» AXIOMAS OU LEIS DO MOVIMENTO[1]

Lei I

Todo corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em uma linha reta, a menos que ele seja forçado a mudar aquele estado por forças imprimidas sobre ele.

Projéteis continuam em seus movimentos, desde que não sejam retardados pela resistência do ar, ou impelidos para baixo pela força da gravidade. Um pião, cujas partes por sua coesão são continuamente afastadas de movimentos retilíneos, não cessa sua rotação a não ser quando retardado pelo ar. Os corpos maiores dos planetas e cometas, encontrando menos resistência em espaços livres, preservam seus movimentos, tanto progressivo como circular, por um tempo muito maior.

1. Ver nota 14 do Apêndice.

Lei II[2]

A mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida, e é produzida na direção da linha reta na qual aquela força é imprimida.

Se qualquer força gera um movimento, uma força dupla vai gerar um movimento duplo, uma força tripla, um movimento triplo, seja aquela força imprimida de uma única vez, ou gradual e sucessivamente. Esse movimento (sendo sempre orientado na mesma direção da força geradora), caso o corpo se mova antes, é adicionado ou subtraído do primeiro movimento, dependendo se eles cooperam na mesma direção ou se são diretamente contrários um ao outro; ou obliquamente combinados, quando oblíquos, de modo a produzir um novo movimento composto a partir da determinação de ambos.

Lei III

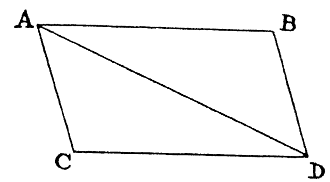
A toda ação há sempre oposta uma reação igual ou, as ações mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas a partes opostas.

Seja o que for que puxe ou empurre alguma coisa, é da mesma forma, puxado ou empurrado por ela. Se você empurra uma pedra com seu dedo, o dedo é também empurrado pela pedra. Se um cavalo puxa uma pedra amarrada a uma corda, o cavalo (se posso dizer assim) vai ser igualmente puxado de volta na direção da pedra, pois a corda distendida, pela mesma tendência a relaxar ou distorcer-se, puxará o cavalo, e obstruirá o progresso de um tanto quanto promove o do outro. Se um corpo se choca com outro, e pela sua força muda o movimento desse, aquele corpo também (por causa da igualdade da pressão mútua) sofrerá uma mudança igual no seu próprio movimento, em direção à parte contrária. As mudanças feitas por essa ação são iguais não nas velocidades, mas nos movimentos dos corpos; quer dizer, se os corpos não forem obstruídos por quaisquer outros impedimentos. Pois, porque os movimentos são igualmente alterados, as mudanças de velocidades feitas em direções a partes contrárias são inversamente proporcionais aos corpos. Essa lei também ocorre em atrações, como será provado no próximo Escólio.

2. Ver nota 15 do Apêndice.

Corolário I

Um corpo, submetido a duas forças simultaneamente, descreverá a diagonal de um paralelogramo no mesmo tempo em que ele descreveria os lados pela ação daquelas forças separadamente.

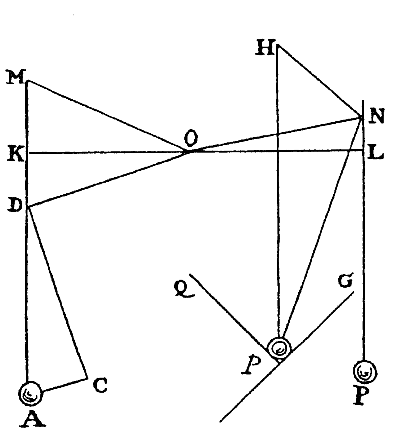


Se um corpo num dado tempo, pela força M imprimida separadamente no lugar A, fosse levado com um movimento uniforme de A até B, e pela força N imprimida separadamente no mesmo lugar, fosse levado de A para C, completa o paralelogramo ABCD, e por ambas as forças agindo juntas, o corpo seria levado, no mesmo tempo, na diagonal de A para D. Pois, uma vez que a força N age na direção da linha AC, paralela a BD, essa força (pela Segunda Lei) de modo algum altera a velocidade gerada pela outra força M, pela qual o corpo é levado em direção à linha BD. O corpo, portanto, chegará na linha BD no mesmo tempo, seja a força N imprimida ou não e, portanto, ao final daquele tempo será encontrado em algum lugar da linha BD. Pelo mesmo argumento, ao final do mesmo tempo, ele será encontrado em algum lugar da linha CD. Portanto, ele será encontrado no ponto D, onde ambas as linhas se encontram. Mas mover-se-á numa linha reta de A para D, pela Lei I.

