



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
FACULDADE DE SAÚDE PÚBLICA  
DEPARTAMENTO DE SAÚDE AMBIENTAL



# **Indicadores ambientais sintéticos: contribuições da Termodinâmica e da Teoria da Informação**

**Paulo Mantey Domingues Caetano**

Trabalho apresentado ao  
Departamento de Saúde Ambiental da  
Faculdade de Saúde Pública da  
Universidade de São Paulo para a  
Disciplina **HSA 5739 – Sistemas de  
Gestão Ambiental**

Professores Responsáveis:  
Prof. Dr. Leandro Luiz Giatti  
Prof. Dr. Arlindo Philippi Jr.

São Paulo  
2011

# **Indicadores ambientais sintéticos: contribuições da Termodinâmica e da Teoria da Informação**

**Paulo Mantey Domingues Caetano**

Trabalho apresentado ao  
Departamento de Saúde Ambiental da  
Faculdade de Saúde Pública da  
Universidade de São Paulo para a  
Disciplina **HSA 5739 – Sistemas de  
Gestão Ambiental**

Professores Responsáveis:  
Prof. Dr. Leandro Luiz Giatti  
Prof. Dr. Arlindo Philippi Jr.

São Paulo  
2011

*“Síntese não é mistura. A diferença óbvia é esta: na mistura os ingredientes perdem parte de sua estrutura, para unir-se no denominador mais baixo. Na síntese, os ingredientes são elevados a novo nível no qual desvendam aspectos antes encobertos. Mistura é resultado de processo entrópico, síntese resulta de entropia negativa. Obviamente o Brasil é país de mistura. Mas potencialmente, por salto qualitativo, é o país da síntese.”*

Vilém Flusser, *Fenomenologia do brasileiro*

*“...ninguém sabe o que entropia é na realidade...”*

von Neumann, citado por Yuri Svirezhev

## **Resumo**

A construção de qualquer indicador, especialmente os ambientais sintéticos, envolve um compromisso entre a complexidade da realidade a ser descrita e a necessária simplicidade na sua concepção. Além disso, os indicadores embutem valores relacionados ao estado da realidade que se pretende alcançar. Apresentam-se aqui contribuições da Termodinâmica e da Teoria da Informação ao desafio. Para tanto, conceituam-se entropia e exergia de forma a descrever e avaliar três indicadores sintéticos, um relacionado a entropia informacional (Zhang, Yang e Li), outro, que relaciona poluição a alta exergia (Huang et al.), e o último, que usa o conceito de exergia informacional (Jørgensen).

**Descritores:** entropia; exergia; indicadores sintéticos.

## **Resumen**

La construcción de indicadores, en especial los ambientales sintéticos, implica un compromiso entre la complejidad de la realidad y la necesidad de simplicidad en su diseño. Además, los indicadores expresan valores relacionados con el estado de la realidad por alcanzar. Se presentan aquí contribuciones de la Termodinámica e de la Teoría de la Información para este desafío. Se conceptualizan entropía y exergía con el fin de describir y evaluar tres indicadores sintéticos, uno relacionado con la entropía informacional (Zhang, Yang y Li), otro, que relaciona contaminación a alta exergía, y el último, que utiliza el concepto de exergía informacional (Jørgensen).

**Palabras-clave:** entropía; exergía; indicadores sintéticos.

## **Abstract**

The design of any indicator, specially the synthetic and environmental ones, involves a compromise between the complexity of the reality to be described and the need for simplicity in its design. In addition, indicators embody values related to the desired state of the reality. Contributions from Thermodynamics and Information Theory to this challenge, especially the entropy and the exergy, are here presented, in order to describe and evaluate three synthetic indicators, one related to informational entropy (Zhang, Yang e Li), other relating pollution to high exergy (Huang et al.), and the last one using the concept of informational exergy (Jørgensen).

**Keywords:** entropy; exergy; synthetic indicators.

# ÍNDICE

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	
<b>2 OS CONCEITOS TRADICIONAIS DE ENTROPIA E SUAS LEIS.....</b>	
2.1 ENTROPIA NO ÂMBITO DA TERMODINÂMICA CLÁSSICA.....	
2.2 ENTROPIA NO ÂMBITO DA MECÂNICA ESTATÍSTICA.....	
2.3 ENTROPIA NO ÂMBITO DA TEORIA DA INFORMAÇÃO.....	
<b>3 ENTROPIA NO ÂMBITO DA MODELAGEM URBANA, REGIONAL E DE TRANSPORTES – CONCEITUAÇÕES DE WILSON.....</b>	
3.1 ENTROPIA RELACIONADA A PROBABILIDADE E INCERTEZA – DISTRIBUIÇÃO MAIS PROVÁVEL.....	
3.2 ENTROPIA DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE – ENTROPIA DE JAYNES.....	
3.3 ENTROPIA E ESTATÍSTICA BAYESIANA – ENTROPIA DE LINDLEY.....	
3.4 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DE DIFERENTES CONCEITOS DE ENTROPIA.....	
3.4.1 Exemplo didático de Pooler.....	
3.4.2 Um exemplo de aplicação do conceito de entropia em modelagem urbana.....	
<b>4 INDICADOR SINTÉTICO DE ZHANG, YANG E LI.....</b>	
<b>5 A ENTROPIA COMO CONCEITO UNIFICADOR E ARTICULADOR.....</b>	
<b>6 ENTROPIA E EXERGIA NO ÂMBITO DA ECOLOGIA.....</b>	

6.1 SEGUNDA LEI DA TERMODINÂMICA ATUALIZADA.....	
6.2 EXERGIA.....	
<b>7 INDICADORES SINTÉTICOS URBANOS UTILIZANDO O CONCEITO DE EXERGIA.....</b>	
<b>8 INDICADOR SINTÉTICO DE HUANG ET AL. ....</b>	
<b>9 EXERGIA NO ÂMBITO DA ECOLOGIA.....</b>	
<b>10 A MEDIDA DE KULLBACK DA INFORMAÇÃO.....</b>	
<b>11 INDICADOR ECOLÓGICO DE JØRGENSEN.....</b>	
<b>12 CONCLUSÕES.....</b>	
<b>Referências.....</b>	



# 1 INTRODUÇÃO

A questão dos indicadores pode ser tratada em dois níveis de volição: desejo de descrever a realidade e desejo de alterar a realidade. Assim, há no esforço de construir e atualizar indicadores duas intenções: descrever e ver até que ponto o descrito se submeteu aos desígnios de quem o descreve. Ou seja, há uma questão epistemológica e uma questão ética. Ou ainda, usando o jargão do final do século XVIII, uma questão no âmbito da razão pura e uma questão no âmbito da razão prática.

No tocante à *razão pura*, atribui-se ao indicador uma tarefa ingrata: ele tem que descrever uma realidade, complexa como todas as realidades, e ao mesmo tempo ser simples, de fácil manuseio e de fácil entendimento. Ele encerra, então, um conflito entre a simplicidade e a complexidade. Situa-se claramente em uma superfície de *trade-off*, sendo a proposição de qualquer indicador uma solução de compromisso.

Tarefa impossível a de propor indicadores considerados satisfatórios? Talvez não, porque muito do avanço da ciência e da técnica deveu-se à capacidade de enxergar a simplicidade na complexidade. Na ciência, em grande parte correspondeu a estabelecer leis para a simplicidade (análise) e compô-las para recompor a realidade (síntese); trata-se de um método extremamente frutuoso nas ciências ditas físicas, e que ainda é considerado um paradigma. Na técnica, em grande parte correspondeu à tentativa de aplicar o freqüentemente tosco arsenal disponível de conhecimento científico descritivo na tentativa de intervir na realidade.

Tarefa improvável? Sim, bastante. E se torna mais improvável ainda na tentativa de estabelecer indicadores sintéticos, ou seja, aqueles que englobam mais de um indicador, de preferência “único”<sup>1</sup>.

Uma maneira satisfatória de delinear um indicador sintético a partir de

---

<sup>1</sup> Sobre a questão da terminologia referente a índices e indicadores sintéticos, v. comentário mais adiante.

diversos indicadores corresponde ao método, brindado por Deus e pelos estatísticos, da análise fatorial. Por meio dele, visa-se criar uma função que relacione diversas variáveis e que tenha um igual poder de explicação delas, evidentemente dentro de um determinado nível de significância considerado adequado. Ela, no entanto, encerra dois problemas: a) nem sempre é possível encontrar tal função; b) se obtido sucesso no estabelecimento de tal função, os parâmetros dela teriam que ser robustos o suficiente para, no caso de se incorporar novos valores das variáveis, manterem-se dentro de um intervalo de variação pequena. Evidentemente, nem sempre essas duas condições são satisfeitas e, se satisfeitas, dificilmente o são simultaneamente.

No tocante à *razão prática*, tem-se que qualquer desejo e tentativa de intervir na realidade fazem-se embasados por valores. Ora, valores são conceitos metafísicos, e não podem, em princípio (pelo menos do ponto de vista do positivismo lógico), ser objeto da ciência. Um exemplo do fracasso de tornar valores objetos de conhecimento dito científico corresponde à Economia do Bem-Estar Social. Quanto à técnica, ela não é capaz de justificar valores, mas tem necessariamente que incluir valores, exógenos à técnica, em suas avaliações e decisões.

Intervir na realidade dá margem a diversas considerações. Flusser (1998) foi muito feliz em categorizar algumas delas a partir do conceito de miséria. A miséria é vista por ele como essencialmente ligada à alienação, e dá-se por carência e também por excesso. Ele visualiza três ordens de atitudes da humanidade frente à miséria: carregando muito nas aspas, corresponderiam a atitudes ditas “primitiva”, “ocidental” e “oriental”.

Para Flusser, na atitude “primitiva” a miséria mamífera é considerada como um dado. Aceito o dado, é imposta sobre o ambiente e sobre o comportamento humano uma estrutura rígida e exata que transforma o ambiente de natureza em mundo vital, e o homem de mamífero em existência humana. Tal estrutura dá sentido preciso a todo ato e todo sofrimento humano, e isto significa que os impulsos mamíferos, embora não satisfeitos, são subordinados a impulsos de espécie diferente (ética e religiosa). O resultado é que a carência persiste, mas a miséria acaba, já que a própria carência é vivificada como satisfazendo impulsos de outra ordem. A vida

”primitiva” vem dar sentido à carência, já que a carência passa a ser vivenciada como prova da liberdade humana em aceitar um dado. Foi assim que os gregos definiam a virtude, *arete*, em oposição à soberba, *hybris*, que procura recusar o dado, o que prova terem os gregos sentido saudade de sua primitividade perdida. Por isso é falso chamar os “primitivos” de miseráveis. A rigidez da estrutura primitiva pode ser interpretada como prova da adaptação perfeita da cultura ao ambiente

Diferente é a atitude dita “ocidental” (atitude histórica). A reação “ocidental” à miséria pode ser resumida da seguinte forma: a miséria mamífera do homem é inaceitável, já que degrada a dignidade humana. Por isso é preciso transformar carência em abundância, e assim acabar com a miséria humana. Tendo tal meta em mira, é preciso modificar o ambiente natural e forçá-lo a satisfazer os impulsos mamíferos do homem, para que esses impulsos possam ser “sublimados” em níveis superiores. A manipulação da natureza transforma o ambiente em mundo vital, e suas fases constituem os verdadeiros feitos históricos decisivos. E as ciências da natureza são, desde o Renascimento, o método consciente e disciplinado para perpetrar tais feitos. Infelizmente, o curso da história traz à tona uma dialética da carência no seguinte sentido: quando a carência em determinado nível histórico for transformada em abundância, passa a ser, por salto, carência em outro nível. E se a carência resulta em miséria, o processo histórico pode ser interpretado como o processo que eleva a carência de nível para nível. E se for admitida a miséria por excesso, pode ser interpretado que em todo nível histórico dado há miséria por carência e miséria por excesso. A dialética da carência pode ser interpretada otimisticamente como “elevação do padrão de vida”, e como mola que propõe o progresso. Mas é preciso notar que, depois de alcançado um nível determinado, tal otimismo deixa de ser convincente. O característico do nível é: a aceleração geométrica do progresso faz com que parte considerável dos habitantes do nível sofra miséria por excesso, e a conscientização que acompanha o progresso faz com que parte considerável do nível se dê conta do salto que transformará a abundância em carência e criará miséria nova. O resultado é um salto dialético na própria atitude humana perante o processo histórico, salto esse chamado de “crise da história e do historicismo”.

Finalmente, Flusser esboça da seguinte maneira a atitude “oriental”. A miséria mamífera do homem não é dado objetivo. Não o é porque o homem não é apenas mamífero, e, portanto, se vê de fora. Pelo contrário, a miséria mamífera é no homem também humana, subjetiva. Miserável é apenas aquele que se assume miserável. Isto não implica que os impulsos mamíferos não existam dentro do homem, mas implica que no homem tais impulsos são controláveis. A capacidade humana de sair de si próprio e tornar-se seu próprio objeto torna possível um controle de tais impulsos. Para conseguir tal controle, no entanto, é preciso que seja elaborada uma disciplina rigorosa, comparável em exatidão e grau de conscientização à ciência do Ocidente. É preciso reagir à miséria aplicando a disciplina não contra a natureza (como o faz o Ocidente), mas ao próprio homem. E isso pela razão seguinte: miséria é dado subjetivo, porque a natureza toda não passa de dado subjetivo. Com efeito: natureza não passa de ideologia, do véu (*maia*) que encobre a realidade, e quem a toma por objetiva tornou-se vítima da alienação de si mesmo. A realidade é o núcleo do próprio homem, e tudo o mais é sonho. A miséria (seja por carência ou por excesso) é sintoma de alienação humana, prova de que o homem perdeu a realidade no sentido de ter-se perdido de si próprio, que é a única realidade. Quem encontra a si próprio não pode ser miserável, e para fazê-lo é preciso aplicar as disciplinas mencionadas. Quem procura modificar a natureza (ilusória) a fim de combater a miséria (igualmente ilusória) torna-se mais miserável. Não se pode matar a sede bebendo sempre mais, mas apenas não bebendo.

