Física [na pandemia]
Aula 09

...

Prof. Dr. José Rafael Bordin
Departamento de Física
UFPel

Sumário

→ Tipos de Escoamento

→ Conservação da Massa & Eq. da Continuidade

→ Equação de Bernoulli

Escoamento

→ A maioria dos fluidos, quando sujeitos a uma *diferença de pressão*, *escoam* da região de maior pressão para a de menor pressão

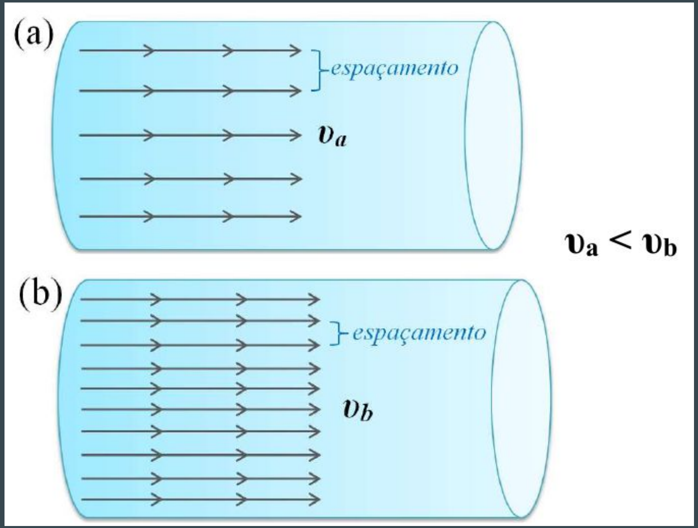
→ Podemos tentar entender a dinâmica dos fluidos considerando eles como partículas infinitesimalmente pequenas que se movem em conjunto numa dada direção e sentido

→ O escoamento pode ter diferentes propriedades, que depende do tipo de fluido, da viscosidade dele, da pressão, temperatura, densidade, etc...

Linha de Fluxo ou Linhas de Corrente

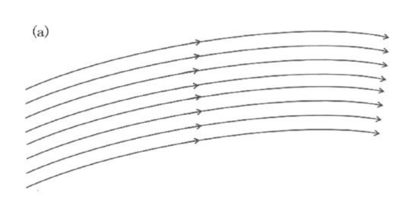
→ Podemos imaginar um fluido como um conjunto de partículas

→ Quando o fluido se move, as partículas irão escoar em linhas definidas como *Linhas de Corrente ou Linhas de Fluxo*

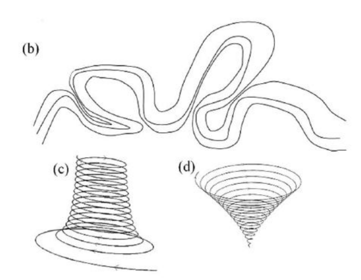


Tipos de Escoamento

→ Em um escoamento ***LAMINAR*** as linhas de corrente são suaves e irrotacionais (não giram)

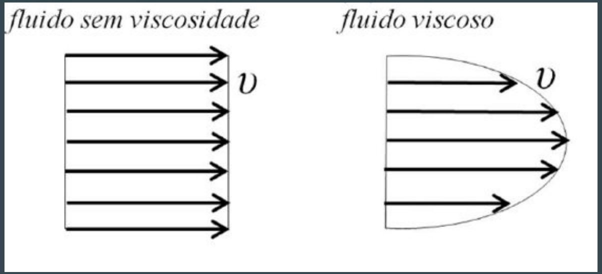


→ Se as linhas de corrente não são suaves e possuem rotação o escoamento é ***TURBULENTO***



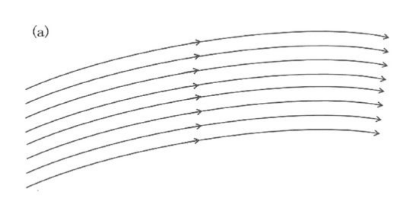
→O escoamento pode ser ***INCOMPRESSÍVEL*** - quando a densidade do fluido não varia com a pressão

→ O escoamento pode ser VISCOSO ou ***NÃO-VISCOSO***, dependendo da viscosidade do fluido (tentem virar um copo cheio de mel!)

