UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
CENTRO DE DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO

Estatística Básica

Exercícios

Clause Fátima de Brum Piana

Pelotas, 2018.

Tabela 1. Medidas relativas a automóveis modelos 1978-79 no mercado norte-americano.

Obs.	Modelo	Nacionalidade	Peso (kg)	Potência (CV)	Consumo (km/l)	Número de cilindros
1	Buick Estate Wagon	EUA	1977,7	155	7,18	8
2	Ford Country Squire Wagon	EUA	1838,9	142	6,59	8
3	Chevy Malibu Wagon	EUA	1635,2	125	8,16	8
4	Chrysler LeBaron Wagon	EUA	1787,2	150	7,86	8
5	Chevette	EUA	977,5	68	12,75	4
6	Toyota Corona	Japão	1161,2	95	11,69	4
7	Datsun 510	Japão	1043,3	97	11,56	4
8	Dodge Omni	EUA	1011,5	75	13,13	4
9	Audi 5000	Alemanha	1283,7	103	8,63	5
10	Volvo 240 GL	Suécia	1424,3	125	7,23	6
11	Saab 99 GLE	Suécia	1267,8	115	9,18	4
12	Peugeot 694 SL	França	1546,8	133	6,89	6
13	Buick Century Special	EUA	1533,1	105	8,76	6
14	Mercury Zephyr	EUA	1392,5	85	8,84	6
15	Dodge Aspen	EUA	1642,0	110	7,91	6
16	AMC Concord D/L	EUA	1546,8	120	7,69	6
17	Chevy Caprice Classic	EUA	1741,8	130	7,23	8
18	Ford LTD	EUA	1689,6	129	7,48	8
19	Mercury Grand Marquis	EUA	1794,0	138	7,01	8
20	Dodge St Regis	EUA	1737,3	135	7,74	8
21	Ford Mustang 4	EUA	1172,5	88	11,26	4
22	Ford Mustang Ghia	EUA	1320,0	109	9,31	6
23	Mazda GLC	Japão	895,8	65	14,49	4
24	Dodge Colt	Japão	868,6	80	14,92	4
25	AMC Spirit	EUA	1211,1	80	11,65	4
26	VW Scirocco	Alemanha	902,6	71	13,39	4
27	Honda Accord LX	Japão	968,4	68	12,54	4
28	Buick Skylark	EUA	1211,1	90	12,07	4
29	Chevy Citation	EUA	1177,1	115	12,24	6
30	Olds Omega	EUA	1224,7	115	11,39	6
31	Pontiac Phoenix	EUA	1159,4	90	14,24	4
32	Plymouth Horizon	EUA	997,9	70	14,54	4
33	Datsun 210	Japão	916,3	65	13,52	4
34	Fiat Strada	Itália	966,2	69	15,85	4
35	VW Dasher	Alemanha	993,4	78	12,96	4
36	Datsun 810	Japão	1276,9	97	9,35	6
37	BMW 320i	Alemanha	1179,3	110	9,14	4
38	VW Rabbit	Alemanha	873,2	71	13,56	4

1. A partir dos dados da Tabela 1 responda as questões.

a) Qual é a população?
b) Qual é o tamanho da amostra (n)?
c) Qual é a unidade de observação?
d) Sublinhe na tabela uma observação.
e) Classifique cada variável da tabela e identifique sua escala de medida.
f) Represente simbolicamente as variáveis numéricas e os valores dessas variáveis para a quinta unidade de observação.

2. Num estudo sobre hábitos de vida de uma pequena comunidade de 1.000 famílias, o pesquisador obtém, dentre outras informações, a idade do “chefe” de cada família e ainda a opinião dele em relação à implantação de um parque de diversões na comunidade. Identifique e classifique as variáveis analisadas. Qual a unidade de observação e de quantas observações consiste este estudo?

3. Desenvolva os seguintes somatórios:

a) $\sum_{i=1}^{5} 2x_i = 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5$ (exemplo)

b) $\sum_{j=6}^{10} f_j^2 =$

c) $\sum_{j=3}^{6} (x_j + c) =$

d) $\sum_{i=1}^{4} (x_i + 2)^2 f_i =$

e) $\sum_{i=1}^{5} k_i \sum_{i=1}^{3} y_i =$

f) $\sum_{i=3}^{5} \frac{1}{4} x_i y_i =$

g) $\sum_{i=2}^{4} (x_i + 3y_i)^2 + \sum_{i=2}^{4} y_i =$

4. Usando a notação Σ, represente as seguintes operações:

a) $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = \sum x_i$ (exemplo)

b) $5x_1^2 + 5x_2^2 + \ldots + 5x_{10}^2 =$

c) $x_1 + y_1 + x_2 + y_2 + \ldots + x_6 + y_6 =$

d) $w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + k =$

e) $x_1 y_1 + x_2 y_2 + \ldots + x_n y_n =$

f) $c(x_3 + A)^3 + c(x_4 + A)^3 + c(x_5 + A)^3 =$

g) $\frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{y_1 + y_2 + y_3 + y_4} =$

5. A partir das informações da tabela a seguir, determine:

i	x_i	y_i
1	4	3
2	0	-1
3	1	5
4	-1	-2
5	3	2

a) $\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 =$ 4 + 0 + 1 + (-1) + 3 = 7 (exemplo)

b) $\sum_{i=2}^{5} y_i =$

c) $\sum x_i y_i =$

d) $\sum x_i \sum y_i =$

e) $\left(\sum x_i\right)^2 =$

f) $\sum (x_i - 2) =$

g) $\sum x_i^2 =$

h) $\sum (y_i - 3)^2 =$

6. Considerando os dados da Tabela 1, calcule:

a) A soma de valores da variável peso para o grupo de nacionalidade alemã.
b) A soma de produtos dos valores das variáveis potência e consumo para o grupo de automóveis de nacionalidade japonesa.
c) A soma de quadrados dos valores da variável consumo para o grupo de automóveis de 6 cilindros.

7. O salário mínimo “per capita” e a carga horária semanal de trabalhadores registrados pelo DIEESE (Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Sócio-Econômicos) para alguns países da América Latina no ano de 1994 foram, respectivamente: Argentina: 200 dólares e 48 horas; Uruguai: 160 dólares e 40 horas; México: 127 dólares e 40 horas; Paraguai: 146 dólares e 45 horas; Brasil: 82 dólares e 44 horas. A partir desses dados construa uma série estatística (na forma tabular).

8. Os gastos (em reais/habitante) na área social em alguns países da América Latina, no ano de 1990, segundo o DIEESE, foram: Uruguai: 488,50; Argentina: 457,00; Chile: 263,00; Brasil: 130,00. Organize uma série estatística (tabela) com esses dados e classifique-a.

9. Critique as tabelas abaixo, de acordo com as normas de apresentação tabular.

a) Repetência na 1ª série, no período de 1984/1989.

Ano	Alunos repetentes
1984	1.472
1985	1.324
1986	1.099
1987	956
1988	1.197
1989	1.151

b) Efetivo do rebanho bovino nos Estados da Região Sul.

Estado	Ano		
	1988	1989	1990
Paraná	8.472.318	8.603.778	8.616.783
Santa Catarina	2.960.442	2.969.344	Não disponível
Rio Grande do Sul	13.829.640	13.832.766	13.715.085

10. Classifique a série estatística dada a seguir e faça um gráfico de linhas para representá-la.

Cursos de graduação existentes em Universidades do RS, por dependência administrativa, de 1982-85.

	Dependência administrativa	
Ano	Federal	Particular
1982	143	184
1983	114	127
1984	105	120
1985	106	131

Fonte: Anuário Estatístico do Brasil.

11. Classifique a série estatística dada a seguir e faça um gráfico de setores para representá-la.

Situação do corpo docente no ensino de 2º grau em Minas Gerais, segundo a dependência administrativa, em 1963.

Ensino	Professores
Federal	406
Estadual	2.532
Municipal	636
Particular	11.319

Fonte: Secretaria Municipal de Educação de Belo Horizonte.

12. Faça um gráfico de linhas para representar a série da letra a e um gráfico de barras para a série da letra b.

a) Vítimas em acidentes de trânsito, no Brasil, de 1991-93.

Ano	Vítimas
1991	272.107
1992	295.655
1993	359.969

Fonte: Anuário Estatístico do Brasil.

b) Matrícula nos municípios da Inspetoria X, em Minas Gerais, no ano de 1973.

Município	Matrículas
Igarapé	800
Itatiaiuçu	200
Mateus Leme	1.000

Fonte: Boletim Semestral.

13. Faça um gráfico de linhas para representar as inflações IBGE e FGV da tabela dada a seguir.

Relação de alguns indicadores econômicos de março a dezembro de 1988.

Meses	Inflação IPC (IBGE) [1]	Inflação IGP (FGV) [2]
Março	16,01	18,16
Abril	19,26	20,33
Maio	17,78	19,51
Junho	19,53	20,83
Julho	24,04	21,54
Agosto	20,66	22,89
Setembro	24,01	25,76
Outubro	27,25	27,58
Novembro	26,92	27,97
Dezembro	28,79	28,89

Fonte: Boletim da Secretaria da Agricultura do Paraná - Fevereiro de 1989.

[1] IPC: Índice de Preços ao Consumidor (IBGE: Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística);

[2] IGP: Índice Geral de Preços (FGV: Fundação Getúlio Vargas).

14. Arredonde os seguintes números, seguindo as duas regras de aproximação:

12,418 =	15,2049 =	1,0813 =	75,32208 =
0,099905 =	44,904 =	5,095 =	73.549,0009 =
789,5781 =	9.789,115 =	149,7842 =	0,0018584 =

15. O conjunto de dados ordenado que segue refere-se à quantidade de cádmio em peixes marinhos observados em diferentes locais do Atlântico Norte.

2,7	3,7	4,5	4,5	5,0	5,1	5,1	5,5
5,5	5,7	6,4	6,5	7,5	7,7	7,9	7,9
8,0	8,4	8,5	8,9	9,5	9,6	9,6	10,1
10,8	10,8	11,4	12,1	12,4	12,7	13,1	13,1
14,1	14,4	14,7	16,9	17,1	18,0	18,9	27,0

a) Construa uma distribuição de frequência para o conjunto de dados. Calcule também os centros de classe (c_j).
b) Com o auxílio da planilha Excel, obtenha a média, a variância, o desvio padrão e o coeficiente de variação desses dados.
c) Calcule a média do conjunto de dados a partir da tabela de distribuição de freqüências e indique as classes que compreendem o primeiro e o terceiro quartis.
d) Faça o resumo de cinco números (mediana, quartis e extremos) e construa o gráfico de caixa para esses dados. Verifique se existem valores discrepantes no conjunto.

16. Os dados em rol relacionados a seguir referem-se à produção diária de leite de vacas da raça Holandesa obtida em duas ordenhas, em kg.

5,0	5,0	5,0	5,0	5,5	5,5	6,0	6,0	6,5	6,5	6,5
6,5	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,5	8,0	8,5	8,5
9,0	9,0	9,0	9,5	10,0	10,0	10,5	10,5	11,0	11,0	12,0

a) Construa uma tabela de distribuição de frequências para os dados.
b) Interprete a f_2 e a F_5'.
c) Determine a moda e os quartis do conjunto de dados.
d) Com o auxílio da planilha Excel, calcule a média, a variância e os coeficientes de assimetria e curtose desses dados.

