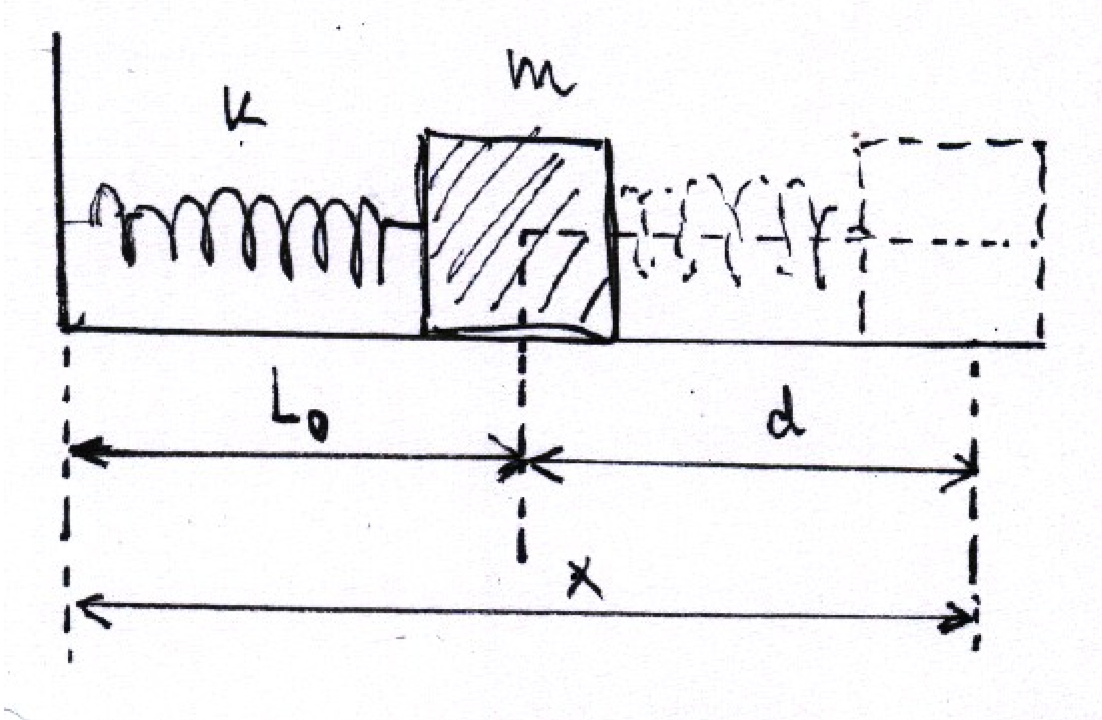
USANDO O MODELLUS

Aula 4

Usando Imagens na Modelagem

Sistema massa-mola



$$\boxed{m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx}$$

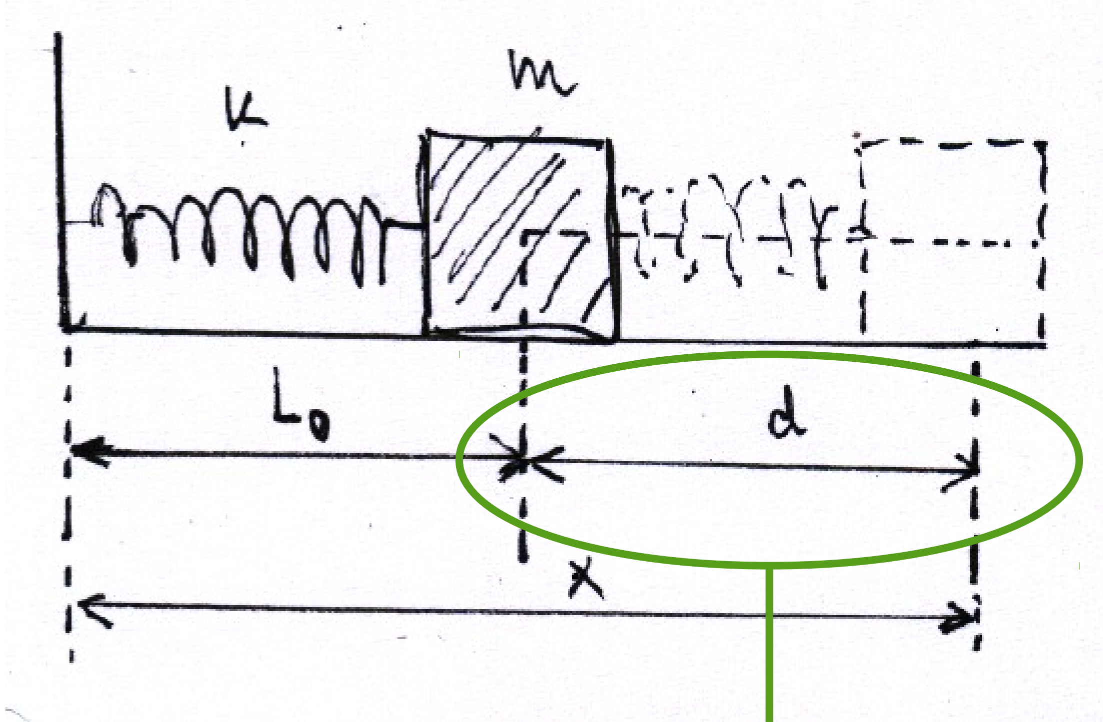
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 x$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Usando Imagens na Modelagem