Corolário II

E assim é explicada a composição de qualquer força direta AD, *a partir de quaisquer duas forças oblíquas* AC *e* CD *e, inversamente, a decomposição de qualquer força direta* AD *em duas forças oblíquas* AC *e* CD, *cujas composição e decomposição são abundantemente confirmadas pela mecânica.*

Como, por exemplo, se os raios desiguais OM e ON traçados a partir do centro O de qualquer roda, devessem sustentar os pesos A e P pelas cordas MA e NP e fossem requeridas as forças daqueles pesos para mover a roda. Através do centro O, trace a linha reta KOL, encontrando as cordas perpendicularmente em K e L; e a partir do centro O, sendo OL a maior das distâncias OK e OL, descreva um círculo encontrando a corda MA em D; e traçando OD, faça AC paralela e DC perpendicular a ela. Agora, sendo indi-



ferente se os pontos K, L, D das cordas sejam ou não fixados no plano da roda, os pesos terão o mesmo efeito se forem suspensos a partir dos pontos K e L, ou a partir de D e L. Seja a força total do peso A representada pela linha AD, e seja ela decomposta nas forças AC e CD, das quais a força AC, traçando o raio OD diretamente do centro, não terá efeito algum para mover a roda; mas a outra força DC, traçando o raio DO perpendicularmente a ela, terá o mesmo efeito como se traçasse perpendicularmente o raio OL igual a OD, isto é, ela terá o mesmo efeito que o peso P se

$$P : A = DC : DA,$$

mas como os triângulos ADC e DOK são semelhantes,

$$DC : DA = OK : OD = OK : OL.$$

Portanto,

$$P : A = \text{raio } OK : \text{raio } OL.$$

Como esses raios se situam na mesma linha reta, eles serão equipolentes e, assim, permanecem em equilíbrio; e essa é a bem conhecida propriedade da balança, da alavanca e da roda. Se qualquer um dos pesos for maior do que nessa razão, sua força para mover a roda será igualmente maior.

Se o peso $p = P$ é parcialmente suspenso pela corda Np, e parcialmente sustentado pelo plano oblíquo pG, trace pH, NH, o primeiro perpendicular ao horizonte, e o último ao plano pG; e se a força do peso p tendendo para baixo é representada pela linha pH, ela pode ser decomposta nas forças pN, HN. Se existisse um plano qualquer pQ, perpendicular à corda pN, cortando o outro plano pG numa linha paralela ao horizonte, e o peso p fosse sustentado somente pelos planos pQ e pG ele pressionaria esses planos perpendicularmente com as forças pN, HN; quer dizer, o plano pQ com a força pN, e o plano pG com a força HN. E, portanto, se o plano pQ fosse removido, de modo que o peso pudesse distender a corda, porque a corda, agora sustentando o peso, tomou o lugar do plano que for removido, ela seria esticada pela mesma força pN que pressionava o plano anteriormente. Portanto,

$$\text{tensão de } pN : \text{tensão de } PN = \text{linha } pN : \text{linha } pH.$$

Portanto, se

$$p : A = OK : OL = \text{linha } pH : \text{linha } pN,$$

então, os pesos p e A terão o mesmo efeito no sentido de mover a roda e, portanto, sustentar-se-ão um ao outro, como pode ser constatado por experimento.

Mas o peso p fazendo pressão sobre aqueles dois planos oblíquos, pode ser considerado como uma cunha entre as duas superfícies internas de um corpo fendido por ela; e assim as forças da cunha e da marreta podem ser determinadas porque a força com a qual o peso p pressiona o plano pQ está para a força com a qual a cunha é impelida na direção da linha pH, para ambos os planos, seja por sua própria gravidade, ou pelo golpe de uma marreta, como

$$pN : pH;$$

e para a força com a qual ela pressiona o outro plano pG, como

$$pN : NH.$$

Também a força do parafuso pode ser deduzida a partir de uma igual decomposição de forças, não sendo outra que uma cunha impelida pela força de uma alavanca. Portanto, a utilidade deste Corolário estende-se amplamente, e por essa abrangência a verdade é assim confirmada ainda mais. Pois do que foi dito depende toda a doutrina da mecânica, de várias maneiras demonstrada por diferentes autores. A partir daí são facilmente deduzidas as forças de máquinas, que são compostas de rodas, polias, alavancas, cordas e pesos, ascendendo direta ou obliquamente, e de outras máquinas mecânicas, bem como a força dos tendões que movem os ossos dos animais.

