

# **USANDO MODELLUS**

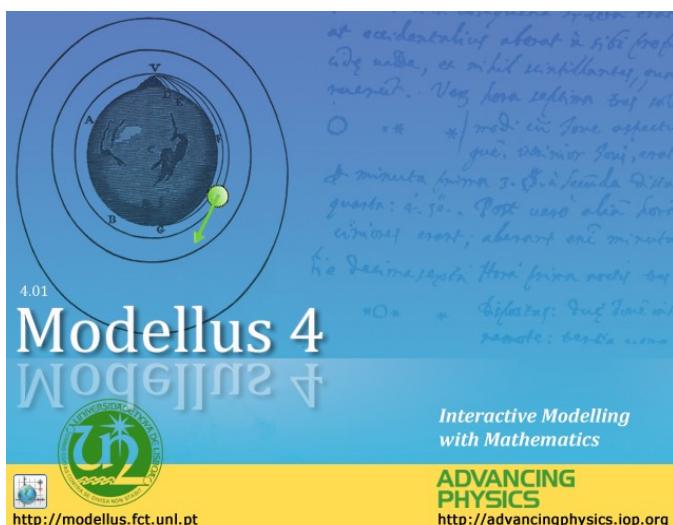
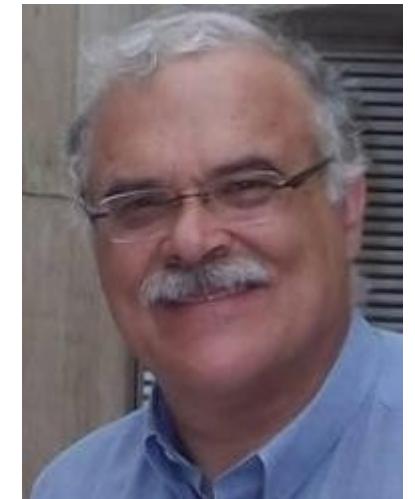
Aula 1

# Introdução

**Software de modelagem computacional**, que permite a exploração de modelos matemáticos e físicos de maneira interativa.



Desenvolvido pelo grupo do **Prof. Vitor Duarte Teodoro**, da da **Faculdade de Ciências e Tecnologia** da **Universidade Nova de Lisboa**.



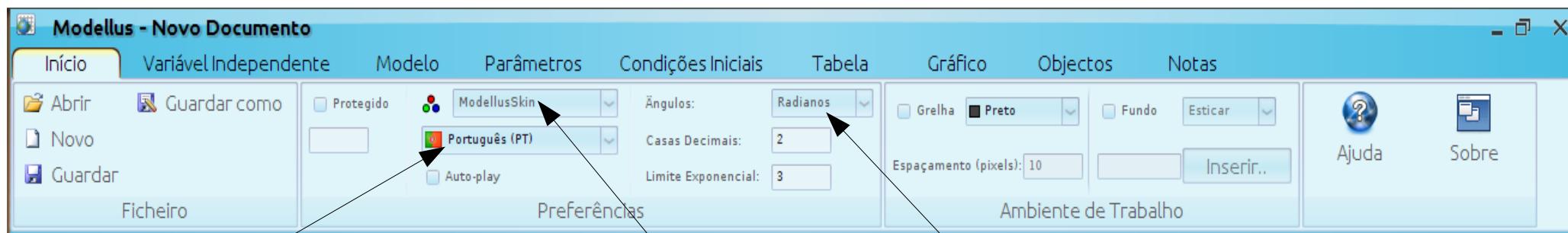
Versão atual para download:

**Modellus X 0.4 (0.4.05)**

Disponível em <http://modellus.co>

# Características básicas

## Tela Início



Seleção do Idioma

Seleção do estilo  
do ambiente

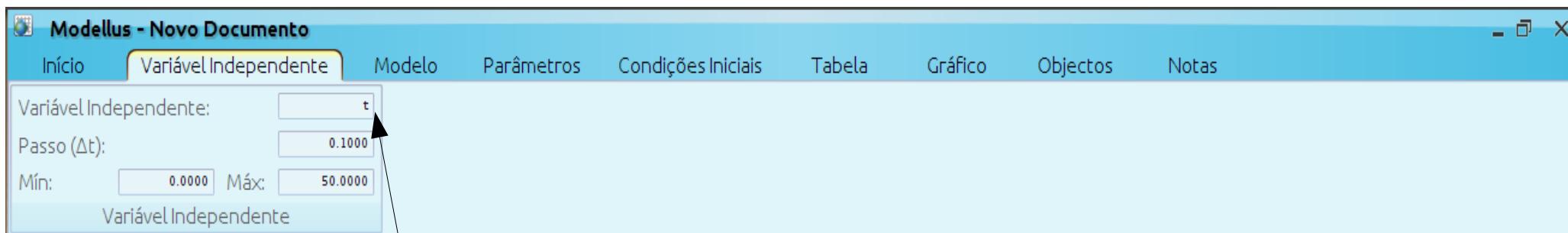
Seleção da variável angular

## Seleções adicionais

- Permite o uso de senha (**Protegido**) para proteger as equações.
- Permite a definição do número de **casas decimais** das variáveis numéricas.
- Permite o uso de grid (**Grelha**) reticulado na janela principal.
- Permite a inserção de figura externa para o **fundo** da janela principal.