Resumindo: qualquer proposta de indicadores, inclusive os sintéticos, deve dar resposta às questões seguintes relacionadas ao medir:

- a) o que medir? (como fazer o recorte da realidade a ser observada e transformada?);
- b) como medir? (como lidar com todas as dificuldades de transformar o complexo em simples?);
- c) para que medir? (a que necessidade e a que valor se serve?);
- d) por que medir? (a que projeto de transformação da realidade se está a serviço?).

\* \* \*

O objetivo do presente é discutir algumas contribuições da Termodinâmica e da Teoria da Informação no tocante à construção de indicadores sintéticos ambientais.

A pertinência da construção de indicadores sintéticos ambientais e as dificuldades envolvidas nessa tarefa estão discutidas em Gomes e Sepe (2008). O presente pretende ser uma pequena contribuição a essa discussão.

Ressalte-se que, por um abuso de linguagem, no presente trabalho denomina-se indicador sintético o que normalmente é definido como índice. Tal “abuso” decorre na verdade de um costume já consolidado na Secretaria Municipal do Verde e do Meio Ambiente da Prefeitura do Município de São Paulo, costume esse refletido em discussões e publicações.

A presente introdução não poderia ser encerrada sem uma brevíssima menção à Economia do Bem-Estar Social. Lastreada em uma teoria de valor neoclássica, tal disciplina produz números quantificados monetariamente que podem ser entendidos como indicadores sintéticos. Aliás, para essa disciplina este seria “o” indicador sintético, o único a ser verdadeiramente considerado quando da tomada de decisões, e que, para esse mister, vem sendo objeto de aplicações por parte da Pesquisa Operacional.

Aqui não é o local para fazer uma crítica a tal abordagem. Muito dessa crítica pode ser encontrado em Myrdal (1962). Poder-se-ia parafrasear o filósofo dizendo que o escândalo da Economia de Bem-Estar Social não está relacionado à não solução de todos os problemas relacionados à monetarização de aspectos sociais e ambientais, mas que ela continue tentando fazê-lo.

## 2 OS CONCEITOS TRADICIONAIS DE ENTROPIA E SUAS LEIS

Há diversas conceituações de entropia em domínios diversos e, conseqüentemente, formulações diversas de leis relacionadas à entropia. No presente item serão vistos os conceitos tradicionais de entropia, a saber, os utilizados no âmbito da Termodinâmica Clássica, da Mecânica Estatística e da Teoria da Informação. Outras conceituações, como, por exemplo, aquelas no âmbito de teorias sociais, em especial na economia, e aquelas relacionadas a avaliações de impacto ambiental e análise do ciclo de vida de produtos, não serão aqui consideradas.

### 2.1 ENTROPIA NO ÂMBITO DA TERMODINÂMICA CLÁSSICA

Na Termodinâmica Clássica, a chamada Segunda Lei da Termodinâmica pode ser apresentada segundo o enunciado de Kelvin – Planck: “É impossível construir um dispositivo que opere em ciclo termodinâmico e que não produza outros efeitos além do levantamento de um peso e troca de calor com um único reservatório térmico” (VAN WYLEN e SONNTAG, 1976, p.129).

Por sua vez o enunciado de Clausius alternativamente estabelece: “É impossível construir um dispositivo que opere em um ciclo termodinâmico e que não produza outros efeitos além da passagem de calor de um corpo frio para um corpo quente” (VAN WYLEN e SONNTAG, 1976, p.130). Esse enunciado informa, por exemplo, que não é possível obter trabalho de uma fonte quente através de uma máquina térmica sem que seja transferido calor para uma fonte fria.

Ainda no âmbito da Termodinâmica Clássica, é possível demonstrar, a partir dos enunciados acima, a chamada desigualdade de Clausius, válida para um ciclo termodinâmico fechado:

$$\int_{\text{ciclo fechado}} \delta Q/T \leq 0$$

sendo  $Q$  a transferência de calor do sistema e  $T$  a sua temperatura. Para um ciclo reversível o valor da integral acima é zero; para um ciclo não reversível, é sempre

menor do que zero.

A partir da desigualdade acima é possível definir uma propriedade denominada entropia. Seja um ciclo reversível no qual o sistema é levado de um estado a outro e retorne ao estado inicial segundo trajetórias distintas. Dado que no ciclo reversível a integral acima é nula, conclui-se que a grandeza  $\int \delta Q/T$  em um determinado estado é independente da trajetória, constituindo-se em uma propriedade do sistema, à qual se deu o nome de entropia., usualmente simbolizada por  $S$ . Daí se conclui que na passagem de um sistema de um estado 1 a um estado 2 ocorre sempre:

$$S_2 - S_1 \geq \int_{1-2} \delta Q/T$$

ou

$$dS \geq \delta Q/T$$

Daí decorre o mais conhecido enunciado da Segunda Lei da Termodinâmica, feito em termos de entropia: “a variação de entropia de um sistema mais a variação de entropia do restante do universo (sua vizinhança) é sempre maior ou igual a zero” (VAN WYLEN e SONNTAG, 1976, p.161)”.

$$dS_{\text{sist}} + dS_{\text{viz}} \geq 0$$

É importante observar que nada no enunciado dessa lei autoriza a concluir que a passagem de um sistema de um estado a outro em um processo irreversível ocorra segundo uma maximização da entropia.

## 2.2 ENTROPIA NO ÂMBITO DA MECÂNICA ESTATÍSTICA

No âmbito da Mecânica Estatística, a entropia é definida segundo:

$$S \equiv k \ln W$$

sendo  $k$  a constante de Boltzmann e  $W$  o número de microestados em um macroestado de um sistema (EISBERG e LERNER, 1982, p.477-8). Assim, a entropia é associada ao grau de desordem de um sistema.

Alguém poderia questionar o motivo pelo qual se utiliza uma formulação de logaritmos. Pimentel e Spratley (1974, p.273-4) fornecem uma resposta. É interessante que a entropia apresente as propriedades seguintes: a) a entropia deve ser uma função de estado: uma variação de entropia  $\Delta S$  deve ser a diferença entre as entropias  $S_1$  e  $S_2$  do estado inicial e do estado final, não devendo depender da maneira pela qual a transformação ocorreu; b) a entropia deve ser aditiva: a entropia total  $S$  deve ser a soma das entropias das partes constituintes de um sistema,  $S'$  e  $S''$ . Em termos de probabilidade, esta condição é facilmente garantida. Suponha-se que um sistema possa ser considerado como sendo formado de duas partes. Representando por  $W'$  a probabilidade de encontrar a primeira parte em uma dada situação e por  $W''$  a probabilidade de encontrar a segunda parte em uma dada situação, a probabilidade total  $W$  de encontrar ambas as partes nas dadas situações corresponde ao produto das probabilidades  $W'$  e  $W''$ . A combinação das duas propriedades mostra que se a entropia é função da probabilidade, ou seja, se  $S = S(W)$ , a forma matemática de  $S(W)$  deve ser tal que:

$$S(W) = S(W') + S(W'')$$

ou

$$S(W' \cdot W'') = S(W') + S(W'')$$

Ora, só há uma função que satisfaz a expressão acima, a função logaritmo. Assim, a entropia deve ter uma dependência logarítmica da probabilidade.

Segundo Novaes (1981, p.65), considerando o número de vezes  $N_1, N_2, \dots, N_m$  que os diversos microestados intermediários podem ocorrer,  $W$ , que mede o grau de desordem do sistema, é dado, segundo o cálculo combinatório, por:

$$W = N! / \prod_i N_i$$

sendo  $N = \sum_i N_i$ .

Utilizando a aproximação de Stirling, válida para valores grandes de  $N_i$ , conclui-se que:



$$S = -k.N.H$$

sendo  $H$  a função de Boltzmann, dada por:

$$H = \sum_i f_i \ln f_i$$

sendo por sua vez  $f_i = N_i/N$ .

A entropia média por partícula  $S/N$  é dada por  $-k.H$ .

Assim, conclui-se que  $-H$  é uma medida da entropia média do sistema.

O enunciado da Segunda Lei da Termodinâmica no âmbito da Mecânica Estatística é igual ao do enunciado dela no âmbito da Termodinâmica Clássica: a variação da entropia do universo é sempre maior ou igual a zero, ou seja, o universo sempre tende à desordem. Assim, um sistema somente pode manter uma entropia baixa à custa do aumento de entropia do restante do universo.

### 2.3 ENTROPIA NO ÂMBITO DA TEORIA DA INFORMAÇÃO

Segundo a Teoria da Informação (NOVAES, 1981, p.66-73), a informação recebida  $I$  é definida pelo logaritmo na base 2 do inverso da probabilidade de um evento medida na entrada de um receptor. A unidade de informação medida dessa forma corresponde a bits.

Sendo uma mensagem composta por um número de  $M$  símbolos e havendo  $S$  símbolos disponíveis e igualmente prováveis, o número de combinações possíveis é dado por  $S^M$  e a probabilidade de ocorrência de um evento é dada por

$$p = 1/S^M$$

Assim, a informação contida em uma mensagem, dada em bits, será:

$$I = -\log_2 p$$

Havendo um processo de transmissão de mensagens repetido  $N$  vezes e postulando que a informação total é igual à soma das informações parciais, tem-se :

$$I_{\text{total}} = - N \sum_i p_i \log p_i$$

A informação média por mensagem será dada por:

$$I_{\text{médio}} = - \sum_i p_i \log p_i$$

Shannon<sup>2</sup>, 1951, apud Novaes (1981) definiu entropia  $H$ , no âmbito da teoria da informação, como:

$$H = - \sum_i p_i \log p_i$$

Assim, dado que a formulação da entropia na Mecânica Estatística é semelhante à da informação média por mensagem, tem-se que a entropia está de alguma maneira associada à quantidade de informação. Deve-se no entanto atentar para a diferença entre informação seletiva e informação média (NOVAES, 1981, p. 76). A informação seletiva sobre um ou apenas alguns estados do sistema concorre com a informação média (definida como entropia) dos elementos do sistema. Quando a informação seletiva é maior, a entropia diminui; quando a entropia cresce, a informação seletiva cai. Demonstra-se (YOUNG<sup>3</sup>, 1971, apud NOVAES, 1981, p.76) que a entropia é máxima quando  $p_1 = p_2 \dots = p_n$ , ou seja, quando se tem uma distribuição equiprovável de probabilidades.

Retornar-se-á ao assunto no item 9.

---

2 SHANNON, C. Prediction and entropy of printed English. **Bell System Tech. Journal**, Jan. 1951.

3 YOUNG, J.F. **Information theory**. New York: Wiley Interscience, 1971.

### 3 ENTROPIA NO ÂMBITO DA MODELAGEM URBANA, REGIONAL E DE TRANSPORTES – CONCEITUAÇÕES DE WILSON

Wilson (1970) consolidou e ampliou consideravelmente o conceito de entropia no âmbito de modelagem urbana, regional e de transportes. Para tanto, utilizou nesse âmbito três conceituações diferentes de entropia.

#### 3.1 ENTROPIA RELACIONADA A PROBABILIDADE E INCERTEZA – DISTRIBUIÇÃO MAIS PROVÁVEL

Seja uma matriz origem-destino. A cada elemento da matriz corresponde um  $T_{ij}$ , que é o número de indivíduos que realizam uma viagem com origem na zona  $i$  e com destino à zona  $j$ . O *estado* do sistema é definido como uma completa descrição do sistema de interesse (aquela associada a um conhecimento completo de todos os indivíduos envolvidos nos processos de origem e destino). Tal descrição corresponde a uma descrição de *microestado*. Uma *distribuição* pode ser vista como uma descrição de *macroestado*, na medida em que ela é menos completa em termos de informação e que muitos microestados podem dar origem ao mesmo macroestado. Postula-se que qualquer estado do sistema ocorra com igual probabilidade. Assim, é possível encontrar a distribuição mais provável calculando o conjunto de  $T_{ij}$  que tenha o maior número de estados associados a ele. Tal cálculo pode ser conduzido sem que seja necessário qualquer conhecimento dos indivíduos particulares envolvidos nos processos de origem e destino. Devem ser consideradas, no entanto, as restrições.

Define-se:

$O_i$ : número total de indivíduos que iniciam viagem na zona  $i$ ;

$D_j$ : número total de indivíduos que terminam a viagem na zona  $j$ ;

$c_{ij}$ : custo da viagem entre  $i$  a  $j$ ;

$C$ : custo total das viagens.

A partir disso, estabelecem-se restrições:

$$\sum_i T_{ij} = O_i$$

$$\sum_j T_{ij} = D_j$$

$$\sum_i \sum_j T_{ij} c_{ij} = C$$

Deseja-se agora encontrar a matriz  $[T_{ij}]$  que tem o maior número de estados, chamados de  $W([T_{ij}])$ , associados a ela e sujeitos às restrições acima. Tem-se que  $T = \sum_i \sum_j T_{ij}$ . Seleciona-se  $T_{11}$  de  $T$ ,  $T_{12}$  de  $T - T_{11}$ , e assim por diante. Demonstra-se que:

$$W([T_{ij}]) = T! / \prod [T_{ij}]!$$

Deseja-se então maximizar  $W([T_{ij}])$  sujeito a restrições equacionais através de condições necessárias de maximização obtidas por multiplicadores de Lagrange. Por conveniência, maximiza-se não  $W([T_{ij}])$ , mas  $\ln W([T_{ij}])$ . Isso é análogo à técnica usada em Mecânica Estatística conhecida como uso do conjunto microcanônico. Como visto, lá o equivalente do  $\ln W$  aqui apresentado é conceituado como entropia do sistema, definida como o logaritmo da probabilidade de que uma distribuição ocorra.