17. Os dados que seguem (em ordenação vertical) referem-se ao peso (em milhares de toneladas) de grandes tanques de óleo.

189	223	231	254	270
195	224	232	257	274
214	227	232	258	277
218	229	237	259	290
220	229	239	260	290
220	230	249	268	313
220	231	253	269	361
222	231	253	269	375

a) Construa uma tabela de frequências (absolutas, relativas e acumuladas) para esses dados utilizando sete classes e intervalo constante.
b) Represente graficamente o conjunto de frequências relativas.
c) Determine a classe modal e a classe mediana da tabela de frequências.
d) Utilizando a planilha Excel, calcule os coeficientes de assimetria (a_3) e de curtose (a_4) e classifique a distribuição quanto à assimetria e à curtose.
e) Obtenha o resumo de cinco números (mediana, quartis e extremos) para os dados e verifique se algum valor é discrepante em relação aos demais.
f) Construa o gráfico de caixa e, com base neste gráfico, caracterize a distribuição quanto à simetria.

18. A tabela que segue apresenta a distribuição de frequências dos tempos de vida (em 100 milhares de ciclos) de 101 placas de alumínio sujeitas a estresse.

j	Classes	c_j	F_j	F'_j	f_j	f'_j
1	3,5 ├— 5,5		1			
2	5,5 ├— 7,5		3			
3	7,5 ├— 9,5		8			
4	9,5 ├— 11,5		17			
5	11,5 ├— 13,5		19			
6	13,5 ├— 15,5		19			
7	15,5 ├— 17,5		11			
8	17,5 ├— 19,5		17			
9	19,5 ├— 21,5		3			
10	21,5 ├— 23,5		2			
11	23,5 ├— 25,5					
	Total					

a) Complete a tabela.
b) Construa um histograma para representar a distribuição e indique no gráfico as classes que contêm os quartis.

19. Os dados da tabela abaixo se referem aos pontos obtidos por 100 alunos quando submetidos a um teste de conhecimentos.

j	Classes	c_j	F_j	F'_j	c_jF_j
1	├—			10	
2	├—			21	
3	├—			32	
4	├—			48	
5	30 ├— 35			58	
6	├—			66	
7	├—			85	
8	├—┤				
	$\sum$	–	100	–	

a) Complete a tabela.
b) Calcule a média e indique a classe modal e a classe mediana.
c) Faça um histograma para representar a distribuição.

20. Uma empresa é composta de 20 empregados, sendo que cinco têm salários de R$ 200,00, quatro de R$ 250,00, três de R$ 300,00, três de R$ 400,00, dois de R$ 450,00, dois de R$ 500,00 e um de R$ 600,00.
a) Construa a distribuição de frequência relativa aos salários.
b) Qual é o salário médio?
c) Se a empresa resolver dar um aumento de 20% a seus empregados, qual será o novo salário médio?
d) Se a empresa, além do aumento de 20%, der uma gratificação de modo que o novo salário médio seja R$ 420,00, de quanto será esta gratificação?

21. Foi medida a concentração de sódio (em mEq/l) no suor de 60 estudantes, obtendo-se os seguintes resultados:

29	39	45	49	52	54	58	61	66	72
31	41	46	50	52	54	59	61	66	73
35	43	47	51	53	55	59	63	67	74
36	43	47	51	53	56	59	63	67	75
37	43	47	51	53	57	60	63	69	77
38	44	48	51	53	57	60	65	71	82

a) Construa uma tabela de frequências (absolutas, relativas e acumuladas) para os dados.
b) Com o auxílio da planilha Excel, determine a média, a mediana e o desvio padrão dos dados.

22. Em 50 meninos de 12 anos de idade foi anotado o número de dentes permanentes cariados ou obturados, obtendo-se que 8, 12, 10, 6, 4, 4, 4, 0 e 2 meninos tinham 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 dentes nestas condições, respectivamente. Calcular a média, a mediana e o desvio padrão da distribuição.

23. Para cada um dos conjuntos de dados abaixo, calcule a média, a mediana e a moda.

a) 18 25 16 30 35 27 30 20 30.

b) 155 185 148 212 210 167 174 136 200 145.

c) 300 325 300 374 395 318 332 300 377 374 374.

24. A partir do conjunto de dados, calcule a média e os quartis.

35 38 32 40 49 35 32 32 31 28 35 38 39 42 37 27 29 40 45 33

25. Calcule, a partir dos dados da tabela abaixo, o consumo médio dos automóveis modelos 1978-79 no mercado norte-americano.

Consumo médio, segundo o número de cilindros, de automóveis modelos 1978-79 no mercado norte-americano.

Número de cilindros	Número de automóveis	Consumo médio (km/l)
4	19	12,760
5	1	8,630
6	10	8,961
8	8	7,406

26. Suponha-se que o professor da disciplina de Estatística compare o desempenho dos seus alunos, através dos pontos (notas) obtidos nas provas (Tabela 1), e classifique-os em quatro conceitos básicos: Ótimo, Bom, Médio e Fraco. Para delimitar os intervalos de pontos dentro dos quais os conceitos estão definidos, utiliza os quartis, conforme a Tabela 2.

Tabela 1. Pontos obtidos pelos alunos do Curso de Medicina Veterinária da UFPel na 1ª prova de Estatística – 2º semestre de 1998.

Aluno (i)	Pontos $x_{(i)}$	Aluno (i)	Pontos $x_{(i)}$	Aluno (i)	Pontos $x_{(i)}$
1	3,1	16	5,7	31	7,5
2	3,3	17	5,7	32	7,5
3	3,5	18	6,2	33	7,5
4	3,8	19	6,2	34	7,6
5	4,7	20	6,3	35	8,0
6	4,7	21	6,7	36	8,1
7	4,9	22	6,8	37	8,5
8	5,0	23	6,9	38	8,6
9	5,2	24	6,9	39	8,6
10	5,2	25	7,0	40	8,7
11	5,3	26	7,2	41	9,0
12	5,5	27	7,3	42	9,4
13	5,5	28	7,4	43	9,8
14	5,6	29	7,4	44	10,0
15	5,6	30	7,4	45	10,0

Tabela 2. Intervalos de pontos dentro dos quais estão definidos os conceitos de Estatística.

Conceitos	Intervalos de pontos
Ótimo	$Q_3 < X$
Bom	$Q_2 < X \leq Q_3$
Médio	$Q_1 < X \leq Q_2$
Fraco	$X \leq Q_1$

a) Determine os valores que delimitam os intervalos de pontos.
b) Verifique em qual dos conceitos foi enquadrado o aluno que obteve nota 7,6.
c) Calcule a amplitude do intervalo que compreende 50% das notas mais centrais.

27. Considerando os dados da Tabela 1 (pag. 1), calcule:
   a) O peso médio dos automóveis de nacionalidade alemã.
   b) A soma de quadrados dos desvios da variável peso em relação a média para o grupo de automóveis de nacionalidade alemã.
   c) A variância do peso dos automóveis de nacionalidade alemã.

28. Supondo que este mesmo professor tivesse estabelecido que os alunos que fariam reforço seriam os que obtivessem notas abaixo da média menos um desvio padrão ($X < \bar{x} - s$) e que os alunos que obtivessem notas acima da média mais um desvio padrão ($X > \bar{x} + s$) estariam dispensados de um dos trabalhos de classe. Utilizando os dados da Tabela 1 e sabendo que a variância do conjunto de dados é de 3,153 pontos^2, determine a nota abaixo da qual os alunos tiveram que fazer reforço e a nota acima da qual os alunos foram dispensados do trabalho. Quantos alunos fizeram o reforço? Quantos alunos não precisaram de reforço, mas tiveram que fazer o trabalho de classe?

29. Considerando o seguinte grupo de valores: 9; 1; 5; 6; 4; 4; 6, calcule a média aritmética, a moda, a mediana, a amplitude total, a variância, o desvio padrão e o coeficiente de variação.

30. Para preencher uma única vaga de professor existente na Escola E, foi realizado um concurso onde participaram 18 candidatos. Estes foram submetidos a uma entrevista, uma prova sobre conhecimentos específicos na área de interesse e uma prova didática, e foram avaliados por uma banca constituída de duas pessoas, de modo que cada candidato recebeu seis notas (duas em cada forma de avaliação). Três deles destacaram-se com as notas descritas na tabela dada a seguir.

Distribuição das notas.

Candidato	Entrevista		Prova escrita		Prova didática	
	1ª nota	2ª nota	1ª nota	2ª nota	1ª nota	2ª nota
A	8,0	8,0	6,5	7,5	8,5	9,0
B	8,0	8,0	6,0	7,0	9,0	10,0
C	8,0	8,0	7,5	8,0	8,0	8,5

Como todas as formas de avaliação tinham o mesmo peso, o critério inicial para a escolha do candidato foi a média aritmética simples das seis notas de cada um. Em caso de empate no primeiro quesito, seria escolhido o candidato que apresentasse notas mais homogêneas, ou seja, com menor variação. Qual dos candidatos foi selecionado?

31. A média de aprovação na disciplina de Cálculo é igual a 5,0 ou mais. Durante o período letivo foram realizadas três provas, sendo que a primeira e a terceira tiveram peso *quatro* e a segunda teve peso *dois*. Os resultados, incluindo os de uma prova de substituição optativa, foram os seguintes:

Estudante	Provas			Optativa	Média final
	1ª	2ª	3ª		
1	3,0	5,0	6,0	5,0	
2	2,5	4,5	5,0	7,0	
3	6,0	2,0	3,0	2,0	
4	8,0	1,5	4,0	5,0	
5	5,0	8,5	7,0	n/c	
6	1,5	2,0	8,5	n/c	
7	8,5	10,0	9,0	n/c	
Média					

Sabendo-se que a nota da prova optativa substitui a menor nota das provas precedentes e tem o mesmo peso da prova que substituiu, determine:
   a) a média final de cada estudante;
   b) a média das provas;
   c) a média geral dos estudantes no período.

32. Sejam as variáveis:

X_1 = altura (em centímetros) de alunos da primeira série da escola E.
X_2 = altura (em centímetros) de alunos da oitava série da escola E.
Y = peso (em quilogramas) de alunos da oitava série da escola E.

a) Considerando somente as variáveis X_1 e X_2: Que medida você usaria para identificar qual dos dois conjuntos de valores é mais homogêneo. Por quê?
b) Considerando somente as variáveis X_2 e Y: Que medida você usaria para identificar qual dos dois conjuntos de valores é mais heterogêneo. Por quê?

33. Os valores abaixo referem-se ao número de nascimentos de crianças do sexo masculino e feminino, respectivamente, durante os doze meses do ano de 1990, em um hospital universitário.

Sexo	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Masculino	30	29	39	63	36	37	24	25	30	35	38	30
Feminino	31	35	50	65	38	40	42	44	57	53	47	39

I. Para cada grupo de valores, determine:
   a) três medidas de localização;
   b) quatro medidas de variação.

II. Diga qual dos grupos é mais homogêneo, justificando sua resposta, e calcule o número médio de crianças que nasceram por mês durante o ano de 1990.

