



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS  
CENTRO DE DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO



# ESTATÍSTICA BÁSICA

Prof<sup>a</sup>. Clause Fátima de Brum Piana

ANO 2026



# ESTATÍSTICA BÁSICA

## Conteúdo Programático

Unidade I. Introdução

Unidade II. Estatística Descritiva

Unidade III. Elementos de Probabilidade

Unidade IV. Inferência Estatística

# Unidade I - Introdução

- ◆ Conceito, divisão e aplicações da Estatística
- ◆ Informações históricas
- ◆ Estatística na pesquisa científica
- ◆ Conceitos fundamentais
- ◆ Notação somatório

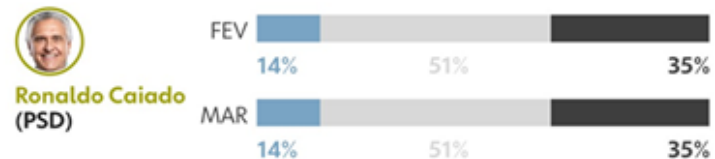
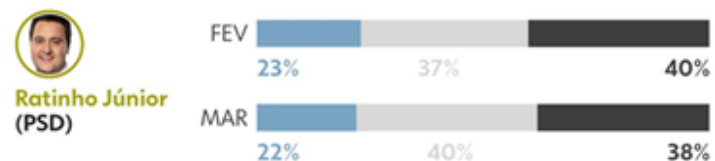
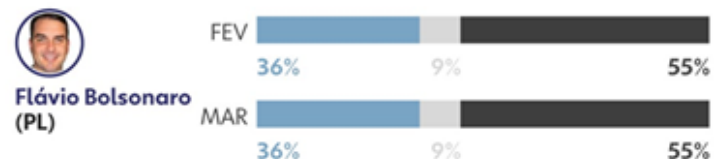
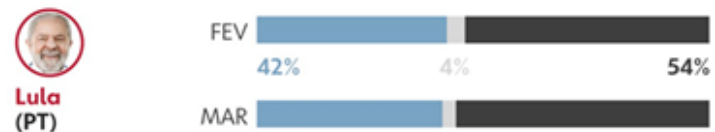


# Questões relevantes do nosso cotidiano relacionadas à Estatística

# Qual é a intenção de voto dos eleitores nas próximas eleições?

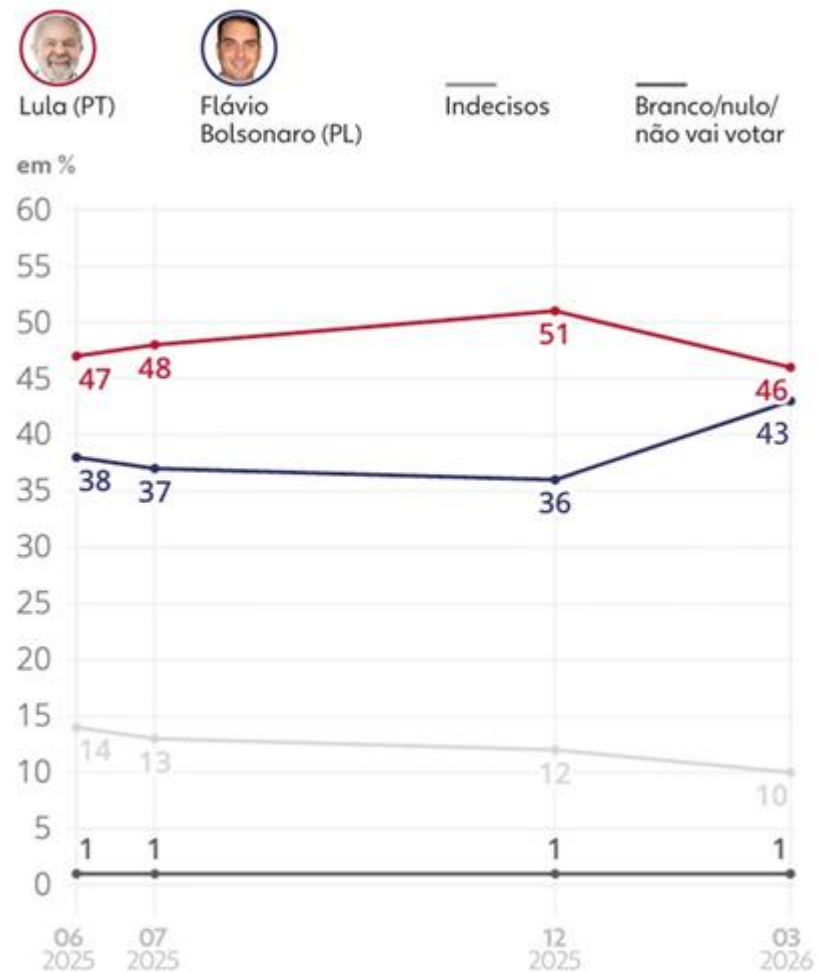
## Conhecimento e rejeição para a eleição de 2026

■ Conhece e votaria ■ Não conhece ■ Conhece e não votaria



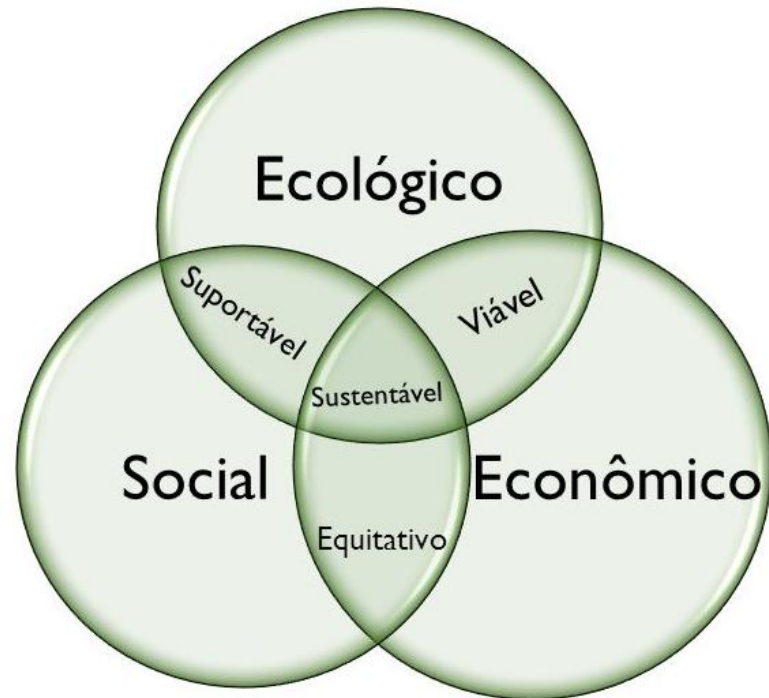
Pesquisa realizada entre 6 e 9 de março.  
A margem de erro é de dois pontos percentuais para mais ou para menos

## Lula x Flávio Bolsonaro no 2º turno das eleições para presidente



A margem de erro é de dois pontos percentuais para mais ou para menos

- ◆ Como estabelecer o grau de desenvolvimento de um país?



Quais são os indicadores econômicos, sociais e ambientais que dão ideia do grau de desenvolvimento de uma sociedade?

◆ Como verificar a eficácia de uma nova vacina?



Qual o percentual de imunização da vacina na população?

◆ Como saber se um produto tem qualidade?



Linha de produção do Boticário



Linha de produção da Natura



- ◆ Como saber se uma nova variedade de arroz é melhor do que as já existentes?



A nova variedade pode ser recomendada para os produtores de arroz?

◆ Como estabelecer o valor do seguro?

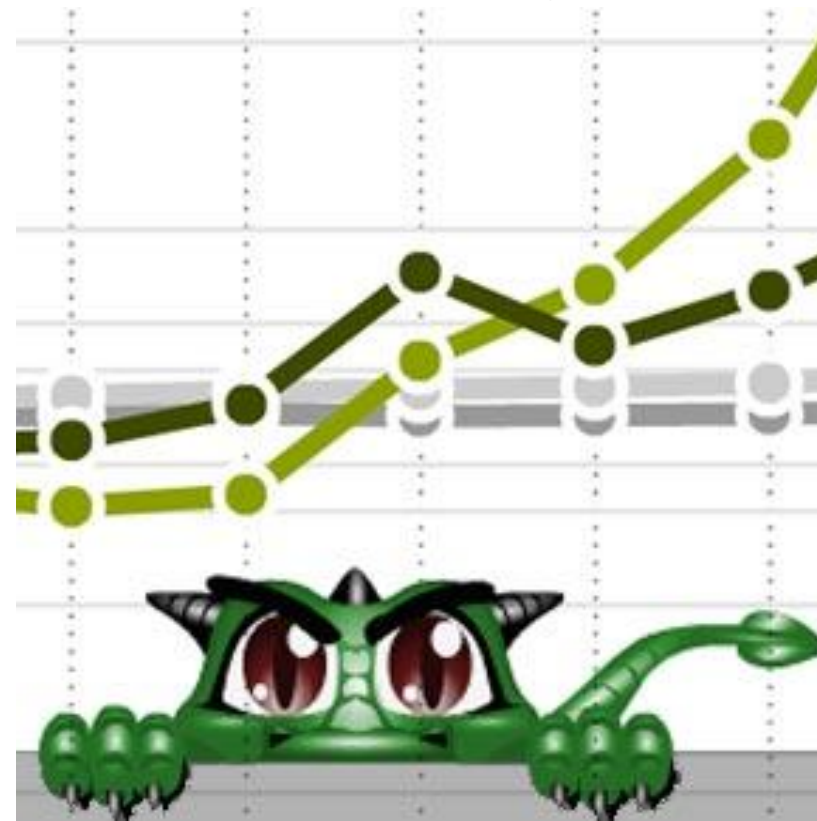


Que informações são consideradas para definir o perfil do motorista e o valor que ele pagará pelo seguro do seu carro?

◆ Como se comportam os preços?



## Taxa de inflação



Quais produtos são considerados no cálculo da inflação?

- ◆ Como verificar se uma nova versão de uma página web gera maior taxa de cliques em um botão de compra do que a versão antiga?

The screenshot shows the Amazon.com.br website interface. At the top, there is a navigation bar with the Amazon logo, a search bar containing 'Pesquisar Amazon.com.br', and links for 'Olá, faça seu login Contas e Listas', 'Devoluções e Pedidos', and 'Carrinho'. Below the navigation bar, there are several menu items: 'Todos', 'Venda na Amazon', 'Ofertas do Dia', 'Mais Vendidos', 'Games', 'Livros', 'Prime', 'Música', 'Casa', 'Eletrônicos', 'Brinquedos e Jogos', 'Computadores', and 'Jovem Sherlock - Assista agora'. A secondary navigation bar lists categories like 'Livros', 'Pesquisa avançada', 'Mais Vendidos', 'Pré-venda e Lançamentos', 'Livros em Oferta', 'Inglês e Outras Línguas', 'Loja Geek', 'Universitários e Acadêmicos', 'Didáticos e Escolares', 'Loja Infantil', and 'Recomendados para Você'.

The main content area is titled 'Loja de Livros' and features a row of eight icons representing different book categories: 'Ofertas' (tag icon), 'Para Você' (hand holding books icon), 'Mais Vendidos' (star icon), 'Lançamentos' (stack of books icon), 'Indicações' (thumbs up icon), 'Kindle Unlimited' (Kindle Unlimited logo), 'eBooks Kindle' (Kindle device icon), and 'Livros I' (book icon).

Below this row, the 'Ofertas em destaque' section displays five featured book covers: 'GAROTA DE NINGUÉM' by Virginia Roberts Giuffre, 'QUERIDA DEBBIE' by Freida McFadden, 'Hábitos Atômicos' by James Clear, 'QUARTA ASA' by Rebecca Yarros, and 'PANICO' by Stephen King.

On the left side of the page, there are several vertical menus: 'Destaques em Livros' (Livros em Oferta, Mais Vendidos, Indicações Amazon, Recomendados para Você, Inglês e Outras Línguas, Pré-venda e Lançamentos, Livros Usados), 'Páginas Especiais' (Estante dos Influencers, Livros Clássicos, Livros que viraram Filmes, Livros Infantis, Loja Geek, Vozes Negras), 'Livros Educacionais' (Didáticos e Escolares, Estudo e Ensino de Idiomas, Exames e Concursos, Universitários e Acadêmicos), and 'Kindle' (Acessórios Kindle, Comprar Kindle, eBooks em Inglês, eBooks em Oferta, Kindle Unlimited, Todos os eBooks).

- ◆ Como se caracterizam as pessoas que consomem drogas?



Qual o perfil dos usuários de crack?

# ◆ Existem animais em extinção no Brasil?

Como estabelecer um processo que traga informação sobre a quantidade de indivíduos distribuídos numa determinada região?

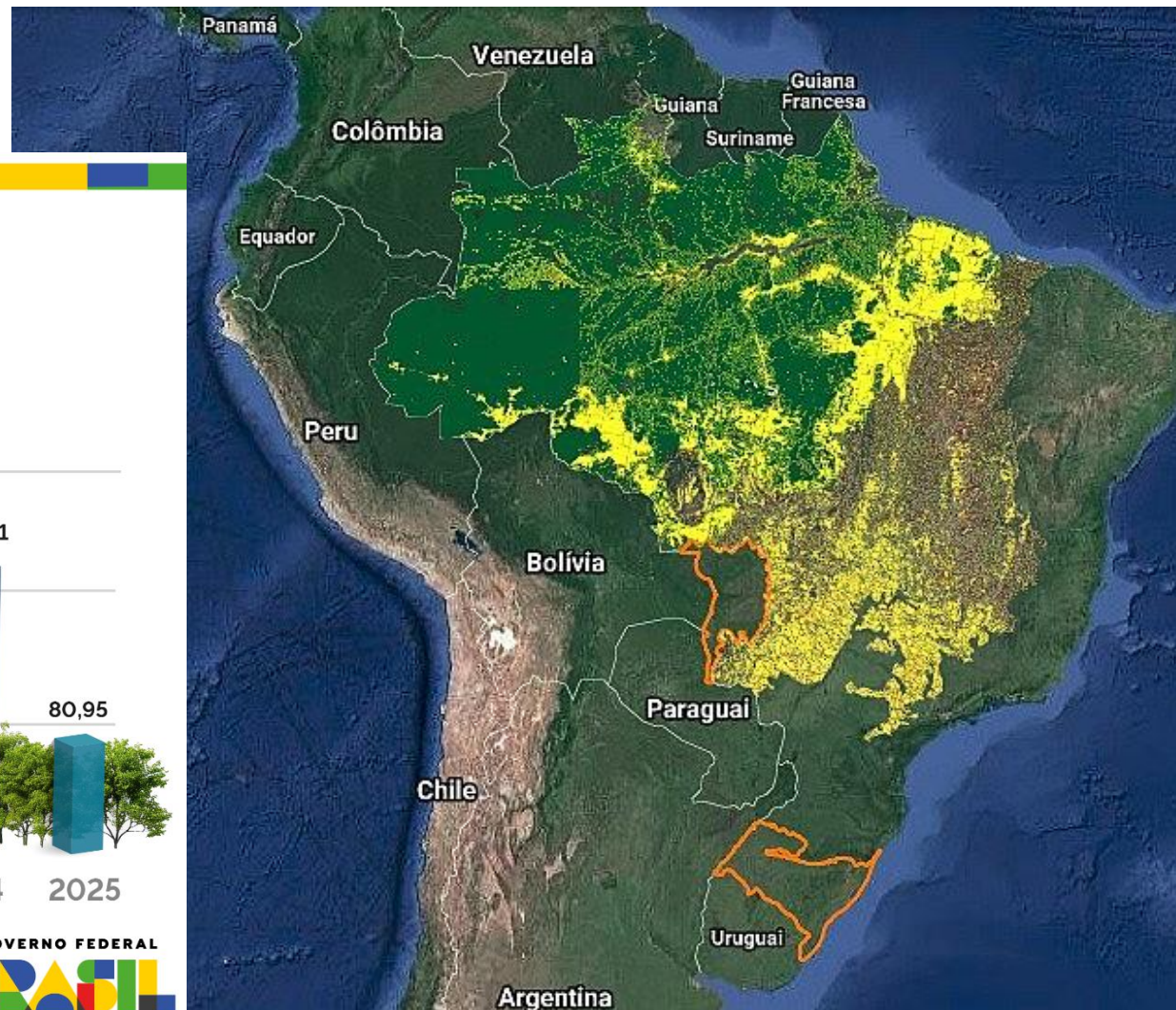


# ◆ O desmatamento da Amazônia aumentou nos últimos anos?



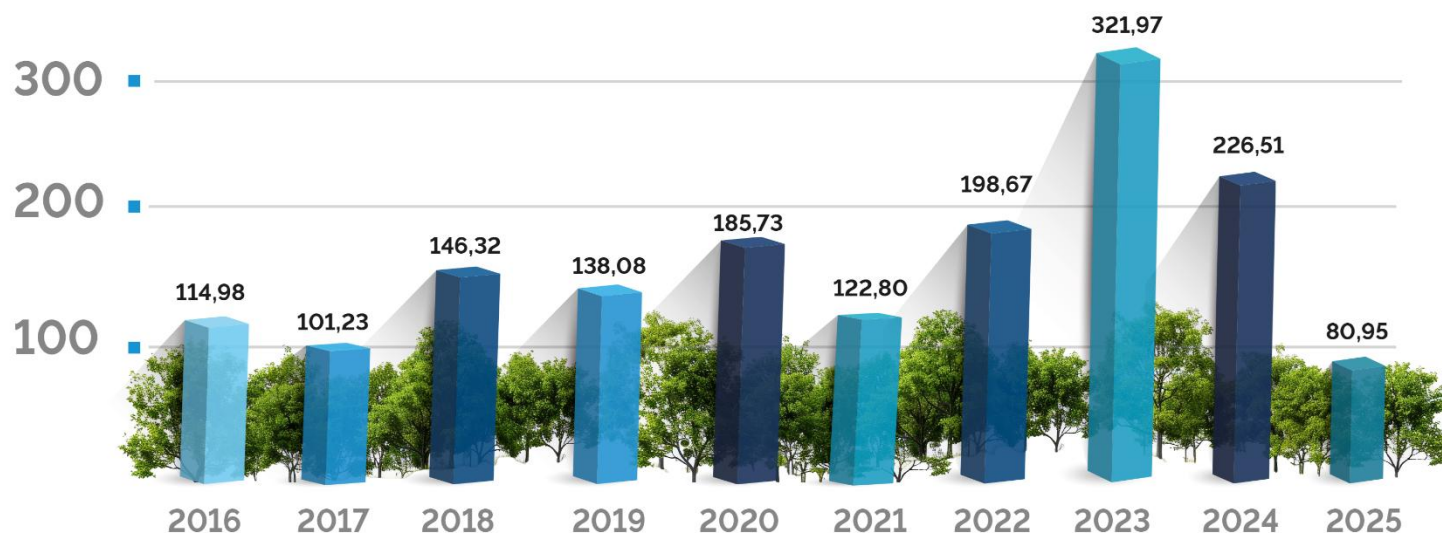
# ♦ O desmatamento da Amazônia aumentou nos últimos anos?

