Unidade 5. Análise de dados de classificação simples e dupla

5.1. Introdução e modelos estatísticos

5.2. Parâmetros do modelo de classificação simples e inferências sobre esses parâmetros

5.3. Parâmetros do modelo de classificação dupla e inferências sobre esses parâmetros

5.4. Discriminação da variação de tratamento: testes de comparações múltiplas: teste DMS de Fisher e teste de Tukey

5.5. Uso de programa estatístico para processamento das análises

5.4 Discriminação da variação de tratamento

Dois exemplos

Exemplo 1: Uma pesquisa foi realizada para estudar a resistência à compressão do concreto.
A hipótese do pesquisador é que a resistência do concreto varia de acordo com a técnica de mistura utilizada.
Para verificar sua hipótese, produziu corpos de prova utilizando quatro diferentes técnicas de mistura e avaliou a resistência desses corpos. Foram produzidos 16 corpos de prova, quatro de cada técnica de mistura, e a ordem de avaliação desses corpos foi atribuída por sorteio. Os resultados observados foram:

Técnica de mistura	Resistência à compressão (psi)				Média
A	3129	3000	2865	2890	2971,00
B	3200	3300	2975	3150	3156,25
C	2800	2900	2985	3050	2933,75
D	2600	2700	2600	2765	2666,25
				Média geral	2931,81

Exemplo 1: Análise da variância

Fonte de variação	**GL**	**SQ**	**QM**	**F**	**fα**
Técnica	3	489740,19	163246,7	12,73	3,49
Resíduo	12	153908,25	12825,69	-	-
Total	15	643648,44	-	-	-

$$\begin{cases} H_0 : \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D = \mu & \leftarrow \text{Rejeita-se } H_0 \\ H_1 : \mu_i \neq \mu_{i'}, \text{ sendo } \; i \neq i' & \text{(pelo menos duas médias diferem entre si)} \end{cases}$$

Tabela de médias

Técnica de mistura	Resistência média
A	2971,00
B	3156,25
C	2933,75
D	2666,25

Quais médias diferem entre si?

Exemplo 2: Programas de computador modernos requerem capacidade de acesso rápido aos dados. Uma pesquisa foi conduzida para estudar o efeito do *tamanho do arquivo* de dados (Pequeno; Médio e Grande) e do *tamanho do buffer* (área de memória intermediária que serve para acelerar o acesso a dados que estão sendo transferidos entre dispositivos - memória de disco e memória RAM - que operam com velocidades diferentes), (20 kb e 40 kb) sobre a variável *tempo de acesso* aos arquivos, medido através do *tempo de leitura em milissegundos*.

Tamanho do arquivo	Tamanho do buffer	
	20	40
Pequeno	2,05; 2,04; 2,21; 2,12	2,32; 2,31; 2,48; 2,42
Médio	2,24; 2,21; 2,23; 2,09	2,52; 2,62; 2,57; 2,61
Grande	2,08; 2,34; 2,33; 2,24	2,71; 2,73; 2,90; 2,72

Exemplo 2: Análise da variância completa

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F	fα
Tratamento	(5)	(1,2662)	0,2532	35,83	
Buffer	1	0,9322	0,9322	131,89	
Arquivo	2	0,2763	0,13815	19,55	
Buffer . Arquivo	2	0,0577	0,02887	4,08	3,55
Resíduo	18	0,1272	0,00707	-	-
Total	23	1,3935	-	-	-

Efeito da interação dos fatores tamanho de arquivo e tamanho de buffer

$$\begin{cases} H_0^{AB}: \tau_{P2} = \tau_{P4} = \tau_{M2} = \tau_{M4} = \tau_{G2} = \tau_{G4} = 0 & \leftarrow \text{Rejeita-se } H_0 \\ H_1^{AB}: \tau_{ij} \neq 0 & \text{(pelo menos um tratamento tem efeito significativo)} \end{cases}$$

Quais efeitos simples são significativos?

Tabela de médias

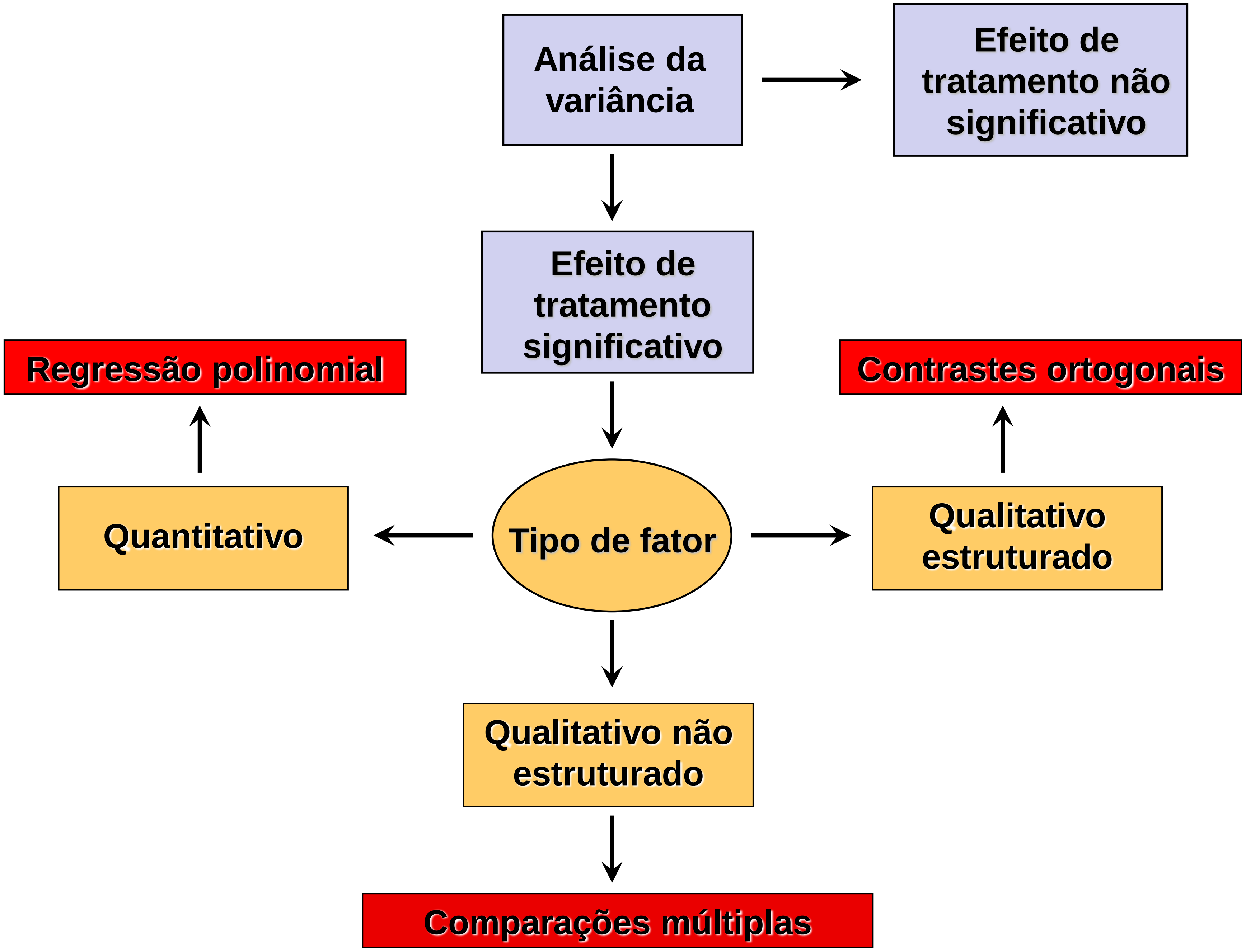
Tamanho do arquivo	Tamanho do buffer		Médias marginais
	2	4	
P	2,105	2,383	2,244
M	2,193	2,580	2,386
G	2,248	2,765	2,506
Médias marginais	2,182	2,576	2,379

Quais efeitos simples são significativos?

- Efeito de Tamanho de arquivo dentro do Buffer 20?
- Efeito de Tamanho de arquivo dentro do Buffer 40?

- Efeito de Tamanho de buffer dentro do arquivo Pequeno?
- Efeito de Tamanho de buffer dentro do arquivo Médio?
- Efeito de Tamanho de buffer dentro do arquivo Grande?

Procedimentos para discriminar a variação de tratamento


Análise da variância
Efeito de tratamento não significativo
Efeito de tratamento significativo
Regressão polinomial
Contrastes ortogonais
Quantitativo
Tipo de fator
Qualitativo estruturado
Qualitativo não estruturado
Comparações múltiplas

Características numa pesquisa

Característica explanatória

Fator qualitativo: é aquele cujos níveis exprimem qualidade.

Exemplos:

suplementação de vitamina na dieta (níveis: sem e com);
intensidade de luz (níveis: baixa, média e alta);
técnica de mistura do cimento (níveis: A, B, C e D).