34. Em uma padaria foi feita uma pesquisa para verificar o consumo de leite e de pão nos primeiros dez dias do mês de janeiro. Foram levantados os seguintes valores diários:

Consumo de leite (em litros)	25	26	30	30	28	23	25	29	34	30
Consumo de pão (em kg)	31	40	36	39	39	40	42	38	39	41

Tendo por base os dados dessa pesquisa:
a) Calcule o consumo médio diário de leite e de pão.
b) Verifique qual o conjunto de valores que teve maior variação, justificando a resposta.

35. Dê uma lista dos dados que correspondem aos seguintes ramos de diagramas de ramo e folhas:

a) 1| 4 7 0 1 5
b) 4| 2 0 3 9 8
c) 7| 3 5 1 1 6

36. A seguir temos os tempos de resposta (em picos segundos) de 30 circuitos integrados:

3,7	4,1	4,5	4,6	4,4	4,8	4,3	4,4	5,1	3,9
3,3	3,4	3,7	4,1	4,7	4,6	4,2	3,7	4,6	3,4
4,6	3,7	4,1	4,5	6,0	4,0	4,1	5,6	6,0	3,4

Construa um diagrama de ramos e folhas usando os dígitos de unidades como ramos e os de décimos como folhas. Use esse diagrama de ramo e folhas para decidir sobre a simetria desses dados.

UNIDADE III - Elementos de Probabilidade

3.1. Probabilidade no espaço básico

1. Seja o conjunto fundamental formado pelos inteiros positivos de um a dez. Definem-se A={2, 3, 4}, B = {3, 4, 5} e C = {5, 6, 7}. Liste os elementos dos seguintes conjuntos:
   a) Complemento de B intersecção com C: $(\bar{B} \cap C)$.
   b) Complemento de A união com C: $(\bar{A} \cup C)$.
   c) Complemento da intersecção dos complementos de B e C: $(\overline{\bar{B} \cap \bar{C}})$.
   d) Complemento da intersecção de A com o complemento da intersecção de B com C: $[\overline{A \cap (\overline{B \cap C})}]$.
   e) Complemento da intersecção de C com a união de A com B: $[\overline{C \cap (A \cup B)}]$.

2. Seja o conjunto fundamental dado por U = {x; 0 ≤ x ≤ 2}. Definem-se os conjuntos A e B da forma seguinte: A = {x; 1/2 < x ≤ 1} e B = {x; 1/4 < x < 3/2}. Descreva os seguintes conjuntos:
   a) Complemento da união de A com B $(\overline{A \cup B})$.
   b) A união complemento de B $(A \cup \bar{B})$.
   c) Complemento da intersecção de A com B $(\overline{A \cap B})$.
   d) Complemento de A intersecção B $(\bar{A} \cap B)$.

3. Considere o experimento lançamento, ao mesmo tempo, de um dado de quatro faces (1, 2, 3 e 4) e uma moeda (c - cara e k - coroa).
   a) Obtenha o espaço amostral e verifique se ele é enumerável.
   b) Construa dois eventos nesse espaço. Nesse caso, de que forma se poderia definir probabilidade de um evento? Utilize a sua definição para calcular a probabilidade de um dos dois eventos.

4. De um lote de 18 aparelhos de ar condicionado adquiridos pela UFPel, cinco são da marca A com um ano de garantia, quatro são da marca A com garantia estendida, seis são da marca B com garantia estendida e três são da marca B com um ano de garantia. Definem-se os seguintes eventos: A = {marca A}, B = {marca B}, E = {garantia estendida} e G = {um ano de garantia}. Nestas condições calcule:
   a) a probabilidade de o complemento de A intersecção com o complemento de G;
   b) a probabilidade de B união E.

5. De uma urna contendo quatro bolas numeradas de 1 a 4 retiram-se duas bolas. Sabendo-se que as quatro bolas têm a mesma chance de ser retirada, encontre a probabilidade de que a média aritmética dos valores das duas bolas retiradas seja 2 ou 3.

6. Um lote é formado de 12 artigos bons, 5 com pequenos defeitos e 3 com defeitos graves. Um artigo é escolhido ao acaso. Determine a probabilidade de que esse artigo:
   a) não tenha defeitos;
   b) não tenha defeitos graves;
   c) seja perfeito ou tenha defeitos graves.

7. Se os registros indicam que 504, dentre 813 lavadoras automáticas de pratos vendidas por uma grande loja de varejo, exigiram reparos dentro da garantia de um ano, qual é a probabilidade de uma lavadora dessa loja não exigir reparo dentro da garantia?

8. Para que um número real P(A) seja considerado uma probabilidade, relacione os axiomas que esse valor deve obedecer.

9. Em uma certa cidade 80% das casas assinam um jornal de uma cidade vizinha e 60% assinam um jornal local e 50% assinam ambos os jornais. Uma casa é selecionada aleatoriamente. Encontre a probabilidade de que nessa casa pelo um desses jornais estejam sendo assinados.

10. De 8 alunas de uma classe, 3 têm olhos azuis. Se duas destas oito alunas são escolhidas ao acaso, qual é a probabilidade de:
    a) ambas terem olhos azuis?
    b) nenhuma ter olhos azuis?
    c) pelo menos uma ter olhos azuis?

11. Uma locadora de automóveis possui 10 carros para locação (6 nacionais e 4 estrangeiros). Um grupo de pessoas solicitou 4 carros para aluguel. Se os carros são escolhidos aleatoriamente, obtenha a probabilidades de que o grupo:
    a) receba 3 carros nacionais;
    b) receba pelo menos 3 carros nacionais;
    c) não receba nenhum carro nacional.

12. Dentre 9 números positivos e 5 negativos, escolhem-se ao acaso 4 números sem reposição e multiplicam-se esses números. Qual é a probabilidade do produto ser um número positivo?

13. Duas cartas são selecionadas aleatoriamente dentre seis numeradas de 1 a 6. Encontre a probabilidade do produto ser ímpar, supondo que:
    a) as duas cartas são retiradas juntas;
    b) as cartas são retiradas uma após a outra sem reposição.

14. Doze cartelas numeradas de 1 a 12 são misturadas numa urna. Duas cartelas (X, Y) numeradas são extraídas da urna sucessivamente e sem reposição. Qual a probabilidade de que a soma de X + Y seja um número ímpar?

15. Lança-se um par de dados não viciados. Determine a probabilidade da soma ser igual ou maior que 9 se:
    a) ocorrer 6 no primeiro dado;
    b) ocorrer 6 em pelo menos um dos dados.

16. Lançam-se três moedas não viciadas. Encontre a probabilidade de ocorrer cara em todas elas se:
    a) ocorrer cara na primeira;
    b) ocorrer cara em pelo menos uma das moedas.

17. Sejam A e B dois eventos associados a um experimento. Suponha que P(A) = 0,4, $P(A \cup B) = 0{,}7$ e P(B) = p. Determine p nas seguintes situações:
    a) A e B são mutuamente exclusivos;
    b) A e B são independentes.

18. Uma caixa contém uma moeda não viciada e uma de duas caras. Uma moeda é selecionada aleatoriamente e lançada. Se ocorre cara, a outra moeda é lançada; se ocorre coroa a mesma moeda é lançada.
    a) Encontre a probabilidade de ocorrer cara no segundo lançamento.
    b) Se ocorreu cara no segundo lançamento, encontre a probabilidade de ter ocorrido também no primeiro.

19. Um organismo vivo simples vive um período t e logo se divide em dois. Durante o período t cada organismo está sujeito ao risco de morrer com probabilidade igual a 0,3. Supondo que t=20 minutos para todos os organismos semelhantes e que a sobrevivência destes é completamente independente, calcule a probabilidade de que, iniciando com um só de tais organismos, existam oito vivos ao término de uma hora.

20. Em certa comunidade 8% de todos os adultos com mais de 50 anos têm diabetes. Se um laboratório local diagnostica 95% de todas as pessoas diabéticas como portadoras da doença e 98% de todas as não diabéticas como não portadoras, qual é a probabilidade de um adulto com mais de 50 anos, diagnosticado como portador da doença, ter de fato diabetes?

21. Na seção de relações públicas de uma grande loja de departamentos, a probabilidade de uma queixa de um consumidor se referir a mercadoria defeituosa é 0,65, a probabilidade de se referir a atraso na entrega é 0,30 e a probabilidade de se referir a erros de faturamento é 0,05. A probabilidade de cada tipo de queixa ser resolvida satisfatoriamente é 0,70, 0,10 e 0,90, respectivamente.
    a) Determine a probabilidade de uma queixa ser resolvida satisfatoriamente.
    b) Se uma queixa foi resolvida satisfatoriamente, qual a probabilidade de se referir a erro de faturamento.

3.2. Variáveis aleatórias

3.2.1. Variáveis aleatórias discretas

22. Se as probabilidades de uma criança da faixa etária de 6 a 16 anos consultar um dentista 0, 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 vezes por ano são 0,09, 0,25, 0,29, 0,18, 0,14, 0,03 e 0,02, quantas vezes podemos esperar que uma criança daquela faixa etária consulte um dentista em um ano?

23. Em um torneio de boliche paga-se R$10.000,00 ao vencedor. Quais são os valores esperados para os dois finalistas se
    a) eles estão equilibrados;
    b) suas probabilidades de ganhar são 0,65 e 0,35;
    c) suas probabilidades de ganhar são 0,85 e 0,15.

24. Os pais de uma estudante prometeram-lhe uma recompensa de 100 reais se ela obtiver A em estatística, 50 reais se obtiver B, mas nenhuma recompensa nos demais casos. Qual é o valor esperado se as probabilidades de obter conceitos A e B são 0,32 e 0,40, respectivamente?

25. Seja X uma variável aleatória discreta tal que $S_X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e P(X=x) = 1/5, para todo $x \in S_X$.
    a) Qual o valor esperado e a variância de X?
    b) Determine a_3 e interprete-o.

3.2.2. Variáveis aleatórias contínuas

26. Seja X uma variável aleatória contínua que descreve o volume de chuva em determinada região (X = 1000 mm de chuva) com

$$f(x) = \frac{3}{4}\, x\,(2 - x), \text{ sendo } S_X = \{x; 0 \le x \le 2\} \text{ e}$$
$$f(x) = 0, \text{ se x não pertence a } S_X.$$

    a) Verifique se f(x) é função de densidade de probabilidade e trace o seu gráfico.
    b) Determine a função distribuição F(x).
    c) Dado que A = {x; 1 < x < 2}, obtenha a probabilidade do evento A.
    d) Se chover mais de 1700 mm, haverá necessidade de drenar o excesso de água. Você acha razoável prever um sistema de drenagem?
    e) Se chover menos do que 1300 mm, haverá necessidade de represar água. Você acha razoável prever a construção de barragens?
    f) Encontre média e a variância de X.

27. Uma variável aleatória contínua X assume valores compreendidos entre 0 e 4, onde a sua função d densidade $f(x) = 0,5 - ax$ é definida. Sejam os eventos A = {x; $0,5 \leq x \leq 3$} e B = {x; $2,5 \leq x \leq 3,5$}. Determine:
   a) o valor de a;
   b) P{x; $1 < x < 2$};
   c) P(A);
   d) P(B);
   e) $P(A \cap B)$;
   f) P(A/B);
   g) média e variância de X.