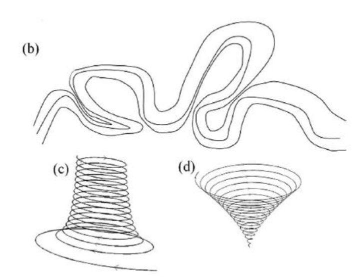


Tipos de Escoamento

→ Em um escoamento ***LAMINAR*** as linhas de corrente são suaves e irrotacionais (não giram)

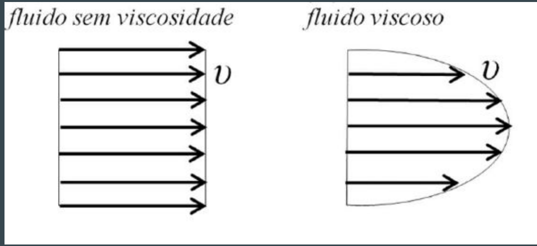


→ Se as linhas de corrente não são suaves e possuem rotação o escoamento é ***TURBULENTO***



→O escoamento pode ser ***INCOMPRESSÍVEL*** - quando a densidade do fluido não varia com a pressão

→ O escoamento pode ser VISCOSO ou ***NÃO-VISCOSO***, dependendo da viscosidade do fluido (tentem virar um copo cheio de mel!)

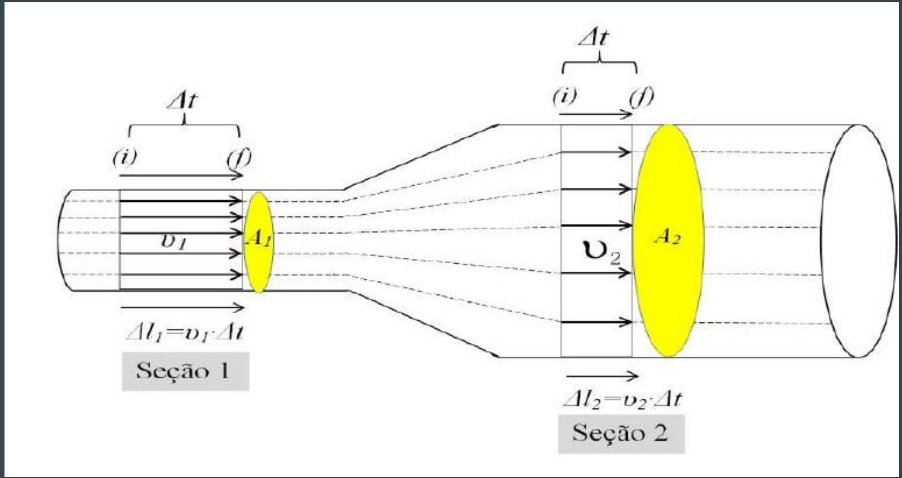


O ESCOAMENTO IDEAL É ***LAMINAR, INCOMPRESSÍVEL E NÃO-VISCOSO***

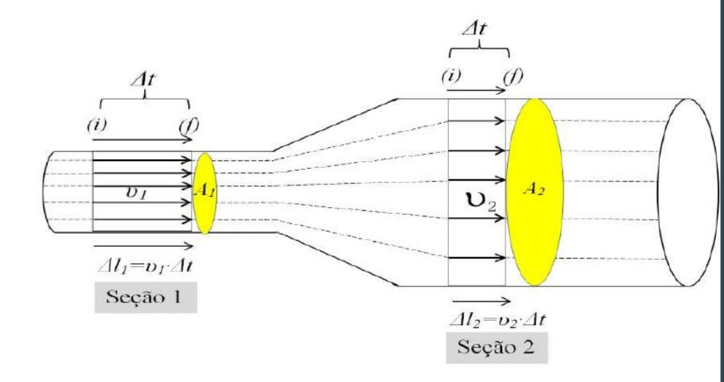
Equação da Continuidade

→ Considere um escoamento ideal em uma tubulação ou um rio que possui uma dada área de seção transversal 1 menor que uma outra área de seção transversal 2