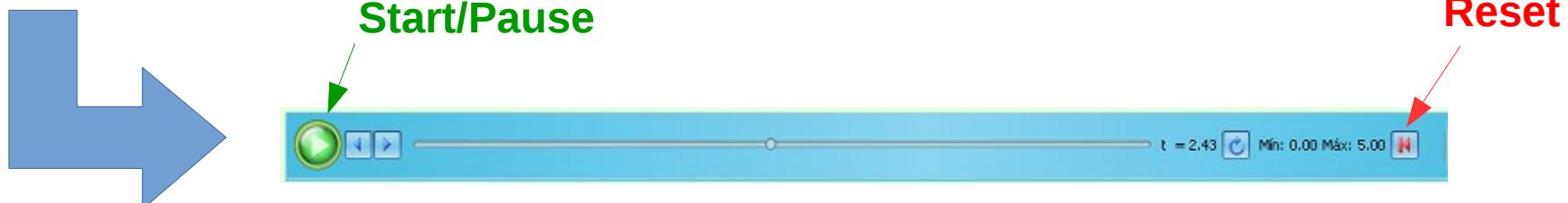
# Características básicas

## Tela Variável Independente



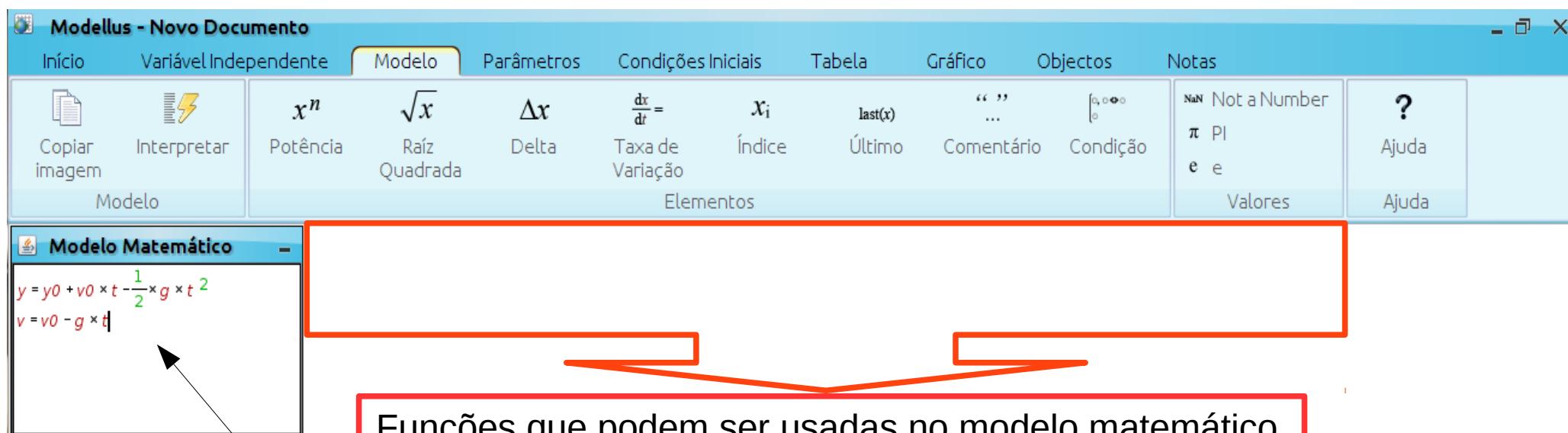
Controle da variável independente usada na modelagem, em geral o tempo.

A variável independente pode ser controlada através da barra de execução, existente na parte inferior da tela principal. É ela que inicia a modelagem.



# Características básicas

## Tela Modelo



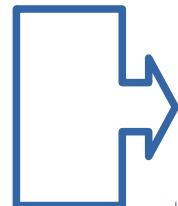
The screenshot shows the Modellus software interface. The top menu bar includes 'Modellus - Novo Documento', 'Início', 'Variável Independente', 'Modelo' (selected), 'Parâmetros', 'Condições Iniciais', 'Tabela', 'Gráfico', 'Objectos', and 'Notas'. The 'Modelo' tab is active, displaying various mathematical functions and constants. A red box highlights the 'Elementos' section of the toolbar. The main workspace shows a 'Modelo Matemático' tab with the following equations:

$$y = y_0 + v_0 \times t - \frac{1}{2} \times g \times t^2$$
$$v = v_0 - g \times t$$

A red box encloses the equations, and a red arrow points from this box to a text box below. A blue arrow points from the text box to a list of rules on the right.

Funções que podem ser usadas no modelo matemático

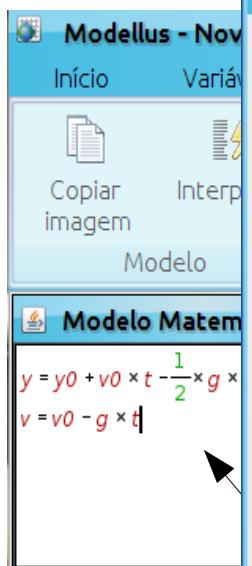
Conjunto de equações que definem o sistema físico



- Uma equação por linha.
- As equações devem ser inseridas como num programa computacional.
- A multiplicação é inserida com um espaço.
- A divisão é inserida com a tecla **/**.

# Características básicas

## Tela Modelo



**1 Using FUNCTIONS to define Models...**

$x = 20 \times t$   
 $y = 20 \times t + \frac{1}{2} \times (-10) \times t^2$

The SYMBOL, the DOMAIN and the STEP for the INDEPENDENT VARIABLE can be changed on the ribbon "Independent Variable"

**2 Using PARAMETERS...**

$x = A \times \cos(w \times t)$   
 $w = 2$

Values for PARAMETERS (such as A or w on this model) can be defined on the Model Window or on the ribbon "Parameters". When defined on the ribbon, it is possible to have different values for parameters, associated with "Cases"...

**3 Using CONDITIONS...**

$y = a \times x$   
 $a = \begin{cases} 1, & x \leq -1 \\ 2, & -1 < x \leq 1 \\ 3, & x > 1 \end{cases}$

Start the condition using the `if` key... (or the Condition button)  
Create a new line using the `:` key  
Create the AND operator with the `&` key and the OR operator with the `|` key  
Delete a line with BACKSPACE or DELETE

**4 Using ITERATIVE and DIFFERENTIAL EQUATIONS...**

**Mathematical Model**

```
x = last(x) + rate * Δt
dx2/dt = rate
```

An Iterative Equation uses a previous value of a quantity and a rule for change

A Differential Equation uses a rule to define how a certain quantity changes "instantaneously". The independent variable step can be changed on the Independent Variable ribbon.

Initial values for Iterative and Differential equations can be given on the Model Window or on the Initial Values ribbon.

Quantities/objects that change through accumulation can be interactively modified.

Objects that represent parameters can also be interactively modified, if not explicitly defined on the Model Window.

**5 Pre-defined functions**

sqrt(x)	int(x)	sign(x)	round(x)	sin(x)	sec(x)	arcsin(x)	sinh(x)
ln(x)	abs(x)		rnd(x)	cos(x)	cosec(x)	arccos(x)	cosh(x)
log(x)	fact(x)		irnd(x)	tan(x)	cotan(x)	arctan(x)	tanh(x)

Choose Degrees or Radians on the Home ribbon

**6 Shortcuts and keys on the Model Window**

$x^n$	$\sqrt{x}$	$\pi$	$e$	$\Delta x$	$\frac{dx}{dt} =$
write <code>^</code>	write <code>#</code>	write <code>pi</code>	write <code>e</code>	write <code>%</code>	write <code>\$</code>
$x_i$	last(x)	" "	$\frac{dx}{dt}$	$a = \begin{bmatrix} 10, & t < 5 \wedge x \geq 10 \\ 0, & t \geq 5 \end{bmatrix}$	to create a new line, use : AND operator, use & OR operator, use
write <code>!</code>	write <code>last</code>	...	write <code>;</code>	write <code>\</code>	

**7 Cases**

When there are parameters or initial values defined on the ribbons Parameters and, or Initial Values, each object on the Workspace can represent variables for different Cases (i.e., sets of Parameters and, or, Initial Values)

$A = \begin{bmatrix} 100.00 \\ 50.00 \\ 0.00 \end{bmatrix}$

at a Number

Algores

ICO

erida como  
al.  
m um espaço.  
cla I.

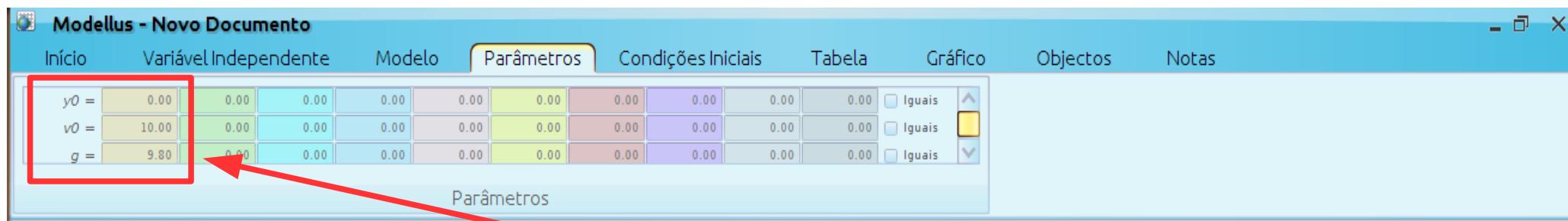
?