28. Dada a função de distribuição acumulada

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 0 \\ 2x^2 & \text{para } 0 \leq x \leq 1/2 \\ x & \text{para } 1/2 < x \leq 1 \\ 1 & \text{para } x > 1 \end{cases}$$

Determine:
   a) A função de densidade f(x) e o seu gráfico;
   b) P(X < 2/3)
   c) E(X)
   d) O gráfico de F(X).

29. Dada a função f(x) = 2x, definida no intervalo 0 < x < k, determine:
   a) o valor de k de forma que f(x) seja uma densidade;
   b) calcule a $P(\mu - \sigma/2 < X < \mu + \sigma/2)$;
   c) Determine o a_3 e interprete-o;
   d) E(2/3 – X);
   e) V(X - 1/18).

30. O consumo de área foliar causado pelo ataque de uma lagarta pode ser expresso por uma variável aleatória com função de densidade de probabilidade f(x) = k/x, para $1 \leq x \leq 12$ (x é expresso em cm^2 por folha).
   a) Obtenha o valor de k.
   b) Calcule a probabilidade de em uma planta haver consumo superior a 1,8 cm^2 por folha.
   c) Calcule a probabilidade de em uma planta haver consumo entre 1,6 e 2,2 cm^2 por folha.

3.3. Distribuições de probabilidade

3.3.1. Distribuições de variáveis discretas

31. Construa a distribuição de probabilidade e escreva a função de probabilidade para um experimento de Bernoulli em que π = 0,7.

32. Construa a distribuição de probabilidade do experimento relativo ao sexo no nascimento de um bovino. A variável X é definida como o número de machos nascidos. Escreva o espaço amostral básico (S) e o espaço amostral da variável aleatória X (S_X). Escreva a função de probabilidade.

33. Sejam quatro repetições independentes do experimento de Bernoulli, com π = 0,75. Obtenha a função de probabilidade, construa a distribuição de probabilidade e a distribuição de probabilidade acumulada. Calcule a média e a variância da distribuição. Interprete o valor de E(X) obtido.

34. Seja X a variável aleatória que exprime a ocorrência de chuva (0 = Não, 1 = Sim) na primeira semana de abril e suponha que a probabilidade de chover nessa semana seja 0,7.
   a) Especifique a função de probabilidade de X.
   b) Determine a média e a variância de X.

35. Dada a função de probabilidade abaixo, obtenha:

$$P(X = x) = P_4^{x,4-x}.0,9^x.0,1^{4-x} \qquad S_x = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

   a) os parâmetros;
   b) a distribuição de probabilidade e o seu gráfico;
   c) a média e a variância.

36. Um criador necessita repor quatro fêmeas de seu plantel. Seis matrizes foram acasaladas e produziram um filho cada. Supondo que machos e fêmeas nascem com a mesma probabilidade, obtenha a probabilidade de que seja necessária a compra de ao menos uma fêmea de outro criador.

37. Numa competição de tiro ao alvo, a probabilidade de um atirador acertar é 1/4. Supondo que ele atira cinco vezes e que os disparos são independentes, determine:
   a) a função de probabilidade e seu gráfico;
   b) a função probabilidade acumulada de X e seu gráfico.
   c) a distribuição de probabilidade e de probabilidade acumulada de X;
   d) o valor esperado de X, utilizando a expressão geral e confira o resultado com o do teorema;
   e) a variância de X, utilizando a expressão geral e confira o resultado com o do teorema;
   f) os coeficientes de assimetria e curtose e interprete-os.

38. Um teste de múltipla escolha de inglês contém 10 questões, cada uma com cinco alternativas, sendo apenas uma correta. Todas as questões têm o mesmo valor (1,0 ponto) e a nota para ser aprovado no teste é 7,0. Este teste é aplicado a um aluno que nunca estudou inglês e “chuta” todas as respostas. Considere que a variável aleatória X é definida como o número de questões respondidas corretamente.
   a) Indique qual é o tipo de distribuição referente a **cada** questão do teste, o espaço amostral e o(s) parâmetro(s).
   b) Calcule a probabilidade de que este aluno seja aprovado no teste.
   c) Calcule a média e o desvio padrão de X e interprete estes valores.

39. Uma caixa contém 10 garrafas de vinho das quais 4 são Cabernet, 3 são Riesling e as restantes são Pinot Blanc. Retiram-se, sem reposição, 4 garrafas. Se X é o número de garrafas de vinho Cabernet, obtenha:
   a) a expressão analítica da função de probabilidade de X;
   b) a distribuição de probabilidade de X;
   c) a média e a variância de X.

40. O processo de amostragem, utilizado no controle de qualidade de componentes eletrônicos, seleciona cinco componentes ao acaso, dentre quarenta, e rejeita o lote se um defeito é encontrado. Qual é a probabilidade de que exatamente um defeito seja encontrado na amostra se existem três defeitos no lote inteiro?

41. De uma área experimental com a cultura de arroz irrigado foram escolhidas ao acaso três unidades experimentais (parcelas) de um total de quinze, das quais, cinco estão com falhas devido ao ataque de pragas. Calcule a probabilidade de que:
   a) nenhuma parcela apresente falha;
   b) somente uma parcela apresente falha;
   c) pelo menos uma apresente falha.

42. Uma comissão de cinco pessoas deve ser selecionada, ao acaso, dentre três químicos e cinco físicos. Encontre a distribuição de probabilidade do número de químicos na comissão.

43. Suponha que em média uma pessoa em 1.000 comete um erro numérico na preparação da declaração do imposto de renda. Se 10.000 formulários são selecionados ao acaso e examinados, qual é a probabilidade de que 6, 7 ou 8 destes formulários terão erros?

44. Em um posto de pedágio de uma rodovia, constata-se que, num dado instante, a chegada de um veículo comporta-se segundo a lei de Poisson. A probabilidade de nenhum veículo, P(X = 0), se apresentar para pagar o pedágio em um instante t é de 0,4966. Calcule a probabilidade de que menos de três carros estejam em fila, num instante para pagar o pedágio.

45. Uma certa área do oeste de Santa Catarina é atingida, em média, por seis ventos fortes (com velocidade acima de 90k m/h) por ano. Encontre a probabilidade de num dado ano:
   a) menos do que quatro ventos fortes atingirem esta área;
   b) cerca de seis a oito ventos fortes atingirem esta área.

3.3.2. Distribuições de variáveis contínuas

46. Uma lâmpada tem duração de acordo com a seguinte densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}001e^{-0{,}001x}, & \text{para } x>0 \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

Determinar:
   a) a probabilidade de que uma lâmpada dure mais do que 1200 horas;
   b) a probabilidade de que uma lâmpada dure menos do que sua duração média;
   c) a duração mediana.

47. Se as interrupções no suprimento de energia elétrica ocorrem segundo uma distribuição de Poisson com a média de uma por mês (quatro semanas), qual a probabilidade de que entre duas interrupções consecutivas haja um intervalo de:
   a) menos de uma semana;
   b) mais de três semanas.

48. O tempo até a venda de um certo modelo de eletrodoméstico, que é regularmente abastecido em um supermercado, segue uma distribuição exponencial, com parâmetros λ=0,4 aparelhos/dia. Indique a probabilidade de um aparelho indicado ao acaso ser vendido logo no primeiro dia.

49. Sendo Z uma variável aleatória contínua com distribuição normal padrão, determine:
   a) P(0 < Z < 2,1)
   b) P(0 < Z < 0,65)
   c) P(-1,78 < Z < 0)
   d) P(-2.84 < Z < 1.4)
   e) P(1,32 < Z < 2,35)
   f) P(Z > -1,75)

50. Determine o valor de Z nos itens a seguir:
   a) a probabilidade entre 0 e Z é igual a 39,25%;
   b) a probabilidade à direita de Z é igual a 91,31%;
   c) a probabilidade à esquerda de Z é igual a 13,79%;
   d) a probabilidade entre 1,8 e Z é igual a 13,77%.

51. Na seleção de provadores de café são dadas dez amostras, nas quais o degustador deve diferenciar o tipo de café. Sabe-se que a média de acertos é de 4,5 com desvio padrão 1,0. Uma empresa deseja selecionar provadores que acertem o tipo de café em, pelo menos, sete amostras. Supondo que o número de acertos seja normalmente distribuído e que num determinado concurso se apresentem 500 candidatos, quantos poderão ser selecionados?

52. Dois estudantes foram informados de que alcançaram as variáveis reduzidas de 0,8 e -0,4, respectivamente, em um exame de múltipla escolha de inglês. Se seus graus foram 88 e 64, determine a média e o desvio padrão dos graus do exame.

53. A taxa de respiração X em diafragmas de ratos (em microlitros/mg de peso seco/hora) sob condições normais é normalmente distribuída com média 2,03 e variância 0,44. Calcule a probabilidade de que, observado um valor de X, ele fique fora do intervalo (1,59; 2,47).

54. Supondo que em indivíduos sadios ou normais, a taxa de albumina no sangue tenha distribuição normal com média 4,4 g/100cc e desvio padrão 0,6 g/100cc, então, para uma população de indivíduos sadios ou normais, calcule:
   a) a probabilidade de se ter uma taxa de albumina menor do que 3 g/100cc;
   b) a probabilidade de se ter uma taxa de albumina maior do que 4,9 g/100cc;
   c) a probabilidade de se ter uma taxa de albumina entre 3,2 g/100cc e 5,2 g/100cc;
   d) a probabilidade de se ter uma taxa de albumina não compreendida entre 2,9 g/100cc e 5 g/100cc;
   e) a taxa de albumina que é ultrapassada por 5% da população;
   f) a taxa de albumina que é ultrapassada por 2,5% da população;
   g) a taxa de albumina que não é ultrapassada por 10% da população;
   h) as taxas de albumina, simétricas em relação a taxa média, entre as quais estão compreendidas 99% das taxas da população.

55. Suponha que X, a carga de ruptura de um cabo (em kg), tenha distribuição normal com μ = 100 e σ^2 = 16. Cada rolo de 100 m de cabo dá um lucro de R$ 4.250,00 desde que X > 95. Se x < 95, o cabo deverá ser utilizado para uma finalidade diferente e um lucro de R$ 1700,00 será obtido. Determinar o lucro esperado por rolo.

56. Complete as afirmações com **V** (verdadeiro) ou **F** (falso).

   a) ( ) Se X tem distribuição binomial, o formato da distribuição será assimétrico positivo sempre que a probabilidade de sucesso for maior que a probabilidade de fracasso.
   b) ( ) Na distribuição de Poisson as maiores probabilidades estão associadas aos menores valores de X, por isso sua forma é assimétrica negativa.
   c) ( ) A distribuição binomial se aproxima da normal quando π tende a 0,5 e n tende a ∞.
   d) ( ) Se uma variável aleatória é contínua, a probabilidade de ocorrência de seus valores é expressa pela área sob a função densidade de probabilidade dentro do intervalo de interesse.
   e) ( ) O fator de correção para populações finitas tende a zero quando o tamanho da população N tende a infinito.
   f) ( ) Quando padronizamos uma variável X, o valor z encontrado indica quantos desvios padrões existem de μ até x.
   g) ( ) A distribuição normal tem a_3=0 e a_4=0.
   h) ( ) A aproximação da hipergeométrica para a binomial é considerada satisfatória quando tamanho da amostra representar menos de 10% do tamanho da população.
   i) ( ) A distribuição binomial não configura um processo de Bernoulli porque a probabilidade de sucesso se altera a cada repetição do experimento.
   j) ( ) As duas distribuições que estão associadas a um mesmo experimento aleatório são a distribuição de Poisson e a distribuição de exponencial.

