Ministério da Educação
Secretaria de Educação Básica
Diretoria de Apoio à Gestão Educacional

Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa

SABERES MATEMÁTICOS E OUTROS CAMPOS DO SABER

Caderno **08**

Brasília 2014

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 1 24/3/2014 15:54:57

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Secretaria de Educação Básica – SEB
Diretoria de Apoio à Gestão Educacional – DAGE

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Centro de Informação e Biblioteca em Educação (CIBEC)

Brasil. *Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional.*

Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Saberes Matemáticos e Outros Campos do Saber / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

80 p.

ISBN 978-85-7783-143-2

1. Alfabetização. 2. Alfabetização Matemática. 3. Interdisciplinaridade

---

Tiragem 362.388 exemplares

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA
Esplanada dos Ministérios, Bloco L, Sala 500
CEP: 70.047-900
Tel: (61) 2022-8318 / 2022-8320

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 2 24/3/2014 15:54:57

Sumário

SABERES MATEMÁTICOS E OUTROS CAMPOS DO SABER

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 3 24/3/2014 15:54:57

CADERNO 8 | SABERES MATEMÁTICOS E OUTROS CAMPOS DO SABER

Organizadores:
Carlos Roberto Vianna, Emerson Rolkouski

Autor:
Antonio José Lopes

Comitê Gestor:
Adilson Oliveira do Espírito Santo, Liane Teresinha Wendling Roos, Mara Sueli Simão Moraes

Consultores:
Alexandrina Monteiro, Alina Galvão Spinillo, Antonio José Lopes, Celi Espasandin Lopes, Cristiano Alberto Muniz, Gilda Lisbôa Guimarães, Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca, Maria Tereza Carneiro Soares, Rosinalda Aurora de Melo Teles

Pareceristas *ad hoc*:
Adail Silva Pereira dos Santos, Adriana Eufrasio Braga Sobral, Ana Marcia Luna Monteiro, Carlos Eduardo Monteiro, Cecilia Fukiko Kamei Kimura, Clarissa Araújo, Gladys Denise Wielewski, Iole de Freitas Druck, Lilian Nasser, Maria José Costa dos Santos, Paula Moreira Baltar Bellemain, Paulo Meireles Barguil, Rute Elizabete de Souza Rosa Borba

Leitores Críticos:
Camille Bordin Botke, Enderson Lopes Guimarães, Flavia Dias Ribeiro, Helena Noronha Cury, Laíza Erler Janegitz, Larissa Kovalski, Leonora Pilon Quintas, Luciane Ferreira Mocrosky, Luciane Mulazani dos Santos, Marcos Aurelio Zanlorenzi, Maria do Carmo Santos Domite, Michelle Taís Faria Feliciano, Nelem Orlovski

Apoio Pedagógico:
Laíza Erler Janegitz, Nelem Orlovski

Revisão:
Célia Maria Zen Franco Gonçalves

Projeto gráfico e diagramação:
Labores Graphici

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 4 24/3/2014 15:54:57

Iniciando a Conversa

Ideias e situações de natureza matemática estão presentes nas coisas do dia a dia, nas atividades profissionais, nas práticas de distintas culturas, em situações de contagem, medição e cálculo, que são facilmente reconhecidas como Matemáticas, mas também em outras que envolvem processos de classificação, localização, representação, explicação, organização, planejamento e em atividades lúdicas, como jogos e brincadeiras infantis.

Em nossa sociedade, é fácil reconhecer a presença e o valor da matemática e o seu ensino que, além de obrigatório, é universal. A matemática faz parte dos currículos escolares em todos os países, não importando sua cultura ou nível de desenvolvimentos social e econômico.

Se não pairam dúvidas sobre a importância de ensinar matemática nas escolas, há muita discussão sobre o que ensinar e como ensiná-la.

Nos cadernos anteriores, foram discutidos objetivos dos Eixos que estruturam o currículo de matemática para crianças de seis a oito anos, bem como uma variedade de recursos metodológicos. Neste caderno, retoma-se parte do que já foi apresentado, agora encaminhando modos de aproveitar contextos e situações-problema.

Estabelecidos os motivos que justificam o direito das crianças de aprender matemática, neste caderno, busca-se ampliar as abordagens que contribuem para que os alunos aprendam relações, fatos, conceitos e procedimentos matemáticos que sejam úteis tanto para resolver problemas reais como para desenvolver o raciocínio lógico.

Desse modo, o objetivo deste caderno é oferecer elementos aos professores para que elaborem uma revisão do que foi abordado nos cadernos anteriores e, além disso, somem esforços para trabalhar com seus alunos no sentido de que possam:

- utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático em resposta às necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção;
- reconhecer regularidades em diversas situações, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas;
- perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação;
- desenvolver o espírito investigativo, crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução;
- fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e de estimativas;
- utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação potencializando sua aplicação em diferentes situações.

Aprofundando o Tema

MATEMÁTICA E REALIDADE

Antonio José Lopes

O professor Ubiratan D´Ambrosio, já citado em outros cadernos, listou alguns motivos que justificam porquê se ensina Matemática nas escolas com tanta universalidade:

- por ser útil como instrumentador para a vida;
- por ser útil como instrumentador para o trabalho;
- por ser parte de nossas raízes culturais;
- por ajudar a pensar com clareza e a raciocinar melhor;
- por sua beleza intrínseca como construção lógica e formal (D'AMBROSIO, 1990).

Para outros autores, como Hans Freudenthal[1], a **Matemática é uma atividade humana**, faz parte de nossa cultura, além de ser uma poderosa ferramenta para a resolução de problemas, tanto os problemas do dia a dia que os indivíduos enfrentam nas suas tarefas cotidianas, como os mais complexos que aparecem em atividades profissionais e científicas.

Porém, a Matemática tem muitos aspectos e níveis de complexidade que devemos considerar quando organizamos seu ensino, passando das atividades lúdicas às aplicações práticas, sem perder de vista que também é uma ciência abstrata e, como tal, deve ser tratada no momento adequado, respeitando o desenvolvimento cognitivo das crianças.

Para envolver a criança nas situações de práticas matemáticas, optamos por partir daquilo que é imediatamente sensível, próximo, familiar e significativo: ela própria (seu corpo), suas experiências pessoais (suas vivências, brincadeiras, habilidades), seu meio social (familiares, colegas, professores), seu entorno (sua casa, sua rua, sua comunidade, seu bairro, sua cidade). Em síntese: sua **realidade**.

O sentido da realidade

Freudenthal, ao formular os princípios da Educação Matemática Realista, assumiu os pressupostos de que a Matemática, além de ser uma ciência rica de relações, é,

[1] Hans Freudenthal (1905-1990), o criador da corrente didática conhecida como Educação Matemática Realista, foi o principal nome da Educação Matemática na segunda metade do século XX, presidiu vários organismos internacionais, a medalha Freudenthal é uma das principais honrarias dadas pela International Commission on Mathematical Instruction.

antes de tudo, uma atividade humana. Nessa perspectiva, defende que o seu ensino deve enfatizar as relações com a realidade já vivida pela criança mais do que com uma realidade artificial, inventada com o único propósito de servir como exemplo de aplicação de um conteúdo formal.

Para Freudenthal, os alunos devem começar explorando e problematizando, a partir de contextos ricos de significado que possam ser matematizados ao invés de começarem por abstrações e definições prontas. Para este pensador, as tarefas matemáticas a serem propostas às crianças não deveriam ser um mero jogo de símbolos, como ocorre quando as crianças têm que resolver uma conta armada, mecanicamente, sem pensar na natureza do que está sendo calculado e sem uma significação para os números envolvidos. Podemos observar como tal abordagem é questionável interpretando, por exemplo, o que muitas crianças fazem quando são solicitadas a efetuar os cálculos mecanicamente, reproduzindo uma "receita", como no exemplo abaixo.

$$\begin{array}{r} 25 \\ +\ 37 \\ \hline 512 \end{array}$$

Este é um exemplo de um mero jogo de símbolos, a conta pela conta: Neste caso os alunos somam os números como entidades isoladas sem observar seu valor relativo "5 + 7 = 12", "2 + 3 = 5", "25 + 37 = 512". Em uma situação contextualizada, dificilmente os alunos deixariam de pensar sobre a ordem de grandeza do resultado.

Nos anos iniciais, a Alfabetização Matemática não deve se resumir a procedimentos mecânicos com o uso de símbolos. Vários são os estudos que mostram como isso pode levar as crianças a desenvolver concepções errôneas e a cometer erros em procedimentos algorítmicos. Entendemos que a Matemática surge como problematização e organização da realidade. A este processo, Freudenthal chamou de *"Matematização"*. Logo, a aprendizagem matemática deve originar-se também desta realidade, mas isto não significa somente manter a disciplina conectada ao mundo real ou existente, senão também ao realizável, imaginável ou razoável para os alunos. Esta visão sobre a matematização da realidade leva a uma valorização dos **contextos** e das **conexões matemáticas**.

OS CONTEXTOS

Antonio José Lopes

Os contextos na Educação Matemática Realista são pontos de partida da atividade matemática. Contextos realistas estão relacionados ao que é familiar e experienciado pelo aluno, àquilo que não lhe é estranho, ao concreto no sentido das operações mentais, ao imaginável. Mais do que o utilitário ou manipulável, estamos falando do que pode se tornar **real na mente**, o que contribui para que situações, problemas e atividades tenham significado para as crianças.

Estudos baseados nesses princípios didáticos mostram que os alunos podem desenvolver **compreensão matemática** gradualmente a partir de contextos realistas e **problemas práticos** bem escolhidos da vida diária, da exploração e da resolução de problemas. Assim sendo, os alunos podem atingir níveis cada vez mais complexos de pensamento matemático, atingindo a abstração em uma etapa adequada a seu desenvolvimento cognitivo, social e cultural.

Da análise dessas práticas didáticas, foi possível listar alguns motivos que justificam o ensino da Matemática a partir de contextos na Educação Básica.

Contextos contribuem para:

a) introduzir um novo tema ou conceito matemático: usando exemplos de um contexto, pode-se deixar um determinado conteúdo matemático mais claro e objetivo;

b) aprofundar um novo conceito ou procedimento: resolvendo muitos problemas em contextos diferentes, porém, com o mesmo conteúdo matemático, os alunos aprendem como usar e aplicar este conteúdo;

c) mostrar o poder da Matemática: compreendendo que distintos problemas estão baseados no mesmo conteúdo matemático;

d) demonstrar que o aluno domina o conteúdo matemático: quando é capaz de aplicá-lo a um contexto não familiar em uma tarefa baseada no mesmo conteúdo matemático usado em aulas anteriores;

e) envolver os alunos no problema: usando problemas da vida real, os alunos podem demonstrar que são alfabetizados em Matemática e sabem como usá-la para resolver problemas práticos que surgem de situações da vida diária ou em outras disciplinas escolares.

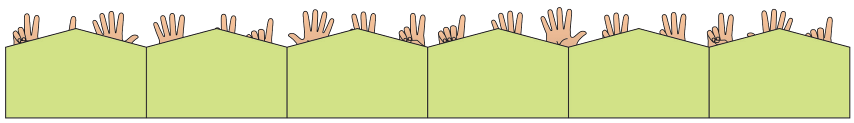
As crianças e os contextos

O que as crianças podem fazer frente a situações contextualizadas?

Quando estão envolvidas e se sentem motivadas, as crianças podem perceber regularidades, fazer relações, formular questões e raciocinar sobre a situação.

É o que se pode observar nesta situação em que os alunos foram colocados frente ao seguinte problema:

Quantas crianças podem estar atrás da cerca?



Carlos Cesar Salvadori

Essa situação já foi abordada no Caderno de Apresentação e será abordada detalhadamente mais adiante.

Uma consequência natural do envolvimento das crianças com contextos significativos é a importância da resolução de problemas, que para muitos educadores matemáticos deve ser o foco do currículo de Matemática. O que se recomenda aos professores é que investiguem e explorem contextos a partir do universo de seus alunos, de sua cultura e experiências.

