Lista 9 – Tópico 4.2 e 4.3

1. Sendo $\theta = \mu$, temos

$$\hat{\theta} = \bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1021+\cdots+1003}{16} = 1014{,}75$$

$$S^2 = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{(1021-1014{,}75)^2+\cdots+(1003-1014{,}75)^2}{15} = 36{,}6$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{36{,}6} = 6{,}05$$

$$S(\hat{\theta}) = S(\bar{X}) = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{6{,}05}{\sqrt{16}} = 1{,}513$$

$\nu = n - 1 = 16 - 1 = 15$

$\alpha = 0{,}01$

$t_{\alpha/2(15)} = 2{,}947$

$IC(\theta; 1-\alpha): \hat{\theta} \pm t_{\alpha/2}\, S(\hat{\theta})$

$IC(\mu; 0{,}99)$: $1014{,}75 \pm 2{,}947 \times 1{,}513$

$IC(\mu; 0{,}99)$: $1014{,}75 \pm 4{,}46$

LI = 1014,75 – 4,46 = 1010,29

LS = 1014,75 + 4,46 = 1010,21

$IC(\mu; 0{,}99)$: [1010,29, 1019,21]

Conclui-se que os limites de confiança, ao nível de 99%, para o volume médio dos pacotes de leite são 1010,29 e 1019,21.

2.

Máquina 1	**Máquina 2**
$\bar{x}_1 =$ 1014,75	$\bar{x}_2 =$ 1017,81
S_1^2 = = 36,6	S_2^2 = 34,16
n_1 =16	n_2 = 16

Como as amostras são de tamanhos iguais, podemos combinar as variâncias amostrais utilizando a média aritmética simples: $S^2 = \frac{36{,}6 + 34{,}16}{2} = 35{,}38$

$\nu = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = (16-1) + (16-1) = 30$

$\alpha = 0{,}05$

$t_{\alpha/2(30)} = 2{,}042$

$IC(\mu 1 - \mu 2; 0{,}95)$: $1017{,}81 - 1014{,}75 \pm 2{,}042 \sqrt{\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{16}\right)35{,}38}$

$IC(\mu 1 - \mu 2; 0{,}95)$: $3{,}06 \pm 2{,}042 \times 2{,}103$

$IC(\mu 1 - \mu 2; 0{,}95)$: $3{,}06 \pm 4{,}29$

LI = 3,06 – 4,29 = -1,23

LS = 3,06 +4,29 = 7,35

$IC(\mu 1 - \mu 2; 0{,}95)$: = [-1,23, 7,35]

Os limites de confiança, ao nível de 95%, para a verdadeira diferença entre volumes médios de pacotes de leite provenientes das máquinas 1 e 2 são -1,23 e 7,35. Como o valor zero está compreendido no intervalo, conclui-se que as médias não diferem significativamente entre si, logo pode-se afirmar que as máquinas fornecem o mesmo volume médio de leite.

3. Para utilizar a estatística T no estudo de uma variável X em duas populações distintas, três pressuposições devem ser atendidas:

1. A variável em estudo tem distribuição normal. X ~ N (μ, σ^2)
2. As variâncias das populações são iguais ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$).
3. As amostras retiradas das populações são independentes.

4. Tais erros existem porque as estimativas são obtidas a partir das amostras e podem não representar suficientemente bem os parâmetros das populações sobre as quais se deseja inferir. Os erros podem ser de dois tipos:
Erro Tipo I: rejeitar H_0 quando ela é verdadeira
α = P(erro tipo I) → probabilidade de cometer o erro tipo I.
Erro Tipo II: não rejeitar H_0 quando ela é falsa
β = P(erro tipo II) → probabilidade de cometer o erro tipo II.

5. Questão repetida (igual a questão 3)

6. **Variável em estudo:** X = peso de uma determinada vitamina por bandeja de refeição (gramas).

Pressuposição: A variável em estudo tem distribuição normal.

Hipóteses: $\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 = 5,5 \\ H_A: \mu \neq \mu_0 \neq 5,5 \end{cases}$

Taxa de erro tipo I: α = 0,05

Cálculo da estatística do teste:
$\bar{x} = 5,2$
n = 25
s = 1,2

$$t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{5,2 - 5,5}{\frac{1,2}{\sqrt{25}}} = \frac{-0,3}{0,24} = -1,25$$

Decisão: Como $|-1,25| < t_{\alpha/2(24)} = 2,064$, não se rejeita H_0.

Conclusão: Concluímos, ao nível de 5% de significância, que o peso médio da vitamina por bandeja de refeição não difere significativamente do valor padrão μ_0 = 5,5g. Portanto, a informação fornecida pela nutricionista é verdadeira.

7. t = 32,204

t_α = 1,725 (teste unilateral)

Rejeita-se H_0.