→ Se não houver perda de matéria (como um furo no cano) a quantidade de massa que passa na seção 1 deve ser igual à que passa na seção 2:



Equação da Continuidade



Vazão Q

$$\boxed{Q = \upsilon \cdot A \quad (m^3/s)} \qquad \boxed{Q = \text{velocidade} \times \text{área da seção transversal}} = \text{Vazão},$$

ou

$$\boxed{Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (m^3/s)} \qquad \boxed{Q = \frac{\text{Variação de Volume}}{\text{Variação de tempo}}} = \text{Vazão}.$$

Exemplo

→ O coração bombeia o sangue com uma vazão média de 5L/min. Considere uma artéria com 4,5 cm^2. Qual a velocidade de escoamento por esta artéria?

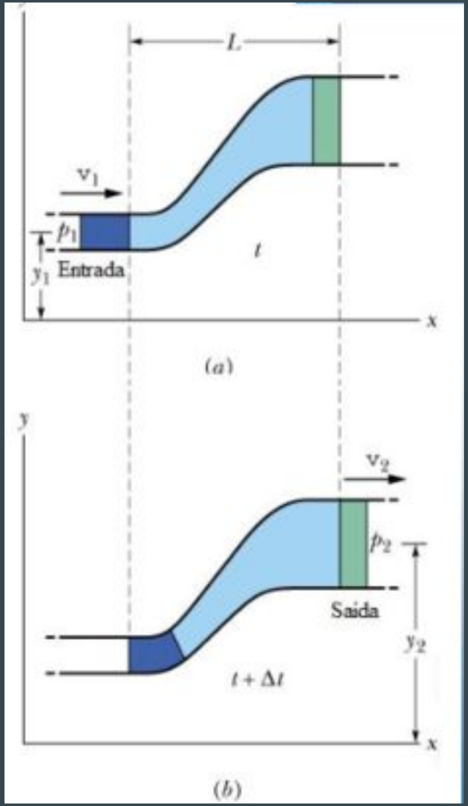
Exemplo

→ Qual é a velocidade do sangue se a artéria diminui para metade da área?

Equação de Bernoulli

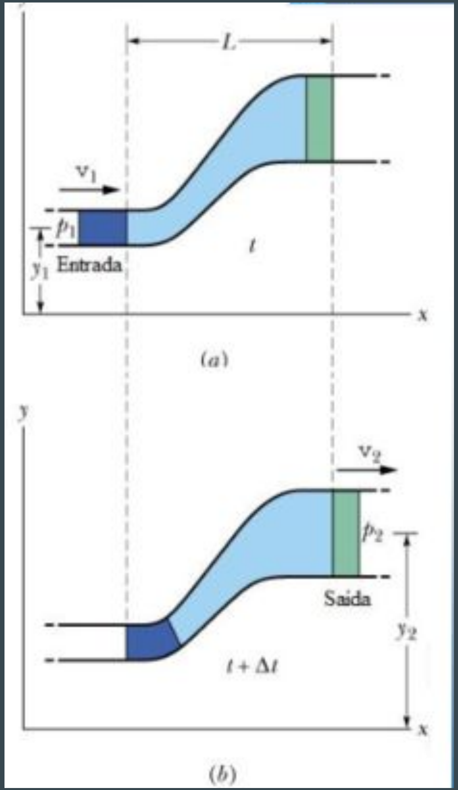
→ O que acontece quando além de mudanças na área disponível para o escoamento (e na velocidade de escoamento) houver também variações na altura e na pressão aplicada ao fluido?