É impossível listar todos os contextos realistas que podem ser explorados e problematizados nesta fase de Alfabetização Matemática. Oferecemos a seguir uma amostra que deve ser adaptada às condições locais da escola e pode inspirar e dar ideias aos professores para ensinar conceitos e procedimentos, organizar sequências didáticas e projetos.

Quadro de contextos, situações problema e conteúdos

Contexto	Situação-problema	Conteúdos
Meu corpo	Agrupamentos, contagens nos dedos, medidas com o corpo, simetrias.	Contagens, agrupamentos (5 em 5, 10 em 10), medidas não convencionais, simetria, etc.
Minhas coisas	Contagem e comparação de figurinhas, bolinhas de gude, bonecos, objetos pessoais (vestimenta, higiene, etc.).	Classificação, formas 2D e 3D, contagens, medidas.
Família	Aniversários, jogos com nomes e idades.	Classificação, operações básicas, comparação, contagens, agrupamentos.
A casa	Organização da mesa para o jantar, organização do armário, esboço da planta da casa, explorar sequências numéricas teclando um controle remoto de TV.	Agrupamentos, classificação, sequências, formas, medidas, relações geométricas (ângulos, paralelismo, perpendicularismo).

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 9
24/3/2014 15:54:58

A rua e o bairro	Localização e numeração da casa, interpretação de códigos, (CEP e prefixos de telefone), leitura e interpretação de mapas, encontrar o melhor caminho para ir de um ponto a outro, formas das construções.	Numeração, localização, reta numérica ordenação, mapas, códigos, formas geométricas, medidas, ângulos.
O campo e a praia	Problemas sobre quantidades de animais (galinhas, mamíferos, peixes), cálculo de produtividade (galinhas, vacas), cálculo de produção de uma horta, alimentação dos animais.	Medidas: distâncias, noção de área, quantidades, custo, operações.
Natureza	Formato das plantas, flores, rios, campos e montanhas, medidas na natureza: distâncias, altitudes, profundidades.	Classificação, simetria, medidas.
Animais	Bípedes e quadrúpedes, insetos de 6 e aracnídeos de 8 patas, classificação de animais, tamanho e peso dos animais, vida média, tempo de gestação e de incubação.	Agrupamentos, regularidades, multiplicações simples por 2, 4, 6 e 8, tempo, operações, medidas.
Alimentação	Data de validade, receitas de pratos, bolos, sucos, etc.	Agrupamentos, dúzias, estimativas, medida de massa, formas geométricas, simetrias. Noções de proporção.
Feiras e mercados	Agrupamentos de frutas e legumes, formato das embalagens, custo de uma compra, problemas de troco.	Contagens, operações básicas, cálculo mental e estimativa, formas, planificação.
Esportes	Medidas nos esportes, regras de pontuação, formato das quadras e das bolas, problemas de previsão de pontos máximos, média de pontos (gols, cestas, pontos) em partidas ou campeonatos, problemas de formação de grupos, organização de tabelas de campeonatos.	Formas geométricas, contagem e pontuação, noções de probabilidade, tabelas e gráficos, operações básicas, combinatória.

Tempo	Calendário, unidades de medida de tempo: a hora, o dia, a semana, o mês, o ano, distância entre datas de aniversários, linha do tempo.	Agrupamentos (7 em 7, 15 em 15, 24 em 24, 60 em 60, ...), unidades de tempo (minuto, hora, dia, semana, mês, bimestre, semestre, ano ...), operações com unidades de medida de tempo (conversões), divisão.
Transportes	Problemas de quantidades e medidas com meios de transporte, problemas de custos de tarifas, cálculo de passageiros após várias paradas com subidas e descidas, cálculo de custo de transporte de um grupo, capacidade de meios de transporte.	Operações básicas, agrupamentos, sistema monetário (nosso dinheiro).
Artes, música, dança	Ritmos, músicas, cantigas, parlendas e histórias com temáticas matemáticas, reconhecimento e percepção de figuras geométricas nas artes plásticas, Matemática nas festas juninas.	Sequências, tempo, espaço, figuras geométricas, simetrias.
Jogos, brinquedos e brincadeiras	Quebra-cabeças e jogos de visualização, previsão de jogada vencedora, jogos de tabuleiros, de trilha, bingo, memória, dominós, cartas.	Lógica, regras, contagem e pontuação, operações básicas, probabilidade, geometria.
História e geografia	História de contagens e medições, sistemas de numeração, medidas de montanhas, rios, população de cidades e países, mapas.	Contagens, distância, estatísticas, sistemas de localização.
Tecnologias	TV, vídeo, celulares, videogames, jogos eletrônicos, calculadoras, computadores, aparelhos domésticos.	Sistema de numeração, operações básicas, sequências.

Se um dos objetivos de explorar contextos significativos com as crianças é a problematização, cabe então, fazer algumas considerações sobre a importância dos problemas e seu uso na escola.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Antonio José Lopes

Os currículos da maioria dos países têm, entre seus principais objetivos, o de levar os alunos a desenvolverem suas capacidades para enfrentar e resolver problemas de variados tipos e finalidades:

- problemas imediatos da vida cotidiana dos alunos, que exijam a utilização de contagens, cálculos, medidas, etc.;
- problemas escolares para a introdução ou aprofundamento de ideias, conceitos e procedimentos matemáticos;
- problemas de natureza matemática que apareçam no estudo de outras disciplinas como Ciências, Geografia, Artes e outras;
- problemas mais complexos que terão que ser enfrentados nos anos seguintes;
- problemas que surgirão em atividades específicas e/ou profissionais da vida adulta.

O que se espera é que os estudantes sejam capazes de utilizar sua compreensão sobre fatos, ideias, conceitos e ferramentas matemáticas para resolver problemas do mundo real, do seu dia a dia, de suas coisas, de seus afazeres, de sua casa e de sua escola, ou seja, uma realidade que tenha significado para eles e que faça sentido. Desta perspectiva, a realidade é usada, ao mesmo tempo, como campo de aplicação da Matemática e como fonte fornecedora de situações para aprender Matemática.

O que é um problema

No dia a dia, o termo "problema" é usado de distintas maneiras, em geral relacionado a uma dificuldade, à existência de um obstáculo, a um assunto controverso, entre outros usos e concepções. Nas aulas de Matemática, vamos delimitar o sentido que queremos que a palavra "problema" tenha sempre que for citada, a fim de garantir uma compreensão adequada das situações aqui descritas e discutidas. Neste caderno vamos assumir que:

> Um **problema** é uma situação que um indivíduo tem que enfrentar (resolver) por *necessidade* ou *desejo*, mas que apresenta algum nível de obstáculo que impede que possa ser resolvido de imediato ou mecanicamente.

Veja três situações que, apesar de colocarem uma questão, não são consideradas problemas, por não satisfazerem os critérios aqui listados sobre o que é um problema.

1ª) Se alguém pergunta a professora que lê este texto "quanto é 2 + 2?", para ela, provavelmente a questão não se constitui como um problema, uma vez que uma professora deve saber o resultado. Neste caso, não existe o fator "obstáculo".

2ª) Se perguntarmos a um aluno de uma escola brasileira *"kuinka monta puolta on neliön?"*, isto para ele também não deve se constituir em um problema, pois provavelmente ele não sabe finlandês, língua em que foi formulada a pergunta e cuja tradução é "quantos lados tem um quadrado?". O que queremos pontuar é que o indivíduo a quem formulamos o problema deve compreender o que está sendo perguntado. O problema deve dizer alguma coisa a quem foi proposto. Nesse sentido, para que haja a comunicação, os problemas escolares devem levar em conta a linguagem, a cultura e o contexto.

3ª) De nada adiantaria perguntar a uma criança dos anos iniciais do Ensino Fundamental qual é a "raiz quadrada de 2". Com certeza ele não saberia responder, pois, para resolver um problema, o indivíduo necessita dispor de ferramentas necessárias para poder enfrentar e resolver a situação.

Muitas crianças resolvem problemas de troco com dinheiro, mesmo antes dos adultos que as cercam ensinarem como se faz. Isso ocorre porque uma situação de troco não é estranha, faz parte de um contexto familiar, que, provavelmente, a criança já vivenciou observando os adultos, mas também porque dispõe de ferramentas matemáticas, como noções de quantidades, contagem, ideias sobre a subtração, familiaridade com dinheiro e um repertório de estratégias que ela pode utilizar para resolver a situação. Nesse caso, a criança enfrenta o problema por necessidade.

Quando uma criança está resolvendo um quebra-cabeça ou jogando com um colega, aquela situação também é um problema que ela enfrenta por desejo, o desejo de ganhar, de superar um obstáculo, de descobrir algo e de desafiar a si própria. De modo geral, jogos são tipos de problemas.

Essas características é que fazem de uma situação-problema uma atividade rica para o desenvolvimento do pensamento. Problemas autênticos dialogam com os alunos, provocando-os e envolvendo-os. Problemas autênticos exigem que os indivíduos raciocinem. No contexto escolar, a diferença fundamental é que o problema deve ser problema para o aluno mais que para o professor!

Variáveis que intervêm em uma atividade de resolução de problemas

Há quem acredite que trabalhar com problemas contextualizados é mais difícil que resolver exercícios. Essa crença não procede, há uma miragem nesse raciocínio. O fato é que, muitas vezes, a proposição de exercícios causa a sensação de que são mais fáceis, porque é possível resolvê-los mecanicamente e, em muitos casos, não é necessário raciocinar para encontrar as respostas. Assim sendo, muitos professores acreditam que é mais fácil treinar as crianças a fazer mecanicamente determinados procedimentos, a fazê-las raciocinar. Porém, não se pode perder de vista que o objetivo do ensino da Matemática é que as crianças raciocinem e desenvolvam suas capacidades de fazer relações, buscar estratégias, perguntar e também de explicar. Portanto, deve-se buscar um equilíbrio na seleção de tarefas que visam ao desenvolvimento de destrezas e outras, cuja finalidade é levar os alunos a pensar matematicamente. Isso, de modo geral, ocorre com mais frequência quando as crianças têm que enfrentar um problema autêntico que surge de um contexto.

Frente a um problema contextualizado, ou seja, referenciado ao que é real para o aluno, o primeiro passo é interpretar o problema e identificar as variáveis envolvidas, saber o que é perguntado e quais informações estão disponíveis. Alguns autores estudaram e classificaram as variáveis que intervêm em uma determinada situação-problema: do sujeito (o aluno), do ambiente (a escola, a classe, a aula) e da tarefa (a atividade, o problema).

sujeito	Idade, maturidade, conhecimento matemático, atitudes frente à Matemática, crenças sobre Matemática.
ambiente	Tipo de escola, características do professor, sua didática e conhecimentos; número de alunos por classe, tempo da aula, disponibilidade de recursos didáticos, posição das carteiras, interatividade.
tarefa	Conteúdo conceitual, natureza dos números envolvidos, complexidade do texto; tamanho do enunciado; estrutura do problema, posição da pergunta no problema.

Ao planejar suas aulas, o professor deve atentar para estes elementos e entender que influências podem ter para melhor conduzir as atividades e avaliar os resultados do ensino.

Cenários para explorar resolução de problemas

Explorar situações realistas possibilita que as crianças possam imaginar e se colocar no cenário do problema. Isso fica claro quando elas são estimuladas a representar o enunciado, a estratégia e a solução por meio de desenhos, esquemas, modelos manipuláveis e até por meio de histórias que as crianças podem ouvir, ler ou dramatizar. Veja alguns casos comentados.

