\text{total}} = (13,22 \times 10^4 \text{ J}) - (4,32 \times 10^4 \text{ J}) = 8,90 \times 10^4 \text{ J.}$$

(f) Definindo  $C = Q_{\text{total}}/n(T_f - T_i)$ , obtemos  $C = 8,38 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ .

87. Para facilitar a notação, vamos omitir o índice “int” para representar a energia interna. Como a variação da energia interna em um ciclo fechado é sempre nula, temos:

$$\Delta E_{A \rightarrow B} + \Delta E_{B \rightarrow C} + \Delta E_{C \rightarrow D} + \Delta E_{D \rightarrow E} + \Delta E_{E \rightarrow A} = 0.$$



Supondo que o gás é ideal, a energia interna não varia nas transformações isotérmicas, de modo que

$$\Delta E_{A \rightarrow B} = \Delta E_{D \rightarrow E} = 0.$$

Como, de acordo com o enunciado,  $\Delta E_{E \rightarrow A} = 8,0 \text{ J}$ , temos:

$$\Delta E_{B \rightarrow C} + \Delta E_{C \rightarrow D} + 8,0 \text{ J} = 0.$$

Como, de acordo com o enunciado,  $W_{B \rightarrow C} = 5,0 \text{ J}$  e, nas transformações adiabáticas,  $\Delta E = -W$ , temos:

$$-5,0 \text{ J} + \Delta E_{C \rightarrow D} + 8,0 \text{ J} = 0,$$

o que nos dá  $\Delta E_{C \rightarrow D} = -3,0 \text{ J}$ .

88. (a) Como o trabalho realizado em um processo a pressão constante é  $W = p\Delta V$ , temos:

$$W = (25 \text{ N/m}^2) (1,8 \text{ m}^3 - 3,0 \text{ m}^3) = -30 \text{ J}.$$

De acordo com a primeira lei da termodinâmica, temos

$$\Delta E_{\text{int}} = Q - W = (-75 \text{ J}) - (-30 \text{ J}) = -45 \text{ J}.$$

(b) Como a pressão e o número de mols são constantes, a lei dos gases ideais nos dá

$$T_2 = T_1 \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = (300 \text{ K}) \left( \frac{1,8 \text{ m}^3}{3,0 \text{ m}^3} \right) = 1,8 \times 10^2 \text{ K}.$$

## Capítulo 20

1. (a) Como o gás é ideal, a pressão  $p$  pode ser expressa em termos do número de mols  $n$ , do volume  $V$  e da temperatura  $T$  através da equação  $p = nRT/V$ . O trabalho realizado pelo gás durante uma expansão isotérmica é dado por

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Fazendo  $V_2 = 2,00V_1$ , temos:

$$W = nRT \ln 2,00 = (4,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(400 \text{ K}) \ln 2,00 = 9,22 \times 10^3 \text{ J}.$$

(b) Como a expansão é isotérmica, a variação de entropia é dada por

$$\Delta S = \int (1/T) dQ = Q/T,$$

em que  $Q$  é o calor absorvido. De acordo com a primeira lei da termodinâmica,  $\Delta E_{\text{int}} = Q - W$ . Além disso, sabemos que a energia interna de um gás ideal depende apenas da temperatura. Como a expansão é isotérmica,  $\Delta E_{\text{int}} = 0$  e, portanto,  $Q = W$ . Assim,

$$\Delta S = \frac{W}{T} = \frac{9,22 \times 10^3 \text{ J}}{400 \text{ K}} = 23,1 \text{ J/K}.$$

(c)  $\Delta S = 0$  para todos os processos adiabáticos reversíveis.

2. Nos processos isotérmicos,  $T_i = T_f$ , o que significa que  $\ln(T_f/T_i) = 0$ . Assim, a Eq. 20-4 nos dá

$$\Delta S = nR \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) \Rightarrow n = \frac{22,0}{(8,31) \ln(3,4/1,3)} = 2,75 \text{ mol}.$$

3. Nos processos isotérmicos,  $T_i = T_f$ , o que significa que  $\ln(T_f/T_i) = 0$ . Assim, a Eq. 20-4 nos dá

$$\Delta S = nR \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) = (2,50 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}) \ln(2,00) = 14,4 \text{ J/K}.$$

4. De acordo com a Eq. 20-3, temos:

$$Q = T \Delta S = (405 \text{ K})(46,0 \text{ J/K}) = 1,86 \times 10^4 \text{ J}.$$

5. Usamos a seguinte relação, deduzida no Exemplo “Variação de entropia de dois blocos de cobre para atingirem o equilíbrio térmico”:

$$\Delta S = mc \ln \left( \frac{T_f}{T_i} \right).$$

(a) A energia absorvida na forma de calor é dada pela Eq. 19-14. De acordo com a Tabela 19-3, temos:

$$Q = cm \Delta T = \left( 386 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right) (2,00 \text{ kg})(75 \text{ K}) = 5,79 \times 10^4 \text{ J}$$

em que usamos o fato de que uma variação de temperatura em kelvins é numericamente igual a uma variação de temperatura em graus Celsius.

(b) Para  $T_f = 373,15$  K e  $T_i = 298,15$  K, temos:

$$\Delta S = (2,00 \text{ kg}) \left( 386 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right) \ln \left( \frac{373,15}{298,15} \right) = 173 \text{ J/K}.$$

6. (a) Como este processo, além de isotérmico, é reversível, podemos usar a equação  $\Delta S = Q/T$ , na qual  $Q = Lm$  e, de acordo com a Tabela 19-4,  $L = 333$  J/g. Assim,

$$\Delta S = \frac{(333 \text{ J/g})(12,0 \text{ g})}{273 \text{ K}} = 14,6 \text{ J/K}.$$

(b) A situação é análoga à do item (a), com  $L = 2256$  J/g,  $m = 5,00$  g e  $T = 373$  K. Usando a mesma equação, obtemos  $\Delta S = 30,2$  J/K.

7. (a) Vamos chamar o bloco de cobre de bloco 1 e o bloco de chumbo de bloco 2. A temperatura de equilíbrio,  $T_f$ , satisfaz a relação

$$m_1 c_1 (T_f - T_{i,1}) + m_2 c_2 (T_f - T_{i,2}) = 0,$$

que nos dá:

$$T_f = \frac{m_1 c_1 T_{i,1} + m_2 c_2 T_{i,2}}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = \frac{(50,0 \text{ g})(386 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(400 \text{ K}) + (100 \text{ g})(128 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(200 \text{ K})}{(50,0 \text{ g})(386 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) + (100 \text{ g})(128 \text{ J/kg} \cdot \text{K})} \\ = 320 \text{ K}.$$

(b) Como o sistema dos dois blocos está termicamente isolado, a variação da energia interna do sistema é zero.

(c) A variação da entropia é

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = m_1 c_1 \ln \left( \frac{T_f}{T_{i,1}} \right) + m_2 c_2 \ln \left( \frac{T_f}{T_{i,2}} \right) \\ = (50,0 \text{ g})(386 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) \ln \left( \frac{320 \text{ K}}{400 \text{ K}} \right) + (100 \text{ g})(128 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) \ln \left( \frac{320 \text{ K}}{200 \text{ K}} \right) \\ = +1,72 \text{ J/K}.$$

8. De acordo com a Eq. 20-1,

$$\Delta S = \int \frac{nC_V dT}{T} = nA \int_{5,00}^{10,0} T^2 dT = \frac{nA}{3} [(10,0)^3 - (5,00)^3] = 0,0368 \text{ J/K}.$$

9. De acordo com o enunciado do problema, o gelo é aquecido até  $0^\circ\text{C}$ , funde, e a água resultante é aquecida até a temperatura do lago, que é  $15^\circ\text{C}$ . Enquanto o gelo está sendo aquecido, a energia que recebe na forma de calor quando a temperatura varia de  $dT$  é  $dQ = mc_G dT$ , na qual  $m$  é a massa de gelo e  $c_G$  é o calor específico do gelo. se  $T_i (= 263 \text{ K})$  é a temperatura inicial e  $T_f (= 273 \text{ K})$  é a temperatura final, a variação de entropia é

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = mc_G \int_{T_i}^{T_f} \ln \frac{T_f}{T_i} = (0,010 \text{ kg})(2220 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) \ln \left( \frac{273 \text{ K}}{263 \text{ K}} \right) = 0,828 \text{ J/K}.$$

A fusão é um processo isotérmico. A energia absorvida pelo gelo na forma de calor é  $mL_F$ , na qual  $L_F$  é o calor de fusão do gelo. Assim,

$$\Delta S = Q/T = mL_F/T = (0,010 \text{ kg})(333 \times 10^3 \text{ J/kg})/(273 \text{ K}) = 12,20 \text{ J/K}.$$

No processo de aquecimento da água que resulta da fusão do gelo, a variação de entropia é

$$\Delta S = mc_A \ln \frac{T_f}{T_i},$$

na qual  $c_A$  é o calor específico da água (4190 J/kg · K). Assim,

$$\Delta S = (0,010 \text{ kg})(4190 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) \ln \left( \frac{288 \text{ K}}{273 \text{ K}} \right) = 2,24 \text{ J/K}.$$

A variação total de entropia do gelo e da água resultante é, portanto,

$$\Delta S = 0,828 \text{ J/K} + 12,20 \text{ J/K} + 2,24 \text{ J/K} = 15,27 \text{ J/K}.$$

Como a temperatura do lago praticamente não muda quando o gelo funde, a variação de entropia é  $\Delta S = Q/T$ , na qual  $Q$  é a energia recebida na forma de calor (o negativo da energia fornecida ao gelo) e  $T$  é a temperatura. Durante o aquecimento do gelo até 0 °C,

$$Q = -mc_G(T_f - T_i) = -(0,010 \text{ kg})(2220 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(10 \text{ K}) = -222 \text{ J}.$$

Durante a fusão do gelo,

$$Q = -mL_F = -(0,010 \text{ kg})(333 \times 10^3 \text{ J/kg}) = -3,33 \times 10^3 \text{ J}.$$

Durante o aquecimento da água resultante da fusão do gelo,

$$Q = -mc_A(T_f - T_i) = -(0,010 \text{ kg})(4190 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(15 \text{ K}) = -629 \text{ J}.$$

Assim, a energia total cedida pela água do lago é

$$Q = -222 \text{ J} - 3,33 \times 10^3 \text{ J} - 6,29 \times 10^2 \text{ J} = -4,18 \times 10^3 \text{ J}.$$

A variação de entropia da água do lago é, portanto,

$$\Delta S = -\frac{4,18 \times 10^3 \text{ J}}{288 \text{ K}} = -14,51 \text{ J/K}.$$

Assim, a variação da entropia do sistema gelo-lago é  $\Delta S = (15,27 - 14,51) \text{ J/K} = 0,76 \text{ J/K}$ .

