Lista 6 – Tópico 4.2 e 4.3

1. Sendo $\theta = \mu$, temos

$$\hat{\theta} = \bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1021+\cdots+1003}{16} = 1014{,}75$$

$$S^2 = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{(1021-1014{,}75)^2+\cdots+(1003-1014{,}75)^2}{15} = 36{,}6$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{36{,}6} = 6{,}05$$

$$S(\hat{\theta}) = S(\bar{X}) = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{6{,}05}{\sqrt{16}} = 1{,}513$$

$$\nu = n - 1 = 16 - 1 = 15$$

$\alpha = 0{,}05$
$t_{\alpha/2(15)} = 2{,}136$

$IC(\theta; 1-\alpha): \hat{\theta} \pm t_{\alpha/2}\, S(\hat{\theta})$

$IC(\mu; 0{,}95)$:1014,75 $\pm$ 2,132 x 1,513

$IC(\mu; 0{,}95)$:1014,75 $\pm$ 3,23

LI = 1014,75 – 3,23 = 1011,52

LS = 1014,75 + 3,23 = 1017,98

$IC(\mu; 0{,}95)$: [1011,52, 1017,98]

Conclui-se que os limites de confiança, ao nível de 95%, para o volume médio dos pacotes de leite são 1011,52 e 1017,98.

$\alpha = 0{,}01$
$t_{\alpha/2(15)} = 2{,}947$

$IC(\theta; 1-\alpha): \hat{\theta} \pm t_{\alpha/2}\, S(\hat{\theta})$

$IC(\mu; 0{,}99)$:1014,75 $\pm$ 2,947 x 1,513

$IC(\mu; 0{,}99)$:1014,75 $\pm$ 4,46

LI = 1014,75 – 4,46 = 1010,29

LS = 1014,75 + 4,46 = 1010,21

$IC(\mu; 0{,}99)$: [1010,29, 1019,21]

Conclui-se que os limites de confiança, ao nível de 99%, para o volume médio dos pacotes de leite são 1010,29 e 1019,21.

2.

Máquina 1	**Máquina 2**
$\bar{x}_1 =$ 1014,75	$\bar{x}_2 =$ 1017,81
S_1^2 = = 36,6	S_2^2 = 34,16
n_1 =16	n_2 = 16

Como as amostras são de tamanhos iguais, podemos combinar as variâncias amostrais utilizando a média aritmética simples: $S^2 = \frac{36{,}6 + 34{,}16}{2} = 35{,}38$

$\alpha = 0{,}05$

$\nu = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = (16 - 1) + (16 - 1) = 30$

$t_{\alpha/2(30)} = 2{,}042$

$IC(\mu1 - \mu2; 0{,}95)$: $1017{,}81 - 1014{,}75 \pm 2{,}042 \sqrt{\left(\frac{1}{16} + \frac{1}{16}\right) 35{,}38}$

$IC(\mu1 - \mu2; 0{,}95)$: $3{,}06 \pm 2{,}042 \times 2{,}103$

$IC(\mu1 - \mu2; 0{,}95)$: $3{,}06 \pm 4{,}29$

LI = 3,06 – 4,29 = -1,23

LS = 3,06 +4,29 = 7,35

$IC(\mu1 - \mu2; 0{,}95)$: = [-1,23, 7,35]

Os limites de confiança, ao nível de 95%, para a verdadeira diferença entre volumes médios de pacotes de leite provenientes das máquinas 1 e 2 são -1,23 e 7,35. Como o valor zero está compreendido no intervalo, conclui-se que as médias não diferem significativamente entre si, logo pode-se afirmar que as máquinas fornecem o mesmo volume médio de leite.

3. Para utilizar a estatística T no estudo de uma variável X em duas populações distintas, três pressuposições devem ser atendidas:

1. A variável em estudo tem distribuição normal. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
2. As variâncias das populações são iguais ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$).
3. As amostras retiradas das populações são independentes.