Sistema massa-mola

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$



Modellus

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{-k}{m} \times (x - L0)$$

$$p = m \times v$$

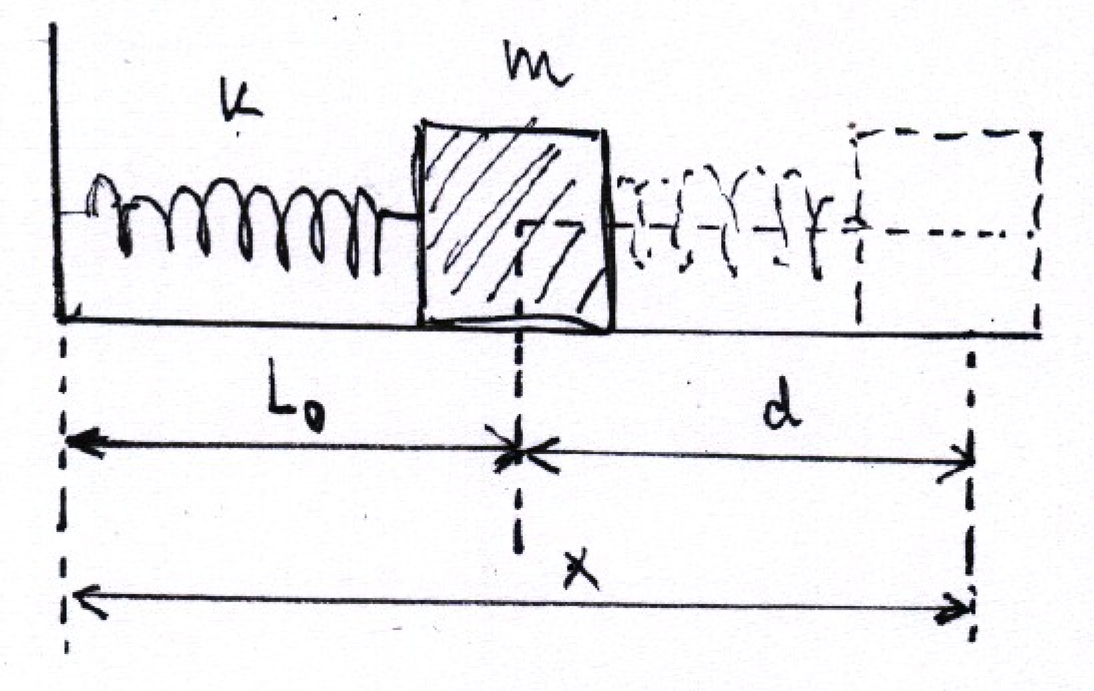
$$x_0 = L0 + d$$

deformação

Usando Imagens na Modelagem

Sistema massa-mola

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$



Modellus

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{-k}{m} \times (x - L0)$$

$$p = m \times v$$

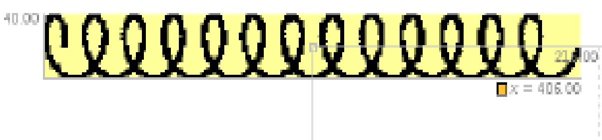
$$\boxed{x_0 = L0 + d}$$

Condição Inicial

Usando Imagens na Modelagem

Visualizar o sistema massa-mola no Modellus

1. Como não existe a opção mola nos Objetos, devemos inserir uma figura (formatos png, jpg, gif) para representar a mola.



Recorte a figura, para que a mola não tenha bordas em branco

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{-k}{m} \times (x - L0)$$

$$p = m \times v$$

$$x_0 = L0 + d$$

2. Na aba Animação, associe a Coordenada Horizontal da figura com a variável *x*. A Coordenada Vertical deve ser fixada num valor numérico que permita a visualização da mola.