Ajuda

Ajuda

# Características básicas

## Tela Modelo

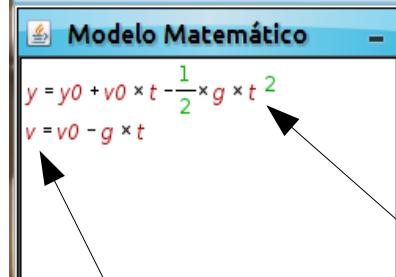


Modellus - Novo Documento

Início Variável Independente Modelo Parâmetros Condições Iniciais Tabela Gráfico Objectos Notas

$y_0 =$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	Igual
$v_0 =$	10.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	Igual
$g =$	9.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	Igual

Parâmetros



Modelo Matemático

$$y = y_0 + v_0 \times t - \frac{1}{2} \times g \times t^2$$
$$v = v_0 - g \times t$$

Os parâmetros **y0**, **v0** e **g** são definidos na aba Parâmetros.

A variável **t** é tomada como independente

As variáveis **y** e **v** são tomadas como dependentes.

### Importante

Use valores para as variáveis e parâmetros no SI

# Características básicas

## Tela Modelo

The screenshot shows the Modellus software interface. At the top, there is a menu bar with 'Modellus - Novo Documento' and various tabs: Início, Variável Independente, Modelo, Parâmetros (selected), Condições Iniciais, Tabela, Gráfico, Objectos, and Notas. Below the tabs, there is a table for parameters:

$y_0 =$	0.00	0.00	0.00
$v_0 =$	10.00	20.00	30.00
$g =$	9.80	9.80	9.80

Below the table, a green arrow points to the 'Parâmetros' tab with the text 'Parâmetros'.

On the left, there is a window titled 'Modelo Matemático' containing the following equations:

$$y = y_0 + v_0 \times t - \frac{1}{2} \times g \times t^2$$
$$v = v_0 - g \times t$$

A black arrow points from the text 'A variável **t** é tomada como independente' to the variable **t** in the equations.

Below the equations, a black arrow points from the text 'As variáveis **y** e **v** são tomadas como dependentes.' to the variables **y** and **v**.

On the right, a pink arrow points to the text 'Importante'.

Below 'Importante', the text 'Use valores para as variáveis e parâmetros no SI' is displayed.

É possível usar diferentes conjuntos de parâmetros para um mesmo modelo matemático.

As variáveis **y** e **v** são tomadas como dependentes.

**Importante**

Use valores para as variáveis e parâmetros no SI

# Características básicas

## Tela Gráfico

The screenshot shows the Modellus software interface with the following components:

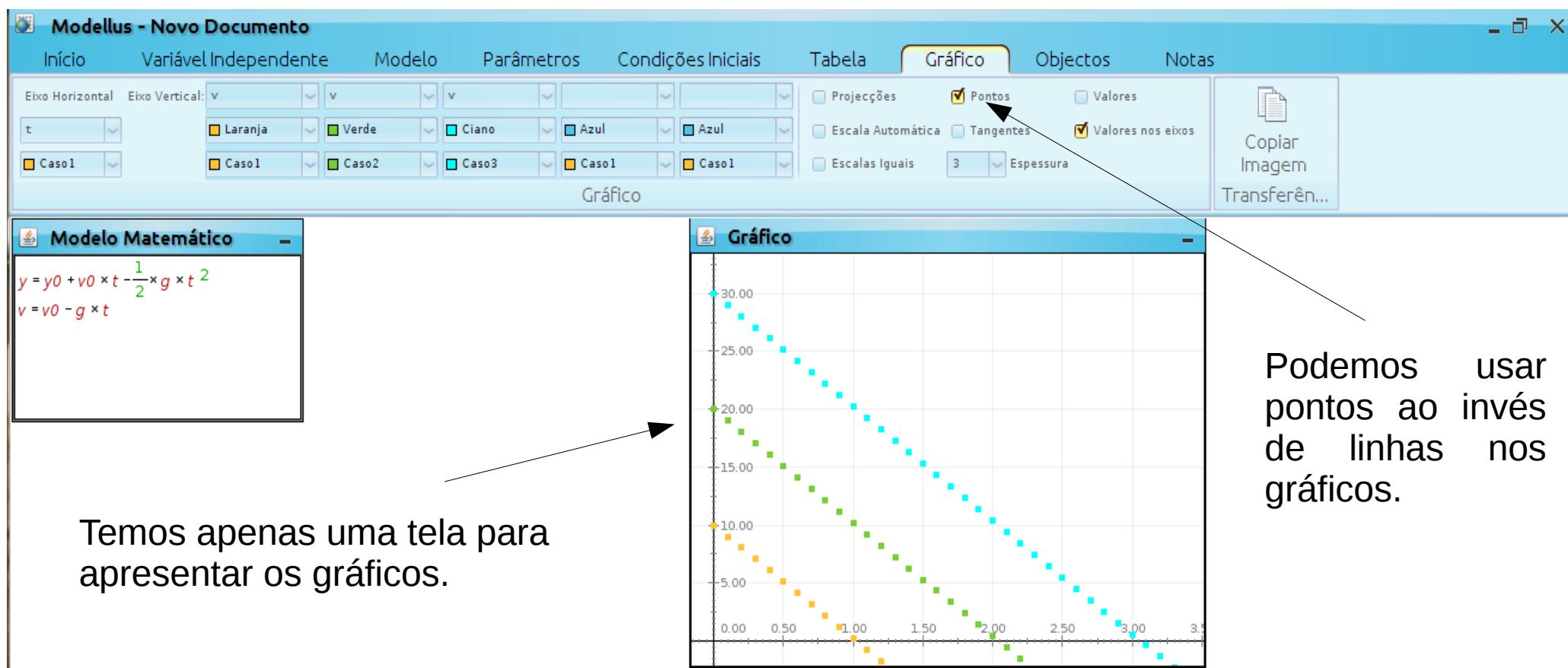
- Top Bar:** Modellus - Novo Documento, Início, Variável Independente, Modelo, Parâmetros, Condições Iniciais, Tabela, **Gráfico** (highlighted in blue), Objectos, Notas.
- Left Panel:** Eixo Horizontal: t, Eixo Vertical: y. A red box highlights the "Variável Independente" and "Eixo Vertical" dropdowns. Below these are two rows of color-coded buttons: Laranja, Verde, Ciano, Azul, Caso1, Caso2, Caso3.
- Modelo Matemático:** A panel containing the following equations:
$$y = y_0 + v_0 \times t - \frac{1}{2} \times g \times t^2$$
$$v = v_0 - g \times t$$
- Graphical View:** A panel titled "Gráfico" showing a graph of three parabolic trajectories. The x-axis is labeled from 0.00 to 6.00, and the y-axis is labeled from -60.00 to 40.00. The curves are colored: Ciano (top), Verde (middle), and Laranja (bottom).
- Right Panel:** A toolbar with checkboxes for Projeções, Pontos, Valores, Escala Automática, Tangentes, Valores nos eixos, Escalas Iguais, and Espessura (set to 2). A red circle highlights the "Transferênc..." button, which is part of a larger "Transferência" menu.