→ Considere o caso ao lado, onde o fluido entra numa tubulação a uma altura $\boldsymbol{y_1}$ com uma velocidade $\boldsymbol{v_1}$ e sob uma pressão $\boldsymbol{p_1}$ e sai a uma altura $\boldsymbol{y_2}$ com uma velocidade $\boldsymbol{v_2}$ e pressão $\boldsymbol{p_2}$



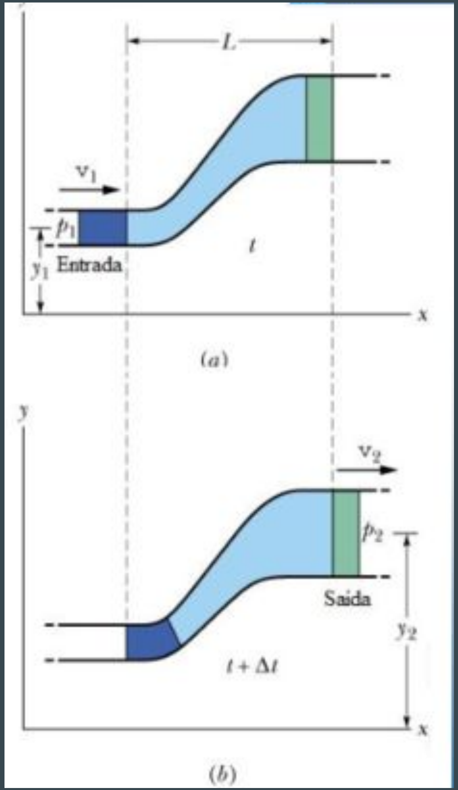
Equação de Bernoulli

→ Pelo teorema Trabalho-Energia Cinética:



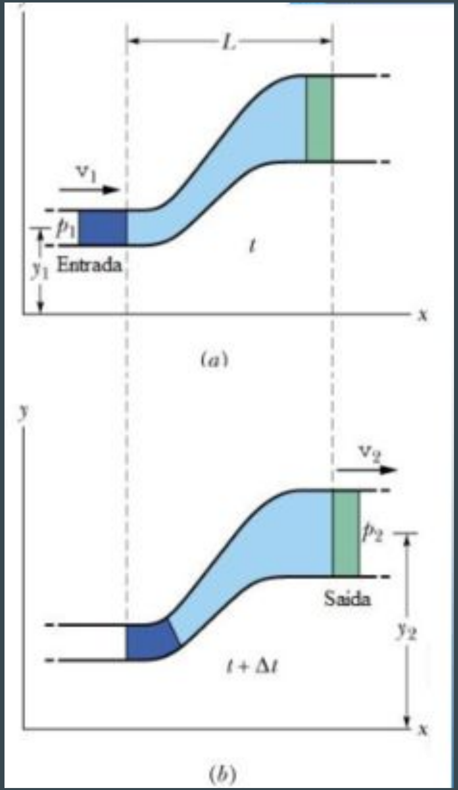
Equação de Bernoulli

→ Pelo teorema Trabalho-Energia Cinética:



Equação de Bernoulli

$$\boxed{P + \rho \cdot g \cdot y + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon^2 = \text{constante}},$$



Aplicações da Eq. de Bernoulli

1º Caso – <u>Fluido em Repouso</u>: $\upsilon_1 = \upsilon_2 = 0$. Usando Bernoulli entre o ponto 1 e 2, temos:

$$\underbrace{P_1 + \rho \cdot g \cdot y_1 + 0}_{\text{Ponto 1}} = \underbrace{P_2 + \rho \cdot g \cdot y_2 + 0}_{\text{Ponto 2}} \quad \Rightarrow \quad P_2 = P_1 + \rho \cdot g \cdot \underbrace{(y_1 - y_2)}_{h}$$

$P_2 = P_1 + \rho \cdot g \cdot h$ (equação da hidrostática). Observe que a equação de Bernoulli é mais geral, que recobre o caso de fluido em repouso.