3. O valor de *L0* deve ser fixado na aba Parâmetros. Use um valor que permita uma melhor visualização da mola.

Usando Imagens na Modelagem

Visualizar o sistema massa-mola no Modellus

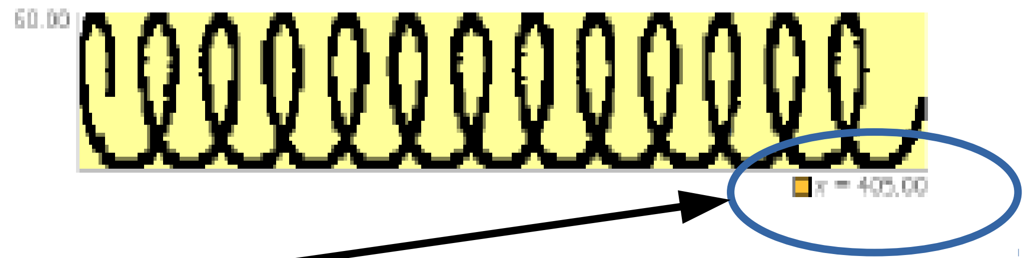
4. Para iniciar a animação, devemos produzir uma deformação na mola. Para isso, escolha um valor para a constante *d* do Modelo Matemático na aba Parâmetros.

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{-k}{m} \times (x - L0)$$

$$p = m \times v$$

$$x_0 = L0 + d$$



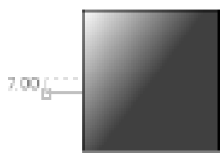
5. Com $d = 5$m, o Valor Inicial da variável x será $x_0 = 405$m, se usarmos $L0 = 400$m.

6. Com estes valores, a animação pode ser iniciada.

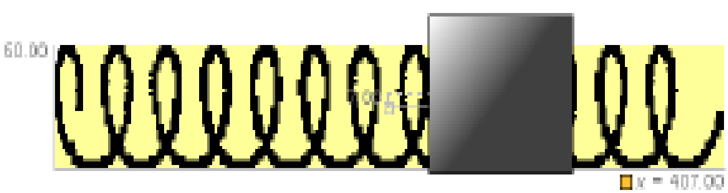
Usando Imagens na Modelagem

Visualizar o sistema massa-mola no Modellus

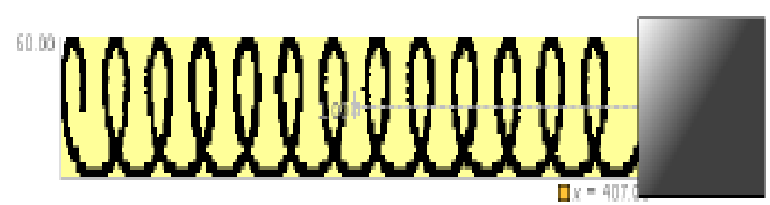
7. Para simular a massa ligada à mola, insira uma Partícula com formato Rectângulo. Mude as dimensões e a cor da Partícula para uma melhor visualização.