A parada de ônibus

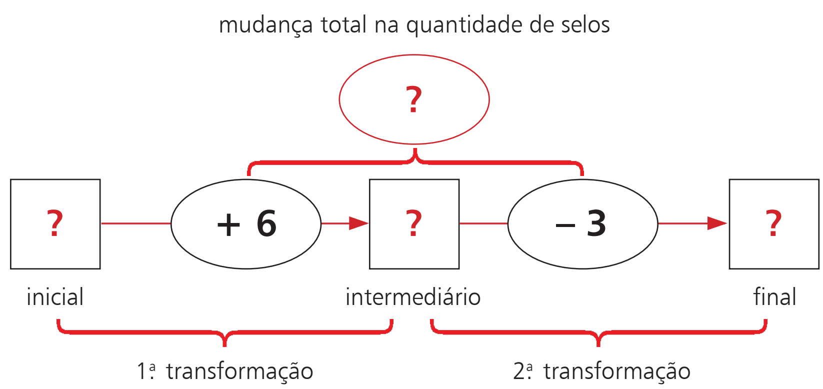
No ensino das operações aditivas, documentos curriculares, como os Direitos de Aprendizagem indicam os seguintes objetivos:

> Elaborar, interpretar e resolver situações-problema do campo aditivo (adição e subtração), utilizando e comunicando suas estratégias pessoais, envolvendo os seus diferentes significados: Composição (juntar e separar), Comparação (comparar e completar) e Transformação (acrescentar e retirar).

A fim de tratar a ideia de transformação de estados, é comum, em livros didáticos, a proposição de problemas como o do exemplo a seguir:

Estas ideias estão sistematizadas no Caderno 4.

Maria tinha uma certa quantidade de selos em sua coleção, ganhou 6 selos de seu irmão e deu a seu primo 3 selos da sua coleção. Em quantos selos a coleção de Maria aumentou?



A situação acima envolve a composição de duas transformações. Estudos mostram que os alunos têm grandes dificuldades para interpretar e resolver problemas desse tipo e estrutura.

Analisando o problema sob a ótica das variáveis da tarefa, cabem as seguintes considerações críticas: trata-se de um contexto pouco usual e, em alguns casos, até estranho na vida dos alunos. Colecionar selos é uma atividade cada vez mais escassa na sociedade atual, em que a comunicação entre as pessoas se faz por *e-mail* e mensagens de celulares, muito mais que por cartas. Portanto, na hora de eleger um contexto para explorar a Matemática, deve-se levar em conta a cultura e a realidade dos alunos. Além disso, a situação de ganhar selos do irmão e dar ao primo soa como artificial.

A pergunta do problema é sobre o resultado da composição de duas transformações e não sobre os estados, inicial ou final, da quantidade de selos, o que é um dificultador para as crianças que ainda estão sendo iniciadas na Alfabetização Matemática. Crianças tendem a achar que é impossível resolver problemas em que falta o valor de partida (a quantidade inicial de selos).

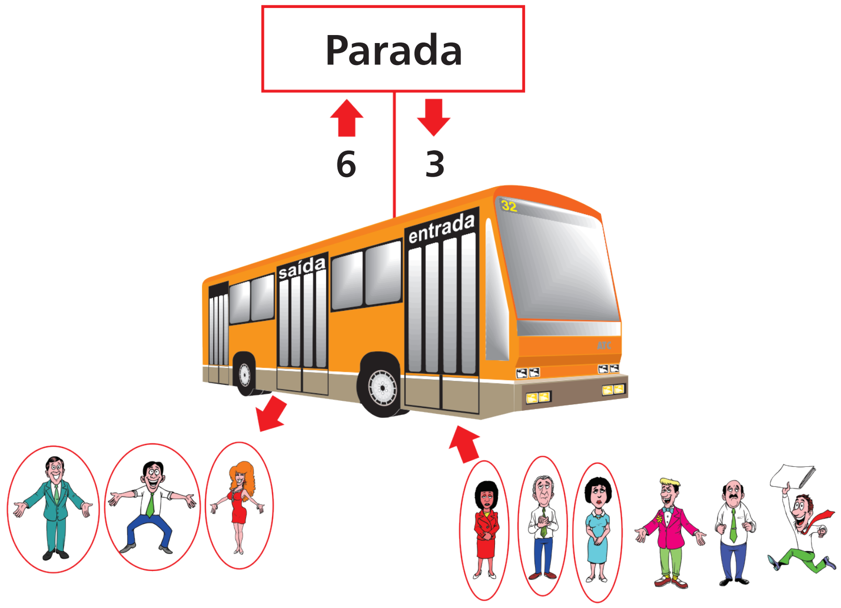
Fica então uma pergunta: que situações alternativas podem levar os alunos a pensarem em problemas de composição de transformações? Há muitas possibilidades, dependendo das variáveis tanto dos sujeitos (os alunos) como do ambiente (tipo de escola, região, cultura, etc.).

Vamos analisar um enunciado alternativo, num contexto de meio de transporte.

Um ônibus para num ponto, sobem 6 pessoas e descem três. O que acontece com a quantidade de passageiros dentro do ônibus?

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 15 24/3/2014 15:54:59

A estrutura do problema é a mesma do enunciado com selos, os números e as operações envolvidas são os mesmos. Porém, o contexto é mais familiar para alunos que sabem o que é um ônibus e que provavelmente já andaram de ônibus para ir de suas casas para a escola.



Carlos Cesar Salvadori

Por ser um contexto mais familiar, os alunos têm mais facilidade de imaginar e representar a situação, para concluir que o ônibus fica com 3 passageiros a mais que antes da parada.

Após encontrarem a resposta da pergunta inicial, esta situação pode gerar novos problemas se o professor continuar problematizando ou der espaço para que os próprios alunos problematizem, propondo que registrem as quantidades considerando várias paradas.

Antes	Na parada		**Depois**	**Comentários**
Total na chegada	sobem	descem	Total na saída	
?	6	3	?	O ônibus parte mais cheio, com 3 passageiros a mais.
?	4	4	?	Não muda nada, o número de passageiros que desceram é o mesmo dos que subiram.
?	2	3	?	O ônibus parte mais vazio, pois subiram menos passageiros do que desceram.

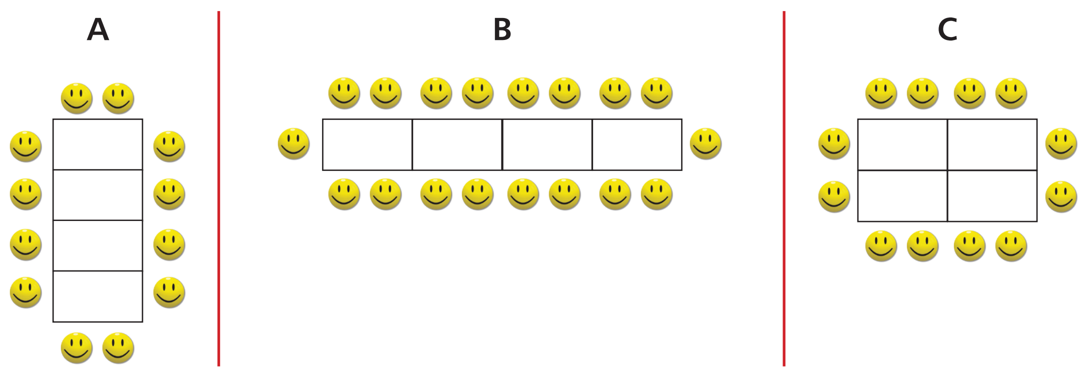
Alguns alunos podem responder às questões simulando o sobe-desce, atribuindo valores para o estado inicial e fazendo os cálculos a partir da tabela.

Total na chegada	sobem	descem	Total na saída
20	6	3	23
23	4	4	23
23	2	3	22

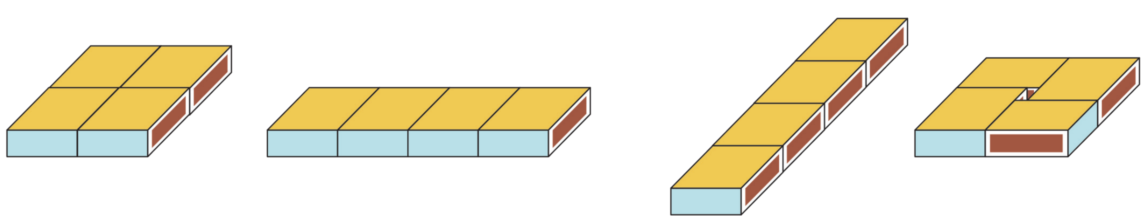
Mesas na festa de aniversário

Na sala do 3º ano, estão disponíveis 4 mesas e a turma quer decidir como arrumá-las para que o maior número de colegas fique em torno delas para comemorar o aniversário do Tião. Qual é a disposição em que dá para acomodar o maior número de colegas?

Este é um problema em que fazer desenhos é uma boa estratégia na busca da solução. É o que em geral ocorre na atividade matemática das crianças.



Em algumas salas de aula, as professoras podem disponibilizar materiais como caixas de fósforo e peões do jogo de trilha, para que os alunos construam modelos e representem a solução.


Carlos Cesar Salvadori

Trata-se de um problema complexo que não tem um procedimento que leve à solução de imediato. É necessário imaginar a situação e experimentar uma variedade de estratégias, como desenhar as mesas simulando a situação e fazendo as contagens ou operações que dão o resultado em cada configuração como, por exemplo:

	Configuração das mesas		
	A	B	C
Registros	2 + 4 + 2 + 4	1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2	2 + 4 + 2 + 4
	2 + 2 + 4 + 4	2 x 1 + 8 x 2	2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2
	2 x 2 + 2 x 4		2 x 2 + 2 x 4
Pessoas	12	18	12

A reunião de pais

Nesta outra situação, o ponto de partida é a exploração de um problema contextualizado que dá margem a uma variedade de estratégias de solução que refletem os vários níveis de compreensão a partir das interações, das representações dos alunos e da problematização provocada tanto pelos alunos como pelo professor que é o gestor da atividade.

O professor desenha uma mesa de reunião no quadro enquanto coloca o enunciado do problema:

> *Nesta noite os pais vão se reunir para preparar a festa junina, e 81 pessoas confirmaram a presença. A reunião será realizada na quadra da escola e os pais vão se sentar em torno de mesas grandes, com capacidade para acomodar até 6 pessoas por mesa.*

Arquivo dos autores

Em seguida o professor pergunta aos alunos:

– Quantas mesas são necessárias para acomodar as 81 pessoas confirmadas?

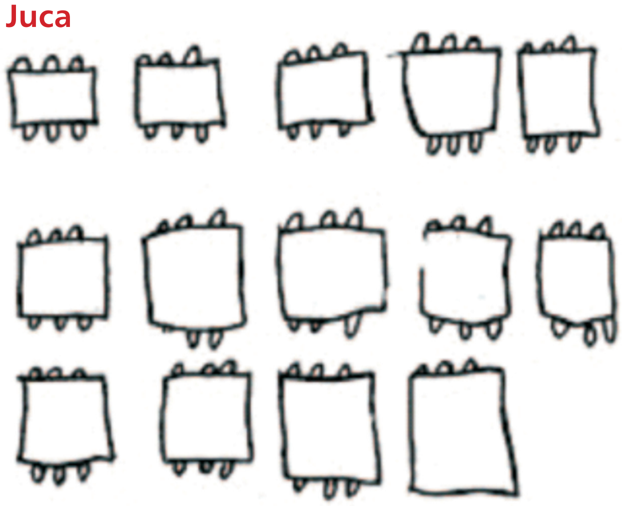
As crianças começam a trabalhar no problema enquanto o professor caminha observando os registros dos alunos e ouvindo suas discussões. Após 10 minutos, o professor pede para que mostrem seus trabalhos e expliquem suas soluções.

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 18 24/3/2014 15:55:02

Explicação de alguns resultados por meio de desenhos.

Juca desenhou todas as mesas que achou necessárias para que todos sentassem.