10. Vamos usar o mesmo método do Exemplo “Variação de entropia de dois blocos de cobre para atingirem o equilíbrio térmico”. Como

$$\Delta S = mc \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} = mc \ln \frac{T_f}{T_i},$$

para  $\Delta S = 50 \text{ J/K}$ ,  $T_f = 380 \text{ K}$ ,  $T_i = 280 \text{ K}$  e  $m = 0,364 \text{ kg}$ , obtemos

$$c = 4,5 \times 10^2 \text{ J/kg} \cdot \text{K}.$$

11. (a) A energia cedida pelo alumínio em forma de calor é  $Q = m_{al}c_{al}(T_{ali} - T_f)$ , na qual  $m_{al}$  é a massa de alumínio,  $c_{al}$  é o calor específico do alumínio,  $T_{ali}$  é a temperatura inicial do alumínio e  $T_f$  é a temperatura final do sistema alumínio-água. A energia recebida pela água em forma de calor é  $Q = m_{ag}c_{ag}(T_f - T_{agi})$ , em que  $m_{ag}$  é a massa de água,  $c_{ag}$  é o calor específico da água e  $T_{agi}$  é a temperatura inicial da água. Como o sistema está termicamente isolado, as duas energias têm o mesmo valor absoluto. Assim,

$$m_{al}c_{al}(T_{ali} - T_f) = m_{ag}c_{ag}(T_f - T_{agi}) \Rightarrow T_f = \frac{m_{al}c_{al}T_{ali} + m_{ag}c_{ag}T_{agi}}{m_{al}c_{al} + m_{ag}c_{ag}}.$$

Como o calor específico do alumínio é  $900 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$  e o calor específico da água é  $4190 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ , temos:

$$T_f = \frac{(0,200 \text{ kg})(900 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(100^\circ\text{C}) + (0,0500 \text{ kg})(4190 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(20^\circ\text{C})}{(0,200 \text{ kg})(900 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) + (0,0500 \text{ kg})(4190 \text{ J/kg} \cdot \text{K})}$$

$$= 57,0^\circ\text{C} = 330 \text{ K}.$$

(b) Agora as temperaturas devem ser convertidas para kelvins:  $T_{ali} = 393 \text{ K}$ ,  $T_{agi} = 293 \text{ K}$  e  $T_f = 330 \text{ K}$ . Para o alumínio,  $dQ = m_{al}c_{al}dT$  e a variação de entropia é

$$\Delta S_{al} = \int \frac{dQ}{T} = m_{al}c_{al} \int_{T_{ali}}^{T_f} \frac{dT}{T} = m_{al}c_{al} \ln \frac{T_f}{T_{ali}} = (0,200 \text{ kg})(900 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) \ln \left( \frac{330 \text{ K}}{373 \text{ K}} \right)$$

$$= -22,1 \text{ J/K}.$$

(c) Para a água, a variação de entropia é

$$\Delta S_{ag} = \int \frac{dQ}{T} = m_{ag}c_{ag} \int_{T_{agi}}^{T_f} \frac{dT}{T} = m_{ag}c_{ag} \ln \frac{T_f}{T_{agi}} = (0,0500 \text{ kg})(4190 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) \ln \left( \frac{330 \text{ K}}{293 \text{ K}} \right)$$

$$= +24,9 \text{ J/K}.$$

(d) A variação da entropia total do sistema alumínio-água é

$$\Delta S = \Delta S_{al} + \Delta S_{ag} = -22,1 \text{ J/K} + 24,9 \text{ J/K} = +2,8 \text{ J/K}.$$

12. De acordo com a Eq. 20-4, a variação de entropia é

$$\Delta S = nR \ln(V_f/V_i).$$

[O segundo termo da Eq. 20-4 é nulo porque a temperatura final é igual à temperatura inicial e  $\ln(1) = 0$ .]

Como, de acordo com o gráfico,  $\Delta S = 0$  para  $V_f = 0,40 \text{ m}^3$ , sabemos que  $V_i = 0,40 \text{ m}^3$ . Considerando o ponto do gráfico correspondente a  $\Delta S = 32 \text{ J/K}$  e  $V_f = 1,2 \text{ m}^3$ , podemos usar a equação mostrada para calcular o número de mols. O resultado é  $n = 3,5$  mols.

13. Este problema é semelhante ao Exemplo “Variação de entropia de dois blocos de cobre para atingirem o equilíbrio térmico”; a única diferença é que precisamos calcular a massa  $m$  dos blocos. Como os dois blocos são iguais, a temperatura final  $T_f$  é a média das temperaturas iniciais:

$$T_f = \frac{1}{2}(T_i + T_f) = \frac{1}{2}(305,5 \text{ K} + 294,5 \text{ K}) = 300,0 \text{ K}.$$

Podemos calcular a massa  $m$  a partir da equação  $Q = mc\Delta T$ :

$$m = \frac{Q}{c\Delta T} = \frac{215 \text{ J}}{(386 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(300,0 \text{ K} - 294,5 \text{ K})} = 0,101 \text{ kg}.$$

(a) A variação de entropia do bloco  $E$  é

$$\Delta S_E = mc \ln \left( \frac{T_f}{T_{iE}} \right) = (0,101 \text{ kg})(386 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) \ln \left( \frac{300,0 \text{ K}}{305,5 \text{ K}} \right) = -0,710 \text{ J/K}.$$

(b) Como a temperatura da fonte de calor é praticamente a mesma do bloco, que fornece a mesma quantidade de calor que a fonte recebe, a variação de entropia  $\Delta S'_L$  da fonte de calor do bloco da esquerda é o negativo da variação de entropia do bloco da esquerda:  $\Delta S'_E = -\Delta S_E = +0,710 \text{ J/K}$ .

(c) A variação de entropia do bloco  $D$  é

$$\Delta S_D = mc \ln \left( \frac{T_f}{T_{iD}} \right) = (0,101 \text{ kg})(386 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) \ln \left( \frac{300,0 \text{ K}}{294,5 \text{ K}} \right) = +0,723 \text{ J/K}.$$

(d) De acordo com o mesmo raciocínio do item (b), a variação de entropia  $\Delta S'$  da fonte de calor do bloco da direita é dada por  $\Delta S'_D = -\Delta S_D = -0,723 \text{ J/K}$ .

(e) A variação de entropia do sistema de dois blocos é

$$\Delta S_E + \Delta S_D = -0,710 \text{ J/K} + 0,723 \text{ J/K} = +0,013 \text{ J/K}.$$

(f) A variação de entropia de todo o sistema é

$$\Delta S = \Delta S_E + \Delta S'_E + \Delta S_D + \Delta S'_D = \Delta S_E - \Delta S_E + \Delta S_D - \Delta S_D = 0,$$

como era de se esperar, já que se trata de um processo reversível.

14. (a) Apenas da parte  $ab$  do processo é realizado trabalho. Como esse trabalho é realizado a pressão constante, temos:

$$W = \int_{V_0}^{4V_0} p_0 dV = p_0(4,00V_0 - 1,00V_0) = 3,00p_0V_0 \Rightarrow \frac{W}{p_0V} = 3,00.$$

(b) De acordo com a primeira lei da termodinâmica,  $\Delta E_{\text{int}} = Q - W$ . Como na parte  $bc$  do processo o volume se mantém constante, o trabalho realizado pelo gás é zero e  $E_{\text{int}} = Q$ . A energia  $Q$  absorvida pelo gás na forma de calor é  $Q = nC_V \Delta T$ , em que  $C_V$  é o calor específico molar a volume constante e  $\Delta T$  é a variação de temperatura. Como o gás é um gás ideal monoatômico,  $C_V = 3R/2$ . De acordo com a lei dos gases ideais, a temperatura inicial é

$$T_b = \frac{p_b V_b}{nR} = \frac{4p_0 V_0}{nR}$$

e a temperatura final é

$$T_c = \frac{p_c V_c}{nR} = \frac{(2p_0)(4V_0)}{nR} = \frac{8p_0 V_0}{nR}.$$

Assim,

$$Q = \frac{3}{2} nR \left( \frac{8p_0 V_0}{nR} - \frac{4p_0 V_0}{nR} \right) = 6,00 p_0 V_0.$$

A variação da energia interna é, portanto,  $\Delta E_{\text{int}} = 6p_0 V_0$  ou  $\Delta E_{\text{int}}/p_0 V_0 = 6,00$ . Como  $n = 1 \text{ mol}$ , este resultado também pode ser escrito na forma  $\Delta E_{\text{int}} = 6,00RT_0$ .

(c) Em um ciclo completo,  $\Delta E_{\text{int}} = 0$ .

(d) Como na parte  $bc$  do processo o volume se mantém constante, podemos usar a relação  $dQ = nC_V dT$  para obter

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = nC_V \int_{T_b}^{T_c} \frac{dT}{T} = nC_V \ln \frac{T_c}{T_b}.$$

Fazendo  $C_V = 3R/2$  e usando a lei dos gases ideais, obtemos

$$\frac{T_c}{T_b} = \frac{p_c V_c}{p_b V_b} = \frac{(2p_0)(4V_0)}{p_0(4V_0)} = 2.$$

Assim,  $\Delta S = \frac{3}{2} nR \ln 2$ . Como  $n = 1$ ,  $\Delta S = \frac{3}{2} R \ln 2 = 8,64 \text{ J/K}$ .

(e) Em um ciclo completo,  $\Delta S = 0$ .

15. (a) A massa final de gelo é  $(1773 \text{ g} + 227 \text{ g})/2 = 1000 \text{ g}$ . Isso significa que 773 g de água congelaram. A energia que deixou o sistema em forma de calor é  $mL_F$ , em que  $m$  é a massa da água que congelou e  $L_F$  é o calor de fusão da água. Como o processo é isotérmico, a variação de entropia é

$$\Delta S = Q/T = -mL_F/T = -(0,773 \text{ kg})(333 \times 10^3 \text{ J/kg})/(273 \text{ K}) = -943 \text{ J/K}.$$

(b) Nesse caso, 773 g de gelo fundiram. A variação de entropia é

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{mL_F}{T} = +943 \text{ J/K}.$$

(c) Sim, as respostas são compatíveis com a segunda lei da termodinâmica. A variação de entropia do sistema água-gelo para todo o ciclo deve ser zero, mesmo que parte do ciclo seja irreversível. Entretanto, o sistema não é fechado. Para que o sistema pudesse ser considerado fechado, seria preciso incluir todas as trocas de energia com o gelo e a água. Suponha que as fontes de energia sejam uma fonte fria a temperatura constante durante a parte do ciclo em que água é congelada e um bico de Bunsen na parte do ciclo em que gelo é fundido. Durante o congelamento, a entropia da fonte fria aumenta de 943 J/K. Do ponto de vista do sistema fonte fria-água-gelo, o processo é adiabático e, portanto, a entropia total não varia. Como o processo de fusão do gelo é irreversível, a entropia total do sistema bico de Bunsen-água-gelo aumenta. A entropia do bico de Bunsen aumenta ou diminui menos de 943 J/K.

16. Para que o equilíbrio seja atingido, o calor perdido pelos 100 cm<sup>3</sup> de água (de massa  $m_a = 100 \text{ g}$  e calor específico  $c_a = 4190 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ ) deve ser absorvido pelo gelo (de massa  $m_g$ , que derrete e atinge uma temperatura final  $T_f > 0^\circ \text{C}$ ). Começamos por calcular a temperatura de equilíbrio:

$$\sum Q = 0$$

$$Q_{\text{resfriamento da água}} + Q_{\text{aquecimento do gelo até } 0^\circ} + Q_{\text{fusão do gelo}} + Q_{\text{aquecimento do gelo fundido}} = 0$$

$$c_a m_a (T_f - 20^\circ) + c_g m_g [0^\circ - (-10^\circ)] + L_F m_g + c_a m_g (T_f - 0^\circ) = 0$$

o que nos dá, para  $L_F = 333000 \text{ J/kg}$  e substituindo os valores conhecidos,  $T_f = 12,24^\circ$ , que é equivalente a  $T_f = 285,39 \text{ K}$ . Como foi visto no Exemplo “Variação de entropia de dois blocos de cobre para atingirem o equilíbrio térmico”,

$$\Delta S_{\text{variação de temperatura}} = mc \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right)$$

para processos nos quais  $\Delta T = T_2 - T_1$ ; além disso, de acordo com a Eq. 20-2,

$$\Delta S_{\text{fusão}} = \frac{L_F m}{T_o}$$

para a mudança de fase sofrida pelo gelo (em que  $T_o = 273,15 \text{ K}$ ). A variação total de entropia é, portanto (com  $T$  em kelvins),

$$\Delta S_{\text{sistema}} = m_a c_a \ln \left( \frac{285,39}{293,15} \right) + m_g c_g \ln \left( \frac{273,15}{263,15} \right) + m_g c_a \ln \left( \frac{285,39}{273,15} \right) + \frac{L_F m_g}{273,15}$$

$$= (-11,24 + 0,66 + 1,47 + 9,75) \text{ J/K} = 0,64 \text{ J/K}.$$

17. A ligação entre o calor específico molar e o número de graus de liberdade de um gás diatômico é estabelecida fazendo  $f = 5$  na Eq. 19-51. Assim,  $C_V = 5R/2$ ,  $C_P = 7R/2$  e  $\gamma = 7/5$ . Além

de várias equações do Capítulo 19, também usamos a Eq. 20-4 deste capítulo. Note que a constante dos gases ideais deve ser usada como  $R$  e não como um valor numérico. Note também que, como o processo  $1 \rightarrow 2$  é isotérmico,  $T_2 = T_1$ . Como todos os valores pedidos aparecem divididos por  $n$ , em que  $n$  é o número de mols, podemos simplesmente fazer  $n = 1$  sempre que o número de mols aparecer em nossas equações.

(a) De acordo com a lei dos gases ideais, temos:

$$p_2 = p_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right) = \frac{p_1}{3} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{3} = 0,333.$$

(b) As Eqs. 19-54 e 19-56 nos dão:

$$p_3 = p_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} = \frac{p_1}{3^{1,4}} \Rightarrow \frac{p_3}{p_1} = \frac{1}{3^{1,4}} = 0,215.$$

(c) Analogamente, temos:

$$T_3 = T_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{3^{0,4}} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \frac{1}{3^{0,4}} = 0,644.$$

• Processo  $1 \rightarrow 2$

(d) O trabalho é dado pela Eq. 19-14:

$$W = nRT_1 \ln(V_2/V_1) = RT_1 \ln 3 = 1,10RT_1.$$

Assim,  $W/nRT_1 = \ln 3 = 1,10$ .