8. Use a opção Ligar o Objecto a:, selecionando a imagem que representa a mola, para associar a Partícula ao movimento da mola.



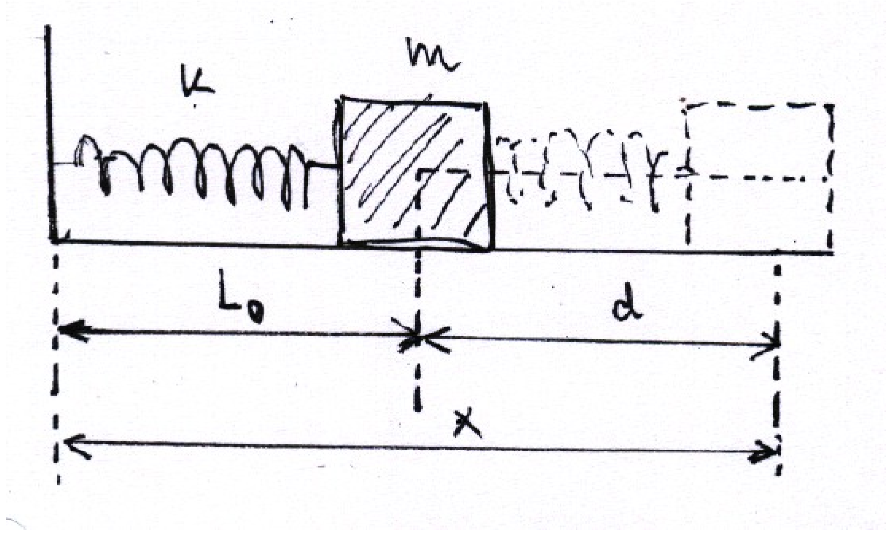
9. Desloque a massa até a extremidade da mola, usando o mouse.



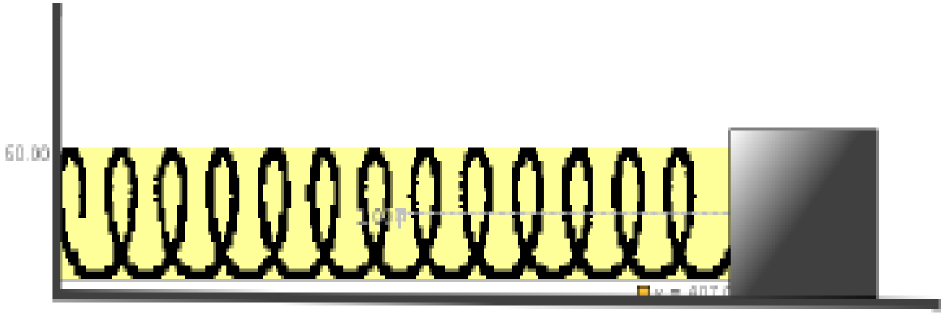
Usando Imagens na Modelagem

Visualizar o sistema massa-mola no Modellus

10. Finalize a visualização inserindo a parede e o solo. Para isso, na aba Objectos insira dois Objecto Geométrico. Mude as espessuras das linhas e posicione-as, a fim de que a visualização fique como na figura.