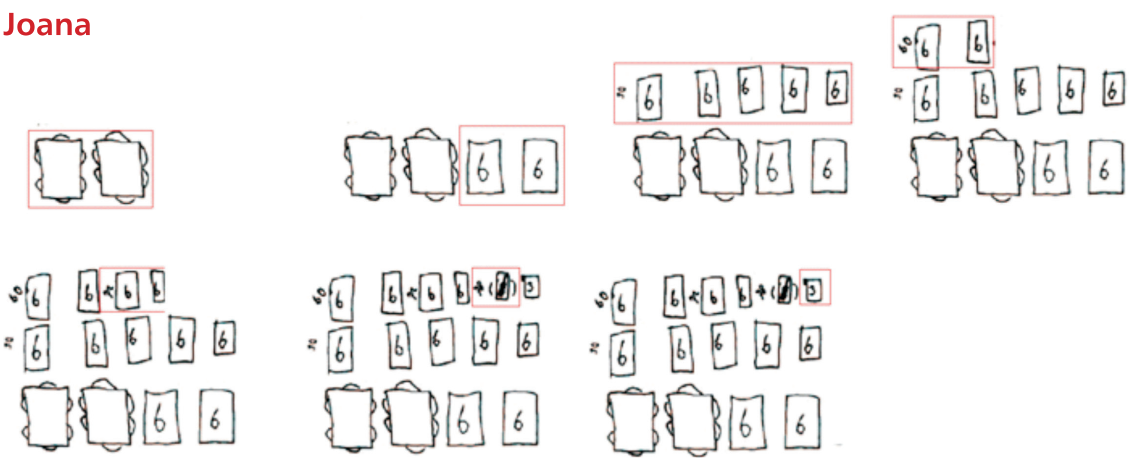
Juca



Arquivo dos autores

Joana utilizou a mesma estratégia do Juca, mas depois de ter desenhado duas mesas completas desenhou retângulos representando as mesas e escrevendo o número seis. Enquanto desenhava os retângulos, percebeu que cinco mesas comportavam 30 pessoas (provavelmente apoiada no cálculo mental 5 x 6 = 30), anotando o resultado parcial. Continuou desenhando retângulos e, depois de outros cinco, anotou 60. Em seguida, desenhou mais duas mesas e anotou 72, desenhou um retângulo a mais e anotou 78 e terminou sua solução com um retângulo em que escreveu o número 3.

Joana



Arquivo dos autores

Pedro pensou no problema antes de começar seus registros. Tal como outros colegas, começou fazendo desenhos representando a mesa, mas passou imediatamente para um registro mais simbólico utilizando o que sabia sobre a tabuada do 6. Anotou 6 x 6 = 36, duplicou para chegar ao resultado 72 e, em seguida, agregou duas mesas ao 72 e obteve 84 como resposta.

Pedro

Arquivo dos autores

- As três estratégias aqui descritas revelam distintos níveis de matematização.
- Juca imagina a situação e faz uso da visualização e de esquemas para resolver o problema. Por outro lado, o esquema de Joana é mais formal, partiu da representação, para logo se dar conta que bastava operar com fatos da tabuada do 6, fazendo adições sucessivas para chegar ao 81.
- Pedro utiliza esquemas semelhantes, porém mais sintéticos que a estratégia de Joana. Em sua representação, omitiu o ajuste que retirou 3 pessoas de 84 para chegar à solução 81.

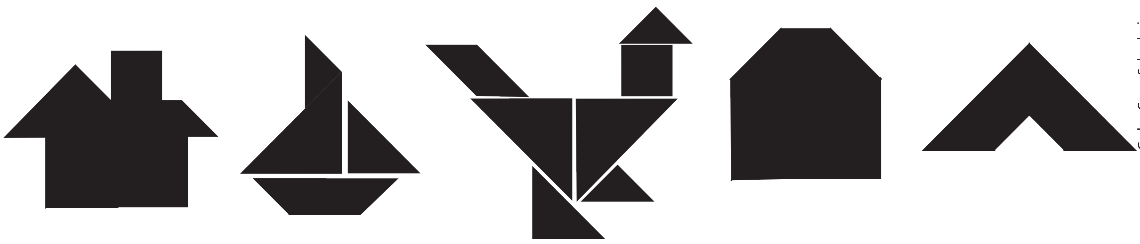
Deve-se ter atenção sobre a riqueza dessas estratégias e das representações que expressam processos mentais de cálculo e estruturação. Situações como essas são potencializadas quando os alunos são capazes de argumentar e isto é mais apropriado e frequente em situações-problema contextualizadas. Dificilmente esses tipos de raciocínios surgiriam apenas da tarefa de obter o quociente de 81 dividido por 6.

A construção de um jogo num ambiente de interações: o tangram e o tabuleiro de xadrez[2]

No dia do seu aniversário, o Joca ganhou um jogo de tangram de sua mãe e um jogo de xadrez de seu avô.

[2] A descrição refere-se a aplicações em cursos de formação de uma tarefa adaptada de Jan de Lange.

Depois de brincar com as peças do tangram formando figuras esquisitas, formas familiares e outras figuras geométricas parecidas com as que viu em uma exposição de artes, ele começou a colocar as peças do tangram sobre o tabuleiro de xadrez, e percebeu que o quadrado do tangram era do mesmo tamanho que uma casa do tabuleiro, "encaixava direitinho".

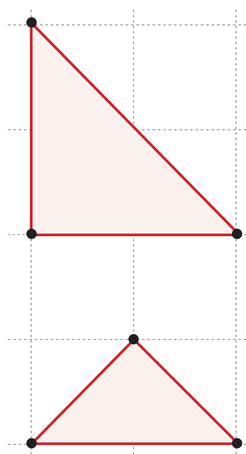


Carlos Cesar Salvadori

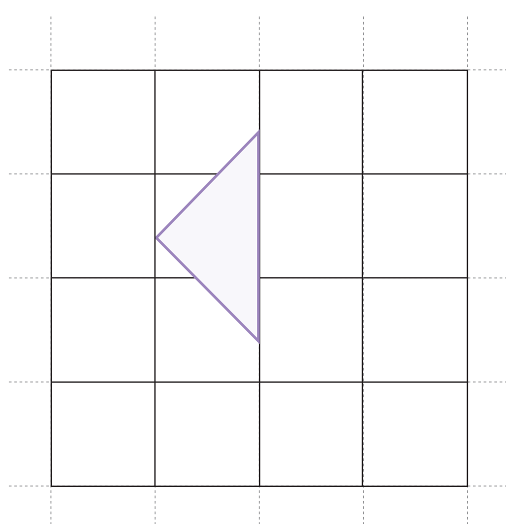
Sua prima que estava por perto entrou na brincadeira, combinaram então um jogo com as peças e o tabuleiro.

Cada um vai colocando uma peça de modo que as "pontas" (vértices) das peças do tangram coincidam com as intersecções do tabuleiro.

– Assim pode



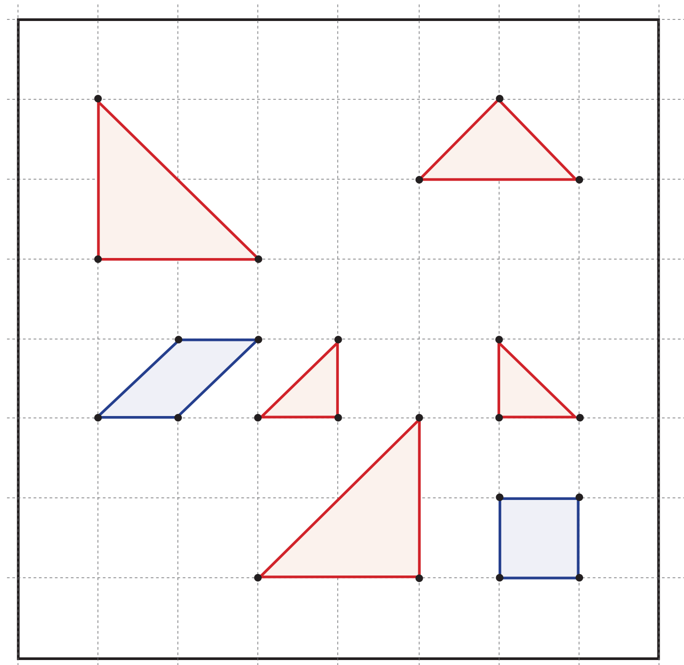
– Assim não pode



Colocavam as peças alternadamente e combinaram um jogo com as seguintes regras:

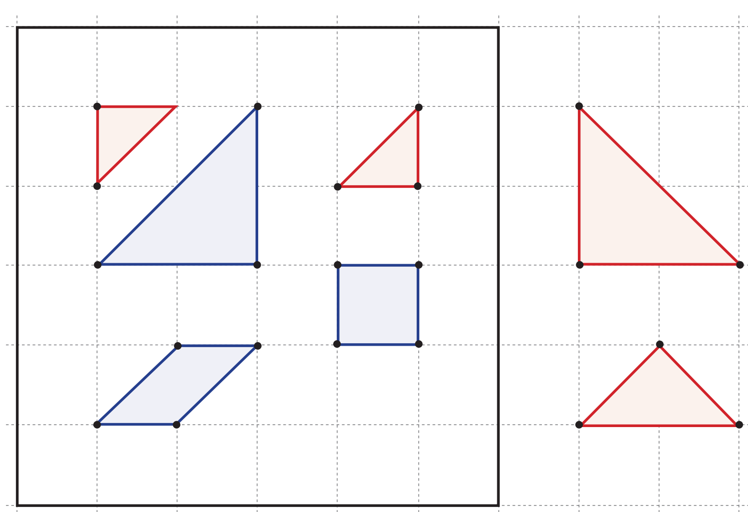
- as peças são colocadas alternadamente;
- é proibido encostar as peças uma na outra e também nas bordas do tabuleiro;
- quem não conseguir colocar a peça na sua vez perde o jogo.

A seguir, um exemplo de um jogo sem vencedor:



jogo sem vencedor

Conversando sobre o jogo, deram-se conta de que o tabuleiro era grande demais. Exploraram tabuleiros menores e descobriram que haveria um ganhador se o jogo fosse praticado sobre um tabuleiro 6 x 6.



impasse para a próxima jogada

Desta vez tiveram sucesso. Dependendo de quem começava a colocar as peças, da atenção e das estratégias dos jogadores, alguém sempre podia perder e assim, o jogo ficava mais emocionante.

A história da invenção do jogo do *tangram* no tabuleiro de *xadrez* é real[3]. O jogo foi criado por alunos em um ambiente interativo em que construíram as peças em cartolina e o tabuleiro a partir de uma folha de papel quadriculado. A professora desenhou o tabuleiro no quadro e foi listando as regras do jogo, à medida que eram criadas pelos alunos, que as propunham e as alteravam sempre pensando em propor obstáculos para o jogador adversário e assim, deixar o jogo mais interessante de se jogar.

A subversão das regras e dos objetivos de um material ou de um jogo original não é novidade. Ao contrário! É mais comum do que se imagina. Basta ver como as crianças se relacionam com materiais variados que as professoras levam para uma aula. Quando entram em contato pela primeira vez com o material dourado, por exemplo, as crianças muitas vezes fazem construções e agrupamentos sem regras para só depois observar a estrutura das peças e usar o material de acordo com suas finalidades. Esse tipo de exploração foi discutido pelo educador matemático húngaro, Zoltan Paul Dienes, no livro: "*As seis etapas do processo de aprendizagem em Matemática*", em que ele descreve que, na etapa inicial de exploração de um material, os alunos não se atêm às regras formais, é o que o autor chamou de "fase do jogo livre", que precede a etapa denominada "fase do jogo estruturado", em que as crianças utilizam os materiais de acordo com regras.

Arquivo dos autores

Zoltan Paul Dienes, criador dos Blocos Lógicos

[3] Jogo inventado pelos alunos do 5º ano da Escola Novo Horizonte, criada no final do ano de 1979, na cidade de São Paulo.