(e) Como se trata de um processo sem variação de temperatura que envolve um gás ideal, a variação de energia interna é  $\Delta E_{\text{int}} = 0$  (veja a Eq. 19-45). A energia absorvida na forma de calor é dada pela primeira lei da termodinâmica:  $Q = \Delta E_{\text{int}} + W \approx 1,10RT_1$ , ou  $Q/nRT_1 = \ln 3 = 1,10$ .

(f)  $\Delta E_{\text{int}} = 0$  ou  $\Delta E_{\text{int}}/nRT_1 = 0$ .

(g) A variação de entropia é  $\Delta S = Q/T_1 = 1,10R$ , ou  $\Delta S/R = 1,10$ .

• Processo  $2 \rightarrow 3$

(h) Como não há variação de volume, o trabalho é zero. Assim,  $W/nRT_1 = 0$ .

(i) A variação de energia interna é

$$\Delta E_{\text{int}} = nC_V(T_3 - T_2) = (1) \left( \frac{5}{2} R \right) \left( \frac{T_1}{3^{0,4}} - T_1 \right) \approx -0,889 RT_1 \Rightarrow \frac{\Delta E_{\text{int}}}{nRT_1} \approx -0,889.$$

Esta razão ( $-0,889$ ) é também o valor de  $Q/nRT_1$  (seja de acordo com a primeira lei da termodinâmica ou pela própria definição de  $C_V$ ).

(j)  $\Delta E_{\text{int}}/nRT_1 = -0,889$ .

(k) A variação de entropia é

$$\frac{\Delta S}{R} = n \ln \left( \frac{V_3}{V_1} \right) + n \frac{C_V}{R} \ln \left( \frac{T_3}{T_1} \right) = (1) \ln(1) + (1) \left( \frac{5}{2} \right) \ln \left( \frac{T_1/3^{0,4}}{T_1} \right) = 0 + \frac{5}{2} \ln(3^{-0,4}) \approx -1,10.$$



• Processo 3 → 1

(l) Por definição,  $Q = 0$  em um processo adiabático, o que também significa que a entropia se mantém constante (supondo tratar-se de um processo reversível). O fato de que  $Q = 0$  neste processo significa que a energia interna deve ser o negativo do valor obtido no processo 2 → 3, pois, no ciclo completo, a energia interna não pode variar, e a variação é zero no processo 1 → 2. Assim,  $\Delta E_{\text{int}} = +0,889RT_1$ . De acordo com a primeira lei da termodinâmica, portanto,

$$W = Q - \Delta E_{\text{int}} = -0,889RT_1,$$

ou  $W/nRT_1 = -0,889$ .

(m) Como se trata de um processo adiabático,  $Q = 0$ .

(n)  $\Delta E_{\text{int}}/nRT_1 = +0,889$ .

(o)  $\Delta S/nR = 0$ .

18. (a) De acordo com a Eq. 20-3, o calor associado a uma transformação pode ser determinado calculando a integral (ou a “área sob a curva”) da função  $T(S)$  em um diagrama  $TS$  como o que aparece na Fig. 20-26. É fácil mostrar, seja usando os métodos do cálculo, seja usando os métodos da geometria (área de um trapézio), que no caso de uma função linear,

$$Q_{\text{linear}} = \left( \frac{T_i + T_f}{2} \right) \Delta S.$$

A equação mostrada, na verdade, poderia ser demonstrada diretamente a partir da Eq. 20-3, mas é importante notar que isso só pode ser feito no caso em que o gráfico da função  $T(S)$  é linear. Substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$Q = (300 \text{ K})(15 \text{ J/K}) = 4,5 \times 10^3 \text{ J}$$

(b) De acordo com a Tabela 19-3 e a Eq. 19-45,

$$\Delta E_{\text{int}} = n \left( \frac{3}{2} R \right) \Delta T = (2,0 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(200 \text{ K} - 400 \text{ K}) = -5,0 \times 10^3 \text{ J}.$$

(c) De acordo com a primeira lei da termodinâmica,

$$W = Q - \Delta E_{\text{int}} = 4,5 \text{ kJ} - (-5,0 \text{ kJ}) = 9,5 \text{ kJ}.$$

19. Note que podemos obter o calor específico molar de um gás monoatômico fazendo  $f = 3$  na Eq. 19-51, o que nos dá  $C_V = 3R/2$ ,  $C_p = 5R/2$  e  $\gamma = 5/3$ .

(a) Como se trata de um gás ideal, a Eq. 19-45 é válida, o que significa que  $\Delta E_{\text{int}} = 0$  para este processo. De acordo com a primeira lei da termodinâmica,

$$Q = 0 + W = nRT_1 \ln V_2/V_1 = p_1 V_1 \ln 2 \quad Q/p_1 V_1 = \ln 2 = 0,693.$$

(b) De acordo com a lei dos gases ideais, a pressão foi dividida por 2 durante o processo de expansão isotérmica no qual o volume foi multiplicado por 2. Assim, a pressão deve ser multiplicada por 4 durante o segundo processo para que a pressão no final desse processo seja 2 vezes maior que a pressão inicial. Aplicando a lei dos gases ideais ao segundo processo, temos, portanto, a relação  $4,00 = T_2 T_1$ , que é usada no cálculo a seguir:

$$Q = nC_V \Delta T = n \left( \frac{3}{2} R \right) (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} nRT_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{3}{2} p_1 V_1 (4 - 1) = \frac{9}{2} p_1 V_1,$$

o que nos dá  $Q/p_1 V_1 = 9/2 = 4,50$ .

(c) O trabalho executado durante o processo de expansão isotérmica pode ser calculado usando a Eq. 19-14:

$$W = nRT_1 \ln V_2/V_1 = p_1 V_1 \ln 2,00 \rightarrow W/p_1 V_1 = \ln 2 = 0,693.$$

(d) Como no processo 2 o volume é constante,  $W = 0$ .

(e) A variação de energia interna pode ser calculada combinando os resultados anteriores e usando a primeira lei da termodinâmica:

$$\Delta E_{\text{int}} = Q_{\text{total}} - W_{\text{total}} = \left( p_1 V_1 \ln 2 + \frac{9}{2} p_1 V_1 \right) - (p_1 V_1 \ln 2 + 0) = \frac{9}{2} p_1 V_1,$$

o que nos dá  $\Delta E_{\text{int}}/p_1 V_1 = 9/2 = 4,50$ .

(f) A variação de entropia pode ser calculada usando a Eq. 20-4:

$$\begin{aligned} \Delta S &= R \ln \left( \frac{2,00 V_1}{V_1} \right) + C_V \ln \left( \frac{4,00 T_1}{T_1} \right) = R \ln 2,00 + \left( \frac{3}{2} R \right) \ln (2,00)^2 \\ &= R \ln 2,00 + 3R \ln 2,00 = 4R \ln 2,00 = 23,0 \text{ J/K}. \end{aligned}$$

Os novos processos são uma compressão isotérmica ( $T$  constante), na qual a pressão é multiplicada por 2, seguida por uma expansão isobárica ( $p$  constante) na qual o volume é multiplicado por 2.

(g) Aplicando a lei dos gases ideais ao primeiro processo, vemos que o volume final é duas vezes menor que o volume inicial. Como  $\ln(1/2,00) = -\ln(2,00)$ , temos:

$$Q = -p_1 V_1 \ln 2,00 \Rightarrow Q/p_1 V_1 = -\ln 2,00 = -0,693.$$

(h) Para obter um volume final duas vezes maior que o volume do gás no final do primeiro processo, precisamos multiplicar por 4,00 o volume inicial. Aplicando a lei dos gases ideais ao segundo processo, temos, portanto, a relação  $T_2/T_1 = 4,00$ , que é usada no cálculo a seguir.

$$Q = C_p \Delta T = \frac{5}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} R T_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{5}{2} p_1 V_1 (4 - 1) = \frac{15}{2} p_1 V_1,$$

o que nos dá  $Q/p_1 V_1 = 15/2 = 7,50$ .

(i) Para o processo de compressão isotérmica, a Eq. 19-14 nos dá

$$W = nRT_1 \ln V_2/V_1 = p_1 V_1 \ln (-1/2,00) = -p_1 V_1 \ln 2,00 \Rightarrow W/p_1 V_1 = -\ln 2 = -0,693.$$

(j) Neste processo, o volume inicial é  $V_i = V_1/2$  e o volume final é  $V_f = 2V_1$ . A pressão mantida durante o processo é  $p' = 2,00p_1$ . O trabalho é dado pela Eq. 19-16:

$$W = p' \Delta V = p' (V_f - V_i) = (2,00 p_1) \left( 2,00 V_1 - \frac{1}{2} V_1 \right) = 3,00 p_1 V_1 \Rightarrow W/p_1 V_1 = 3,00.$$

(k) De acordo com a segunda lei da termodinâmica, a variação da energia interna é

$$\Delta E_{\text{int}} = Q_{\text{total}} - W_{\text{total}} = \left( \frac{15}{2} p_1 V_1 - p_1 V_1 \ln 2,00 \right) - (3 p_1 V_1 - p_1 V_1 \ln 2,00) = \frac{9}{2} p_1 V_1,$$

o que nos dá  $E_{\text{int}}/p_1 V_1 = 9/2 = 4,50$ , o mesmo resultado do item (e).

(l) Analogamente,  $\Delta S = 4R \ln 2,00 = 23,0 \text{ J/K}$ , o mesmo resultado do item (f).

20. (a) A pressão final é

$$p_f = (5,00 \text{ kPa}) e^{(V_i - V_f)/a} = (5,00 \text{ kPa}) e^{(1,00 \text{ m}^3 - 2,00 \text{ m}^3)/1,00 \text{ m}^3} = 1,84 \text{ kPa}.$$

(b) De acordo com a lei dos gases ideais, temos:

$$T_f = T_i \left( \frac{p_f V_f}{p_i V_i} \right) = (600 \text{ K}) \frac{(1,84 \text{ kPa})(2,00 \text{ m}^3)}{(5,00 \text{ kPa})(1,00 \text{ m}^3)} = 441 \text{ K}.$$

Para uso futuro, notamos que este resultado pode ser escrito “exatamente” como  $T_f = T_i (2e^{-1})$ . Em nossa solução, evitamos usar os dados para “um mol” para que não haja problemas de precisão.

(c) O trabalho realizado pelo gás é

$$\begin{aligned} W &= \int_i^f p dV = \int_{V_i}^{V_f} (5,00 \text{ kPa}) e^{(V_i - V)/a} dV = (5,00 \text{ kPa}) e^{V_i/a} \cdot \left[ -ae^{-V/a} \right]_{V_i}^{V_f} \\ &= (5,00 \text{ kPa}) e^{1,00} (1,00 \text{ m}^3) (e^{-1,00} - e^{-2,00}) \\ &= 3,16 \text{ kJ}. \end{aligned}$$

(d) Considerando a transformação como a combinação de dois processos reversíveis, como recomenda a sugestão, vemos que a transformação pode ser descrita pela Eq. 20-4. Assim, com  $C_v = 3R/2$  (Eq. 19-43), temos:

$$\begin{aligned} \Delta S &= nR \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) + n \left( \frac{3}{2} R \right) \ln \left( \frac{T_f}{T_i} \right) = nR \left( \ln 2 + \frac{3}{2} \ln (2e^{-1}) \right) = \frac{p_i V_i}{T_i} \left( \ln 2 + \frac{3}{2} \ln 2 + \frac{3}{2} \ln e^{-1} \right) \\ &= \frac{(5000 \text{ Pa})(1,00 \text{ m}^3)}{600 \text{ K}} \left( \frac{5}{2} \ln 2 - \frac{3}{2} \right) \\ &= 1,94 \text{ J/K}. \end{aligned}$$

21. Vamos analisar o seguinte processo reversível de três estágios: a gota d’água super-resfriada (de massa  $m$ ) começa no estado 1 ( $T_1 = 268 \text{ K}$ ), passa para o estado 2 (ainda na forma líquida, mas a uma temperatura  $T_2 = 273 \text{ K}$ ), passa para o estado 3 (na forma sólida, a uma temperatura  $T_3 = T_2$ ) e passa para o estado 4 (na forma sólida, a uma temperatura  $T_4 = T_1$ ). As variações de entropia associadas às três mudanças de estado são as seguintes:

$$\Delta S_{12} = mc_w \ln (T_2/T_1),$$

$$\Delta S_{23} = -mL_F/T_2,$$

$$\Delta S_{34} = mc_l \ln (T_4/T_3) = mc_l \ln (T_1/T_2) = -mc_l \ln (T_2/T_1).$$

Assim, a variação de entropia da gota d’água é

$$\begin{aligned} \Delta S &= \Delta S_{12} + \Delta S_{23} + \Delta S_{34} = m(c_w - c_l) \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) - \frac{mL_F}{T_2} \\ &= (1,00 \text{ g})(4,19 \text{ J/g} \cdot \text{K} - 2,22 \text{ J/g} \cdot \text{K}) \ln \left( \frac{273 \text{ K}}{268 \text{ K}} \right) - \frac{(1,00 \text{ g})(333 \text{ J/g})}{273 \text{ K}} \\ &= -1,18 \text{ J/K}. \end{aligned}$$

22. (a) Vamos chamar a massa inicial de gelo de  $m$  e a massa inicial de água de  $m'$ . Como o sistema está termicamente isolado,  $\Sigma Q = 0$  e, portanto,

$$L_F m + cm (T_f - 0^\circ) + cm' (T_f - 80^\circ) = 0.$$

Como  $L_F = 333 \times 10^3 \text{ J/kg}$ ,  $c = 4190 \text{ J/(kg} \cdot \text{C}^\circ)$ ,  $m' = 0,13 \text{ kg}$  e  $m = 0,012 \text{ kg}$ , obtemos  $T_f = 66,5 \text{ }^\circ\text{C}$ , que é equivalente a  $339,67 \text{ K}$ .

