Física [na pandemia]
Aula 06

•••

Prof. Dr. José Rafael Bordin
Departamento de Física
UFPel

Sumário

- → Trabalho e Energia Cinética
- → Energia Potencial
- → Conservação da Energia

Trabalho-Energia Cinética

→ Vimos que $W = F \cdot \Delta x$

→ Também, se F é a força resultante sobre o corpo, $F = ma$

→ Logo,

$$W = ma\Delta x$$

→ Considerando o caso de forças constantes e movimentos retilínes, a solução da Lei de Newton é o famoso MRUV, cuja equação de Torriccelli dá

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad \rightarrow \quad a\Delta x = \frac{1}{2}(v^2 - v_0^2)$$

Trabalho-Energia Cinética

→ Logo

$$W = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = \left[\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right] .$$

Velocidade Inicial

Velocidade Final

Trabalho-Energia Cinética

→ Logo

$$W = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = \left[\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right] .$$

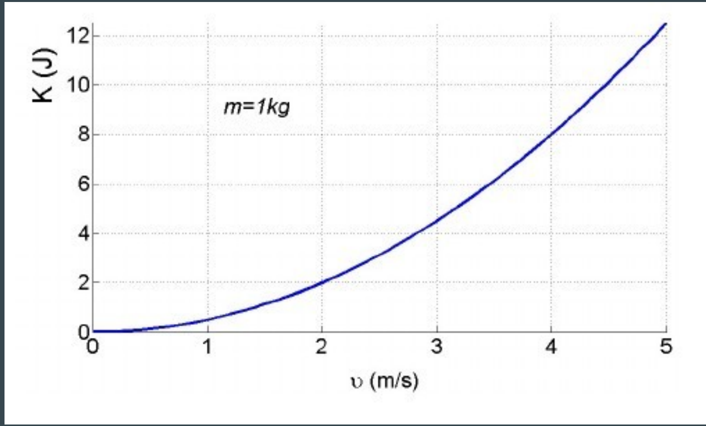
ENERGIA CINÉTICA Inicial

ENERGIA CINÉTICA Final

Energia Cinética

→ É a energia associada ao movimento

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$



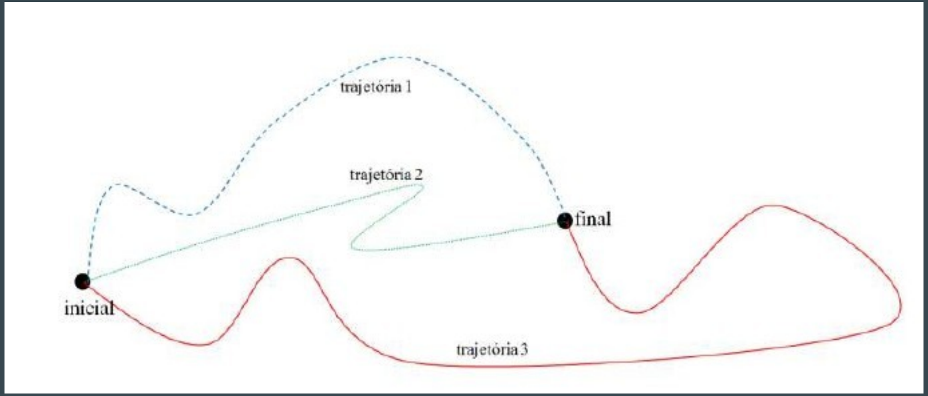
$$\begin{aligned}
&se \quad W_{total} > 0 \Rightarrow \Delta K > 0 \Rightarrow \upsilon_f^2 - \upsilon_i^2 > 0 \Rightarrow \upsilon_f > \upsilon_i \quad \text{(o módulo da velocidade do corpo aumenta),}\\
&se \quad W_{total} < 0 \Rightarrow \Delta K < 0 \Rightarrow \upsilon_f^2 - \upsilon_i^2 < 0 \Rightarrow \upsilon_f < \upsilon_i \quad \text{(o módulo da velocidade do corpo diminui),}\\
&se \quad W_{total} = 0 \Rightarrow \Delta K = 0 \Rightarrow \upsilon_f^2 - \upsilon_i^2 = 0 \Rightarrow \upsilon_f = \upsilon_i \quad \text{(o módulo da velocidade do corpo se mantém constante).}
\end{aligned}$$