Fator quantitativo: é aquele cujos níveis exprimem quantidade.

Exemplos:

temperatura de um processo (níveis: 60, 70, 80 e 90^{o}C);
dose de Nitrogênio (níveis: 50, 100, 150, 200 e 250 kg/ha).

Um fator qualitativo é estruturado quando é possível formar grupos de níveis de interesse.

Exemplo:

Fator: Marcas de compotas de pêssego:

	Grupos
Marca A Marca B	Nacionais
Marca C Marca D	Regionais
Marca E Marca F	Locais (pequenas empresas familiares)

Há interesse em comparar esses grupos

Testes de comparações múltiplas

- O teste de comparações múltiplas é um dos procedimentos utilizados para discriminar a variação de tratamento e consiste na comparação das médias, duas a duas.

- Embora seja a metodologia mais comum, o seu uso é recomendado somente nas situações em que nenhum outro procedimento mais informativo possa ser utilizado, ou seja, nos casos em que o fator de tratamento é qualitativo não estruturado.

Testes de comparações múltiplas

Existe um grande número de testes de comparações múltiplas disponíveis. Os mais utilizados são:

- **teste DMS de Fisher (teste t)**
- **teste de Tukey**
- teste de Duncan
- teste de Dunnett
- teste de Bonferroni

Testes de comparações múltiplas

Quando um conjunto de t médias são comparadas, duas a duas, a hipótese sob verificação é:

$$H_0: \mu_i = \mu_j, \quad \text{para} \;\; i \neq j, \quad \text{sendo} \;\; i = j = 1, 2, \ldots, t$$

Exemplo: Para t = 5 médias (μ_1, μ_2, μ_3, μ_4 e μ_5) são possíveis $k = C_5^2 = 10$ comparações. Portanto, dez hipóteses são testadas.

$$1 \quad \begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

$$2 \quad \begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_3 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_3 \end{cases}$$

...

$$10 \quad \begin{cases} H_0: \mu_4 = \mu_5 \\ H_1: \mu_4 \neq \mu_5 \end{cases}$$

Diferença mínima significativa

Ideia básica dos testes de comparações múltiplas $\rightarrow$ encontrar a diferença mínima significativa entre duas médias

Sob a hipótese de nulidade, a diferença entre as médias é zero,

$$\theta = \mu_i - \mu_j = 0$$

o estimador deste parâmetro é

$$\hat{\theta} = \bar{y}_i - \bar{y}_j$$

e o desvio padrão do estimador é

$$S(\hat{\theta}) = \sqrt{\left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j}\right) s^2}$$

, onde: s^2 é a variância do resíduo.

Para número de repetições constante ($r_i = r_j = r$), temos

$$S(\hat{\theta}) = \sqrt{\frac{2}{r} s^2}$$

Diferença mínima significativa

Ao testarmos H_0 pelo teste t, temos

$$t = \frac{\hat{\theta}}{S(\hat{\theta})} = \frac{\bar{y}_i - \bar{y}_j}{S(\hat{\theta})}$$

e rejeitamos H_0 se:

o valor t calculado (em módulo) é maior que o t crítico: $|t| > t_{\alpha/2(\nu)}$.

Substituindo o t calculado pela expressão $\dfrac{\bar{y}_i - \bar{y}_j}{S(\hat{\theta})}$,

temos $\left|\dfrac{\bar{y}_i - \bar{y}_j}{S(\hat{\theta})}\right| > t_{\alpha/2(\nu)}$,

que resulta $|\bar{y}_i - \bar{y}_j| > t_{\alpha/2(\nu)} S(\hat{\theta})$

$$|\bar{y}_i - \bar{y}_j| > t_{\alpha/2(\nu)} \sqrt{\frac{2}{r} s^2}$$

Diferença mínima significativa

Podemos observar, então, que

$$\text{DMS} = t_{\alpha/2(\nu)} \sqrt{\frac{2}{r} s^2}$$

é a diferença mínima significativa entre as duas médias.

Se o valor absoluto da diferença entre as médias observadas é superior ao valor da DMS, H_0 é rejeitada e as médias são declaradas diferentes, ao nível de significância α.

$$\left| \bar{y}_i - \bar{y}_j \right| > \text{DMS} \qquad \leftarrow \text{Rejeita-se } H_0$$

Procedimento geral de um teste de comparações múltiplas

A metodologia de aplicação é basicamente a mesma para todos os testes, consistindo nos seguintes passos:

1. Calcular a diferença mínima significativa (DMS);
2. Organizar as médias em ordem decrescente;
3. Comparar a maior média com a menor;
4. Comparar a maior média com a segunda menor (depende do resultado do passo 3);
5. Comparar a maior média com a terceira menor (depende do resultado do passo 4);

... (o processo continua até que todas as comparações necessárias sejam realizadas).

A diferença fundamental entre os testes é a forma de calcular a DMS.

Teste DMS de Fisher

- A aplicação deste teste está condicionada ao resultado do teste F da análise da variância.

- Este teste só deve ser utilizado se o teste F indicar diferença significativa entre os tratamentos.

- Para construir a DMS, utilizamos o **valor crítico t**, que é encontrado na tabela de t de Student, a partir do número de graus de liberdade do resíduo (ν), para o nível α de significância.

$$DMS = t_{\alpha/2(\nu)} S(\hat{\theta}), \text{ onde: } S(\hat{\theta}) = \sqrt{S^2(\hat{\theta})} = \sqrt{\frac{2}{r} s^2}$$

$$DMS = t_{\alpha/2(\nu)} \sqrt{\frac{2}{r} s^2}$$

Variância
do resíduo

Graus de Liberdade (ν)	**Limites bilaterais**: $P(\lvert t \rvert > t_{\alpha/2})$							
	Nível de Significância (α)							
	0,50	0,20	0,10	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005
1	1,000	3,078	6,314	12,706	25,542	31,821	63,657	127,320
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,205	6,965	9,925	14,089
3	0,715	1,638	2,353	3,183	4,177	4,541	5,841	7,453
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,495	3,747	4,604	5,598
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,163	3,365	4,032	4,773
6	0,718	1,440	1,943	2,447	2,969	3,143	3,707	4,317
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,841	2,998	3,500	4,029
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,752	2,896	3,355	3,833
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,685	2,821	3,250	3,690
10	0,700	1,372	1,813	2,228	2,634	2,764	3,169	3,581
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,503	2,718	3,106	3,497
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,560	2,681	3,055	3,428
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,533	2,650	3,012	3,373
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,510	2,624	2,977	3,326
15	0,691	1,341	1,753	2,132	2,490	2,602	2,947	3,286
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,473	2,583	2,921	3,252
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,458	2,567	2,898	3,223
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,445	2,552	2,878	3,197
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,433	2,539	2,861	3,174
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,423	2,528	2,845	3,153
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,414	2,518	2,831	3,135
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,406	2,508	2,819	3,119
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,398	2,500	2,807	3,104
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,391	2,492	2,797	3,091
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,385	2,485	2,787	3,078
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,379	2,479	2,779	3,067
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,373	2,473	2,771	3,057
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,369	2,467	2,763	3,047
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,364	2,462	2,756	3,038
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,360	2,457	2,750	3,030
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,329	2,423	2,705	2,971
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,299	2,390	2,660	2,915
120	0,677	1,289	1,658	1,980	2,270	2,358	2,617	2,860
...	0,674	1,282	1,645	1,960	2,241	2,326	2,576	2,807

Exemplo 1: Análise da variância

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F	fα
Técnica	3	489740,19	163246,7	12,73	3,49
Resíduo	12	153908,25	12825,69	-	-
Total	15	643648,44	-	-	-

$$\begin{cases} H_0 : \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D = \mu \;\leftarrow \text{Rejeita-se } H_0 \\ H_1 : \mu_i \neq \mu_{i'}, \text{ sendo } \; i \neq i' \; \text{(pelo menos duas médias diferem entre si)} \end{cases}$$

Tabela de médias

Técnica de mistura	Resistência média
A	2971,00
B	3156,25
C	2933,75
D	2666,25

Quais médias diferem entre si?

Exemplo 2: Análise da variância completa

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F	$f\alpha$
Tratamento	(5)	(1,2662)	0,2532	35,83	
Buffer	1	0,9322	0,9322	131,89	
Arquivo	2	0,2763	0,13815	19,55	
Buffer . Arquivo	2	0,0577	0,02887	4,08	3,55
Resíduo	18	0,1272	0,00707	-	-
Total	23	1,3935	-	-	-

Efeito da interação dos fatores tamanho de arquivo e tamanho de buffer

$$\begin{cases} H_0^{AB}: \tau_{P2} = \tau_{P4} = \tau_{M2} = \tau_{M4} = \tau_{G2} = \tau_{G4} = 0 \\ H_1^{AB}: \tau_{ij} \neq 0 \end{cases}$$

$\leftarrow$ Rejeita-se H_0

(pelo menos um tratamento tem efeito significativo)

Quais efeitos simples são significativos?