4. Erros de conclusão existem porque as estimativas são obtidas a partir de amostras que, eventualmente, podem não representar satisfatoriamente o todo (população). Como a hipótese sob verificação é H_0, dois tipos de erro estão associados à decisão a respeito dela, são eles:

Erro Tipo I: rejeitar H_0 quando ela é verdadeira

α = P(erro tipo I) $\rightarrow$ probabilidade de cometer o erro tipo I

Erro Tipo II: não rejeitar H_0 quando ela é falsa

β = P(erro tipo II) $\rightarrow$ probabilidade de cometer o erro tipo II

5. Variável em estudo: X = peso de uma determinada vitamina por bandeja de refeição (em g)

Valor padrão: $\mu_0 = 5{,}5$ g

1. Pressuposição:

– A variável em estudo tem distribuição normal, ou seja, X ~ N (μ, σ^2);

2. Hipóteses estatísticas: $\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_A : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$ Teste bilateral

3. Estatística do teste

n = 25 $\bar{x} = 5{,}2$ $s = 1{,}2$

α=0,01

ν = 25 -1 = 24

$t_{\alpha/2(24)} = 2{,}797$

$$t = \frac{5{,}2 - 5{,}5}{\frac{1{,}2}{\sqrt{25}}} = -1{,}25$$

4. Decisão e conclusão

Como $|t = -1{,}25| < t_{\alpha/2(24)} = 2{,}797$, não rejeitamos H_0.

Conclui-se, ao nível de 1% de significância, que o peso médio de uma determinada vitamina por bandeja não difere significativamente do valor padrão 5,5 g. Portanto, a informação da nutricionista é verdadeira.

6. Variável em estudo: X = largura do músculo (em mm)

1. Pressuposições:

– A variável em estudo tem distribuição normal, ou seja, X ~ N (μ, σ^2);

– As variâncias das populações são iguais ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma$);

– As amostras retiradas das populações são independentes.

2. Hipóteses estatísticas: $\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \\ H_A : \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \end{cases}$ Teste bilateral

3. Estatística do teste

Amostra 1: $n_1 = 11$ $\bar{x}_1 = 4{,}37$ $s_1^2 = 0{,}266$

Amostra 2: $n_2 = 11$ $\bar{x}_2 = 15{,}15$ $s_2^2 = 0{,}965$

α=0,01

ν = 10 + 10 = 20

$t_{\alpha/2(20)} = 2{,}845$

$$s^2 = \frac{0{,}266+0{,}965}{2} = 0{,}616$$

$$t = \frac{4{,}37 - 15{,}15}{\sqrt{\frac{2}{11}\,0{,}616}} = -32{,}21$$

4. Decisão e conclusão

Como $|t = -32{,}21| > t_{\alpha/2(20)} = 2{,}845$, rejeitamos H_0 .

Conclui-se, ao nível de 1% de significância, que, em média, o aumento na largura do músculo de atletas que usaram Testosterona difere do aumento na largura do músculo dos atletas que usaram com placebo. Portanto, há evidências de que a Testosterona promove aumento significativo na largura do músculo de atletas.

Se o teste for unilateral, altera o valor crítico

Hipóteses estatísticas: $\begin{cases} \mathrm{H_0}: \mu_1 - \mu_2 = 0 \\ \mathrm{H_A}: \mu_1 - \mu_2 < 0 \end{cases}$

Estatística do teste

α=0,01

$\nu = 10 + 10 = 20$

$t_{\alpha(20)} = 2{,}528$

$$s^2 = \frac{0{,}266+0{,}965}{2} = 0{,}616$$

$$t = \frac{4{,}37 - 15{,}15}{\sqrt{\frac{2}{11}\,0{,}616}} = -32{,}21$$

Decisão e conclusão

Como $|t = -32{,}21| > t_{\alpha(20)} = 2{,}528$, rejeitamos H_0 .

Conclui-se, ao nível de 1% de significância, que, em média, o aumento na largura do músculo de atletas que usaram Testosterona difere do aumento na largura do músculo dos atletas que usaram com placebo. Portanto, há evidências de que a Testosterona promove aumento significativo na largura do músculo de atletas.