Forças Conservativas

→ Dependem somente da posição do objeto

-

→ Não dependem da trajetória do movimento, somente da sua posição inicial e final



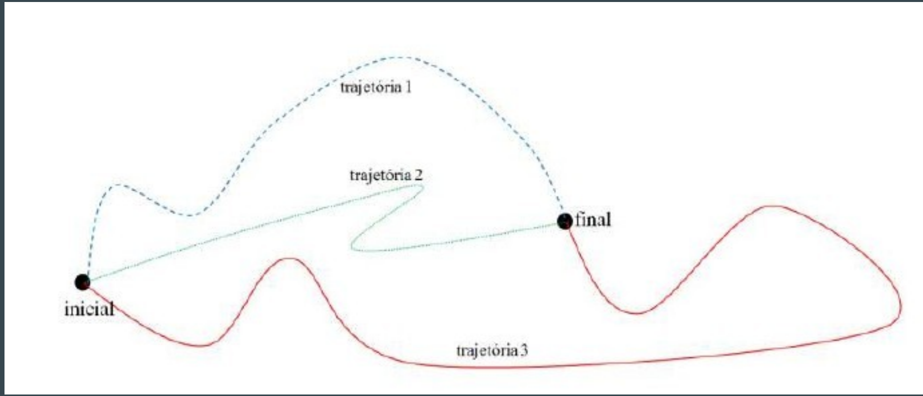
Forças Conservativas

- → Dependem somente da posição do objeto

  $$P = mg$$

  $$F = kx$$

  → Não dependem da trajetória do movimento, somente da sua posição inicial e final



Energia Potencial U

→ A toda Força Conservativa associamos uma Energia Potencial que depende da posição do corpo em relação a um referencial
→ Se a energia potencial do corpo DIMINUI, isso significa que essa energia está sendo convertida em outra forma. Mas converter energia significa realizar trabalho. Logo

$$W = -\Delta U$$

Energia Potencial Gravitacional U_g

→ É a energia associada com um corpo estar a uma altura *y* – SEMPRE precisamos de um zero (0) de energia potencial