(b) De acordo com a Eq. 20-2, o processo de transformação de gelo a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  para água a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  envolve uma variação de entropia dada por

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{L_F m}{273,15 \text{ K}} = 14,6 \text{ J/K.}$$

(c) De acordo com a Eq. 20-1, o processo de transformação de água a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  em água a  $66,5 \text{ }^\circ\text{C}$  envolve uma variação de entropia dada por

$$\Delta S = \int_{273,15}^{339,67} \frac{cm dT}{T} = cm \ln\left(\frac{339,67}{273,15}\right) = 11,0 \text{ J/K.}$$

(d) Da mesma forma, o processo de resfriamento de água a  $80,0 \text{ }^\circ\text{C}$  em água a  $66,5 \text{ }^\circ\text{C}$  envolve uma variação de entropia dada por

$$\Delta S = \int_{353,15}^{339,67} \frac{cm' dT}{T} = cm' \ln\left(\frac{339,67}{353,15}\right) = -21,2 \text{ J/K.}$$

(e) A variação total de entropia neste experimento de calorimetria pode ser calculada somando os resultados anteriores. O resultado (obtido usando valores mais precisos que os mostrados no item anterior) é  $S_{\text{total}} = 4,39 \text{ J/K}$ .

23. Para  $T_F = 290 \text{ K}$ , temos:

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_F}{T_Q} \Rightarrow T_Q = \frac{T_F}{1 - \varepsilon} = \frac{290 \text{ K}}{1 - 0,40},$$

o que nos dá a temperatura (inicial) da fonte quente:  $T_Q = 483 \text{ K}$ . Substituindo  $\varepsilon = 0,40$  na equação mostrada por  $\varepsilon = 0,50$ , obtemos uma temperatura (final) da fonte quente  $T'_Q = 580 \text{ K}$ . A diferença é

$$T'_Q - T_Q = 580 \text{ K} - 483 \text{ K} = 97 \text{ K.}$$

24. As respostas deste problema seriam as mesmas se a máquina funcionasse em um ciclo diferente do ciclo de Carnot. Na verdade, qualquer máquina térmica que receba uma quantidade de energia na forma de calor (queimando combustível, por exemplo) igual a  $|Q_Q|$  e rejeite uma quantidade de energia na forma de calor igual a  $|Q_F|$  terá a mesma eficiência e realizará o mesmo trabalho por ciclo.

(a) De acordo com a Eq. 20-12,  $\varepsilon = 1 - \left| \frac{Q_F}{Q_Q} \right| = 1 - \frac{36 \text{ kJ}}{52 \text{ kJ}} = 0,31 = 31\%$ .

(b) De acordo com a Eq. 20-8,  $W = |Q_Q| - |Q_F| = 16 \text{ kJ}$ .

25. Vamos resolver primeiro o item (b).

(b) No caso de uma máquina de Carnot, a eficiência está relacionada à temperatura das fontes através da Eq. 20-13. Assim,

$$T_Q = \frac{T_Q - T_F}{\varepsilon} = \frac{75 \text{ K}}{0,22} = 341 \text{ K}$$

que é equivalente a  $68 \text{ }^\circ\text{C}$ .

(a) A temperatura da fonte fria é  $T_F = T_Q - 75 = 341 \text{ K} - 75 \text{ K} = 266 \text{ K}$ .

26. De acordo com a Eq. 20-13,

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_F}{T_Q} = 1 - \frac{373 \text{ K}}{7 \times 10^8 \text{ K}} = 0,9999995$$

usando sete algarismos significativos. Em forma de porcentagem, a resposta é  $\varepsilon = 99,99995\%$ .

27. (a) A eficiência é

$$\varepsilon = \frac{T_Q - T_F}{T_Q} = \frac{(235 - 115) \text{ K}}{(235 + 273) \text{ K}} = 0,236 = 23,6\%.$$

Note que, como uma diferença de temperatura tem o mesmo valor nas escalas Kelvin e Celsius, a diferença  $T_Q - T_F$  pode ser calculada com as temperaturas em Celsius, mas a temperatura  $T_Q$  no denominador deve ser convertida para kelvins.

(b) Como a eficiência é dada por  $\varepsilon = |W|/|Q_Q|$ , o trabalho realizado é

$$|W| = \varepsilon |Q_Q| = 0,236 (6,30 \times 10^4 \text{ J}) = 1,49 \times 10^4 \text{ J}.$$

28. Vamos supor que todos os termos são positivos. O trabalho total realizado pelo sistema de dois estágios é  $W_1 + W_2$ . Chamando de  $Q_1$  o calor recebido pelo sistema (proveniente, por exemplo, da queima de combustível), as Eqs. 20-8 e 20-11 nos dão

$$\varepsilon = \frac{W_1 + W_2}{Q_1} = \frac{(Q_1 - Q_2) + (Q_2 - Q_3)}{Q_1} = 1 - \frac{Q_3}{Q_1}.$$

De acordo com a Eq. 20-10,

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_3}{T_3}$$

em que supomos que um calor  $Q_2$  é recebido pelo segundo estágio à temperatura  $T_2$ . Nesse caso, a eficiência é dada por

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_3}{T_1} = \frac{T_1 - T_3}{T_1}.$$

29. (a) O trabalho total realizado é igual à “área” retangular envolvida pelo ciclo no diagrama  $pV$ :

$$W = (V - V_0)(p - p_0) = (2V_0 - V_0)(2p_0 - p_0) = V_0 p_0.$$

Substituindo os valores conhecidos, obtemos  $W = 2,27 \text{ kJ}$ .

(b) Podemos calcular a energia adicionada em forma de calor durante o percurso  $abc$  usando as Eqs. 19-39, 19-43 e 19-46:

$$\begin{aligned} Q_{abc} &= nC_V(T_b - T_a) + nC_p(T_c - T_b) = n\left(\frac{3}{2}R\right)T_a\left(\frac{T_b}{T_a} - 1\right) + n\left(\frac{5}{2}R\right)T_a\left(\frac{T_c}{T_a} - \frac{T_b}{T_a}\right) \\ &= nRT_a\left[\frac{3}{2}\left(\frac{T_b}{T_a} - 1\right) + \frac{5}{2}\left(\frac{T_c}{T_a} - \frac{T_b}{T_a}\right)\right] = p_0V_0\left[\frac{3}{2}(2-1) + \frac{5}{2}(4-2)\right] \\ &= \frac{13}{2}p_0V_0 \end{aligned}$$

Como  $p_0V_0 = W$ ,  $Q_{abc} = 13W/2 = 14,8 \text{ kJ}$ .

(c) A eficiência é dada pela Eq. 20-11:

$$\varepsilon = \frac{W}{|Q_Q|} = \frac{2}{13} = 0,154 = 15,4\%.$$

(d) Uma máquina de Carnot operando entre  $T_c$  e  $T_a$  tem uma eficiência

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_a}{T_c} = 1 - \frac{p_0 V_0}{pV} = 1 - \frac{1}{4} = 0,750 = 75,0\%$$

(e) A eficiência é maior que a calculada no item (c), o que está de acordo com a segunda lei da termodinâmica.

30. (a) De acordo com a Eq. 20-13,

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_F}{T_Q} = 1 - \frac{333 \text{ K}}{373 \text{ K}} = 0,107.$$

Como uma potência de 1 watt corresponde a um trabalho de 1 joule por segundo, a energia absorvida por unidade de tempo pela máquina, na forma de calor, é 500 J/s. Assim, de acordo com a Eq. 20-11, temos:

$$\varepsilon = \frac{W}{|Q_Q|} \Rightarrow \frac{500 \text{ J/s}}{0,107} = 4673 \text{ J} \approx 4,67 \text{ kJ/s}.$$

(b) Usando uma extensão da Eq. 20-8 na qual a potência assume o lugar da energia, concluímos que a energia rejeitada por unidade de tempo em forma de calor é  $(4,67 - 0,500) \text{ kJ/s} = 4,17 \text{ kJ/s}$ .

31. (a) Como  $\varepsilon = |W/Q_{\text{ganho}}|$ , o calor ganho por ciclo é  $|Q_{\text{ganho}}| = \frac{|W|}{\varepsilon} = \frac{8,2 \text{ kJ}}{0,25} = 33 \text{ kJ}$ .

(b) O calor perdido é dado por  $|Q_{\text{perdido}}| = |Q_{\text{ganho}}| - |W| = 33 \text{ kJ} - 8,2 \text{ kJ} = 25 \text{ kJ}$ .

(c) Nesse caso,  $|Q_{\text{ganho}}| = \frac{|W|}{\varepsilon} = \frac{8,2 \text{ kJ}}{0,31} = 26 \text{ kJ}$ .

(d) Nesse caso,  $|Q_{\text{perdido}}| = |Q_{\text{ganho}}| - |W| = 26 \text{ kJ} - 8,2 \text{ kJ} = 18 \text{ kJ}$ .

32. De acordo com a Fig. 20-28,  $Q_Q = 4000 \text{ J}$  para  $T_Q = 325 \text{ K}$ . Combinando as Eqs. 20-11 e 20-13, obtemos

$$\frac{W}{Q_Q} = 1 - \frac{T_F}{T_Q} \Rightarrow W = 923 \text{ J}.$$

Para  $T'_Q = 550 \text{ K}$ , temos:

$$\frac{W}{Q'_Q} = 1 - \frac{T_F}{T'_Q} \Rightarrow Q'_Q = 1692 \text{ J} \approx 1,7 \text{ kJ}.$$

33. (a) Energia é fornecida em forma de calor na parte do processo entre  $a$  e  $b$ . Como essa transformação acontece a volume constante ( $V_b$ ),  $Q_{\text{ent}} = nC_V \Delta T$ . Como o gás é um gás ideal monoatômico,  $C_V = 3R/2$  e a lei dos gases ideais nos dá

$$\Delta T = (1/nR)(p_b V_b - p_a V_a) = (1/nR)(p_b - p_a) V_b.$$

Assim,  $Q_{\text{ent}} = 3(p_b - p_a)V_b/2$ .  $V_b$  e  $p_b$  são conhecidos, mas precisamos determinar  $p_a$ . Acontece que  $p_a = p_c$  e os pontos  $c$  e  $b$  estão ligados por um processo adiabático. Assim,  $p_c V_c^\gamma = p_b V_b^\gamma$  e

$$p_a = p_c = \left(\frac{V_b}{V_c}\right)^\gamma p_b = \left(\frac{1}{8,00}\right)^{5/3} (1,013 \times 10^6 \text{ Pa}) = 3,167 \times 10^4 \text{ Pa}.$$

A energia acrescentada na forma de calor é

$$Q_{\text{ent}} = \frac{3}{2}(1,013 \times 10^6 \text{ Pa} - 3,167 \times 10^4 \text{ Pa})(1,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3) = 1,47 \times 10^3 \text{ J}.$$

(b) Energia é cedida pelo gás na forma de calor na parte do processo entre  $c$  e  $a$ . Como se trata de um processo a pressão constante,

$$\begin{aligned} Q_{\text{sai}} &= nC_p \Delta T = \frac{5}{2}(p_a V_a - p_c V_c) = \frac{5}{2} p_a (V_a - V_c) \\ &= \frac{5}{2}(3,167 \times 10^4 \text{ Pa})(-7,00)(1,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3) = -5,54 \times 10^2 \text{ J}, \end{aligned}$$

em que foram usadas as relações  $V_a - V_c = V_a - 8,00 V_a = -7,00 V_a$  e  $C_p = 5R/2$ . Assim,

$$|Q_{\text{sai}}| = 5,54 \times 10^2 \text{ J}.$$

(c) Em um ciclo completo, a variação da energia interna é zero e

$$W = Q = 1,47 \times 10^3 \text{ J} - 5,54 \times 10^2 \text{ J} = 9,18 \times 10^2 \text{ J}.$$

(d) A eficiência é

$$\varepsilon = W/Q_{\text{ent}} = (9,18 \times 10^2 \text{ J})/(1,47 \times 10^3 \text{ J}) = 0,624 = 62,4\%.$$

34. (a) Usando a Eq. 19-54 para o processo  $D \rightarrow A$ , obtemos

$$p_D V_D^\gamma = p_A V_A^\gamma \quad \Rightarrow \quad \frac{p_0}{32} (8V_0)^\gamma = p_0 V_0^\gamma,$$

o que nos dá  $8^\gamma = 32 \Rightarrow \gamma = 5/3$ . Este resultado (veja as Seções 19-9 e 19-11) indica que o gás é monoatômico.