Na atividade do tangram no tabuleiro de xadrez, pode-se listar uma série de elementos conceituais e processuais. De início, podemos destacar a visualização do tabuleiro e das peças, o que permite antecipar jogadas. O jogo possibilita realçar alguns movimentos de uma peça no tabuleiro, girando, deslocando e invertendo as posições das peças, para conseguir encaixá-las e prever as próximas jogadas. Durante o jogo e após algumas jogadas, o professor pode pará-lo para perguntar ao aluno porque colocou a peça naquele lugar e naquela posição. Ao responder, os alunos exercitam a argumentação e mostram como imaginaram a sequência do jogo. Em outras palavras, além do desafio de natureza geométrica proporcionado pelo jogo, trata-se de uma atividade com um componente de natureza metacognitiva que provoca nos alunos o pensamento sobre o próprio pensamento.

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 24 24/3/2014 15:55:04

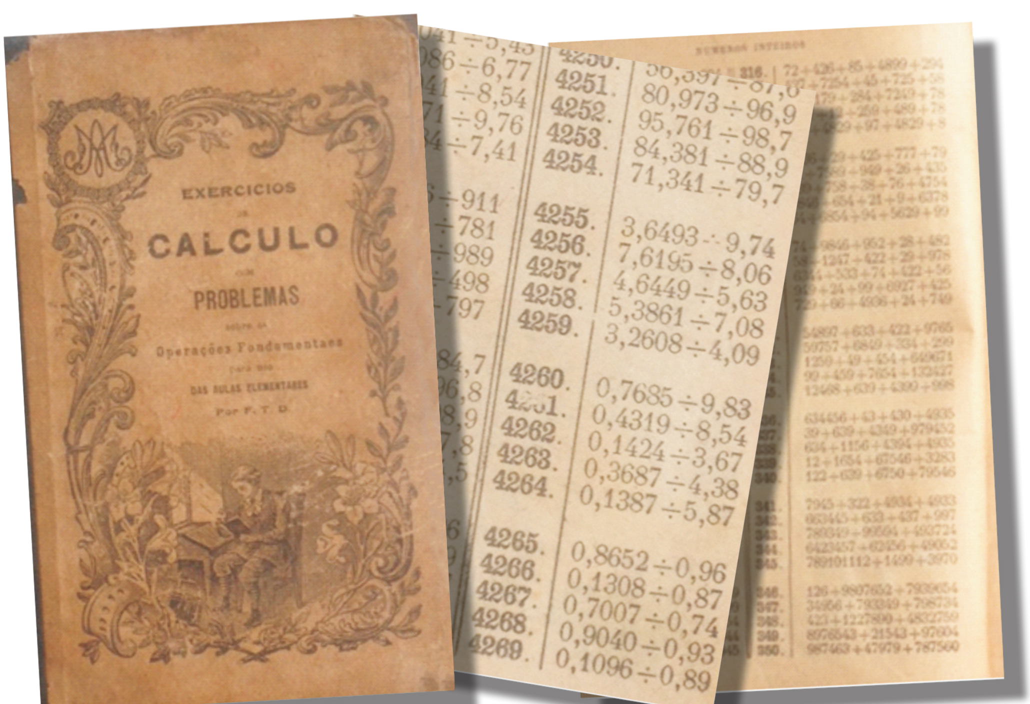
CONEXÕES MATEMÁTICAS

Antonio José Lopes

As situações e os conteúdos matemáticos, da escola ou da vida cotidiana, guardam entre si relações que podem e devem ser explicitadas e exploradas na sala de aula. É o que chamamos aqui de **conexões matemáticas**.

Para fins didáticos, vamos agrupar as conexões em duas classes: a) conexões internas, entre conceitos e procedimentos matemáticos; b) conexões externas, nas quais estrutura, conceitos, métodos e técnicas são usados em outras áreas do conhecimento, seja como aplicações diretas para resolver problemas, seja como forma de ampliar a compreensão de fenômenos que estão sendo estudados.

Nos currículos mais recentes, as conexões externas foram valorizadas com o estímulo à interdisciplinaridade, adotando-se como recursos a abordagem histórica ou a realização de projetos. Tal valorização coincide com as reformas curriculares, implementadas a partir dos anos 1980, que, nos seus princípios e recomendações, rejeitaram o tratamento fragmentado e petrificado de conteúdos matemáticos, o formalismo exagerado e precoce, criticaram a ausência de situações com potencial de provocar e promover o raciocínio e a pouca relação com ideias e situações significativas do universo dos alunos, da realidade escolar e da vida cotidiana. A contextualização e a exploração de conexões foram apresentadas como uma resposta adequada a este tipo de ensino com pouco potencial de significados válidos para as crianças.



Fotomontagem: Carlos Cesar Salvadori

Os livros de aritmética do início do século XX caracterizavam-se pelo tratamento fragmentado e mecanicista do cálculo.

A fragmentação e o tratamento isolado de conteúdos é uma abordagem nociva para a aprendizagem de ideias, conceitos e procedimentos matemáticos. A exposição de tópicos desconectados contribui para que os alunos percam a noção do todo e, em consequência, do processo que caracteriza o desenvolvimento do pensamento matemático. O próprio termo “fragmento”, em sua origem etimológica, expressa isso.

> Fragmento: s. m. pedaço de coisa que se quebrou, cortou, rasgou, etc. ETIM. lat. *fragmentum* ‘lasca, fragmento, pedaço, parte, trecho. (HOUAISS; VILLAR; FRANCO, 2001, p. 1384)

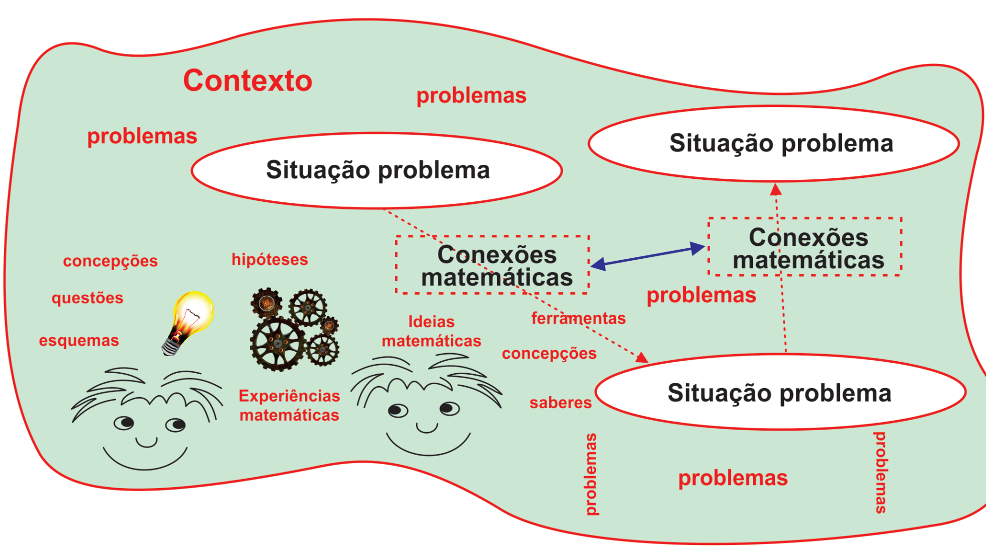
O contraponto a esta visão é uma Educação Matemática que valoriza as relações, os problemas, o raciocínio, os contextos e as conexões. Uma Matemática viva na qual os alunos são os sujeitos, problematizando, pondo coisas em relação e raciocinando. Estudos indicam que, quando o aluno tem oportunidade de relacionar ideias matemáticas, sua compreensão é mais profunda e duradoura.

Muitos autores, como Hans Freudenthal, defenderam que o currículo deveria dar atenção especial às conexões. A Educação Matemática Realista tem seus fundamentos na contextualização, nas conexões, na problematização e nas interações:

> *O que importa é saber como se encaixa um determinado tema em todo o corpo do ensino de Matemática, se se pode integrar com o todo, ou se é tão estranho, bizarro ou isolado que, finalmente não deixaria nenhuma marca na educação do indivíduo* (FREUDENTHAL, 1982).

Currículos de vários países têm dedicado atenção às conexões para que os alunos sejam capazes de:

- relacionar seus conhecimentos conceituais com processos de pensamento;
- relacionar diversas representações de conceitos ou procedimentos entre si;
- reconhecer relações entre distintos temas de natureza matemática;
- utilizar a Matemática em outras áreas do currículo escolar;
- usar a Matemática na vida diária.



Carlos Cesar Salvadori

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 26
24/3/2014 15:55:06

Na sequência deste texto, vamos apresentar e discutir conexões matemáticas em diferentes modalidades. Listamos em seguida, algumas possibilidades, sem a preocupação de esgotá-las. As conexões podem acontecer entre campos conceituais da própria Matemática, para a aprendizagem de conceitos e procedimentos, para a problematização, entre a Matemática e outras disciplinas, etc.

Histórias, curiosidades e reflexões sobre contextos e problemas

Existem muitas histórias curiosas sobre o uso de contextos e problemas nas aulas. Algumas delas, além de engraçadas, colocam questões de natureza pedagógica sobre usos inadequados e interpretações equivocadas sobre contextos e problemas.

Conta a professora Lydia Lamparelli[4], um episódio interessante ocorrido com uma professora que desejava ilustrar a definição de ilha. Ela levou para a sala de aula uma lata de goiabada, colocou uma pedra no meio e acrescentou água até a metade dessa lata. Na prova, colocou como questão a pergunta: "O que é uma ilha?". Ficou surpresa ao ver que muitas crianças escreveram que "ilha é uma lata de goiabada, cheia de água com uma pedra dentro".

Percebe-se nesse episódio uma tentativa artificial de criar uma analogia entre um conceito e objetos familiares para as crianças. Entretanto, tal aproximação só existia na cabeça da professora que sabia o significado de ilha. Para as crianças, a única coisa real daquela situação era a pedra e a lata de goiabada. A ilha continuou sendo uma abstração ainda longe da compreensão dos alunos.

Num outro relato, a professora Marineusa Gazzetta[5] contou que, em uma sala de aula de 2º ano, uma professora costumava elaborar problemas usando o nome das crianças e de pessoas do comércio local. Visava nessa prática contextualizar problemas e dar maior significado para as crianças. Observe um dos problemas apresentados pela professora:

> *A mãe de Maria mandou que ela fosse ao armazém do seu Joaquim para comprar uma dúzia de ovos. Na volta, ela se encontrou com Júlia e as duas ficaram brincando. Durante a brincadeira quebraram-se quatro ovos. Com quantos ovos inteiros Maria chegou em casa?*

Frente ao enunciado, a turma ficou em silêncio, até que timidamente uma criança da turma perguntou: "Professora ... a Maria apanhou quando chegou em casa?"

[4] Lydia Condé Lamparelli é uma educadora matemática de São Paulo que atuou por muitos anos na Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, participando da produção de materiais didáticos como os Cadernos de "Atividades Matemáticas" (1982).

[5] Marineusa Gazzetta Soares foi uma educadora matemática com atuação no interior de São Paulo, responsável por vários projetos didáticos, entre esses a coleção "Geometria Experimental" (1978).

Este episódio traz à tona um elemento importante a ser considerado quando pensamos em contextos. Os indivíduos têm seus próprios modos de ver e pensar sobre as coisas. No universo das crianças, mais importante que a questão aritmética embutida na pergunta do problema, é a situação. Para elas, era mais real apanhar ou ser repreendida do que a questão aritmética propriamente dita.