Annotations in the image:

- An arrow points from the "Eixo das abcissas" label to the "t" input field in the "Eixo Horizontal" section.
- An arrow points from the "Eixo ordenado" label to the "y" input field in the "Eixo Vertical" section.
- An arrow points from the "O gráfico pode ser salvo na área de transferência." text to the "Transferênc..." button.

# Características básicas

## Tela Gráfico



The screenshot shows the Modellus software interface. At the top, there is a menu bar with 'Modellus - Novo Documento' and various tabs: Início, Variável Independente, Modelo, Parâmetros, Condições Iniciais, Tabela, Gráfico (selected), Objectos, and Notas. Below the menu, there are dropdowns for 'Eixo Horizontal' (t) and 'Eixo Vertical' (v), with several color-coded options: Laranja, Verde, Ciano, Azul, Casol, Caso2, Caso3, Casol, Casol. The 'Gráfico' tab is selected, showing a graph with a grid. The graph displays three data series: a blue line with square markers, a green line with square markers, and an orange line with square markers. The x-axis ranges from 0.00 to 3.5, and the y-axis ranges from 0.00 to 30.00. In the top right of the 'Gráfico' tab, there are several checkboxes: 'Projeções' (unchecked), 'Pontos' (checked), 'Valores' (unchecked), 'Escala Automática' (unchecked), 'Tangentes' (unchecked), 'Valores nos eixos' (checked), 'Escalas Iguais' (unchecked), and 'Espessura' (set to 3). A black arrow points from the text 'Podemos usar pontos ao invés de linhas nos gráficos.' to the 'Pontos' checkbox. Another black arrow points from the text 'Temos apenas uma tela para apresentar os gráficos.' to the graph area. On the left, there is a 'Modelo Matemático' panel containing the following equations:

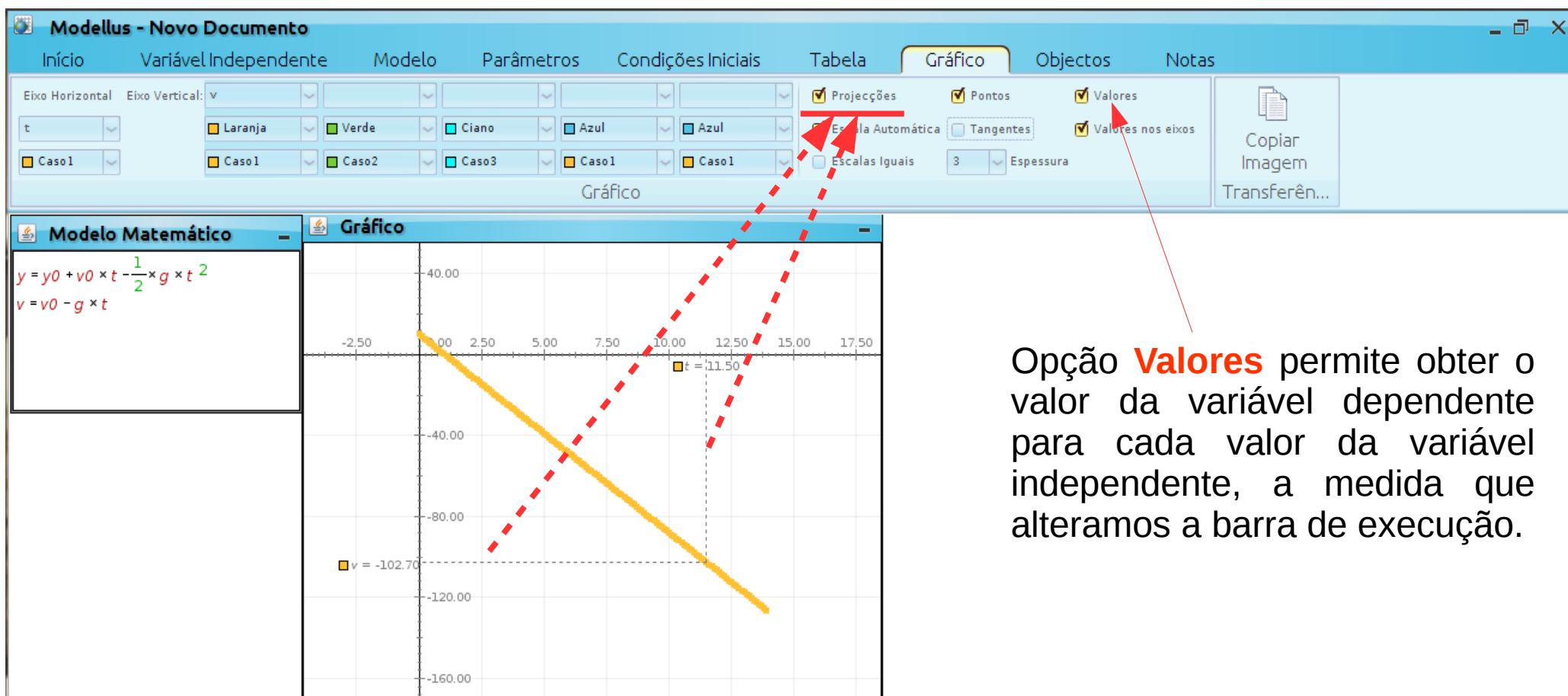
$$y = y_0 + v_0 \times t - \frac{1}{2} \times g \times t^2$$
$$v = v_0 - g \times t$$

Temos apenas uma tela para apresentar os gráficos.

Podemos usar pontos ao invés de linhas nos gráficos.

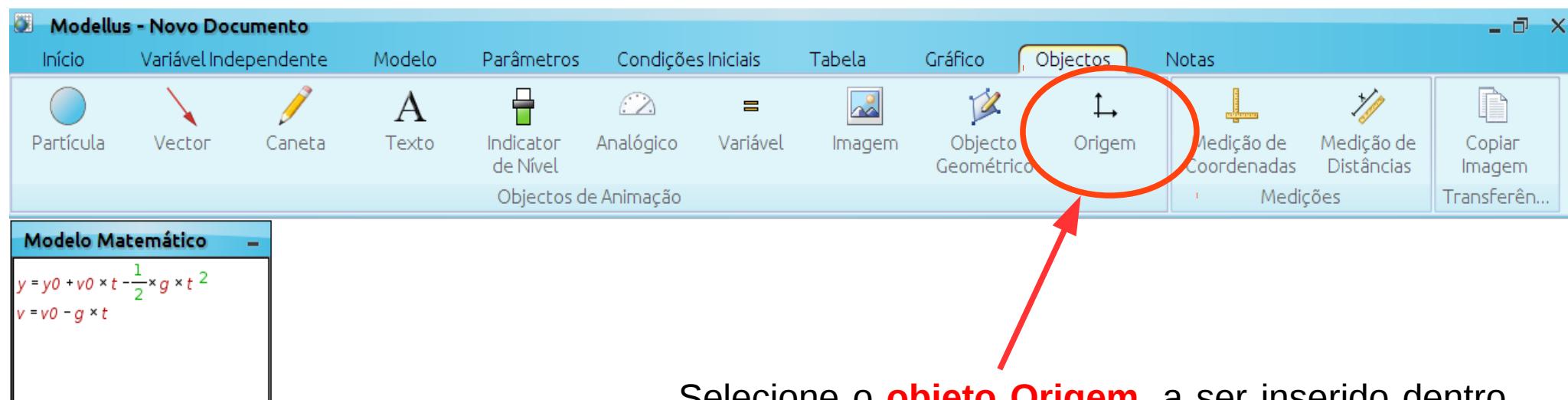
# Características básicas

## Tela Gráfico



# Características básicas

## Tela Objectos



Selecione o **objeto Origem**, a ser inserido dentro da **Janela Principal**, a fim de que todas as distâncias sejam medidas em relação à ela.