Corolário III

A quantidade de movimento, que é obtida tomando-se a soma dos movimentos dirigidos para as mesmas partes, e a diferença daqueles que são dirigidos a partes contrárias, não sofre mudança a partir da ação de corpos entre si.

Pois a ação e sua reação oposta são iguais, pela terceira Lei, e portanto, pela segunda Lei, elas produzem nos movimentos mudanças iguais em direção a partes opostas. Portanto, se os movimentos são dirigidos para as mesmas partes, seja o que for que se acrescente ao movimento do corpo precedente será subtraído do movimento daquele que segue, de modo que a soma será a mesma que antes. Se os corpos se encontram, com movimentos contrários, haverá uma igual dedução a partir dos movimentos de ambos e, portanto, a diferença dos movimentos dirigidos a partes opostas permanecerá a mesma.

Assim, se um corpo esférico A é 3 vezes maior do que o corpo esférico B, e tem uma velocidade = 2, e B segue na mesma direção com uma velocidade = 10, então, movimento de A : movimento de B = 6 : 10.

Suponha, então, que seus movimentos sejam de 6 partes e de 10 partes: a soma será 16 partes. Portanto, no encontro dos corpos, se A adquire 3, 4 ou 5 partes de movimento, tantas igualmente perderá B; e depois da reflexão, A prosseguirá com 9, 10, ou 11 partes, e B com 7, 6 ou 5 partes; a soma permanecendo sempre de 16 partes, como antes. Se o corpo A adquire 9, 10, 11 ou 12 partes de movimento, e, portanto, após o encontro prossegue com 15, 16, 17 ou 18 partes, o coro B, perdendo tantas partes quanto A recebeu, ou prosseguirá com 1 parte, tendo perdido 9, ou parará e permanecerá em repouso, tendo então perdido todo o seu movimento progressivo de 10 partes; ou ele voltará com uma parte, tendo não apenas perdido todo seu movimento, mas (se posso dizer assim), uma parte a mais; ou voltará com duas partes, porque um movimento progressivo de 12 partes for removido. E assim a soma dos movimentos concorrentes

$$15 + 1 \text{ ou } 16 + 0,$$

e as diferenças dos movimentos contrários,

$$17 - 1 \text{ ou } 18 - 2,$$

serão sempre iguais a 16 partes, como elas eram antes do encontro e reflexão dos corpos. Mas sendo conhecidos os movimentos com os quais os corpos prosseguem após a reflexão, a velocidade de qualquer um dos dois será também conhecida, pois a velocidade antes está para a velocidade depois da reflexão, assim como o movimento depois está para o movimento antes. Como no último caso, em que a reflexão (6): movimento de A depois (18) = velocidade de A antes (2): velocidade de A depois (x): isto é,

$$6 : 18 = 2 : x, \; x = 6.$$

Mas se os corpos não são esféricos ou estão se movendo em linhas retas diferentes, e chocam-se obliquamente um com o outro e seus movimentos após a reflexão são requeridos, nesses casos devemos primeiro determinar a posição do plano que toca os corpos no ponto de impacto, e, então, o movimento de cada corpo (pelo Corolário II) deve ser decomposto em dois: um perpendicular àquele plano e outro paralelo a ele. Feito isso, como os corpos atuam uns sobre os outros na direção de uma linha perpendicular a esse plano, os movimentos paralelos devem ser mantidos os mesmos depois da reflexão; e para os movimentos perpendiculares, devemos atribuir mudanças iguais em direção às partes contrárias; de tal modo que a soma dos movimentos concorrentes e a diferença dos movimentos contrários possa permanecer a mesma que antes. Desses tipos de reflexões surgem às vezes também movimentos circulares dos corpos em torno de seus próprios centros. Mas esses são casos que não considero no que segue, e seria demasiadamente tedioso demonstrar cada caso particular relacionado com esse assunto.

Corolário IV

O centro comum de gravidade de dois ou mais corpos não tem seu estado de movimento ou repouso alterado pelas ações dos corpos entre si e, portanto, o centro comum de gravidade de todos os corpos agindo uns sobre os outros (excluindo ações externas e impedimentos) ou está em repouso, ou se move uniformemente em uma linha reta.

