

Lista de Exercícios 6 (Produto Misto)

Problemas Propostos

- Dados os vetores $\vec{u} = (3, -1, 1)$, $\vec{v} = (1, 2, 2)$ e $\vec{w} = (2, 0, -3)$, calcular
 - $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$
 - $(\vec{w}, \vec{u}, \vec{v})$
- Sabendo que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = -5$, calcular
 - $(\vec{w}, \vec{v}, \vec{u})$
 - $(\vec{v}, \vec{u}, \vec{w})$
 - $(\vec{w}, \vec{u}, \vec{v})$
 - $\vec{v} \cdot (\vec{w} \times \vec{u})$
- Sabendo que $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = 2$, calcular
 - $\vec{u} \cdot (\vec{w} \times \vec{v})$
 - $\vec{v} \cdot (\vec{w} \times \vec{u})$
 - $(\vec{v} \times \vec{w}) \cdot \vec{u}$
 - $(\vec{u} \times \vec{w}) \cdot (3\vec{v})$
 - $\vec{u} \cdot (2\vec{w} \times \vec{v})$
 - $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} \times \vec{w})$
- Sabendo que $(\vec{u}, \vec{w}, \vec{x}) = 2$ e $(\vec{v}, \vec{w}, \vec{x}) = 5$, calcular
 - $(\vec{u}, \vec{x}, -\vec{w})$
 - $(3\vec{u}, 3\vec{w}, -2\vec{x})$
 - $(2\vec{u} + 4\vec{v}, \vec{w}, \vec{x})$
 - $(5\vec{u} - 3\vec{v}, 2\vec{w}, \vec{x})$
- Verificar se são coplanares os vetores
 - $\vec{u} = (1, -1, 2)$, $\vec{v} = (2, 2, 1)$ e $\vec{w} = (-2, 0, -4)$
 - $\vec{u} = (2, -1, 3)$, $\vec{v} = (3, 1, -2)$ e $\vec{w} = (7, -1, 4)$
- Determinar o valor de k para que sejam coplanares os vetores
 - $\vec{u} = (2, -1, k)$, $\vec{v} = (1, 0, 2)$ e $\vec{w} = (k, 3, k)$
 - $\vec{u} = (2, k, 1)$, $\vec{v} = (1, 2, k)$ e $\vec{w} = (3, 0, -3)$
- Verificar se são coplanares os pontos
 - A(1, 1, 0), B(-2, 1, -6), C(-1, 2, -1) e D(2, -1, -4)
 - A(2, 1, 2), B(0, 1, -2), C(1, 0, -3) e D(3, 1, -2)
- Para que valor de m os pontos A(m , 1, 2), B(2, -2, -3), C(5, -1, 1) e D(3, -2, -2) são coplanares?
- Qual o volume do cubo determinado pelos vetores \vec{i} , \vec{j} e \vec{k} ?
- Um paralelepípedo é determinado pelos vetores $\vec{u} = (3, -1, 4)$, $\vec{v} = (2, 0, 1)$ e $\vec{w} = (-2, 1, 5)$. Calcular seu volume e a altura relativa à base definida pelos vetores \vec{u} e \vec{v} .
- Calcular o valor de m para que o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores $\vec{v}_1 = (0, -1, 2)$, $\vec{v}_2 = (-4, 2, -1)$ e $\vec{v}_3 = (3, m, -2)$ seja igual a 33. Calcular a altura deste paralelepípedo relativa à base definida por \vec{v}_1 e \vec{v}_2 .
- O ponto A(1, -2, 3) é um dos vértices de um paralelepípedo e os três vértices adjacentes são B(2, -1, -4), C(0, 2, 0) e D(-1, m , 1). Determinar o valor de m para que o volume deste paralelepípedo seja igual ao 20 u.v. (unidades de volume).
- Dados os pontos A(2, 1, 1), B(-1, 0, 1) e C(3, 2, -2), determinar o ponto D do eixo Oz para que o volume do paralelepípedo determinado por \vec{AB} , \vec{AC} e \vec{AD} seja 25 u.v.
- Representar graficamente o tetraedro ABCD e calcular seu volume, sendo A(1, 1, 0), B(6, 4, 1), C(2, 5, 0) e D(0, 3, 3).
- Calcular o volume do tetraedro de base ABC e vértice P, sendo A(2, 0, 0), B(2, 4, 0), C(0, 3, 0) e P(2, -2, 9). Qual a altura do tetraedro relativa ao vértice P?
- Sabendo que os vetores $\vec{AB} = (2, 1, -4)$, $\vec{AC} = (m, -1, 3)$ e $\vec{AD} = (-3, 1, -2)$ determinam um tetraedro de volume 3, calcular o valor de m .
- Três vértices de um tetraedro de volume 6 são A(-2, 4, -1), B(-3, 2, 3) e C(1, -2, -1). Determinar o quarto vértice D, sabendo que ele pertence ao eixo Oy.
- Calcular a distância do ponto D(2, 5, 2) ao plano determinado pelos pontos A(3, 0, 0), B(0, -3, 0) e C(0, 0, 3).
- Se $|\vec{u}| = 3$, $|\vec{v}| = 4$ e 120° o ângulo entre os vetores \vec{u} e \vec{v} , calcular
 - $|\vec{u} + \vec{v}|$
 - $|\vec{u} \times (\vec{v} - \vec{u})|$
 - o volume do paralelepípedo determinado por $\vec{u} \times \vec{v}$, \vec{u} e \vec{v} .

20) Determinar m e n para que se tenha

a) $(m, n, 2) \cdot (4, -1, 3) = -2$

b) $(m, n, 2) \times (4, -1, 3) = (8, -1, -11)$

c) $(m, n, 2) \cdot ((3, 1, 2) \times (0, 1, -1)) = 9$

Respostas de Problemas Propostos

1) a) -29

b) -29

2) a) 5

b) 5

c) -5

d) -5

3) a) -2

b) 2

c) 2

d) -6

e) -4

f) -2

4) a) 2

b) -36

c) 24

d) -10

5) a) Não

b) Sim

6) a) 6

b) 2 ou -3

7) a) Sim

b) Não

8) $m = 4$

9) 1

10) 17 e $\frac{17}{\sqrt{30}}$

11) $m = 4$ ou $m = -\frac{17}{4}$ e $h = \frac{33}{\sqrt{89}}$

12) 6 ou 2

13) $D(0, 0, -10)$ ou $D(0, 0, 15)$

14) $\frac{19}{2}$ u.v.

15) 12 u.v. e 9 u.c.

16) $m = -\frac{17}{2}$ ou $m = \frac{19}{2}$

17) $D(0, 2, 0)$ ou $D(0, -4, 0)$

18) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ u.c.

19) a) $\sqrt{13}$

b) $6\sqrt{3}$

c) 108 u.v.

20) a) $n = 4m + 8$

b) $m = 3$ e $n = 2$

c) $n = m + 1$