# Características básicas

## Tela Objectos

Modellus - Novo Documento

Início Variável Independente Modelo Parâmetros Condições Iniciais Tabela Gráfico Objectos Notas Animação

Origem 2

Preto

Casol

Horizontal: 30.00 Vertical: 30.00

Coordenadas: 30.00 30.00

Escala, 1 unidade = 1.0000 1.0000

Valores

Valor Eixos Deixar uma marca em cada 10 Passos Escala Automática

Nome da variável: Nome Ligar o Objecto a:

Trajectória Projecções

Apagar

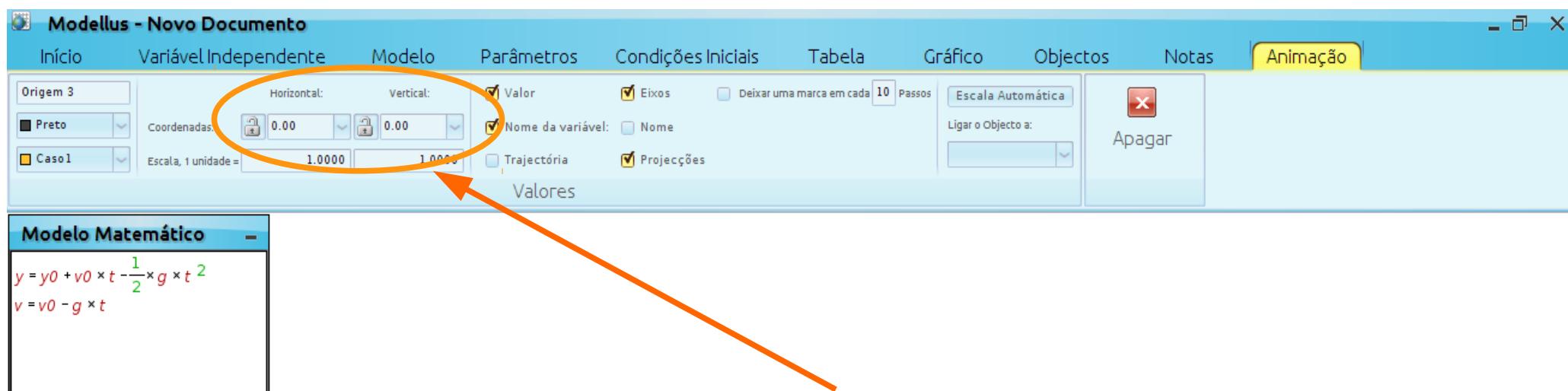
Modelo Matemático

$$y = y_0 + v_0 \times t - \frac{1}{2} \times g \times t^2$$
$$v = v_0 - g \times t$$

Escolha uma posição para que o movimento seja perceptível.

# Características básicas

## Tela Objectos

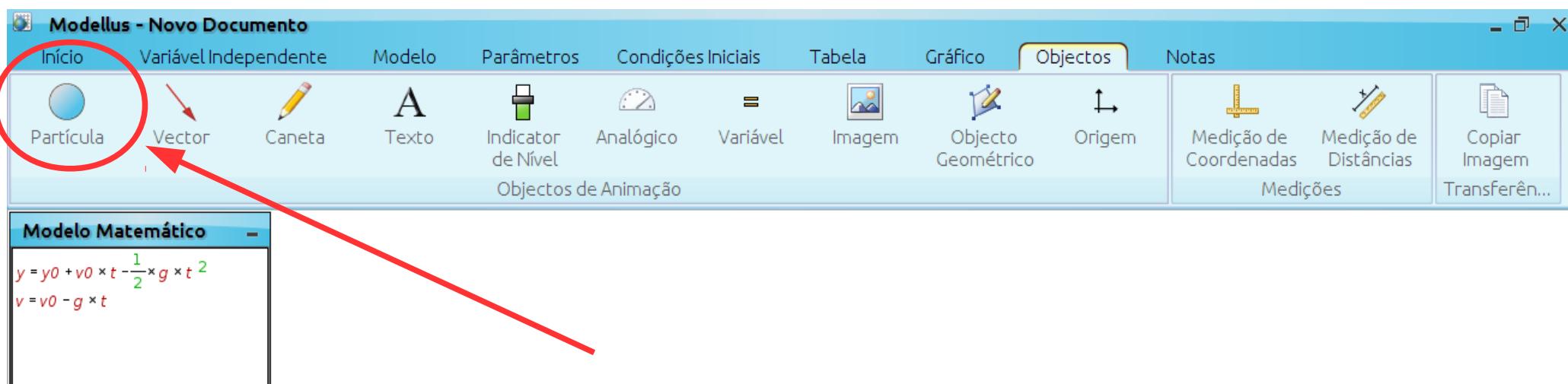


Coloque a Origem nas **posições Horizontal e Vertical** igual à zero.



# Características básicas

## Tela Objectos

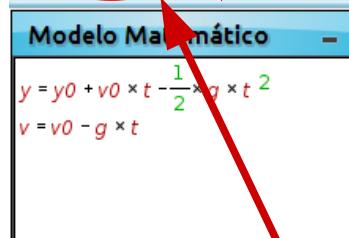
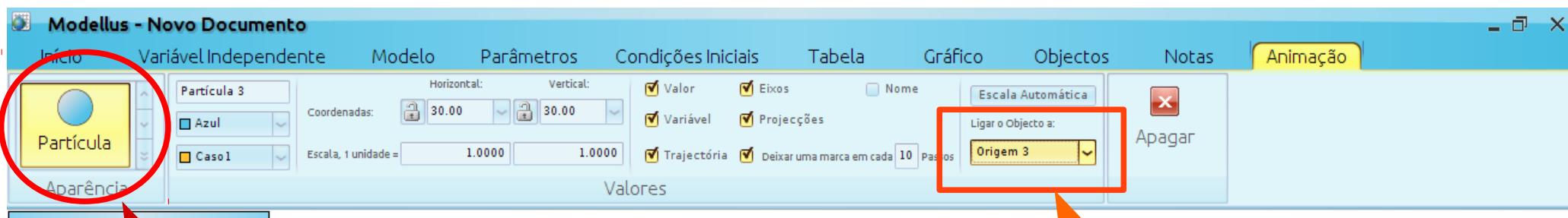


Selecione uma **Partícula** para representar o objeto que está sendo modelado. Coloque-a em qualquer lugar da Tela Principal.