Pois se dois pontos prosseguem com um movimento uniforme em linhas retas, e a distância entre eles for dividida numa dada razão, o ponto divisor estará em repouso ou prosseguirá uniformemente em uma linha reta. Isso é demonstrado mais adiante no Lema XXIII e Corolário, quando os pontos se movem no mesmo plano: e por uma argumentação semelhante, isso pode ser demonstrado quando os pontos não se movem no mesmo plano. Portanto, se um número qualquer de corpos se move uniformemente em linhas retas, o centro de gravidade comum de quaisquer dois deles está em repouso ou prossegue uniformemente em uma linha reta; pois a linha que liga os centros desses corpos assim se movendo é dividida por aquele centro comum numa dada razão. Da mesma maneira, o centro comum daqueles dois e o de um terceiro corpo estará em repouso ou se movendo uniformemente em uma linha reta; pois naquele centro a distância entre o centro comum dos dois corpos e o centro desse último está dividida em uma dada razão. Igualmente, o centro comum desses três e o de um quarto corpo está em repouso ou se move uniformemente em uma linha reta, pois a distância entre o centro comum dos três corpos e o centro do quarto está também dividida em uma dada razão, e assim por diante *in infinitum*. Portanto, em um sistema de corpos onde não há qualquer ação mútua entre eles, nem qualquer força externa imprimida sobre eles, e que conseqüentemente se movem uniformemente em linhas retas, o centro de gravidade comum de todos eles está em repouso, ou se move uniformemente em uma linha reta.

Além disso, em um sistema de dois corpos que atuam um sobre o outro, desde que as distâncias entre seus centros e o centro comum de gravidade de ambos estejam reciprocamente como os corpos, os movimentos relativos daqueles corpos, tanto de aproximação como de afastamento daquele centro, serão iguais entre si. Portanto, uma vez que as mudanças que acontecem aos movimentos são iguais e dirigidas para partes contrárias, o centro daqueles corpos, pela ação mútua entre eles, não é acelerado nem retardado, nem sofre qualquer mudança com relação a seu estado de movimento ou repouso. Mas em um sistema de vários corpos, como o centro de gravidade comum de quaisquer dois corpos atuando um sobre o outro não sofre mudança em seu estado por aquela ação; e muito menos o centro de gravidade comum dos outros com os quais aquela ação não intervém; mas a distância entre aqueles dois centros é dividida pelo centro de gravidade comum de todos os corpos em partes inversamente proporcionais às somas totais daqueles corpos dos quais eles são centros; e assim, enquanto aqueles dois centros retêm seus estados de movimentos ou repouso, o centro comum de todos também mantém seu estado: é evidente que o centro comum de todos jamais sofre qualquer mudança no seu estado de movimento ou repouso pelas ações de quaisquer dois corpos entre si. Mas em tal sistema todas as ações dos corpos entre si ou ocorrem entre dois corpos, ou são compostas de ações trocadas entre quaisquer dois corpos; e, portanto, elas jamais produzem qualquer alteração no centro comum de todos com relação a seu estado de movimento ou repouso. Por essa razão, uma vez que aquele centro, quando os corpos não atuam uns sobre os outros, ou está em repouso, ou se move uniformemente para frente em alguma linha reta, ele sempre continuará em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em uma linha reta, independentemente das ações mútuas dos corpos entre si, a menos que seja forçado a sair desse estado pela ação de alguma força imprimida de fora sobre o sistema todo. E, portanto, a mesma lei se aplica para um sistema que consiste de muitos corpos, bem como para um único corpo, no que diz respeito à perseverança em seus estados de movimento ou de repouso. Pois o movimento progressivo, seja de um único corpo ou de todo um sistema de corpos, deve ser sempre estimado a partir do movimento do centro de gravidade.

Corolário V

O movimento de corpos encerrados em um dado espaço são os mesmos entre si, esteja esse espaço em repouso, ou se movendo uniformemente em uma linha reta sem qualquer movimento circular.

Pois a diferença dos movimentos que tendem para as mesmas partes e as somas daqueles que tendem para as partes contrárias, são, em ambos os casos, em princípio (por suposição), as mesmas; e é daquelas somas e diferenças que se originam as colisões e impulsos que os corpos impingem uns aos outros. Por essa razão (pela Lei II), os efeitos daquelas colisões serão iguais em ambos os casos; e, portanto, os movimentos mútuos dos corpos entre si, em um caso, permanecerão iguais aos movimentos dos corpos entre si no outro. E sobre isso há uma prova clara. Em um navio, todos os movimentos acontecem da mesma maneira, esteja o navio em repouso, ou sendo conduzido uniformemente em uma linha reta.