## Como é realizado este monitoramento?



### Alertas de Desmatamento na Amazônia Legal

Dados referentes ao mês de fevereiro de cada ano (em km<sup>2</sup>)



Fonte: Inpe

## Todas essas questões tem aspectos comuns

- ◆ Qual é a intenção de voto dos eleitores na eleição presidencial?
- ◆ Como estabelecer o grau de desenvolvimento de um país?
- ◆ Como verificar a eficácia de uma nova vacina?
- ◆ Como saber se um produto tem qualidade?
- ◆ Como saber se uma nova variedade de arroz é melhor do que as já existentes?
- ◆ Como verificar se uma nova versão de uma página web gera maior taxa de cliques em um botão de compra do que a versão antiga?
- ◆ Como estabelecer o valor do seguro?
- ◆ Como se caracterizam as pessoas que consomem drogas?
- ◆ Existem animais em extinção no Brasil?
- ◆ O desmatamento da Amazônia aumentou em 2020?

## Aspectos comuns

- Impossibilidade de examinar todos os casos
  - Custo
  - Tempo
  - Desconhecimento dos efeitos
  - Inexistência de todos os casos no momento da pesquisa
  - Coleta da informação por processo destrutivo
- Necessidade de uma metodologia que possibilite estudar alguns casos e generalizar as conclusões



Metodologia  
de inferência

# Conceito de estatística

- ◆ Sinônimo de dado numérico
- ◆ Planejamento, coleta, organização, resumo, apresentação e análise de dados
- ◆ Tomada de decisão na presença da incerteza provocada pela aleatoriedade
- ◆ Faz parte do **método científico**

↑  
Estratégia da Ciência para  
estudar problemas científicos

Compreender adequadamente a metodologia estatística implica conhecer o **contexto** da pesquisa.

# Matéria-prima da Estatística



Aluno	Sexo	Idade
1	M	12
2	M	12
3	M	12
4	M	12
5	M	12
6	M	12
7	M	12
8	M	12
9	M	12
10	M	12
11	M	12
12	M	12
13	M	12
14	M	12
15	M	12
16	M	12
17	M	12

Aluno	Número de irmãos	Estatura	Peso
1	2	1,75	51,03
2	2	1,60	46,49
3	1	1,52	38,33
4	0	1,50	45,13
5	2	1,43	34,93
6	4	1,65	58,06
7	1	1,69	50,80
8	2	1,66	44,45
9	3	1,46	37,65
10	3	1,59	38,10
11	1	1,63	40,82
12	0	1,83	68,04
13	5	1,46	38,56
14	4	1,44	38,10
15	1	1,61	46,49
16	2	1,59	51,03
17	3	1,30	22,91

← variação

**Matéria-prima da Estatística** → variabilidade

**Objetivo da Estatística** → fornecer métodos para se conviver de modo racional com a variabilidade

**De que forma?**

Descobrir regularidade na variabilidade dos dados relativos às situações em estudo

⇒ A Estatística desenvolve métodos para descobrir e expor os padrões de comportamento (regularidade) que estão presentes nos dados, mas que não são facilmente identificáveis

## Duas ideias importantes:

- ⇒ Embora os dados sejam variáveis é sempre possível associar a eles a ideia de **regularidade** e expressar essa regularidade matematicamente
- ⇒ Devido à variabilidade inerente aos indivíduos, os pontos de interesse da Estatística são referentes aos **grupos** de indivíduos

Quando estudamos uma determinada característica, geralmente, queremos obter conclusões para o conjunto de todos os indivíduos que apresentam tal característica.

# Conceito

A Estatística é um corpo de conceitos e métodos úteis para coletar e interpretar dados relativos a uma área de pesquisa, e extrair conclusões em situações em que a incerteza e a variação estão presentes.

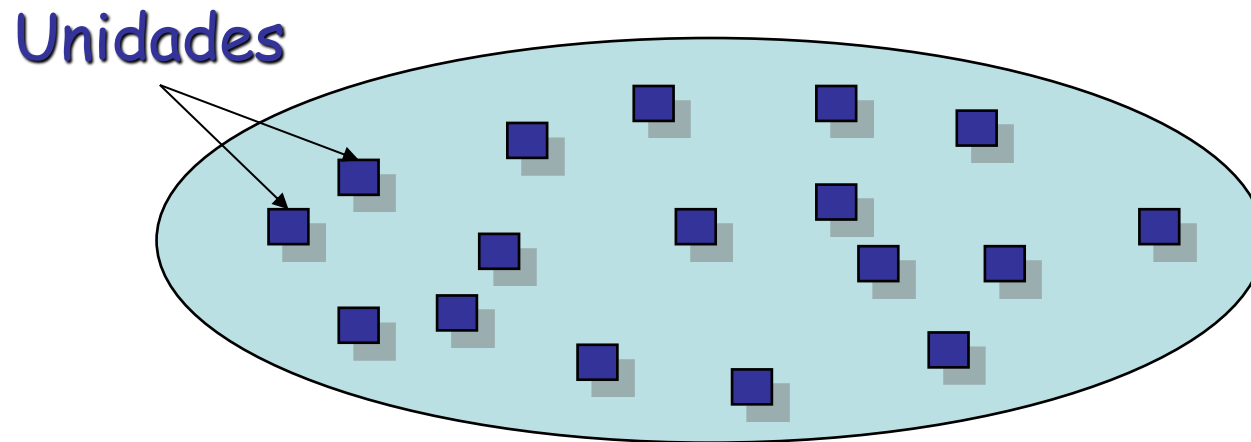
⇒ A Estatística parte de perguntas/desafios do **mundo real**

⇒ O que caracteriza a Estatística é a sua fundamentação nos **dados de observação** e, sendo assim, o **contexto** é essencial para dar significado aos resultados da aplicação dos procedimentos estatísticos.

## Alguns conceitos básicos:

- ◆ **População**
- ◆ **Amostra**
- ◆ **Amostragem**

**População:** é o conjunto de todas as unidades (elementos) que têm pelo menos uma característica em comum. Pode ser **finita** ou **infinita**.



**Exemplo: Pesquisas eleitorais no RS**

Característica → votar no RS

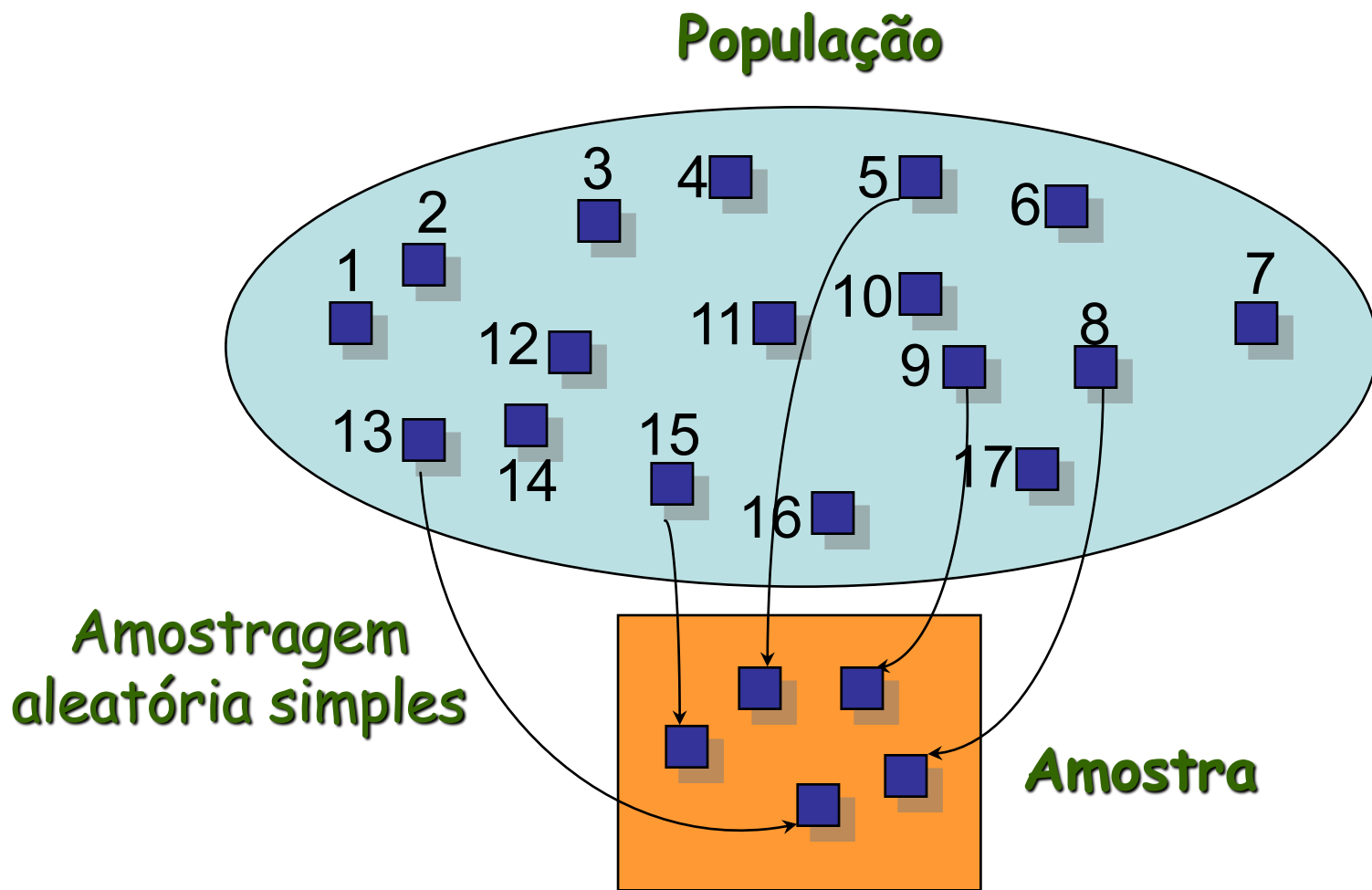
População → conjunto de todos os eleitores que votam no RS

Unidade → o eleitor

**Amostra** é parte de uma população, convenientemente escolhida, que tem a finalidade de representá-la. Deve apresentar as mesmas características da população.

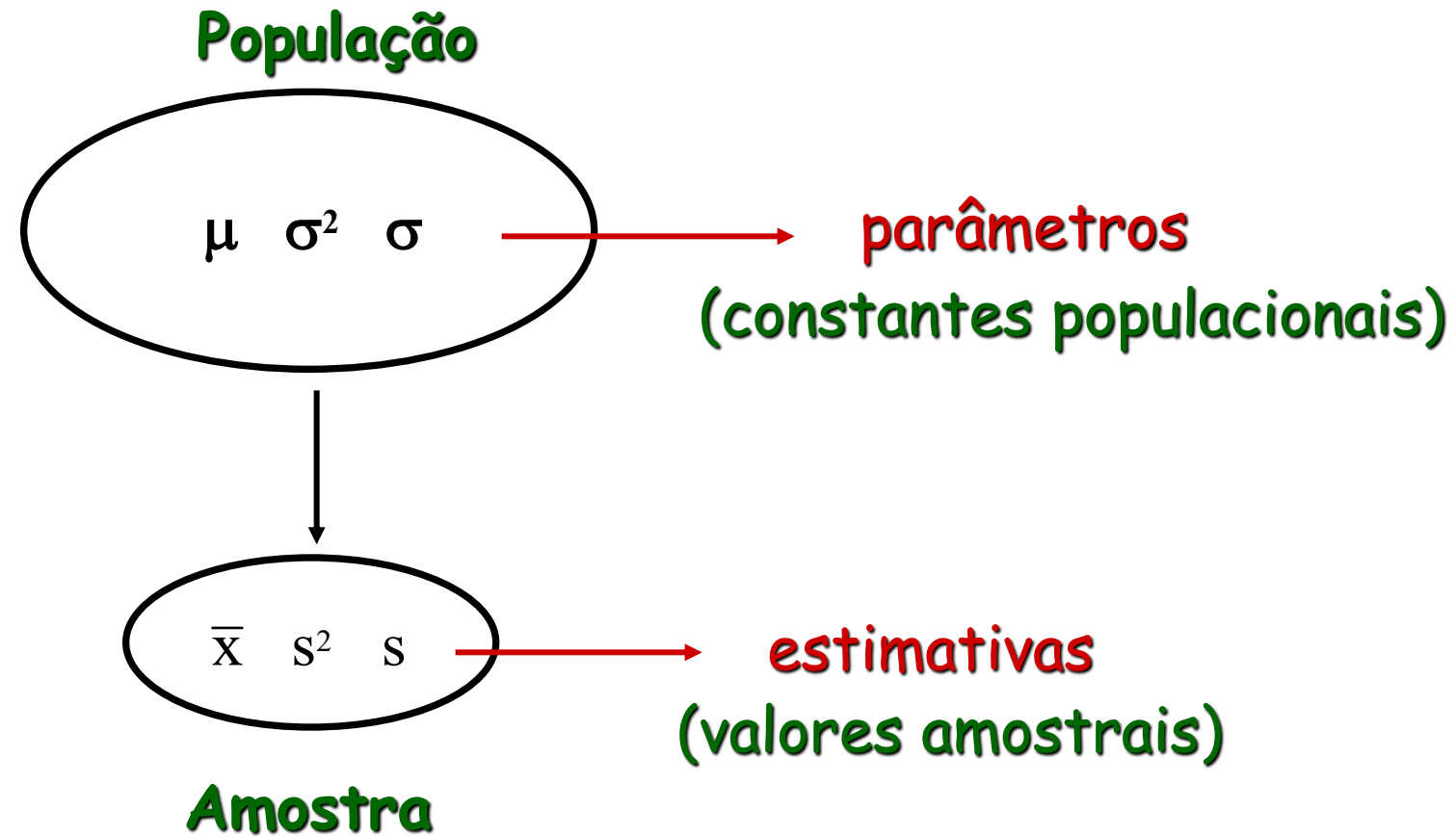
**Amostragem** é a metodologia de obtenção das amostras.