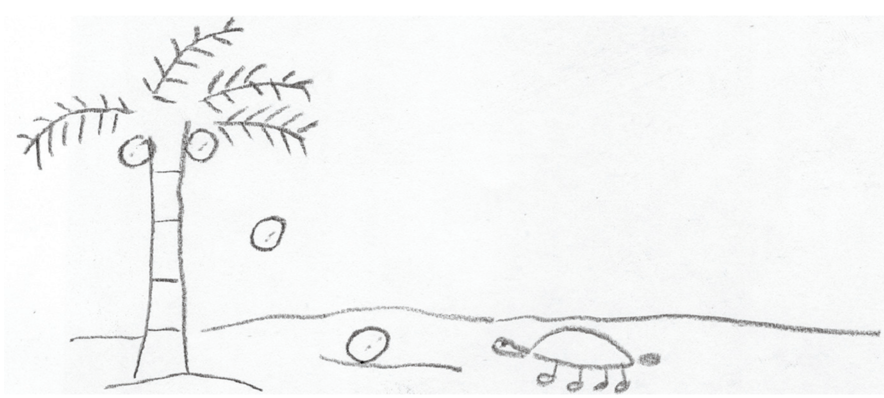
De certo ponto de vista, esta história é semelhante a uma vivida pelo próprio autor deste texto, que, quando criança, frequentemente ia à padaria comprar pães para o café. Certo dia, chegaram tios e primos para uma visita, sua mãe deu-lhe dinheiro e pediu que fosse à padaria e que comprasse tudo em pães. Ao ver que a quantidade era maior do que aquela que sempre comprava, na volta para casa foi jogando pães pelo caminho, pois imaginava que tinha feito algo errado.

As duas histórias mostram que devemos estar atentos ao mundo das crianças, pois elas não pensam como os adultos. Devemos considerar os fatores afetivos que intervêm em seus processos de aprendizagem, os quais, muitas vezes, determinam o padrão de respostas das crianças na sala de aula.

Outro episódio foi contado pelo professor Eduardo Sebastiani[6], quando fazia estudos em aldeias indígenas. Segundo ele, foi proposto às crianças um tipo de atividade muito comum em livros didáticos da época do movimento da Matemática Moderna, como "desenhar um conjunto com 4 coisas".

Corel Stock Photos

Uma das crianças desenhou uma árvore com dois cocos no alto, um coco caindo e outro no chão e uma tartaruga indo em direção ao coco caído. Para a cultura dos índios não fazia muito sentido uma coleção de coisas sem relação com alguma situação.



Carlos Cesar Salvadori

[6] O professor Eduardo Sebastiani, matemático professor e pesquisador do IMECC da Unicamp, é conhecido por suas pesquisas e produções em História da Matemática e Etnomatemática.

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 28 24/3/2014 15:55:07

Isto deve ser levado em conta quando nos propomos a ensinar Matemática para populações com uma cultura própria e diferente das populações urbanas, como os indígenas que vivem nas aldeias, os caiçaras que vivem no litoral, os quilombolas que vivem nos quilombos e outros grupos específicos. Apesar de sermos todos brasileiros, não temos os mesmos valores, hábitos, saberes e cultura.

Uma criança da cidade quando olha para o céu, pode ver a constelação ursa maior que lhe foi mostrada por um adulto; uma criança indígena deve estar olhando o mesmo aglomerado de estrelas, mas vendo outra coisa, um jabuti ou uma capivara, por exemplo.

O quarto episódio é bastante conhecido entre os educadores matemáticos do mundo todo. É o famoso problema sobre a "Idade do capitão". Foi proposto, inicialmente, para alunos de uma cidade do sul da França, que estudavam no equivalente ao nosso 3º ano, e tinha o seguinte enunciado:

> *Num barco estão 26 ovelhas e 10 cabras. Qual é a idade do capitão?*

Os aplicadores ficaram perplexos ao constatar que, dos 97 alunos, 76 deram alguma resposta, usando os números que apareceram no enunciado, como por exemplo, 36 anos, resultado obtido na soma de 26 com 10.

Quando entrevistados sobre porque deram tais respostas, a maioria reconhecia que o problema era esquisito, mas, acostumados a ter que produzir respostas para problemas por meio de contas e instruções, muitas vezes sem significado para eles, embora simples para os adultos, produziram a resposta baseado nas seguintes crenças:

- se a professora (ou o livro) dá um problema, esse problema tem resposta;
- a resposta é numérica;
- para encontrar este número, faz-se contas com os números que aparecem no enunciado;
- todo problema tem uma resposta;
- a resposta é única;
- o caminho para encontrar a resposta de um problema é único.

Como enfrentar este conjunto de crenças que as crianças constroem por influência direta, mas nem sempre intencional, do adulto?

No que se refere aos contextos, deve-se colocar a criança como o sujeito e o grupo de alunos como o centro do processo de aprendizagem. Já dizia Paulo Freire: a criança não é uma cabecinha oca na qual os adultos vão depositando conhecimentos, como colocam moedas num cofrinho. O que é o óbvio para o adulto nem sempre o é para a criança. O professor deve estar atento ao universo da criança e levar em conta suas experiências, sua cultura, seus afetos e principalmente o fato de ser criança.

Quanto aos problemas, é importante desenvolver o espírito investigativo desde cedo, propondo uma variedade de tipos de problemas.

Problemas com e sem solução:

Encontrar dois números consecutivos cuja soma é 15.

A resposta 7 e 8 pode ser encontrada por tentativa e erro.

Encontrar dois números ímpares cuja soma é 17.

O problema não tem solução, mas é possível que os alunos respondam 8 e 9, mas devem voltar ao enunciado e verificarem se atenderam a todas as condições do problema. Em um problema sem solução, é mais importante que os alunos saibam argumentar e justificar porque o problema não tem solução.

Problemas com várias soluções:

Joana tem 80 reais em cédulas. Quantas notas ela tem?

Há várias soluções: 3 notas (50 + 20 + 10), 4 notas (20 + 20 + 20 +20). Há outras soluções. Atente para o fato de que este problema é diferente da tarefa "encontre todas as maneiras de trocar 80 reais em cédulas", nesta última, a tarefa não é encontrar uma resposta, e sim esgotar todas as possibilidades de decompor 80 reais usando cédulas.

Problemas com falta ou excesso de dados:

Victor foi ao supermercado comprar refrigerantes, comprou 7 garrafas de refrigerante de uva, 5 de refrigerante de laranja, 8 de Guaraná e pagou no caixa de número 6. Quantas garrafas comprou?

Neste tipo de problema, cuja resposta certa é 20 garrafas, é comum que os alunos somem todos os números que aparecem no enunciado 7 + 5 + 8 + 6 = 26. Observe que, neste caso, somaram a quantidade de garrafas com o número do caixa.

A importância de propor este tipo de problema é propiciar um debate sobre a situação em vários aspectos: a interpretação, os dados relevantes e não relevantes, as estratégias, a verificação do resultado, os estilos de cada um. As descobertas e os procedimentos mais organizados e reflexivos devem ser socializados.

Cida foi à papelaria para comprar canetas e cadernos. Comprou 3 cadernos que custavam R$ 4,00 cada e 6 canetas.

> Quanto gastou ao todo?
>
> Para resolver este problema, é necessário saber o custo de cada caneta. Tal como no problema anterior, aqui o importante é que os alunos discutam e decidam que informações têm disponíveis e qual é o dado que falta.

Dando continuidade a nossa discussão sobre as modalidades de conexões matemáticas, apresentaremos ideias de conexões entre campos conceituais da própria Matemática e suas conexões com outros campos do saber.

Conexões entre campos conceituais da própria Matemática

A história da Matemática mostra que os campos conceituais da Matemática são ricos de conexões e, em muitos casos, se desenvolveram juntos até serem arbitrariamente "separados", tanto pelos matemáticos – ao definir as áreas e subáreas de pesquisa – quanto pelos especialistas de currículo e gestores dos sistemas educacionais.

No século XIX, as disciplinas de natureza matemática eram ensinadas de modo estanque, em aulas separadas e muitas vezes por professores diferentes. Assim, um currículo da escola básica oferecia Aritmética, Geometria e Álgebra como se fossem disciplinas diferentes. Analisando os livros adotados da época, pode-se observar que um não fazia referência aos conhecimentos que poderiam estar sendo tratados no outro.

No Brasil, somente no ano de 1931, com a Reforma Francisco Campos, é que a disciplina Matemática foi oficializada, integrando os três principais campos conceituais em uma única disciplina, graças à determinação do educador Euclides Roxo, professor de Matemática e diretor do Colégio Pedro II[7], no Rio de Janeiro. Porém, do ponto de vista das práticas didáticas, o ensino dos tópicos de Matemática manteve as marcas de disciplina isolada, um tipo de prática que ocorre ainda hoje.

Deve-se fazer justiça a alguns educadores matemáticos brasileiros que defendiam uma abordagem que valorizava as conexões e aplicações matemáticas a outras disciplinas, e um tratamento em que os vários campos da Matemática "conversam" entre si, ou seja, o ensino de números usando ferramentas de geometria, o estudo das medidas relacionado a situações e ideias numéricas e geométricas, exploração de contextos das ciências, da geografia ou das artes para motivar o ensino da Matemática, entre outras experiências ricas de significado. Entre os defensores dessas metodologias, destaque-se o próprio Euclides Roxo, Júlio César de Mello e Souza (o Malba Tahan), Manoel Jairo Bezerra, Irene de Albuquerque e outros.

[7] Desde sua fundação em 1837, e durante mais de 100 anos, o Colégio Pedro II foi a escola de referência cujos programas balizaram os programas de outras escolas ou sistemas estaduais de ensino, cumprindo a função de currículo nacional.

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 31 24/3/2014 15:55:07

Júlio César, o Malba Tahan, fez da defesa desta didática contextualizada e rica de conexões, uma bandeira e publicou dezenas de livros de literatura infanto-juvenil com contos sobre a história da matemática e outros sobre curiosidades e Matemática recreativa, mostrou a presença da Matemática na cultura popular, nas parlendas, cantigas, brincadeiras, desafios, histórias dos símbolos e das unidades de medida, entre outros temas curiosos. Bezerra, Irene de Albuquerque e o próprio Júlio César pesquisaram, escreveram e divulgaram o uso de jogos e materiais concretos para o ensino e aprendizagem de ideias e tópicos da Matemática.

A partir de 1961 e por quase três décadas, a discussão sobre a Matemática contextualizada e interconectada perdeu protagonismo pela influência e intensiva presença do chamado Movimento da Matemática Moderna, que privilegiou uma abordagem estruturalista e formalista da Matemática. A abordagem contextualizada, as conexões e o foco na resolução de problemas ganharam novo impulso nos currículos da maioria dos países nos últimos 30 anos e, no Brasil, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em 1997, com referências explícitas a Temas Transversais e o recurso a:

- Resolução de Problemas;
- História da Matemática;
- Tecnologias da Informação;
- Jogos.

Os dias de solidão da Matemática como disciplina desconectada estavam contados. Dispomos hoje de um conjunto de documentos curriculares, descritores de avaliação e materiais instrucionais[8], com exemplos e modelos de sequência didáticas e projetos em que uma situação-problema é explorada de múltiplas perspectivas, permitindo aos alunos terem contato com uma multiplicidade de conceitos e procedimentos (técnicas e métodos) de variados pontos de vista.

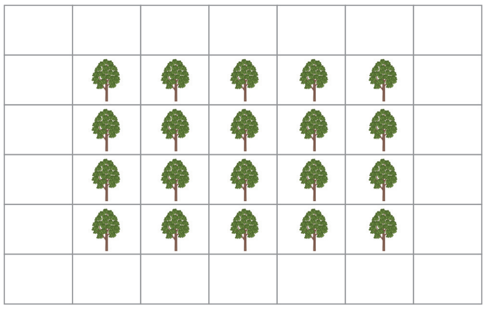
Na sequência, vamos explorar algumas conexões, que são apenas "exemplos" do que pode ser feito em sala de aula. Ao longo do tempo, cada professor deve ir colecionando seus exemplos de práticas de estabelecer relações, ampliando não apenas o conhecimento dos alunos, mas seu próprio conhecimento sobre a presença da Matemática no seu mundo.

[8] Exemplos nos próprios PCN, GESTAR, série Matemática em Toda Parte (da TV Escola), objetos digitais disponíveis no portal Domínio Público.