Visão do Modellus

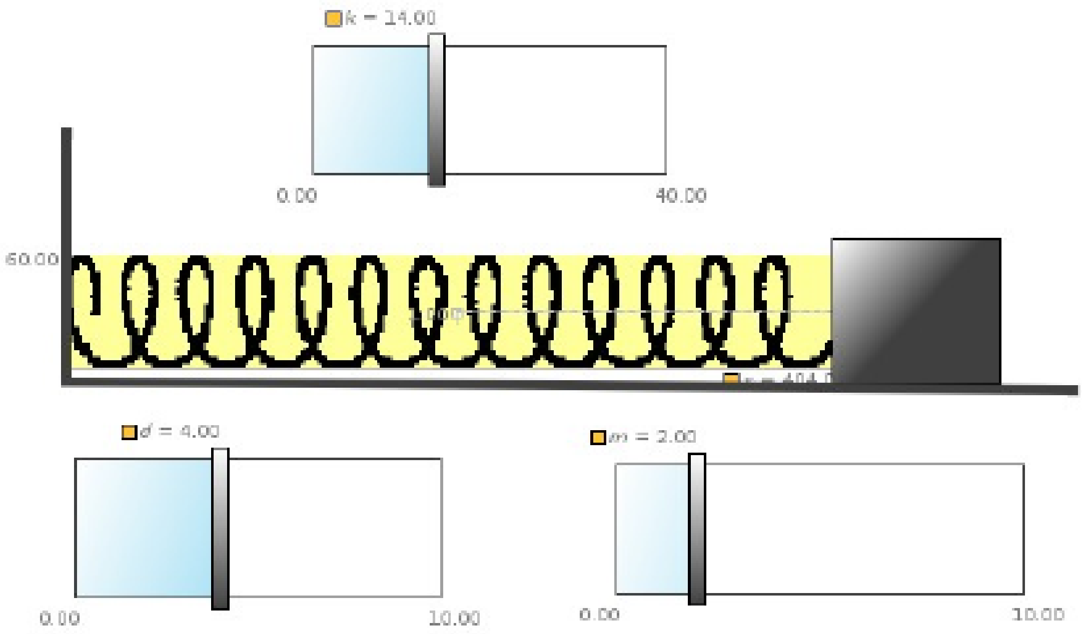


11. Pronto, é só iniciar a modelagem.

Usando Imagens na Modelagem

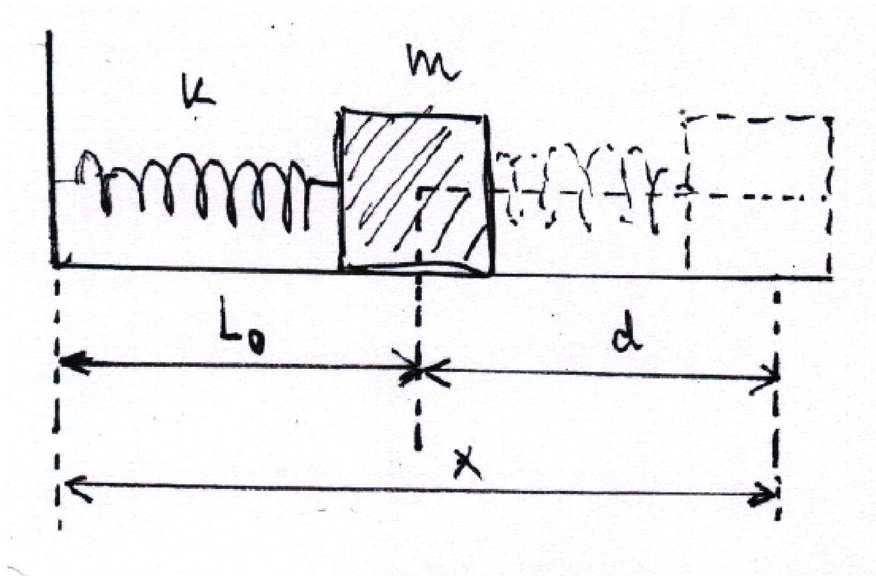
Visualizar o sistema massa-mola no Modellus

12. Podemos incrementar a modelagem, inserindo alguns Indicador de Nível para controlar os valores dos parâmetros. No caso, a massa *m*, a constante de mola *k* e a deformação da mola *d*.