(b) O calor recebido é o calor absorvido no processo  $A \rightarrow B$ :

$$Q_Q = nC_p \Delta T = n \left(\frac{5}{2} R\right) T_A \left(\frac{T_B}{T_A} - 1\right) = nRT_A \left(\frac{5}{2}\right) (2-1) = p_0 V_0 \left(\frac{5}{2}\right)$$

O calor rejeitado é o calor liberado no processo  $C \rightarrow D$ :

$$Q_F = nC_p \Delta T = n \left(\frac{5}{2} R\right) T_D \left(1 - \frac{T_L}{T_D}\right) = nRT_D \left(\frac{5}{2}\right) (1-2) = -\frac{1}{4} p_0 V_0 \left(\frac{5}{2}\right)$$

em que, no último passo, usamos o fato de que, de acordo com a lei dos gases ideais,  $T_D = T_A/4$ . Assim, a Eq. 20-12 nos dá

$$\varepsilon = 1 - \left| \frac{Q_F}{Q_Q} \right| = 1 - \frac{1}{4} = 0,75 = 75\%.$$

35. (a) De acordo com a Fig. 20-31, a pressão no ponto 2 é  $p_2 = 3,00p_1$ . O volume é  $V_2 = V_1 = nRT_1/p_1$ . A temperatura é

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} = \frac{3,00 p_1 V_1}{nR} = 3,00 T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 3,00.$$

(b) Como o processo  $2 \rightarrow 3$  é adiabático,  $T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$ . Usando o resultado do item (a),  $V_3 = 4,00V_1$ ,  $V_2 = V_1$  e  $\gamma = 1,30$ , obtemos

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{T_3}{T_2 / 3,00} = 3,00 \left( \frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} = 3,00 \left( \frac{1}{4,00} \right)^{0,30} = 1,98.$$

(c) Como o processo  $4 \rightarrow 1$  é adiabático,  $T_4 V_4^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$ . Como  $V_4 = 4,00V_1$ , temos:

$$\frac{T_4}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_4} \right)^{\gamma-1} = \left( \frac{1}{4,00} \right)^{0,30} = 0,660.$$

(d) Como o processo  $2 \rightarrow 3$  é adiabático,  $p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma$  ou  $p_3 = (V_2/V_3)^\gamma p_2$ . Para  $V_3 = 4,00V_1$ ,  $V_2 = V_1$ ,  $p_2 = 3,00p_1$  e  $\gamma = 1,30$ , temos:

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{3,00}{(4,00)^{1,30}} = 0,495.$$

(e) Como o processo  $4 \rightarrow 1$  é adiabático,  $p_4 V_4^\gamma = p_1 V_1^\gamma$  e

$$\frac{p_4}{p_1} = \left( \frac{V_1}{V_4} \right)^\gamma = \frac{1}{(4,00)^{1,30}} = 0,165,$$

em que usamos a relação  $V_4 = 4,00V_1$ .

(f) A eficiência do ciclo é  $\varepsilon = W/Q_{12}$ , em que  $W$  é o trabalho total realizado pelo gás durante o ciclo e  $Q_{12}$  é a energia recebida na forma de calor na parte  $1 \rightarrow 2$  do ciclo, a única parte em que o sistema recebe energia na forma de calor. O trabalho realizado na parte  $2 \rightarrow 3$  do ciclo é  $W_{23} = \int p dV$ . Como  $p = p_2 V_2^\gamma / V^\gamma$ , temos:

$$W_{23} = p_2 V_2^\gamma \int_{V_2}^{V_3} V^{-\gamma} dV = \left( \frac{p_2 V_2^\gamma}{\gamma-1} \right) (V_2^{1-\gamma} - V_3^{1-\gamma}).$$

Para  $V_2 = V_1$ ,  $V_3 = 4,00V_1$  e  $p_3 = 3,00p_1$ , temos:

$$W_{23} = \left( \frac{3p_1 V_1}{1-\gamma} \right) \left( 1 - \frac{1}{4^{\gamma-1}} \right) = \left( \frac{3nRT_1}{\gamma-1} \right) \left( 1 - \frac{1}{4^{\gamma-1}} \right).$$

Da mesma forma, o trabalho realizado na parte  $4 \rightarrow 1$  do ciclo é

$$W_{41} = \left( \frac{p_1 V_1^\gamma}{\gamma-1} \right) (V_4^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}) = - \left( \frac{p_1 V_1}{\gamma-1} \right) \left( 1 - \frac{1}{4^{\gamma-1}} \right) = - \left( \frac{nRT_1}{\gamma-1} \right) \left( 1 - \frac{1}{4^{\gamma-1}} \right).$$

Como não é realizado trabalho nas partes  $1 \rightarrow 2$  e  $3 \rightarrow 4$  do ciclo, o trabalho total realizado pelo gás durante o ciclo é

$$W = W_{23} + W_{41} = \left( \frac{2nRT_1}{\gamma-1} \right) \left( 1 - \frac{1}{4^{\gamma-1}} \right).$$

A energia fornecida na forma de calor é

$$Q_{12} = nC_V (T_2 - T_1) = nC_V (3T_1 - T_1) = 2nC_V T_1,$$

em que  $C_V$  é o calor específico molar a volume constante. Como

$$\gamma = C_p/C_V = (C_V + R)/C_V = 1 + (R/C_V),$$



temos  $C_V = R/(\gamma - 1)$  e, portanto,  $Q_{12} = 2nRT_1/(\gamma - 1)$ . A eficiência é, portanto,

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_{12}} = \frac{2nRT_1}{\gamma - 1} \left( 1 - \frac{1}{4^{\gamma-1}} \right) \frac{\gamma - 1}{2nRT_1} = 1 - \frac{1}{4^{\gamma-1}}.$$

Para  $\gamma = 1,30$ , obtemos  $\varepsilon = 0,340 = 34,0\%$ .

36. (a) De acordo com as Eqs. 20-14 e 20-16,

$$|W| = \frac{|Q_F|}{K_C} = (1,0 \text{ J}) \left( \frac{300 \text{ K} - 280 \text{ K}}{280 \text{ K}} \right) = 0,071 \text{ J}.$$

(b) Um cálculo semelhante nos dá  $|W| = 0,50 \text{ J}$ .

(c) Um cálculo semelhante nos dá  $|W| = 2,0 \text{ J}$ .

(d) Um cálculo semelhante nos dá  $|W| = 5,0 \text{ J}$ .

37. O coeficiente de desempenho de um refrigerador é dado por  $K = |Q_F|/|W|$ , em que  $Q_F$  é a energia absorvida da fonte fria na forma de calor e  $W$  é o trabalho realizado durante o ciclo de refrigeração, que tem um valor negativo. De acordo com a primeira lei da termodinâmica,  $Q_Q + Q_F - W = 0$  para um número inteiro de ciclos, em que  $Q_Q$  é a energia fornecida à fonte quente na forma de calor. Assim,  $Q_F = W - Q_Q$ . Como  $Q_Q$  é negativo,  $|Q_Q| > |W|$ ,  $|Q_F| = |Q_H| - |W|$  e, portanto,

$$K = \frac{|Q_H| - |W|}{|W|}.$$

Explicitando  $|W|$  na equação mostrada, obtemos  $|W| = |Q_Q|/(K + 1)$ . Em uma hora,

$$|W| = \frac{7,54 \text{ MJ}}{3,8 + 1} = 1,57 \text{ MJ}.$$

A potência correspondente é  $(1,57 \times 10^6 \text{ J})/(3600 \text{ s}) = 440 \text{ W}$ .

38. De acordo com a lei de conservação da energia,  $|W| + Q_F = Q_Q$ . Nesse caso, a Eq. 20-10 nos dá

$$|Q_Q| = |Q_F| \left( \frac{T_Q}{T_F} \right) = (|Q_Q| - |W|) \left( \frac{290,15}{268,15} \right)$$

que, para  $|W| = 1,0 \text{ J}$ , nos dá

$$|Q_Q| = |W| \left[ \frac{1}{1 - (268,15/290,15)} \right] = 13 \text{ J}.$$

39. O coeficiente de desempenho de um refrigerador de Carnot que trabalha entre uma fonte quente à temperatura  $T_Q$  e uma fonte fria à temperatura  $T_F$  é dado por

$$K = \frac{T_F}{T_Q - T_F}.$$

Para  $T_Q = 96 \text{ }^\circ\text{F} = 309 \text{ K}$  e  $T_F = 70 \text{ }^\circ\text{F} = 294 \text{ K}$ ,

$$K = (294 \text{ K})/(309 \text{ K} - 294 \text{ K}) = 19,6.$$

O coeficiente de desempenho é a energia  $Q_F$  removida da fonte fria dividida pelo trabalho realizado:  $K = |Q_F|/|W|$ . Assim,

$$|Q_F| = K|W| = (19,6)(1,0 \text{ J}) = 20 \text{ J}.$$

40. (a) De acordo com a Eq. 20-15,

$$K_C = \frac{|Q_F|}{|Q_Q| - |Q_F|} \Rightarrow |Q_Q| = |Q_F| \left( \frac{1 + K_C}{K_C} \right),$$

o que, para  $K_C = 5,7$  e  $|Q_F| = 42 \text{ kJ}$ , nos dá  $|Q_Q| = 49 \text{ kJ}$ .

(b) De acordo com a Seção 20-5,

$$|W| = |Q_Q| - |Q_F| = 49,4 \text{ kJ} - 42,0 \text{ kJ} = 7,4 \text{ kJ},$$

supondo que o valor de 42 kJ que aparece no enunciado foi fornecido com uma precisão de três algarismos significativos. As temperaturas dadas não são usadas no cálculo; na verdade, é possível que o valor da temperatura ambiente que aparece no enunciado não seja a temperatura da fonte quente, já que o coeficiente de desempenho dado não corresponde ao valor de  $K_C$  calculado usando a Eq. 20-16.

41. De acordo com o enunciado,  $K = 0,27K_C$ , em que

$$K_C = \frac{T_F}{T_Q - T_F} = \frac{294 \text{ K}}{307 \text{ K} - 294 \text{ K}} = 23$$

e as temperaturas foram convertidas de graus Fahrenheit para kelvins. Expressa na forma de energia por unidade de tempo, a Eq. 20-14 nos dá

$$\frac{|W|}{t} = \frac{|Q_L|}{K} = \frac{4000 \text{ Btu/h}}{(0,27)(23)} = 643 \text{ Btu/h}.$$

Como  $1 \text{ Btu/h} = 0,0003929 \text{ hp}$  (veja o Apêndice D),  $|W|/t = 0,25 \text{ hp}$ .