Conexão 1: Números e Geometria

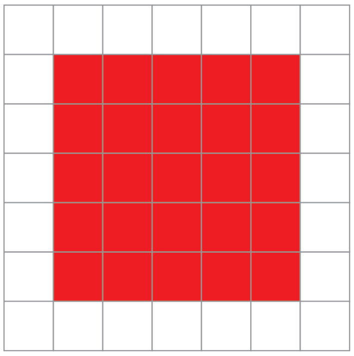
O estudo da multiplicação, relacionado a áreas de retângulos, é um dos exemplos mais emblemáticos da conexão entre o campo dos Números e o da Geometria. Tal abordagem era ausente na grande maioria dos livros publicados até o final do século passado (séc. XX) e estudos recentes reforçam a importância de explorar a disposição retangular como uma das "ideias" da multiplicação, ao lado de outras ideias mais comuns como a soma de parcelas iguais e a ideia combinatória.

a) Um agricultor pretende plantar árvores num canteiro em 4 fileiras com 5 árvores espaçadas igualmente em cada fila. Quantas árvores ele vai plantar?



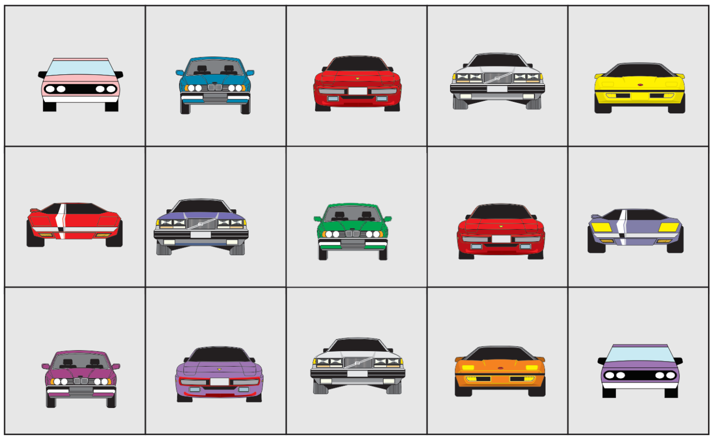
Carlos Cesar Salvadori

b) Seu Olavo aplica lajotas no piso e ladrilhos nas paredes de uma cozinha. Ele aplicou os ladrilhos que tinha, formando um retângulo com 5 ladrilhos na horizontal e 5 na vertical. Quantos ladrilhos ele usou para formar o retângulo ?



Não esqueça que um quadrado é um tipo especial de retângulo.

c) Determine, sem contar um a um, quantos veículos estão no estacionamento.



Carlos Cesar Salvadori

d) Pinte, numa folha de papel quadriculado, retângulos diferentes formados por 12 quadradinhos.

e) Em um engradado de refrigerante cabem 4 garrafas na largura e 6 no comprimento. Quantas garrafas cabem na caixa ?

Arquivo dos autores

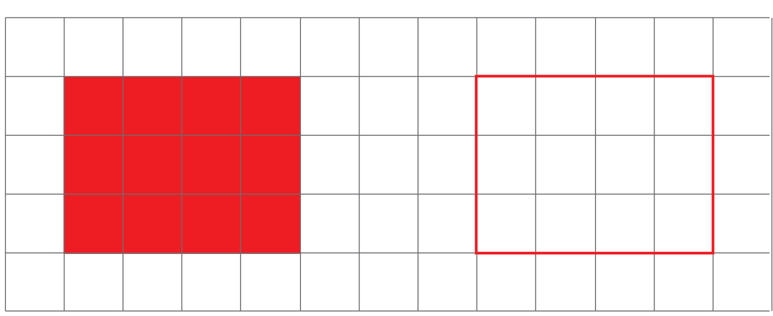
f) Responda, sem contar, em que caixa há mais ovos.

Arquivo dos autores

Conexão 2: Geometria e Medidas

Há uma variedade de situações e atividades escolares em que o trabalho com medidas se relaciona a um trabalho com ideias e a um tratamento geométrico e vice-versa.

A própria sala de aula é um cenário se provocarmos os alunos a pensar e investigar questões, como: "Qual é o comprimento do rodapé da sala?", "Quantas lajotas foram usadas para fazer o piso?", "Como o pintor determina a quantidade de tinta que vai usar para pintar uma parede?", "Qual o comprimento da borda de uma toalha ?", entre outras. Em comum, estas questões têm o fato de relacionar figuras geométricas, como retângulos, e medidas de **área** e **perímetro**.



Apresentar as medidas por meio de problemas é mais significativo e eficaz que o tratamento isolado das unidades de medida e conversões esquisitas, como determinar "quantos decímetros cabem num hectômetro", como se fazia décadas atrás. Medidas é uma conexão natural entre números e geometria. As nossas crianças devem aprender a lidar, naturalmente, com situações de medição e as coisas que serão medidas devem ser pensadas de modo a levá-las a explorar e ampliar o seu domínio sobre os objetos e formas que são estudados no campo da Geometria.

Conexão 3: Números e Medidas

A relação entre números e medidas ocorre no uso das operações usuais que utilizamos para calcular comprimentos, perímetros, áreas e volumes, mas se dá também pela utilização de contextos de medidas para prover de significado os números decimais. No cotidiano das crianças, os "números com vírgula" (números decimais) existem, independente de eles terem sido ensinados ou não. Os decimais estão em toda parte, nos preços dos produtos que se vê nos mercados e folhetos, nas embalagens, nas notícias de jornal. Porém, a construção do sentido da medida pela criança pode ser feita levando-a a pensar sobre as medidas das coisas mais familiares e do seu entorno. Nada é tão próximo da criança do que seu próprio corpo. Desde cedo elas usam os dedos para fazer contagens e em determinadas brincadeiras, como no jogo de bolinha de gude, usam o palmo para avaliar a distância entre uma bolinha e o buraco ou o passo para determinar distâncias em brincadeiras de pega-pega, entre outras.

Quando vão ao posto de saúde ou nas aulas de educação física para medir sua altura e serem pesadas, têm contato com números que não são inteiros, mas que ainda assim tem que ser significados.

Ficha Antropométrica 2º ano	
Nome	Antenor da Silva
Idade	7 e 6 meses
Peso	24,5 Kg
Altura	1,28 m

Peso x Altura – 2 a 12 anos				
	Meninos		**Meninas**	
Idade	Peso	Altura	Peso	Altura
2 anos	12,4	86,8	11,8	85,6
3 anos	14,6	94,9	14,1	93,9
4 anos	16,7	102,9	16,0	101,6
5 anos	18,7	109,0	17,7	108,4
6 anos	20,7	116,1	19,5	114,6
7 anos	22,9	121,7	21,8	120,6
8 anos	25,3	127,0	24,8	126,4
9 anos	28,1	132,2	28,5	132,2
10 anos	31,4	137,5	32,5	138,3
11 anos	35,9	143,3	37,0	144,8
12 anos	39,8	149,7	41,5	151,5

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 35 24/3/2014 15:55:09

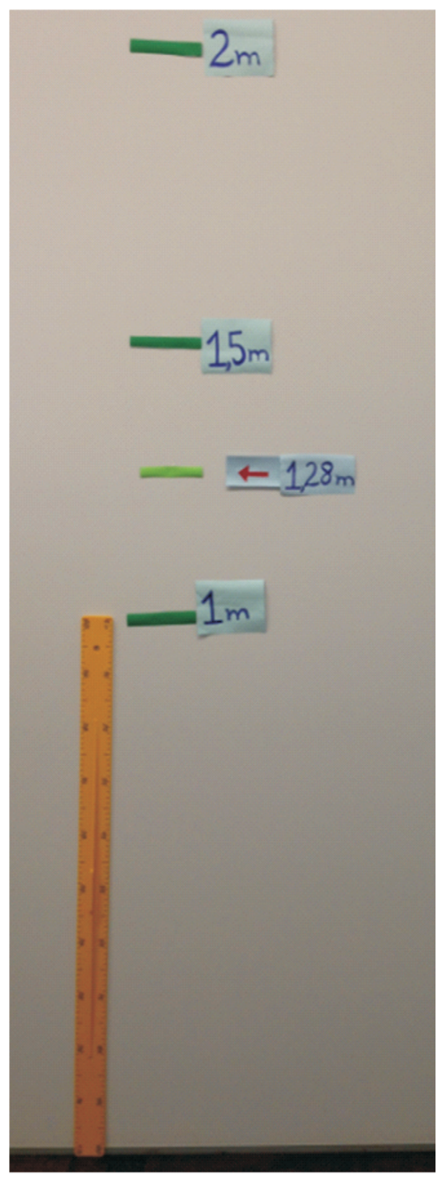
Que significados os alunos podem atribuir a estas informações?

- Idade: 7 anos e 6 meses é "7 anos e meio".

As crianças devem compreender que estão no meio do intervalo que vai do último aniversário ao próximo aniversário.

Pode-se utilizar a reta numérica para explicitar este conteúdo e prover de significado o termo "meio" em determinadas situações como esta. Não é usual representar idades por meio de números decimais 7,5 ou frações 7 ½.

- Peso: 24,5 kg significa que a criança tem mais de 24 kg e menos de 25 kg. A professora pode fazer referência ou explorar coisas que pesam aproximadamente 25 kg para que os alunos tenham alguma noção da massa de seu próprio corpo.
- Altura: 1,28 é maior que 1 metro e menor que 2 metros, mas, como o contexto da medida refere-se à altura de indivíduos é necessário refinar comparando com 1,5 metros por exemplo.



Arquivo dos autores

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 36 24/3/2014 15:55:11

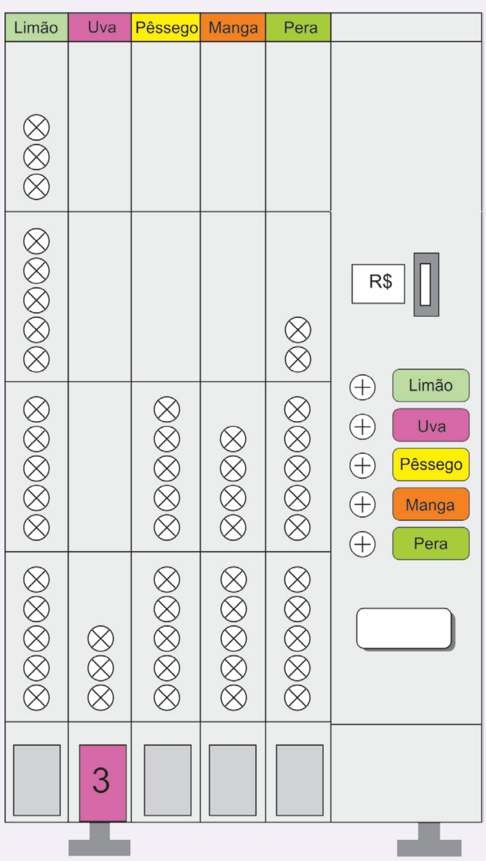
Conexão 4: Números e Estatística

Muito se pode fazer relacionando números e estatística. De início, cabe ressaltar que, no mundo atual, com a disponibilidade de uma variedade de recursos tecnológicos, a informação é organizada e veiculada, principalmente pelos meios de comunicação, por meio de ferramentas e representações matemáticas, em especial, os gráficos e tabelas que utilizam a linguagem matemática e os números com todos seus significados: quantidade, medida, código, localização, símbolo, entre outros.

Nos anos iniciais, os alunos ainda não dispõem de recursos matemáticos e estruturas de pensamento para trabalhar com conceitos e ferramentas estatísticas utilizadas em muitas atividades profissionais, mas podem produzir significados para determinadas representações gráficas presentes nos meios de comunicação e nos livros de ciências e geografia, como gráficos de colunas e tabelas.

A atividade, a seguir, é um exemplo de como se pode aproveitar um contexto da vida real para levar os alunos a relacionar ideias matemáticas, tais como: números, operações e representações. A atividade foi adaptada de uma experiência realizada pelo professor Pedro Almeida em uma escola em Portugal e publicada no livro *Desenvolvendo o sentido do número*. Lisboa: APM, 2005.