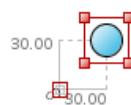
# Características básicas

## Tela Objectos



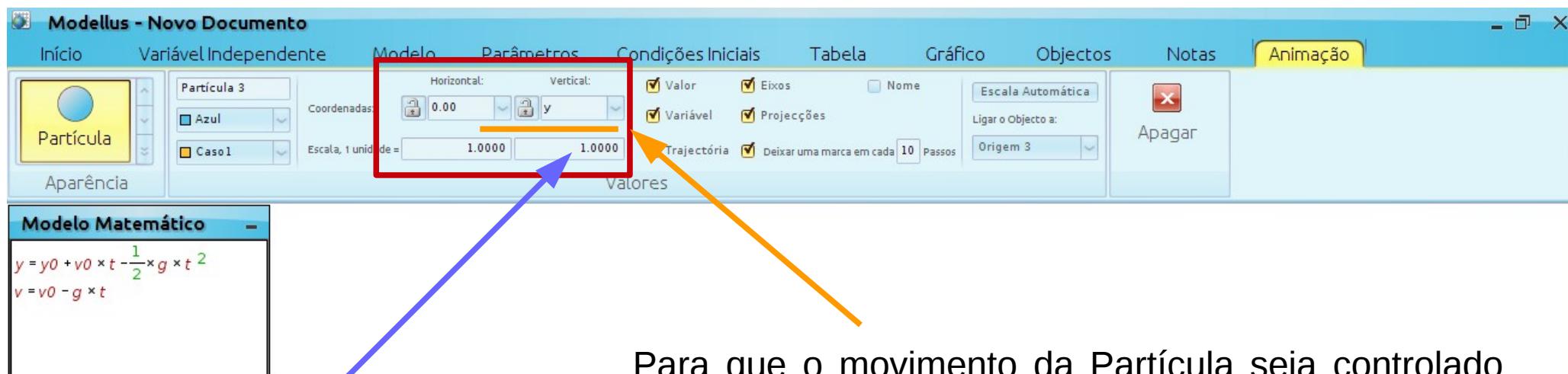
Outras opções de Partículas podem ser usadas. Escolha aqui.

Na opção **Ligar o Objeto a:** selecione a Origem que foi inserida anteriormente. Isto fará com que a Partícula inserida fique ligada à Origem.



# Características básicas

## Tela Objectos



Modellus - Novo Documento

Início Variável Independente Modelo Parâmetros Condições Iniciais Tabela Gráfico Objectos Notas Animação

Partícula 3

Aparência

Horizontal: 0.00 Vertical: y

Coordenadas: Escala, 1 unidade = 1.0000 1.0000

Valores

Partícula

Partícula 3

Azul Casol

Valor Eixos Nome

Variável Projeções

Trajectória Deixar uma marca em cada 10 Passos

Origem 3

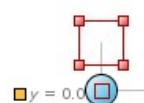
Apagar

Modelo Matemático

$$y = y_0 + v_0 \times t - \frac{1}{2} \times g \times t^2$$
$$v = v_0 - g \times t$$

Unidades utilizadas na modelagem em **pixels**. No caso, usamos **1 pixel para cada metro** da modelagem.

Para que o movimento da Partícula seja controlado pelo **Modelo Matemático**, selecione a variável de interesse aqui. Como o movimento é todo na **direção Vertical**, apenas a variável **y** deve ser selecionada.



# Características básicas

## Tela Objectos

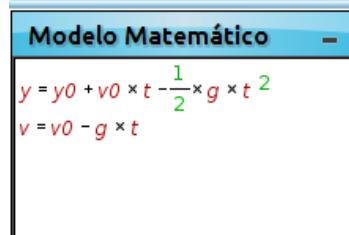


The screenshot shows the Modellus software interface. The top menu bar includes 'Modellus - Novo Documento', 'Início', 'Variável Independente' (highlighted with a red box and arrow), 'Modelo', 'Parâmetros', 'Condições Iniciais', 'Tabela', 'Gráfico', 'Objectos' (highlighted with a yellow box), and 'Notas'. The 'Objectos' tab is active. Below the menu is a toolbar with icons for Partícula, Vector (highlighted with a red box and arrow), Caneta, Texto, Indicator de Nível, Analógico, Variável, Imagem, Objecto Geométrico, Origem, Medição de Coordenadas, Medição de Distâncias, and Copiar Imagem Transferê...'. A sub-menu 'Objectos de Animação' is visible under the Vector icon. On the left, a 'Modelo Matemático' panel displays the equations  $y = y_0 + v_0 \times t - \frac{1}{2} \times g \times t^2$  and  $v = v_0 - g \times t$ . At the bottom, a small blue circle represents a particle with the label 'y = 0.0'.

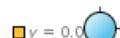
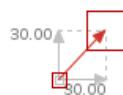
Selezione um **Vector** para representar a **velocidade da Partícula**.

# Características básicas

## Tela Objectos

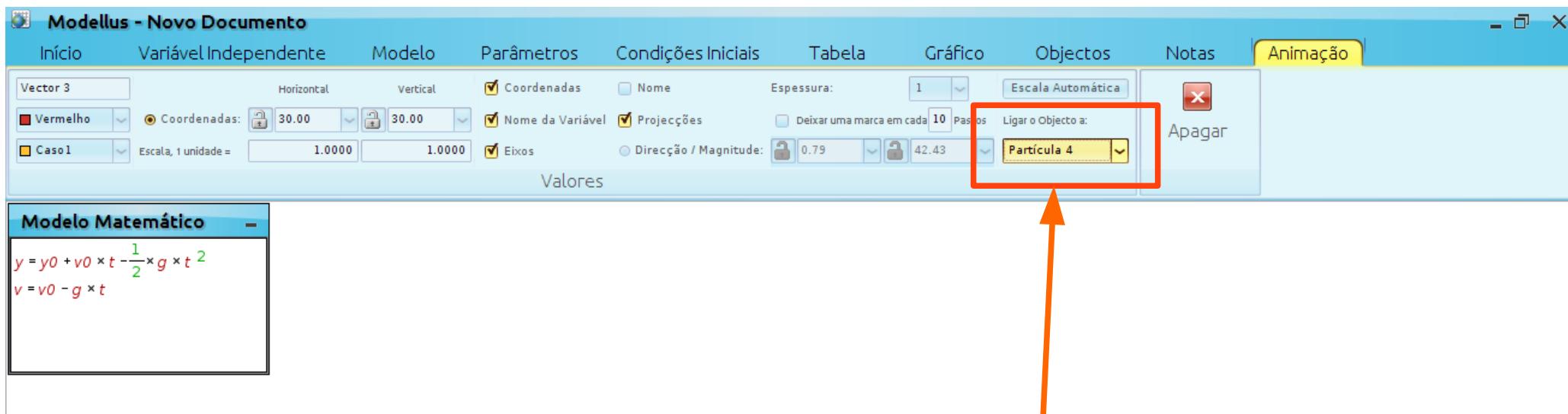


Pode ser inserido em qualquer local dentro da Janela Principal.