Usando Imagens na Modelagem

Sistema massa-mola amortecido



$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b\frac{dx}{dt}$$

Constante de Amortecimento → $b > 0$

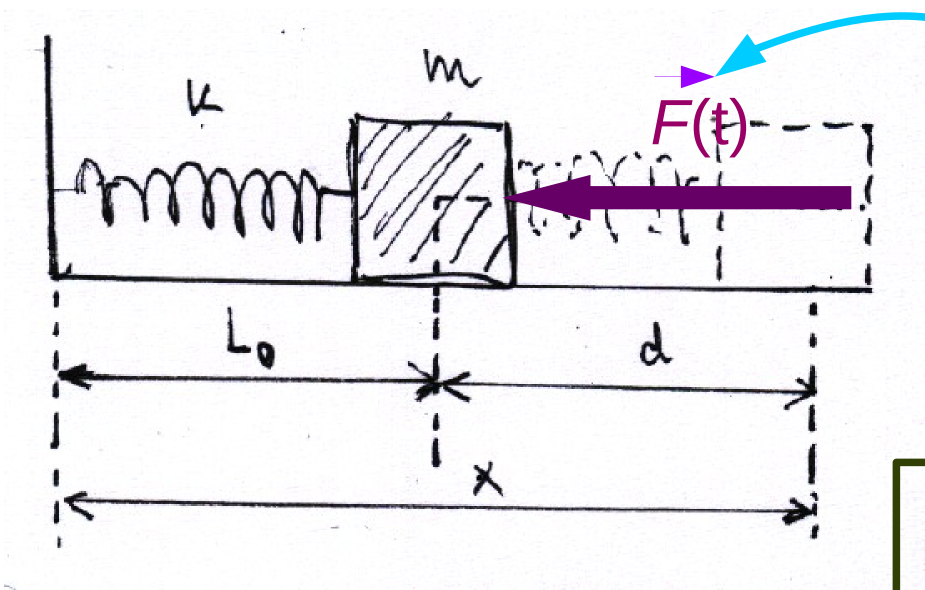
$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 x - \gamma\frac{dx}{dt}}$$

Frequência natural de oscilação → $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Razão de Amortecimento → $\gamma = \frac{b}{m}$

Usando Imagens na Modelagem

Sistema massa-mola amortecido e forçado



$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b\frac{dx}{dt} + F(t)$$

Força Externa → $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 x - \gamma \frac{dx}{dt} + \frac{F(t)}{m}}$$

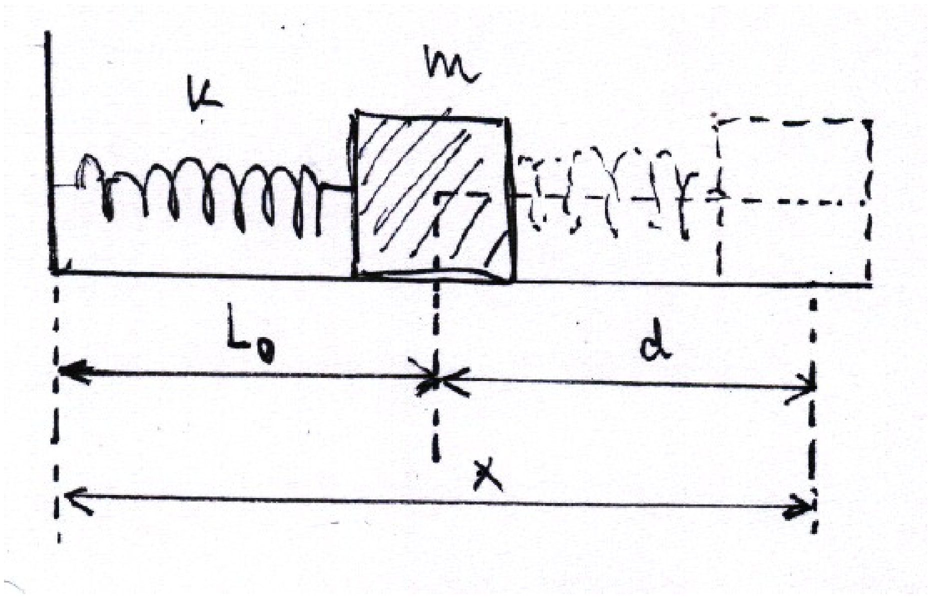
Frequência natural de oscilação

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Frequência da Força Externa → ω