Teste de Tukey

- O valor crítico (q) é encontrado na tabela de Tukey a partir do número de tratamentos (t) e do número de graus de liberdade do resíduo (ν) para o nível α de significância.

$$q_{\alpha/2(\nu)}$$

- Para o cálculo da diferença mínima significativa (DMS) utiliza-se metade da variância do estimador.

$$S(\hat{\theta}) = \sqrt{\frac{S^2(\hat{\theta})}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{2}{r}S^2}{2}} = \sqrt{\frac{S^2}{r}}$$

Variância do resíduo

$$DMS = q_{\alpha/2(\nu)} S(\hat{\theta})$$

$$DMS = q_{\alpha/2(\nu)} \sqrt{\frac{S^2}{r}}$$

ν	α	t = número de tratamentos																		
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,05	18,1	26,7	32,8	37,2	40,5	43,1	45,4	47,3	49,1	50,6	51,9	53,2	54,3	55,4	56,3	57,2	58,0	58,8	59,6
	0,01	90,0	135	164	186	202	216	227	237	246	253	260	266	272	227	282	286	290	294	198
2	0,05	6,09	8,28	9,80	10,89	11,73	12,43	13,03	13,54	13,99	14,39	14,75	15,08	15,38	15,65	15,91	16,14	16,36	16,57	16,77
	0,01	14,0	19,0	22,3	24,7	26,6	28,2	29,5	30,7	31,7	32,6	33,4	34,1	34,8	35,4	36,0	36,5	37,0	37,5	37,9
3	0,05	4,50	5,88	6,83	7,51	8,04	8,47	8,85	9,18	9,46	9,72	9,95	10,16	10,35	10,52	10,69	10,84	10,98	11,12	11,24
	0,01	8,26	10,6	12,2	13,3	14,2	15,0	15,6	16,2	16,7	17,1	17,5	17,9	18,2	18,5	18,8	19,1	19,3	19,5	19,8
4	0,05	3,93	5,00	5,76	6,31	3,73	7,06	7,35	7,60	7,83	8,03	8,21	8,37	8,52	8,67	8,80	8,92	9,03	9,14	9,24
	0,01	6,51	8,12	9,17	9,96	10,6	11,1	11,5	11,9	12,3	12,6	12,8	13,1	13,3	13,5	13,7	13,9	14,1	14,2	14,4
5	0,05	3,64	4,60	5,22	5,67	6,03	6,33	6,58	6,80	6,99	7,17	7,32	7,47	7,60	7,72	7,83	7,93	8,03	8,12	8,21
	0,01	5,70	6,97	7,80	8,42	8,91	9,32	9,67	9,97	10,24	10,48	10,70	10,89	11,08	11,24	11,40	11,55	11,68	11,81	11,93
6	0,05	3,46	4,34	4,90	5,31	5,63	5,89	6,12	6,32	6,49	6,65	6,79	6,92	7,03	7,14	7,24	7,34	7,43	7,51	7,59
	0,01	5,24	6,33	7,03	7,56	7,97	8,32	8,61	8,87	9,10	9,30	9,49	9,65	9,81	9,95	10,08	10,21	10,32	10,43	10,54
7	0,05	3,34	4,16	4,68	5,06	5,36	5,61	5,82	6,00	6,16	6,30	6,43	6,55	6,66	6,76	6,85	6,94	7,02	7,09	7,17
	0,01	4,95	5,92	6,54	7,01	7,37	7,68	7,94	8,17	8,37	8,55	8,71	8,86	9,00	9,12	9,24	9,35	9,46	9,55	9,65
8	0,05	3,26	4,04	4,53	4,89	5,17	5,40	5,60	5,77	5,92	6,05	6,18	6,29	6,39	6,48	6,57	6,65	6,73	6,80	6,87
	0,01	4,74	5,63	6,20	6,63	6,96	7,24	7,47	7,68	7,87	8,03	8,18	8,31	8,44	8,55	8,66	8,76	8,85	8,94	9,03
9	0,05	3,20	3,95	4,42	4,76	5,02	5,24	5,43	5,60	5,74	5,87	5,98	6,09	6,19	6,28	6,36	6,44	6,51	6,58	6,64
	0,01	4,60	5,43	5,96	6,35	6,66	6,91	7,13	7,32	7,49	7,65	7,78	7,91	8,03	8,13	8,23	8,32	8,41	8,49	8,57
10	0,05	3,15	3,88	4,33	4,65	4,91	5,12	5,30	5,46	5,60	5,72	5,83	5,93	6,03	6,11	6,20	6,27	6,34	6,40	6,47
	0,01	4,48	5,27	5,77	6,14	6,43	6,67	6,87	7,05	7,21	7,36	7,48	7,60	7,71	7,81	7,91	7,99	8,07	8,15	8,22
11	0,05	3,11	3,82	4,26	4,57	4,82	5,03	5,20	5,35	5,49	5,61	5,71	5,81	5,90	5,99	6,06	6,14	6,20	6,26	6,33
	0,01	4,39	5,14	5,62	5,97	6,25	6,48	6,67	6,84	6,99	7,13	7,25	7,36	7,46	7,56	7,65	7,73	7,81	7,88	7,95
12	0,05	3,08	3,77	4,20	4,51	4,75	4,95	5,12	5,27	5,40	5,51	5,62	5,71	5,80	5,88	5,95	6,03	6,09	6,15	6,21
	0,01	4,32	5,04	5,50	5,84	6,10	6,32	6,51	6,67	6,81	6,94	7,06	7,17	7,26	7,36	7,44	7,52	7,59	7,66	7,73
13	0,05	3,06	3,73	4,15	4,45	4,69	4,88	5,05	5,19	5,32	5,43	5,53	5,63	5,71	5,79	5,86	5,93	6,00	6,05	6,11
	0,01	4,26	4,96	5,40	5,73	5,98	6,19	6,37	6,53	6,67	6,79	6,90	7,01	7,10	7,19	7,27	7,34	7,42	7,48	7,55
14	0,05	3,03	3,70	4,11	4,41	4,64	4,83	4,99	5,13	5,25	5,36	5,46	5,55	5,64	5,72	5,79	5,85	5,92	5,97	6,03
	0,01	4,21	4,89	5,32	5,63	5,88	6,08	6,26	6,41	6,54	6,66	6,77	6,87	6,96	7,05	7,12	7,20	7,27	7,33	7,39
15	0,05	3,01	3,67	4,08	4,37	4,60	4,78	4,94	5,08	5,20	5,31	5,40	5,49	5,58	5,65	5,72	5,79	5,85	5,90	5,96
	0,01	4,17	4,83	5,25	5,56	5,80	5,99	6,16	6,31	6,44	6,55	6,66	6,76	6,84	6,93	7,00	7,07	7,14	7,20	7,26

Exemplo 1: Uma pesquisa foi realizada para estudar a resistência à compressão do concreto.
A hipótese do pesquisador é que a resistência do concreto varia de acordo com a técnica de mistura utilizada.
Para verificar sua hipótese, produziu corpos de prova utilizando quatro diferentes técnicas de mistura e avaliou a resistência desses corpos. Foram produzidos 16 corpos de prova, quatro de cada técnica de mistura, e a ordem de avaliação desses corpos foi atribuída por sorteio. Os resultados observados foram:

Técnica de mistura	Resistência à compressão (psi)				Média
A	3129	3000	2865	2890	2971,00
B	3200	3300	2975	3150	3156,25
C	2800	2900	2985	3050	2933,75
D	2600	2700	2600	2765	2666,25
				Média geral	2931,81

Exemplo 1: Análise da variância

Fonte de variação	GL	SQ	S^2	F	$f\alpha$
Técnica	3	489740,19	163246,7	12,73	3,49
Resíduo	12	153908,25	$\boxed{12825,69}$	-	-
Total	15	643648,44	-	-	-

$$\begin{cases} H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D = \mu & \leftarrow \text{Rejeita-se } H_0 \\ H_1: \mu_i \neq \mu_{i'}, \text{ sendo } \; i \neq i' & \text{(pelo menos duas médias diferem entre si)} \end{cases}$$

Tabela de médias

Técnica de mistura	Resistência média
A	2971,00
B	3156,25
C	2933,75
D	2666,25

Quais médias diferem entre si?