42. O trabalho realizado pelo motor em um intervalo de tempo  $\Delta t = 10,0 \text{ min}$  é  $|W| = P\Delta t = (200 \text{ W})(10,0 \text{ min})(60 \text{ s/min}) = 1,20 \times 10^5 \text{ J}$ . O calor extraído é, portanto,

$$|Q_F| = K|W| = \frac{T_F|W|}{T_Q - T_F} = \frac{(270 \text{ K})(1,20 \times 10^5 \text{ J})}{300 \text{ K} - 270 \text{ K}} = 1,08 \times 10^6 \text{ J}.$$

43. De acordo com as Eqs. 20-11 e 20-13,

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{W}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

De acordo com as Eqs. 20-14 e 20-16,

$$K = \frac{Q_4}{W} = \frac{T_4}{T_3 - T_4} \Rightarrow \frac{Q_4}{W} = \frac{T_4}{T_3 - T_4}.$$

Como  $Q_4 = Q_3 - W$ ,

$$(Q_3 - W)/W = T_4/(T_3 - T_4).$$

Como o trabalho realizado pela máquina é usado para fazer funcionar o refrigerador,  $W$  é o mesmo nos dois casos. Vamos calcular  $W$  para o motor e substituir a expressão resultante na equação do refrigerador. No caso do motor,  $W = (T_1 - T_2)Q_1/T_1$ . Substituindo na equação do refrigerador, temos:

$$\frac{T_4}{T_3 - T_4} = \frac{Q_3}{W} - 1 = \frac{Q_3 T_1}{Q_1 (T_1 - T_2)} - 1.$$

Explicitando  $Q_3/Q_1$ , obtemos

$$\frac{Q_3}{Q_1} = \left( \frac{T_4}{T_3 - T_4} + 1 \right) \left( \frac{T_1 - T_2}{T_1} \right) = \left( \frac{T_3}{T_3 - T_4} \right) \left( \frac{T_1 - T_2}{T_1} \right) = \frac{1 - (T_2/T_1)}{1 - (T_4/T_3)}.$$

Para  $T_1 = 400 \text{ K}$ ,  $T_2 = 150 \text{ K}$ ,  $T_3 = 325 \text{ K}$  e  $T_4 = 225 \text{ K}$ ,  $Q_3/Q_1 = 2,03$ .

44. (a) De acordo com a Eq. 20-13,  $\varepsilon_C = 1 - T_F/T_Q = 0,222$ . Substituindo na Eq. 20-11, obtemos:

$$W = (0,222)(750 \text{ J}) = 167 \text{ J}.$$

(b) A Eq. 20-16 nos dá  $K_C = 3,5$ . Nesse caso, de acordo com a Eq. 20-14,  $|W| = 1200/3,5 = 343 \text{ J}$ .

45. A primeira parte da tabela é a seguinte:

Arranjo	$n_1$	$n_2$
I	8	0
II	7	1
III	6	2
IV	5	3
V	4	4
VI	3	5
VII	2	6
VIII	1	7
IX	0	8

A multiplicidade  $W$  pode ser calculada usando a Eq. 20-20. Assim, por exemplo, a multiplicidade do arranjo IV é

$$W = \frac{8!}{(5!)(3!)} = \frac{40.320}{(120)(6)} = 56$$

e, de acordo com a Eq. 20-21, a entropia correspondente é

$$S = k \ln W = (1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}) \ln(56) = 5,6 \times 10^{-23} \text{ J/K}.$$

Desta forma, geramos a seguinte tabela:

Arranjo	$W$	$S \text{ (J/K)}$
I	1	0
II	8	$2,9 \times 10^{-23}$
III	28	$4,6 \times 10^{-23}$
IV	56	$5,6 \times 10^{-23}$
V	70	$5,9 \times 10^{-23}$
VI	56	$5,6 \times 10^{-23}$
VII	28	$4,6 \times 10^{-23}$
VIII	8	$2,9 \times 10^{-23}$
IX	1	0

46. (a) Vamos chamar a configuração com  $n$  acertos em  $N$  tentativas de  $(n; N)$ . De acordo com a Eq. 20-20,

$$W(25; 50) = \frac{50!}{(25!)(50-25)!} = 1,26 \times 10^{14}.$$

(b) Existem apenas duas possibilidades para cada molécula: a molécula pode estar do lado 1 ou do lado 2 da caixa. Se existe um total de  $N$  moléculas independentes, o número total de estados disponíveis é

$$N_{\text{total}} = 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^N.$$

Para  $N = 50$ ,  $N_{\text{total}} = 2^{50} = 1,13 \times 10^{15}$ .

(c) A porcentagem pedida é igual à probabilidade de que o sistema esteja na configuração central:

$$p(25; 50) = \frac{W(25; 50)}{2^{50}} = \frac{1,26 \times 10^{14}}{1,13 \times 10^{15}} = 11,1\%.$$

Para  $N = 100$ , temos:

(d)  $W(N/2, N) = N! / [(N/2)!]^2 = 1,01 \times 10^{29}$ .

(e)  $N_{\text{total}} = 2^N = 1,27 \times 10^{30}$ .

(f)  $(N/2; N) = W(N/2, N) / N_{\text{total}} = 8,0\%$ .

Para  $N = 200$ , temos:

(g)  $W(N/2, N) = 9,25 \times 10^{58}$ .

(h)  $N_{\text{total}} = 1,61 \times 10^{60}$ .

(i)  $p(N/2; N) = 5,7\%$ .

(j) Quando  $N$  aumenta, o número de estados microscópicos disponíveis aumenta proporcionalmente a  $2^N$ . Assim, existem mais estados para serem ocupados, o que reduz a probabilidade de que o sistema permaneça na configuração central. A conclusão é de que o tempo que o sistema passa na configuração central diminui quando  $N$  aumenta.

47. (a) Suponha que existam  $n_E$  moléculas no lado esquerdo da caixa,  $n_C$  moléculas na parte central da caixa e  $n_D$  moléculas no lado direito. Existem  $N!$  arranjos das  $N$  moléculas, mas  $n_E!$  desses arranjos são simplesmente permutações das moléculas que estão do lado esquerdo,  $n_C!$  são permutações das moléculas que estão na parte central e  $n_D!$  são permutações das moléculas que estão na parte direita. Como essas permutações não dão origem a novas configurações, a multiplicidade é

$$W = \frac{N!}{n_L! n_C! n_R!}.$$

(b) Se metade das moléculas está do lado direito da caixa e a outra metade está do lado esquerdo, a multiplicidade é

$$W_B = \frac{N!}{(N/2)!(N/2)!}.$$

Se um terço das moléculas está do lado esquerdo, um terço está na parte central e um terço está do lado direito, a multiplicidade é

$$W_A = \frac{N!}{(N/3)!(N/3)!(N/3)!}$$

A razão entre as duas multiplicidades é

$$\frac{W_A}{W_B} = \frac{(N/2)!(N/2)!}{(N/3)!(N/3)!(N/3)!}$$

(c) Para  $N = 100$ ,

$$\frac{W_A}{W_B} = \frac{50! 50!}{33! 33! 34!} = 4,2 \times 10^{16}$$

Nota: Quanto maior o número de divisões da caixa, maior o número de configurações. Este problema ilustra o lado estatístico da entropia, que está relacionada ao número à multiplicidade através da equação  $S = k \ln W$ .

48. (a) Uma boa forma de abordar (matematicamente) este problema é considerar a seguinte expansão:

$$(1 + x)^4 = 1 + 4x + 6x^2 + 4x^3 + x^4$$

Os coeficientes correspondem às multiplicidades.

(b) A menor multiplicidade é 1.

(c) A maior multiplicidade é 6.

(d) De acordo com a Eq. 20-21,  $S = k \ln(1) = 0$ .

(e) De acordo com a Eq. 20-21,  $S = k \ln(6) = 2,47 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ .

49. De acordo com a Eq. 18-32 e a Tabela 18-6, temos:

$$P = kA \frac{T_Q - T_F}{L} = \frac{(401)[\pi(0,02)^2](270)}{1,50} = 90,7 \text{ J/s}$$

De acordo com a Eq. 20-2, a entropia da fonte quente diminui a uma taxa

$$\frac{\Delta S}{t} = \frac{Q/t}{T} = \frac{P}{T} = \frac{90,7}{573} = 0,158 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

e a entropia da fonte fria aumenta a uma taxa

$$\frac{\Delta S}{t} = \frac{90,7}{303} = 0,299 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

A taxa de aumento da entropia é, portanto,  $0,299 - 0,158 = 0,141 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ .

50. Em um processo isotérmico envolvendo um gás ideal,  $Q = W = nRT \ln(V_f/V_i)$ . Assim,

$$\Delta S = Q/T = W/T = nR \ln(V_f/V_i)$$

(a)  $V_f/V_i = (0,800)/(0,200) = 4,00$ ,  $\Delta S = (0,55)(8,31)\ln(4,00) = 6,34 \text{ J/K}$ .

(b)  $V_f/V_i = (0,800)/(0,200) = 4,00$ ,  $\Delta S = (0,55)(8,31)\ln(4,00) = 6,34 \text{ J/K}$ .

(c)  $V_f/V_i = (1,20)/(0,300) = 4,00$ ,  $\Delta S = (0,55)(8,31)\ln(4,00) = 6,34 \text{ J/K}$ .

(d)  $V_f/V_i = (1,20)/(0,300) = 4,00$ ,  $\Delta S = (0,55)(8,31)\ln(4,00) = 6,34 \text{ J/K}$ .

51. De acordo com a teoria cinética dos gases (veja as Eqs. 19-34 e 19-35), a velocidade média quadrática e a velocidade mais provável são dadas por  $v_{\text{rms}} = \sqrt{3RT/M}$  e  $v_p = \sqrt{2RT/M}$ , respectivamente, em que  $T$  é a temperatura e  $M$  é a massa molar. A velocidade média quadrática é definida através da equação  $v_{\text{rms}} = \sqrt{(v^2)_{\text{med}}}$ , em que  $(v^2)_{\text{med}} = \int_0^\infty v^2 P(v) dv$  é a distribuição de velocidades de Maxwell, dada por

$$P(v) = 4\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} v^2 e^{-Mv^2/2RT}.$$

Assim, a diferença entre as duas velocidades é

$$\Delta v = v_{\text{rms}} - v_p = \sqrt{\frac{3RT}{M}} - \sqrt{\frac{2RT}{M}} = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \sqrt{\frac{RT}{M}}.$$

(a) Para  $M = 28 \text{ g/mol} = 0,028 \text{ kg/mol}$  (veja a Tabela 19-1) e  $T_i = 250 \text{ K}$ , temos:

$$\Delta v_i = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \sqrt{\frac{RT_i}{M}} = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \sqrt{\frac{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(250 \text{ K})}{0,028 \text{ kg/mol}}} = 87 \text{ m/s}.$$

(b) Para  $T_f = 500 \text{ K}$ ,

$$\Delta v_f = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \sqrt{\frac{RT_f}{M}} = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \sqrt{\frac{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(500 \text{ K})}{0,028 \text{ kg/mol}}} = 122 \text{ m/s} \approx 1,2 \times 10^2 \text{ m/s}.$$

(c) De acordo com as Tabelas 19-2 e 19-3,  $C_V = 5R/2$ . De acordo com a Eq. 20-4, para  $n = 1,5 \text{ mol}$ , a variação de entropia é

$$\begin{aligned} \Delta S &= nR \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) + nC_V \ln \left( \frac{T_f}{T_i} \right) = 0 + (1,5 \text{ mol})(5/2)(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}) \ln \left( \frac{500 \text{ K}}{250 \text{ K}} \right) \\ &= 22 \text{ J/K}. \end{aligned}$$

Explicitando  $T$  na expressão de  $\Delta v$ , obtemos  $T = \frac{M}{R(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} (\Delta v)^2$ . Assim, a variação de entropia também pode ser expressa na forma

$$\Delta S = nC_V \ln \left( \frac{T_f}{T_i} \right) = nC_V \ln \left( \frac{(\Delta v_f)^2}{(\Delta v_i)^2} \right) = 2nC_V \ln \left( \frac{\Delta v_f}{\Delta v_i} \right).$$

A entropia do gás aumenta quando a temperatura aumenta.

52. (a) Como o gás é monoatômico,  $C_V = 3R/2$  (veja o Capítulo 19). Assim,

$$Q_V = nC_V \Delta T = (1,0 \text{ mol})(3/2)(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(600 \text{ K} - 300 \text{ K}) = 3740 \text{ J}.$$

A transferência de calor durante a expansão isotérmica é igual ao trabalho calculado no item (b), já que  $\Delta E_{\text{int}} = 0$  nos processos isotérmicos (veja a Eq. 19-45). Assim, usando o resultado do item (b), temos:

$$Q_{\text{iso}} = nRT_Q \ln 2 = (1 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(600 \text{ K}) \ln 2 = 3456 \text{ J}.$$

Assim,  $Q_H = Q_V + Q_{\text{iso}} = 7,2 \times 10^3 \text{ J}$ .