UNIDADE IV - Inferência Estatística

4.1. Distribuições amostrais

1. Sejam X_1 e X_2 variáveis aleatórias independentes tendo, cada uma delas, a seguinte distribuição:

X	1	2	3	4
p(x)	0,2	0,3	0,4	0,1

a) Obtenha a distribuição amostral da média: $\overline{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$.

b) Construa o histograma relativo a essa distribuição indicando a tendência de formato quando aumenta o tamanho da amostra.

c) Obtenha a média e a variância da distribuição de $\overline{X}$ e relacione os resultados com a distribuição de X.

d) Obtenha duas estimativas da variância populacional.

2. Uma loja de roupas vende três tipos de camisetas aos preços de 12, 15 e 20 reais. Baseado nos registros de vendas, pôde-se estabelecer as proporções de vendas de cada tipo:

X=x	12	15	20
P(X=x)	0,5	0,2	0,3

a) Obtenha as amostras de tamanho dois da variável X (valor recebido pelo lojista).
b) Obtenha a distribuição da média e da soma (total).
c) Calcule a média e a variância de cada distribuição.
d) Ao longo de uma semana, 20 consumidores adquiriram, independentemente, camisetas de um desses tipos. Obtenha a média e a variância da soma.

3. Um sistema de sorteios vende três tipos de cartões que pagam 5, 10 ou 20 reais. Considerando que a chance de ganhar 5, 10 ou 20 reais é de 0,05, 0,03 e 0,02, respectivamente, como mostra a tabela abaixo:

Valor pago (X=x)	0	5	10	20
P(X=x)		0,05	0,03	0,02

a) Complete a tabela;
b) Obtenha a média e a variância do valor recebido por um jogador;
c) Considere duas amostras selecionadas com reposição de dois jogadores (0, 5) e (5, 10). Obtenha para cada amostra: a probabilidade de ocorrência e a estimativa da média e da variância. A média e a variância das amostras estimam quais valores da população?

4. Seja a amostra aleatória de tamanho três e sejam os estimadores $\overline{X} = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$ e $\overline{X}_p = \frac{1}{6}(X_1 + 2X_2 + 3X_3)$, mostre que a média simples é mais eficiente que a ponderada.

5. Suponha que o peso de 2.500 estudantes seja normalmente distribuído com média 61,5 kg e desvio padrão 12 kg. Que valores espera-se encontrar para a média e o desvio padrão da distribuição amostral da média na hipótese de se utilizar amostras de tamanho n = 36, supondo que a amostragem seja feita com reposição.

4.2. Intervalos de confiança

6. O Instituto de Nutrição da América Central e Panamá fez um estudo intensivo de resultados de dietas publicados em revistas científicas. Uma dieta aplicada a 15 pessoas produziu os seguintes níveis de colesterol (em mg/l): 204, 108, 140, 152, 158, 129, 175, 146, 157, 174, 192, 194, 144, 152 e 135. Obtenha o intervalo de confiança, ao nível de 95%, para o verdadeiro teor médio de colesterol.

7. Com interesse de avaliar a largura interna de um entalhe usinado em um pistão, coletou-se uma amostra aleatória de 12 pistões que indicou $\overline{x} = 12,258\,mm$ e s^2=0,0015. Construa um intervalo de 95% de confiança para a largura média do entalhe.

8. O peso de garrafas de vidro apresenta variância conhecida igual a 900 g^2. Uma amostra aleatória de 20 unidades indica $\overline{x} = 508\,g$. Construa um intervalo com 90% de confiança para o peso médio dessas garrafas.

9. Em um processo químico, a viscosidade do produto resultante segue o modelo normal. A partir da amostra apresentada a seguir, defina o intervalo de confiança, ao nível de 95%, para a viscosidade média.

35,2	36,7	37,5	38,2	38,7	39,5
36,3	37,3	37,8	38,3	39,3	40,1

10. Uma máquina é usada para encher pacotes de leite. O volume segue aproximadamente o modelo normal. Uma amostra de 16 potes indicou:

1021	1016	1012	1011	1014	1018	1022	1027
1008	1015	1013	1013	1017	1019	1007	1003

a) construa um intervalo de 99% para a média;
b) construa um intervalo de 95% para a média.

11. Considere os dados do exercício 10 e suponha que há uma segunda máquina de enchimento para a qual uma amostra de 16 pacotes indicou:

1011	1015	1017	1015	1021	1021	1010	1007
1022	1018	1016	1015	1020	1022	1025	1030

Construa um intervalo de 95% para a diferença entre as duas médias das máquinas. Baseado nos resultados desses cálculos você concluiria que as duas máquinas fornecem o mesmo volume médio?

12. A Testosterona é uma droga que tem sido ministrada a atletas com a intenção de aumentar a massa muscular. Um estudo foi conduzido com 22 atletas, onde 11 receberam uma determinada dose da droga, durante um período de seis semanas, e os outros 11 receberam um placebo. Ao final desse período foi medida a largura do músculo (em mm, determinados por raio X). Encontre o intervalo de confiança a 95% para a média de cada população e para a diferença entre as médias.

Indivíduos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Placebo	3,7	5,2	4,0	4,7	4,3	3,9	4,2	4,9	5,1	4,1	4,0
Droga	13,1	16,5	15,3	15,7	14,1	15,0	15,5	16,1	15,8	14,3	15,2

4.3. Testes de hipóteses

13. Teste de hipótese é um procedimento estatístico destinado a verificar hipóteses relativas a parâmetros populacionais. Uma questão fundamental nesse processo é a taxa de erro de conclusão. Indique o motivo pelo qual poderão existir tais erros e quais são eles.

14. Para a comparação entre as médias de duas populações pode-se utilizar a estatística T, onde a variância utilizada é a variância combinada das duas amostras. Indique as pressuposições que deverão ser válidas para que essa metodologia seja adequada.

Para todos os problemas a seguir, siga os passos:
1. Enunciar as pressuposições requeridas para o uso da estatística do teste.
2. Definir as hipóteses estatísticas.
3. Fixar a taxa de erro aceitável.
4. Usar as observações da amostra para calcular o valor da estatística do teste.
5. Decidir sobre a hipótese testada e concluir.

15. Uma cadeia de lojas recebeu um novo modelo de aparelho som. Para determinar um processo adequado de promoção dos novos aparelhos, estudou-se o seu desempenho em termos de potência. O fabricante especificou que, em média, os aparelhos atingem 65 watts a 8 ohms. Obtida uma amostra de oito aparelhos, verificou-se que a potência média foi de 63,1 watts com desvio padrão de 1,7 watts. Verifique se a informação do fabricante está condizente com os resultados amostrais.

16. Diante de uma equipe de fiscais, a nutricionista responsável pelo cardápio de um restaurante declarou que o peso médio de uma determinada vitamina por bandeja de refeição é de 5,5 g. Foi retirada uma amostra de 25 bandejas do fornecimento diário de refeições desse restaurante, encontrando-se uma média de 5,2 g da vitamina e um desvio padrão de 1,2 g. Verifique a veracidade da informação da nutricionista.

17. O Instituto de Nutrição da América Central e Panamá fez um estudo intensivo de resultados de dietas publicados em revistas científicas. Uma dieta aplicada a 15 pessoas produziu os seguintes níveis de colesterol (em mg/l):

204 108 140 152 158 129 175 146 157 174 192 194 144 152 135

Sabendo-se que o nível médio normal de colesterol é de 190 mg/l, verifique se a redução no teor médio de colesterol das pessoas submetidas a essa dieta foi significativa.

18. Para testar o desempenho em termos de consumo de combustível de um novo carro compacto, o fabricante sorteou seis motoristas profissionais que dirigiram o automóvel de Pelotas a Porto Alegre. O consumo do carro (em litros) para cada um dos seis motoristas foi de

27,2 29,3 31,5 28,7 30,2 29,6

Baseado nesses dados, o fabricante pode indicar que o consumo médio do novo carro é de 30 litros para viagens nesse percurso?

19. Vinte observações de um tipo de matriz indicaram um tempo de vida média de 217 minutos. Sabendo que o desvio padrão é de 20 minutos, teste a hipótese de que o tempo de vida é inferior a 250 minutos, conforme atestam alguns engenheiros. Use α = 0,05.

20. Num estudo do tempo médio de adaptação para uma amostra aleatória de 30 homens num grande complexo industrial surgiram as seguintes estatísticas: $\bar{x} = 3{,}2$ anos e $s = 0{,}8$ anos. Pode-se concluir, ao nível de 1% de significância que os homens tenham um tempo de adaptação menor que as mulheres que é de 3,7 anos?

21. Os dados a seguir representam o ganho obtido em um processo químico. Use α = 0,05 e teste a hipótese de que nas condições atuais o ganho seja superior a 1,5.

1,50	1,55	1,59	1,42	1,53	1,58	1,48	1,52
1,53	1,62	1,46	1,56	1,63	1,54	1,58	1,68

22. Dois tipos de combustíveis estão sendo testados. A hipótese é que eles tenham o mesmo consumo. Teste essa hipótese, sabendo que os resultados de testes feitos com 10 automóveis usando cada tipo combustível indicaram $s_1 = 0{,}63$ km/l e $s_2 = 0{,}88$ km/l e $\bar{x}_1 = 13{,}3$ km/l e $\bar{x}_2 = 13{,}9$ km/l. (Suponha que $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ e use α = 0,05).

23. Para investigar se o treinamento é ou não transferido pelo ácido nucléico, 10 ratos foram treinados em discriminar se havia luz ou escuridão. Posteriormente esses ratos foram mortos, o ácido nucléico extraído e injetados em 10 ratos. Simultaneamente o ácido nucléico de 10 ratos não treinados foram injetados em outros 10. Os 20 ratos foram observados durante um período e o número de erros relativos a cada rato está na tabela abaixo.

Treinado	7	9	6	11	13	8	7	13	12	9
Não treinado	12	8	9	13	14	9	8	10	7	15

Verifique se, em média, os ratos treinados erram tanto quanto os ratos não treinados. (Suponha $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ e use α = 0,05).

24. Um fabricante atesta que as máquinas de enchimento que ele produz apresentam um coeficiente de variação (CV) inferior a 2%. Engenheiros da empresa desconfiam que o fabricante não esteja dizendo a verdade. Um experimento aleatório realizado com garrafas de 2 litros indicou s^2=0,0024 litros^2 para uma amostra de 15 garrafas. Teste essa hipótese para um nível de significância α = 0,05.