# Obtenção de uma amostra

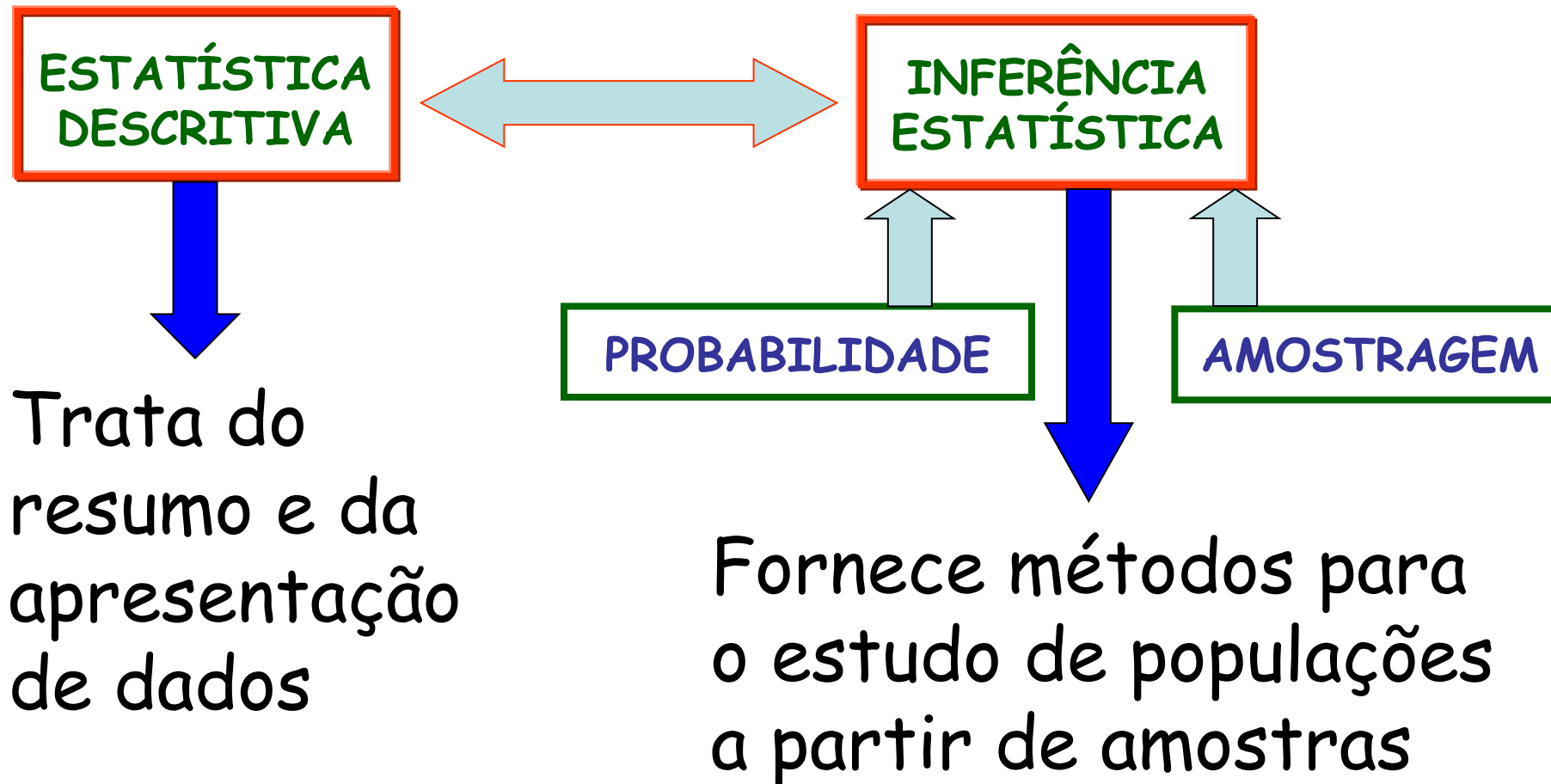


Sorteio das unidades

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 10
- 11
- 12
- 13
- 14
- 15
- 16
- 17



# ESTATÍSTICA - Divisão

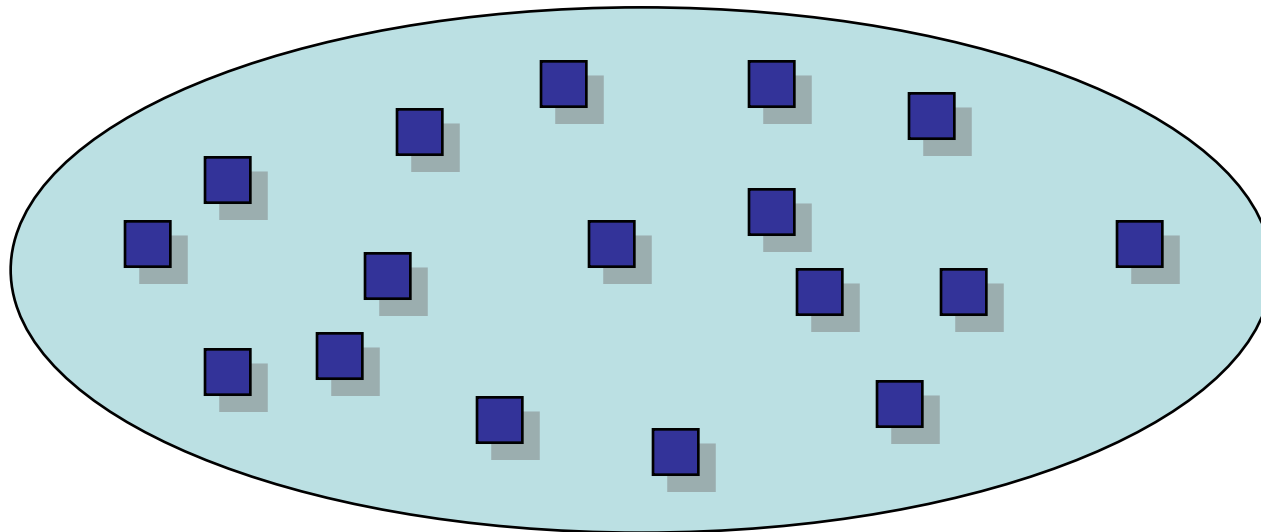


# Estatística Descritiva

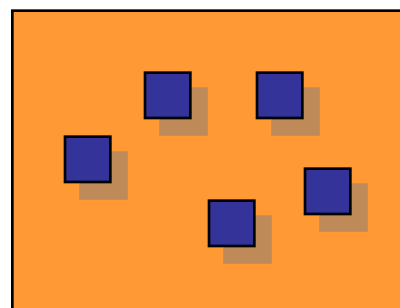
- ⇒ É a parte da estatística que trata:
  - ◆ da apresentação de dados através de tabelas e gráficos;
  - ◆ do resumo ou da descrição de dados através de medidas descritivas (de localização, de variação, de formato e separatrizes).
- ⇒ Em geral, não tem por objetivo tirar conclusões.

Objetivo: descrever ou caracterizar

**População**



**Estatística  
Descritiva**



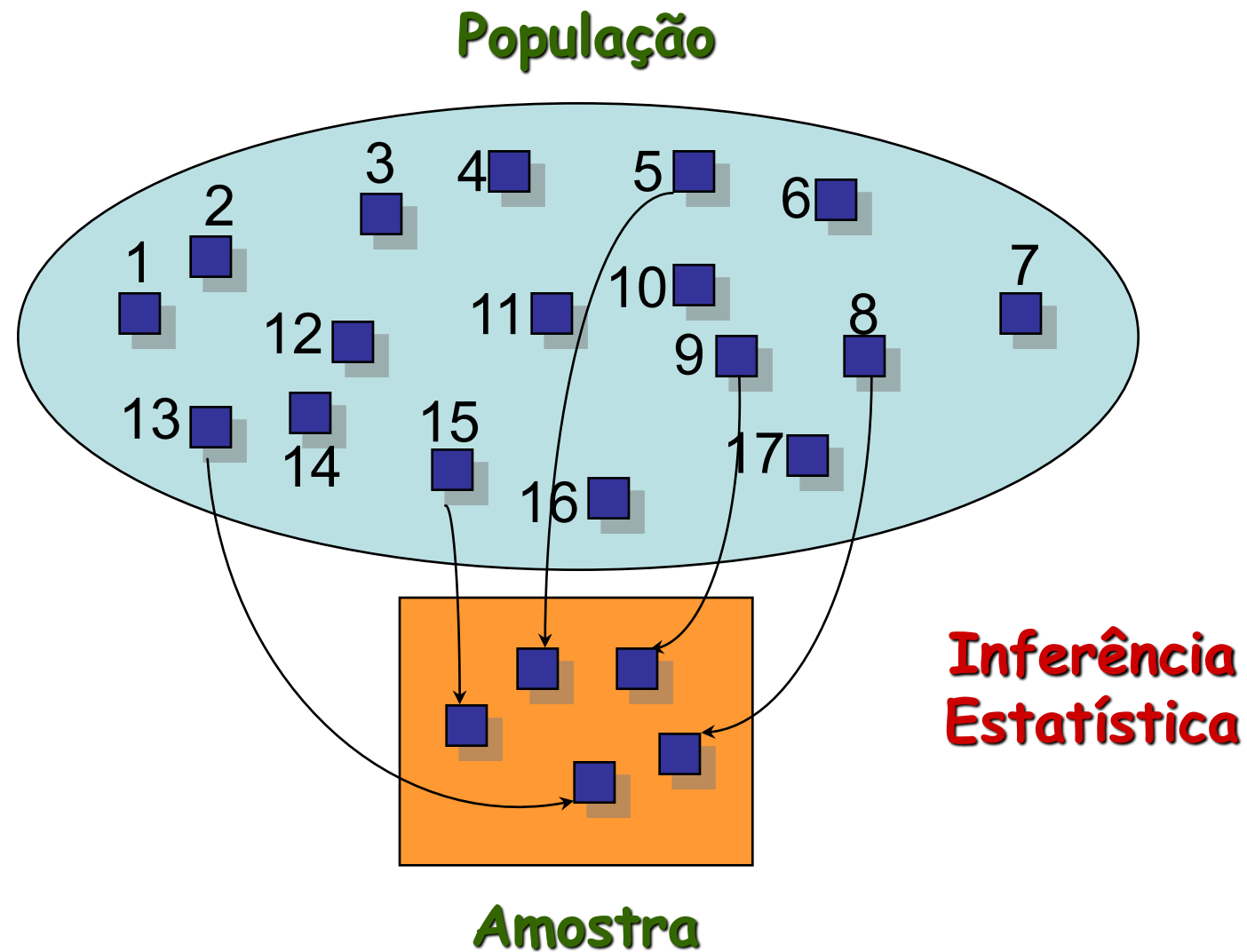
**Estatística  
Descritiva**

**Subconjunto**

# Inferência Estatística ou Estatística Indutiva

- ⇒ Provê métodos que possibilitam a realização de inferências sobre populações a partir de amostras delas retiradas, tendo por base o cálculo das probabilidades.
  
- ⇒ Trabalha basicamente com dois grandes tópicos:
  - ◆ estimação de parâmetros
  - ◆ testes de hipóteses

**Objetivo:** concluir para a população com base em dados da amostra



Conjunto das temperaturas mínimas (em °C) do mês de setembro, no período 1990 a 1995, na cidade de Pelotas:

18,7   19,2   16,2   12,3   17,5   13,9

Se afirmamos que:

→ em metade **desses** anos a temperatura mínima do mês de setembro em Pelotas superou 17°C

→ **nesse** período de seis anos a temperatura mínima média do mês de setembro em Pelotas foi 16,3°C

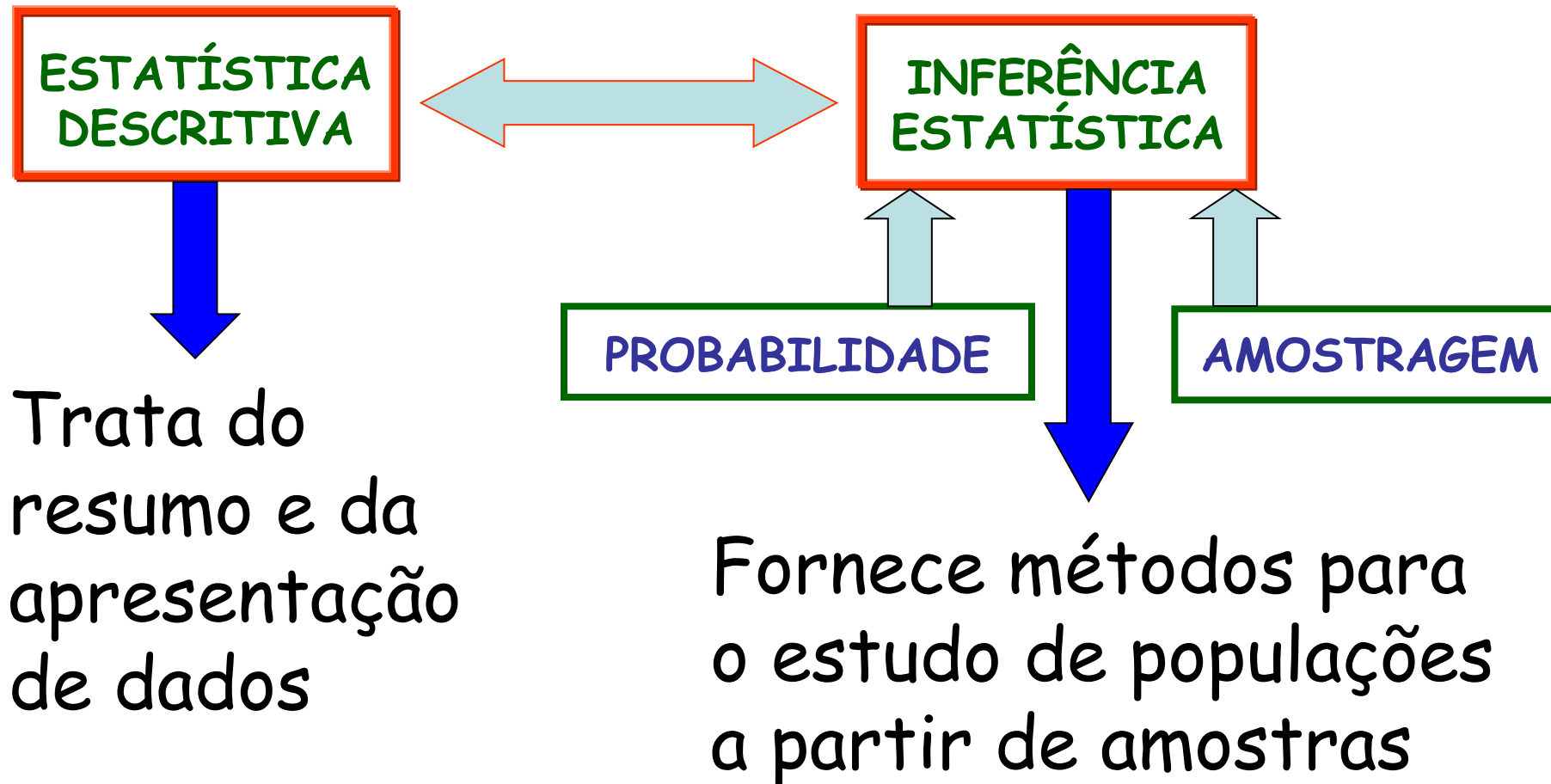
**Estatística  
Descritiva**

Se afirmamos que:

→ **com base nesses** dados, a temperatura mínima média do mês de setembro em Pelotas é de 16,3°C

**Inferência  
Estatística**

# ESTATÍSTICA - Divisão



# Aplicações

- ⇒ em várias áreas da ciência e da tecnologia
- ⇒ em muitas atividades que afetam as nossas vidas
  - decisões econômicas (públicas ou privadas)
  - avaliação de controles de poluição
  - análise de problemas de tráfego
  - cálculos de possibilidade de vitória de um time num jogo
  - nos testes de DNA para confirmação de paternidade de uma criança

# Informações históricas

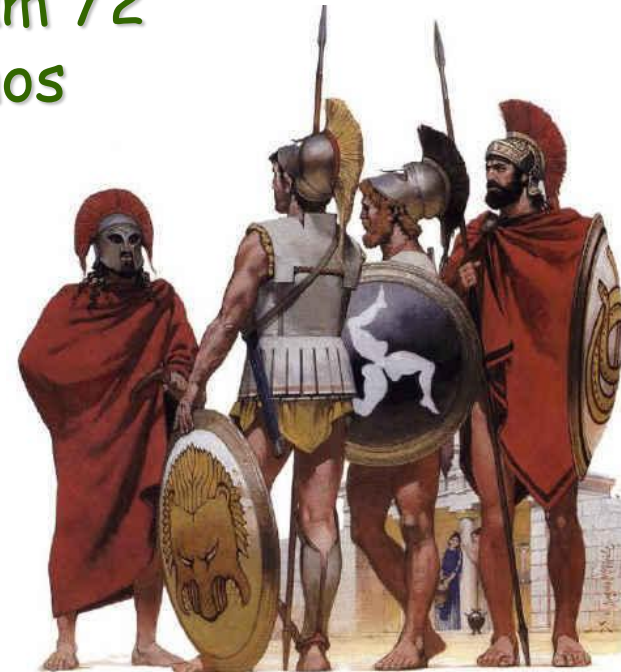
⇒ Existem indícios de que há mais de 2000 anos a.C. já se faziam censos na Babilônia, na China e no Egito.



⇒ Em 2238 a.C., o imperador Yao mandou realizar um censo da população e das lavouras cultivadas...