→ Trabalho ao cair de uma altura *y*: $W_g = Py = mgy$

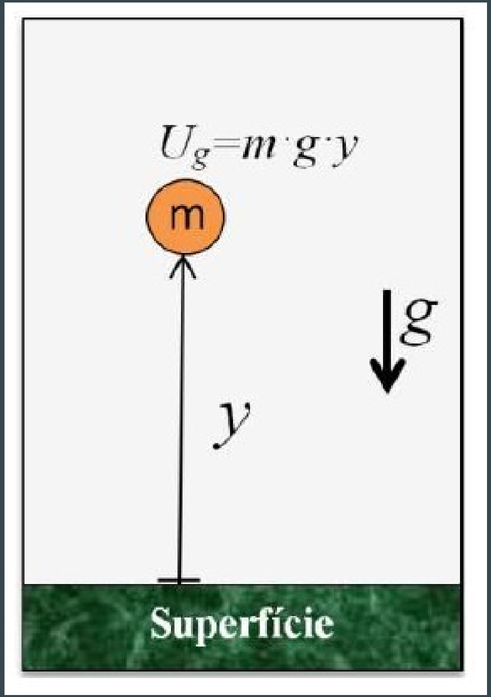
→ Mas $W = -\Delta U$ Então,

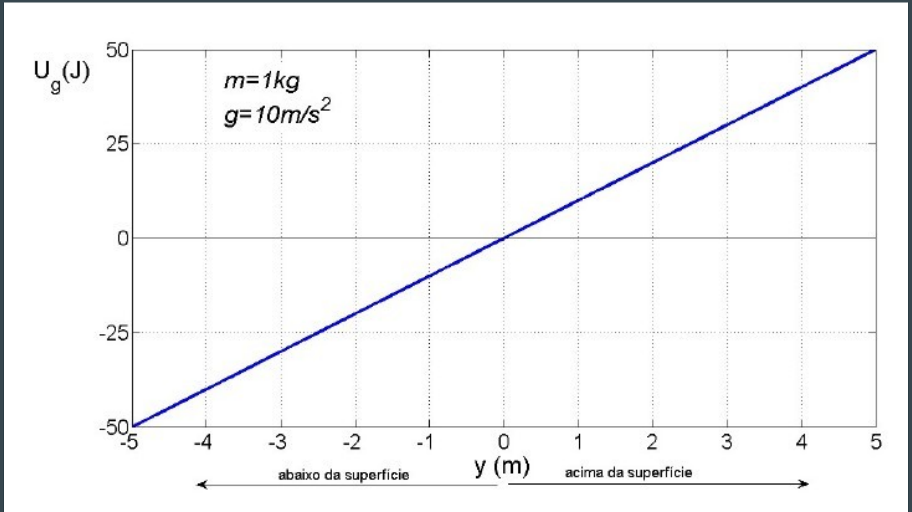
$$mgy = -(\Delta U_g) \rightarrow mgy = -[U_g(y=0) - U_g(y)]$$

→ U_g = 0 no chão (normalmente). Logo, a energia de um corpo a uma altura *y* do chão é

$$U_g(y) = mgy$$

Energia Potencial Gravitacional U_g

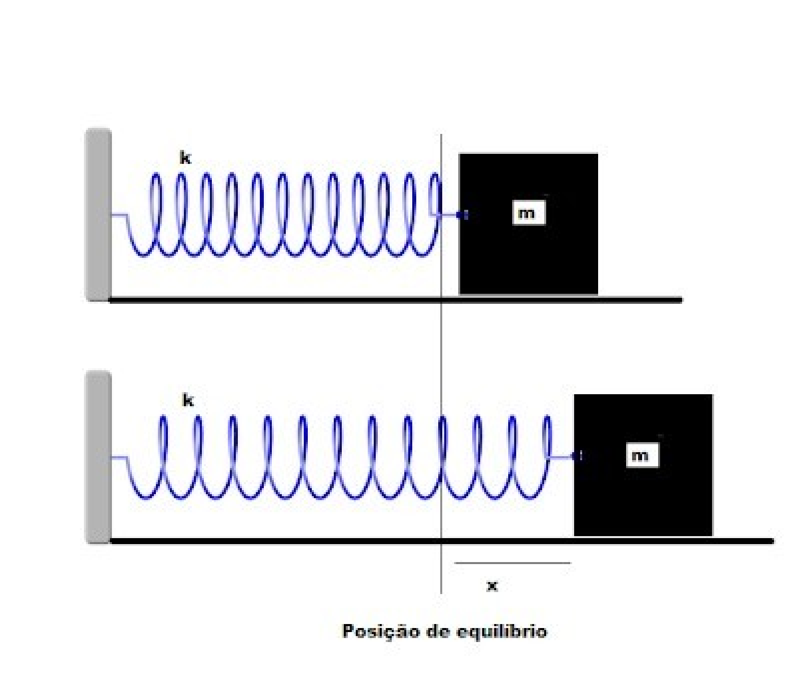




Energia Potencial Elástica U_e

→ O trabalho da força elástica depende da posição
→ Se $x = 0$ (mola em repouso) $F = 0$ e $W_e = 0$. Mas como F não é constante não podemos usar a equação que vínhamos usando pro trabalho, mas sim sua definição mais formal