Aplicações da Eq. de Bernoulli

2º Caso – Fluido se movendo com <u>velocidade constante</u>: $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$. Usando Bernoulli entre o ponto 1 e 2, temos:

$$\underbrace{P_1 + \rho \cdot g \cdot y_1 + \cancel{\frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon^2}}_{\text{Ponto 1}} = \underbrace{P_2 + \rho \cdot g \cdot y_2 + \cancel{\frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon^2}}_{\text{Ponto 2}} \quad \Rightarrow \quad P_2 = P_1 + \rho \cdot g \cdot \underbrace{(y_1 - y_2)}_{h}$$

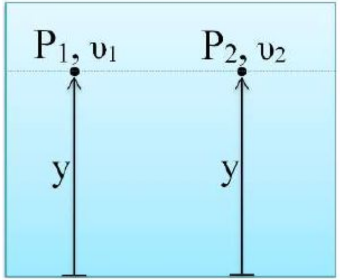
$P_2 = P_1 + \rho \cdot g \cdot h$ (mesma equação anterior. De acordo com as leis de Newton, corpo em repouso ou com velocidade constante, as equações são as mesmas.

A análise para este caso já foi feita na seção de hidrostática.

Aplicações da Eq. de Bernoulli

3º Caso - Mesmo Nível: $y_1 = y_2 = y$.

$$\underbrace{P_1 + \cancel{\rho \cdot g \cdot y} + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_1^2}_{\text{Ponto 1}} = \underbrace{P_2 + \cancel{\rho \cdot g \cdot y} + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_2^2}_{\text{Ponto 2}} \Rightarrow \quad P_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_2^2.$$



$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot \left(\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2\right).$$

Se $\upsilon_1 > \upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1^2 - \upsilon_2^2 > 0 \quad \Rightarrow \boxed{P_2 > P_1}$. *Quanto maior for a velocidade em um ponto, menor será a pressão nesse ponto (para o mesmo nível)*. Este é o resultado mais interessante da equação de Bernoulli, que o observamos em nosso dia-a-dia e em muitas aplicações tecnológicas.

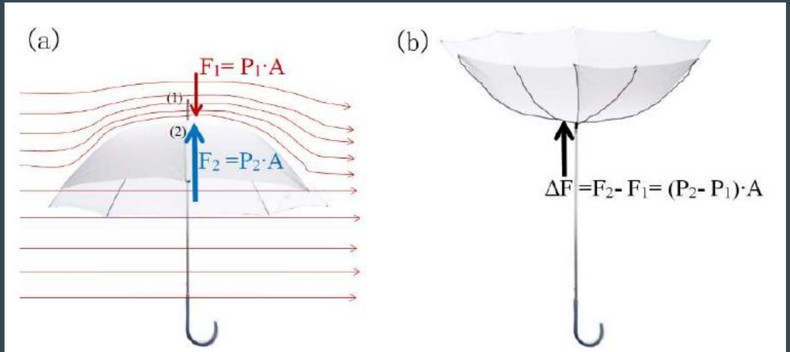
A força devido à diferença de pressão é dada por:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho \cdot \left(\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2\right) \qquad \text{(diferença de pressão)}$$

$$\Delta F = \Delta P \cdot A = \left(P_2 - P_1\right) \cdot A \quad \text{(força devido a diferença de pressão)}$$