A entropia pode ser relacionada à incerteza, esta relacionada aos estados do sistema, em particular aos microestados. O interesse aqui reside apenas na distribuição e que a distribuição mais provável é aquela com o maior número de microestados que dão origem a ela. Assim, a distribuição corresponde à posição na qual se está com a maior incerteza acerca do microestado do sistema, na medida em que há o maior número possível de tais estados e que não há base para escolher entre eles.

### 3.2 ENTROPIA DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE – ENTROPIA DE JAYNES

O conceito de entropia de uma distribuição de probabilidade foi desenvolvido

por Jaynes<sup>4</sup>, 1957, apud Wilson (1970).

Seja uma variável aleatória  $x$  que pode tomar os valores  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , com probabilidades  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . As probabilidades não são conhecidas. Tudo que se conhece é a esperança matemática de alguma função  $f(x)$ :

$$\sum_i p_i f(x_i) = E[f(x)]$$

Sabe-se também que  $\sum_i p_i = 1$ .

Dada esta parca informação, qual é a melhor estimativa da distribuição de probabilidade  $p_i$ ?

Jaynes assevera: “Assim como em estatística aplicada, em que o xis da questão corresponde freqüentemente a avisar algum método de amostragem que evite viés, nosso problema é encontrar uma atribuição de probabilidade que evite viés ao mesmo tempo em que concorde com qualquer informação que seja dada. O grande avanço proporcionado pela teoria de informação repousa na descoberta de que há um único e não ambíguo critério para a 'quantidade de incerteza' representada por uma distribuição discreta de probabilidade, o que concorda com nossas noções intuitivas de que uma distribuição larga representa mais incerteza do que uma com um pico agudo e que satisfaz todas as outras condições que a fazem razoável” (JAYNES, 1957, apud WILSON, 1970, p.7).

A medida da incerteza foi fornecida por Shannon (SHANNON e WEAVER apud WILSON, 1970, p.7) como:

$$S(p_1, p_2, \dots, p_n) = -k \sum_i p_i \ln p_i$$

sendo definida como a entropia da distribuição de probabilidade  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , sendo possível provar que essa é a única e não ambígua medida da incerteza.

Jaynes prossegue: “É evidente agora como resolver nosso problema; ao fazer inferências com base em informação parcial, nós devemos usar aquela distribuição

---

4 JAYNES, E.T. Information theory and statistical mechanics. **Phys. Rev.**, n.106, p.620-30. 1957.

de probabilidade que tem a máxima entropia sujeita ao que quer que seja conhecido. Essa é a única assunção não enviesada que podemos fazer; usar qualquer outra aumentaria a assunção arbitrária de informação que, por hipótese, nós não temos” (JAYNES apud WILSON, 1970, p.7).

O caminho corresponde, portanto, a obter condições necessárias de maximização da expressão decorrente da definição de entropia sujeita a restrições equacionais, ou seja, aplicando o método de Lagrange.

Wilson (1970, p.8-9) informa que é possível mostrar que tal procedimento é coerente com o realizado segundo o conceito de entropia apresentado no item anterior. De fato,  $\ln W$  e  $S$  são linearmente relacionados. Há, no entanto, uma diferença importante: a diferença entre as definições é análoga às visões objetiva e subjetiva de probabilidades. O conceito de entropia do item anterior corresponde a uma visão objetivista, enquanto o conceito apresentado no presente item corresponde a uma visão subjetivista. Jaynes assevera: “A visão objetiva está relacionada a que a probabilidade é sempre capaz de medir por observações as frequências em um experimento randômico; a visão subjetiva trata das probabilidades como expressões da ignorância humana; a probabilidade de um evento é meramente uma expressão formal de nossa expectativa de que o evento ocorrerá, baseada em qualquer informação disponível. Para o subjetivista, o propósito da teoria de probabilidades é nos ajudar a formular conclusões plausíveis nos casos em que não há informação disponível suficiente para conduzir certas conclusões; assim, uma verificação detalhada não é esperada. O teste de uma boa distribuição de probabilidade subjetiva é: isso representa corretamente nosso estado de conhecimento do valor de  $x$ ?” (JAYNES apud WILSON, 1970, p.8-9).

### 3.3 ENTROPIA E ESTATÍSTICA BAYESIANA – ENTROPIA DE LINDLEY

Wilson, no conceito de entropia baseado em estatística bayesiana, lastreou-se em Lindley. Assim, o conteúdo do presente item corresponde a Lindley<sup>5</sup>, 1965, apud

---

5 LINDLEY, D.V. **Introduction to probability and statistics from a Bayesian viewpoint**. London: Cambridge University Press, 1965.

Wilson (1970, p.99-11).

A estatística bayesiana é essencialmente subjetivista, na medida em que está preocupada com os graus de crença e estimativas de distribuição de probabilidades que são as melhores possíveis de acordo com a evidência disponível.

Seja uma variável aleatória que pode assumir os valores  $x_1, x_2, x_3, \dots$ . Uma amostra aleatória de tamanho  $n$  é definida como um conjunto de variáveis aleatórias independentes, cada uma das quais tem o mesmo valor de  $x$ . Seja  $p(x_i | \theta)$ , ou, por comodidade,  $p_i$ , que especifica a distribuição, sendo  $\theta$  um parâmetro da distribuição. Seja  $H$ , que denota o estado de conhecimento disponível antes que a amostra seja tomada. Assim,  $\theta$  terá uma distribuição dependente de  $H$  que pode ser escrita como  $\pi(\theta | H)$ . Seja também o vetor  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots)$ , correspondente a uma amostra aleatória; sua distribuição será:

$$f(\mathbf{x} | \theta, H) = \prod_{i=1, n} p(x_i | \theta)$$

na qual o lado direito pode ser escrito como um produto porque os  $x_i$ 's foram assumidos como independentes. A nova distribuição  $\pi(\theta | H)$  de  $\theta$  dada pela amostra aleatória  $\mathbf{x}$  é fornecida pela aplicação do teorema de Bayes.

A melhor estimativa de  $\theta$  é obtida maximizando  $f(\mathbf{x} | \theta, H)$ . É mais conveniente trabalhar com logaritmos, com a correspondente função  $L(\mathbf{x} | \theta, H)$ , que, maximizada, fornece:

$$L(\mathbf{x} | \theta, H) = \sum_{i=1, n} \ln p(x_i | \theta)$$

À medida que o tamanho  $n$  da amostra aumenta, o valor de  $\theta$  obtido pela maximização  $L(\mathbf{x} | \theta, H) = \sum_{i=1, n} \ln p(x_i | \theta)$  tenderá, sob condições apropriadas, ao verdadeiro valor. Pela lei dos grandes números tem-se:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [n^{-1} L(\mathbf{x} | \theta, H)] = E[\ln p(x | \theta)]$$

Porém,

$$E[\ln p(x | \theta)] = \sum p(x_i | \theta) \cdot \ln p(x_i | \theta) = \sum p_i \cdot \ln p_i$$

Wilson observa que isso corresponde ao negativo do que foi definido no item acima como entropia de uma distribuição de probabilidade. Significa que se for escolhida por maximização da entropia a forma da função  $p$ , assume-se a forma que minimiza a função de verossimilhança. Isso corresponde a outra maneira de declarar o resultado prévio segundo o qual a distribuição de probabilidade que maximiza a entropia faz a assunção mais fraca consistente com o que é conhecido.

### 3.4 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DE DIFERENTES CONCEITOS DE ENTROPIA

#### 3.4.1 Exemplo didático de Pooler

Todos os conceitos apresentados anteriormente podem ser mais bem entendidos através de um exemplo fornecido por Pooler, 1983<sup>6</sup>, apud Esmer (2005, p.77-87).

Imagine-se uma cidade bastante simples composta de 3 zonas de mesma área. Nessa cidade, 4 pessoas trabalham na zona 1, sendo o problema alocá-las em residências nas zonas 2 e 3 de maneira não enviesada. Dado que somente as informações acima estão disponíveis, como proceder?

Uma primeira abordagem corresponderia ao *método da solução pelo estado mais provável*. Para quatro trabalhadores individuais identificados como (a, b, c, d), suas possíveis distribuições estão apresentadas na tabela 1.

---

<sup>6</sup> POOLER, S. **Econ. Plan. Sci.**, v.17, n.4, p.153-64, 1983.



Tabela 1: Macroestados, microestados e estados mais prováveis

	MACROESTADOS Distribuição dos trabalhadores da zona (1) para as zonas residenciais (2) e (3)	MICROESTADOS Todas as alocações possíveis de trabalhadores individuais para as zonas (2) e (3)	Número de modos de ocorrência de macroestados ( $W_i$ )	Probabilidade de ocorrência de macroestados $W_i / \Sigma W_i$												
$T_{ij}^{(1)}$	<table border="1"><tr><td>-</td><td>4</td><td>0</td></tr><tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr></table>	-	4	0	(1)	(2)	(3)	<table border="1"><tr><td>-</td><td>abcd</td><td>0</td></tr><tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr></table>	-	abcd	0	(1)	(2)	(3)	1	1/16 = 0,063
-	4	0														
(1)	(2)	(3)														
-	abcd	0														
(1)	(2)	(3)														
$T_{ij}^{(2)}$	<table border="1"><tr><td>-</td><td>0</td><td>4</td></tr><tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr></table>	-	0	4	(1)	(2)	(3)	<table border="1"><tr><td>-</td><td>0</td><td>abcd</td></tr><tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr></table>	-	0	abcd	(1)	(2)	(3)	1	1/16 = 0,063
-	0	4														
(1)	(2)	(3)														
-	0	abcd														
(1)	(2)	(3)														
$T_{ij}^{(3)}$	<table border="1"><tr><td>-</td><td>3</td><td>1</td></tr><tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr></table>	-	3	1	(1)	(2)	(3)	abc abd adc bcd d c b a	4	4/16 = 0,250						
-	3	1														
(1)	(2)	(3)														
$T_{ij}^{(4)}$	<table border="1"><tr><td>-</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr></table>	-	1	3	(1)	(2)	(3)	d c b a abc abd adc bcd	4	4/16 = 0,250						
-	1	3														
(1)	(2)	(3)														
$T_{ij}^{(5)}$	<table border="1"><tr><td>-</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr></table> (distribuição uniforme)	-	2	2	(1)	(2)	(3)	ab ac ad bc bd cd cd bd cb ad ac ab	6	6/16 = 0,375 (estado mais provável)						
-	2	2														
(1)	(2)	(3)														
			$\Sigma_i W_i = 16$	$\approx 1,00$												

Fonte: Pooler, 1983, adapt. apud Esmer (2005, p.79)

Na tabela 1, a primeira coluna mostra os macroestados e a segunda, os microestados que dão origem a tais macroestados. Da terceira coluna, verifica-se ser aparente que a alocação de 2 trabalhadores a cada uma das 2 zonas residenciais pode ocorrer pelo maior número de modos de ocorrência. Em linguagem da Mecânica Estatística, o macroestado com o maior número de microestados associados com ele representa o “estado mais provável”. Pela quarta coluna, verifica-se que a distribuição uniforme pode ocorrer 6 vezes no número total de macroestados com a mais alta probabilidade de ocorrência.

Evidentemente, esse método depende na assunção feita *a priori* no sentido de todos os microestados serem igualmente prováveis. Caso tal não ocorra, o método do estado mais provável permite que tal informação *a priori* seja explicitamente incorporada, como será visto posteriormente.

A Mecânica Estatística fornece a formulação seguinte, como já visto:

$$W(T_{ij}) = T! / \prod_{ij} T_{ij}!$$

sendo  $W(T_{ij})$  o número de microestados associados a cada macroestado ( $T_{ij}$ ).

Aplicando tal formulação ao exemplo acima, ter-se-ia os cálculos apresentados na tabela 2.

Tabela 2: Cálculo de  $W(T_{ij})$

Macroestados	$W(T_{ij}) =$ número de modos de ocorrência de cada microestado $T_{ij}$
4 0	$4!/(0!4!) = 4.3.2.1/(1.4.3.2.1) = 1$
0 4	
3 1	$4!/(0!3!) = 4.3.2.1/(1.3.2.1) = 4$
1 3	
2 2	$4!/(2!2!) = 4.3.2.1/2.1.2.1 = 6$

Fonte: Pooler, 1983, apud Esmer (2005, p.80)

Os resultados apresentados na tabela 2 concordam com os da tabela 1. A distribuição uniforme é o estado mais provável e tem o maior número de modos de ocorrência.

Aplicar-se-á agora a formulação de Shannon, referente à Teoria da Informação.

Seja  $T_i$  o número de viagens a cada zona  $i$  e  $T$  o número total de viagens. Então

$$p_i = T_i / T$$

sendo  $p_i$  a probabilidade de que um trabalhador randomicamente selecionado seja alocado a uma zona particular  $i$ . Tratar-se-ia de um valor associado a uma matriz origem-destino com uma coluna apenas.

A entropia de Shannon  $H$  é obtida pela relação seguinte:

$$H = - \sum_i p_i \cdot \ln p_i$$

Essa formulação aplicada ao exemplo está apresentada na tabela 3.

Tabela 3: Macroestados e suas entropias

Macroestados		Valor da entropia de Shannon $H = - \sum_i p_i \cdot \ln p_i$
4	0	$-\{[(4/4) \cdot \ln(4/4)] + [(0/4) \cdot \ln(0/4)]\} = 0,00$
0	4	
3	1	$-\{[(3/4) \cdot \ln(3/4)] + [(1/4) \cdot \ln(1/4)]\} = 0,652$
1	3	
2	2	$-\{[(2/4) \cdot \ln(2/4)] + [(2/4) \cdot \ln(2/4)]\} = 0,693$

Fonte: Esmer (2005, p.81)

A solução de máximo valor da entropia de Shannon ocorre no caso da distribuição uniforme.

