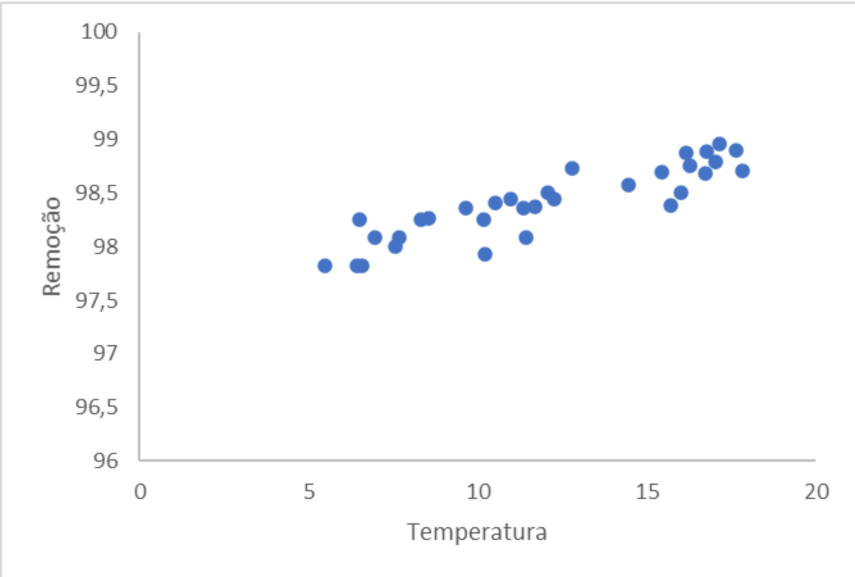
Gabarito da Lista 3 – Tópico 2.3

a) Classifique as variáveis e identifique as escalas de medida.

Temperatura inicial (°C): variável numérica contínua, escala intervalar

Eficiência da remoção (%): variável numérica contínua, escala de razão

b) Utilizando a planilha Excel, construa o diagrama de dispersão bivariada de y e x. Este diagrama sugere uma associação entre as variáveis? Se sim, de que tipo?



O diagrama sugere uma associação linear positiva, pois os valores das variáveis crescem conjuntamente, formando uma elipse ascendente.

c) Utilizando a planilha Excel, construa a tabela auxiliar.

Tabela Auxiliar

i	x	y	x^2	y^2	xy
1	7,68	98,09	58,98	9621,65	753,33
2	6,51	98,25	42,38	9653,06	639,61
3	6,43	97,82	41,34	9568,75	628,98
4	5,48	97,82	30,03	9568,75	536,05
5	6,57	97,82	43,16	9568,75	642,68
6	10,22	97,93	104,45	9590,28	1000,84
7	15,69	98,38	246,18	9678,62	1543,58
8	16,77	98,89	281,23	9779,23	1658,39
9	17,13	98,96	293,44	9793,08	1695,18
10	17,63	98,90	310,82	9781,21	1743,61
11	16,72	98,68	279,56	9737,74	1649,93
12	15,45	98,69	238,70	9739,72	1524,76
13	12,06	98,51	145,44	9704,22	1188,03
14	11,44	98,09	130,87	9621,65	1122,15

15	10,17	98,25	103,43	9653,06	999,20
16	9,64	98,36	92,93	9674,69	948,19
17	8,55	98,27	73,10	9656,99	840,21
18	7,57	98,00	57,30	9604,00	741,86
19	6,94	98,09	48,16	9621,65	680,74
20	8,32	98,25	69,22	9653,06	817,44
21	10,50	98,41	110,25	9684,53	1033,31
22	16,02	98,51	256,64	9704,22	1578,13
23	17,83	98,71	317,91	9743,66	1760,00
24	17,03	98,79	290,02	9759,46	1682,39
25	16,18	98,87	261,79	9775,28	1599,72
26	16,26	98,76	264,39	9753,54	1605,84
27	14,44	98,58	208,51	9718,02	1423,50
28	12,78	98,73	163,33	9747,61	1261,77
29	12,25	98,45	150,06	9692,40	1206,01
30	11,69	98,37	136,66	9676,66	1149,95
31	11,34	98,36	128,60	9674,69	1115,40
32	10,97	98,45	120,34	9692,40	1080,00
Soma	384,26	3149,04	5099,2412	309892,65	37850,776
Média	12,00812	98,4076			

Cálculos intermediários:

SQX = 5099,2412 – 32 x $12{,}00812^2$ = 485
SQY = 309892,65 – 32 x $98{,}4076^2$ = 3,501
SPXY = 37850,776 – 32 x 12,00812 x 98,4076= 36,71

d) Calcule a covariância para y e x (indicando as unidades de medida) e interprete-a.

$$s_{xy} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{n-1} = 36{,}71 / 31 = 1{,}184 \text{ °C \%}$$

Interpretação: O sinal positivo indica que as variáveis temperatura e eficiência de remoção crescem conjuntamente.

e) Calcule o coeficiente de correlação linear para y e x e interprete-o.

$$r = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n\bar{x}^2)(\sum y_i^2 - n\bar{y}^2)}} = 36{,}71 / \text{Raiz } (485 \times 3{,}501) = 0{,}8909$$

Interpretação: Correlação **forte** e **positiva** entre as variáveis temperatura e eficiência de remoção, ou seja, existe uma forte tendência de valores altos de temperatura estarem associados a valores altos de eficiência de remoção.

f) Estabeleça a hipótese de interesse a respeito do coeficiente de correlação linear de y e x, teste-a e redija a conclusão. Use α = 0,05.

1. Pressuposição

- Distribuição da variável (X,Y) é normal bivariada;

2. Hipóteses estatísticas

$$\begin{cases} H_0 : \rho = 0 \\ H_1 : \rho \neq 0 \end{cases}$$

3. Taxa de erro

α = 0,05

4. Estatística do teste

$$t = \frac{0,8909}{\sqrt{\dfrac{1 - 0,8909^2}{32 - 2}}} = 10,74$$

5. Decisão e conclusão

Como $t_{\alpha/2(30)} = 2,042 < t = 10,74$, rejeitamos H_0.

Concluímos, ao nível de 5% de significância, que o coeficiente de correlação populacional difere de zero. Portanto, existe uma correlação linear positiva entre a temperatura e a eficiência de remoção. Valores altos de temperatura estão associados a valores altos de eficiência de remoção.

g) Construa o intervalo de confiança, ao nível de 95%, para o coeficiente de correlação linear de y e x.

$$IC(\rho;\ 0,95): \left[\frac{exp\left\{2\left[\frac{1}{2}\,ln\left(\frac{1+0,8909}{1-0,8909}\right)-\frac{1,96}{\sqrt{32-3}}\right]\right\}-1}{exp\left\{2\left[\frac{1}{2}\,ln\left(\frac{1+0,8909}{1-0,8909}\right)-\frac{1,96}{\sqrt{32-3}}\right]\right\}+1};\frac{exp\left\{2\left[\frac{1}{2}\,ln\left(\frac{1+0,8909}{1-0,8909}\right)+\frac{1,96}{\sqrt{32-3}}\right]\right\}-1}{exp\left\{2\left[\frac{1}{2}\,ln\left(\frac{1+0,8909}{1-0,8909}\right)+\frac{1,96}{\sqrt{32-3}}\right]\right\}+1}\right]$$

IC (ρ; 0,95): [0,7865; 0,9458]

Concluímos com 95% de confiança que os limites 0,7865 e 0,9458 compreendem o coeficiente de correlação populacional.