Teste DMS de Fisher

6 Hipóteses: $\begin{cases} H_0: \mu_A = \mu_B \\ H_1: \mu_A \neq \mu_B \end{cases}, \quad \begin{cases} H_0: \mu_A = \mu_C \\ H_1: \mu_A \neq \mu_C \end{cases}, \ \ldots, \quad \begin{cases} H_0: \mu_C = \mu_D \\ H_1: \mu_C \neq \mu_D \end{cases}$

Passo 1. Cálculo da DMS:

$$DMS = t_{\alpha/2(12)}\sqrt{\frac{2}{r}s^2} = 2{,}179\sqrt{\frac{2}{4}\times 12825{,}69} = 174{,}49$$

Passo 2. Ordenação decrescente das médias:

Técnica de mistura	Resistência média
B	3156,25
A	2971,00
C	2933,75
D	2666,25

Graus de Liberdade (ν)	**Limites bilaterais**: $P(\lvert t \rvert > t_{\alpha/2})$							
	Nível de Significância (α)							
	0,50	0,20	0,10	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005
1	1,000	3,078	6,314	12,706	25,542	31,821	63,657	127,320
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,205	6,965	9,925	14,089
3	0,715	1,638	2,353	3,183	4,177	4,541	5,841	7,453
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,495	3,747	4,604	5,598
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,163	3,365	4,032	4,773
6	0,718	1,440	1,943	2,447	2,969	3,143	3,707	4,317
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,841	2,998	3,500	4,029
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,752	2,896	3,355	3,833
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,685	2,821	3,250	3,690
10	0,700	1,372	1,813	2,228	2,634	2,764	3,169	3,581
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,503	2,718	3,106	3,497
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,560	2,681	3,055	3,428
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,533	2,650	3,012	3,373
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,510	2,624	2,977	3,326
15	0,691	1,341	1,753	2,132	2,490	2,602	2,947	3,286
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,473	2,583	2,921	3,252
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,458	2,567	2,898	3,223
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,445	2,552	2,878	3,197
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,433	2,539	2,861	3,174
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,423	2,528	2,845	3,153
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,414	2,518	2,831	3,135
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,406	2,508	2,819	3,119
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,398	2,500	2,807	3,104
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,391	2,492	2,797	3,091
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,385	2,485	2,787	3,078
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,379	2,479	2,779	3,067
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,373	2,473	2,771	3,057
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,369	2,467	2,763	3,047
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,364	2,462	2,756	3,038
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,360	2,457	2,750	3,030
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,329	2,423	2,705	2,971
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,299	2,390	2,660	2,915
120	0,677	1,289	1,658	1,980	2,270	2,358	2,617	2,860
...	0,674	1,282	1,645	1,960	2,241	2,326	2,576	2,807

Passos 3 a 6. Comparação das médias duas a duas:

Nível i	Nível j	Média i	Média j	Diferença	DMS	Resultado
B	D	3156,25	2666,25	490,00	174,49	Significativa (5%)
B	C	3156,25	2933,75	222,50	174,49	Significativa (5%)
B	A	3156,25	2971,00	185,25	174,49	Significativa (5%)
A	D	2971,00	2666,25	304,75	174,49	Significativa (5%)
A	C	2971,00	2933,75	37,25	174,49	ns
C	D	2933,75	2666,25	266,75	174,49	Significativa (5%)

Apresentação do resultado do teste:

Técnica de mistura	Resistência média
B	3156,25 a
A	2971,00 b
C	2933,75 b
D	2666,25 c

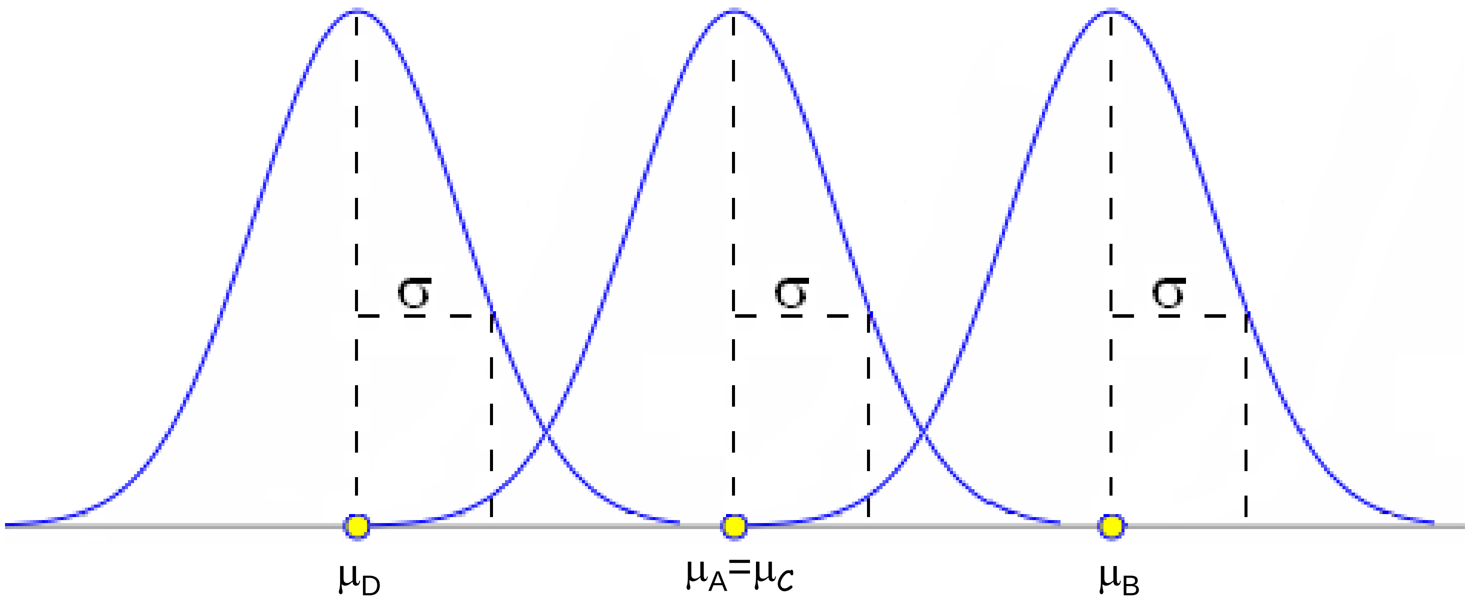
Nota: Médias seguidas de mesma letra não diferem entre si pelo teste DMS de Fisher, ao nível α=0,05.

Conclusões:

1. A técnica B é superior a todas as demais, ao nível α=0,05.
2. As técnicas A e C não diferem entre si, mas são superiores à técnica D, ao nível α=0,05.

Teste DMS de Fisher

Técnica de mistura	Resistência média
B	3156,25 a
A	2971,00 b
C	2933,75 b
D	2666,25 c