Corolário VI

Se corpos movidos de qualquer maneira entre si são impelidos na direção de linhas paralelas por forças acelerativas iguais, eles continuarão todos a mover-se entre si da mesma maneira, como se não tivessem sido impelidos por aquelas forças.

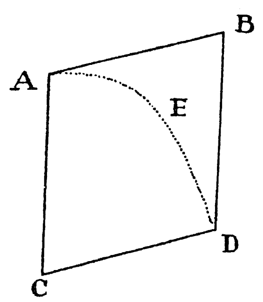
Pois essas forças agindo igualmente (com respeito às quantidades dos corpos a serem movidos), e na direção de linhas paralelas, moverão (pela Lei II) todos os corpos igualmente (no que diz respeito à velocidade), e assim, nunca produzirão qualquer mudança nas posições ou movimentos dos corpos entre si.

Escólio[3]

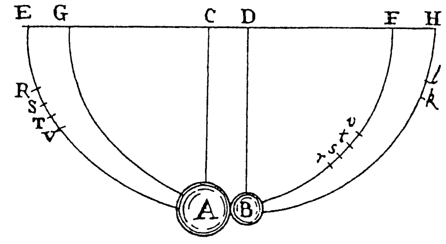
Até aqui, estabeleci tais princípios do modo como foram aceitos pelos matemáticos, e, como confirmados por uma abundância de experimentos. Pelas primeiras duas Leis e pelos primeiros dois Corolários, Galileu des-

3. Ver nota 16 do Apêndice.

cobriu que a queda dos corpos variava como o quadrado do tempo (*in duplicata ratione temporis*) e que o movimento dos projéteis estava na curva de uma parábola; a experiência concorda com ambos, a não ser pelo fato de que esses movimentos são um pouco retardados pela resistência do ar. Quando um corpo está caindo, a força uniforme de sua gravidade, agindo igualmente, imprime em intervalos de tempo iguais, forças iguais sobre aquele corpo e, portanto, gera velocidades iguais; e no tempo total, imprime uma força total e gera uma velocidade total proporcional ao tempo. E os espaços descritos em tempos proporcionais são como o produto das velocidades e dos tempos; isto é, como os quadrados dos tempos. E quando um corpo é atirado para cima, sua gravidade uniforme imprime forças e reduz velocidades proporcionalmente aos tempos; e os tempos de subida às alturas máximas são como as velocidades a serem extinguidas, e aquelas alturas são como o produto das velocidades e dos tempos, ou como os quadrados das velocidades. E se um corpo for arremessado em qualquer direção, o movimento originado por seu lançamento é composto com o movimento originado por sua gravidade. Assim, se o corpo A, apenas por seu movimento de arremesso, pudesse descrever num dado tempo a linha reta AB, e apenas com seu movimento de queda pudesse descrever no mesmo tempo a altitude AC; completa o paralelogramo ABCD e o corpo, por aquele movimento composto, será encontrado no final do tempo no lugar D; e a linha curva AED que o corpo descreve será um parábola, para a qual a linha reta AB será uma tangente em A; e cuja ordenada BD será como o quadrado da linha AB. Das mesmas Leis e Corolários dependem aqueles fatos que foram demonstrados com relação aos tempos de vibração de pêndulos, e que são confirmados em experimentos cotidianos com relógios de pêndulo. Pelas mesmas, juntamente com a Lei III, Sir *Christopher Wren*, Dr. *Wallis e* Mr. *Huygens*, os maiores geômetras de nossos tempos, determinaram separadamente as regras do impacto e reflexão de corpos duros, e aproximadamente na mesma época comunicaram suas descobertas à *Royal Society*, concordando totalmente entre si com relação àquelas regras. Dr. *Wallis*, de fato, publicou seu trabalho um pouco antes, seguido por Sir *Christopher Wren*, e finalmente, por Mr. *Huygens*. Mas Sir *Christopher Wren* confirmou primeiro a verdade dos fatos perante a *Royal Society* através de experimentos com pêndulos, que M. *Mariotte* logo depois julgou apropriado explicar em um tratado inteiramente



dedicado a esse assunto[4]. Mas para fazer esse experimento concordar plenamente com a teoria, precisamos dar a devida consideração tanto à resistência do ar quanto à força elástica dos corpos concorrentes.