25. A Testosterona é uma droga que tem sido ministrada a atletas com a intenção de aumentar a massa muscular. Um estudo foi conduzido com 22 atletas, onde 11 receberam uma determinada dose da droga, durante um período de seis semanas, e os outros 11 receberam um placebo. Ao final desse período foi medida a largura do músculo (em mm, determinados por raio X).

Indivíduos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Placebo	3,7	5,2	4,0	4,7	4,3	3,9	4,2	4,9	5,1	4,1	4,0
Droga	13,1	16,5	15,3	15,7	14,1	15,0	15,5	16,1	15,8	14,3	15,2

a) Verifique, através do teste F, se as variâncias das duas populações diferem entre si.
b) Verifique se existe diferença significativa entre a largura média do músculo dos dois grupos.

26. Durante o processo de fritura, um alimento absorve gordura. Um estudo foi conduzido com a finalidade de verificar se a quantidade absorvida depende do tipo de gordura. Para tanto foram utilizados dois tipos de gordura: vegetal e animal. Os dados obtidos foram:

Gordura animal	28	41	47	32	35	27
Gordura vegetal	25	43	28	21	13	

a) Faça o teste de homogeneidade de variâncias.
b) Verifique se os dados confirmam a hipótese de que a absorção depende do tipo de gordura. Utilize 5% como taxa de erro do tipo I.

27. Uma nova unidade de dessalinização foi instalada em uma indústria química. Uma amostra com n = 10, coletada antes da instalação da nova unidade indicou concentração de sal $\bar{x}_1 = 19{,}55$ e $s_1^2 = 15{,}35$ Enquanto que, após a instalação, uma amostra com n = 16 indicou $\bar{x}_2 = 17{,}85$ e $s_2^2 = 8{,}65$. Baseado nesses dados:
a) teste a hipótese de que as duas variâncias sejam iguais
b) teste a hipótese de que a nova unidade reduziu a concentração média de sal.

28. Um engenheiro desconfia que o percentual de produtos defeituosos reduziu depois da implantação do controle estatístico de processo (CEP). Em uma amostragem de 500 produtos realizada antes da implantação do CEP, identificou-se 5 produtos defeituosos. Após a implantação do CEP, coletou-se uma amostra de 700 produtos e identificou-se um defeituoso. Teste a hipótese do engenheiro usando 5% de significância.

29. Um fabricante alega que apenas 2% das peças que ele fornece estão abaixo das condições de utilização. Em 200 peças escolhidas aleatoriamente de uma remessa de 5.000 encontraram-se 10 falhas. A alegação do fabricante parece aceitável ao nível α=0,05?

30. Uma pesquisa nacional indica que aproximadamente 25% das contas de grandes magazines incorrem em penalidade por atraso nos pagamentos. Se um magazine local constata 40 atrasos numa amostra de 200 clientes, pode necessariamente admitir que seus clientes sejam melhores que os clientes de todo país? Adote 5% de significância.

31. Para verificar o grau de adesão de uma nova cola para vidros, preparam-se dois tipos de montagem cruzado (A), onde a cola é posta em forma de X, e quadrado (B), onde a fórmula é posta nas 4 bordas. O resultado para a resistência das duas amostras está abaixo. Para um nível de 5% de significância que conclusão poderia ser obtida?

Método A	16	14	19	18	19	20	15	18	17	18
Método B	13	19	14	17	21	24	10	14	13	15

a) teste a hipótese de que as variâncias são homogêneas;
b) teste a hipótese de que os dois métodos não diferem.

32. Um médico está estudando o crescimento de dois tipos de bactérias. Como pode haver um efeito significativo do substrato, os dois tipos de bactérias foram cultivados em cada uma das oito amostras de substrato. Use α = 0,01 e teste a hipótese de que as duas bactérias, em média, não diferem em relação ao crescimento.

Substrato	1	2	3	4	5	6	7	8
Bactéria 1	3,0	3,2	2,7	2,5	3,8	4,3	3,5	4,8
Bactéria 2	3,2	3,1	2,4	2,1	3,2	3,7	3,2	4,0

33. Os dados abaixo dão os acertos obtidos por oito soldados num experimento destinado a determinar se a precisão do tiro é afetada pela maneira de dispor os olhos: com o olho direito aberto ou com o olho esquerdo aberto. Que tipo de conclusão você poderia extrair?

Soldado	1	2	3	4	5	6	7	8
Direito	44	39	33	56	43	56	47	58
Esquerdo	40	37	28	53	48	51	45	60

4.4. Testes de qui-quadrado

34. Em uma determinada experiência com ervilhas observou-se as seguintes frequências:

A – lisas e amarelas – 315
B – lisas e verdes – 108
C – enrugadas e amarelas – 101
D – enrugadas e verdes – 32

Teste a hipótese de que as frequências observadas concordam com as proporções esperadas de 9/16, 3/16, 3/16 e 1/16, dadas pelas leis de Mendel, com um nível de 1% significância.

35. Na descendência de um determinado cruzamento, foram obtidos 45 machos e 55 fêmeas. Concorda esse resultado com a proporção esperada de 1/2 e 1/2? Use α = 1 %.

36. Em duzentos lances de uma moeda, observaram-se 115 caras e 85 coroas. Teste a hipótese de a moeda ser honesta, adotando um nível de 5% de significância.

37. De acordo com a hereditariedade mendeliana, a geração de um certo cruzamento bovino poderia ter pelagem vermelha, preta ou branca, na proporção 9/16, 3/16 e 4/16, respectivamente. Ao realizar-se um cruzamento desse tipo, verifica-se que os resultados foram 72, 34 e 38 animais de pelagem vermelha, preta e branca respectivamente, teste a hipótese desses resultados estarem de acordo com a teoria. Use α = 0,05.

38. Numa amostra de 760 soros para pesquisa de toxoplasmose, levando-se em conta a característica local, obtiveram-se os seguintes resultados:

Zona	Resultado		Totais
	Positivo	Negativo	
Urbana	65	375	440
Rural	30	290	320
Totais	95	665	760

Verificar e concluir, ao nível de 5% significância, se os atributos Zona e Resultado são independentes entre si.

39. Numa pesquisa visando avaliar o desempenho de alunos de um certo colégio, um dos pontos de interesse recaiu sobre a renda familiar e o tamanho das famílias dos alunos. Uma amostra de 150 alunos foi entrevistada, sendo obtidos os seguintes resultados:

Tamanho da família	Renda familiar				Totais
	Baixa	Média baixa	Média	Média alta	
Pequena	5	8	10	7	30
Média	15	10	25	5	55
Grande	32	20	10	3	65
Totais	52	38	45	15	150

Verifique se os atributos tamanho da família e renda familiar são independentes entre si a um nível de 1% de significância.

40. Complete as afirmações com **V** (verdadeiro) ou **F** (falso):

a) (   ) Ao efetuar um teste de hipóteses, o pesquisador pode reduzir α (taxa de erro tipo I) e β (taxa de erro tipo II) ao mesmo tempo, quando reduz o tamanho da amostra.
b) (   ) Um estimador eficiente é aquele que, entre todos os estimadores imparciais de um mesmo parâmetro, apresenta a maior variância.
c) (   ) Se X_i é um elemento de uma amostra aleatória retirada de uma população, com média μ e variância σ^2, então X_i é uma variável aleatória com $E(X_i)= \mu$ e $V(X_i)= \sigma^2$.
d) (   ) Um teste de hipótese é mais poderoso quando tem maior probabilidade de rejeitar uma hipótese de nulidade falsa.
e) (   ) Estatísticas são funções de amostras aleatórias. Como consequência, todas as estatísticas são variáveis aleatórias e têm distribuição de probabilidade.
f) (   ) O teste bilateral é mais poderoso que o teste unilateral porque, para um mesmo nível de significância, tem maior probabilidade de rejeitar H_0.
g) (   ) O nível de confiança de um intervalo expressa a probabilidade de os limites conterem o verdadeiro valor do parâmetro.
h) (   ) A distribuição t só pode ser utilizada para construir intervalos de confiança quando a amostra for pequena, ou seja, quando n ≤ 30.
i) (   ) O denominador n-1 torna a variância amostral (S^2) um estimador mais eficiente de σ^2.
j) (   ) O erro provável é inerente ao processo de inferência porque as decisões são tomadas com base em dados amostrais.

Respostas

UNIDADE II - Estatística Descritiva

1.

a) Os automóveis modelos 1978-79 no mercado norte-americano

b) n=38

c) O automóvel

d) Cada linha da tabela constitui uma observação. Exemplo: linha 5

5 Chevette EUA 977,5 68 12,75 4

e)

Variável	Classificação	Escala
Modelo	Variável identificadora	-
Nacionalidade	Variável categórica qualitativa nominal	Nominal
Peso	Variável numérica contínua	De razão
Potência	Variável numérica discreta	De razão
Consumo	Variável numérica contínua	De razão
Número de cilindros	Variável numérica discreta	De razão

f) X = número de cilindros, Y = peso, Z = potência, W = consumo

$x_5=4$ $y_5=977,5$ $z_5=68$ $w_5=12,75$

2.

Variável	Classificação
Idade do chefe de família	Variável numérica contínua
Opinião do chefe de família	Variável categórica qualitativa nominal

A unidade de observação é a "família" ou o "chefe da família". O levantamento consta de 1.000 unidades de observação.

3. a) $2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5$

b) $f_6^2 + f_7^2 + f_8^2 + f_9^2 + f_{10}^2$

c) $(x_3 + c) + (x_4 + c) + (x_5 + c) + (x_6 + c)$

d) $(x_1 + 2)^2 f_1 + (x_2 + 2)^2 f_2 + (x_3 + 2)^2 f_3 + (x_4 + 2)^2 f_4$

e) $(k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5)(y_1 + y_2 + y_3)$

f) $\frac{1}{4}x_3y_3 + \frac{1}{4}x_4y_4 + \frac{1}{4}x_5y_5$

g) $(x_2 + 3y_2)^2 + (x_3 + 3y_3)^2 + (x_4 + 3y_4)^2 + (y_2 + y_3 + y_4)$

4. a) $\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum x_i$

b) $\sum_{i=1}^{10} 5x_i^2$

c) $\sum_{i=1}^{6} (x_i + y_i)$

d) $\left(\sum_{i=1}^{4} w_i\right) + k$

e) $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$

f) $\sum_{i=3}^{5} c(x_i + A)^3$

g) $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum_{i=1}^{4} y_i}$

5. a) 7
b) 4
c) 25
d) 49
e) 49
f) -3
g) 27
h) 46

6. a) 5.232,20
b) 7.005,79
c) 829,98

7.

Tabela _. Salário mínimo "per capita" e carga horária semanal de trabalho em alguns países da América Latina, em 1994.

País	Carga horária (horas)	Salário mínimo (dólares)
Argentina	48	200
Uruguai	40	160
México	40	127
Paraguai	45	146
Brasil	44	82

Fonte: DIEESE (Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Sócio-Econômicos).

8.

Tabela _. Gastos na área social em alguns países da América Latina, no ano de 1990.

País	Gastos (R$ / habitante)
Uruguai	488,50
Argentina	457,00
Chile	263,00
Brasil	130,00

Fonte: DIEESE (Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Sócio-Econômicos).