ν	α	t = número de tratamentos																		
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,05	18,1	26,7	32,8	37,2	40,5	43,1	45,4	47,3	49,1	50,6	51,9	53,2	54,3	55,4	56,3	57,2	58,0	58,8	59,6
	0,01	90,0	135	164	186	202	216	227	237	246	253	260	266	272	227	282	286	290	294	198
2	0,05	6,09	8,28	9,80	10,89	11,73	12,43	13,03	13,54	13,99	14,39	14,75	15,08	15,38	15,65	15,91	16,14	16,36	16,57	16,77
	0,01	14,0	19,0	22,3	24,7	26,6	28,2	29,5	30,7	31,7	32,6	33,4	34,1	34,8	35,4	36,0	36,5	37,0	37,5	37,9
3	0,05	4,50	5,88	6,83	7,51	8,04	8,47	8,85	9,18	9,46	9,72	9,95	10,16	10,35	10,52	10,69	10,84	10,98	11,12	11,24
	0,01	8,26	10,6	12,2	13,3	14,2	15,0	15,6	16,2	16,7	17,1	17,5	17,9	18,2	18,5	18,8	19,1	19,3	19,5	19,8
4	0,05	3,93	5,00	5,76	6,31	3,73	7,06	7,35	7,60	7,83	8,03	8,21	8,37	8,52	8,67	8,80	8,92	9,03	9,14	9,24
	0,01	6,51	8,12	9,17	9,96	10,6	11,1	11,5	11,9	12,3	12,6	12,8	13,1	13,3	13,5	13,7	13,9	14,1	14,2	14,4
5	0,05	3,64	4,60	5,22	5,67	6,03	6,33	6,58	6,80	6,99	7,17	7,32	7,47	7,60	7,72	7,83	7,93	8,03	8,12	8,21
	0,01	5,70	6,97	7,80	8,42	8,91	9,32	9,67	9,97	10,24	10,48	10,70	10,89	11,08	11,24	11,40	11,55	11,68	11,81	11,93
6	0,05	3,46	4,34	4,90	5,31	5,63	5,89	6,12	6,32	6,49	6,65	6,79	6,92	7,03	7,14	7,24	7,34	7,43	7,51	7,59
	0,01	5,24	6,33	7,03	7,56	7,97	8,32	8,61	8,87	9,10	9,30	9,49	9,65	9,81	9,95	10,08	10,21	10,32	10,43	10,54
7	0,05	3,34	4,16	4,68	5,06	5,36	5,61	5,82	6,00	6,16	6,30	6,43	6,55	6,66	6,76	6,85	6,94	7,02	7,09	7,17
	0,01	4,95	5,92	6,54	7,01	7,37	7,68	7,94	8,17	8,37	8,55	8,71	8,86	9,00	9,12	9,24	9,35	9,46	9,55	9,65
8	0,05	3,26	4,04	4,53	4,89	5,17	5,40	5,60	5,77	5,92	6,05	6,18	6,29	6,39	6,48	6,57	6,65	6,73	6,80	6,87
	0,01	4,74	5,63	6,20	6,63	6,96	7,24	7,47	7,68	7,87	8,03	8,18	8,31	8,44	8,55	8,66	8,76	8,85	8,94	9,03
9	0,05	3,20	3,95	4,42	4,76	5,02	5,24	5,43	5,60	5,74	5,87	5,98	6,09	6,19	6,28	6,36	6,44	6,51	6,58	6,64
	0,01	4,60	5,43	5,96	6,35	6,66	6,91	7,13	7,32	7,49	7,65	7,78	7,91	8,03	8,13	8,23	8,32	8,41	8,49	8,57
10	0,05	3,15	3,88	4,33	4,65	4,91	5,12	5,30	5,46	5,60	5,72	5,83	5,93	6,03	6,11	6,20	6,27	6,34	6,40	6,47
	0,01	4,48	5,27	5,77	6,14	6,43	6,67	6,87	7,05	7,21	7,36	7,48	7,60	7,71	7,81	7,91	7,99	8,07	8,15	8,22
11	0,05	3,11	3,82	4,26	4,57	4,82	5,03	5,20	5,35	5,49	5,61	5,71	5,81	5,90	5,99	6,06	6,14	6,20	6,26	6,33
	0,01	4,39	5,14	5,62	5,97	6,25	6,48	6,67	6,84	6,99	7,13	7,25	7,36	7,46	7,56	7,65	7,73	7,81	7,88	7,95
12	0,05	3,08	3,77	$\boxed{4,20}$	4,51	4,75	4,95	5,12	5,27	5,40	5,51	5,62	5,71	5,80	5,88	5,95	6,03	6,09	6,15	6,21
	0,01	4,32	5,04	5,50	5,84	6,10	6,32	6,51	6,67	6,81	6,94	7,06	7,17	7,26	7,36	7,44	7,52	7,59	7,66	7,73
13	0,05	3,06	3,73	4,15	4,45	4,69	4,88	5,05	5,19	5,32	5,43	5,53	5,63	5,71	5,79	5,86	5,93	6,00	6,05	6,11
	0,01	4,26	4,96	5,40	5,73	5,98	6,19	6,37	6,53	6,67	6,79	6,90	7,01	7,10	7,19	7,27	7,34	7,42	7,48	7,55
14	0,05	3,03	3,70	4,11	4,41	4,64	4,83	4,99	5,13	5,25	5,36	5,46	5,55	5,64	5,72	5,79	5,85	5,92	5,97	6,03
	0,01	4,21	4,89	5,32	5,63	5,88	6,08	6,26	6,41	6,54	6,66	6,77	6,87	6,96	7,05	7,12	7,20	7,27	7,33	7,39
15	0,05	3,01	3,67	4,08	4,37	4,60	4,78	4,94	5,08	5,20	5,31	5,40	5,49	5,58	5,65	5,72	5,79	5,85	5,90	5,96
	0,01	4,17	4,83	5,25	5,56	5,80	5,99	6,16	6,31	6,44	6,55	6,66	6,76	6,84	6,93	7,00	7,07	7,14	7,20	7,26

Teste de Tukey

6 hipóteses: $\begin{cases} H_0: \mu_A = \mu_B \\ H_1: \mu_A \neq \mu_B \end{cases}, \begin{cases} H_0: \mu_A = \mu_C \\ H_1: \mu_A \neq \mu_C \end{cases}, \ldots, \begin{cases} H_0: \mu_C = \mu_D \\ H_1: \mu_C \neq \mu_D \end{cases}$

Passo 1. Cálculo da DMS:

$$DMS = q_{\alpha/2(12)}\sqrt{\frac{s^2}{r}} = 4{,}20\sqrt{\frac{12825{,}69}{4}} = 237{,}82$$

Passo 2. Ordenação decrescente das médias:

Técnica de mistura	Resistência média
B	3156,25
A	2971,00
C	2933,75
D	2666,25

Passos 3 a 6. Comparação das médias duas a duas:

Nível i	Nível j	Média i	Média j	Diferença	DMS	Resultado
B	D	3156,25	2666,25	490,00	237,82	Significativa (5%)
B	C	3156,25	2933,75	222,50	237,82	ns
A	D	2971,00	2666,25	304,75	237,82	Significativa (5%)
C	D	2933,75	2666,25	266,75	237,82	Significativa (5%)

Apresentação do resultado do teste:

Técnica de mistura	Resistência média
B	3156,25 a
A	2971,00 a
C	2933,75 a
D	2666,25 b

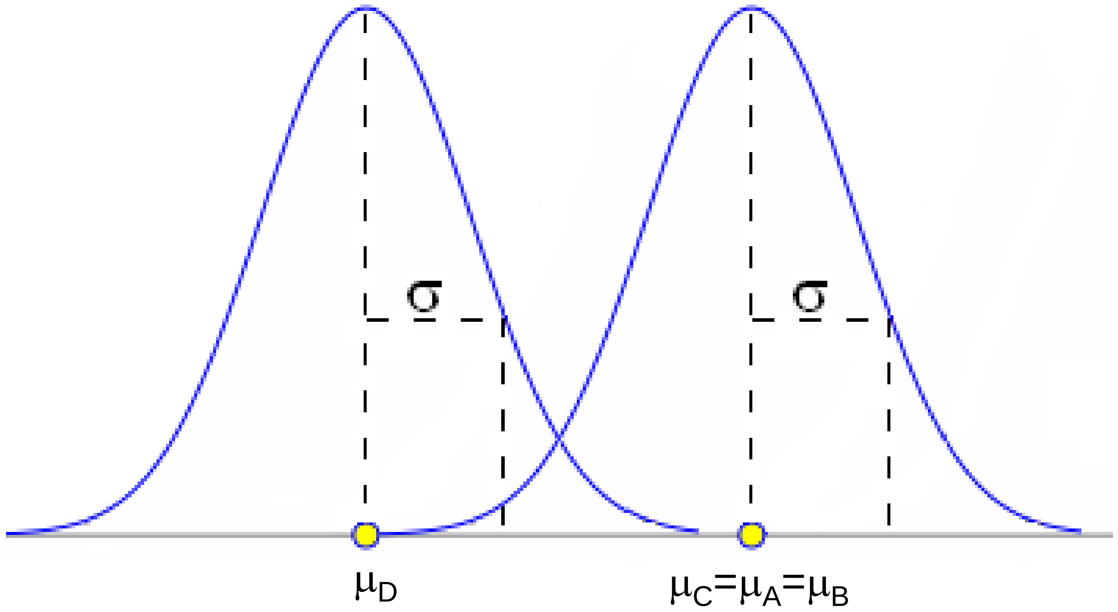
Nota: Médias seguidas de mesma letra não diferem entre si pelo teste de Tukey, ao nível α=0,05.

Conclusão:

As técnicas B, A e C não diferem entre si, mas são superiores à técnica D, ao nível α=0,05.

Teste de Tukey

Técnica de mistura	Resistência média
B	3156,25 a
A	2971,00 a
C	2933,75 a
D	2666,25 b



Procedimento geral de um teste de comparações múltiplas

A metodologia de aplicação é basicamente a mesma para todos os testes, consistindo nos seguintes passos:

1. Calcular a diferença mínima significativa (DMS);

Teste DMS de Fisher: $$DMS = t_{\alpha/2(\nu)}\sqrt{\frac{2}{r}S^2}$$

Teste de Tukey: $$DMS = q_{\alpha/2(\nu)}\sqrt{\frac{S^2}{r}}$$

Variância do resíduo

2. Organizar as médias em ordem decrescente;

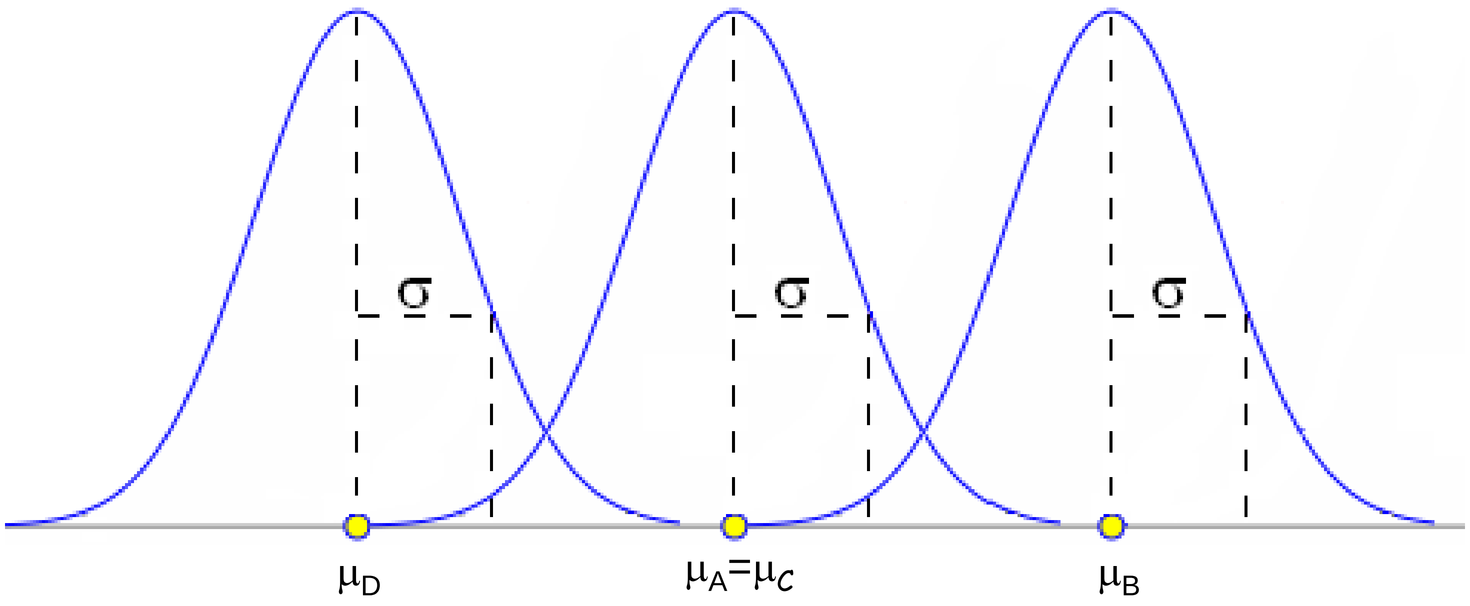
3. Comparar a maior média com a menor;

4. Comparar a maior média com a segunda menor (depende do resultado do passo 3);

... (o processo continua até que todas as comparações necessárias sejam realizadas).

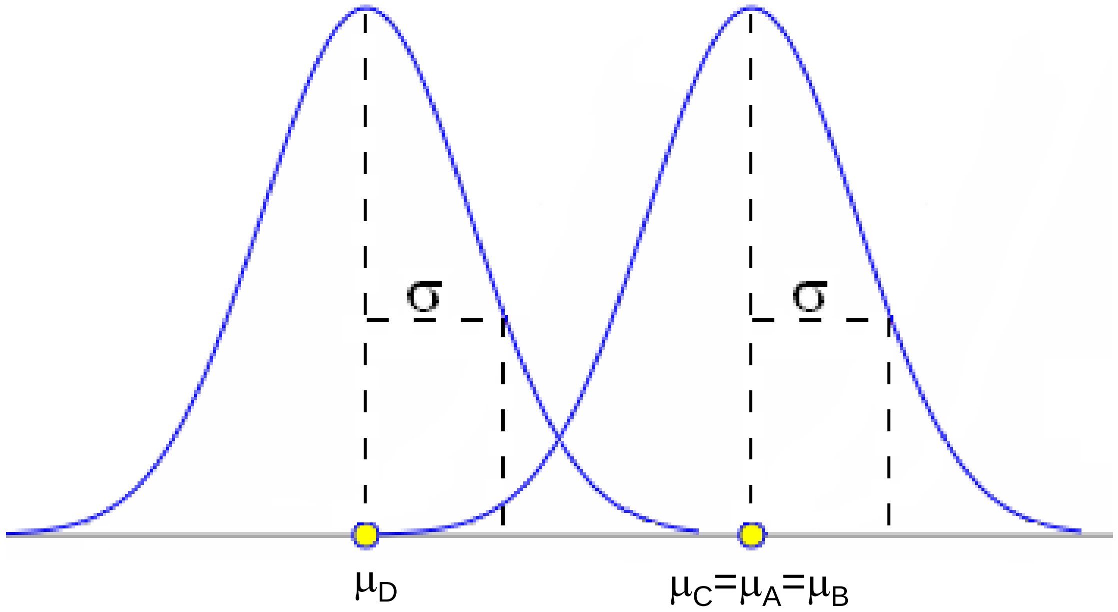
Teste DMS de Fisher

Técnica de mistura	Resistência média
B	3156,25 a
A	2971,00 b
C	2933,75 b
D	2666,25 c



Teste de Tukey

Técnica de mistura	Resistência média
B	3156,25 a
A	2971,00 a
C	2933,75 a
D	2666,25 b



Exemplo 2: Programas de computador modernos requerem capacidade de acesso rápido aos dados. Uma pesquisa foi conduzida para estudar o efeito do *tamanho do arquivo* de dados (Pequeno, Médio e Grande) e do *tamanho do buffer* (área de memória intermediária que serve para acelerar o acesso a dados que estão sendo transferidos entre dispositivos - memória de disco e memória RAM - que operam com velocidades diferentes), (20 kb e 40 kb) sobre a variável *tempo de acesso* aos arquivos, medido através do *tempo de leitura em milissegundos*.

Tamanho do arquivo	Tamanho do buffer	
	20	40
Pequeno	2,05; 2,04; 2,21; 2,12	2,32; 2,31; 2,48; 2,42
Médio	2,24; 2,21; 2,23; 2,09	2,52; 2,62; 2,57; 2,61
Grande	2,08; 2,34; 2,33; 2,24	2,71; 2,73; 2,90; 2,72

Exemplo 2: Análise da variância completa

Fonte de variação	GL	SQ	QM	F	fα
Tratamento	(5)	(1,2662)	0,2532	35,83	
Buffer	1	0,9322	0,9322	131,89	
Arquivo	2	0,2763	0,13815	19,55	
Buffer . Arquivo	2	0,0577	0,02887	4,08	3,55
Resíduo	18	0,1272	0,00707	-	-
Total	23	1,3935	-	-	-

Efeito da interação dos fatores tamanho de arquivo e tamanho de buffer

$$\begin{cases} H_0^{AB} : \tau_{P2} = \tau_{P4} = \tau_{M2} = \tau_{M4} = \tau_{G2} = \tau_{G4} = 0 & \leftarrow \text{Rejeita-se } H_0 \\ H_1^{AB} : \tau_{ij} \neq 0 & \text{(pelo menos um tratamento tem efeito significativo)} \end{cases}$$

Tabela de médias

Tamanho do arquivo	Tamanho do buffer		Médias marginais
	2	4	
P	2,105	2,383	2,244
M	2,193	2,580	2,386
G	2,248	2,765	2,506
Médias marginais	2,182	2,576	2,379

Quais médias diferem entre si?

Estudo do efeito simples do fator tamanho do arquivo, para cada nível do fator tamanho do buffer

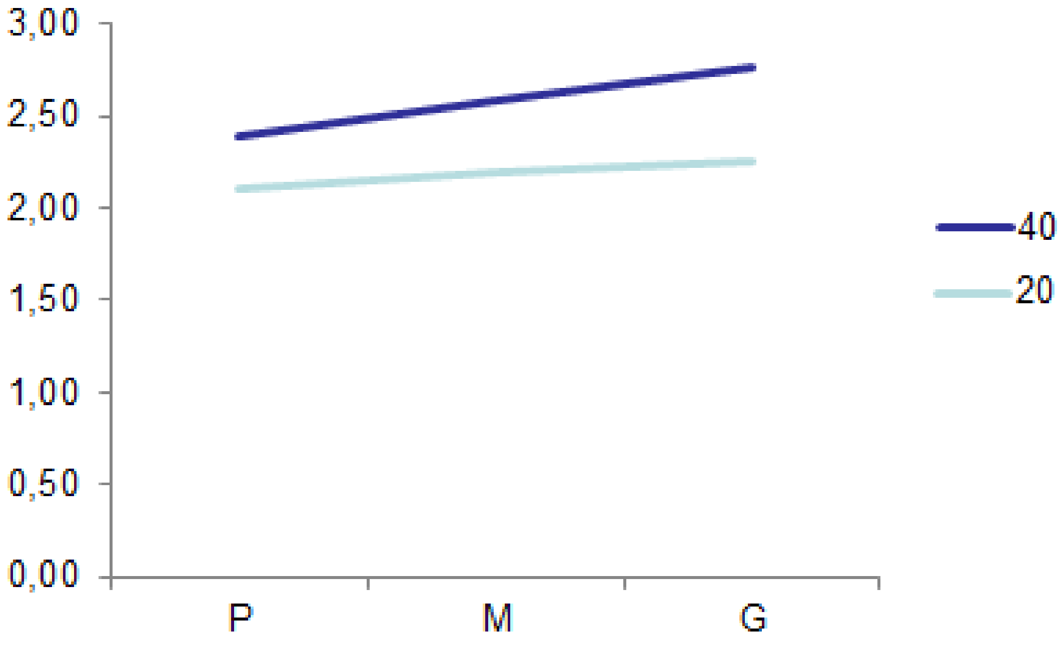

3,00
2,50
2,00
1,50
1,00
0,50
0,00
P
M
G
40
20

Tabela de médias

Tamanho do arquivo	Tamanho do buffer		Médias marginais
	2	4	
P	2,105	2,383	2,244
M	2,193	2,580	2,386
G	2,248	2,765	2,506
Médias marginais	2,182	2,576	2,379