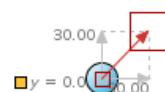


# Características básicas

## Tela Objectos

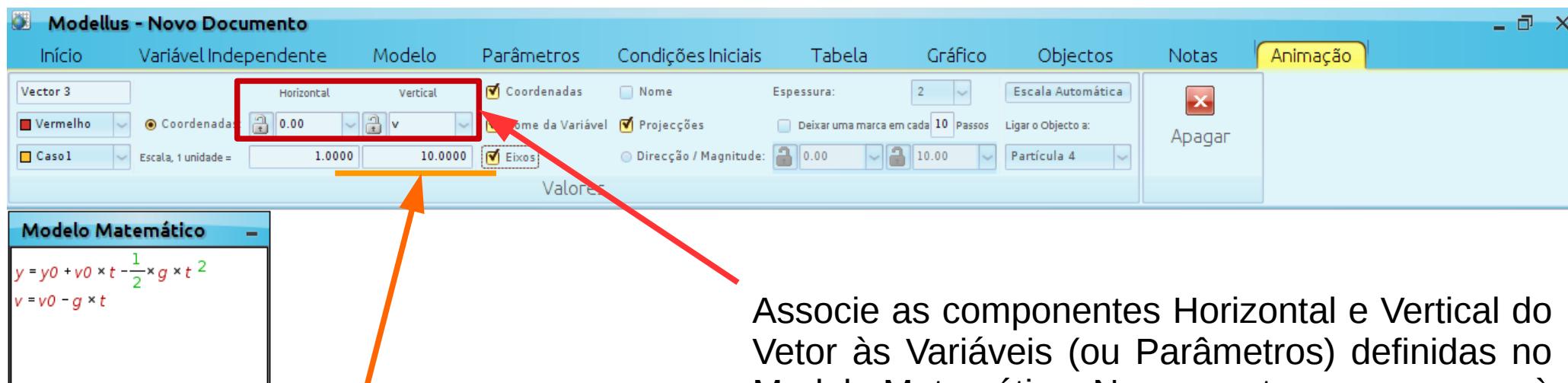


Ligue o Vetor à Partícula inserida anteriormente.



# Características básicas

## Tela Objectos



Modellus - Novo Documento

Início Variável Independente Modelo Parâmetros Condições Iniciais Tabela Gráfico Objectos Notas Animação

Vector 3

Horizontal Vertical

Coordenadas: 0.00 v

Nome da Variável: Projecções

Espessura: 2 Escala Automática

Deixar uma marca em cada 10 Passos Ligar o Objecto a:

Casol Escala, 1 unidade = 1.0000 10.0000

Valores: Eixos

Apagar

Modelo Matemático

$$y = y_0 + v_0 \times t - \frac{1}{2} \times g \times t^2$$
$$v = v_0 - g \times t$$

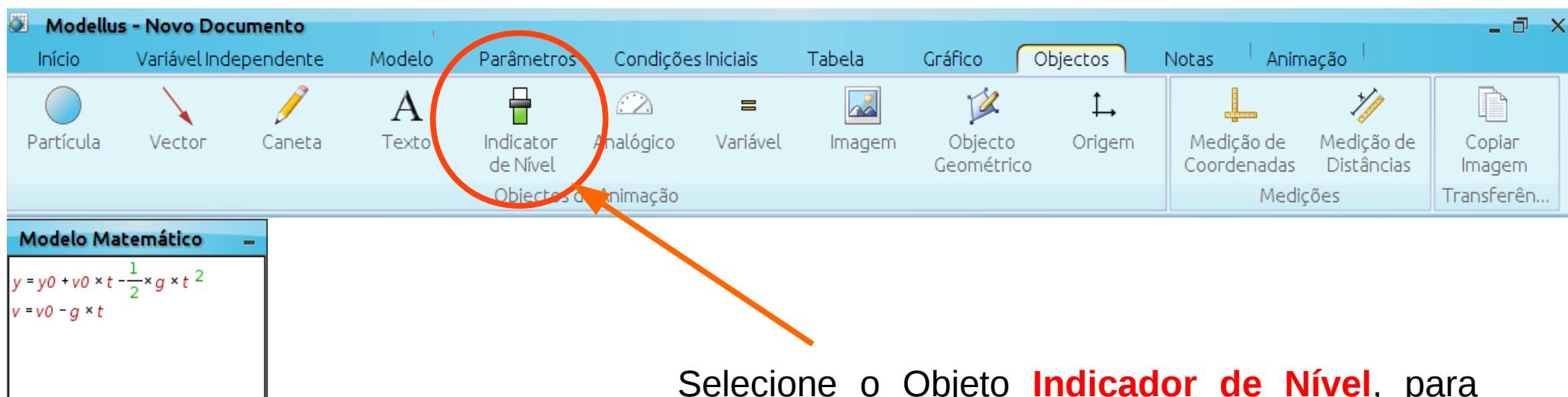
Podemos mudar a escala da Modelagem, usando **10 pixels por metro**, por exemplo.

Associe as componentes Horizontal e Vertical do Vetor às Variáveis (ou Parâmetros) definidas no Modelo Matemático. No presente caso, apenas à velocidade da Partícula.



# Características básicas

## Tela Objectos



Modellus - Novo Documento

Início Variável Independente Modelo Parâmetros Condições Iniciais Tabela Gráfico Objectos Notas Animação

Partícula Vector Caneta Texto A Indicator de Nível Analógico Variável Imagem Objecto Geométrico Origem

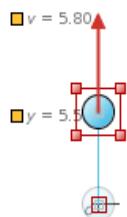
Medição de Coordenadas Medição de Distâncias Medições

Copiar Imagem Transferen...

**Modelo Matemático**

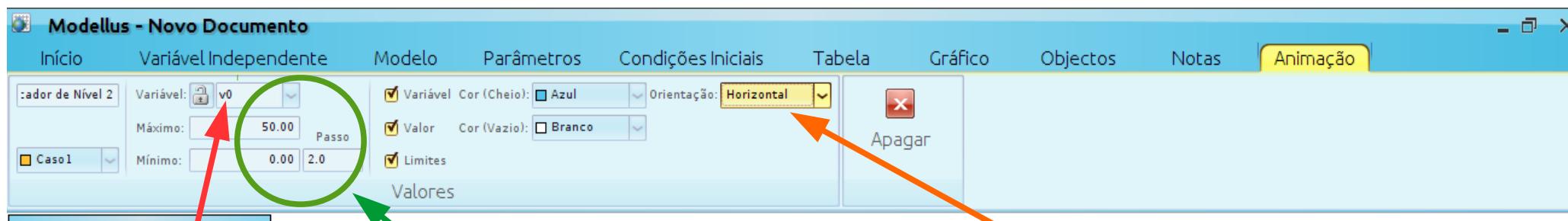
$$y = y_0 + v_0 \times t - \frac{1}{2} \times g \times t^2$$
$$v = v_0 - g \times t$$

Selecione o Objeto **Indicador de Nível**, para controlar os valores dos Parâmetros usados no Modelo Matemático.