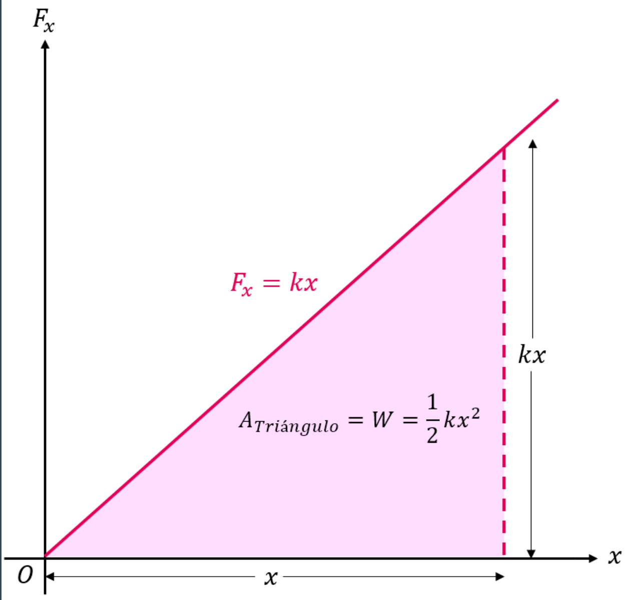
$$W_e = \int F dx = \int kx dx$$



Energia Potencial Elástica U_e

→ O trabalho da força elástica depende da posição
→ Se $x = 0$ (mola em repouso) $F = 0$ e $W_e = 0$. Mas como F não é constante não podemos usar a equação que vínhamos usando pro trabalho, mas sim sua definição mais formal

$$W_e = \int F(x)dx = \int kxdx$$



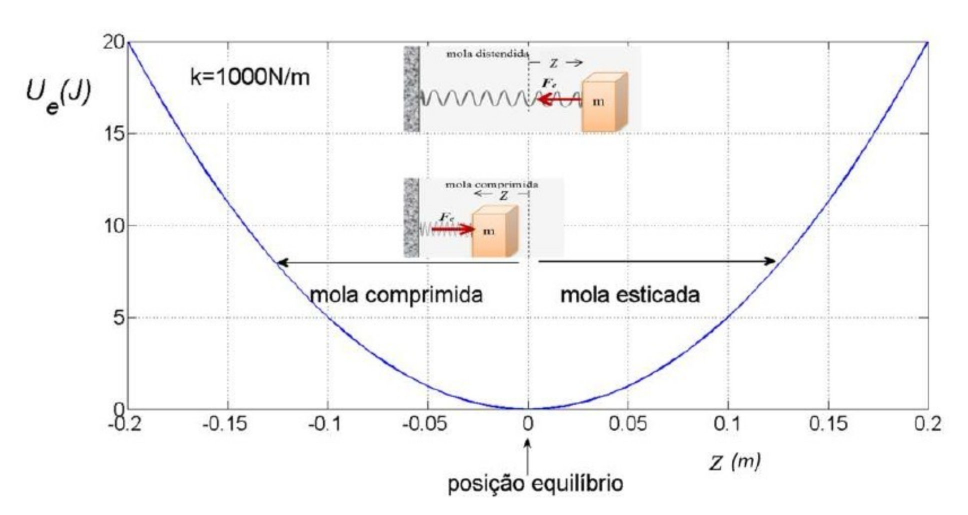
Integral = área sobre a curva F(x)

Energia Potencial Elástica U_e

→ A Energia Potencial Elástica é então

$$U_e = \frac{1}{2}k \cdot z^2$$

→ Onde *z* é a deformação da mola (mudei de *x* pra *z* pra manter a mesma notação que a apostila)