Comparação de médias, fixando tamanho de buffer = 20 kb

3 Hipóteses: $\begin{cases} H_0: \mu_{G2} = \mu_{P2} \\ H_1: \mu_{G2} \neq \mu_{P2} \end{cases}$, $\begin{cases} H_0: \mu_{G2} = \mu_{M2} \\ H_1: \mu_{G2} \neq \mu_{M2} \end{cases}$, $\begin{cases} H_0: \mu_{M2} = \mu_{P2} \\ H_1: \mu_{M2} \neq \mu_{P2} \end{cases}$

Passo 1. Cálculo da DMS:

$$DMS = t_{\alpha/2(18)}\sqrt{\frac{2}{r}s^2} = 2{,}101\sqrt{\frac{2}{4}\times 0{,}00707} = 0{,}1255$$

Passo 2. Ordenação das médias:

Tamanho do arquivo	Média
P	2,105
M	2,193
G	2,248

Passos 3 a 6. Comparação das médias duas a duas:

Nível i	Nível j	Média i	Média j	Diferença	DMS	Resultado
P	G	2,105	2,248	|-0,143|	0,1255	Significativo 5%
P	M	2,105	2,193	|-0,088|	0,1255	ns
M	G	2,193	2,248	|-0,055|	0,1255	ns

Tamanho do arquivo	Média
P	2,105 a
M	2,193 ab
G	2,248 b

Nota: Médias seguidas de mesma letra não diferem entre si pelo teste DMS de Fisher, ao nível α=0,05.

Conclusões: Para buffer de 20 kb:

1. O tempo médio de acesso a arquivos de tamanho pequeno é menor que o tempo médio de acesso de arquivos de tamanho grande, mas não difere do tempo médio de arquivos de tamanho médio, ao nível α=0,05.
2. O tempo médio de acesso a arquivos de tamanho médio não difere do tempo médio de acesso a arquivos de tamanho grande, ao nível α=0,05.

Tabela de médias

Tamanho do arquivo	Tamanho do buffer		Médias marginais
	2	4	
P	2,105	2,383	2,244
M	2,193	2,580	2,386
G	2,248	2,765	2,506
Médias marginais	2,182	2,576	2,379

Comparação de médias, fixando tamanho de buffer = 40 kb

3 Hipóteses: $\begin{cases} H_0: \mu_{G4} = \mu_{P4} \\ H_1: \mu_{G4} \neq \mu_{P4} \end{cases}$, $\begin{cases} H_0: \mu_{G4} = \mu_{M4} \\ H_1: \mu_{G4} \neq \mu_{M4} \end{cases}$, $\begin{cases} H_0: \mu_{M4} = \mu_{P4} \\ H_1: \mu_{M4} \neq \mu_{P4} \end{cases}$

Passo 1. Cálculo da DMS:

$$DMS = t_{\alpha/2(18)} \sqrt{\frac{2}{r} s^2} = 2{,}101 \sqrt{\frac{2}{4} \times 0{,}00707} = 0{,}1255$$

Passo 2. Ordenação das médias:

Tamanho do arquivo	Média
P	2,383
M	2,580
G	2,765

Passos 3 a 6. Comparação das médias duas a duas:

Nível i	Nível j	Média i	Média j	Diferença	DMS	Resultado
P	G	2,383	2,765	|-0,382|	0,1255	Significativa (5%)
P	M	2,383	2,580	|-0,197|	0,1255	Significativa (5%)
M	G	2,580	2,765	|-0,185|	0,1255	Significativa (5%)

Apresentação do resultado do teste:

Tamanho do arquivo	Média
P	2,383 a
M	2,580 b
G	2,765 c

Nota: Médias seguidas de mesma letra não diferem entre si pelo teste DMS de Fisher, ao nível α=0,05.

Conclusões: Para buffer de 40 kb:

1. O tempo médio de acesso a arquivos de tamanho pequeno é menor que os tempos médios de acesso de arquivos de tamanho médio e grande, ao nível α=0,05.

2. O tempo médio de acesso a arquivos de tamanho médio é menor que o tempo médio de acesso a arquivos de tamanho grande, ao nível α=0,05.

Estudo do efeito simples do fator tamanho do buffer, para cada nível do fator tamanho do arquivo

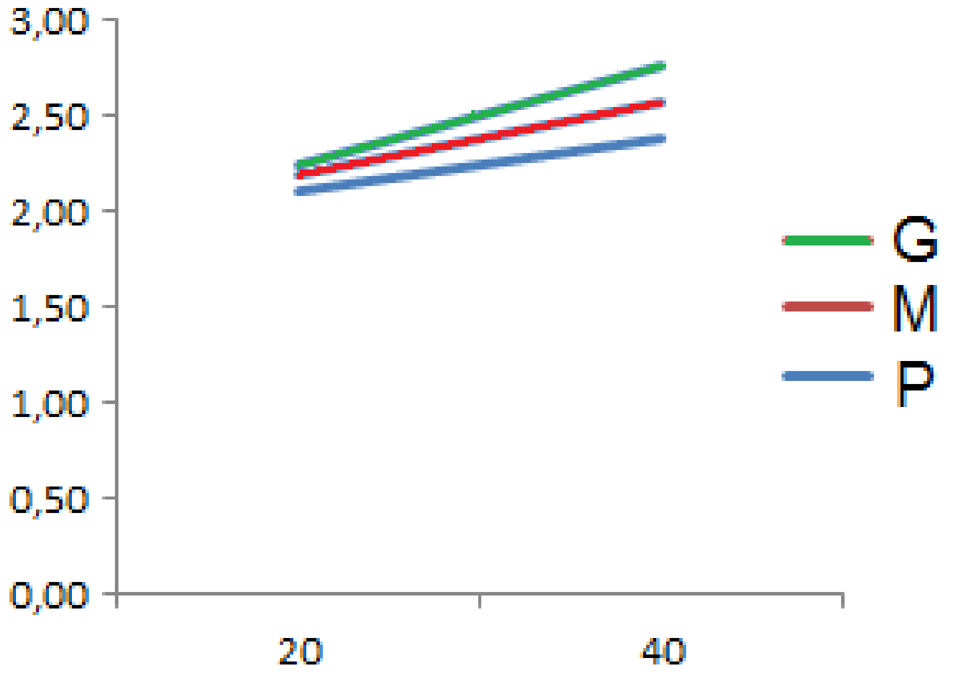

3,00
2,50
2,00
1,50
1,00
0,50
0,00
20
40
G
M
P

Tabela de médias

Tamanho do arquivo	Tamanho do buffer		Médias marginais
	2	4	
P	2,105	2,383	2,244
M	2,193	2,580	2,386
G	2,248	2,765	2,506
Médias marginais	2,182	2,576	2,379

Comparação de médias, fixando tamanho de arquivo = pequeno

Hipótese: $\begin{cases} H_0 : \mu_{P2} = \mu_{P4} \\ H_1 : \mu_{P2} \neq \mu_{P4} \end{cases}$

Passo 1. Cálculo da DMS:

$$DMS = t_{\alpha/2(18)} \sqrt{\frac{2}{r} s^2} = 2{,}101 \sqrt{\frac{2}{4} \times 0{,}00707} = 0{,}1255$$

Passo 2. Ordenação das médias:

Tamanho do buffer	Média
20	2,105
40	2,383

Passos 3 a 6. Comparação das médias duas a duas:

Nível i	Nível j	Média i	Média j	Diferença	DMS	Resultado
20	40	2,105	2,383	0,278	0,1255	Significativa (5%)

Apresentação do resultado do teste:

Tamanho do buffer	Média
20	2,105 a
40	2,383 b

Nota: Médias seguidas de mesma letra não diferem entre si pelo teste DMS de Fisher, ao nível α=0,05.

Conclusão:

1. Para arquivo de tamanho pequeno, o tempo médio de acesso em buffer de tamanho 20 kb é inferior ao tempo médio de acesso em buffer de tamanho 40 kb, ao nível α=0,05.