⇒ Os romanos fizeram 72 censos entre os anos 555 a.C. e 72 d.C.

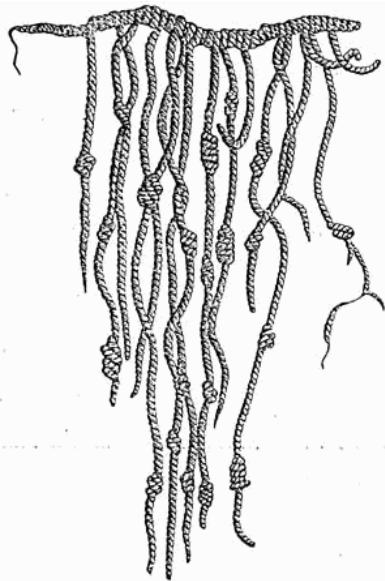
⇒ Objetivo do censo: saber o número de pessoas disponíveis para fazer a guerra e para a cobrança de impostos



⇒ O livro quarto do Velho Testamento, intitulado "Números", começa com a seguinte instrução a Moisés: "Fazer um levantamento dos homens de Israel que estivessem aptos para guerrear".

⇒ Na época do Imperador César Augusto, saiu um edito para que se fizesse o censo em todo o Império Romano

◆ Para responder ao censo José e Maria viajaram de Nazaré, na Galileia, à Belém, na Judeia



⇒ **Continente Americano** → muito antes de Cristóvão Colombo, os **Incas** já mantinham um registro numérico de dados da população em **quipus** (sistema de cordas com nós que representavam números no sistema decimal)

- ⇒ A Estatística teve origem na necessidade do Estado Político conhecer os seus domínios
- ⇒ Sob a palavra Estatística, derivada da palavra "status" (estado, em latim), acumularam-se descrições e dados relativos ao Estado
- ⇒ Em 1085, Guilherme I, o Conquistador, ordenou que se fizesse um levantamento estatístico da Inglaterra, com informações sobre terras, proprietários, empregados e animais
  - \* **Domesday Book** → base também para o cálculo de impostos



**Século XVII** → a aritmética política (demografia) ganhou destaque na Inglaterra a partir das tábuas de mortalidade de **Graunt** e **Petty**. Não se limitaram a simples apresentação de dados e estabeleceram relações entre esses números.



**Jonh Graunt**  
(1620 - 1674)

**Tábuas de mortalidade:**  
exaustivas análises de  
nascimentos e mortes

- ♦ Morte é um fato imprevisível quando considera um indivíduo isolado, porém em um grupo é possível predizê-la com uma certa margem de segurança.



**William Petty**  
(1623 - 1687)

# Século XVIII



**1708** → primeiro curso de Estatística na Universidade de Iena, na Alemanha

**1740** → a palavra "**Statistik**" (Estatística) foi cunhada pelo acadêmico alemão **Gottfried Achenwall**, que estabeleceu as relações da Estatística com outras áreas



**1797** → o verbete "**Statistics**" (Estatística) apareceu na Enciclopédia Britânica

**Século XIX** → avanço no estudo das probabilidades permitiu que a Estatística se estruturasse e ampliasse largamente o seu campo de ação

⇒ Esse avanço se deu a partir dos estudos dos matemáticos e astrônomos **Laplace** e **Gauss** → descreveram a famosa **distribuição normal**.

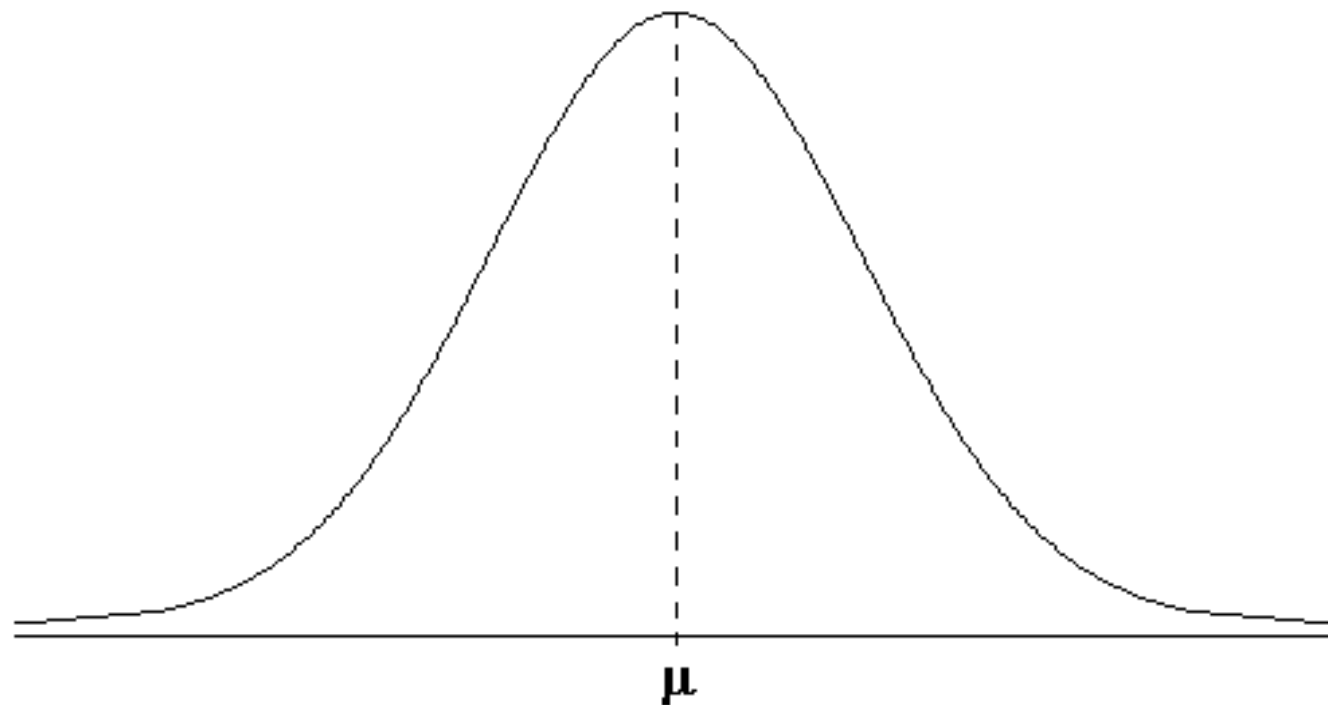


**Pierre-Simon Laplace**  
(1749-1827)

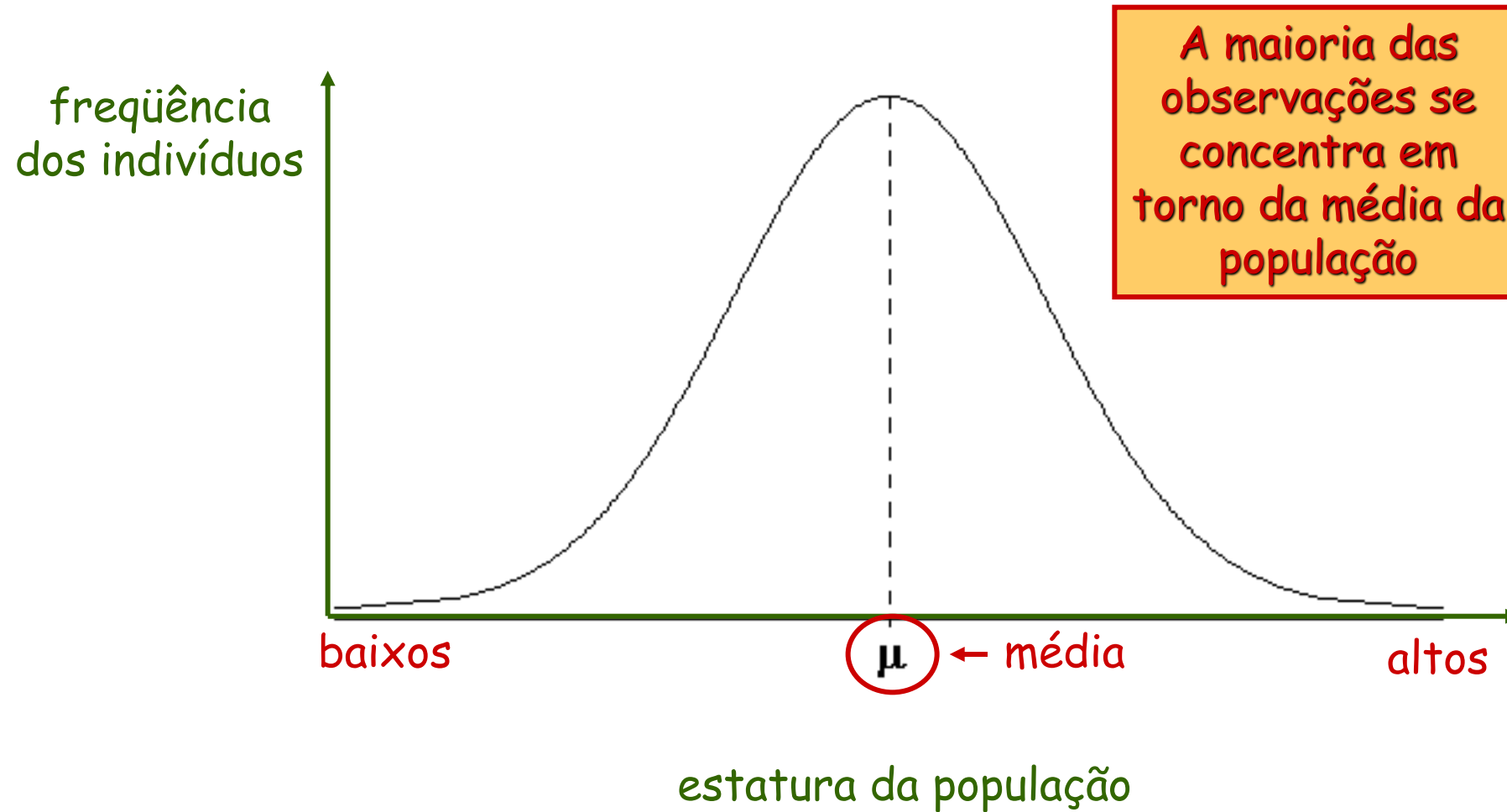


**Carl Gauss**  
(1777-1855)

# Curva normal



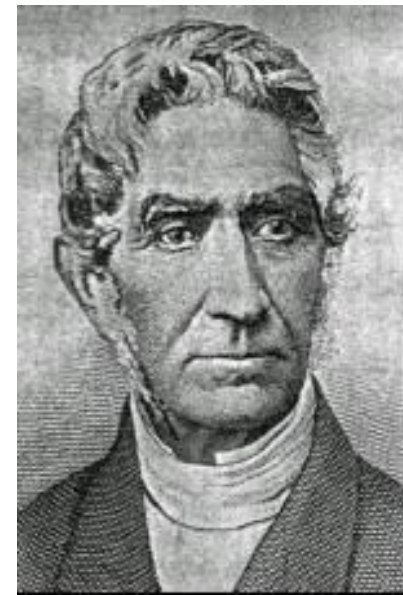
## Curva normal





**Século XIX** → astrônomo belga **Lambert Quételet** fez o casamento entre a **Estatística** e o **Cálculo das probabilidades**

- ♦ estudos na área social → demonstrou que muitos fenômenos vivos tinham um comportamento regular



**Lambert Quételet**  
(1796-1855)

## **Século XX**

- ⇒ Distribuições de probabilidade → criação de técnicas de amostragem e formas de relacionar amostras com populações
- ⇒ Desenvolvimento da **Estatística Experimental**
- ⇒ Marco decisivo → advento da **computação**



**Ronald Fisher**  
(1890 - 1962)

# A estatística na pesquisa científica

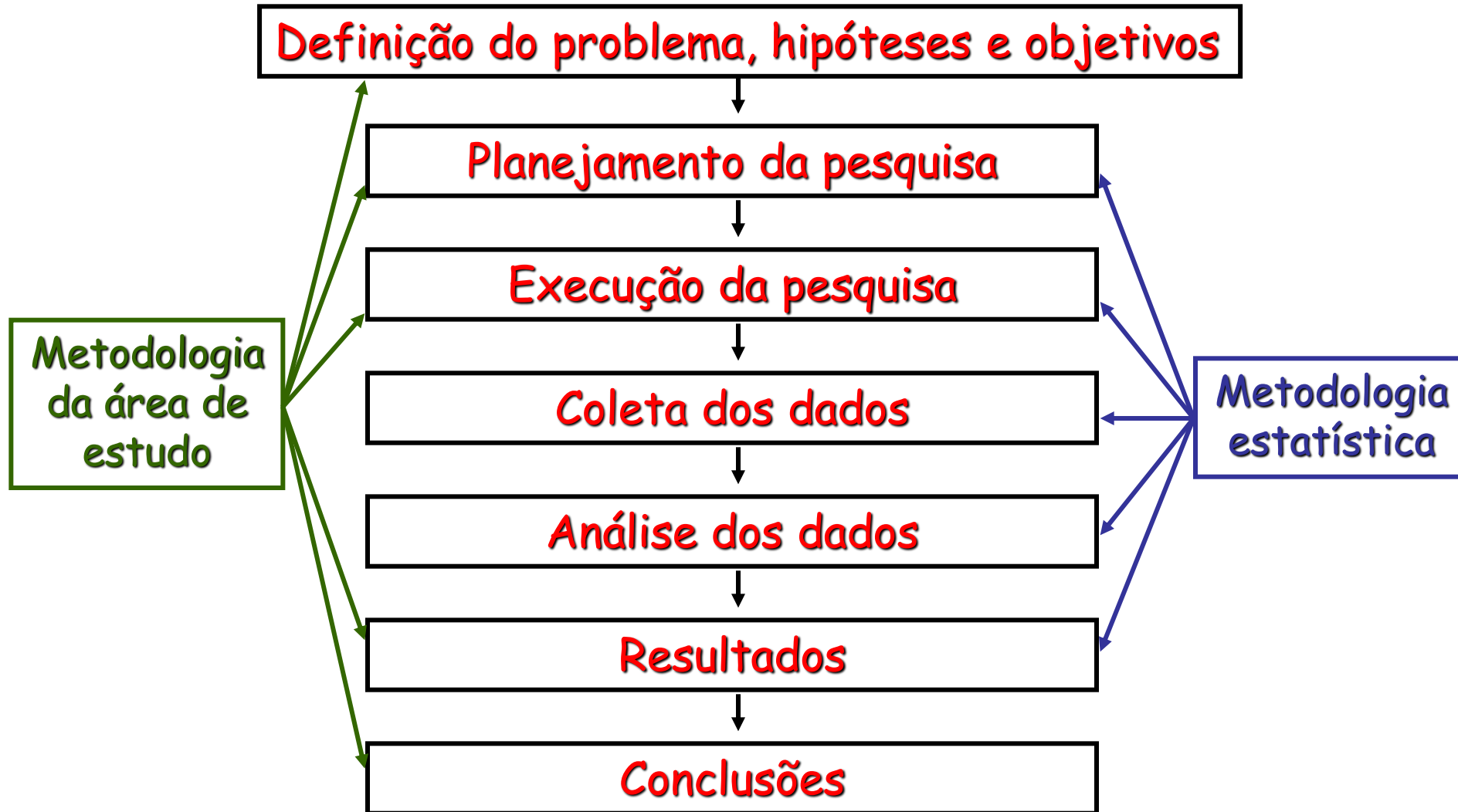
⇒ Nas pesquisas científicas precisamos coletar dados que possam fornecer **informações que respondam nossas indagações**



# A estatística na pesquisa científica

- ⇒ Nas pesquisas científicas precisamos coletar dados que possam fornecer **informações que respondam nossas indagações**
- ⇒ Para que as conclusões da pesquisa sejam válidas e confiáveis, tanto a **coleta** como **análise dos dados** devem ser feitas de forma **criteriosa e objetiva**
- ⇒ A metodologia estatística deve ser **aplicada nas diversas etapas** da pesquisa
- ⇒ A qualidade da informação depende da qualidade dos dados

# Principais etapas de uma pesquisa científica



# Métodos de pesquisa

⇒ Pesquisa em que as características de interesse são inerentes às unidades e se manifestam **sem interferência** do pesquisador.

**Censo**

**Levantamento por amostragem**

**Estudo observacional**

⇒ Pesquisa em que **há intervenção** do pesquisador na amostra.

**Experimento**

# Métodos de pesquisa



⇒ Pesquisa em que as características de interesse são inerentes às unidades e se manifestam **sem interferência** do pesquisador.

