



Física [na pandemia]

Aula 09



Prof. Dr. José Rafael Bordin
Departamento de Física
UFPel



Sumário

→ Gases Ideais

→ Equação de Estado

→ Primeira Lei da Termodinâmica

→ Processos Termodinâmicos





Gás Ideal

→ Moléculas não interagentes

→ Volume tende ao infinito, e pressão e densidade tendem a zero

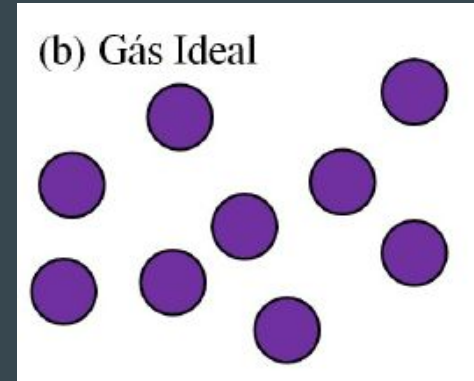
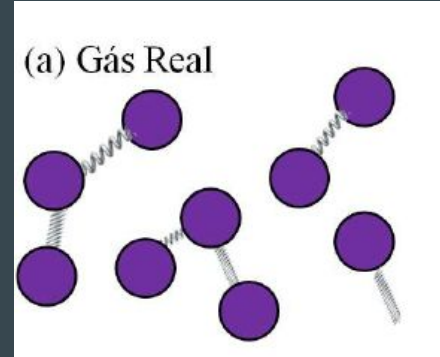
→ A quantidade de matéria é medida em mol (n), e se relaciona com o número de partículas (N) através do número de Avogrado

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ partícula / mol.}$$

$$n = \frac{N}{N_A} \Rightarrow N = n \cdot N_A.$$

→ Tal que conhecendo a massa molar M obtemos a massa

$$m = n \cdot M$$





Equação de Estado

→ O ESTADO TERMODINÂMICO de um sistema é definido por grandezas macroscópicas como Pressão, Volume, Temperatura, Densidade, Massa...

→ A Equação de Estado relaciona estas grandezas. Para os gases ideais, esta relação é dada pela Equação de Clapeyron

$$\boxed{P \cdot V = n \cdot R \cdot T}, \text{ Se não há vazamento} \longrightarrow \boxed{\frac{P_i \cdot V_i}{T_i} = \frac{P_f \cdot V_f}{T_f}}$$

→ Aqui, R é a constante universal dos gases, de valor 8,31 J/(mol K)

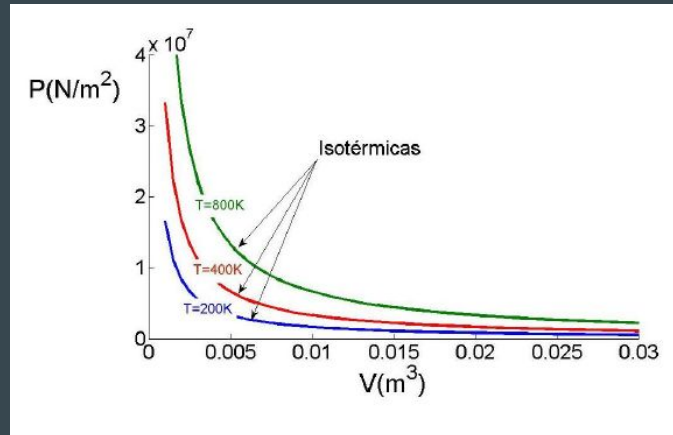
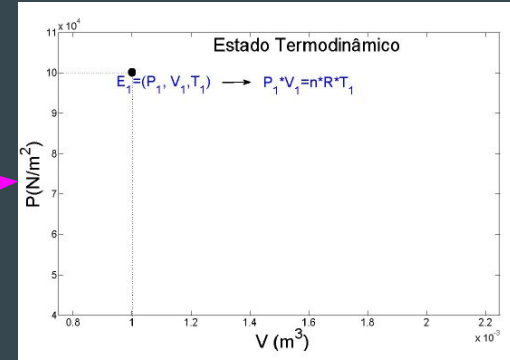
→ Assim, posso fixar duas grandezas (como n e T) e verificar como P varia em função de V