Energia Mecânica

→ A energia mecânica E de um corpo é a soma de todas as energia deste corpo, ou

$$E = U + K$$

→ Se somente forças conservativas atuam sobre o corpo, E permanece constante

$$\Delta E = 0 \rightarrow \Delta K = -\Delta U$$

→ Se forças dissipativas F_d atuam, a energia mecânica varia

$$\Delta E = W_{F_d}$$

Exemplo 1

→ Calcule a energia potencial gravitacional de uma partícula de massa m=10kg que se encontrava em repouso na posição inicial y_i=15m e cai até a posição final y_f=10m, o trabalho realizado pela força peso entre a posição inicial e final e a velocidade na posição final.

$$U_g(y = 15m) = 10 \cdot 10 \cdot 15 = 1500J$$

$$U_g(y = 10m) = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000J$$

Exemplo 1

→ Calcule a energia potencial gravitacional de uma partícula de massa m=10kg que se encontrava em repouso na posição inicial y_i=15m e cai até a posição final y_f=10m, o trabalho realizado pela força peso entre a posição inicial e final e a velocidade na posição final.

$$W = -\Delta U_g = -(1000 - 1500) = 500J$$

$$W = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2}mv_f^2 \rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} \rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2 \cdot 500}{10}} = 10m/s$$

Exemplo 2

→ E.1) Um bloco de massa m=1kg é solto do alto de um plano inclinado de $\theta=40^{\circ}$, sem atrito, já com velocidade $\upsilon_0=4$m/s. Abaixo do plano inclinado existe uma mola de constante elástica k=1000N/m.

a) Calcule com que velocidade o bloco chega na iminência de colidir com a mola, sabendo que o deslocamento, ao longo da superfície do plano, da posição inicial até a mola é L=5m.

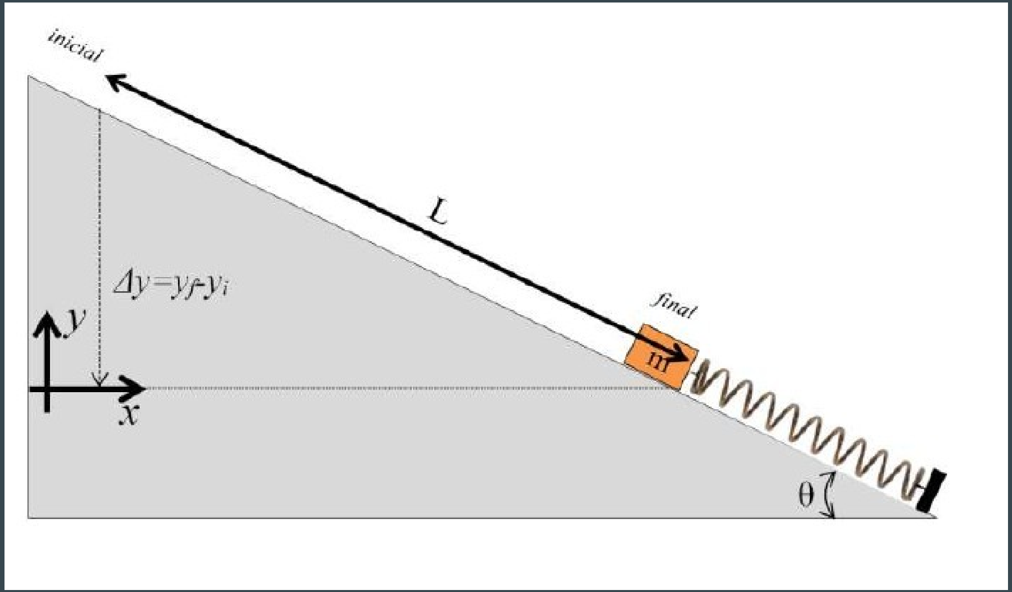
b) Calcule a compressão máxima da mola devido à colisão do bloco.