Sejam A e B os corpos esféricos, suspensos pelos fios iguais e paralelos AC, BD, a partir dos centros C, D. Em torno desses centros, com aqueles comprimentos como raios, descreva os semicírculos EAF, GBH, bisseccionados respectivamente pelos raios CA, DB. Leve o corpo A para qualquer ponto R do arco EAF e (retirando o corpo B) abandone-o a partir daí e, após uma oscilação, suponha que ele retornou ao ponto V; então, RV será o retardo causado pela resistência do ar. Seja ST uma quarta parte de RV, situada no meio, ou seja, de modo que

$$RS = TV,$$
$$\text{e } RS : ST = 3 : 2,$$

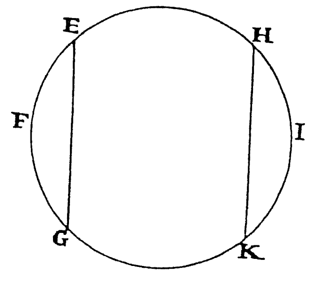
então, ST representará muito aproximadamente o retardo durante a descida de S até A. Recoloque o corpo B no seu lugar; e supondo que se deixe cair o corpo A do ponto S, sua velocidade no lugar de reflexão A, sem erro perceptível, será a mesma que ele teria se tivesse descido *in vacuo*, a partir do ponto T. Por essa razão, tal velocidade pode ser representada pela corda do arco TA. Pois é uma proposição bem conhecida dos geômetras que a velocidade de um corpo pendular no seu ponto mais baixo é como a corda do arco que ele descreveu na sua descida. Após a reflexão, suponha que o corpo A venha para o lugar *s*, e o corpo B para o lugar *k*. Retire o corpo B e encontre o lugar *v*, a partir do qual o corpo A, sendo largado, retornaria a *r* após uma oscilação; *st* pode ser uma quarta parte de *rv*, de tal forma colocado no meio daquele, de modo que *rs* seja igual a *tv*; e faça com que a corda do arco *tA* represente a velocidade que o corpo A tinha no lugar A imediatamente após a reflexão. Pois *t* será o lugar verdadeiro e correto para o qual o corpo A deveria subir, se a resistência do ar pudesse ser quebrada. Do mesmo modo, temos o lugar correto *k* para o qual o corpo B sobe, encontrando

4. Ver nota 17 do Apêndice.

o lugar l para o qual ele deveria ter subido *in vacuo*. E assim, tudo pode ser submetido à experiência, da mesma maneira como se estivéssemos realmente *in vacuo*. Feito isso, devemos tomar o produto (se posso dizer assim) do corpo A pela corda do arco TA (que representa sua velocidade), com o que obtemos seu movimento no lugar A imediatamente antes da reflexão e então, pela corda do arco tA, com o que obtemos seu movimento no lugar A imediatamente após a reflexão. Igualmente devemos tomar o produto do corpo B pela corda do arco Bl, com o que obtemos o seu movimento imediatamente após a reflexão. E da mesma maneira, quando dois corpos são largados simultaneamente de lugares diferentes, devemos encontrar o movimento de cada um tanto antes como depois da reflexão; e, então, podemos comparar os movimentos entre si e colher os efeitos da reflexão. Assim, experimentando com pêndulos de 10 pés, tanto com corpos iguais como desiguais, e fazendo os corpos concorrerem após uma descida através de grandes espaços, como de 8, 12 ou 16 pés, sempre encontrei, com erro inferior a 3 polegadas, que quando os corpos concorriam diretamente, mudanças iguais em direção às partes contrárias eram produzidas em seus movimentos, e, conseqüentemente, que ação e reação eram sempre iguais. Como se o corpo A, chocando-se com 9 partes de movimento com o corpo B em repouso, e perdendo 7, após a reflexão prosseguisse com 2, e o corpo B recuasse com aquelas 7 partes. Se os corpos concorressem com movimentos contrários, A com 12 partes de movimentos e B com 6, então se A retrocedesse com 2, B retrocederia com 8, isto é, com uma redução de 14 partes de movimento de cada lado. Pois, subtraindo 12 partes do movimento de A, nada restará; mas subtraindo 2 partes mais, um movimento de 2 partes será gerado na direção contrária; e assim, subtraindo 14 partes do movimento do corpo B, que era de 6 partes, é gerado um movimento de 8 partes na direção contrária. Mas se ambos os corpos fossem movidos na mesma direção, A, o mais rápido, com 14 partes de movimento e B, o mais lento, com 5, e após a reflexão, A continuasse com 5, B, da mesma forma, prosseguiria com 14 partes, sendo 9 partes transferidas de A para B. E assim em outros casos. Pelo encontro e colisão de corpos, a quantidade de movimento, obtida da soma dos movimentos que tinham a mesma direção, ou da diferença daqueles que tinham direções contrárias, nunca mudou. O erro de uma ou duas polegadas nas medidas pode ser facilmente atribuído à dificuldade de executar as experiências com exatidão. Não foi fácil soltar os dois pêndulos simultaneamente para que os corpos se chocassem exatamente no lugar mais baixo AB; nem marcar os lugares s e k, para os quais os corpos subiram após o impacto. Também alguns erros podem ter ocorrido em função da desigualdade de densidades das partes dos próprios pêndulos, e da irregularidade da textura, advinda de outras causas.