Estado e Processo Termodinâmico

→ Estado é um ponto no DIAGRAMA DE FASES do sistema

→ Processo é uma sucessão de pontos que definem o caminho percorrido pelo sistema

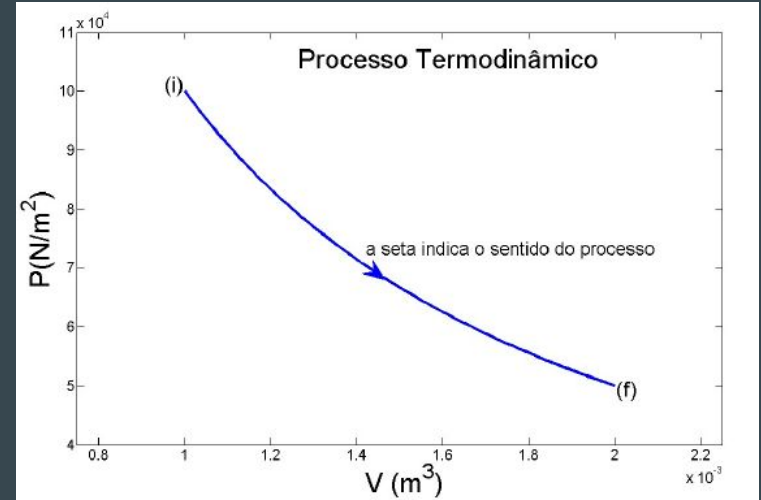




→ No exemplo ao lado, considerando que temos 0,03 mol de gás ideal, as temperaturas iniciais e finais serão:

$$T_i = \frac{P_i \cdot V_i}{n \cdot R} = \frac{10 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{0,03 \text{ mol} \cdot 8,31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}} = 401,1 \text{ K}$$

$$T_f = \frac{P_f \cdot V_f}{n \cdot R} = \frac{5 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{0,03 \text{ mol} \cdot 8,31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}} = 401,1 \text{ K}$$

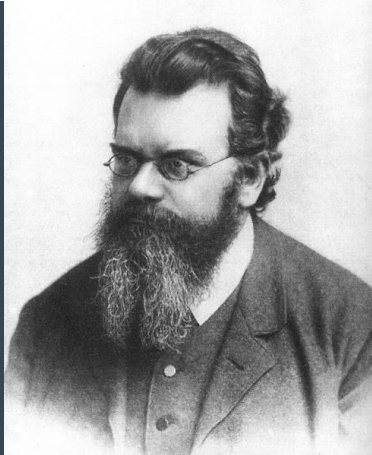




Equipartição da Energia

→ Lembrem que temperatura me indica movimento de moléculas? Essa relação é dada pela Equipartição da Energia: cada termo quadrático na energia total do sistema contribui com uma energia $1/2k_B T$

$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} J / K$ (constante de Boltzmann)



→ Para moléculas monoatômicas

$$K_{\text{translação}} = N \cdot \left[\underbrace{\frac{1}{2} k_B \cdot T}_{\frac{1}{2} m \cdot v_x^2} + \underbrace{\frac{1}{2} k_B \cdot T}_{\frac{1}{2} m \cdot v_y^2} + \underbrace{\frac{1}{2} k_B \cdot T}_{\frac{1}{2} m \cdot v_z^2} \right] = \frac{3}{2} N \cdot k_B \cdot T$$
$$K_{\text{translação}} = n \cdot \frac{3}{2} \cdot R \cdot T \quad \Rightarrow \quad \text{pois} \quad N \cdot k_B = n \cdot \underbrace{N_A \cdot k_B}_R = n \cdot R.$$