Classificação: Série simples geográfica

9.
a) - Identificação da tabela
- título incompleto: falta o local
- período separado por barra, no título
- traços verticais laterais.

b) - Identificação da tabela
- título incompleto: falta a época
- traços verticais laterais
- não foi utilizado sinal convencional (...), cujo significado deveria estar no rodapé da tabela como nota geral.

10. Série mista temporal especificativa

11. Série especificativa

12. a) Série simples temporal
b) Série simples geográfica

13. a) Série mista temporal especificativa

14.

12,42	15,20	1,081	75,32
0,09991	44,90	5,095	73.549,00
789,58	9.789,12	149,78	0,001858

15. b) $\bar{x} = 10{,}03$ $s^2 = 24{,}87$ $s = 4{,}987$ $CV = 49{,}71\%$
c) $\bar{x}_p = 9{,}875$ Classe do Q_1: 1 Classe do Q_3: 3
d) $EI = 2{,}7$ $Q_1 = 6{,}05$ $Md = 9{,}2$ $Q_3 = 12{,}9$ $ES = 27{,}0$
O valor 27 é discrepante.

16. c) Mo = 7,0 kg $Q_1 = 6{,}5$ kg $Q_2 = 7{,}0$ kg $Q_3 = 9{,}0$ kg
d) $\bar{x} = 7{,}727$ $s^2 = 4{,}048$ $a_3 = 0{,}4039$ (simétrica) $a_4 = 2{,}068$ (platicúrtica)

17. d) $a_3 = 1{,}484$ (assimétrica positiva) $a_4 = 5{,}769$ (leptocúrtica)
f) $EI = 189$ $Q_1 = 225{,}5$ $Md = 238$ $Q_3 = 268{,}5$ $ES = 375$
Existem dois discrepantes superiores: 361 e 375

19. b) $\bar{x}_p = 31{,}5$ Classe modal: 7 Classe Mediana: 5

20. b) $\bar{x}_p$ = R\$ 330,00
c) novo salário médio = R\$ 396,00
d) gratificação por funcionário: R\$ 24,00

21. a) $\bar{x} = 54{,}68$ mEq de sódio/l Md = 53,5 mEq de sódio/l s = 11,83 mEq de sódio/l

22. $\bar{x}_p = 2{,}52$ dentes car/obt Md = 2 dentes car/obt s = 2,14 dentes car/obt

23. a) $\bar{x} = 25{,}67$ Md = 27 Mo = 30
b) $\bar{x} = 173{,}2$ Md = 170,5 Mo = não existe
c) $\bar{x} = 342{,}64$ Md = 332 Mo = 300 e 374

24. $\bar{x} = 35{,}85$ $Q_1 = 32$ $Q_2 = 35$ $Q_3 = 39{,}5$

25. $\bar{x}_p = 10{,}52$ km/l (Usa-se a média ponderada porque o número de automóveis por grupo não é o mesmo).

26. a) $Q_1 = 5{,}5$ pontos $Q_2 = 6{,}9$ pontos $Q_3 = 7{,}6$ pontos
b) Conceito bom
c) $a_q = 2{,}1$ pontos

27. a) 1.046,44
b) 127.459,37
c) 31.864,84

28. nota abaixo de 4,91 pontos
nota acima de 8,46 pontos
alunos com reforço = 7
alunos sem reforço, mas com trabalho = 29

29. $\bar{x} = 5$ Mo = 4 e 6 Md = 5 $a_t = 8$ $s^2 = 6$ $s = 2{,}449$ $CV = 48{,}99\%$

30. $\bar{x}_A = 7{,}9$ pontos, $\bar{x}_B = 8{,}0$ pontos, $\bar{x}_C = 8{,}0$ pontos
$a_{tB} = 4$ e $a_{tC} = 1$, portanto, foi selecionado o candidato C.

31.
a)

Estudante	Média final
1	5,4
2	5,7
3	4,0
4	5,8
5	6,5
6	4,4
7	9,0

b) Média da 1ª prova = 4,9
Média da 2ª prova = 4,8
Média da 3ª prova = 6,1
Média da prova optativa = 4,8
c) Média geral = 5,8

32. a) O CV, pois as médias de X_1 e X_2 são muito diferentes.
b) O CV, pois as unidade de medida de X_2 e Y são diferentes.

33. I. a) Medidas de localização
Masculino
Mo = 30 nasc. Md = 32,5 nasc. $\bar{x} = 34{,}67$ nasc.
Feminino
Mo = não existe Md = 43 nasc. $\bar{x} = 45{,}08$ nasc.
b) Medidas de variação
Masculino
$a_t = 39$ nasc. $s^2 = 104{,}06$ nasc.^{2} s = 10,20 nasc. CV = 29,43%
Feminino
$a_t = 34$ nasc. $s^2 = 95{,}72$ nasc.^{2} s = 9,78 nasc. CV = 21,70%

II. O grupo mais homogêneo é o de crianças do sexo feminino, pois tem o menor CV.
$\bar{x} = 79{,}75$ nasc./mês

34. a) Consumo diário médio de leite: 28 litros
Consumo diário médio de pão: 38,5 kg
b) CV leite = 11,66% e CV pão = 8,05%, portanto, o grupo mais variável foi o do leite.

35.
a) 14 17 10 11 15
b) 42 40 43 49 48
c) 73 75 71 71 76

36.

3	3 4 4 4 7 7 7 7 9
4	0 1 1 1 1 2 3 4 4 5 5 6 6 6 6 7 8
5	1 6
6	0 0

Trata-se de uma distribuição assimétrica positiva.

UNIDADE III - Elementos de probabilidade

1. a) $(\bar{B} \cap C) = \{6, 7\}$
   b) $(\bar{A} \cup C) = \{1, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
   c) $(\overline{\bar{B} \cap \bar{C}}) = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
   d) $[\overline{A \cap (\overline{B \cap C})}] = \{1, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
   e) $[\overline{C \cap (A \cup B)}] = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$

2. a) $(\overline{A \cup B}) = \{x \;\; 0 \le x \le 1/4 \text{ ou } 3/2 \le x \le 2\}$
   b) $(A \cup \bar{B}) = \{x \;\; 0 \le x \le 1/4 \text{ ou } 1/2 < x \le 1 \text{ ou } 3/2 \le x \le 2\}$
   c) $(\overline{A \cap B}) = \{x \;\; 0 \le x \le 1/2 \text{ ou } 1 < x \le 2\}$
   d) $(\bar{A} \cap B) = \{x \;\; 1/4 < x \le 1/2 \text{ ou } 1 < x < 3/2\}$

3. a) S = {c1, c2, c3, c4, k1, k2, k3, k4}   enumerável e finito
   b) A = Ocorrência de cara
   B = Ocorrência de número maior que 2
   $P(A) = \frac{\#A}{\#S} = \frac{1}{2}$

4. a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{13}{18}$

5. $\frac{1}{3}$

6. a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{17}{20}$ c) $\frac{3}{4}$

7. 0,38

8. 1. $0 \le P(A) \le 1$
   2. $P(S) = 1$
   3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, se A e B são eventos mutuamente exclusivos.

9. 0,9 ou 90%

10. a) $\frac{3}{28}$ b) $\frac{5}{14}$ c) $\frac{9}{14}$

11. a) $\frac{8}{21}$ b) $\frac{95}{210} = \frac{19}{42}$ c) $\frac{1}{210}$

12. $\frac{491}{1001}$

13. a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{5}$

14. $\frac{6}{11}$

15. a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{7}{11}$

16. a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{7}$

17. a) 0,3   b) 0,5

18. a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{4}{5}$

19. $0{,}7^7 = 0{,}08235$

20. 0,8051

21. a) 0,53   b) 0,0849

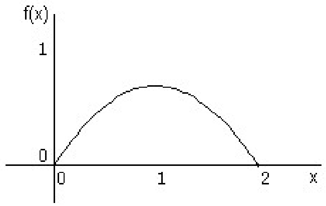
22. a) E(X) = 2,2 vezes

23. a) $E(X_1) = 5.000{,}00$ e $E(X_2) = 5.000{,}00$
    b) $E(X_1) = 6.500{,}00$ e $E(X_2) = 3.500{,}00$
    c) $E(X_1) = 8.500{,}00$ e $E(X_2) = 1.500{,}00$

24. E(X) = 52,00

25. a) E(X) = 0 e V(X) = 2   b) $a_3 = 0$ (distribuição simétrica)

26. a) A função $f(x) = \frac{3}{4}\, x\,(2 - x)$, é uma função densidade de probabilidade.



    b) $F(x) = P(0 \le X \le 2) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{4}x^3$
    c) $P(A) = P(1 \le X \le 2) = 0{,}5$
    d) $P(X > 1{,}7) = 0{,}06075$
    e) $P(X < 1{,}3) = 0{,}7183$
    f) E(X) = 1 m e V(X) = 0,2 m^2

27. a) a = 1/8
    b) $P(1 \le X \le 2) = 5/16$
    c) P(A) = 45/64
    d) P(B) = 1/8
    e) $P(A \cap B) = 5/64$
    f) P(A/B) = 5/8
    g) E(X) = 4/3 e V(X) = 8/9

28. a) $f(x) = \begin{cases} 4x \text{ para } 0 \le x \le 1/2 \\ 1 \text{ para } 1/2 < x \le 1 \end{cases}$
b) $P(X < 2/3) = 2/3$
c) $E(X) = 13/24$

29. a) $k = 1$
b) $P(\mu - \sigma/2 < X < \mu + \sigma/2) = 0{,}3145$
c) $a_3 = -0{,}5657$ (assimétrica negativa)
d) $E(2/3 - X) = 0$
e) $V(X - 1/18) = 1/18$

30. a) $k = 0{,}4024$
b) $P(X > 1{,}8) = 0{,}7635$
c) $P(1{,}6 < X < 2{,}2) = 0{,}1281$

31.

X=x	0	1	Σ
p(x)	0,3	0,7	1

$P(X = x) = 0{,}7^x.0{,}3^{1-x}$, $S_X = \{0, 1\}$

32. S = {macho, fêmea}
$S_X = \{0, 1\}$
$P(X = x) = 0{,}5^x.0{,}5^{1-x}$

33. $P(X = x) = P_4^{x,4-x}.0{,}75^x.0{,}25^{4-x}$ $S_X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

X=x	0	1	2	3	4	Σ
p(x)	0,0039	0,04688	0,2109	0,4219	0,3164	1
F(x)	0,0039	0,05078	0,2617	0,6836	1	–

E(X) = 3 e V(X) = 0,75
O valor esperado de X, E(X), significa a média dos valores que a variável X assumiria, se o grupo de quatro experimentos fosse repetido um grande número de vezes.