Usando Imagens na Modelagem

Sistema massa-mola amortecido



Amortecimento subcrítico

$$\frac{\gamma}{2} < \omega_0$$

Amortecimento crítico

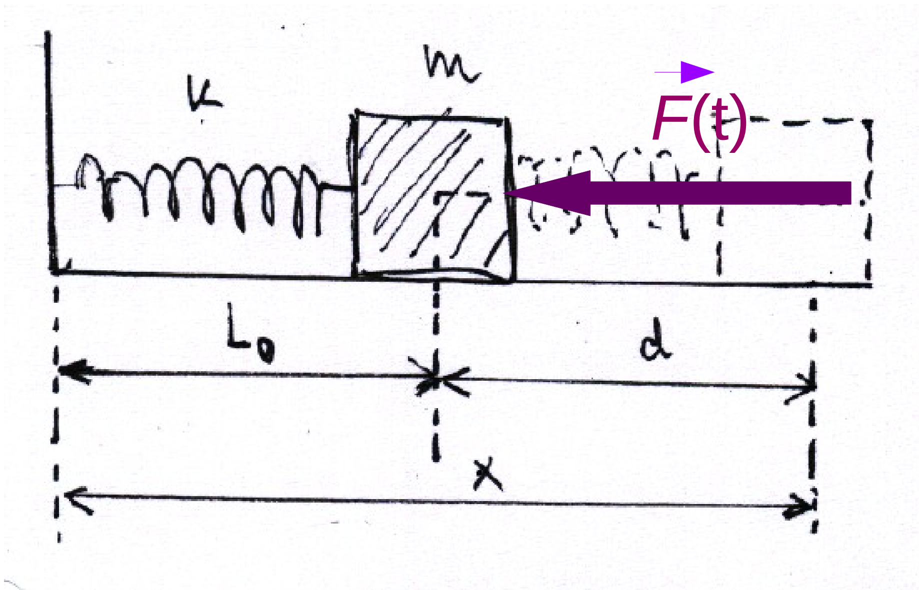
$$\frac{\gamma}{2} = \omega_0$$

Amortecimento supercrítico

$$\frac{\gamma}{2} > \omega_0$$

Usando Imagens na Modelagem

Sistema massa-mola amortecido e forçado



Amortecimento fraco ⇒ $\gamma \ll \omega_0$

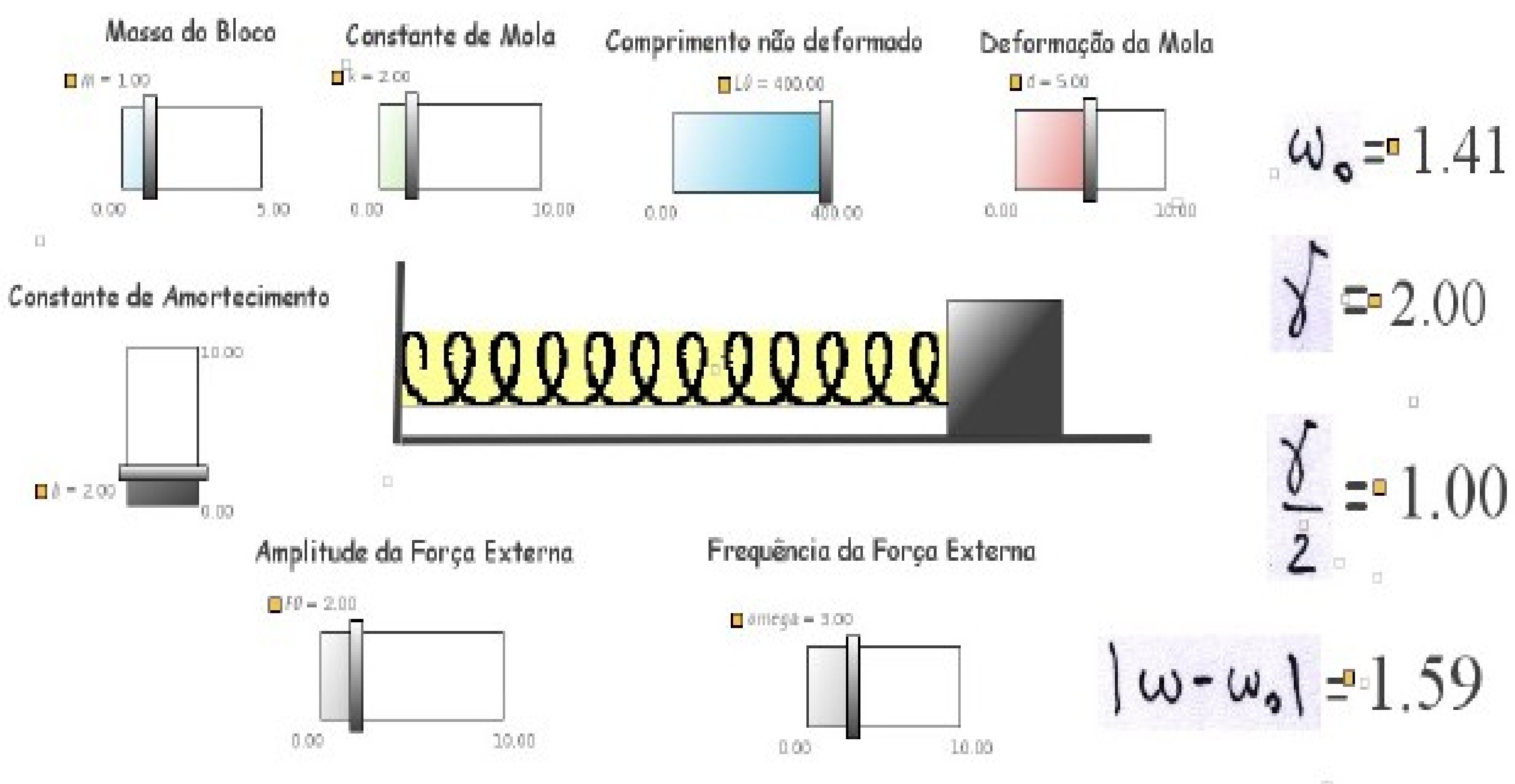
Condição de Ressonância

$$|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$$

Usando Imagens na Modelagem

Sistema massa-mola amortecido e forçado

Modelagem usando Modellus



Usando Imagens na Modelagem

Sistema massa-mola amortecido e forçado

Modelagem usando Modellus

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$\frac{dv}{dt} = F$$

$$F = -omega0^{2} \times (x - L0) - gamma \times v + \frac{F0}{m} \times \cos(omega \times t)$$

$$omega0 = \sqrt{\left(\frac{k}{m}\right)}$$

ω_0

$$diff = abs(omega - omega0)$$

$|\omega - \omega_0|$

$$gamma = \frac{b}{m}$$

γ

$$gamma\_half = \frac{gamma}{2}$$

$\frac{\gamma}{2}$

$$p = m \times v$$

$$EK = \frac{1}{2} \times m \times v^{2}$$

$$EP = \frac{1}{2} \times k \times (x - L0)^{2}$$

$$E = EK + EP$$

$$Fenv = x_{0} \times e^{\left(\frac{-gamma}{2} \times t\right)}$$

$$x_{0} = L0 + d$$