Mas para evitar uma objeção que talvez possa ser levantada contra a regra (para a prova da qual esse experimento foi feito), como se ela supusesse que os corpos fossem absolutamente duros, ou pelo menos perfeitamente elásticos (apesar de tais corpos não serem encontrados na natureza), preciso acrescentar que as experiências que vimos descrevendo, de modo algum dependendo daquela qualidade de dureza, são realmente bem sucedidas tanto em corpos macios como em corpos duros. Pois se a regra deve ser testada em corpos não totalmente duros, temos apenas de diminuir a reflexão na proporção que exige a quantidade de força elástica. Pela teoria de *Wren* e *Huygens*, corpos absolutamente duros retornam logo após o choque com a mesma velocidade com que se encontram. Mas isso pode ser afirmado com mais certeza no caso de corpos perfeitamente elásticos. Em corpos imperfeitamente elásticos a velocidade de retorno deve diminuir juntamente com a força elástica; pois aquela força (exceto quando as partes dos corpos são deformadas pelo impacto, ou sofrem uma ampliação, tal como acontece sob as batidas de um martelo) é (tanto quanto pude perceber) certa e determinada, e faz os corpos retornarem imediatamente após o choque com uma velocidade relativa, que está em uma dada razão para aquela velocidade relativa com a qual eles se encontraram. Experimentei isso com bolas de lã, bem amarradas e fortemente comprimidas. Pois, inicialmente, soltando os pêndulos e medindo sua reflexão, determinei a quantidade de sua força elástica; e, então, de acordo com essa força, estimei as reflexões que devem ocorrer em outros casos de impacto. E outras experiências feitas posteriormente de fato concordaram com esse cálculo; as bolas sempre se afastando uma da outra com uma velocidade relativa, que estava para a velocidade com a qual se encontraram, de aproximadamente 5 para 9. Bolas de aço retornam com quase a mesma velocidade; as de cortiça, com uma velocidade um pouco menor; mas em bolas de vidro a proporção foi de 15 para 16. E assim, a terceira Lei, na medida em que se refere a percussões e reflexões, está provada por uma teoria que concorda exatamente com a experiência.

Em atrações, demonstro isso brevemente de acordo com o que segue. Suponha que um obstáculo é colocado de modo a evitar o encontro de quaisquer dois corpos A, B, que se atraem. Então, se qualquer corpo, tal como A, é mais atraído na direção do outro corpo B, do que o outro corpo B o é na direção do primeiro corpo A, o obstáculo será mais fortemente empurrado pela pressão do corpo A do que pela pressão do corpo B e, portanto, não permanecerá em equilíbrio; mas a pressão mais intensa prevalecerá e fará o sistema dos dois corpos, juntamente com o obstáculo, mover-se diretamente para onde B se encontra; e em espaços livres, os fará ir para a frente *in infinitum* com um movimento continuamente acelerado, o que é absurdo e contrário à primeira Lei. Pois, pela primeira Lei, o sistema deve continuar em seu estado de repouso, ou movimento uniforme em linha reta; e assim conclui-se que os corpos devem pressionar igualmente o obstáculo, e ser igualmente atraídos um pelo outro. Fiz a experiência com magnetita e ferro. Se esses, colocados separadamente em recipientes adequados, flutuam um próximo ao outro, em água parada, nenhum deles propelirá o outro; mas, por serem igualmente atraídos, suportarão a pressão um do outro, e finalmente repousarão em equilíbrio.