Varição da Energia

$$E_{\text{int}} = n \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot R\right) \cdot T + 0 = n \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot R\right) \cdot T \quad (\text{gás monoatômico. Ex: He, Ar, Ne}),$$

$$E_{\text{int}} = n \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot R\right) \cdot T + n \cdot \left(\frac{2}{2} \cdot R\right) \cdot T = n \cdot \left(\frac{5}{2} \cdot R\right) \cdot T \quad (\text{gás diatômico. Ex: CO, H}_2, \text{O}_2),$$

$$E_{\text{int}} = n \cdot \underbrace{\left(\frac{3}{2} \cdot R\right)}_{\text{translação}} \cdot T + n \cdot \underbrace{\left(\frac{3}{2} \cdot R\right)}_{\text{rotação}} \cdot T = n \cdot (3 \cdot R) \cdot T \quad (\text{gás poliatômico. Ex: CO}_2, \text{H}_2\text{O, O}_3, \text{CH}_4).$$

$$\Delta E_{\text{int}} = n \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot R\right) \cdot \Delta T \quad (\text{gás monoatômico. Ex: He, Ar, Ne}),$$

$$\Delta E_{\text{int}} = n \cdot \left(\frac{5}{2} \cdot R\right) \cdot \Delta T \quad (\text{gás diatômico. Ex: CO, H}_2, \text{O}_2),$$

$$\Delta E_{\text{int}} = n \cdot (3 \cdot R) \cdot \Delta T \quad (\text{gás poliatômico. Ex: CO}_2, \text{H}_2\text{O, O}_3, \text{CH}_4).$$

Calor Específico a Volume Constante



Varição da Energia Interna em um processo a volume constante (isocórico/isovolumétrico)

$$\Delta E_{\text{int}} = n \cdot c_V \cdot \Delta T, \quad \Leftrightarrow$$

$$c_V = \begin{cases} \frac{3}{2} \cdot R & \text{(gás monoatômico. Ex: He, Ar, Ne),} \\ \frac{5}{2} \cdot R & \text{(gás diatômico. Ex: CO, H}_2\text{, O}_2\text{),} \\ 3 \cdot R & \text{(gás poliatômico. Ex: CO}_2\text{, H}_2\text{O, O}_3\text{, CH}_4\text{),} \\ R = 8.31 \text{ J / (mol} \cdot \text{K).} \end{cases}$$

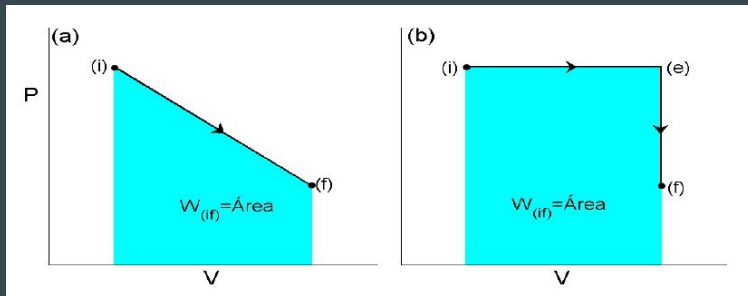


Trabalho de um gás ideal

Da definição de trabalho:

$$dW = F \cdot dl = P \cdot \underbrace{A \cdot dl}_{dV} = P \cdot dV \xrightarrow{\text{integrando}} W = \int_i^f P \cdot dV.$$

Notem que o caminho faz toda a diferença! Se V é constante, $dV = 0$ e não há trabalho sendo realizado!!!! Toda energia é trocada na forma de calor.



$$W = \int P \cdot dV \quad \Leftrightarrow \quad \text{ou} \quad W = \int \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \cdot dV.$$



Primeira Lei da Termodinâmica

- Em Mecânica vimos que se há variação de energia é porque foi realizado trabalho sobre o sistema
- Depois, vimos que energia pode ser recebida/perdida através do calor
- A Primeira Lei nada mais é que a Conservação de Energia considerando a troca de calor e/ou realização de trabalho!