Passa-se agora ao *método de maximização da entropia*, de Jaynes. O objetivo é obter um modo de maximizar a entropia de Shannon sem precisar calculá-la para cada valor possível. Deseja-se maximizar  $H$  sujeito a uma restrição:

$$\max H(p_1, p_2, \dots, p_n) = - \sum_i p_i \cdot \ln p_i$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1,n} p_i = 1$$

A fim de obter uma condição necessária desse máximo, deriva-se parcialmente e iguala-se a zero o lagrangiano  $L$ , obtido por:

$$L = - \sum_i p_i \cdot \ln p_i + [(\lambda-1)(1- \sum_i p_i)]$$

$$\partial L / \partial p_i = -\ln p_i - 1 - \lambda + 1 = 0$$

$$\ln p_i + \lambda = 0$$

$$p_i = \exp(-\lambda)$$

Substituindo-se a última expressão na equação de restrição, obtém-se:

$$\lambda = \ln n$$

$$p_i = 1/n$$

Aplicando-se a expressão acima ao exemplo, onde há duas zonas para alocação, tem-se:

$$p_i = 1/n = 1/2 = 0,5$$

$$H = - \sum_i p_i \cdot \ln p_i = - [(n/n) \cdot \ln(1/n)] = \ln n$$

$$H = \ln 2 = 0,693$$

o que concorda inteiramente com o resultado apresentado na tabela 3.

### 3.4.2 Um exemplo de aplicação do conceito de entropia em modelagem urbana

Os modelos entrópicos aplicados a planejamento urbano, regional e de transportes têm a estrutura seguinte (Wilson<sup>7</sup> e Echenique et al.<sup>8</sup>, 1973, apud Novaes, 1981, mod.):

Seja  $p_i$  a probabilidade condicional de ocorrência do estado  $i$ , dependente das informações prévias sobre o sistema, representadas genericamente por  $g_1, g_2, \dots, g_m$ :

$$p_i = \text{prob}\{E_i / g_1, g_2, \dots, g_m\}$$

Define-se entropia  $H$  como:

$$H = - \sum_{i=1,n} (p_i \cdot \ln p_i)$$

sujeita às condições:

$$\sum_{i=1,n} p_i = 1$$

---

7 V. referência.

8 ECHENIQUE, M.A.; R. HERRERA, A.F.; RIQUEZES, J. **A disaggregated model of urban spatial structure**: theoretical framework. Cambridge: Centre for Land Use and Built Form Studies, 1973. (Working paper n. 8)

$$\sum_{i=1,n} p_i g_1(E_i) = \check{G}_1$$

$$\sum_{i=1,n} p_i g_2(E_i) = \check{G}_2$$

.

.

.

$$\sum_{i=1,n} p_i g_m(E_i) = \check{G}_m$$

Nas expressões acima,  $g_j(E_i)$  é uma função dos estados  $E_i (i=1,2,\dots,n)$  representando a informação prévia que se dispõe sobre eles e  $\check{G}_j$  são os valores esperados das funções  $g_j(E_i)$ .

A partir de considerações termodinâmicas e da teoria da informação, postula-se que o fenômeno se dê de tal forma que a entropia se maximize, sujeita às condições apresentadas. Para obter-se uma condição necessária, aplica-se a técnica dos multiplicadores de Lagrange, condição essa que modela o fenômeno.

Um exemplo bastante simples de aplicação do conceito de entropia em modelagem urbana foi extraído e adaptado de Novaes (1981, p.198-206 e 183-4).

Seja, em um modelo do tipo Lowry-Garin, um vetor linha com  $n$  elementos no qual cada elemento fornece o número de empregos básicos em uma determinada zona  $i$ :

$$E = [E_1, E_2, \dots, E_n]$$

Deseja-se distribuir os empregados que trabalham nessas zonas em zonas residenciais, ou seja, deseja-se obter um vetor  $N$  com  $n$  elementos que informe o número de residências de empregados que trabalham em empregos básicos. Para tanto se considera uma matriz  $T_{ij}$  quadrada com elementos  $p_{ij}$  de distribuição dos empregados que trabalham na zona  $i$  e que moram na zona  $j$ . Tal matriz deve ser tal que considere uma impedância entre as zonas  $i$  e  $j$  e que seja normalizada, ou seja, a

somatória dos empregos e dos residentes deve ser igual. Considera-se também uma matriz diagonal  $F_{ij}$  que representa a conversão do número de empregados em número de residências por zona.

O vetor  $N$  é obtido a partir da seguinte equação matricial:

$$N = E \cdot T \cdot F$$

Falta, portanto, determinar a matriz  $F$ . Para tanto, deve inicialmente ser definida uma matriz  $D_{ij}$  com elementos  $d_{ij}$  de impedância entre  $i$  e  $j$ . Tal matriz pode se referir, por exemplo, ao tempo de viagem, à distância ou ao custo generalizado de transporte.

A entropia de tal distribuição corresponde a:

$$H = -\sum_j (p_{ij} \cdot \ln p_{ij})$$

O objetivo corresponde, portanto, a obter

$$\max H = -\sum_j (p_{ij} \cdot \ln p_{ij}) \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_j p_{ij} = 1 \quad (2)$$

$$\sum_j c' \cdot d_{ij} \cdot p_{ij} = cte. \text{ ou } \sum_j d_{ij} \cdot p_{ij} = cte. \quad (3)$$

sendo  $c'$  o custo médio de deslocamento por unidade de distância.

A condição necessária para um máximo sujeito a restrições correspondentes a igualdades pode ser obtida pela técnica dos multiplicadores de Lagrange. Demonstra-se que tal condição necessária corresponde à condição necessária de maximização do lagrangeano, sendo o lagrangeano definido por:

$$L = -\sum_j (p_{ij} \cdot \ln p_{ij}) - \lambda_0 \cdot (\sum_j p_{ij} - 1) - \lambda (\sum_j d_{ij} \cdot p_{ij} - cte.) \quad (4)$$

A condição necessária de maximização do lagrangeano corresponde às

relações obtidas igualando a zero as derivadas parciais do lagrangeano em relação a  $p_{ij}$ .

$$\partial L/\partial p_{ij} = -(\ln p_{ij} + 1) - \lambda_0 - \lambda \cdot d_{ij} = 0 \quad (5)$$

Tal relação fornece:

$$\ln p_{ij} = (-1 - \lambda_0) - \lambda \cdot d_{ij} \quad (6)$$

ou

$$p_{ij} = \exp(-\lambda_0 - \lambda \cdot d_{ij}) \quad (7)$$

sendo  $\lambda_0 = 1 + \lambda_0$

Ora, de (2) e de (7) obtém-se

$$\sum_j p_{ij} = 1 = \sum_j \exp(-\lambda_0 - \lambda \cdot d_{ij}) \quad (8)$$

$$\exp(-\lambda_0) \cdot \sum_j \exp(-\lambda \cdot d_{ij}) = 1 \quad (9)$$

$$\exp(-\lambda_0) = 1/[\sum_j \exp(-\lambda \cdot d_{ij})] \quad (10)$$

Mas de (7) obtém-se

$$p_{ij} = \exp(-\lambda_0 - \lambda \cdot d_{ij}) = \exp(-\lambda_0) \cdot \exp(-\lambda \cdot d_{ij}) \quad (11)$$

Então de (11) e de (10) obtém-se

$$\exp(-\lambda_0) = p_{ij}/\exp(-\lambda \cdot d_{ij}) = 1/[\sum_j \exp(-\lambda \cdot d_{ij})] \quad (12)$$

$$p_{ij} = \exp(-\lambda \cdot d_{ij})/[\sum_j \exp(-\lambda \cdot d_{ij})]$$

O parâmetro  $\lambda$  deve ser obtido por calibração.

## 4 INDICADOR SINTÉTICO DE ZHANG, YANG E LI

Zhang, Yang e Li (2006) propuseram um indicador sintético de qualidade ambiental urbana lastreado no conceito de entropia informacional.

O indicador anual de entropia informacional sugerido é:

$$\Delta S = -(1/\ln m) \sum_{i=1, n} (q_{ij}/q_j) \ln (q_{ij}/q_j)$$

sendo:

*i*: índice referente a um indicador de qualidade ambiental;

*j*: índice referente a um evento de avaliação (cada ano em que o valor de um indicador é avaliado);

*n*: número de indicadores;

*m*: número de anos;

$x_{ij}$ : valor do indicador *i* no evento *j*;

$q_{ij}$ : valor normalizado. Para aumentar a confiabilidade da avaliação é feita uma normalização de cada indicador, de forma a eliminar os efeitos dimensionais (cada indicador tem sua própria unidade). Esse método transforma os dados brutos de forma a gerar dados normalizados entre 0 e 1 para cada índice. Para indicadores de melhoria, o valor bruto é dividido pelo máximo valor para gerar o valor normalizado; para indicadores de piora, a menor perda é dividida pelo valor bruto para gerar o valor normalizado:

$$q_{ij} = x_{ij}/x_i^* \quad \text{sendo } x_i^* = \max(x_{ij})$$

$$q_{ij} = x_i^*/x_{ij} \quad \text{sendo } x_i^* = \max(x_{ij})$$

sendo  $x_{ij}$  o valor do indicador *i* para o evento *j*, e  $q_{ij}$  o valor normalizado, calculado a partir dos dados brutos



$$q_j = \sum_{i=1,n} q_{ij} \quad (i=1, 2, \dots, n; j= 1, 2, \dots, m)^9$$

O peso de cada indicador é determinado usando um indicador baseado em entropia da informação:

$$Q_i = (1 - E_i)/(n - e_e) \quad (\sum_{i=1,n} Q_i = 1, 0 \leq Q_i \leq 1)$$

sendo:

$$E_i = -(1/\ln m) \sum_{j=1,m} (q_{ij}/q_i) \ln (q_{ij}/q_i)$$

sendo:

$$q_i = \sum_{j=1,m} q_{ij}$$

$$e_e = -\sum_{i=1,n} \sum_{j=1,m} (q_{ij}/q_i) \ln (q_{ij}/q_i) \quad (i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m)$$

Na opinião de Filchakova, Robinson e Scartezzini (2007), esse indicador é calculável, mas não sucinto nem diagnosticamente útil. Na opinião do autor do presente, essa avaliação é injustamente severa e possivelmente incorreta.

---

9 Provavelmente há um erro no trabalho original, que apresenta  $q_{ij} = \sum_{i=1,n} 1_{ij}$ .

## 5 A ENTROPIA COMO CONCEITO UNIFICADOR E ARTICULADOR

A entropia constitui-se em um conceito extremamente fértil e se presta a diferentes aplicações e concepções.

No âmbito da Termodinâmica Clássica, a entropia se relaciona com a irreversibilidade. No âmbito da Mecânica Estatística, ela trata da ordem. No âmbito da Teoria da Informação, ela se relaciona de alguma maneira com a informação. Na modelagem urbana e de transportes ela informa acerca de um modo de tratar a incerteza. Ver-se-á adiante que no âmbito da modelagem de ecossistemas, a entropia se relaciona com a auto-organização dos sistemas. Irreversibilidade, ordem, informação, incerteza e auto-organização: conceitos unificados pela entropia.

O interessante é observar que a entropia se prestou como conceito articulador entre diversas teorias e métodos utilizados na modelagem urbana e de transportes e o método da maximização condicionada de entropia, na medida em que é possível demonstrar que eles se equivalem.

Quem quer que se depare pela primeira vez com modelos entrópicos não pode deixar de ficar espantado com a semelhança formal entre as condições necessárias usualmente obtidas e a expressão do modelo logit multinomial, um modelo comportamental utilizado principalmente em divisão modal dos transportes. Tal modelo tem a seguinte forma (NOVAES, 1986, p.74-8):

$$p_i = \exp(U_i) / \sum_{j=1,n} \exp(U_j)$$

sendo:

$p_i$ : probabilidade de uma escolha  $i$ ;

$U$ : parcela determinística da função utilidade envolvida em uma escolha (a função utilidade total da escolha é dada por  $W = U + \varepsilon$ , sendo  $\varepsilon$  a parcela aleatória).

Isso é interessante na medida em que tal expressão foi obtida considerando-se uma parcela aleatória da utilidade de uma escolha regida por uma distribuição de Weibull. Ou seja, trata-se de um caminho completamente diferente do método de maximização de entropia.

Tal se mostra coerente com o fato de os modelos entrópicos conduzirem a resultados equivalentes aos modelos de maximização de utilidade (WILSON, 1970, p.100-5). Tais modelos constam da teoria do comportamento do consumidor, que pretende um comportamento racional da parte dele, o que leva a postular que ele maximize sua utilidade dentro de suas restrições orçamentárias. Esses modelos podem ser assim descritos:

Sejam  $x_1, x_2, \dots, x_N$  as quantidades dos bens  $1, 2, \dots, N$  adquiridos pelo consumidor aos preços  $p_1, p_2, \dots, p_N$  com um rendimento limitado a  $I$ . A teoria postula que o consumidor maximiza sua utilidade  $u$ , função das quantidades de bens adquiridos e da renda ( $u = u(x_1, x_2, \dots, x_N, I)$ ), sujeita à restrição orçamentária  $\sum_i x_i p_i = I$ .

Uma expressão necessária decorrente da maximização obtida pela técnica dos multiplicadores de Lagrange corresponde à função demanda por  $i$ :

$$x_i = x_i(p_1, p_2, \dots, p_N, I)$$

Pode também ser demonstrado que, a um nível de utilidade  $U$ :

$$\partial I / \partial p_i / u = U = x_i$$

expressão que pode ser utilizada para avaliar as conseqüências de mudanças de preços na renda do consumidor.

Wilson, ao comparar o método de maximização condicionada de entropia e a maximização da utilidade, conclui o seguinte: “O maximizador de entropia e o analista do sistema de maximização de utilidade (o primeiro postulando restrições e testando os resultados, o último postulando funções de utilidade e testando os resultados) *chegarão ao final à mesma resposta*” (WILSON, 1970, p.104, grifo

nosso).