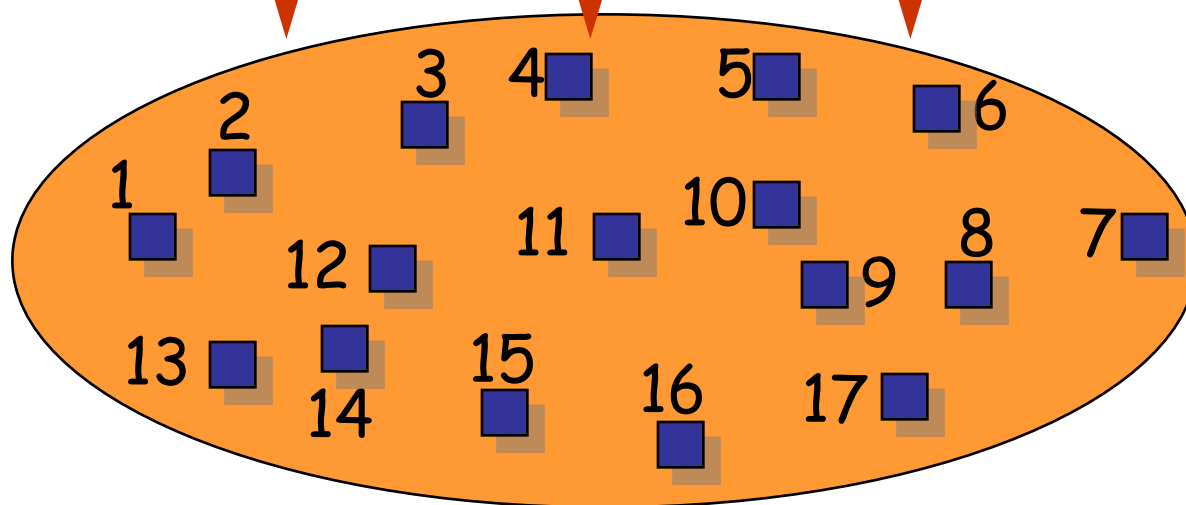
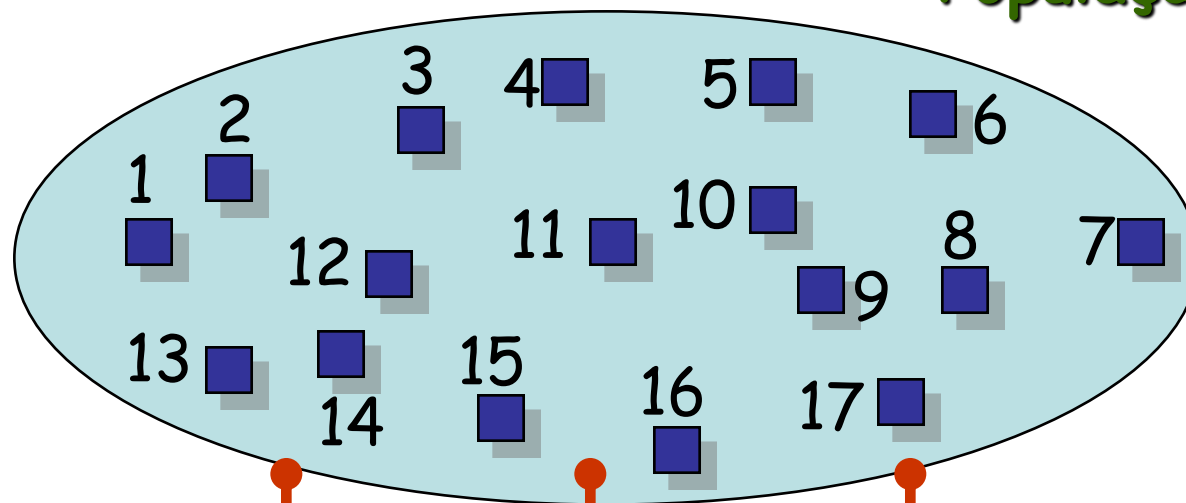
**Censo:** todas as unidades da população são observadas.

**Levantamento por amostragem:** as unidades da amostra podem ser escolhidas por processo aleatório (sorteio) ou não.

**Estudo observacional:** as unidades são incluídas no estudo segundo as circunstâncias. Comum na medicina e nas ciências sociais.

# Censo

População objetivo



População pesquisada

**Censo demográfico** é o procedimento de registro e cálculo sistemático de informações sobre todos os membros de uma determinada população.



**Tabela 1.** Evolução da população brasileira, de 1872 a 2010.

Ano	População
1972	9.930.478
1890	14.333.915
1900	17.438.434
1920	30.635.605
1940	41.165.289
1950	51.941.767
1960	70.070.457
1970	93.139.037
1980	119.002.706
1991	146.865.575
2000	169.799.710
2010	190.755.799
2022	203.080.756

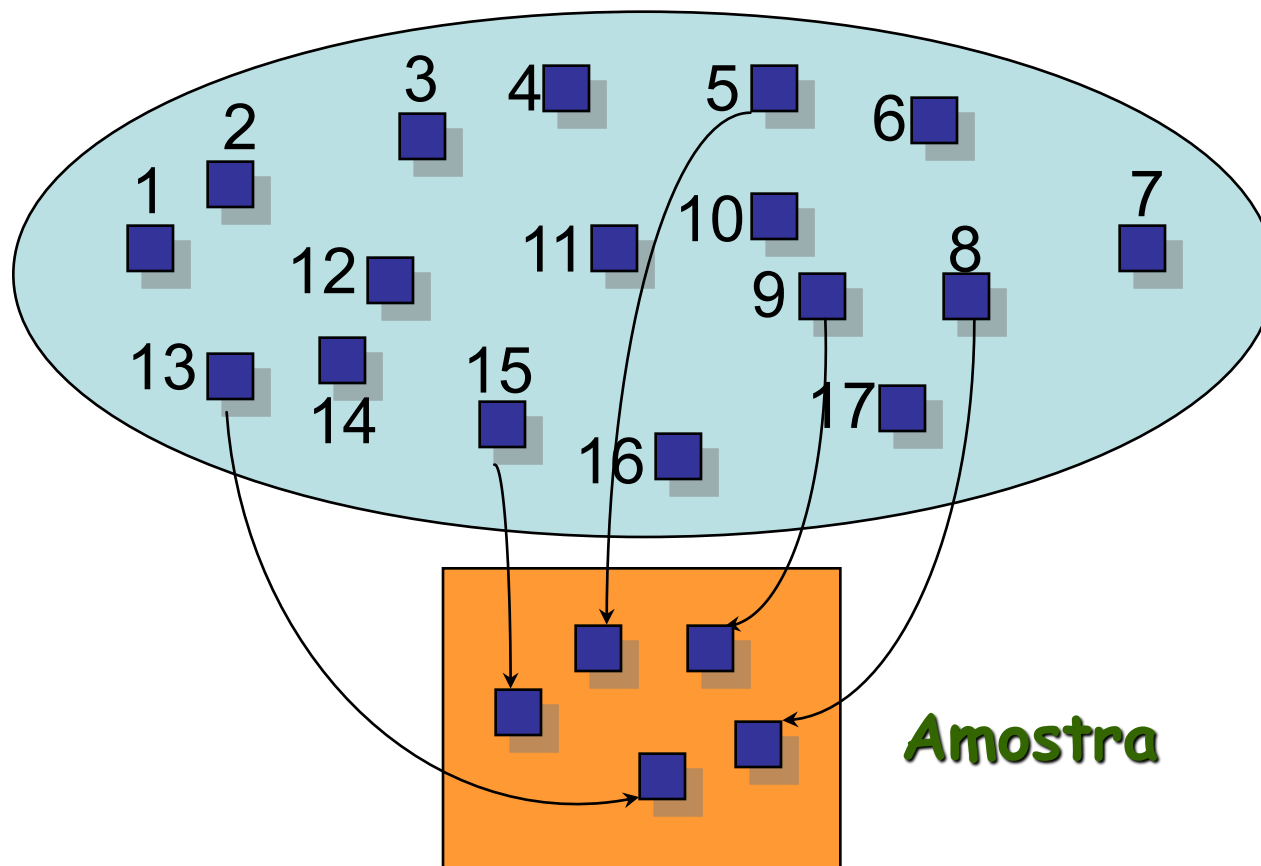
As informações censitárias permitem análises estatísticas que descrevem a população e o território em termos de quantidades, mas também combinações de atributos, por exemplo, educação por idade e sexo em diferentes regiões.

Dados censitários modernos são essenciais para a formulação de **políticas públicas** baseadas em evidências, mas também são usados para pesquisa, marketing e planejamento empresarial, e como uma linha de base para a concepção de pesquisas amostrais, fornecendo uma estrutura de amostragem, como um registro de endereços.

Fonte: IBGE

# Levantamento por amostragem

População objetivo



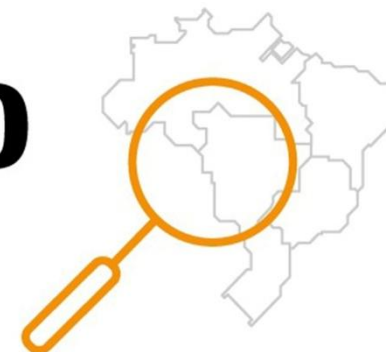
IBGE → Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD)

# Levantamento por amostragem

## Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios

**PNAD**

IBGE



- Entrevista 100.000 domicílios por ano
- Obtém informações **anuais** sobre características demográficas e socioeconômicas da população, como **sexo, idade, educação, trabalho e rendimento**, e **características dos domicílios**.
- Com periodicidade variável, obtém informações sobre migração, fecundidade, nupcialidade, entre outras.
- Fornece o **retrato mais completo do Brasil**.

## Na Medicina

### Estudos observacionais → Epidemiológicos

#### Estudos transversais ou de prevalência

Os dados levantados num determinado ponto no tempo.  
Duração de tempo relativamente curta.

#### Estudos de coorte (longitudinais)

Estudos que se baseiam na identificação de um grupo de indivíduos e no seu acompanhamento por um período de tempo.

# Coorte de nascidos em Pelotas

- Conduzido pelo **Centro de Pesquisas Epidemiológicas** da UFPel, organizado em etapas, o estudo monitora a **saúde**, o **desenvolvimento físico** e **cognitivo** e o **contexto socioeconômico** dos participantes ao longo da vida.

- A pesquisa monitora todas as crianças nascidas vivas em Pelotas, nos anos de:

**Fase 1 - 1982** (5.914 pessoas) - hoje com 43/44 anos

**Fase 2 - 1993** (5.249 pessoas) - hoje com 32/33 anos

**Fase 3 - 2004** (4.231 pessoas) - hoje com 21/22 anos

**Fase 4 - 2015** (mais de 4.200 pessoas) - hoje com 10/11 anos

**Fase 5 - 2026**



- Nas três primeiras fases do estudo, foram realizadas visitas no terceiro e 12º mês de idade. Eram aplicados questionários às mães, além de medidas e avaliações do desenvolvimento das crianças.
- Os participantes continuam sendo acompanhados até o presente, e questões como sexualidade, gravidez na adolescência e hipertensão têm sido exploradas na pesquisa.
- Este estudo é a coorte de nascimentos **com seguimento regular mais longo** em um país em desenvolvimento.

# Métodos de pesquisa

⇒ Pesquisa em que as características de interesse são inerentes às unidades e se manifestam **sem interferência** do pesquisador.

**Censo:** todas as unidades da população são observadas.

**Levantamento por amostragem:** as unidades podem ser escolhidas por processo aleatório (sorteio) ou não.

**Estudo observacional:** as unidades são incluídas no estudo segundo as circunstâncias. Comum na medicina e nas ciências sociais.

⇒ Pesquisa em que **há intervenção** do pesquisador na amostra.

**Experimento:** Os tratamentos são impostos às unidades da amostra com propósito de avaliar seus efeitos comparativamente.

Os métodos de pesquisa mais utilizados na Engenharia são:

### ⇒ Estudo observacional

O engenheiro observa um processo ou sistema → os dados são obtidos à medida em que se tornam disponíveis

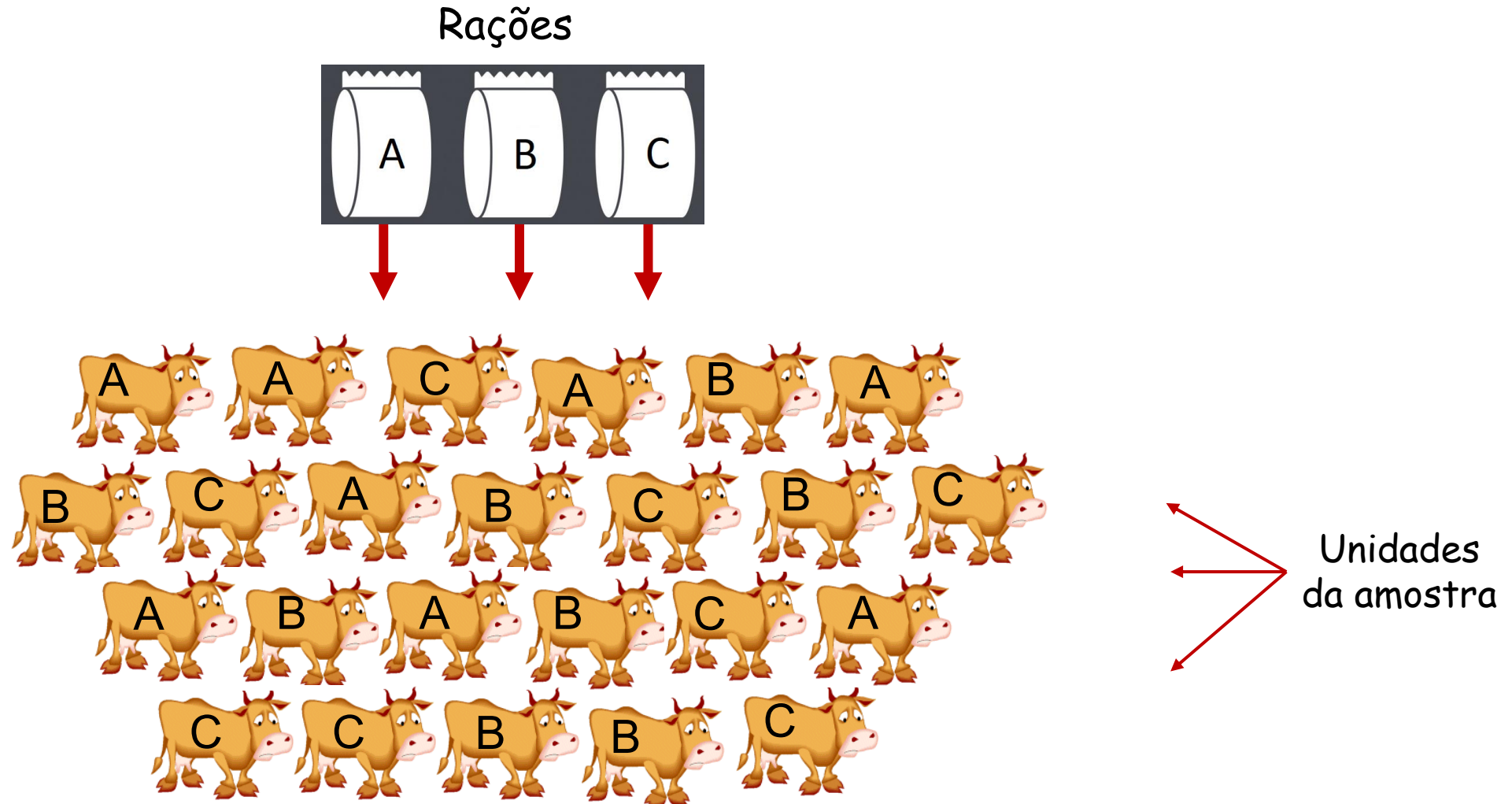
### ⇒ Experimento

O engenheiro faz variações propositais nas variáveis controláveis de um processo ou sistema, observa os dados de saída e faz inferências sobre quais variáveis são responsáveis pelas mudanças observadas

# Experimento

## Exemplo 1. Comparação de Rações para bovinos

As diferentes rações são atribuídas aos animais pelo pesquisador por **processo aleatório**



# Experimento

## Exemplo 2. Comparação de duas linguagens de programação

- Um pesquisador da área de computação está investigando a utilidade de duas diferentes linguagens de programação (A e B) na melhoria das tarefas computacionais.
- Trinta programadores experientes, familiarizados com ambas as linguagens, são divididos aleatoriamente em dois grupos.
- Cada grupo codificará uma função padrão em uma das linguagens e os tempos de codificação da função (em minutos) serão registrados.



# Pesquisa científica na área da Computação



## 1. Inteligência Artificial e Aprendizado de máquina

**Exemplo:** Comparação de algoritmos para detecção de fraudes em transações bancárias.

## 2. Engenharia de Software

**Exemplo:** Impacto do desenvolvimento ágil na qualidade do software.

## 3. Redes de Computadores e Sistemas Distribuídos

**Exemplo:** Avaliação de performance de um novo protocolo de roteamento em redes

## 4. Visão Computacional (Processamento de Imagens)

**Exemplo:** Otimização de algoritmos de detecção de objetos para veículos autônomo

## 5. Interação Humano-Computador (IHC)

**Exemplo:** Avaliação do impacto da cor de fundo de um aplicativo na velocidade de leitura usuários idosos.

## 6. Ciência de Dados / Análise de Comportamento

**Exemplo:** Influência da recomendação de produtos personalizados no tempo de permanência em uma plataforma de vendas online.

