

Universidade Federal de Pelotas
Departamento de Matemática e Estatística
Cursos de Engenharia Madeireira, Engenharia Agrícola e Química
2ª Prova de Estatística – Parte 2 (Peso = 0,7)

Nome: **Gabarito**

Data: 18/11/2008

Questão 1 (1,5). Responda as questões abaixo.

- a) O que é uma distribuição de probabilidade?
- b) Qual distribuição se caracteriza como uma seqüência de experimentos de Bernoulli dependentes? O que significa esta dependência entre experimentos de Bernoulli?
- c) Em que circunstâncias a distribuição binomial se aproxima da distribuição de Poisson? Quais os critérios utilizados para considerar esta aproximação satisfatória?

Questão 2 (2,5). Considere seguinte a função de probabilidade acumulada $F(x)$ associada a uma variável contínua.

$$F(x) = \frac{x^2 + x}{12}, \text{ para } 0 \leq x \leq 3.$$

- a) Obtenha a função densidade de probabilidade $f(x)$.

$$f(x) = \frac{2x + 1}{12}, \text{ para } S_x = [0, 3]$$

- b) Calcule o valor esperado e a variância de X .

$$E(X) = 1,875$$

$$V(X) = 0,6094$$

- c) Calcule as probabilidades dos seguintes eventos:

$$A = \{1 \leq x \leq 2\} \quad P(A) = 0,3333$$

$$B = \{1,5 \leq x \leq 3\} \quad P(B) = 0,6875$$

$$A \cap B \quad P(A \cap B) = P(1,5 \leq x \leq 2) = 0,1875$$

Questão 3 (3,0). Um aparelho eletrônico para escritório contém 2.000 componentes eletrônicos. Suponha que a probabilidade de cada componente operar sem falhas durante a vida útil do aparelho seja 0,995 e que os componentes falhem independentemente.

- a) Indique o tipo e o(s) parâmetro(s) da distribuição referente a cada componente.

Cada componente eletrônico é um experimento de Bernoulli, com distribuição de Bernoulli.

Parâmetro: $\pi = 0,995$.

- b) Sendo a variável X definida como o número de componentes que falham neste aparelho eletrônico, determine o espaço amostral, os parâmetros e a função de probabilidade de X (representação analítica).

Distribuição binomial

$$S_x = \{0, 1, 2, \dots, 2000\}$$

Parâmetros: $n = 2000$ e $\pi = 0,005$

$$P(X=x) = P_{2000}^{x, 2000-x} \cdot 0,005^x \cdot 0,995^{2000-x}$$

- c) Calcule o **valor esperado** e o **desvio padrão** do número de componentes que falham.

$$E(X) = 10$$

$$V(X) = 9,95$$

$$\sigma = \sqrt{V(X)} = 3,154$$

d) Em circunstâncias especiais algumas distribuições de probabilidade podem se aproximar de outras. Neste caso, identifique a distribuição aproximada de X e determine, por aproximação, a probabilidade de cinco ou mais componentes originais falharem durante a vida útil do aparelho.

Distribuição binomial se aproxima da Distribuição de Poisson.

$$n=2000 \text{ e } E(X)=10=\lambda$$

$$S_x = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 2000\}$$

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5) = 1 - 0,0293 = 0,9707$$

Questão 4 (1,5). De uma batelada de 30 transdutores de temperatura, uma amostra de 10 é selecionada, sem reposição.

I. Considere que nesta batelada, existem 3 transdutores com defeito. Determine a probabilidade de que pelo menos um dos transdutores escolhidos tenha defeito.

Distribuição hipergeométrica

Parâmetros: $n = 10$, $N = 30$, $N_1 = 3$

$$S_x = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - 0,2808 = 0,7192$$

II. Considere que nesta batelada, existem 8 transdutores com defeito. Qual é a probabilidade de que nenhum dos transdutores escolhidos tenha defeito?

Distribuição hipergeométrica

Parâmetros: $n = 10$, $N = 30$, $N_1 = 8$

$$S_x = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$$

$$P(X = 0) = 0,02152$$

Questão 5 (1,5). A resistência à compressão de amostras de cimento pode ser modelada por uma distribuição normal com média de 35 libras por polegada quadrada e um desvio padrão de 4 libras por polegada quadrada.

- a) Qual é a probabilidade de a resistência de uma amostra ser menor que 39 lb/in²?

$$P(X < 39) = 0,8413$$

- b) Se as especificações requerem que a resistência à compressão exceda 32 lb/in², que proporção das amostras será rejeitada?

A proporção de 0,2266 será rejeitada.