

Introdução aos Sistemas de Equações Diferenciais

1. Pemberton & Rau, cap.28

28.2.2. Encontre a solução geral da equação diferencial $\dot{x} = Ax + b$ no caso em que:

$A = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$. Encontre também a solução tal que $x = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ quando $t = 0$.

28.2.3. Seja “a” um número real tal que $a \neq 0$. Encontre, em sua forma mais simples, a solução do sistema:

$$\dot{x} = x + ay$$

$$\dot{y} = -ax + y$$

Satisfazendo as condições $x(0) = 1, y(0) = 0$.

2. Takayama (dois exercícios)

a) Na seção 6.3.4 (p.358 *et passim*), refaça o exemplo da curva de Phillips com expectativas adaptativas (use a proposição 6.5 para discutir/entender o modelo).

b) Na seção 6.3.5, refaça o exemplo do modelo de Tobin-Walras-Keynes-Phillips.

3. Considere o modelo IS-LM em tempo contínuo dado pelas seguintes equações (notação facilmente identificável).

$$e = a + b(1-t)y - hr + jy$$

$$m^d = ky - ur$$

$$\dot{y} = \alpha(e - y)$$

$$\dot{r} = \beta(m^d - m_0)$$

Os parâmetros são configurados como:

$$a > 0, 0 < b < 1, 0 < t < 1, h > 0, j > 0, k > 0, u > 0, \alpha > 0, \beta > 0$$

a) Fazendo as substituições necessárias, encontre as curvas $\dot{y} = 0, \dot{r} = 0$.

b) Mostre que a curva IS pode ter inclinação positiva ou negativa (mostre a condição para que isso ocorra).

c) Considere a IS positivamente inclinada. Há dois possíveis casos: ou ela é mais inclinada que a LM, ou menos (desconsidere a possibilidade de mesma inclinação para evitar um problema com o equilíbrio...).

d) Mostre que os retratos de fase são distintos para os dois casos, com o equilíbrio sendo alcançado, em um caso, em sentido horário e, no outro, em sentido anti-horário.