34. a) $P(X = x) = 0{,}7^x.0{,}3^{1-x}$, $S_X = \{0, 1\}$
b) E(X) = 0,7 e V(X) = 0,21

35. a) $\pi = 0{,}9$ e n = 4
b)

X=x	0	1	2	3	4	Σ
p(x)	0,0001	0,0036	0,0486	0,2916	0,6561	1

c) E(X) = 3,6 e V(X) = 0,36

36. $P(X \le 3) = 0{,}6563$
37. . a) $P(X = x) = P_5^{x,5-x}.0{,}25^x.0{,}75^{5-x}$, $S_X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
b) $F(x) = P(X \le x) = \sum_{t \le x} P(X = t) = \sum_{t \le x} P_5^{t,5-t}.0{,}25^t.0{,}75^{5-t}$, $S_X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
c)

X=x	0	1	2	3	4	5	Σ
p(x)	$\frac{243}{1024}$	$\frac{405}{1024}$	$\frac{270}{1024}$	$\frac{90}{1024}$	$\frac{15}{1024}$	$\frac{1}{1024}$	1
F(x)	$\frac{243}{1024}$	$\frac{648}{1024}$	$\frac{918}{1024}$	$\frac{1008}{1024}$	$\frac{1023}{1024}$	1	-

d) E(X) = 1,25
e) V(X) = 0,9375
f) $a_3 = 0{,}5164$ (distribuição assimétrica positiva)
$a_4 = 2{,}867$ (distribuição platicúrtica)

38. a) Distribuição de Bernoulli; S_X = {acerto, erro}; parâmetro: $\pi = 0{,}2$.
b) P(X>6)=0,0008651 ou 0,0865%
c) E(X) = 2 e $\sigma = 1{,}26$

39. a) $P(X=x) = \dfrac{C_4^x.C_6^{4-x}}{C_{10}^4}$
b)

X=x	0	1	2	3	4	Σ
p(x)	0,07143	0,3810	0,4286	0,1143	0,004762	1

c) E(X) = 1,6 e V(X) = 0,64

40. P(X = 1) = 0,3091

41. a) P(X = 0) = 0,2637
b) P(X = 1) = 0,4945
c) $P(X \ge 1) = 0{,}7363$

42.

X=x	0	1	2	3	Σ
p(x)	0,01786	0,2679	0,5357	0,1786	1

43. $P(6 \le X \le 8) = 0{,}2657$

44. P(X < 3) = 0,9659

45. a) P(X < 4) = 0,1512
b) $P(6 \le X \le 8) = 0{,}4016$

46. a) P(X > 1200) = 0,3012
b) P(X < 1000) = 0,6321
c) Md = 693,15

47. a) P(X < 0,25) = 0,2212
b) P(X > 0,75) = 0,4724

48. P(X < 1) = 0,3297

49. a) P(0 < Z < 2,1) = 0,4821
b) P(0 < Z < 0,65) = 0,2422
c) P(-1,78 < Z < 0) = 0,4625
d) P(-2,84 < Z < 1,4) = 0,9170
e) P(1,32 < Z < 2,35) = 0,0840
f) P(Z > -1,75) = 0,9599

50. a) Z = 1,24
b) Z = -1,36
c) Z = -1,09
d) Z = 0,94

51. Poderão ser selecionados aproximadamente 3 candidatos.

52. . $\mu = 72$ e $\sigma = 20$

53. $P(X < 1{,}59$ ou $X > 2{,}47) = 0{,}5071$

54. a) $P(X < 3) = 0{,}0098$
b) $P(X > 4{,}9) = 0{,}2023$
c) $P(3{,}2 \leq X \leq 5{,}2) = 0{,}8860$
d) $P(X < 2{,}9$ ou $X > 5) = 0{,}1649$
e) $x = 5{,}39$
f) $x = 5{,}58$
g) $x = 3{,}63$
h) $x_1 = 2{,}85$ e $x_2 = 5{,}95$

55. R$ 3.980,59

56. F, F, V, V, F, V, F, F, F, V.

UNIDADE IV - Inferência Estatística

1. a)

$\overline{X} = \overline{x}$	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	Σ
$P(\overline{x})$	0,04	0,12	0,25	0,28	0,22	0,08	0,01	1

c) $E(\overline{X}) = 2{,}4$ $\quad$ $E(X) = \mu = 2{,}4$
$V(\overline{X}) = 0{,}42$ $\quad$ $V(X) = \sigma^2 = 0{,}84$
Relação: $E(\overline{X}) = \mu$ e $V(\overline{X}) = \sigma^2/n$

2. a) k = 9 amostras
(12, 12), (12, 15), ..., (20, 20)
b)

$\overline{X} = \overline{x}$	12	13,5	15	16	17,5	20	Σ
$P(\overline{X} = \overline{x})$	0,25	0,20	0,04	0,30	0,12	0,09	1

$X_+ = x_+$	24	27	30	32	35	40	Σ
$P(X_+ = x_+)$	0,25	0,20	0,04	0,30	0,12	0,09	1

c) $E(\overline{X}) = 15$ $\quad$ $E(X_+) = 30$
$V(\overline{X}) = 6$ $\quad$ $V(X_+) = 24$

d) Soma = $X_1 + X_2 + \ldots + X_{20}$
$E(X_+) = E(X_1 + X_2 + \ldots + X_{20}) = 300$
$V(X_+) = V(X_1 + X_2 + \ldots + X_{20}) = 240$

3. a) $P(X=0) = 0{,}9$
b) $E(X_1) = 0{,}95$ e $V(X_1) = 11{,}35$
c) Amostra 1: (0, 5) $\overline{x}_1 = 2{,}5$ $s_1^2 = 12{,}5$
Amostra 2: (5, 10) $\overline{x}_2 = 7{,}5$ $s_2^2 = 12{,}5$
As médias das amostras estimam a média da população μ (cujo valor é 0,95), enquanto as variâncias das amostras estimam a variância da população σ^2 (cujo valor é 11,35).

4. $V(\overline{X}) = 0{,}33\sigma^2 < V(\overline{X}_p) = 0{,}39\sigma^2$

5. $E(\overline{X}) = 61{,}5$ kg $\quad \sigma_{\overline{X}} = 2$ kg

6. IC(μ; 0,95): [142,75; 171,92]

7. IC(μ; 0,95): [12,23; 12,28]

8. IC(μ; 0,90): [496,97; 519,03]

9. IC(μ; 0,95): [37,01; 38,81]

10. a) IC(μ; 0,99): [1010,29; 1019,21]
b) IC(μ; 0,95): [1011,53; 1017,97]

11. IC($\mu_1 - \mu_2$; 0,95): [-7,36; 1,23]

12. IC(μ_1; 0,95): [4,026; 4,719]
IC(μ_2; 0,95): [14,49; 15,81]
IC($\mu_1 - \mu_2$; 0,95): [10,23; 11,32]

15. $t = 3{,}161$
$t_{\alpha/2} = 2{,}365$
Rejeita-se H_0.

16. $t = 1{,}25$
$t_{\alpha/2} = 2{,}064$
Não se rejeita H_0.

17. $t = 4{,}803$
$t_\alpha = 1{,}761$ (teste unilateral)
Rejeita-se H_0.

18. $t = 0{,}9894$
$t_{\alpha/2} = 2{,}571$
Não se rejeita H_0.

19. $t = 7{,}379$
$t_{\alpha/2} = 2{,}093$
Rejeita-se H_0.

20. $t = 3{,}423$
$t_{\alpha/2} = 2{,}756$
Rejeita-se H_0.

21. $t = 2{,}905$
$t_{\alpha/2} = 2{,}132$
Rejeita-se H_0.

22. $t = 1{,}753$
$t_{\alpha/2} = 2{,}101$
Não se rejeita H_0.

23. $t = 0{,}829$
$t_{\alpha/2} = 2{,}101$
Não se rejeita H_0.

24. $q = 21{,}0$
$q'_{\alpha/2} = 5{,}63$; $q_{\alpha/2} = 26{,}12$
Não se rejeita H_0.

25. a) $f = 3{,}624$

$f_{\alpha/2}$ = 3,72
Não se rejeita H_0. As variâncias são homogêneas.
b) t = 32,204
t_α = 1,725 (teste unilateral)
Rejeita-se H_0.

26. a) f = 2,020
$f_{\alpha/2}$ = 7,39
Não se rejeita H_0. As variâncias são homogêneas.
b) t = 1,586
$t_{\alpha/2}$ = 2,262
Não se rejeita H_0.

27. a) f = 1,7746
$f_{\alpha/2}$ = 3,12
Não se rejeita H_0. As variâncias são homogêneas.
b) t = 1,2622
t_α = 1,711 (teste unilateral)
Não se rejeita H_0.

28. z = 1,834
z_α = 1,64 (teste unilateral)
Rejeita-se H_0.

29. z = 3,0305
$z_{\alpha/2}$ = 1,96
Rejeita-se H_0.

30. z = 1,633
$z_{\alpha/2}$ = 1,96
Não se rejeita H_0.

31. f = 5
$f_{(/2}$ = 4,03
Rejeita-se H_0. As variâncias são heterogêneas.
t = 0,953
ν'=12,42
$t_{\alpha/2}$ = 2,179
Não se rejeita H_0.

32. t = 3,2452 (teste para amostras pareadas)
$t_{\alpha/2}$ = 3,499
Não se rejeita H_0.

33. t = 1,4 (teste para amostras pareadas)
$t_{\alpha/2}$ = 2,365
Não se rejeita H_0.

34. q = 0,47
q_α = 11,34 (teste unilateral)
Não se rejeita H_0.

35. q = 0,81
q_α = 6,63 (teste unilateral)
Não se rejeita H_0.

36. q = 4,205

q_α = 3,84 (teste unilateral)
Rejeita-se H_0.

37. q = 2,926
q_α = 5,99 (teste unilateral)
Não se rejeita H_0.

38. q = 4,454
q_α = 3,84 (teste unilateral)
Rejeita-se H_0.

39. q = 25,92
q_α = 16,81 (teste unilateral)
Rejeita-se H_0.

40. F, F, V, V, V, F, V, F, F, V.

Referências Bibliográficas

ANDRES, A.M. CASTILLO, J. de D. L. del **Bioestadistica para las Ciências de la Salud.** Madrid, Ediciones Norma, 1988. 614 p.

BOTELHO, E.M.D. MACIEL, A.J. **Estatística Descritiva (Um Curso Introdutório).** Viçosa: Universidade Federal de Viçosa, 1992. 65p.

DEVORE, J. **Probability and statistics for engeneering and the sciences.** Brooks/Cole Publishing Companig. 1982. 640p.

FREUND, J.E., SIMON, G.A. **Estatística Aplicada. Economia, Administração e Contabilidade**. 9ª edição. Porto Alegre, Bookman, 2000. 404p.

FARIA, E.S. de **Estatística**. Edição 97/1. (Apostila)

PIMENTEL GOMES, F. **Iniciação à Estatística**. São Paulo, Nobel, 1978. 211p.

RIBEIRO, D.J. L. TEN CATEN, C.S. **Estatística Industrial**. Porto Alegre, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2000. 135p.

SILVEIRA JÚNIOR, P. MACHADO, A.A. ZONTA, E.P. SILVA, J.B. da **Curso de Estatística**. v.1, Pelotas, Universidade Federal de Pelotas, 1989. 135p.

SILVEIRA JÚNIOR, P. MACHADO, A.A. ZONTA, E.P. SILVA, J.B. da **Curso de Estatística**. v.2, Pelotas, Universidade Federal de Pelotas, 1992. 234p.

SPIEGEL, M.R. **Estatística**. São Paulo, McGraw-Hill, 1972. 520p.