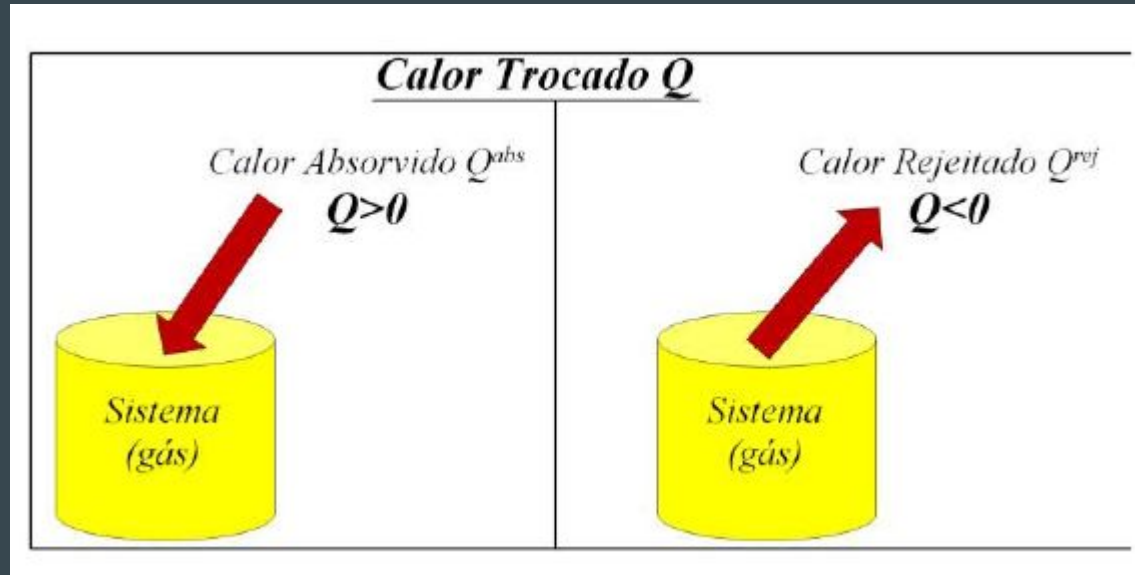
$$\Delta E_{\text{int}} = Q - W$$

1ª Lei da Termodinâmica



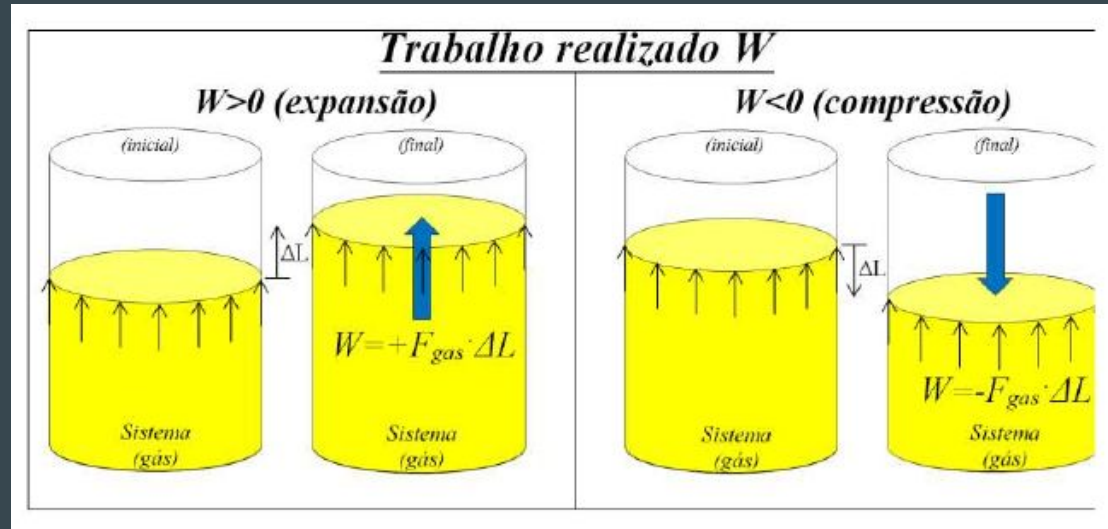
Calor entra: +

Calor sai: -



Trabalho entra (compressão): -

Trabalho sai (expansão): +





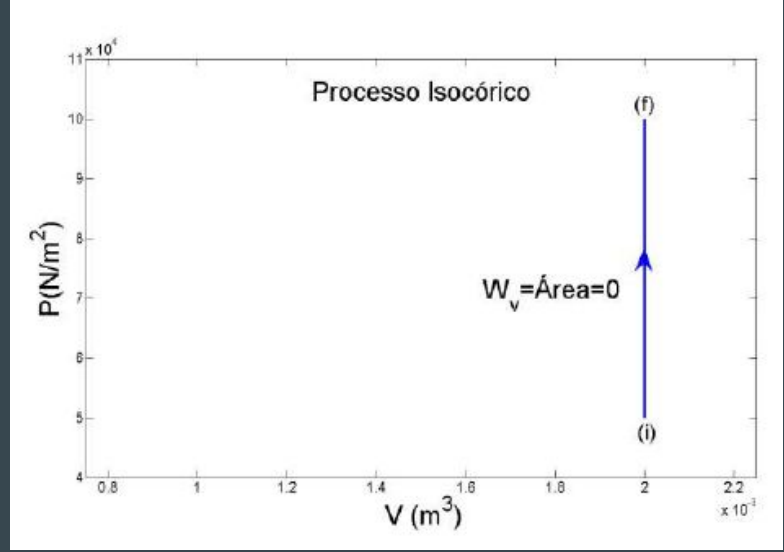
Processo Isocórico/Isovolumétrico (V constante)