Exemplo 2

→ E.1) Um bloco de massa m=1kg é solto do alto de um plano inclinado de $\theta=40^{\circ}$, sem atrito, já com velocidade $\upsilon_0=4$m/s. Abaixo do plano inclinado existe uma mola de constante elástica k=1000N/m.

a) Calcule com que velocidade o bloco chega na iminência de colidir com a mola, sabendo que o deslocamento, ao longo da superfície do plano, da posição inicial até a mola é L=5m.

b) Calcule a compressão máxima da mola devido à colisão do bloco.

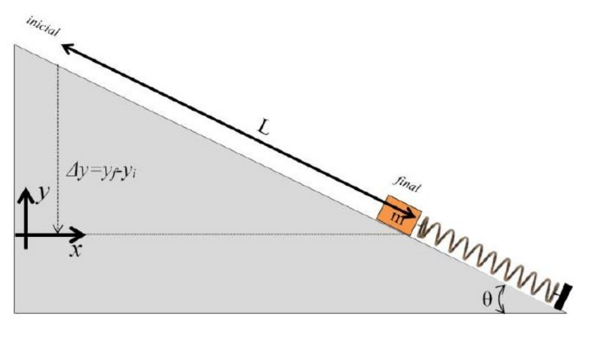


Exemplo 2

→ E.1) Um bloco de massa m=1kg é solto do alto de um plano inclinado de θ=40°, sem atrito, já com velocidade υ_0=4m/s. Abaixo do plano inclinado existe uma mola de constante elástica k=1000N/m.

a) Calcule com que velocidade o bloco chega na iminência de colidir com a mola, sabendo que o deslocamento, ao longo da superfície do plano, da posição inicial até a mola é L=5m.

b) Calcule a compressão máxima da mola devido à colisão do bloco.



$$(inicial)\begin{cases} y_i = L\cdot sen(\theta) \text{ (ver referencial na figura)} \\ \upsilon_i = 4m/s \text{ (velocidade inicial do bloco),} \end{cases}$$

$$(final)\begin{cases} y_f = 0 \quad \text{(ver referencial na figura)} \\ \upsilon_f = \upsilon_f \text{ (incógnita).} \end{cases}$$

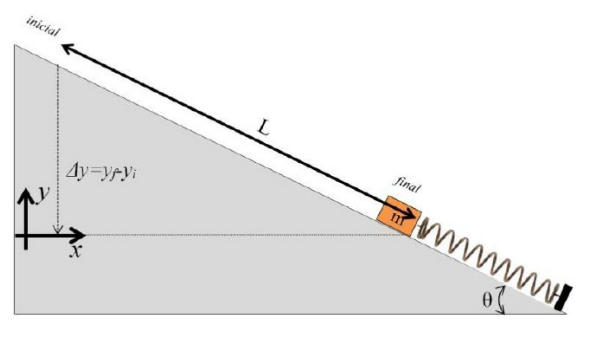
$$\underbrace{m\cdot g\cdot(y_f - y_i)}_{\Delta U_g} + \underbrace{\frac{1}{2}m\cdot(\upsilon_f^2 - \upsilon_i^2)}_{\Delta K} = 0$$

Exemplo 2

→ E.1) Um bloco de massa m=1kg é solto do alto de um plano inclinado de θ=40°, sem atrito, já com velocidade υ_0=4m/s. Abaixo do plano inclinado existe uma mola de constante elástica k=1000N/m.

a) Calcule com que velocidade o bloco chega na iminência de colidir com a mola, sabendo que o deslocamento, ao longo da superfície do plano, da posição inicial até a mola é L=5m.

b) Calcule a compressão máxima da mola devido à colisão do bloco.



$$\cancel{m}\cdot g\cdot\left(y_f-y_i\right)+\frac{1}{2}\cancel{m}\left(\upsilon_f^2-\upsilon_i^2\right)=0,$$

$$\upsilon_f^2=-2\cdot g\cdot\left(y_f-y_i\right)+\upsilon_i^2$$

$$\Delta y = y_f - y_i = -L\cdot \mathrm{sen}(\theta)$$

$$\upsilon_f=\sqrt{-2\cdot g\cdot\left(-L\cdot \mathrm{sen}(\theta)\right)+\upsilon_i^2}$$