Tabela de médias

Tamanho do arquivo	Tamanho do buffer		Médias marginais
	2	4	
P	2,105	2,383	2,244
M	2,193	2,580	2,386
G	2,248	2,765	2,506
Médias marginais	2,182	2,576	2,379

Comparação de médias, fixando tamanho de arquivo = médio

Hipótese: $\begin{cases} H_0 : \mu_{M2} = \mu_{M4} \\ H_1 : \mu_{M2} \neq \mu_{M4} \end{cases}$

Passo 1. Cálculo da DMS:

$$DMS = t_{\alpha/2(18)} \sqrt{\frac{2}{r} s^2} = 2{,}101 \sqrt{\frac{2}{4} \times 0{,}00707} = 0{,}1255$$

Passo 2. Ordenação das médias:

Tamanho do buffer	Média
20	2,193
40	2,580

Passos 3 a 6. Comparação das médias duas a duas:

Nível i	Nível j	Média i	Média j	Diferença	DMS	Resultado
20	40	2,193	2,580	0,387	0,1255	Significativa (5%)

Apresentação do resultado do teste:

Tamanho do buffer	Média
20	2,193 a
40	2,580 b

Nota: Médias seguidas de mesma letra não diferem entre si pelo teste DMS de Fisher, ao nível α=0,05.

Conclusão:

1. Para arquivo de tamanho médio, o tempo médio de acesso em buffer de tamanho 20 kb é inferior ao tempo médio de acesso em buffer de tamanho 40 kb, ao nível α=0,05.

Tabela de médias

Tamanho do arquivo	Tamanho do buffer		Médias marginais
	2	4	
P	2,105	2,383	2,244
M	2,193	2,580	2,386
G	2,248	2,765	2,506
Médias marginais	2,182	2,576	2,379

Comparação de médias, fixando tamanho de arquivo = grande

Hipótese: $\begin{cases} H_0 : \mu_{G2} = \mu_{G4} \\ H_1 : \mu_{G2} \neq \mu_{G4} \end{cases}$

Passo 1. Cálculo da DMS:

$$DMS = t_{\alpha/2(18)} \sqrt{\frac{2}{r} s^2} = 2{,}101 \sqrt{\frac{2}{4} \times 0{,}00707} = 0{,}1255$$

Passo 2. Ordenação das médias:

Tamanho do buffer	Média
20	2,248
40	2,765

Passos 3 a 6. Comparação das médias duas a duas:

Nível i	Nível j	Média i	Média j	Diferença	DMS	Resultado
20	40	2,248	2,765	0,517	0,1255	Significativa (5%)

Apresentação do resultado do teste:

Tamanho do buffer	Média
20	2,248 a
40	2,765 b

Nota: Médias seguidas de mesma letra não diferem entre si pelo teste DMS de Fisher, ao nível α=0,05.

Conclusão:

1. Para arquivo de tamanho grande, o tempo médio de acesso em buffer de tamanho 20 kb é inferior ao tempo médio de acesso em buffer de tamanho 40 kb, ao nível α=0,05.

Algumas considerações

Os testes de comparações múltiplas apresentam alguns problemas:

- difícil interpretação;
- grande número de testes disponíveis, geralmente, produzindo resultados diferentes;
- taxa de erro tipo I, geralmente, aumentada com aumento do número de médias.

Ao se escolher um teste de comparações de médias, devemos considerar:

- O nível de significância do teste (α): probabilidade de declarar diferenças entre as médias quando elas são iguais.

- O poder do teste ($1-\beta$): probabilidade de declarar diferenças entre as médias quando elas realmente são diferentes.

Entretanto, sabemos que essas duas taxas são relacionadas, crescem juntas. Portanto, aumentar o poder do teste ($1-\beta$), implica em aumentar a taxa de erro tipo I (α).

Em cada experimento, devemos analisar qual das duas taxas traz piores consequências e escolher um teste que controle mais esta taxa.

Quando mais de duas médias são comparadas através do teste t, a taxa de erro tipo I, ou seja, o nível de significância do teste se altera.
A taxa de erro real se altera na seguinte proporção:

Taxa de erro real = $1 - (1 - \alpha)^{k-1}$,

onde:

k = número de médias;

α = a taxa de erro nominal.

Exemplos:

Se **$k = 2$** e a taxa de erro nominal é α, então:

Taxa de erro real = $1 - (1 - \alpha)^{2-1} = 1 - 1 + \alpha = \alpha$

Se **$k = 3$** e a taxa de erro nominal é α, então:

$$\text{Taxa de erro real} = 1 - (1 - \alpha)^{3-1}$$
$$= 1 - (1 - \alpha)^2$$
$$= 1 - (1 - 2\alpha + \alpha^2) = 2\alpha - \alpha^2$$

Algumas considerações

→ A principal diferença entre os testes decorre das diferentes taxas de erro que eles adotam. O teste de Tukey (Bonferroni e Dunnett) adota a taxa de erro por experimento e o teste DMS de Fisher adota taxa de erro por comparação.

→ Ocorrem mais resultados significantes quando se aplica o teste DMS de Fisher do que quando se aplica o teste de Tukey porque a probabilidade de rejeitar a hipótese de que duas médias são iguais é maior quando se utiliza o teste DMS de Fisher.

→ Como o teste de Tukey controla mais a taxa de erro tipo I, diz-se que é o teste mais conservador, pois declara diferenças significativas com menos frequência. Já o teste DMS de Fisher tem maior poder, uma vez que declara diferenças significativas mais frequentemente.

→ Se o pesquisador quer ter alta chance de rejeitar a hipótese de nulidade, pode optar pelos testes DMS de Fisher (ou de Duncan).

→ O pesquisador pode também optar por aplicar o teste de Tukey, com nível de significância mais elevado. Estes testes teriam então maior poder. Por exemplo, o teste de Tukey a 10 % tem maior poder do que o teste de Tukey a 5 %.

Algumas considerações

→ A necessidade de aplicar um teste com grande poder ocorre, por exemplo, nos experimentos de competição de cultivares.
Nesses casos, é importante um teste estatístico com alta probabilidade de discriminação. O erro de rejeitar a hipótese de que duas cultivares têm a mesma produção média – quando isso é verdade – tem menor importância.

→ Por outro lado, em algumas situações, o pesquisador necessita de um teste que só rejeite a hipótese de nulidade com muita confiança.
Esta situação pode ocorrer quando se comparam novas drogas terapêuticas com uma droga conhecida. Toda droga tem efeitos colaterais. Muitas vezes, só é razoável indicar uma nova droga – de efeitos colaterais desconhecidos – quando existem indicações seguras de que essa nova droga é melhor que a convencional.

→ De qualquer forma, fica um alerta: todos os procedimentos para comparação de médias têm vantagens e desvantagens.
Ainda não existe um teste definitivamente “melhor” que todos os outros.
Mas é preciso adotar um procedimento formal para comparar médias. Isto evita que as conclusões fiquem totalmente dependentes da opinião do pesquisador.

Testes de comparações de médias

	DMS de Fisher	***Bonferroni***	***Scheffé***	***Tukey***	***Duncan***	***Dunnett***
Taxa de erro	Com base na comparação	Com base no experimento	Com base no experimento	Com base no experimento	α cresce à medida que cresce a distância entre as médias	Com base no experimento
Exatidão	Exato para = e ≠ número de repetições	Exato para = e ≠ número de repetições	Exato para = e ≠ número de repetições	Exato para = número de repetições	Exato para = número de repetições	Exato para = número de repetições
Utilização	Para qualquer contraste de médias	Para qualquer contraste de médias	Para qualquer contraste de médias	Para comparar médias 2 a 2	Para comparar médias 2 a 2	Para comparar médias 2 a 2 do tipo tratamento × testemunha
Inconveniente	Não controle do aumento do erro tipo I	Rigor exagerado quando o número de comparações for grande (resultado pouco discriminativo)	Rigor exagerado reduzindo o poder discriminativo	Rigor exagerado reduzindo o poder discriminativo	Pouco controle do erro tipo I, maior preocupação com o poder de discriminação.	Rigor exagerado reduzindo o poder discriminativo
Recomendações	- Para testar grupos específicos de contrastes de médias escolhidos a priori. - Para testar contrastes que envolvam tratamento × testemunha	Para testar contrastes (médias 2 a 2 ou qualquer contraste) quando forem de número reduzido	Para testar contrastes (não ortogonais) que envolvam mais de duas médias	Para comparar médias 2 a 2, nos casos em que o erro tipo I tem conseqüências graves	Para comparar médias 2 a 2, nos casos em que se exige alto grau de discriminação e que o erro tipo I não é tão grave	Comparações unilaterais ou bilaterais do tipo tratamento × testemunha, substituindo o DMS nos casos em que o número de comparações cresce

Bibliografia consultada

SILVA, J.G.C. da **Estatística experimental: análise estatística de experimentos.** Pelotas, RS: Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2000. 318p.

Sistema Galileu de Educação Estatística. Disponível em: http://www.galileu.esalq.usp.br

VIEIRA, S. **Estatística Experimental**. 2 ed. São Paulo: Atlas, 1999. 185p.