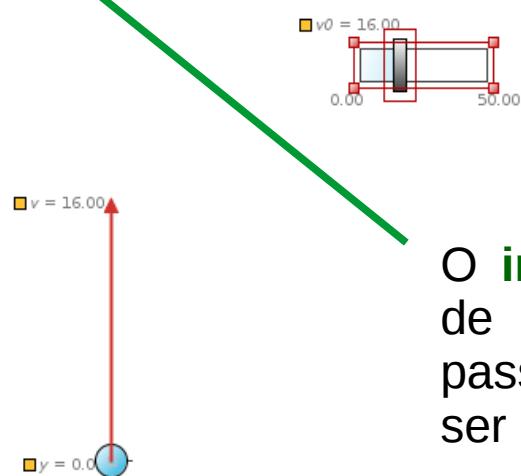
# Características básicas

## Tela Objectos



Associe o Indicador com o Parâmetro a ser controlado, no caso a velocidade inicial **v0**.

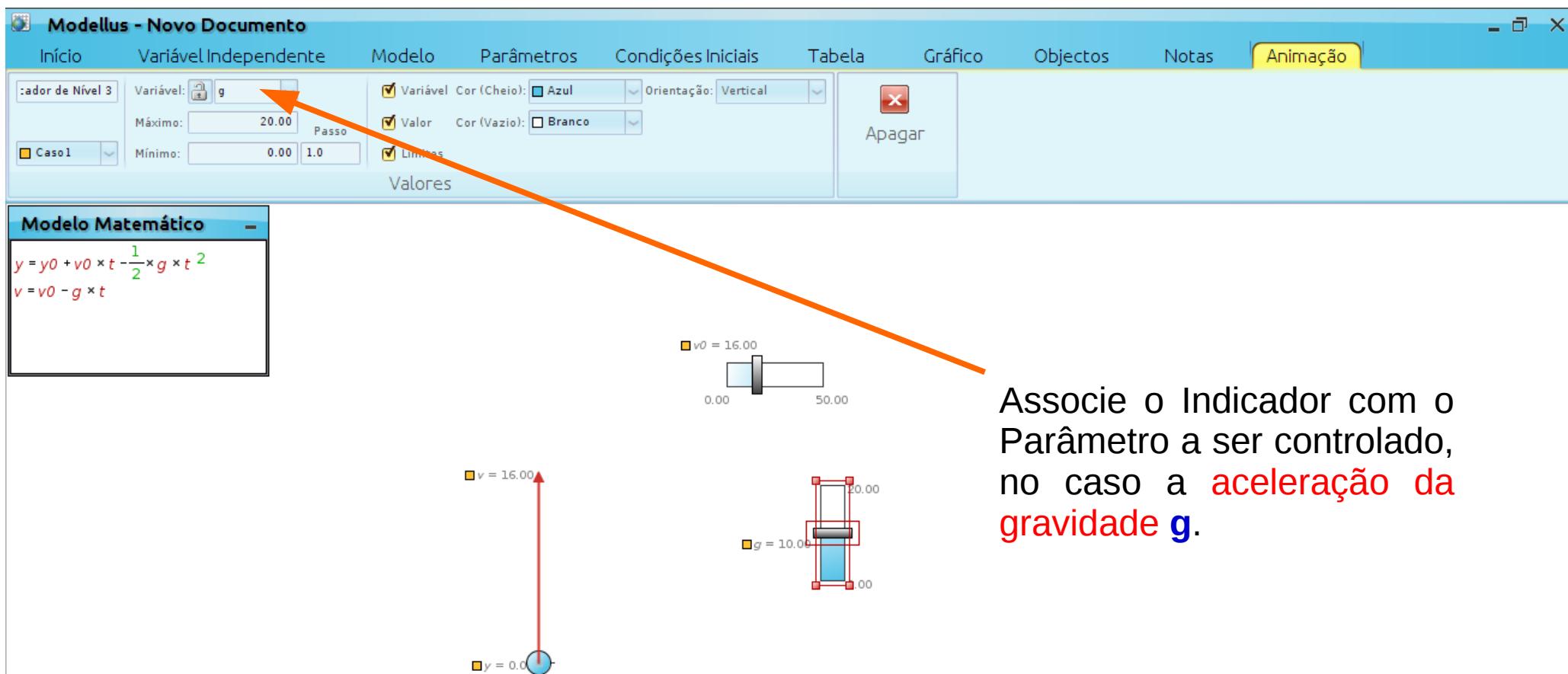
A **orientação** do Indicador de Nível pode ser **Horizontal** ou **Vertical**.



O **intervalo de variação** do Indicador de Nível deve ser indicado, com o passo (incremento ou decremento) a ser usado.

# Características básicas

## Tela Objectos



Modellus - Novo Documento

Início Variável Independente Modelo Parâmetros Condições Iniciais Tabela Gráfico Objectos Notas Animação

Indicador de Nível 3

Variável:  Máximo:  Passo:  Caso 1

Mínimo:  Valores Limite:  Variável Cor (Cheio):  Azul Orientação: Vertical

Valor Cor (Vazio):  Branco Limite:  Apagar

Modelo Matemático

$$y = y_0 + v_0 \times t - \frac{1}{2} \times g \times t^2$$
$$v = v_0 - g \times t$$

Indicador:  0.00 50.00

Indicador:  Indicador:  0.00 20.00

Indicador:

Associe o Indicador com o Parâmetro a ser controlado, no caso a **aceleração da gravidade g**.

# Características básicas

## Tela Notas

Modellus - Novo Documento

Início Variável Independente Modelo Parâmetros Condições Iniciais Tabela Gráfico Objectos Notas

Variável Independente:  Passo ( $\Delta t$ ):  Mín:  Máx:

**Notas**

**Movimento vertical no campo gravitacional**

Considere o movimento de uma partícula no campo gravitacional, na ausência de atrito.

Sabendo que a aceleração da gravidade no local é  $g$ , use as equações de movimento do movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV).

Faça a modelagem do movimento da partícula, associando um vetor para indicar a velocidade para cada instante de tempo.

Use dois indicadores de nível, um para controlar os valores de  $g$  e outro da velocidade inicial da partícula.

**Gráfico**

Diagram illustrating vertical motion under gravity:

- Initial velocity:  $v_0 = 16.00$
- Position:  $y = 0.0$
- Velocity:  $v = 16.00$
- Acceleration:  $g = 10.00$

Graph showing position  $y$  versus time  $t$ :

Time ( $t$ )	Position ( $y$ )
0.00	16.00
50.00	17.33

# Características básicas

# Modelagem pronta: varie a vontade

The screenshot shows the Modelus software interface with the following components:

- Top Bar:** Includes tabs for Início, Variável Independente, Modelo, Parâmetros, Condições Iniciais, Tabela, Gráfico (selected), Objectos, and Notas.
- Parameter Panel:** Shows settings for Eixo Horizontal (t) and Eixo Vertical (v). For the vertical axis, the initial velocity is set to 16.00, and the vertical position is set to 12.00. The gravity is set to 10.00.
- Graph Panel:** Displays a graph of position  $y$  versus time  $t$ . The vertical axis ranges from 0.00 to 16.00, and the horizontal axis ranges from 0.00 to 1.50. The curve starts at (0, 12) and ends at approximately (1.21, 3.90). A dashed line connects the start and end points.
- Notes Panel:** Contains text about vertical motion under gravity, equations of motion, and a note to associate a velocity vector for each time instant.
- Toolbox:** Includes buttons for Projeções, Pontos, Valores, Escala Automática, Tangentes, Valores nos eixos, Escalas Iguais, and Espessura. It also has buttons for Copiar, Imagem, and Transferê...