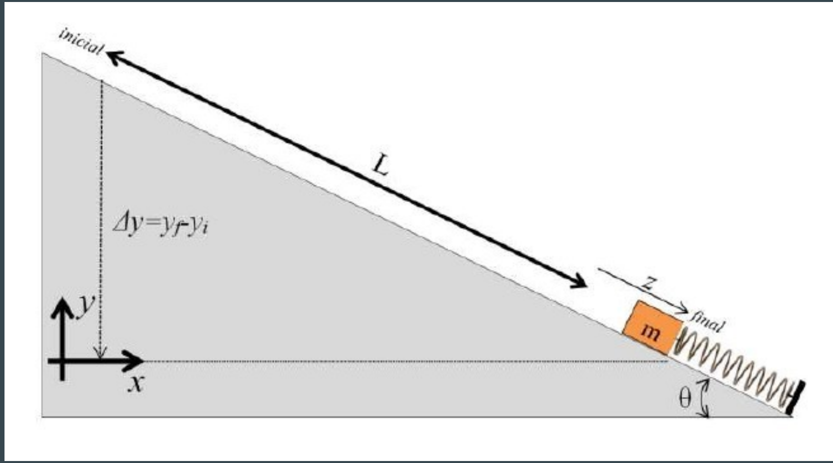
$$\upsilon_f=\sqrt{-2\cdot 10m/s^2\cdot\left(-5m\cdot \mathrm{sen}(40^o)\right)+\left(4m/s\right)^2}=\boxed{8,96m/s}$$

Exemplo 2

→ E.1) Um bloco de massa m=1kg é solto do alto de um plano inclinado de θ=40°, sem atrito, já com velocidade υ_0=4m/s. Abaixo do plano inclinado existe uma mola de constante elástica k=1000N/m.

a) Calcule com que velocidade o bloco chega na iminência de colidir com a mola, sabendo que o deslocamento, ao longo da superfície do plano, da posição inicial até a mola é L=5m.

b) Calcule a compressão máxima da mola devido à colisão do bloco.
Velocidade nula na compressão máxima



$$(inicial)\begin{cases} y_i = (L+z)sen(\theta) \\ z_i = 0m \text{ (mola relaxada),} \\ \upsilon_i = 4m/s \text{ (velocidade inicial do bloco),} \end{cases}$$

$$m \cdot g\left(y_f - y_i\right) + \frac{1}{2}k \cdot \left(z_f^2 - z_i^2\right) + \frac{1}{2}m \cdot \left(\upsilon_f^2 - \upsilon_i^2\right) = 0$$

$$(final)\begin{cases} y_f = 0 \\ z_f = z \text{ (compressão máxima, nossa incógnita),} \\ \upsilon_f = 0m/s \text{ (na compressão máxima).} \end{cases}$$