(b) Vamos considerar a soma dos trabalhos realizados durante os processos (notando que o trabalho é zero no processo a volume constante). De acordo com as Eqs. 19-14 e 19-16, temos:

$$W = nRT_Q \ln \left( \frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}} \right) + p_{\text{min}} (V_{\text{min}} - V_{\text{max}})$$

em que, de acordo com a lei dos gases perfeitos, a razão dos volumes é

$$\frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{T_Q}{T_F} = \frac{600 \text{ K}}{300 \text{ K}} = 2.$$

Assim, o trabalho total é

$$\begin{aligned} W &= nRT_Q \ln 2 + p_{\min} V_{\min} \left( 1 - \frac{V_{\max}}{V_{\min}} \right) = nRT_Q \ln 2 + nRT_F (1 - 2) = nR(T_Q \ln 2 - T_F) \\ &= (1 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})[(600 \text{ K}) \ln 2 - (300 \text{ K})] \\ &= 9,6 \times 10^2 \text{ J}. \end{aligned}$$

(c) De acordo com a Eq. 20-11,

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_Q} = 0,134 \approx 13\%.$$

53. (a) Se  $T_Q$  é a temperatura da fonte quente e  $T_F$  é a temperatura da fonte fria, a eficiência máxima da máquina térmica é

$$\varepsilon = \frac{T_Q - T_F}{T_Q} = \frac{(800 + 40) \text{ K}}{(800 + 273) \text{ K}} = 0,78 \text{ ou } 78\%.$$

(b) A eficiência é definida através da relação  $\varepsilon = |W|/|Q_Q|$ , em que  $W$  é o trabalho realizado pela máquina e  $Q_Q$  é o calor fornecido.  $W$  é positivo. Em um ciclo completo,  $Q_Q = W + |Q_F|$ , em que  $Q_F$  é o calor rejeitado. Assim,  $\varepsilon = W/(W + |Q_F|)$  e  $|Q_F| = W[(1/\varepsilon) - 1]$ . Como  $\varepsilon = (T_Q - T_F)/T_Q$ , a qual  $T_Q$  é a temperatura da fonte quente e  $T_F$  é a temperatura da fonte fria,

$$\frac{1}{\varepsilon} - 1 = \frac{T_F}{T_Q - T_F} \text{ e } |Q_F| = \frac{WT_F}{T_Q - T_F}.$$

O calor rejeitado é usado para derreter gelo à temperatura  $T_i = -40^\circ\text{C}$ . Como o gelo deve ser aquecido até  $0^\circ\text{C}$  antes de ser derretido, temos:

$$|Q_F| = mc(T_f - T_i) + mL_F,$$

na qual  $m$  é a massa do gelo que foi derretido,  $T_f$  é a temperatura de fusão ( $0^\circ\text{C}$ ),  $c$  é o calor específico de gelo e  $L_F$  é o calor de fusão do gelo. Assim,

$$WT_F/(T_Q - T_F) = mc(T_f - T_i) + mL_F.$$

Derivando a equação mostrada em relação ao tempo e substituindo  $dW/dt$  por  $P$ , a potência desenvolvida pela máquina, temos:

$$PT_F/(T_Q - T_F) = (dm/dt)[c(T_f - T_i) + L_F].$$

Assim,

$$\frac{dm}{dt} = \left( \frac{PT_F}{T_Q - T_F} \right) \left( \frac{1}{c(T_f - T_i) + L_F} \right).$$

Para  $P = 100 \times 10^6 \text{ W}$ ,  $T_F = 0 + 273 = 273 \text{ K}$ ,  $T_Q = 800 + 273 = 1073 \text{ K}$ ,  $T_i = -40 + 273 = 233 \text{ K}$ ,  $T_f = 0 + 273 = 273 \text{ K}$ ,  $c = 2220 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$  e  $L_F = 333 \times 10^3 \text{ J/kg}$ ,

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \left[ \frac{(100 \times 10^6 \text{ J/s})(273 \text{ K})}{1073 \text{ K} - 273 \text{ K}} \right] \left[ \frac{1}{(2220 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(273 \text{ K} - 233 \text{ K}) + 333 \times 10^3 \text{ J/kg}} \right] \\ &= 82 \text{ kg/s}. \end{aligned}$$

54. De acordo com a Eq. 20-4,

$$\Delta S = nR \ln(V_f/V_i) + nC_V \ln(T_f/T_i) = 0 + nC_V \ln(425/380)$$

em que  $n = 3,20$  e  $C_V = 3R/2$  (Eq. 19-43). Isso nos dá  $\Delta S = 4,46$  J/K.

55. (a) Como  $\Sigma Q = 0$ , temos (não havendo mudança de fase):

$$T_f = \frac{c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2} = 40,9^\circ \text{C},$$

o que equivale a 314 K.

(b) De acordo com a Eq. 20-1,

$$\Delta S_{\text{cobre}} = \int_{353}^{314} \frac{cm dT}{T} = (386)(0,600) \ln\left(\frac{314}{353}\right) = -27,1 \text{ J/K}.$$

(c) No caso da água, a variação de entropia é

$$\Delta S_{\text{água}} = \int_{283}^{314} \frac{cm dT}{T} = (4190)(0,0700) \ln\left(\frac{314}{283}\right) = 30,5 \text{ J/K}.$$

(d) A variação de entropia para o sistema como um todo é  $(30,5 - 27,1)$  J/K = 3,4 J/K.

(Nota: Estes cálculos são muito sensíveis a erros de arredondamento. Para chegar à resposta final, usamos o valor 273,15 para converter graus Celsius para Kelvins e conservamos todos os dígitos fornecidos pela calculadora nos cálculos intermediários.)

56. De acordo com a lei de Hooke, a constante elástica do elástico é

$$k = \frac{F_s}{x_s} = \frac{1,50 \text{ N}}{0,0350 \text{ m}} = 42,86 \text{ N/m}.$$

Para determinar a taxa de variação da entropia com a distensão para pequenas distensões, usamos a Eq. 20-7, que nos dá

$$\left| \frac{dS}{dx} \right| = \frac{k|x|}{T} = \frac{(42,86 \text{ N/m})(0,0170 \text{ m})}{275 \text{ K}} = 2,65 \times 10^{-3} \text{ J/K} \cdot \text{m}$$

57. Como o volume é mantido constante, nenhum trabalho é realizado no processo de aquecimento do gás. Assim, o calor  $Q$  absorvido é igual à variação  $dE_{\text{int}}$  da energia interna:  $dE_{\text{int}} = 3nRdT/2$ . Assim,

$$\begin{aligned} \Delta S &= \int \frac{dQ}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{3}{2} nR \frac{dT}{T} = \frac{3}{2} nR \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = \frac{3}{2} (1,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}) \ln\left(\frac{400 \text{ K}}{300 \text{ K}}\right) \\ &= 3,59 \text{ J/K}. \end{aligned}$$

58. Se a pressão for mantida constante,

$$dQ = nC_p dT = n(C_V + R)dT = \left(\frac{3}{2}nR + nR\right)dT = \frac{5}{2}nRdT$$

e temos que substituir o fator 3/2 do problema anterior por 5/2. Como essa é a única mudança, a resposta passa a ser

$$\Delta S = \frac{5}{2}nR \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = \frac{5}{2} (1,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}) \ln\left(\frac{400 \text{ K}}{300 \text{ K}}\right) = 5,98 \text{ J/K}.$$



59. A energia necessária para fazer com que a temperatura do gelo aumente de  $dT$  é  $dQ = mc_g dT$ , em que  $m$  é a massa de gelo e  $c_g$  é o calor específico do gelo. Se  $T_i$  é a temperatura inicial e  $T_f$  é a temperatura final, a variação de entropia é

$$\Delta S_1 = \int \frac{dQ}{T} = mc_g \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} = mc_g \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = (0,60 \text{ kg})(2220 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) \ln\left(\frac{273 \text{ K}}{253 \text{ K}}\right) = 101 \text{ J/K}.$$

A fusão é um processo isotérmico. A energia recebida pelo gelo em forma de calor é  $mL_F$ , em que  $L_F$  é o calor de fusão do gelo. Assim,

$$\Delta S_2 = \frac{Q}{T} = \frac{mL_F}{T} = \frac{(0,60 \text{ kg})(333 \times 10^3 \text{ J/kg})}{273 \text{ K}} = 732 \text{ J/K}.$$

Quando a água resultante da fusão do gelo é aquecida até a temperatura final, a variação de entropia é

$$\Delta S_3 = mc_a \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = (0,600 \text{ kg})(4190 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) \ln\left(\frac{313 \text{ K}}{273 \text{ K}}\right) = 344 \text{ J/K},$$

na qual  $c_a = 4190 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$  é o calor específico da água. A variação total de entropia é, portanto,

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 = 101 \text{ J/K} + 732 \text{ J/K} + 344 \text{ J/K} = 1,18 \times 10^3 \text{ J/K}.$$

Os resultados mostram que a maior variação de entropia,  $\Delta S_2$ , acontece durante a fusão do gelo.

60. O trabalho total é a soma do trabalho realizado durante a expansão isotérmica (Eq. 19-14) com o trabalho realizado durante a compressão a pressão constante (Eq. 19-48). Assim,

$$W_{\text{tot}} = nRT_Q \ln(V_{\text{max}}/V_{\text{min}}) + nR(T_F - T_Q)$$

em que  $n = 3,4$ ,  $T_Q = 500 \text{ K}$ ,  $T_F = 200 \text{ K}$  e  $V_{\text{max}}/V_{\text{min}} = 5/2$  (igual à razão  $T_Q/T_F$ ). Assim,  $W_{\text{tot}} = 4468 \text{ J}$ . Identificamos o “calor recebido pelo sistema”,  $Q_{\text{ent}}$ , como o calor transferido para o sistema nas etapas 1 e 2:

$$Q_{\text{ent}} = Q_1 + Q_2 = nC_V(T_Q - T_F) + nRT_Q \ln(V_{\text{max}}/V_{\text{min}})$$

em que  $C_V = 5R/2$  (veja a Tabela 19-3). Assim,  $Q_{\text{ent}} = 34.135 \text{ J}$ . Dividindo o trabalho realizado pelo sistema pelo calor recebido, obtemos a eficiência:  $W_{\text{tot}}/Q_{\text{ent}} = 0,131 = 13,1\%$ .

61. Como o inventor afirma que é necessário menos calor (obtido, presumivelmente, a partir da queima de um combustível) para alimentar sua máquina do que para alimentar uma máquina operando no ciclo de Carnot (para realizar o mesmo trabalho),  $Q_Q' < Q_Q$  [veja a Fig. 20-34(a)], o que significa que a máquina de Carnot (refrigerador ideal) fornece mais calor à fonte quente que o calor consumido pela máquina X. Isso leva diretamente a um sistema como o da Fig. 20-34(b), que viola a segunda lei da termodinâmica.

62. (a) De acordo com a Eq. 20-1,  $Q = \int T dS$ , que corresponde à área sob a curva do diagrama  $T$ - $S$ . Assim, como a área de um retângulo é dada por (altura)  $\times$  (largura),

$$Q_{1 \rightarrow 2} = (350)(2,00) = 700 \text{ J}.$$

(b) Como no processo  $2 \rightarrow 3$  a área sob a curva é 0,  $Q_{2 \rightarrow 3} = 0$ .

(c) Para o ciclo completo, o calor transferido é dado pela área limitada pelas trajetórias que definem o ciclo. Como a área de um triângulo é dada por (base)  $\times$  (altura)/2, temos:

$$Q_{\text{tot}} = (2,00) \times (50)/2 = 50 \text{ J}.$$

(d) Como se trata de um gás ideal (e, portanto,  $\Delta E_{\text{int}} = 0$  em processos isotérmicos), temos:

$$W_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} = 700 \text{ J}.$$

(e) De acordo com a Eq. 19-14,

$$W_{1 \rightarrow 2} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

em que  $T = 350 \text{ K}$ . Para  $V_1 = 0,200 \text{ m}^3$ , temos:

$$V_2 = V_1 e^{W/nRT} = (0,200)e^{0,12} = 0,226 \text{ m}^3.$$

(f) Como o processo  $2 \rightarrow 3$  é adiabático, usamos a Eq. 19-56, com  $\gamma = 5/3$ , já que as moléculas não giram nem oscilam (veja a Tabela 19-3):

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$$

Isso nos dá  $V_3 = 0,284 \text{ m}^3$ .

(g) Como foi dito no item (d),  $\Delta E_{\text{int}} = 0$  para o processo  $1 \rightarrow 2$ .