O espanto prossegue ao comparar modelos entrópicos com modelos de oportunidades intervenientes. Tal modelo foi primeiro desenvolvido por Stouffler<sup>10</sup>, 1940, em uma forma simples, assumindo que o número de viagens de uma zona de origem para uma zona de destino é proporcional ao número de oportunidades na zona de destino e inversamente proporcional ao número de oportunidades intervenientes. Esse modelo afasta-se do conceito de impedância como regulador das interações entre origem e destino (v. NOVAES, 1981, p.143-64, BRUTON, 1979, p.99-102, FERRARI, 1984, p.498-9). Stouffler aplicou também esse modelo à migração nos Estados Unidos<sup>11</sup>.

O modelo de oportunidades intervenientes (ou intermediárias) é de maneira bastante simplificada descrito por Ferrari (1984, p.498-9). Sejam  $v_{ij}$  o número de viagens entre as zonas  $i$  e  $j$ ,  $g_i$  o número de viagens geradas pela zona  $i$ ,  $a$  o número de viagens atraídas pelas zonas intermediárias entre  $i$  e  $j$ ,  $a_j$  as viagens atraídas pela zona  $j$ , e  $L$  uma função, obtida por calibração, que reflete a diminuição das viagens ao aumentar o número de destinos e a distância da viagem. O modelo admite como válida a seguinte expressão:

$$v_{i,j} = g_i [e^{-L.a} - e^{-L.(ai + aj)}]$$

Wilson (1970, p.151-5) mostrou que o modelo de oportunidades intervenientes pode ser derivado dos princípios de maximização de entropia.

Finalmente, não é surpresa verificar que Wilson estabeleceu uma nova base teórica aos clássicos modelos gravitacionais<sup>12</sup> ao relacioná-los a modelos entrópicos<sup>13</sup>: “A teoria estatística [envolvida na maximização de entropia] está efetivamente dizendo que, dados os números totais de origens e destinações de

---

10 STOUFFLER, S.A. Intervening opportunities: a theory relating mobility and distance, **Am. Soc. Rev.**, v.5, n 5, p.845-67, 1940.

11 STOUFFLER, S.A. Intervening opportunities and competing migrants. **Journal of Regional Sciences**, v.2, n.1, 1960.

12 Para modelos gravitacionais, v. Bruton (1979, p.89-95) e principalmente Novaes (1986, p.33-44).

13 Wilson usou uma formulação particular de modelo gravitacional. V. Wilson (1970, p.16-7) e Novaes (1981, p.121-2).

viagens para cada zona para uma categoria homogênea de pessoas que realizam viagens segundo um propósito, dados os custos de viagem entre cada zona, e dado que há um gasto total fixo de transporte na região, então há uma distribuição mais provável de viagens entre zonas, sendo esta distribuição a mesma normalmente descrita como a distribuição do modelo gravitacional” (WILSON, 1970, p.19).

A satisfação intelectual proporcionada pela constatação de que os principais modelos utilizados em planejamento dos transportes e urbanismo são conceitualmente relacionados através de uma base teórica única e sólida é comparável à alegria externada por Edmar Bacha ao constatar similaridades entre teorias distintas:

“O conceito de demanda efetiva foi proposto simultaneamente por Kalecki e por Keynes, no princípio dos anos 30. Uma das poucas esperanças de que a economia seja realmente uma ciência reside nesse fato singular de que Keynes, vindo de Marshall, e Kalecki, vindo de Marx, ambos preocupados com o mesmo problema, embora sob óticas ideológicas distintas, tenham chegado a formulações teóricas extremamente parecidas com relação ao princípio da demanda efetiva” (BACHA, 1989, p.23).

Dir-se-ia, então, que o substrato comum dos modelos gravitacional, logit, de oportunidades intervenientes e microeconômico calcado em conceituação entrópica dá *status* teórico qualificado para o conjunto da modelagem urbana e de transportes.

## **6 ENTROPIA E EXERGIA NO ÂMBITO DA ECOLOGIA**

### **6.1 SEGUNDA LEI DA TERMODINÂMICA ATUALIZADA**

Kay (1984), a partir de trabalhos de Wicken, propôs uma hipótese segundo a qual os ecossistemas se organizam de forma a maximizar a degradação do trabalho disponível, ou seja, o máximo trabalho que pode ser extraído da energia armazenada. Segundo Jørgensen (1992, p.149), essa hipótese implica que os ecossistemas sempre se auto-organizam de forma a que não só a variação de entropia do universo seja maior do que zero como também que tal variação seja maximizada. Tal hipótese foi chamada de Segunda Lei da Termodinâmica atualizada.

Tal lei, quando expressa em termos de entropia, apresenta, no entanto, um problema sério: a entropia não é claramente definida para sistemas distantes do equilíbrio, particularmente sistemas vivos (JØRGENSEN, 1992, p.165). Assim, é necessário que essa lei seja expressa através de outro conceito que não apresente essa dificuldade de ordem teórica. O conceito de exergia se prestaria a tal.

### **6.2 EXERGIA**

Dewulf et al. (2008) observam que a noção intuitiva de energia que as pessoas possuem, especialmente ao pagar pela energia (conta de eletricidade, compra de gasolina), não corresponde ao conceito científico de energia. Aliás, Van Wyllen e Sonntag (1976, p.207) lembram que não há escassez de energia: ela é abundante no universo e no cotidiano. O que é escasso, e que se degrada, ao contrário da energia física, que se conserva, é a disponibilidade.

A exergia é definida como “o máximo trabalho teórico útil obtido quando um sistema  $S$  é trazido ao equilíbrio termodinâmico com o ambiente por meio de processos nos quais  $S$  interage somente com seu ambiente” (SCIUBBA e WALL, 2007). Frequentemente a disponibilidade é chamada de exergia, que parece ser o termo mais corrente. De fato, Sciubba e Wall (2007) informam que o esloveno Zoran Rant propôs em um encontro científico em 1953 que o termo exergia (em alemão,

*Exergie*) deveria ser usado no lugar de “capacidade técnica de trabalho” (em alemão, *technische Arbeitsfähigkeit*, cunhado por Bošnjakovic). Adotando esse nome, todas as terminologias prévias, tais como energia disponível, disponibilidade, trabalho disponível, trabalho potencial, energia útil, entropia potencial, e até mesmo o termo posterior “essergia” poderiam em princípio ser abandonadas. Na prática, levou 50 anos para que a denominação de Rant se tornasse mundialmente aceita. Mesmo no presente, alguns autores americanos ainda usam o termo “disponibilidade” (*availability*).

O conceito de disponibilidade encontra-se formalizado em detalhes, por exemplo, em Van Wyllen e Sonntag (1976, p.198-219). Aqui será utilizada uma síntese apresentada por Dewulf et al. (2008).

Para a exergia não vale o princípio de conservação: a exergia final incorporada nos resultantes trabalho, calor, produtos primários e secundários e resíduos não é igual à exergia inicial dos recursos, sendo a diferença dissipada através de geração irreversível de entropia. De fato, é possível demonstrar que o valor absoluto da perda de exergia é igual à produção de entropia multiplicada pela temperatura do meio.

A exergia é dividida em quatro contribuições:

- 1) exergia potencial decorrente de sua posição em um determinado campo de força (gravitacional, magnética, etc.);
- 2) exergia cinética decorrente de sua velocidade com relação a um referencial inercial fixo;
- 3) exergia física decorrente de sua pressão ( $P$ ) e temperatura ( $T$ ), diferentes das pressões  $P_0$  e  $T_0$  do meio;
- 4) exergia química decorrente de sua composição diferente do meio.

As exergias potencial e cinética são equivalentes às energias potencial e cinética. A exergia física pode ser calculada a partir da entalpia ( $h$ ) e entropia ( $s$ ) do

sistema, bem como da pressão e da temperatura do sistema e do meio, através da seguinte equação<sup>14</sup>:

$$Ex_f = (h - T_0.s) - (h_0 - T_0.s_0)$$

Tal equação representa o fluxo de exergia física em um volume de controle por unidade de massa do fluxo. O conteúdo de exergia física de um material por unidade de massa é igual a  $u + P_0v - T_0s - g_0$ , sendo  $u$  a energia interna,  $v$  o volume de massa e  $g$  a energia livre de Gibbs, todos por unidade de massa.

O cálculo da exergia química é algo mais complexo. Para cada recurso, considera-se um composto de referência no ambiente natural para cada elemento químico do recurso natural, como, por exemplo,  $O_2$  para O,  $Cl_{(aq)}$  para Cl e  $SiO_2$  para Si. Esses estados de referência são os produtos mais prováveis (isto é, os mais comuns na lito, hidro e atmosfera) da interação dos elementos com outros compostos comuns no ambiente natural, exibindo uma alta estabilidade. Partindo da exergia dos espécimes de referência, a exergia química de qualquer substância pode ser calculada através da Termoquímica. Dada a energia de Gibbs padrão da reação de referência ( $\Delta G_r^\circ$ , em kJ/mol), a exergia química de um composto  $i$ ,  $Ex_{q,r}^\circ$  (kJ/mol) é calculada por:

$$Ex_{q,r}^\circ = \Delta G_r^\circ + \sum_k \nu_k \cdot Ex_{q,k}^\circ$$

sendo  $\nu_k$  e  $Ex_{q,k}^\circ$  o número de moles e a exergia química padrão do  $k$ ésimo espécime de referência, respectivamente.

---

<sup>14</sup> Para a demonstração desse resultado, consulte-se Van Wyllen e Sonntag (1976).



## 7 INDICADORES SINTÉTICOS URBANOS UTILIZANDO O CONCEITO DE EXERGIA

Serão observadas aqui duas possibilidades: avaliação do estado de um sistema urbano e modelagem. Não serão consideradas aplicações em planejamento regional<sup>15</sup>.

Filchakova, Robinson e Scartezzini (2007) são um pouco sombrios em relação à avaliação de sistemas urbanos através do conceito de exergia:

“A exergia proporciona uma medida da saúde de um ecossistema (máxima exergia) e sua derivação tem ajudado a aprofundar nosso entendimento relativo aos princípios pelos quais sistemas naturais se desenvolvem. O que não é claro, no entanto, é a qual alcance este quadro pode ser aplicado a sistemas antropogênicos nos quais influências externas (p.ex., clima) podem ser artificialmente compensadas importando mais recursos (p.ex., energia). Adaptações estruturais são requeridas somente para ter lugar em tais circunstâncias se as importações forem limitadas (p.ex., nós devemos usar uma disponibilidade reduzida de energia mais eficientemente). A exergia de um sistema urbano *pode* ser diagnosticamente útil, mas o seu cálculo, mesmo para ecossistemas naturais, implica muitas hipóteses; de fato, pode mesmo não ser viável aplicar esse conceito de forma convincente em cidades.” (FILCHAKOVA, ROBINSON e SCARTEZZINI, 2007, p. 225).

Phdungsilp (2007) parece concordar: “Análises de exergia têm sido consideravelmente usadas para identificar ineficiências e oportunidades em economia de energia de sistemas industriais. Embora exergia seja um conceito mais útil do que energia, trabalhar, no entanto, com um tal conceito em sistemas grandes e complexos é muito difícil na prática” (PHDUNGSILP, 2007).

Mesmo assim, Balocco et al. (2004) utilizaram o método denominado Extended Exergy Accounting (EEA) para avaliar a sustentabilidade de uma área urbana através do estudo do ciclo de vida de edificações. Para tanto, foram definidos dois índices termodinâmicos,  $\eta_I$  e  $\eta_{II}$ , que mostram a eficiência das edificações em relação à primeira e à segunda leis da Termodinâmica. Essa metodologia proporcionou um critério ambiental de ordem termodinâmica para a seleção de alternativas, estratégias e projetos tecnológicos que produzam impactos ambientais menores correlacionados aos maiores índices  $\eta_{II}$  de exergia.

---

<sup>15</sup> Dois exemplos de aplicação do conceito de exergia em planejamento regional podem ser encontrados em Leduc e van Kann (2010) e van Kann e De Roo (2009).

## 8 INDICADOR SINTÉTICO DE HUANG ET AL.

Huang et al. (2007) oferecem um interessante exemplo de uso do conceito de exergia para a definição de um indicador sintético de poluição da água. Eles asseveram que qualquer indicador sintético proposto seria arbitrário e não descreveria de forma adequada o nível de poluição do corpo d'água. Por outro lado, eles observam que, no caso de emissões, a exergia poderia ser considerada como o potencial de dano ao meio ambiente por conduzir a reações indesejáveis e incontroláveis com componentes do meio ambiente. Assim, a exergia incorporada nas emissões é uma medida efetiva do potencial de impacto no meio ambiente. Quanto mais exergia uma emissão carrega, mais ela se desvia do meio ambiente. Uma emissão de substâncias que são comuns no meio ambiente, como, por exemplo, vapor ou água, carrega menos exergia que emissões de substâncias que são menos comuns, como, por exemplo, metais pesados e lixo radioativo. Dessa forma, a quantidade de exergia contida na emissão constituiria em um excelente indicador sintético.

Na revisão bibliográfica, os autores prestaram as informações seguintes. Szargut<sup>16</sup> propôs o índice de consumo cumulativo, isto é, a perda de exergia de recursos, como um índice de custos ecológicos. A expressão “custo ecológico” foi apresentada para expressar o consumo cumulativo de exergia não-renovável relacionada à fabricação de produtos particulares<sup>17</sup>. De maneira análoga, Wall<sup>18</sup> sugeriu que a exergia de depósitos poderia ser observada como um indicador de sustentabilidade ambiental, uma vez que a redução desse depósito de exergia inevitavelmente conduziria a uma destruição do sistema de suporte à vida. Wall também propôs a exergia de emissões como um indicador de efeitos ambientais e a

---

<sup>16</sup> SZARGUT, J.; ZIEBIK, A.; STANEK, W. Depletion of the non-renewable natural exergy resources as a measure of the ecological costs. **Energy Convers. Manag.**, n.43, p.1149-63, 2002.

