Lista 9 – Tópicos 4.2 e 4.3

1. Sendo $\theta = \mu$, temos

$$\hat{\theta} = \bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1021+\cdots+1003}{16} = 1014{,}75$$

$$S^2 = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{(1021-1014{,}75)^2+\cdots+(1003-1014{,}75)^2}{15} = 36{,}6$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{36{,}6} = 6{,}05$$

$$S(\hat{\theta}) = S(\bar{X}) = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{6{,}05}{\sqrt{16}} = 1{,}513$$

$$\nu = n - 1 = 16 - 1 = 15$$

a) $\alpha = 0{,}01$

$t_{\alpha/2(15)} = 2{,}947$

$IC(\theta; 1-\alpha): \hat{\theta} \pm t_{\alpha/2}\, S(\hat{\theta})$

$IC(\mu; 0{,}99)$: $1014{,}75 \pm 2{,}947 \times 1{,}513$

$IC(\mu; 0{,}99)$: $1014{,}75 \pm 4{,}46$

LI = 1014,75 – 4,46 = 1010,29

LS = 1014,75 + 4,46 = 1010,21

$IC(\mu; 0{,}99)$: [1010,29, 1019,21]

Conclui-se que os limites de confiança, ao nível de 99%, para o volume médio dos pacotes de leite são 1010,29 e 1019,21.

b) $\alpha = 0{,}05$

$t_{\alpha/2(15)} = 2{,}132$

$IC(\theta; 1-\alpha): \hat{\theta} \pm t_{\alpha/2}\, S(\hat{\theta})$

$IC(\mu; 0{,}95)$: $1014{,}75 \pm 2{,}132 \times 1{,}513$

$IC(\mu; 0{,}95)$: $1014{,}75 \pm 3{,}22$

LI = 1014,75 – 3,22= 1011,53

LS = 1014,75 + 3,22= 1017,97

$IC(\mu; 0{,}95)$: [1011,53, 1017,97]

Conclui-se que os limites de confiança, ao nível de 95%, para o volume médio dos pacotes de leite são 1011,53 e 1017,97.
Nota-se, assim, que o aumento do nível de confiança do intervalo aumenta também a amplitude do intervalo.

2.

Máquina 1	**Máquina 2**
$\bar{x}_1 =$ 1014,75	$\bar{x}_2 =$ 1017,81
S_1^2 = = 36,6	S_2^2 = 34,16
n_1 =16	n_2 = 16

Como as amostras são de tamanhos iguais, podemos combinar as variâncias amostrais utilizando a média aritmética simples: $S^2 = \frac{36,6 + 34,16}{2} = 35,38$

$\nu = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = (16 - 1) + (16 - 1) = 30$
$\alpha = 0,05$
$t_{\alpha/2(30)} = 2,042$

$IC(\mu 1 - \mu 2; 0,95)$: 1017,81- 1014,75 $\pm$ 2,042 $\sqrt{\left(\frac{1}{16} + \frac{1}{16}\right) 35,38}$
$IC(\mu 1 - \mu 2; 0,95)$: 3,06 $\pm$ 2,042 x 2,103
$IC(\mu 1 - \mu 2; 0,95)$: 3,06 $\pm$ 4,29
LI = 3,06 – 4,29 = -1,23
LS = 3,06 +4,29 = 7,35

$IC(\mu 1 - \mu 2; 0,95)$: = [-1,23, 7,35]

Conclusão: Os limites de confiança, ao nível de 95%, para a verdadeira diferença entre volumes médios de pacotes de leite provenientes das máquinas 1 e 2 são -1,23 e 7,35. Como o valor zero está compreendido no intervalo, conclui-se que as médias não diferem significativamente entre si, logo pode-se afirmar que as máquinas fornecem o mesmo volume médio de leite.

3. Para utilizar a estatística T no estudo de uma variável X em duas populações distintas, três pressuposições devem ser atendidas:
   1. A variável em estudo tem distribuição normal. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
   2. As variâncias das populações são iguais ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$).
   3. As amostras retiradas das populações são independentes.

4. Tais erros existem porque as estimativas são obtidas a partir das amostras e podem não representar suficientemente bem os parâmetros das populações sobre as quais se deseja inferir. Os erros podem ser de dois tipos:
   Erro Tipo I: rejeitar H_0 quando ela é verdadeira
   α = P(erro tipo I) $\rightarrow$ probabilidade de cometer o erro tipo I.
   Erro Tipo II: não rejeitar H_0 quando ela é falsa
   β = P(erro tipo II) $\rightarrow$ probabilidade de cometer o erro tipo II.

5. **Variável em estudo:** X = peso de uma determinada vitamina por bandeja de refeição (gramas).

   Pressuposição: A variável em estudo tem distribuição normal.

   Hipóteses: $\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 = 5,5 \\ H_A : \mu \neq \mu_0 \neq 5,5 \end{cases}$

   Taxa de erro tipo I: $\alpha = 0,05$

   Cálculo da estatística do teste:
   $\bar{x} = 5,2$
   $n = 25$
   $s = 1,2$
   $t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{5,2 - 5,5}{\frac{1,2}{\sqrt{25}}} = \frac{-0,3}{0,24} = -1,25$

Decisão: Como |-1,25| < $t_{\alpha/2(24)}$ = 2,064, não se rejeita H_0.

Conclusão: Concluímos, ao nível de 5% de significância, que o peso médio da vitamina por bandeja de refeição não difere significativamente do valor padrão μ_0 = 5,5g. Portanto, a informação fornecida pela nutricionista é verdadeira.

6. **Variável em estudo:** X = largura do músculo de atletas

Pressuposição:
1. A variável em estudo tem distribuição normal. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
2. As variâncias das populações são iguais ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$).
3. As amostras retiradas das populações são independentes.

Hipóteses: $\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_A: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$

Taxa de erro tipo I: α = 0,01

Cálculo da estatística do teste:

$\bar{x}_1$ = 4,37 $\quad$ $\bar{x}_2$ = 15,15
S_1^2 = 0,2721 $\quad$ S_2^2 = 0,9648
n_1 = 11 $\quad$ n_2 = 11

$$S^2 = \frac{S_1^2 + S_2^2}{2} = \frac{0{,}2721 + 0{,}9648}{2} = 0{,}6185$$

ν = (11 – 1) + (11 – 1) = 20

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \cdot S^2}} = \frac{4{,}37 - 15{,}15}{\sqrt{\left(\frac{1}{11} + \frac{1}{11}\right) \cdot 0{,}6185}} = -32{,}15$$

Decisão: Como |-32,15| > $t_{\alpha/2(20)}$ = 2,845, se rejeita H_0.

Conclusão: Concluímos, ao nível de 1% de significância, que a largura média do músculo dos atletas que receberam a droga difere da largura média do músculo dos atletas que receberam o placebo.