$$V_i = V_f = \frac{n \cdot R \cdot T_i}{P_i} = \frac{n \cdot R \cdot T_f}{P_f} \Rightarrow \boxed{\frac{T_i}{P_i} = \frac{T_f}{P_f}}, \text{ ou } \boxed{T_f = T_i \cdot \frac{P_f}{P_i}}$$

$$\Delta E_{int} = Q_V - \underbrace{W_V}_{=0}$$

$$\boxed{Q_V = n \cdot c_V \cdot \Delta T}$$

$$W_V = \int P \cdot dV$$
$$\boxed{W_V = 0J}$$





Processo Isobárico (P constante)

$$P_i = P_f = \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \Rightarrow \frac{T_i}{V_i} = \frac{T_f}{V_f}$$

$$\Delta E_{\text{int}} = Q_P - W_P$$

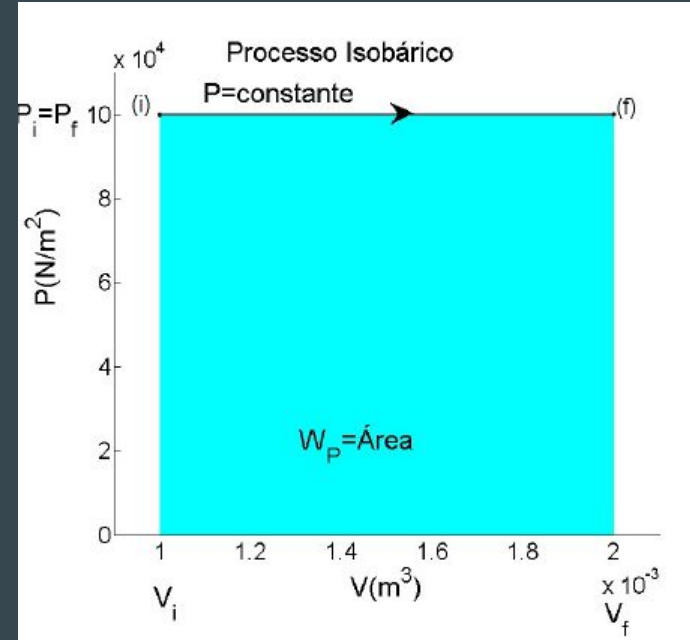
$$Q_P = \Delta E_{\text{int}} + W_P$$

$$Q_P = n \cdot c_V \cdot \Delta T + n \cdot R \cdot \Delta T = n \cdot \underbrace{(c_V + R)}_{c_P} \cdot \Delta T$$

$$Q_P = n \cdot c_P \cdot \Delta T$$

$$W_P = P_i \cdot \Delta V = \underbrace{P_i}_{\text{altura}} \cdot \underbrace{(V_f - V_i)}_{\text{base}}$$

$$W_P = n \cdot R \cdot \Delta T = n \cdot R \cdot (T_f - T_i)$$



Calor Específico a Pressão Constante



Processo Isotérmico (T constante)