## Tipos de Variáveis na Computação

**Independentes (Explanatórias ou Predictoras):** Algoritmos, configurações de hardware, tipos de interfaces, parâmetros de entrada, etc.

**Dependentes (Respostas):** Tempo de resposta, uso de memória, precisão, taxa de erro, satisfação do usuário, tempo de conclusão de uma tarefa, etc.

# Limitações da Estatística

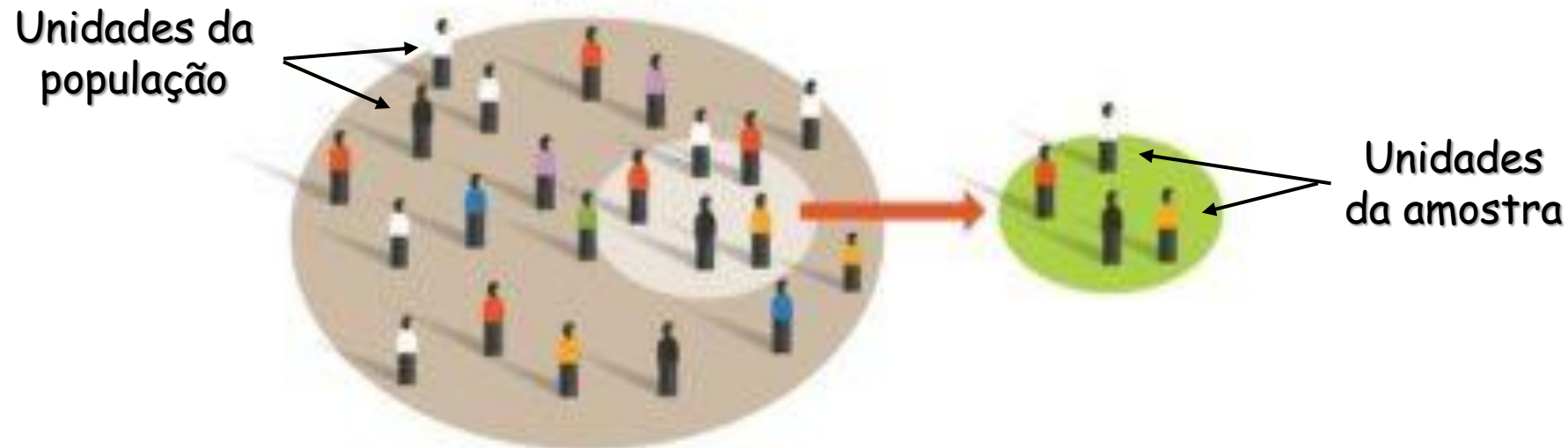
- ⇒ A Estatística não corrige erros grosseiros e técnicas defeituosas. Como toda informação está contida nos dados, se esses dados forem falsos ou viciados, será falsa qualquer conclusão retirada deles
- ⇒ Muitos procedimentos dependem da validade dos modelos escolhidos e de suas pressuposições
- ⇒ Alguns procedimentos possibilitam estabelecer associação entre variáveis, mas não relação de causa e efeito
- ⇒ A estatística não substitui o julgamento crítico do pesquisador

# Conceitos fundamentais

- ◆ Característica e variável
- ◆ Escalas de medida
- ◆ Classificação de variáveis
- ◆ Observação e conjunto de dados

# Características e Variáveis

- ♦ **Característica** é uma propriedade ou atributo das unidades de uma população.
- ♦ Não há interesse nas unidades em si e sim nas suas características.



# Características e Variáveis

- ◆ **Característica** é uma propriedade ou atributo das unidades de uma população.
- ◆ Não há interesse nas unidades em si e sim nas suas características.
- ◆ **Variável** é uma característica para a qual foi definida uma **escala de medida**.
- ◆ Características são analisadas tendo por base os valores das variáveis a elas associados.

Por exemplo, para um grupo de alunos de uma escola pode-se medir as seguintes características: **sexo**, **escolaridade dos pais**, **temperatura corporal** e **peso**.

A definição da forma de mensuração da característica gera uma variável:

- a) **Sexo**, entre as opções {F e M}
- b) **Escolaridade dos pais**, entre as opções {EFI, EFC, EM, ES}
- c) **Temperatura**, em  $^{\circ}\text{C}$
- d) **Peso**, em kg

A variável associa números às alternativas de uma característica e esses números podem ser expresso em quatro **escalas de medida** distintas:

**Nominal:** os números são apenas rótulos ou nomes

**Ordinal:** os números possibilitam apenas ordenação

**De intervalo (intervalar):** algumas operações são possíveis, mas o conjunto de números não possui zero verdadeiro

**De razão (racional):** todas as operações são possíveis e o conjunto de números possui zero verdadeiro

A variável associa números às alternativas de uma característica e esses números podem ser expresso em quatro **escalas de medida** distintas:

**Nominal:** os números são apenas rótulos ou nomes

**Ordinal:** os números possibilitam apenas ordenação

**De intervalo (intervalar):** algumas operações são possíveis, mas o conjunto de números não possui zero verdadeiro

**De razão (racional):** todas as operações são possíveis e o conjunto de números possui zero verdadeiro

A variável associa números às alternativas de uma característica e esses números podem ser expresso em quatro **escalas de medida** distintas:

- a) **Sexo**, entre as opções {1-F e 2-M}
- b) **Escolaridade dos pais**, entre as opções {1-EFI, 2-EFC, 3-EM, 4-ES}
- c) **Temperatura**, em  $^{\circ}\text{C}$
- d) **Peso**, em kg

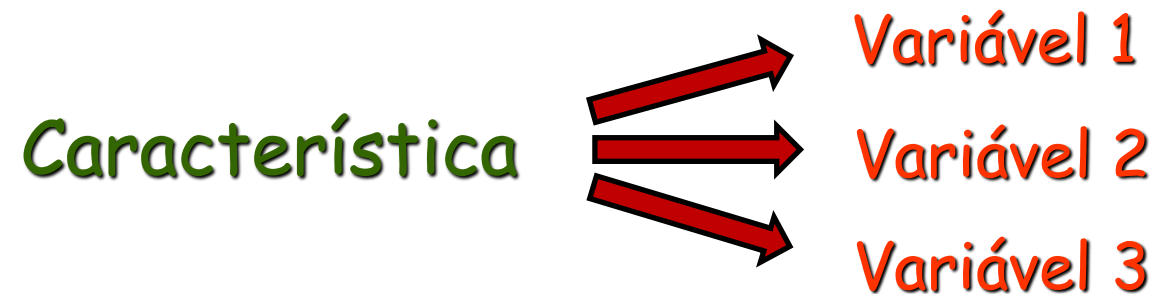
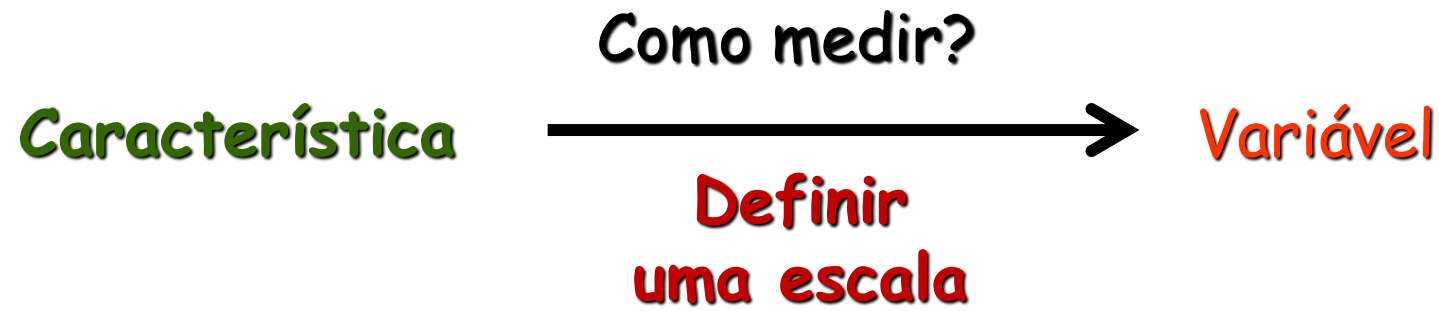
Características são analisadas tendo por base os valores das variáveis a elas associados.

No exemplo:

Aluno	Sexo	Escolaridade da mãe	Temperatura Corporal (°C)	Peso (kg)
1	2	2	36,8	51
2	1	3	36,4	46
3	1	4	35,9	38
4	2	2	36,8	45
5	1	2	35,7	34
6	2	4	37,0	58
7	2	1	36,5	50
8	1	2	37,2	44
9	2	3	36,2	37
10	2	3	37,3	38

# Quantidade de informação das escalas de medida

- a) **Sexo** → pode-se apenas **distinguir** os alunos → **nominal**
- b) **Escolaridade dos pais** → pode-se **distinguir** e **ordenar** os alunos e dizer que os pais de um têm instrução superior aos pais de outro → **ordinal**
- c) **Temperatura corporal** → pode-se **distinguir** e **ordenar** os alunos e dizer que um aluno está com temperatura **superior ao outro em tantos graus** → **intervalar**
- d) **Peso** → pode-se **distinguir** e **ordenar** os alunos, dizer que **o peso de um supera o do outro em tantos quilos** e que **o peso de um aluno é metade do peso do outro aluno** → **de razão**



Uma característica pode ser medida de diferentes formas originando diferentes variáveis.

# Escala nominal

## Exemplos

- Sexo de estudantes (0 - Masculino, 1 - Feminino);
- Partido político de cada candidato (0 - Esquerda, 1 - Direita, 2 - Centro);
- Respostas do tipo sim ou não (0 - Sim, 1 - Não);
- Nomes de cidades (0 - Pelotas, 1 - Rio Grande, 2 - Porto Alegre).

Dados expressos  
em escala nominal



⇒ Não é possível estabelecer qualquer relação de ordem entre eles

⇒ Números não têm nenhum significado para efeito de cálculos. Apenas a contagem por categoria faz sentido.

# Escala ordinal

## Exemplos

- Um editor de livros classifica alguns originais como:  
1- excelente, 2- bom e 3- ruim;
- Classificação de alunos num teste de estatística:  
1- ruim, 2- regular, 3- bom e 4- muito bom;
- Faixa etária: 0- criança, 1- jovem, 2- adulto e 3- idoso.

Dados expressos  
em escala ordinal



⇒ É possível associar a eles valores que representam as ordens  
⇒ Diferenças entre valores não podem ser determinadas, ou não têm sentido

# Escala intervalar

## Exemplos

- contagem do tempo (datas)

A contagem do tempo é feita a partir de uma escala em que o zero é arbitrário. O ocidente, a China, os judeus utilizam calendários diferentes.

- temperatura (graus Celsius, Fahrenheit)

O zero nestas escalas é apenas uma convenção.

Dados expressos  
em escala intervalar



⇒ Inclui a escala ordinal;  
permite determinar as  
diferenças entre os dados  
⇒ Não possui um ponto de  
partida (zero verdadeiro)  
inerente ou natural

# Escala intervalar

## Exemplos

- temperatura (graus Celsius, Fahrenheit)

O dobro da temperatura em °C corresponde ao dobro da temperatura em °F?

$$F = 9/5 C + 32$$

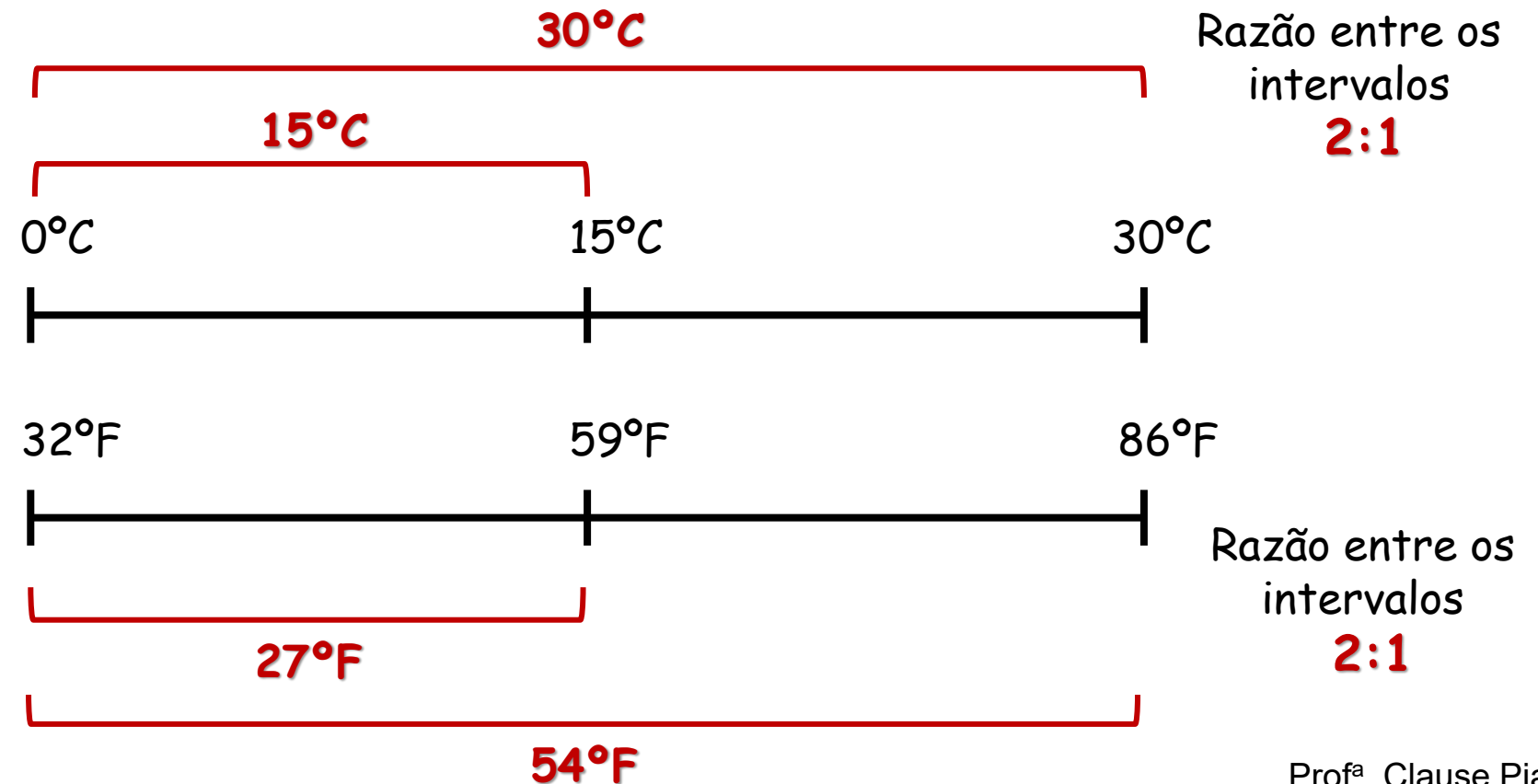
$$F = 9/5 \times 0 + 32 = 32$$

$$F = 9/5 \times 15 + 32 = 59$$

$$F = 9/5 \times 30 + 32 = 86$$

**Dobro °C ≠ Dobro °F**

Pode-se dizer que uma diferença entre dois valores em uma escala é um múltiplo de uma diferença entre dois outros valores.