<sup>17</sup> Idem.

<sup>18</sup> WALL, G. **Exergy: a useful concept within resource accounting**. Göteborg: Institute of Theoretical Physics, 1977. (relatório de pesquisa n. 77-42). \_\_\_\_\_. **Exergy: a useful concept**. 1986. Thesis (Doctorate) – Chalmers University of Technology, Göteborg. \_\_\_\_\_. GONG, M. On exergy and sustainable development: Part 1: conditions and concepts. **Exergy Int. J.**, v.1, n.3, p.128-45, 2001. \_\_\_\_\_. GONG, M. On exergy and sustainable development: Part 2: indicators and methods. **Exergy Int. J.**, v.1, n.4, p.217-33, 2001.

exergia incorporada em resíduos como uma medida do potencial de dano ao ambiente. Adicionalmente, a exergia poderia ser introduzida na metodologia de avaliação de ciclo de vida e usada como um indicador unificado do impacto ambiental total<sup>19</sup>. Com um estudo sistemático do consumo global de exergia cósmica, Chen<sup>20</sup> assinalou que a exergia cósmica constitui a base produtiva que é essencial para toda atividade ecológica e econômica da Terra. A escassez da disponibilidade de exergia cósmica como o recurso natural fundamental para a ecossfera e a sociedade humana tem implicações no desenvolvimento sustentável. Como uma generalização da perspectiva do sistema de exergia incorporada de Odum<sup>21</sup> e do sistema de exergia cumulativa de Szargut, um conceito denominado exergia incorporada foi desenvolvido, podendo ele ser considerado um indicador de avaliação ecológica<sup>22</sup>.

Os autores realizaram uma aplicação dos conceitos para o corpo d'água da foz do rio Iang-Tsé, em Xangai. Os valores de referência de exergia ambiental e química foram baseados em estudo de Morris e Szargut<sup>23</sup>. Devido a dificuldades em quantificar a exergia química de compostos orgânicos de efluentes, duas abordagens foram aplicadas na prática para determinar o conteúdo exergético químico. Uma corresponde a propor uma única substância orgânica para representar a “substância orgânica média”<sup>24</sup>. Outra corresponde a determinar a relação entre a exergia química

---

<sup>19</sup> WALL, G.; GONG, M. On exergy and sustainable development: Part 1: conditions and concepts. **Exergy Int. J.**, v.1, n.3, p.128-45, 2001. WALL, G.; GONG, M. On exergy and sustainable development: Part 2: indicators and methods. **Exergy Int. J.**, v.1, n.4, p.217-33, 2001. SCIUBBA, E. Exergy as a direct measure of environmental impact. In AES-39 ASME, 1999. \_\_\_\_\_. Using exergy to evaluate environmental externalities. NTVA SEMINAR ON INDUSTRIAL ECOLOGY, 4., 2001, Trondheim. Invited lecture. \_\_\_\_\_. Beyond thermoeconomics? The concept of extended exergy accounting and its application to the analysis and design of thermal systems. **Exergy Int. J.**, v.1, n.2, p.68-84, 2001.

<sup>20</sup> CHEN, G.Q. Exergy consumption of the earth. *Ecological Modelling*, n.184, p.363-80, 2005. \_\_\_\_\_. Scarcity of exergy and ecological evaluation based on embodied exergy. **Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.** /no prelo/

<sup>21</sup> ODUM, H.T. **Ecological and general systems: an introduction to systems ecology.** Colorado: University Press of Colorado, 1994. \_\_\_\_\_. **Environmental accounting: energy and environmental decision making.** New York: Wiley, 1996.

<sup>22</sup> CHEN, G.Q. Exergy consumption of the earth. *Ecological Modelling*, n.184, p.363-80, 2005. \_\_\_\_\_. Scarcity of exergy and ecological evaluation based on embodied exergy. **Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.** /no prelo/

<sup>23</sup> MORRIS, D.R.; Szargut, J. Standard chemical exergy of some elements and compounds on the planet earth. **Energy**, n.11, p.733-55, 1986.

<sup>24</sup> ZALETA-AGUILAR, A. et al. Towards a unified measures of the renewable resources available: the exergy applied to the water of a river. **Energy Conservation Management**, v.39, n.16-18, p.1911-7, 1998.

de uma substância orgânica e o índice de demanda química de oxigênio (DQO), de forma a calcular sua exergia química. O último foi o preferido na aplicação. Como uma primeira aproximação, a diluição de compostos químicos foi negligenciada, da mesma forma que em pesquisas relacionadas<sup>25</sup>.

---

<sup>25</sup> HELLSTRÖM, D. An exergy analysis for a wastewater treatment plant: an estimation of the consumption of physical resources. **Water Environ. Research**, n.69, p.44-51, 1997. \_\_\_\_\_  
Exergy analysis of nutrient recovery processes. **Water Sci. Technol.**, v.48, n.1, p.27-36, 2003.

## 9 EXERGIA NO ÂMBITO DA ECOLOGIA

Jørgensen postulou uma lei para ecossistemas: “Se um sistema tiver um fluxo de exergia por suas fronteiras, ele procurará utilizar tal fluxo de forma a aumentar sua exergia, isto é, mover-se para uma posição distante do equilíbrio termodinâmico; se mais combinações e processos forem oferecidos para utilizar o fluxo de exergia, a organização que for capaz de dar ao sistema a mais alta exergia, sob as condições e perturbações prevaletentes, será a selecionada” (JØRGENSEN, 1992, p. 186).

O autor informa que se poderia chamar tal postulado de quarta lei da Termodinâmica, mas, de forma a ressaltar sua particular aplicabilidade a ecossistemas, seria preferível nomeá-la Lei Ecológica da Termodinâmica, ou lei termodinâmica da ecologia.

O que essa lei informa é que os ecossistemas se mantêm fora do equilíbrio termodinâmico com o meio, com um alto grau de organização e de informação em relação a esse meio, e que o fazem de tal forma que sua exergia seja máxima.

Dewulf et al. (2008) informam que tal lei foi formalizada como sendo derivável de dois axiomas: o princípio do máximo armazenamento e o da máxima dissipação. O princípio do máximo armazenamento significa que para qualquer local com dadas características abióticas e com um dado *pool* de genes, os ecossistemas tendem a se desenvolver em direção ao estado de maior conteúdo possível de conteúdo exergético em termos de biomassa, informação genética e redes complexas estruturais. O princípio de máxima dissipação significa que para qualquer local o ecossistema luta para atingir a máxima degradação dos fluxos de entrada de exergia. Portanto, o conceito de exergia poderia ser consistente com a hipótese de máxima produção de entropia. Ainda que, como ressaltam os autores, pareça ser contra-intuitivo que os princípios de máximo armazenamento e máxima dissipação de exergia sejam compatíveis com a maximização de entropia pelo ambiente. Eles lembram ainda que devem ser ressaltadas as diferenças entre as análises de exergia em sistemas naturais e em sistemas humano-industriais. A diferença essencial residiria em que em sistemas naturais é assumido que a dissipação de exergia seja

maximizada, enquanto em sistemas humano-industriais o consumo de exergia é minimizado, ou melhor, que a eficiência do seu uso é otimizada. Este aparente paradoxo poderia ser explicado pelo fato de que o sistema industrial é de alguma forma um sistema que se separou do ecossistema, mas ainda é fortemente dependente dele para seu suporte vital. Como consequência, a maximização da dissipação de exergia por parte do sistema humano poderia entropizar o ecossistema e em última análise reduzir a produção total de entropia do sistema combinado naturo-humano-industrial.

Segundo Dewulf et al. (2008), o conteúdo de exergia de um ecossistema não pode ser calculado de forma direta, mas a partir da exergia armazenado em seus vários componentes. Bendoricchio e Jørgensen<sup>26</sup>, 1997, apud Dewulf et al. (2008) propuseram calcular o conteúdo de exergia de um componente de ecossistema como a probabilidade de produzir o componente considerado em equilíbrio termodinâmico. Para os componentes biológicos de um ecossistema, essa probabilidade consiste na probabilidade de produzir a matéria orgânica (termo da exergia clássica) e a probabilidade  $P$  de encontrar o código genético, isto é, a sequência correta de nucleotídeos do DNA (termo da exergia informacional). Com base nisso, eles desenvolveram a seguinte fórmula<sup>27</sup>:

$$Ex = (\mu_1 - \mu_1^{eq}) \sum_{i=1,N} c_i - RT_0 \sum_{i=2,N} (c_i \ln P_i)$$

sendo  $Ex$  a exergia,  $\mu_1$  o potencial químico da matéria orgânica nas condições reais do ambiente,  $\mu_1^{eq}$  o potencial químico no equilíbrio termodinâmico,  $(\mu_1 - \mu_1^{eq})$ , portanto, a energia livre específica do detritus (18,7 kJ/g),  $c_i$  a concentração do  $i$ ésimo componente (em g),  $N$  o número de componentes do ecossistema e  $T_0$  a temperatura absoluta do ambiente (em K). O componente  $i=1$  é o detritus (matéria orgânica morta); os componentes a partir de  $i=2$  são componentes (normalmente espécies). No segundo termo (informacional), a somatória começa a partir de  $i=2$  porque o detritus não mais contém informação genética ativa. O estado de referência escolhido para esse cálculo é composto por todos os elementos inorgânicos que

---

26 BENDORICCHIO, G.; JØRGENSEN, S.E. Exergy as goal function of ecosystems dynamics. **Ecological modeling**, n.102, p.5-15, 1997.

27 Uma obtenção de tal resultado pode ser encontrada em Svirezhev (2000).

formam um organismo vivo em seu mais alto grau de oxidação, quando nenhuma exergia química existe.

De Wit (2005) fornece uma síntese do caminho seguido para chegar a esse resultado. O conteúdo exegético de um organismo vivo é obtido calculando a energia livre calorimétrica de sua biomassa (cerca de 18,7 kJ/g) por um fator de conversão que leva em conta o número dos assim chamados genes informacionais e o número de células. Tal fator de conversão é baseado na teoria da informação e no trabalho de Boltzmann que relaciona a informação de um evento de baixa probabilidade a um conteúdo de energia livre de acordo com a fórmula:

$$\text{energia livre de informação} = -R.T. \ln(\sum p_{\text{microestados}})$$

sendo  $R$  a constante dos gases,  $T$  a temperatura absoluta e  $\sum p_{\text{microestados}}$  a soma das probabilidades de todos os microestados que originam o evento. Em outras palavras, ordem pode ser criada às expensas de energia livre e a quantidade de energia livre necessária é dada pela equação acima para atingir um dado aumento de conteúdo de informação. Informação, assim, corporifica energia. A probabilidade extremamente baixa de um organismo emergir de um ambiente de “sopa” abiótica oxidada é aproximada pelo cálculo da extremamente baixa probabilidade de obter uma seqüência de DNA de seqüências randômicas de nucleotídeos que seja 100% alinhada com e idêntica à maior parte do genoma do organismo. A probabilidade é calculada e multiplicada pelo número de células do organismo porque elas todas têm as mesmas cópias de DNA, de forma a obter  $\sum p_{\text{microestados}}$ . Daí o conteúdo de energia livre é calculado de acordo com a equação acima e o fator de conversão por grama de biomassa correspondente é obtido. Como consequência, a exergia em ecossistemas é calculada somando os produtos da informação genética com a biomassa, e assim a maior parte da exergia é armazenada na biocenose. Tal valor é chamado de “índice de exergia” ou simplesmente “exergia”.

Retornando a Dewulf et al. (2008), na fórmula original da exergia,  $P_i$  era calculada como  $20^{-700g}$ , sendo 20 a quantidade de aminoácidos essenciais usados em proteínas de organismos vivos,  $g$  a quantidade de genes na espécie  $i$ , e 700 a

quantidade média de aminoácidos codificados em um gene, o que se constitui em uma aproximação, dada a ocorrência de DNA supérfluo e a indisponibilidade de dados da quantidade de genes. Susani et al.<sup>28</sup>, 2006, apud Wulf et al. (2008) melhorou a fórmula calculando  $P_i$  como  $4^{-a_i(1-g_i)}$ , sendo 4 a quantidade de nucleotídeos codificadores de aminoácidos no organismo vivo,  $a_i$  a quantidade de nucleotídeos no genoma, e  $g_i$  a porcentagem de genes repetidos. O uso da fórmula mostrou que a parte informacional da exergia é muito maior do que da exergia química da matéria orgânica, o que faz a fórmula ser altamente criticável. A contagem da exergia armazenada em um ecossistema inteiro que inclua todos os componentes é impraticável, segundo os autores.

Jørgensen et al. (2005) aprimoraram os cálculos acima. Foram calculados valores desconhecidos ou encontrados valores alternativos, de forma a obter uma tabela aprimorada para diferentes taxonomias. Para tanto foram utilizadas correlações com outros tipos de células, com a razão entre DNA sem código e DNA total, com o total mínimo de DNA em um grupo de espécies, com a idade das espécies e com valores encontrados por outros autores<sup>29</sup>. Foi feito também uma análise evolucionar de forma a refinar os resultados. A expressão geral da exergia ecossistêmica  $Ex$  é:

$$Ex = RT \sum_{n,0} C_i \cdot \ln (C_i/C_{i0})$$

onde 0 representa todos os componentes inorgânicos,  $n=1$  corresponde ao detritus e  $i \geq 2$  são os organismos, enquanto  $C_i$  é a concentração do  $i^{\text{ésimo}}$  componente do ecossistema e  $C_{i0}$  corresponde ao mesmo componente em equilíbrio termodinâmico. É feita a seguinte definição:

$$\beta \equiv \ln (C_i/C_{i0})$$

Os resultados obtidos de  $\beta$  estão apresentados na tabela 4.