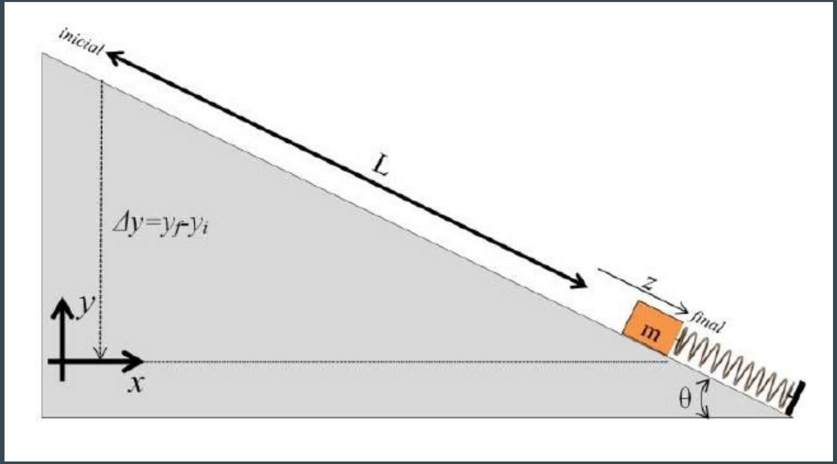
Exemplo 2

→ E.1) Um bloco de massa m=1kg é solto do alto de um plano inclinado de θ=40°, sem atrito, já com velocidade υ_0=4m/s. Abaixo do plano inclinado existe uma mola de constante elástica k=1000N/m.

a) Calcule com que velocidade o bloco chega na iminência de colidir com a mola, sabendo que o deslocamento, ao longo da superfície do plano, da posição inicial até a mola é L=5m.

b) Calcule a compressão máxima da mola devido à colisão do bloco.

Velocidade nula na compressão máxima



$$\Delta y = y_f - y_i = -(L+z)sen(\theta) \qquad \underline{\text{(ver figura)}}$$

$$1kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot \left[-(5m+z)sen(40^o)\right] + \frac{1}{2}1000\frac{N}{m} \cdot z^2 + \frac{1}{2}1kg \cdot \left(-\left(4m/s\right)^2\right) = 0,$$

$$-32,14 - 6,43 \cdot z + 500 \cdot z^2 - 8 = 0,$$

$$500 \cdot z^2 - 6,43 \cdot z - 40,14 = 0 \text{ resolvendo esta equação do 2ºgrau:} \boxed{z = 0.29m}. \quad \text{A raiz negativa não serve.}$$

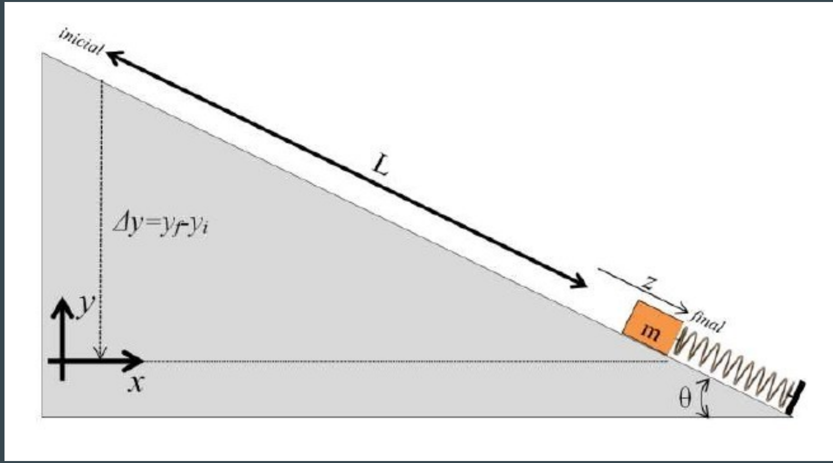
Exemplo 2

→ E.1) Um bloco de massa m=1kg é solto do alto de um plano inclinado de θ=40°, sem atrito, já com velocidade υ_0=4m/s. Abaixo do plano inclinado existe uma mola de constante elástica k=1000N/m.

a) Calcule com que velocidade o bloco chega na iminência de colidir com a mola, sabendo que o deslocamento, ao longo da superfície do plano, da posição inicial até a mola é L=5m.

b) Calcule a compressão máxima da mola devido à colisão do bloco.

Velocidade nula na compressão máxima



Observação: você também pode usar como posição inicial a posição final do item (a):

$$1kg\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot\left[-z\cdot sen(40^o)\right]+\frac{1}{2}1000\frac{N}{m}\cdot z^2+\frac{1}{2}1kg\cdot\left(-\left(8.96m/s\right)^2\right)=0,$$

$500\cdot z^2-6,43\cdot z-40,14=0$ (mesma equação anterior).