# Escala de razão

## Exemplos

- Pesos e estaturas
- Distância percorrida em km
- Duração de filmes

Dados expressos  
em escala de razão

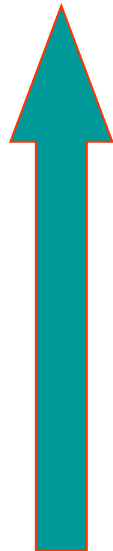


- ⇒ Inclui a escala intervalar, com a propriedade adicional de ter um zero verdadeiro (que significa ausência de quantidade)
- ⇒ Tanto as diferenças como as razões têm significado

# Escalas de medida

Operações  
realizadas

Metodologia  
Estatística

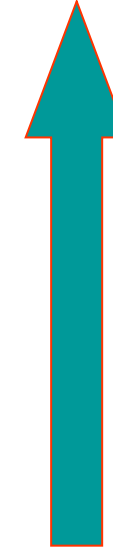


4º nível: escala de razão

3º nível: escala intervalar

2º nível: escala ordinal

1º nível: escala nominal



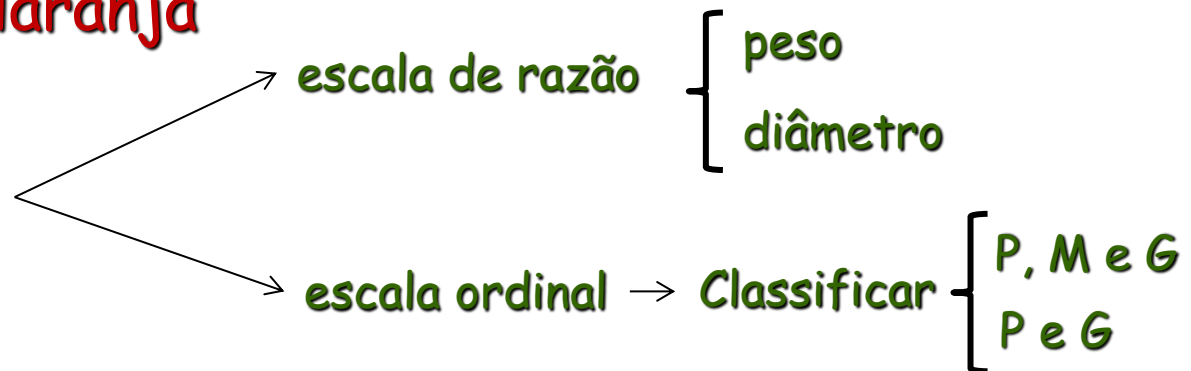
A complexidade e a informação  
aumentam com o nível

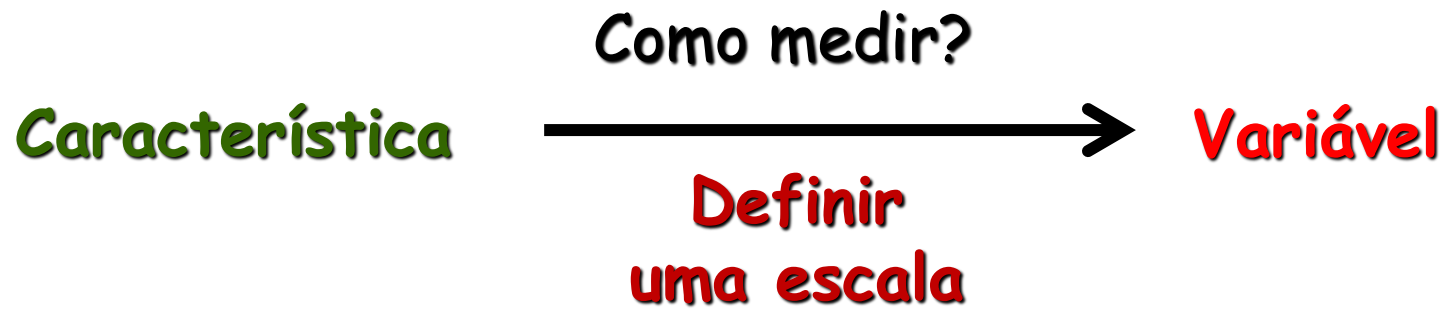
# Indústria de sucos



Característica: tamanho da laranja

Definir a escala de medida





## Classificação de variáveis



## Variáveis categóricas (fatores)

- seus valores representam categorias ou classes
- possuem um conjunto limitado de valores que se repetem para todas as observações
- cada valor da variável é denominado nível

**Variáveis categóricas qualitativas** → descrevem qualidades

**Nominais** → não há um sentido de ordem entre seus níveis

Exemplos: sexo (masculino e feminino)

raça de cavalos (manga-larga, crioulo e árabe)

região geográfica (norte, sul e sudeste)

estado civil (solteiro, casado e divorciado)

estado do tempo (bom, chuvoso, nublado)

**Ordinais** → há um sentido de ordem entre seus níveis

Exemplos: faixas de idade (criança, adolescente, adulto, idoso)

intensidade de cor (claro, médio, escuro)

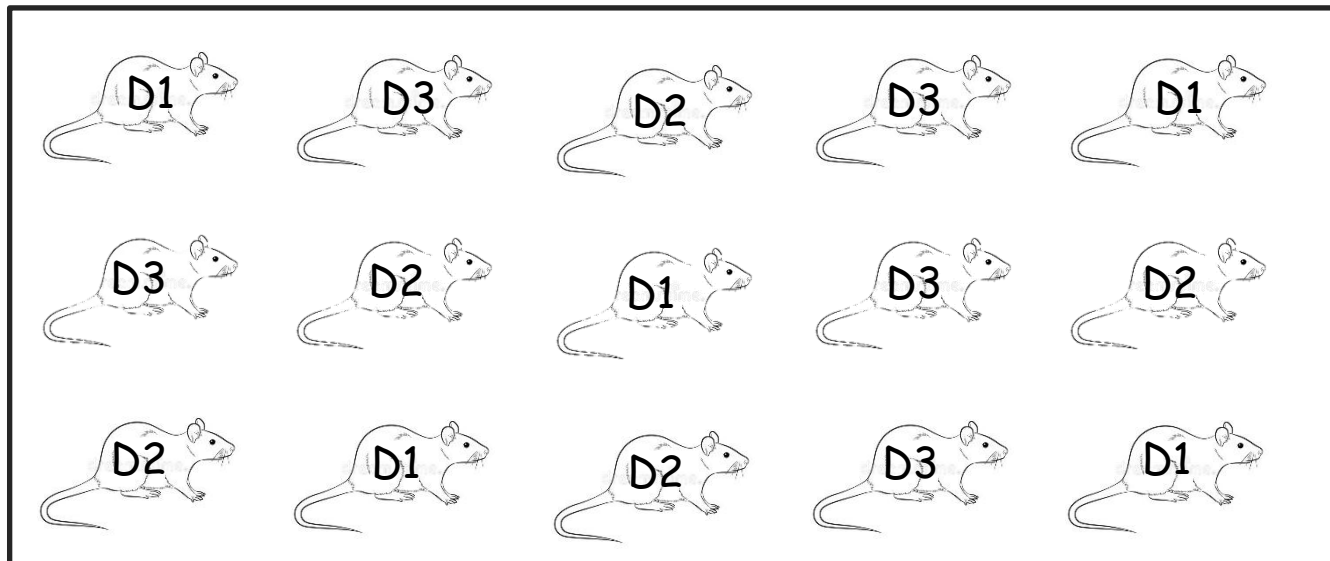
nível de instrução (primário, secundário, universitário)

nível de armazenamento de um reservatório (muito alto, alto, médio, baixo e muito baixo).

**Variáveis categóricas quantitativas** → descrevem quantidades (a cada nível está associado um valor numérico)

Exemplo: Um experimento pretende comparar doses de um tranquilizante usado contra insônia

Variável: Dose de tranquilizante



Dose 1 - 0,5 mg

Dose 2 - 1,5 mg

Dose 3 - 2,5 mg

↑  
categoria  
ou nível

↑  
valor  
numérico

**Variáveis numéricas** → seus valores são números reais

### Discretas

→ descrevem dados discretos ou de enumeração  
(obtidos por **processo de contagem**)

→ assumem valores inteiros não negativos (0, 1, 2, 3, ...)

Exemplos: número de falhas em um sistema

número de pacientes que se recuperam

número de filhos de um casal

### Contínuas

→ descrevem dados contínuos ou de mensuração  
(obtidos por **processo de medição**)

→ podem assumir qualquer valor dos reais (-10, 0,  $\pi$ )

Exemplos: peso, altura, tempo, teor de umidade, temperatura

# continuidade na reta dos reais

↑  
medição → contínua

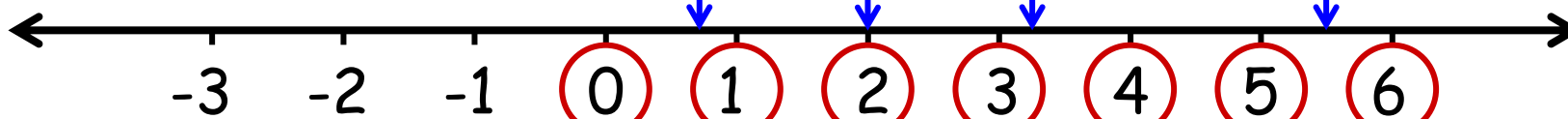
quantidade de chuva no mês (mm)

0,787

2

3,25

5,420001

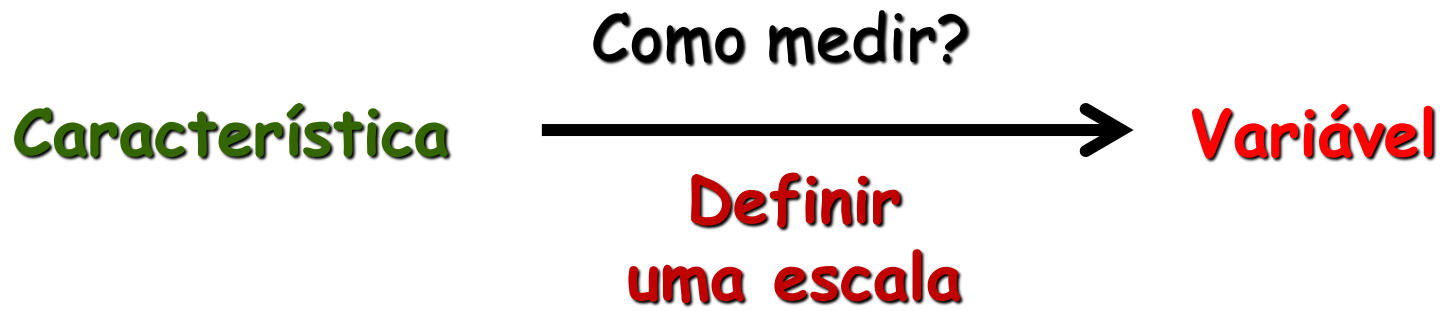


número de dias chuvosos do mês

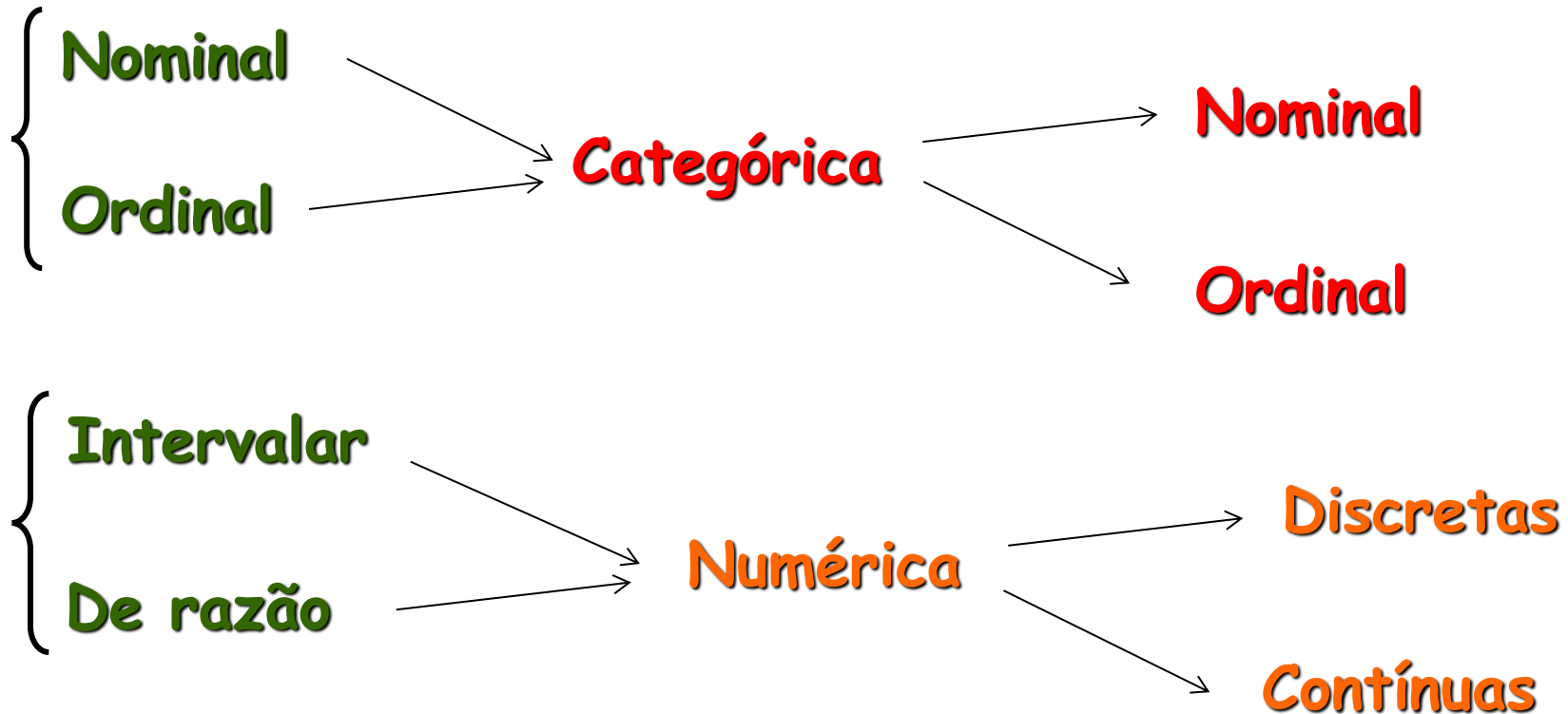
↓  
contagem → discreta

## Por que classificar as variáveis?

É de fundamental importância saber classificar corretamente uma variável porque esta discriminação é que irá indicar a possibilidade e a forma de utilização dos procedimentos estatísticos disponíveis.



**Escala**



## Exercício proposto:

Classifique as variáveis e identifique suas escalas de medida.

- número anual de dias consecutivos sem precipitação num local
- vazão de uma bacia hidrográfica ( $m^3.s^{-1}$ )
- total diário de evaporação de um reservatório (mm)
- estado do tempo, entre as opções {bom, chuvoso e nublado}
- temperaturas da água ( $^{\circ}C$ )
- nível de armazenamento de um reservatório, entre as opções {excessivamente alto, alto, médio, baixo e excessivamente baixo}
- concentração de oxigênio dissolvido em um lago ( $mg.L^{-1}$ )
- velocidade de um carro ( $km. s^{-1}$ )
- Postos hierárquicos em um exército
- número de peças com defeito em um lote
- valor de venda diária de uma empresa (em R\$)

## Exercício proposto:

Classifique as variáveis e identifique suas escalas de medida.

- Número de vendas diárias de uma empresa
- Vazão de uma bacia hidrográfica ( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ )
- Consumo de gasolina de um carro ( $\text{km} \cdot \text{L}^{-1}$ )
- Consumo de gasolina de um carro (baixo, médio, alto)
- Grau de escolaridade
- Número de dias sem chuva em um dado local
- Temperatura de uma mistura (em  $^{\circ}\text{C}$ )
- Modelo de um carro
- Velocidade de um carro ( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ )
- Postos hierárquicos em um exército
- Número de peças com defeito em um lote
- Valor de venda diária de uma empresa (em R\$)

**Unidade de observação** → unidade onde são medidas as variáveis de interesse

Exemplos: aluno, planta, animal, computador

**Observação** → conjunto dos valores de todas as variáveis medidas em uma unidade de observação

Exemplo: peso, estatura e número de irmãos de um estudante

**Conjunto de dados** → conjunto de todas as observações

Um conjunto de dados com: 17 unidades ou observações, 1 variável identificadora, 1 variável categórica, 1 variável numérica discreta e 3 variáveis numéricas contínuas



<b>i</b>	<b>Nome</b>	<b>Sexo</b>	<b>Número de irmãos</b>	<b>Idade</b>	<b>Estatutura</b>	<b>Peso</b>
1	Alfredo	M	2	14	1,75	51,03
2	Carol	F	2	14	1,60	46,49
3	Jane	F	1	12	1,52	38,33
4	João	M	0	12	1,50	45,13
5	Luísa	F	2	12	1,43	34,93
6	Roberto	M	4	12	1,65	58,06
7	William	M	1	15	1,69	50,80
8	Bárbara	F	2	13	1,66	44,45
9	Juca	M	3	12	1,46	37,65
10	Joca	M	3	13	1,59	38,10
11	Judite	F	1	14	1,63	40,82
12	Felipe	M	0	16	1,83	68,04
13	Tomas	M	5	11	1,46	38,56
14	Alice	F	4	13	1,44	38,10
15	Henrique	M	1	14	1,61	46,49
16	Janete	F	2	15	1,59	51,03
17	Joice	F	3	11	1,30	22,91

# Representação de variáveis

Variáveis → letras maiúsculas ( $X, Y, Z$ )

Valores da variável (dados) → letras minúsculas ( $x, y, z$ )