---

28 SUSANI, L. Comparison between technological and ecological exergy. **Ecological modeling**, n.193, p.477-56, 2006.

29 FONSECA et al. Nuclear DNA in the determination of weighting factors to estimate exergy from organisms biomass. **Ecological modelling**, n.126, p.179-89, 2000.



Tabela 4: Lista de valores de  $\beta$ 

Detritus	1,00	
Vírus	1,01	
Células mínimas	5,8	
Bactérias	8,5	
Archaea	13,8	
Protistas	20	Algas
Leveduras	17,8	
	33	Mesozoa, Placozoa
	39	Protozoa, amebas
	43	Phasmida (bichos-pau)
Fungos	61	
	76	Nemertina
	91	Cnidaria (corais, anêmonas marinhas, medusas)
	92	Rhodophyta
	97	Gastrotricha
Porífera <sup>30</sup> , esponjas	98	
	109	Brachiopoda
	120	Platelmintos
	133	Nematoda (lombrigas)
	133	Annelida (sanguessugas)
	143	Gnathostomulida
	143	Erva daninha de mostarda
	165	Kinorhyncha
	158	Plantas vasculares sem sementes (incl. Samambaias)
	163	Rotifera (
	164	Entoprocta
	174	Musgo
	167	Insetos (besouros, moscas, vespas, formigas)
	191	Coleodia (ascídia)
	221	Lipidoptera (borboletas)
	232	Crustáceos
	246	Chordata
	275	Arroz
	314	Gimnospermas (incl. Pinus)
	310	Mollusca, bivalvia, gastropodea
	322	Mosquito
	393	Plantas com flores
	499	Peixes
	688	Amphibia
	833	Reptilia
	980	Aves
	2127	Mamalia
	2138	Macacos
	2145	Antropóides
	2173	<i>Homo sapiens</i>

Fonte: Jørgensen et al. (2005)

O cálculo da quantidade de exergia em um sistema mostrou-se útil tanto na avaliação de ecossistemas (um conteúdo exergético maior implicaria uma qualidade

<sup>30</sup>*Prolifera*, no original

maior do ecossistema) quanto na modelagem.

Não obstante, Sciubba e Wall (2004) são um tanto severos. Referindo-se à aplicação do conceito de exergia em sistemas biológicos, entre os quais se incluem trabalhos de Jørgensen, assim se expressaram; “Seus trabalhos são, em nossa opinião, caracterizados por um alto grau de originalidade e *insight* biológico, mas também por uma ausência de rigor termodinâmico: a maioria de suas aplicações baseiam-se em princípios de equilíbrio e são aplicadas a seres vivos, que, por definição, são sistemas distantes do equilíbrio. Os trabalhos originais nos quais tais linhas de pesquisa se enraízam são aqueles de Knizia e, é claro, o famoso livro de Schrödinger, ambos os quais são muito mais rigorosos e não lançaram mão de recursos algo arbitrários de 'princípios adicionais da termodinâmica' “(SCIUBBA e WALL, 2007). Eles vão além: “Em algumas análises de sistemas de seres vivos, o uso de uma 'exergia de informação' é proposto. A exergia é considerada como o correspondente à 'informação' genética contida no DNA. Nós devemos observar que: a) não há ligação provada entre exergia e informação, exceto em um senso estritamente físico especificado [abaixo]; b) 'termodinâmica da vida' – se um tal objeto existe! - vai bem além da 'transmissão da informação' “(SCIUBBA e WALL, 2007). Sem embargo, quer parecer ao autor do presente que se o conceito se prestar bem à modelagem ecológica, como parece estar acontecendo, não cabe tamanha severidade.

De Wit é um pouco mais amistoso, valendo a pena transcrever um trecho de seu trabalho:

“Eu acredito que esta abordagem [cálculo de um índice de exergia] corresponde a uma aproximação muito boa da distância de ecossistemas do equilíbrio termodinâmico, mas eu entendo ser muito difícil fazer a ligação entre esse índice e a definição original de exergia no sentido de uma medida da capacidade de trabalho de um sistema. Eu não vejo como a amplificação exergética decorrente do armazenamento de energia possa ser liberada na forma de trabalho. Simplesmente de um ponto de vista prático, quando predadores se alimentam de uma presa eles usam o conteúdo de energia livre da biomassa da presa, mas eles não podem extrair energia livre da informação energética incorporada nos genes. A informação genética é simplesmente destruída nessas interações; felizmente, isso não é tão dramático como parece, porque enquanto os predadores não provocarem a extinção da presa, a informação redundante persistente propiciará o restabelecimento das populações de presas (Margalef, 1968). Eu reconheço que os cálculos do 'índice de exergia' ou de 'exergia' são consistentes com uma aplicação formal do potencial químico [como aparece na equação de definição de exergia], o que inclui a ponderação de probabilidades extremamente pequenas de

encontrar organismos complexos quando comparadas com o ambiente abiótico de referência. Não obstante, esse índice é absolutamente inútil para cálculos bioenergéticos e infelizmente é muito diferente do que é intencionado quando se sugere que os ecossistemas são dependentes de fluxos de exergia.” (DE WIT, 2005, p.432)

O autor argumenta que a energia foi incorporada em informação durante um processo histórico e, dadas as irreversibilidades fundamentais, essa energia não pode ser extraída novamente como capacidade de trabalho. Além disso, outros fenômenos demonstram que a informação proliferante na biota se mostra incompatível com respeito ao seu conteúdo energético incorporado de acordo com a fórmula de Boltzmann. Ele propõe uma adaptação da “Quarta Lei da Termodinâmica” na forma do princípio seguinte: “Se um sistema tem um fluxo de energia livre, em combinação com a informação acumulada evolucionária e historicamente, ele se esforçará para utilizar o fluxo para se mover para distante do equilíbrio termodinâmico; se mais combinações e processos forem oferecidos para utilizar o fluxo de energia livre, a organização que for capaz de dar a maior distância em relação ao equilíbrio nas circunstâncias prevaletentes será selecionada.”

Jørgensen (1992) relata resultados promissores para a modelagem de ecossistemas utilizando a quarta lei da Termodinâmica.

Finalizando, pode-se retornar à questão levantada no item 2.3 referente à relação entre entropia, exergia e quantidade de informação. Uma questão que frequentemente é posta e que parece causar confusão reside na quantidade de informação em sistemas complexos. Se por um lado um sistema com ordem e complexo possui um grau maior de informação, por outro a formulação de Shannon e o seu famoso índice ecológico de diversidade dão a entender que o máximo acúmulo de informação ocorre com o grau máximo de entropia. De fato, Dewulf et al. (2008) pontuam: “Muito da crítica a respeito do conceito ecológico de exergia [visto a seguir] é talvez baseada em um mal-entendido: parece contra-intuitivo que o acúmulo máximo de exergia e a dissipação pelo ecossistema sejam compatíveis com a maximização de entropia do ambiente. Outro problema tem sido a confusão corrente acerca do conceito informacional de exergia e acerca da diferença entre armazenamento de exergia informacional e entropia informacional. (...) [Informação] estabelecendo que 'a teoria do princípio de máxima exergia pode

explicar por que os locais com muita energia, os trópicos, são também os com maior diversidade – ou, em outras palavras, mais entrópicos<sup>31</sup> ilustra essa confusão “ Essas questões estão adequadamente tratadas em Dewulf et al. (2008b).

---

31 Whitfield, J. Order out of chaos. **Nature**, n. 436, p.905-7, 2005.

## 10 A MEDIDA DE KULLBACK DA INFORMAÇÃO

Foi apresentada a expressão de Jørgensen para a medida de exergia de um ecossistema:

$$Ex = RT \sum_{n,0} C_i \cdot \ln (C_i/C_{i0})$$

É notável a semelhança formal entre tal equação e a medida de informação de Kullback. A expressão seguinte, na qual o vetor  $\mathbf{p} = \{p_1, \dots, p_n\}$  descreve a estrutura de um sistema, ou seja,  $p_i$  são variáveis intensivas, é chamada de medida de Kullback (SVIREZHEV, 2000):

$$K = \sum_{i=1,n} p_i \ln (p_i/p_i^0) \geq 0$$

Kullback<sup>32</sup>, 1959, apud Svirezhev (2000) informa a respeito do sentido exato dessa medida. Suponha-se que a distribuição inicial  $p^0$  seja conhecida. Se se obtiver alguma informação adicional e, em conseqüência, a distribuição for alterada de  $p^0$  a  $\mathbf{p}$ , então  $K(\mathbf{p}, p^0)$  será a medida dessa informação adicional.

Svirezhev afirma que, sendo  $A$  a quantidade de matéria presente em um (ecos)istema, então o produto  $AK$  pode ser considerado uma medida da quantidade total de informação de todo o sistema que foi acumulada no processo de transição de algum estado de referência correspondente a um equilíbrio termodinâmico para o estado corrente (de matéria viva).

Assim como há uma analogia entre entropia física e entropia informacional mediada através da medida de Shannon, há também uma analogia entre a exergia física e a exergia informacional mediada através da medida de Kullback. A primeira postula um princípio de maximização de entropia, e a segunda, um princípio de maximização de exergia.

Um exemplo clarificará o conceito.

---

32 KULLBACK, S. **Information theory and statistics**. New York: Wiley, 1959.

Retorna-se aqui ao exemplo da alocação de 4 trabalhadores em 2 zonas residenciais (ESMER, 2005), de forma a aplicar o *princípio de mínima informação*. No exemplo, foi feita uma hipótese segundo a qual as características das zonas de destino não tinham efeito na alocação. Ou seja, foi feita uma hipótese *a priori* de microestados igualmente prováveis, ou seja, na ausência de informação prévia, a probabilidade de que um trabalhador seja alocado para uma zona em particular é igual em todas as zonas, que se constitui em uma hipótese enviesada (POOLER, 1983, apud ESMER, 2005, p. 84). Suponha-se que alguma informação prévia esteja disponível na forma de áreas diferentes das zonas de destino. Seria de se esperar que tal informação tenha um efeito na alocação, no sentido de se esperar que as alocações às zonas sejam feitas em proporção direta ao tamanho das zonas. A forma da estatisticamente mais provável distribuição de probabilidade  $p_i$  que leva em conta uma informação concernente a alguma prévia distribuição de probabilidade  $q_i$  é aquela que minimiza a medida de Kullback de informação:

$$I(p:q) = \sum p_i \cdot \ln(p_i/q_i)$$

No exemplo,  $q_i$  pode ser definida em relação às áreas  $a_i$  das zonas de destino da seguinte maneira:

$$q_i = a_i / \sum_i a_i$$

$$\sum_i q_i = 1$$

Para obter o mínimo da informação de Kullback, tem-se ainda a restrição de normalização:

$$\sum_i p_i = 1$$

Escrevendo o lagrangiano, derivando-o parcialmente e igualando-o a zero, tem-se:

$$L = - \sum p_i \cdot \ln(p_i/q_i) + [(\lambda-1)(1- \sum_i p_i)]$$

$$\partial L / \partial p_i = -\ln p_i - 1 + \ln q_i - \lambda + 1 = 0$$

$$-\ln p_i + \ln q_i - \lambda = 0$$

$$p_i = q_i \exp(-\lambda)$$

Sendo  $\exp(-\lambda)$  uma constante, tem-se:

$$p_i = a_i / \sum_i a_i = q_i$$

Ou seja, quando a única informação disponível é aquela concernente à informação *a priori* e à restrição de normalização, tem-se que o princípio de mínima informação resulta em uma alocação que está em proporção direta com a informação *a priori*.

Pooler, 1983, apud Esmer (2005) introduz uma restrição relacionada à distância média:

$$\sum_i p_i \cdot r_i = \check{R}$$

sendo  $r_i$  a distância de viagem e  $\check{R}$ , a distância média. O lagrangiano derivado parcialmente e igualado a zero passa a ser o seguinte:

$$L = -I(p:q) + [(\lambda-1)(1 - \sum_i p_i)] + b[\check{R} - \sum_i p_i \cdot r_i]$$

$$\partial L / \partial p_i = -\ln p_i + \ln q_i - \lambda - b \cdot r_i = 0$$

$$p_i = q_i \exp(-\lambda) \exp(-b \cdot r_i)$$

sendo  $b$  o multiplicador de Lagrange que assegurará que a restrição seja satisfeita.

Assim, a alocação se faz em proporção direta ao tamanho das zonas  $a_i$  e em proporção inversa a uma função exponencial da distância  $r_i$ . Pooler, 1983, apud Esmer (2005) transformou a equação acima em uma de forma mais adequada:

$$p_i = q_i \exp(-b \cdot r_i) / \sum_i q_i \exp(-b \cdot r_i)$$

É absolutamente notável que tal equação tenha a mesma forma das obtidas pelo método de maximização da entropia de Shannon.

Adotando-se os dados numéricos seguintes:

$$a_2 = 0,3.(a_2 + a_3)$$

$$b=0,8$$

$$r_2 = 1\text{km}$$

$$r_3 = 2\text{km}$$

tem-se os cálculos seguintes:

$$T_{12} = T.p_2$$

$$T_{13} = T.p_3$$

$$T_{12} = 4.0,3.\exp(-0,8.1)/[0,3.\exp(-0,8.1)+\exp(-0,8.2)] = 1,95 \approx 2 \text{ trabalhadores}$$

$$T_{13} = 4.0,7.\exp(-0,8.2)/[0,3.\exp(-0,8.1)+\exp(-0,8.2)] = 2,05 \approx 2 \text{ trabalhadores}$$



## 11 INDICADOR ECOLÓGICO DE JØRGENSEN

O conteúdo exergético de um ecossistema pode ser utilizado como critério para avaliar a “qualidade”, ou “saúde”, de um ecossistema. Um exemplo pode ser encontrado em Jørgensen (2000). Constanza, 1992, apud Jørgensen (2000) sumariza a definição de saúde ecossistêmica: a) homeostase; b) ausência de doença; c) diversidade ou complexidade; d) estabilidade ou resiliência; e) vigor para o crescimento; f) equilíbrio entre componentes do sistema. Kay, 1991, apud Jørgensen (2000) usa a expressão “integridade ecossistêmica” para se referir à habilidade de um ecossistema em manter sua organização, devendo as medidas dessa integridade refletir os dois aspectos do estado organizacional de um ecossistema: funcional e estrutural. A função refere-se às interconexões entre os componentes do sistema. Jørgensen (2000) propõe que ela possa ser medida através da quantidade de exergia. A estrutura indica o caminho pelo qual a energia se move no sistema. Jørgensen (2000) propõe que a exergia armazenada no ecossistema poderia ser um indicador razoável da estrutura.