Assim, a gravitação entre a Terra e as suas partes é mútua. Seja a Terra FI cortada por qualquer plano EG em duas partes EGF e EGI, e seus pesos, um em direção ao outro, serão mutuamente iguais. Pois se por outro plano HK, paralelo a EG, a maior parte EGI é cortada em duas partes EGKH e HKI. Sendo esta última igual à parte EFG anteriormente separada, é evidente que a parte central EGKH não apresentará tendência alguma, por seu próprio peso, em direção a qualquer lado, mas ficará como estava, e repousará em equilíbrio entre ambos. Mas a parte extrema HKI se apoiará e pressionará com todo o seu peso a parte central em direção à outra parte extrema EGF; e, portanto, a força com a qual EGI, a soma das partes HKI e EGKH, tende em direção à terceira parte EGF é igual ao peso da parte HKI, isto é, ao peso da terceira parte EGF. E, assim, os pesos das duas partes EGI e EGF, uma em direção à outra, são iguais, como eu queria provar. E, de fato, se aqueles pesos fossem iguais, a Terra inteira flutuando no éter não-resistente ao peso maior, e afastando-se dele, seria levada *in infinitum*.

E como aqueles corpos são equipolentes no impacto e na reflexão, cujas velocidades são inversamente como suas forças inatas, também no uso de instrumentos mecânicos aqueles agentes são equipolentes, e cada um suporta mutuamente a pressão contrária do outro, cujas velocidades, estimadas de acordo com a determinação das forças, são inversamente como as forças.

Assim, são de igual força para mover os braços de uma balança os pesos que, durante o movimento da balança, estão inversamente como suas velocidades para cima e para baixo, isto é, se a subida ou descida é retilínea, aqueles pesos são de mesma força, a qual é inversamente como as distâncias entre os pontos em que estão suspensos e o eixo da balança; mas se eles são deslocados pela interposição de planos oblíquos, ou outros obstáculos, de modo a subir ou descer obliquamente, aqueles corpos serão equipolentes, os quais são inversamente como as alturas de suas subida e descida tomadas na direção perpendicular; e isso devido à tendência da gravidade para baixo.

E da mesma maneira, em uma polia ou combinação de polias, a força da mão puxando a corda diretamente sustentará o peso, força essa que está para o peso, seja subindo direta ou obliquamente, como a velocidade da subida perpendicular do peso está para a velocidade da mão que puxa a corda.

Em relógios e instrumentos semelhantes, construídos por uma combinação de rodas, as forças contrárias que promovem ou impedem o movimento das rodas sustentar-se-ão mutuamente, caso sejam inversamente como as velocidades das partes da roda sobre as quais são imprimidas.

A força com que um parafuso pressiona um corpo está para a força da mão que gira o cabo pelo qual ele é movido, assim como a velocidade circular do cabo naquela parte em que ele é impelido pela mão está para a velocidade progressiva do parafuso em direção ao corpo pressionado.

As forças pelas quais a cunha empurra ou força as duas partes da madeira que ela racha, estão para a força da marreta sobre a cunha assim como o avanço da cunha na direção da força imprimida sobre ela, pela marreta, está para a velocidade com que as partes da madeira cedem à cunha, na direção de linhas perpendiculares aos lados da cunha. E tal explicação deve valer para todas as máquinas.

O poder e a utilidade das máquinas consiste apenas em que, diminuindo-se a velocidade podemos aumentar a força, e vice-versa; a partir disso, podemos dizer que, para todos os tipos de máquinas temos a solução do seguinte problema: *Mover um dado peso com uma dada potência*, ou superar qualquer resistência com uma dada força. Pois se as máquinas são concebidas de tal forma que as velocidades do agente e do resistente estão inversamente para suas forças, o agente apenas reterá o resistente; mas com uma maior disparidade de velocidades, o superará. De modo que, se a disparidade de velocidades é tão grande, a ponto de superar toda aquela resistência que normalmente se origina da fricção de corpos contíguos ou da coesão de corpos contínuos que devem ser separados, ou dos pesos de corpos a serem levantados, o excesso da força remanescente, após todas essas resistências terem sido superadas, produzirá uma proporcional aceleração do movimento, tanto nas partes da máquina como no corpo resistente. Mas não é meu interesse, no momento, tratar de mecânica. Eu pretendia simplesmente mostrar com esses exemplos a grande extensão e rigor da terceira Lei do Movimento. Pois se estimamos a ação do agente a partir do produto de sua força e velocidade, e da mesma forma, a reação do impedimento a partir do produto das velocidades de suas várias partes e as forças de resistências oriundas da fricção, coesão, peso ou aceleração dessas partes, a ação e a reação, usando-se todos os tipos de máquinas, serão sempre iguais. E na medida em que a ação é propagada pelos instrumentos intervenientes e, finalmente, imprimida sobre o corpo resistente, a ação última será sempre contrária à reação.

» LIVRO I

O MOVIMENTO DOS CORPOS