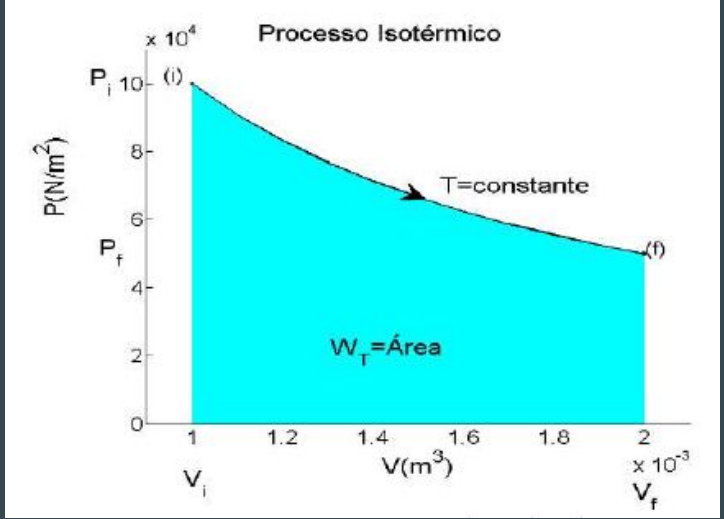
$$\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = \left(\frac{P_i}{P_f}\right)$$

$$\Delta E_{int} = 0$$

$$Q_T = W_T = n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

$$W = \int_i^f \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \cdot dV = n \cdot R \cdot T \int_i^f \frac{dV}{V}$$

$$W_T = n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$





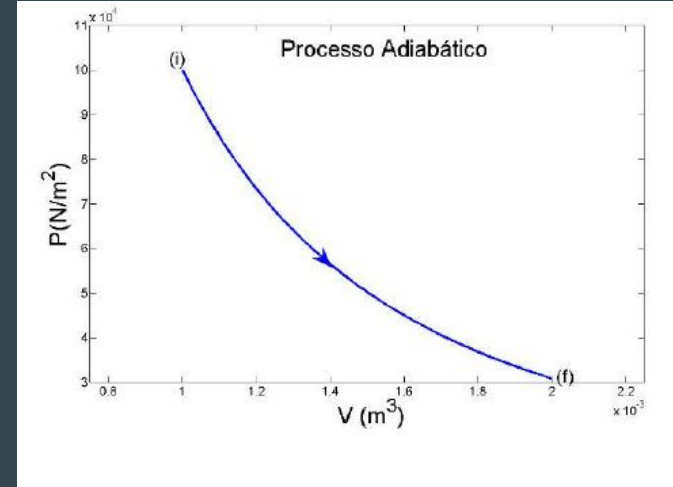
Processo Adiabático (Q constante)

$$dE_{int} = dQ - dW \xrightarrow{dQ=0} dE_{int} = -dW \longrightarrow n \cdot c_V dT = -p \cdot dV$$

$$n \cdot c_V \cdot dT = -\left(\frac{n \cdot R \cdot T}{V}\right) dV \xrightarrow{\text{Dividindo esta equação por } n \cdot T} c_V \cdot \frac{dT}{T} = -\frac{R}{V} dV$$

$$\int_{T_i}^{T_f} c_V \cdot \frac{dT}{T} = -\int_{V_i}^{V_f} \frac{R}{V} dV \longrightarrow \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = -\frac{R}{c_V} \cdot \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \longrightarrow \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = \ln\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\frac{R}{c_V}}$$

$$T_i \cdot V_i^{\frac{R}{c_V}} = T_f \cdot V_f^{\frac{R}{c_V}} \xrightarrow{\gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{c_V + R}{c_V} = 1 + \frac{R}{c_V} \text{ e } \gamma - 1 = \frac{R}{c_V}} \boxed{T_i \cdot V_i^{\gamma-1} = T_f \cdot V_f^{\gamma-1}} \xrightarrow{\frac{P_i V_i}{nR} \cdot V_i^{\gamma-1} = \frac{P_f V_f}{nR} \cdot V_f^{\gamma-1}} \boxed{P_i \cdot V_i^\gamma = P_f \cdot V_f^\gamma}$$





Processo Adiabático (Q constante)

→ Expansão adiabática: T diminui



→ Compressão adiabática: T aumenta





Expansão Livre

- Processo onde nenhum trabalho é realizado e nenhum calor é trocado
- É hipotético pois não existe expansão sem realização de trabalho
- “Exemplo”: liberar um gás no vácuo molécula a molécula, de tal forma que duas moléculas nunca se enxerguem





Ciclo Termodinâmico

→ Caminho fechado, onde o estado final é igual ao estado inicial

$$\Delta T = 0$$

$$\Delta E_{\text{int}} = 0$$

$$Q_{\text{ciclo}} = W_{\text{ciclo}}$$