(h) A variação de energia interna é dada pela Eq. 19-45 (com  $C_V = 3R/2$ ):

$$\Delta E_{\text{int}} = nC_V(T_3 - T_2) = -1,25 \times 10^3 \text{ J}.$$

(i) Como se trata de um ciclo fechado, a variação de energia interna é zero. Este critério se aplica tanto ao diagrama  $p$ - $V$  como ao diagrama  $T$ - $S$ .

(j) No caso do processo adiabático ( $2 \rightarrow 3$ ),  $W = -\Delta E_{\text{int}}$ . Assim,  $W = 1,25 \times 10^3 \text{ J}$ . O valor positivo indica que se trata de uma expansão.

63. (a) Como se trata de um ciclo fechado,  $\Delta S_{\text{tot}} = 0$ .

(b) Como o processo 1 é adiabático e reversível (ao contrário, por exemplo, de uma expansão livre), a Eq. 20-1 pode ser usada com  $dQ = 0$  e nos dá  $\Delta S_1 = 0$ .

(c) Como o fluido de trabalho é um gás ideal,  $Q = W$  nos processos isotérmicos, o que significa, de acordo com a Eq. 20-1, que  $dQ = pdV$ . Assim,

$$\int \frac{dQ}{T} = \int \frac{pdV}{pV/nR} = nR \int \frac{dV}{V},$$

o que nos dá  $\Delta S_3 = nR \ln(1/2) = -23,0 \text{ J/K}$ .

(d) De acordo com o item (a),  $\Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 = 0$ . De acordo com o item (b),  $\Delta S_2 = -\Delta S_3$ . Assim,  $\Delta S_2 = 23,0 \text{ J/K}$ .

64. (a) Combinando a Eq. 20-11 com a Eq. 20-13, obtemos

$$|W| = |Q_Q| \left( 1 - \frac{T_F}{T_Q} \right) = (500 \text{ J}) \left( 1 - \frac{260 \text{ K}}{320 \text{ K}} \right) = 93,8 \text{ J}.$$

(b) Combinando a Eq. 20-14 com a Eq. 20-16, obtemos

$$|W| = \frac{|Q_F|}{\left( \frac{T_F}{T_Q - T_F} \right)} = \frac{1000 \text{ J}}{\left( \frac{260 \text{ K}}{320 \text{ K} - 260 \text{ K}} \right)} = 231 \text{ J}.$$

65. (a) Tanto o processo 1 como o processo 2 envolvem a absorção de uma certa quantidade de calor, que vamos chamar de  $Q_Q$ . De acordo com a discussão do Capítulo 19, como as moléculas do gás não giram nem oscilam,  $C_V = 3R/2$ ,  $C_p = 5R/2$  e  $\gamma = 5/3$ . Observe ainda que, como o

fluido de trabalho é um gás ideal,  $Q_2 = W_2$ , já que o processo 2 é isotérmico. Finalmente, note que, no processo 2, a razão entre o volume final e o volume inicial é  $8/3$ . Assim,

$$Q_Q = Q_1 + Q_2 = nC_V(T' - T) + nRT' \ln \frac{8}{3},$$

o que nos dá, para  $T = 300 \text{ K}$  e  $T' = 800 \text{ K}$ ,  $Q_Q = 25,5 \times 10^3 \text{ J}$ .

(b) O trabalho líquido é igual ao calor líquido ( $Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_Q + Q_3$ ). Podemos calcular  $Q_3$  a partir da equação

$$Q_3 = nC_p(T - T') = -20,8 \times 10^3 \text{ J}.$$

Assim,  $W = 4,7 \times 10^3 \text{ J}$ .

(c) De acordo com a Eq. 20-11, a eficiência é

$$\varepsilon = \frac{|W|}{|Q_Q|} = \frac{4,73 \times 10^3}{25,5 \times 10^3} = 0,185 = 18,5\%.$$

66. (a) De acordo com a Eq. 20-14,  $K = 560/150 = 3,73$ .

(b) De acordo com a lei de conservação da energia, o calor rejeitado por ciclo é  $560 + 150 = 710 \text{ J}$ .

67. A variação de entropia associada à transferência de uma certa quantidade  $Q$  de calor de uma fonte à temperatura  $T_1$  para uma fonte à temperatura  $T_2$  é  $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = Q(1/T_2 - 1/T_1)$ .

(a)  $\Delta S = (260 \text{ J})(1/100 \text{ K} - 1/400 \text{ K}) = 1,95 \text{ J/K}$ .

(b)  $\Delta S = (260 \text{ J})(1/200 \text{ K} - 1/400 \text{ K}) = 0,650 \text{ J/K}$ .

(c)  $\Delta S = (260 \text{ J})(1/300 \text{ K} - 1/400 \text{ K}) = 0,217 \text{ J/K}$ .

(d)  $\Delta S = (260 \text{ J})(1/360 \text{ K} - 1/400 \text{ K}) = 0,072 \text{ J/K}$ .

(e) Como mostram os resultados anteriores, quando a diferença entre as temperaturas das fontes diminui, a entropia diminui.

68. De acordo com a Eq. 20-10,

$$\left| \frac{Q_{\text{sala}}}{Q_{\text{He}}} \right| = \frac{T_{\text{sala}}}{T_{\text{He}}} = \frac{300 \text{ K}}{4,0 \text{ K}} = 75.$$

69. (a) A Eq. 20-2 pode ser usada para calcular a variação de entropia em cada fonte. A variação total de entropia é a soma das contribuições das duas fontes:

$$\Delta S = \frac{5030 \text{ J}}{(273 + 24) \text{ K}} - \frac{5030 \text{ J}}{(273 + 130) \text{ K}} = 4,45 \text{ J/K}.$$

(b) A resposta do item (a) só é válida se a barra se encontrar no regime estacionário, ou seja, se o sistema tiver permanecido na situação descrita no problema por um tempo suficientemente longo para que o equilíbrio seja atingido. Nesse caso, a entropia da barra não pode variar durante a transferência de calor.

70. (a) Como  $\Sigma Q = 0$ , temos (não havendo mudança de fase):

$$T_f = \frac{c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2} = -44,2 \text{ }^\circ\text{C},$$

o que equivale a  $229 \text{ K}$ .

(b) De acordo com a Eq. 20-1, temos:

$$\Delta S_{\text{tungstênio}} = \int_{303}^{229} \frac{c_m dT}{T} = (134)(0,045) \ln\left(\frac{229}{303}\right) = -1,69 \text{ J/K.}$$

(c) De acordo com a Eq. 20-1, temos:

$$\Delta S_{\text{prata}} = \int_{153}^{229} \frac{c_m dT}{T} = (236)(0,0250) \ln\left(\frac{229}{153}\right) = 2,38 \text{ J/K.}$$

(d) A variação total de entropia do sistema é  $(2,38 - 1,69) \text{ J/K} = 0,69 \text{ J/K}$ .

(Nota: Estes cálculos são muito sensíveis a erros de arredondamento. Para chegar à resposta final, usamos o valor 273,15 para converter graus Celsius para Kelvins e conservamos todos os dígitos fornecidos pela calculadora nos cálculos intermediários.)

71. (a) Vamos usar a Eq. 20-20. No caso da configuração A,

$$W_A = \frac{N!}{(N/2)!(N/2)!} = \frac{50!}{(25!)(25!)} = 1,26 \times 10^{14}.$$

(b) No caso da configuração B,

$$W_B = \frac{N!}{(0,6N)!(0,4N)!} = \frac{50!}{[0,6(50)]![0,4(50)]!} = 4,71 \times 10^{13}.$$

(c) Como todos os microestados são igualmente prováveis,

$$f = \frac{W_B}{W_A} = \frac{4,71 \times 10^{13}}{1,26 \times 10^{14}} \approx 0,37.$$

(d)  $W_A = \frac{N!}{(N/2)!(N/2)!} = \frac{100!}{(50!)(50!)} = 1,01 \times 10^{29}.$

(e)  $W_B = \frac{N!}{(0,6N)!(0,4N)!} = \frac{100!}{[0,6(100)]![0,4(100)]!} = 1,37 \times 10^{28}.$

(f)  $f = W_B/W_A \approx 0,14.$

Usando as mesmas expressões para  $N = 200$ , obtemos:

(g)  $W_A = 9,05 \times 10^{58}.$

(h)  $W_B = 1,64 \times 10^{57}.$

(i)  $f = W_B/W_A \approx 0,018.$

(j) Os resultados apresentados mostram que  $f$  diminui quando  $N$  aumenta, como era de se esperar.

72. Como uma tonelada métrica equivale a 1000 kg, o calor gerado pela queima de 380 toneladas métricas em um intervalo de tempo de uma hora corresponde a uma potência de  $(380.000 \text{ kg})(28 \text{ MJ/kg}) = 10,6 \times 10^6 \text{ MJ}$ . O trabalho realizado em uma hora é

$$W = (750 \text{ MW})(1 \text{ h}) = (750 \text{ MJ/s})(3600 \text{ s}) = 2,7 \times 10^6 \text{ MJ.}$$

De acordo com a Eq. 20-11, a eficiência é

$$\varepsilon = \frac{2,7 \times 10^6 \text{ MJ}}{10,6 \times 10^6 \text{ MJ}} = 0,253 = 25\%.$$

73. (a) De acordo com a Eq. 20-15,

$$|Q_Q| = |Q_F|(1 + 1/K_C) = (35)(1 + \frac{1}{4,6}) = 42,6 \text{ kJ}.$$

(b) De acordo com a Eq. 20-14,

$$|W| = |Q_F|/K = 35/4,6 = 7,61 \text{ kJ}.$$

74. Como a eficiência da máquina de Carnot (Eq. 20-13) varia linearmente com  $T_F$ , podemos derivar a eficiência em relação a  $T_F$  e chegar rapidamente ao resultado:

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_F}{T_Q} \Rightarrow \frac{d\varepsilon}{dT_F} = -\frac{1}{T_Q}$$

Para  $d\varepsilon \rightarrow \Delta\varepsilon = 0,100$  e  $T_Q = 400 \text{ K}$ , obtemos  $dT_F \rightarrow \Delta T_F = -40 \text{ K}$ .

75. As moléculas de gás contidas em uma caixa podem estar distribuídas de muitas formas. O número de microestados associados a cada configuração é chamado de multiplicidade. No caso geral, se existem  $N$  moléculas no interior da caixa e a caixa é dividida em duas partes iguais, com  $n_E$  moléculas no lado esquerdo e  $n_D$  moléculas no lado direito, existem  $N!$  arranjos das  $N$  moléculas, mas  $n_E!$  são simplesmente permutações das  $n_E$  moléculas do lado esquerdo e  $n_D!$  são permutações das  $n_D$  moléculas do lado direito. Como essas permutações não resultam em novas combinações, a multiplicidade da configuração que acabamos de descrever é

$$W = \frac{N!}{n_E!n_D!}.$$

A entropia é dada por  $S = k \ln W$ .

(a) A configuração de menor multiplicidade é aquela na qual todas as partículas se encontram no mesmo lado da caixa. Nesse caso, para o sistema A, com  $N = 3$ , temos:

$$W = \frac{3!}{3!0!} = 1.$$

(b) Para o sistema B, com  $N = 5$ , temos:

$$W = \frac{5!}{5!0!} = 1.$$

(c) Para o sistema A, a configuração de maior multiplicidade é aquela na qual existem 2 partículas em um lado da caixa e 1 partícula no outro. Nesse caso,

$$W = \frac{3!}{2!1!} = 3.$$

(d) Para o sistema B, a configuração de maior multiplicidade é aquela na qual existem 3 partículas em um lado da caixa e 2 partículas no outro. Nesse caso,

$$W = \frac{5!}{3!2!} = 10.$$

(e) De acordo com a Eq. 20-21 e o resultado do item (c),

$$S = k \ln W = (1,38 \times 10^{-23}) \ln 3 = 1,5 \times 10^{-23} \text{ J/K}.$$

(f) De acordo com a Eq. 20-21 e o resultado do item (d),

$$S = k \ln 10 = 3,2 \times 10^{-23} \text{ J/K.}$$

Resumindo, a menor multiplicidade é  $W = 1$ , que corresponde às configurações em que  $n_E = N$  ou  $n_E = 0$ , e a maior multiplicidade corresponde às configurações em que  $n_L = (N - 1)/2$  ou  $n_L = (N + 1)/2$ , já que tanto o sistema  $A$  como sistema  $B$  possuem um número ímpar de partículas. No caso de  $N$  par, a maior multiplicidade corresponderia à configuração em que  $n_E = N/2$ .