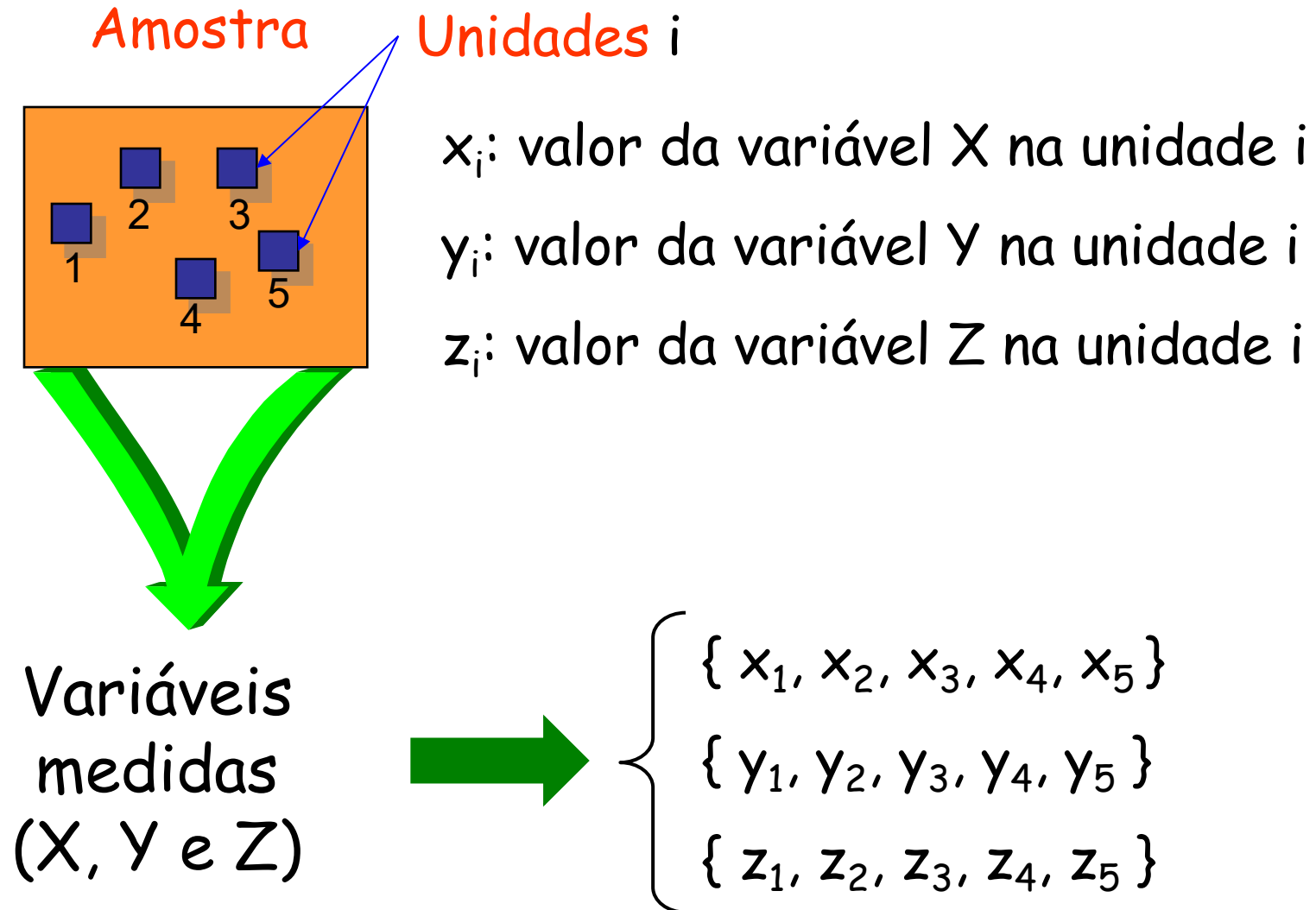
Exemplo: Se uma variável é representada por  **$X$**  ( **$x$ is maiúsculo**), todos os seus valores serão representados por  **$x$**  ( **$x$ is minúsculo**)

Diferenciação dos valores da variável → acrescenta-se um índice  $i$  ao  $x$

$x_i$  → conjunto de valores

Se  $i = 1, 2, \dots, n$ , então,  $x_i = x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

# Valores de variáveis nas amostras



Um conjunto de dados com: 17 unidades ou observações, 1 variável identificadora,  
1 variável categórica, 1 variável numérica discreta e 3 variáveis numéricas contínuas



i	Nome	Sexo	Número de irmãos	Idade	Estatura	Peso
1	Alfredo	M	2	14	1,75	51,03
2	Carol	F	2	14	1,60	46,49
3	Jane	F	1	12	1,52	38,33
4	João	M	0	12	1,50	45,13
5	Luísa	F	2	12	1,43	34,93
6	Roberto	M	4	12	1,65	58,06
7	William	M	1	15	1,69	50,80
8	Bárbara	F	2	13	1,66	44,45
9	Juca	M	3	12	1,46	37,65
10	Joca	M	3	13	1,59	38,10
11	Judite	F	1	14	1,63	40,82
12	Felipe	M	0	16	1,83	68,04
13	Tomas	M	5	11	1,46	38,56
14	Alice	F	4	13	1,44	38,10
15	Henrique	M	1	14	1,61	46,49
16	Janete	F	2	15	1,59	51,03
17	Joice	F	3	11	1,30	22,91

Representação simbólica de variáveis e valores

$A = \text{Sexo}$

$$a_1 = M$$

$$a_2 = F$$

$X = \text{Número de irmãos}$

$$x_3 = 1$$

$$x_{12} = 0$$

$Y = \text{Idade}$

$$y_2 = 14$$

$$y_{14} = 13$$

$Z = \text{Estatura}$

$$z_5 = 1,43$$

$$z_9 = 1,46$$

$W = \text{Peso}$

$$w_4 = 45,13$$

$$w_{13} = 38,56$$

# Notação somatório

$i$	$x_i$	$y_i$
1	1	2
2	0	1
3	2	-2
4	-1	1
5	4	0

$$x_{(1)} = -1$$

$$x_{(2)} = 0$$

...

$$x_{(5)} = 4$$

$$y_{(1)} = -2$$

$$y_{(2)} = 0$$

...

$$y_{(5)} = 2$$

$i$  é o número da observação, tal que  $i = 1, 2, \dots, n$

$n$  é o número total de observações

$x_i$  é o valor da variável  $X$  para a observação  $i$ , tal que  $x_1 = 1, x_2 = 0, \dots, x_5 = 4$

$y_i$  é o valor da variável  $Y$  para a observação  $i$ , tal que  $y_1 = 2, y_2 = 1, \dots, y_5 = 0$

$x_{(i)}$  é o valor da variável  $X$  para a observação  $i$ , tal que  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$

$x_{(1)}$  é o menor valor da variável  $X$

$x_{(n)}$  é o maior valor da variável  $X$

# Somatório ( $\Sigma$ )

⇒ indica a soma seqüencial de um conjunto de valores

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = \sum_{i=1}^5 x_i$$

limite superior da soma

somatório

$$\sum_{i=1}^n x_i$$

Valores que estão sendo somados

número das observações

limite inferior da soma

A notação  $\sum_{i=1}^n$  inclui todos os valores do intervalo e pode ser simplificada por  $\Sigma$

$$\sum_{i=1}^n = \Sigma$$

Outra forma de notação da soma:

$$\sum_{i=1}^n x_i = \Sigma x_i = X_+$$

$$\sum_{i=1}^n y_i = \Sigma y_i = Y_+$$

## Algumas quantidades de interesse:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = \sum_{i=1}^5 x_i^2 \quad \leftarrow \text{Soma de quadrados}$$

$$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)^2 = \left( \sum_{i=1}^5 x_i \right)^2 \quad \leftarrow \text{Quadrado da soma}$$

$$x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4 + x_5 y_5 = \sum_{i=1}^5 x_i y_i \quad \leftarrow \text{Soma de produtos}$$

$$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \cdot (y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5) = \sum_{i=1}^5 x_i \sum_{i=1}^5 y_i \quad \leftarrow \text{Produto das somas}$$

1. Desenvolva os seguintes somatórios:

$$\sum_{j=6}^{10} f_j^2 = f_6^2 + f_7^2 + f_8^2 + f_9^2 + f_{10}^2$$

$$\sum_{j=3}^6 (x_j + c) =$$

$$\sum_{i=1}^4 (x_i + 2)^2 f_i =$$

2. Represente, usando a notação  $\Sigma$ , as seguintes expressões:

$$5x_1^2 + 5x_2^2 + \dots + 5x_{10}^2 = \sum_{i=1}^{10} 5x_i^2$$

$$x_1 + y_1 + x_2 + y_2 + \dots + x_j + y_j + \dots + x_6 + y_6 =$$

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + k =$$

$$x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_u y_u + \dots + x_n y_n =$$

## Propriedades da soma

**1ª propriedade:** A soma é distributiva, ou seja, se cada termo da soma é multiplicado por uma constante  $c$ , os termos podem ser somados e a soma multiplicada pela constante.

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n c x_i &= c x_1 + c x_2 + \dots + c x_n \\ &= c (x_1 + x_2 + \dots + x_n) \\ &= c \sum_{i=1}^n x_i\end{aligned}$$

$$\boxed{\sum_{i=1}^n c x_i = c \sum_{i=1}^n x_i}$$

**2ª propriedade:** A soma de uma constante **c** sobre n termos é igual a n vezes esta constante.

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^4 c &= c + c + c + c \\ &= (1c + 1c + 1c + 1c) \\ &= c(1 + 1 + 1 + 1) \\ &= 4c\end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n c = nc$$

**3ª propriedade:** A soma é associativa, ou seja, o somatório da soma (ou diferença) é igual a soma (ou diferença) de somatórios.

$$\sum_{i=1}^n (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i$$

$$(x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) + \dots + (x_n + y_n) = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) + (y_1 + y_2 + \dots + y_n)$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - y_i) = \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n y_i$$

**As propriedades devem ser usadas no sentido de simplificar as operações. Sempre que houver uma operação que precede a soma, devemos desenvolvê-la antes de aplicar as propriedades.**

Exemplo:

$$\begin{aligned} \underbrace{\sum (x_i - c)^2}_{\text{binômio}} &= \sum (x_i^2 - 2x_i c + c^2) \quad \leftarrow \text{3ª propriedade} \\ &= \sum x_i^2 - \sum 2x_i c + \sum c^2 \quad \leftarrow \text{1ª propriedade} \\ &= \sum x_i^2 - 2c \sum x_i + nc^2 \quad \leftarrow \text{2ª propriedade} \\ &= \sum x_i^2 - 2c \sum x_i + nc^2 \end{aligned}$$

Simplifique os seguintes somatórios, utilizando as propriedades da soma.

$$\text{a) } \sum_{i=1}^5 2x_i =$$

$$\text{b) } \sum_{j=3}^6 (x_j + c) =$$

$$\text{c) } \sum_{i=1}^4 (x_i + 2)^2 f_i =$$

$$\text{d) } \sum_{i=3}^5 \frac{1}{4} x_i y_i =$$

$$\text{e) } \sum_{i=2}^4 (x_i + 3y_i)^2 + \sum_{i=2}^4 y_i =$$

A partir do conjunto de dados, calcule os seguintes somatórios:

$i$	$x_i$	$y_i$
1	1	2
2	0	1
3	2	-2
4	-1	1
5	4	0

$$a) \sum_{i=3}^5 x_i^2 =$$

$$b) \left( \sum_{i=3}^5 x_i \right)^2 =$$

$$c) \sum_{i=1}^3 x_i y_i =$$

$$d) \sum_{i=1}^3 x_i \sum_{i=1}^3 y_i =$$



# Respostas dos Exercícios

## Respostas do Exercício proposto:

Classifique as variáveis e identifique suas escalas de medida.

- Número de vendas diárias de uma empresa → Numérica discreta, escala de razão
- Vazão de uma bacia hidrográfica ( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ) → Numérica contínua, escala de razão
- Consumo de gasolina de um carro ( $\text{km} \cdot \text{L}^{-1}$ ) → Numérica contínua, escala de razão
- Consumo de gasolina de um carro (baixo, médio, alto) → Categ. qualit. ordinal, escala ordinal
- Grau de escolaridade → Categ. qualit. ordinal, escala ordinal
- Número de dias sem chuva em um dado local → Numérica discreta, escala de razão
- Temperatura de uma mistura (em  $^{\circ}\text{C}$ ) → Numérica contínua, escala intervalar
- Modelo de um carro → Categ. qualit. nominal, escala nominal
- Velocidade de um carro ( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ ) → Numérica contínua, escala de razão
- Postos hierárquicos em um exército → Categ. qualit. ordinal, escala ordinal
- Número de peças com defeito em um lote → Numérica discreta, escala de razão
- Valor de venda diária de uma empresa (em R\$) → Numérica contínua, escala de razão

## Exercício proposto:

Classifique as variáveis e identifique suas escalas de medida.

- número anual de dias consecutivos sem precipitação num local → Numérica discreta, escala de razão
- vazão de uma bacia hidrográfica ( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ) → Numérica contínua, escala de razão
- total diário de evaporação de um reservatório (mm) → Numérica contínua, escala de razão
- estado do tempo, entre as opções {bom, chuvoso e nublado} → Categ. qualit. nominal, escala nominal
- temperaturas da água ( $^{\circ}\text{C}$ ) → Numérica contínua, escala intervalar
- nível de armazenamento de um reservatório, entre as opções {excessivamente alto, alto, médio, baixo e excessivamente baixo} → Categ. qualit. ordinal, escala ordinal
- concentração de oxigênio dissolvido em um lago ( $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$ ) → Numérica contínua, escala de razão
- velocidade de um carro ( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ ) → Numérica contínua, escala de razão
- postos hierárquicos em um exército → Categ. qualit. ordinal, escala ordinal
- número de peças com defeito em um lote → Numérica discreta, escala de razão
- valor de venda diária de uma empresa (em R\$) → Numérica contínua, escala de razão

1. Desenvolva os seguintes somatórios:

$$\sum_{j=6}^{10} f_j^2 = f_6^2 + f_7^2 + f_8^2 + f_9^2 + f_{10}^2$$

$$\sum_{j=3}^6 (x_j + c) = (x_3 + c) + (x_4 + c) + (x_5 + c) + (x_6 + c)$$

$$\sum_{i=1}^4 (x_i + 2)^2 f_i = (x_1 + 2)^2 f_1 + (x_2 + 2)^2 f_2 + (x_3 + 2)^2 f_3 + (x_4 + 2)^2 f_4$$

2. Represente, usando a notação  $\Sigma$ , as seguintes expressões:

$$5x_1^2 + 5x_2^2 + \dots + 5x_{10}^2 = \sum_{i=1}^{10} 5x_i^2$$

$$x_1 + y_1 + x_2 + y_2 + \dots + x_j + y_j + \dots + x_6 + y_6 = \sum_{j=1}^6 (x_j + y_j)$$

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + k = \left( \sum_{i=1}^4 w_i \right) + k$$

$$x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_u y_u + \dots + x_n y_n = \sum_{u=1}^n x_u y_u$$

Simplifique os seguintes somatórios, utilizando as propriedades da soma.

$$\text{a) } \sum_{i=1}^5 2x_i = 2 \sum_{i=1}^5 x_i$$

$$\text{b) } \sum_{j=3}^6 (x_j + c) = \sum_{j=3}^6 x_j + 4c$$

$$\text{c) } \sum_{i=1}^4 (x_i + 2)^2 f_i = \sum_{i=1}^4 x_i^2 f_i + 4 \sum_{i=1}^4 x_i f_i + 4 \sum_{i=1}^4 f_i$$

$$\text{d) } \sum_{i=3}^5 \frac{1}{4} x_i y_i = \frac{1}{4} \sum_{i=3}^5 x_i y_i$$

$$\text{e) } \sum_{i=2}^4 (x_i + 3y_i)^2 + \sum_{i=2}^4 y_i = \sum_{i=2}^4 x_i^2 + 6 \sum_{i=2}^4 x_i y_i + 9 \sum_{i=2}^4 y_i^2 + \sum_{i=2}^4 y_i$$

A partir do conjunto de dados, calcule os seguintes somatórios:

$i$	$x_i$	$y_i$
1	1	2
2	0	1
3	2	-2
4	-1	1
5	4	0

$$a) \sum_{i=3}^5 x_i^2 = 21$$

$$b) \left( \sum_{i=3}^5 x_i \right)^2 = 25$$

$$c) \sum_{i=1}^3 x_i y_i = -2$$

$$d) \sum_{i=1}^3 x_i \sum_{i=1}^3 y_i = 3$$

# Bibliografia

**FERREIRA, D.F. Estatística básica. Lavras: Editora UFLA, 2005.**

**MONTGOMERY, D.C.; RUNGER, G.C.; HUBELE, N.F. Estatística Aplicada à Engenharia. 2 ed. Rio de Janeiro: Editora LTC. 2004. 335p.**

**SILVEIRA JUNIOR, P.; MACHADO, A.A.; ZONTA, E.P.; SILVA, J.B. da. Curso de Estatística v.1. Pelotas: Universidade Federal de Pelotas, 1992, 135p.**

**MORETIN, P.A.; SINGER, J.M. Estatística e Ciência de Dados. 1 ed. Rio de Janeiro: Editora LTC. 2023. 453p.**

**Sistema Galileu de Educação Estatística. Disponível em:  
<http://www.galileu.esalq.usp.br/topico.html>**