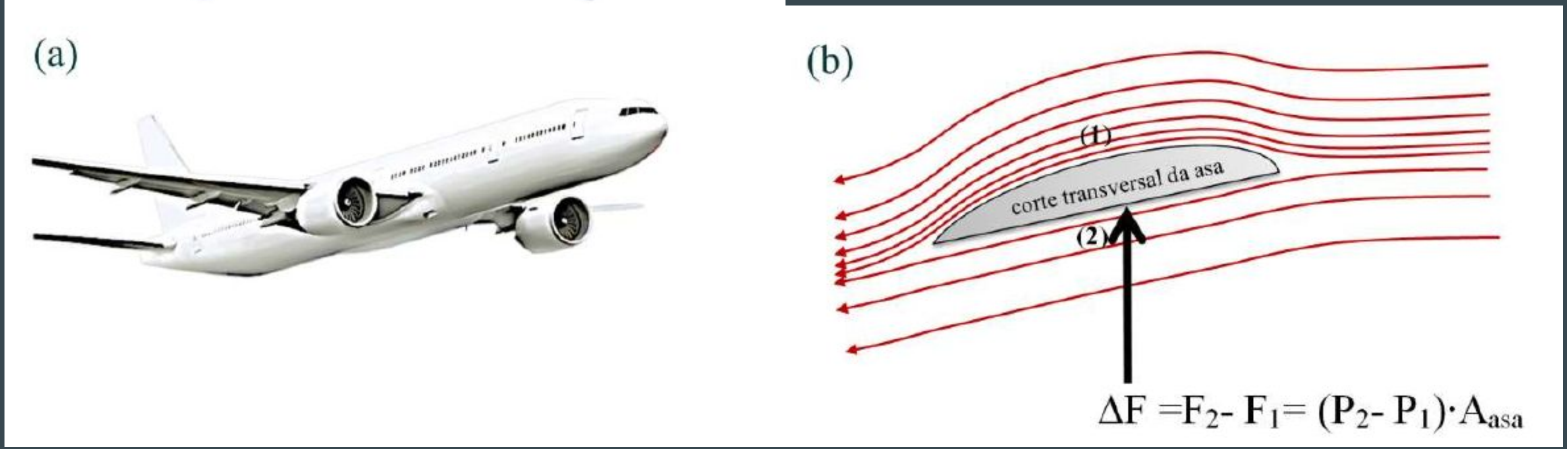
$$\boxed{\Delta F = \frac{1}{2}\rho \cdot A \cdot \left(\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2\right)}, \quad \text{onde } A \text{ é a área da seção transversal de atuação da pressão.} \qquad (2.20)$$

Aplicações para casos de mesmo nível



$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho \cdot \left(\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2\right) \qquad \text{(diferença de pressão)}$$

$$\boxed{\Delta F = \frac{1}{2}\rho \cdot A \cdot \left(\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2\right)}$$

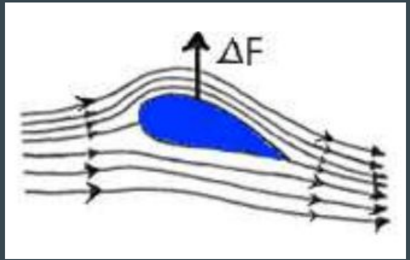


Exemplo

As linhas de fluxo em torno da asa de um pequeno avião são tais que a velocidade sobre a parte superior é de 83m/s e sob a superfície inferior e de 70m/s.

a) Se a área efetiva das asas do avião é em torno de $100m^2$, qual é a força vertical que atua sobre o avião devido exclusivamente a diferença de pressão entre a parte inferior e superior das asas? A densidade do ar é de $1{,}2kg/m^3$.

b) Dado que a massa do avião é de 15 toneladas, nas condições do item a, o avião está decolando ou aterrissando?



Exemplo

As linhas de fluxo em torno da asa de um pequeno avião são tais que a velocidade sobre a parte superior é de 83m/s e sob a superfície inferior e de 70m/s.

a) Se a área efetiva das asas do avião é em torno de $100m^2$, qual é a força vertical que atua sobre o avião devido exclusivamente a diferença de pressão entre a parte inferior e superior das asas? A densidade do ar é de $1{,}2kg/m^3$.

Exemplo

As linhas de fluxo em torno da asa de um pequeno avião são tais que a velocidade sobre a parte superior é de 83m/s e sob a superfície inferior e de 70m/s.

a) Se a área efetiva das asas do avião é em torno de 100m2, qual é a força vertical que atua sobre o avião devido exclusivamente a diferença de pressão entre a parte inferior e superior das asas? A densidade do ar é de 1,2kg/m3.

b) Dado que a massa do avião é de 15 toneladas, nas condições do item a, o avião está decolando ou aterrissando?