O autor informa ser a exergia específica definida como o índice de exergia dividido pela biomassa, expressando a dominância dos organismos superiores, uma vez que, por unidade de biomassa, eles carregam mais informação, ou seja, têm valores de  $\beta$  maiores. Um ecossistema muito eutrófico terá uma exergia muito alta devido à grande biomassa, mas a exergia específica será baixa, na medida em que a biomassa será dominada por algas com baixos valores de  $\beta$ .

A combinação dos índices de exergia e o de exergia específica usualmente dão, segundo o autor, uma descrição mais satisfatória da saúde de um ecossistema do que o indicador de exergia somente, porque ele considera a diversidade e as condições vitais para organismos superiores. A combinação de exergia, exergia específica e capacidades de tamponagem (*buffer capacities*), definidas como uma mudança na função de força (*forcing function*) relativa à mudança correspondente em uma variável de estado, tem sido usada como um indicador ecológico para lagos. O autor afirma poder ser mostrado que esses três conceitos cobrem as seis propriedades

de saúde ecossistêmica propostas por Constanza.

O autor lembra que Svirezhev<sup>33</sup>, 1992, mostrou que a exergia mede a quantidade de energia necessária para quebrar o ecossistema. A exergia, portanto, é uma medida razoavelmente boa de: a) ausência de doença; b) estabilidade ou resiliência; c) vigor ou escopo para crescer.

A exergia específica mede a organização no sentido de que organismos mais desenvolvidos correspondem a maior exergia específica. Organismos mais desenvolvidos representam usualmente níveis tróficos mais altos e implicam uma cadeia alimentar mais complicada. Portanto, a exergia específica é uma medida razoavelmente boa de: a) homeostase (mais *feedback* está presente em uma cadeia alimentar mais complicada); b) diversidade ou complexidade; c) equilíbrio entre componentes do sistema (o ecossistema não é dominado pelos primeiros níveis tróficos, como nos ecossistemas em um estágio mais anterior).

O autor utilizou, para o estudo de caso, descrições quantitativas de doze ecossistemas marinhos, disponíveis através de sua modelagem em regime permanente. Os doze ecossistemas foram: a) Tamaihua; b) lagoa Celestun, na parte meridional do golfo do México; c) uma comunidade pesqueira costeira na parte sudoeste do golfo do México; d) margem Campeche, no México; e) baía de Maputo, Moçambique; f) uma lagoa mediterrânea, Etang de Tahu, na França; g) recife de coral Pangasinan, nas Filipinas; h) um recife de coral caribenho; i) um ecossistema de banco de areia, em Yucatán; j) um ecossistema continental de banco de areia, no México; l) um ecossistema de banco de areia na Venezuela; m) Brunei, no mar da China meridional.

Para todos os doze ecossistemas foram determinados os doze indicadores ecológicos seguintes:

- a) biomassa (g peso seco/m<sup>2</sup>);

---

<sup>33</sup> SVIREZHEV, Y. Exergy as a measure of the energy needed to decompose an ecosystem. INTERNATIONAL CONFERENCE ON STATE-OF-THE-ART OF ECOLOGICAL MODELLING, 1992, Kiel. Presented as a poster.

- b) respiração (g peso seco/(m<sup>2</sup>.ano));
- c) exergia (kJ/m<sup>2</sup>);
- d) dissipação de exergia (kJ/(m<sup>2</sup>.ano))
- e) diversidade, como o número de espécies incluídos no modelo (un);
- f) conectividade, como o número de conexões relativo ao número total de possíveis conexões (un);
- g) complexidade, como “diversidade” multiplicada por “conectividade”;
- h) respiração / biomassa (1/ano);
- i) dissipação de exergia / exergia (1/ano);
- j) produção de exergia (kJ/(m<sup>2</sup>.ano));
- k) exergia específica (kJ/g).

Apenas as correlações seguintes obtiveram um índice de correlação maior do que 0,65:

- a) produção de exergia x exergia:  $r^2=0,93$ ;
- b) respiração x exergia:  $r^2=0,98$ ;
- c) respiração x biomassa:  $r^2=0,68$ ;
- d) respiração x produção de exergia:  $r^2=0,885$ ;
- e) dissipação de exergia x respiração:  $r^2=0,87$ ;
- f) respiração/biomassa x exergia específica:  $r^2=0,86$ .

O autor apresentou a discussão seguinte.

Os níveis de respiração para os ecossistemas são consideravelmente melhor

correlacionados com os níveis de exergia do que com a quantidade de biomassa. A biomassa inclui algas, que têm exergia relativamente baixa e também baixa respiração. Isso explica por que a exergia com altos fatores de ponderação para peixes e outros organismos superiores é mais bem correlacionada com a respiração. A relação não é surpreendente, uma vez que mais exergia armazenada significa que o ecossistema é mais complexo e mais desenvolvido, o que implica que ele também requer mais exergia para sua manutenção. Tal é consistente com o fato de a respiração ser bem correlacionada com a produção de exergia. Um nível maior de respiração é associado a organismos superiores com mais informação, o que dá a oportunidade para mais aumento da informação.

A correlação entre o nível de respiração e a taxa de dissipação de exergia não causa surpresa, uma vez que a dissipação de exergia é causada pela respiração.

A boa correlação entre exergia específica (maior exergia específica significa mais dominância de organismos superiores) com a razão entre respiração e biomassa é coerente com a correlação constatada entre a respiração e a produção de exergia.

O autor concluiu que exergia e exergia específica cobrem juntos as propriedades associadas à saúde ecossistêmica conforme Constanza. Por outro lado, não é provavelmente possível avaliar a saúde de um sistema tão complexo como um ecossistema por meio de dois indicadores somente, o que é consistente com a ausência de correlação entre esses dois conceitos e os outros atributos incluídos no estudo. Pode ser mostrado, no entanto, que a exergia é uma boa medida da habilidade do sistema em crescer. A exergia é também uma boa medida da energia (exergia) requerida para a manutenção da biomassa, uma vez que mais exergia armazenada e maior produção de exergia significam que mais exergia é também necessária para a manutenção. A exergia ou a exergia específica não são bem correlacionadas com a diversidade ou a complexidade. Por outro lado, a exergia específica é uma boa expressão da presença de organismos mais desenvolvidos e, assim, de um ecossistema mais complexo. Os dois conceitos cobrem uma grande gama de importantes propriedades dos ecossistemas geralmente associadas com sua saúde, mas outros indicadores são necessários também para proporcionar uma avaliação

suficientemente abrangente da saúde ecossistêmica na maior parte das situações práticas de gestão.

## 12 CONCLUSÕES

Foram aqui descritos três indicadores sintéticos: o de Zhang, Yang e Li, o de Huang et al. e o de Jørgensen.

Aos três seria possível opor objeções. Assim, ao primeiro poder-se-ia dizer que ele não é simples nem diagnosticamente útil. Ao segundo, que sua validade depende da justificativa segundo a qual a poluição corresponde a estados de alta exergia. Ao terceiro, finalmente, que existem restrições teóricas ao conceito de exergia informacional.

Porém, ao autor parece que as críticas ao primeiro indicador são excessivamente severas: a complexidade é relativa, e ele pode vir a se mostrar bastante útil. Quanto ao segundo, a hipótese de alta exergia dos poluentes é engenhosa e instigante, estando consolidada na bibliografia. Quanto ao terceiro, ainda que as objeções teóricas sejam válidas, a exergia informacional constitui-se em uma maneira das mais interessantes de avaliar a distância em relação ao equilíbrio com meio.

Além disso, quer parecer ao autor que tais indicadores se sustentam muito mais do que outros indicadores sintéticos usuais. De fato, dentro do *trade-off* apontado na introdução, parece que eles se constituem em uma excelente solução de compromisso, dado que possuem uma consistência teórica maior. A par de serem, em grande parte, neutros em relação a valores.

## Referências

- BACHA, E. **Introdução à Macroeconomia**: uma perspectiva brasileira. 5ª ed. Rio de Janeiro: Campus, 1989.
- BALOCCO, C. et al. Using exergy to analyse the sustainability of an urban area. **Ecological economics**, n.48, p.231-44, 2004.
- BRUTON, M.J. **Introdução ao planejamento dos transportes**. Rio de Janeiro: Interciência; São Paulo: Edusp, 1979.
- DE WIT, R. Do all ecosystems maximize their distance with respect to thermodynamic equilibrium? A comment on the “Ecological Law of Thermodynamics” (ELT) proposed by Sven Erik Jørgensen. **Scientia marina**, v.69, n.3, p.427-34, 2005.
- DEWULF, J. et al. Exergy: Its potential and limitations in environmental science and technology. **Environmental Science Techn**, vol. 42, n.7, p. 2221-32, Febr., 2008.
- \_\_\_\_\_. **Illustration of the confusion on the informational exergy concept and on the difference between informational storage and information entropy**, 2008b. Disponível em: <pubs.acs.org>.
- EISBERG, R.M.; LERNER, L.S. **Física**: fundamentos e aplicações: vol. 2. São Paulo: McGraw-Hill, 1982.
- ESMER, Ö. **Information theory, entropy and urban spatial structure**. 2005. Thesis (Doctorate in Urban and Regional Planning) – The Graduate School of Natural and Applied Sciences, Middle-East Technical University, Ankara. 2005.
- FERRARI, C. **Curso de planejamento municipal integrado**. 4ª ed. São Paulo: Pioneira, 1984.
- FLUSSER, W. **Fenomenologia do brasileiro**: em busca de um novo homem. Rio de Janeiro: Eduerj, 1998.
- GOMES, S.; SEPE, P.M. Desafios para a produção de indicadores ambientais e socioambientais. In: SÃO PAULO(CIDADE). Secretaria Municipal do Verde e do Meio Ambiente. **Indicadores ambientais e gestão urbana**: desafios para a construção da sustentabilidade na cidade de São Paulo. São Paulo: SVMA: Cebrap, 2008.
- JØRGENSEN, S.E. **Integration of ecosystem theories**: a pattern. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1992. (Ecology & Environment Volume 1)
- \_\_\_\_\_. Application of exergy and specific exergy as ecological indicators of coastal areas. **Aquatic ecosystem health and management**, n.3, p.419-30, 2000.
- \_\_\_\_\_ et al. Calculations of exergy for organisms. **Ecological modeling**, n.185, p.165-75, 2005.
- FILCHAKOVA, N.; ROBINSON, D.; SCARTEZINI, J.-L. Quo vadis thermodynamics and the city: a critical review of applications of thermodynamics methods to urban systems. **International Journal of Ecodynamics**, v.2, n.4, p.222-30, 2007.
- HUANG, L.Q. et al. Exergy as a unified measure of water quality. **Nonlinear science and numerical simulation**, n.12, p.663-72, 2007.
- KAY, J. **Organization in living systems**. 1984. Thesis (Doctorate) - Department of Systems Design Engineering, University of Waterloo, Ontario. 1984. Disponível em: <<http://www.nesh.ca/jameskay/www.fes.uwaterloo.ca/u/jjkay/pubs/thesis/toc.html>>.

LEDUC, W.R.W.A.; VAN KANN, F.M.G. **Urban harvesting as planning approach towards productive urban regions**. [Delft]: SREX, 2010. Disponível em: <[http://www.exergieplanning.nl/publicaties/SCUPAD\\_2010.pdf](http://www.exergieplanning.nl/publicaties/SCUPAD_2010.pdf)>.

MYRDAL, G. **Aspectos políticos da teoria econômica**. Rio de Janeiro: Zahar, 1962.

NOVAES, A.G. **Modelos em planejamento urbano, regional e de transportes**. São Paulo: Edgard Blücher, 1981.

\_\_\_\_\_. **Sistemas de transportes**: vol. 1: análise da demanda. São Paulo: Edgard Blücher, 1986.

PHDUNGSILP, A. A thermodynamic framework for urban energetic metabolism. CONFERENCE ON ENERGY NETWORK OF THAILAND, 3., 2007, [Bangkok].

PIMENTEL; G.C.; SPRATLEY, R.D. **Química**: um tratamento moderno. São Paulo: Edusp; Edgard Blücher; INL, 1974.

SCIUBBA, E.; WALL, G. A brief commented history of exergy from the beginnings to 2004. **International Journal of Thermodynamics**, v.10, n.1, p.1-26, March 2007.

SVIREZHEV, Y.M. Thermodynamics and ecology. **Ecological modelling**, n.132, p.11-22, 2000.

VAN KANN, F.M.G.; DE ROO, G. Scaling of multi-functional structures as a spatial argument for low exergy planning. INTERNATIONAL CONFERENCE ON SMART AND SUSTAINABLE BUILT ENVIRONMENTS, 3., 2009, S.I. Disponível em: <<http://www.irbnet.de/daten/iconda/CIB14198.pdf>>.

VAN WYLEN, G.J.; SONNTAG, R.E. **Fundamentos da Termodinâmica Clássica**. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1976.

WILSON, A.G. **Entropy in urban and regional modeling**. London: Pion, 1970.

ZHANG, Y.; YANG, Z.; LI, W. Analyses of urban ecosystem based on information entropy. **Ecological modelling**, n.197, p.1-12, 2006.