A máquina de vender sucos



Esta é uma máquina de vender refrigerantes ou sucos, muito comum em aeroportos, universidades, estações de metrô e lugares públicos em grandes cidades.

Para comprar suco nesta máquina, basta colocar uma moeda e apertar a tecla do sabor de preferência do comprador.

A máquina tem um visor que indica a quantidade de latas de cada sabor. Porém observe que, na referida máquina, apenas o visor correspondente à coluna do sabor uva está funcionando.

A imagem da máquina é um contexto rico que propicia a proposição de questões e formulação de problemas.

1) Qual é o sabor que tem mais latas na máquina?
2) Qual foi o suco mais vendido até o momento?
3) Quais são os sabores que têm mais de 10 latas?
4) Tem mais latas de suco de pêssego ou de manga? Quantas a mais?
5) Escreva a quantidade de latas de cada sabor.
6) Quantas latas de suco de manga devem ser vendidas para ficar com o mesmo número de latas de suco de uva?
7) Seu João que é o dono da máquina, tem que reabastecê-la repondo algumas latas de suco a fim de que a máquina fique cheinha. Quantas latas de suco de cada sabor ele deve que colocar na máquina?

Esta atividade explora um tipo de contexto do mundo real, ainda que máquinas desse tipo sejam desconhecidas da maioria dos alunos que não vivem nas grandes cidades, principalmente aqueles que vivem no campo ou em comunidades litorâneas.

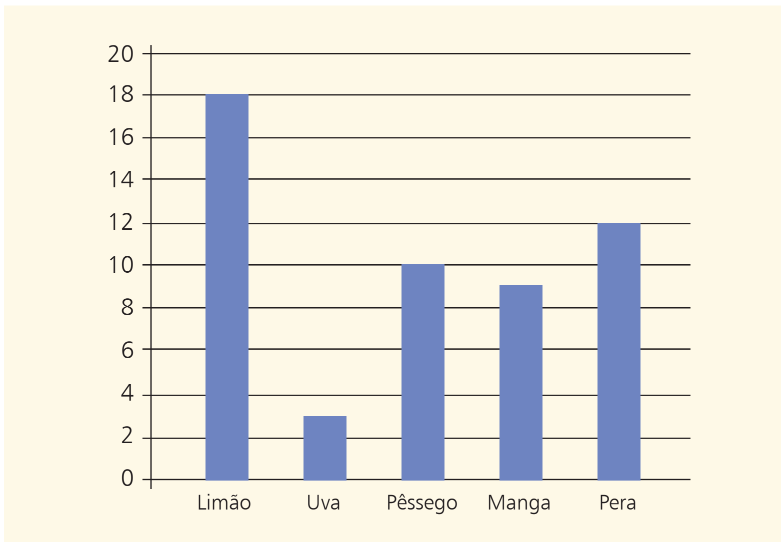
Do ponto de vista da didática da Matemática, é o que muitos especialistas chamam de ***atividade rica***, por suas múltiplas conexões, uma vez que é multiconceitual, multiprocedimental e tem um potencial grande de problematização. O conjunto de perguntas formuladas na tarefa tem o propósito de oferecer aos professores um modelo de problematização a partir de um cenário.

A imagem da máquina possibilitou a formulação dos sete problemas e muitos mais. Envolve ações de **visualização**, **contagem** e **cálculo**, que são importantes para o desenvolvimento do **senso numérico**. Porém há dois aspectos a considerar.

O primeiro é que a máquina tem divisões de 5 em 5, o que facilita a percepção de quantidades e o cálculo mental que pode ser feito a partir de marcos como o **5** e o **10**, tal como existem em materiais didáticos estruturados como o contador de contas coloridas.

Arquivo dos autores

Outro aspecto é que a disposição das latas se assemelha a um gráfico de colunas. Nesse sentido, a atividade pode ser explorada, visando a introdução de tópicos de **Estatística**. A disposição das latas, tal como aparece na máquina, é uma primeira aproximação de uma representação de dados organizados nos gráficos de coluna que as crianças deverão aprofundar nos anos seguintes, com a vantagem de se referirem a uma situação familiar, evitando-se assim, um formalismo precoce e indesejado, para a faixa etária.



Ainda que as questões colocadas possam ser respondidas por meio da contagem, as divisões de 5 em 5 fornecem referências importantes para o desenvolvimento do cálculo mental, pois, se os alunos já incorporaram o fato 5 + 5 = 10, até para dizer quantos dedos tem nas duas mãos, podem facilmente concluir sem contar que o número de latas de suco de pera é igual a 5 + 5 + 2 = 10 + 2 = 12.

Conexões e problematização

Explorando o calendário

Calendários podem e devem ser utilizados nas aulas de Matemática como contextos ricos de relações com potencial de proposição e formulação de problemas interessantes. O calendário é, podemos dizer, um "portador numérico", cuja estrutura na forma de quadro proporciona relações com e entre várias disciplinas e campos conceituais, como a Estatística.

Veja o exemplo da figura ao lado.

Carlos Cesar Salvadori

Um calendário, ainda que seja apenas uma simples “folhinha” de um único mês, possibilita que o professor discuta unidades de tempo e sua história, relacionando perguntas aparentemente ingênuas das crianças, como: “Por que uma semana tem sempre 7 dias e os meses variam?” ou ainda, “Por que um mês tem cerca de 30 dias?”. Questões como estas remetem à abordagem interdisciplinar e à discussão de conteúdos de Geografia e Astronomia, tais como: as fases da Lua ou o período médio que a Lua leva para dar a volta em torno da Terra. Dar vazão a diferentes discussões dá vida ao desenvolvimento da aula e leva os alunos perceberem que um problema ou tema não é tratado como reserva desse ou daquele componente curricular exclusivamente.

Entretanto, é importante lembrar que, neste caderno, o objetivo é discutir o calendário na perspectiva de explicitar e explorar as conexões matemáticas como princípio didático que dá identidade para um currículo compatível com as necessidades de nosso tempo. As atividades e discussões que seguem, têm o propósito de apresentar situações em que os alunos observam relações numéricas, por meio da problematização e das interações.

Problematizando o calendário

Carlos Cesar Salvadori

Considere o calendário acima como cenário. A princípio, trata-se de um simples calendário. Na melhor das hipóteses, os alunos têm o hábito de ler os números para, eventualmente, fazer relações simples do tipo: “Em que dia da semana vai cair o dia15?”

Nesse sentido, cabe ao professor fazer perguntas que levem os alunos a estabelecer relações mais complexas e, assim, levá-los a pensar em questões novas. Vejamos alguns exemplos:

1) Que mês do ano deve ser este calendário ?

Esta questão dá oportunidade para que os alunos discutam entre si e possam constatar que os meses não têm o mesmo número de dias, que há meses com 28 ou 29 dias e que a maioria tem 30 ou 31 dias.

O professor pode aproveitar a oportunidade para organizar tarefas, como marcar num calendário anual os dias em que cada aluno faz aniversário e, se achar interessante, fazer um gráfico dos meses que aparecem com mais frequência.

Neste caso, a discussão pode levá-los a fazer uma tabela de dupla entrada como podemos observar no exemplo a seguir.

28 ou 29 dias	Fev						
30 dias	Abr	Jun	Set	Nov			
31 dias	Jan	Mar	Mai	Jul	Ago	Out	Dez

A tarefa, tal como está estruturada, tem um elemento que provoca um obstáculo, o que evita que respondam de imediato "é o mês tal". Como há um dedo que cobre a parte inicial do nome do mês, as crianças têm que elaborar hipóteses baseadas na escrita dos meses, sendo assim, dos meses que têm 31 dias, somente outubro e dezembro tem terminação "bro".

O professor pode deixar a resposta em aberto, do tipo: "então pode ser outubro ou dezembro", mas pode também fornecer outras dicas se quiser que o problema tenha resposta única, do tipo: "começa por vogal" ou, ainda, "é o mês que se escreve com mais consoante".

2) Nessa mesma linha de exploração, pede-se às crianças que leiam o calendário e que digam em que dia da semana caiu o dia 1º, para, em seguida, perguntar: Qual o número do dia anterior ao dia 1º?

   Neste caso, os alunos podem reler a tabela de frequências, para concluir que, não importa se é outubro ou dezembro, em qualquer dos casos, o mês anterior deverá ser setembro ou novembro e, portanto, tem 30 dias.

3) Uma nova questão sobre o mesmo calendário pode levar as crianças a perceber regularidades na sequência dos dias.

   Proponha, inicialmente, que respondam às próximas duas questões sem olhar o calendário.

   a) Se o dia 12 caiu em uma quarta-feira, qual é o dia da quarta-feira da próxima semana?

   b) Se o dia 13 caiu em uma quinta-feira, qual foi o dia da quinta-feira da semana passada?

Nesses dois casos, as crianças devem discutir entre si e perceber que a diferença entre o número de dias que caem no mesmo dia de semanas consecutivas é sempre 7. Sendo assim, podem responder à primeira pergunta, efetuando a soma 12 + 7 e a segunda pergunta subtraindo 13 – 7.

A questão seguinte pode ser gerida de dois modos, olhando, ou não, o calendário.

c) Sabendo que o dia 29 caiu num sábado, qual é o dia do mês do sábado seguinte?

Se as crianças tentarem utilizar o esquema das perguntas anteriores, vão observar que 29 + 7 = 36, e não há um dia 36 no calendário. Pela observação do calendário, respondem por contagem 30, 31, 1, 2, 3, 4, 5 ... é o dia 5, e no caso seria ou 5 de novembro ou 5 de janeiro.

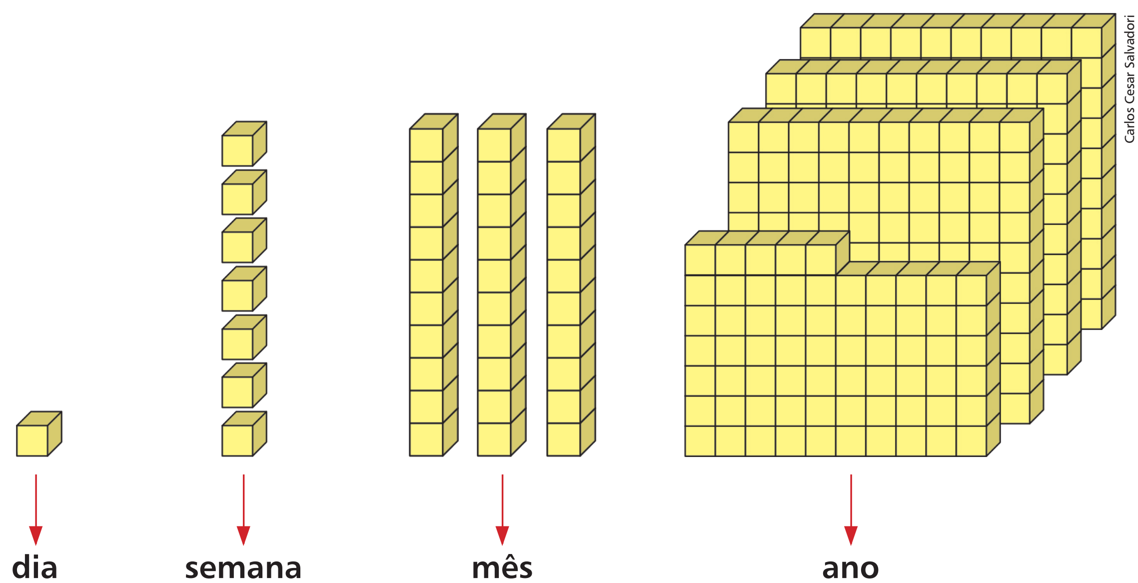
Alguns alunos utilizam outras estratégias, como efetuar duas subtrações:

31 – 29 = 2 e 7 – 2 = 5, para concluir que é dia 5.

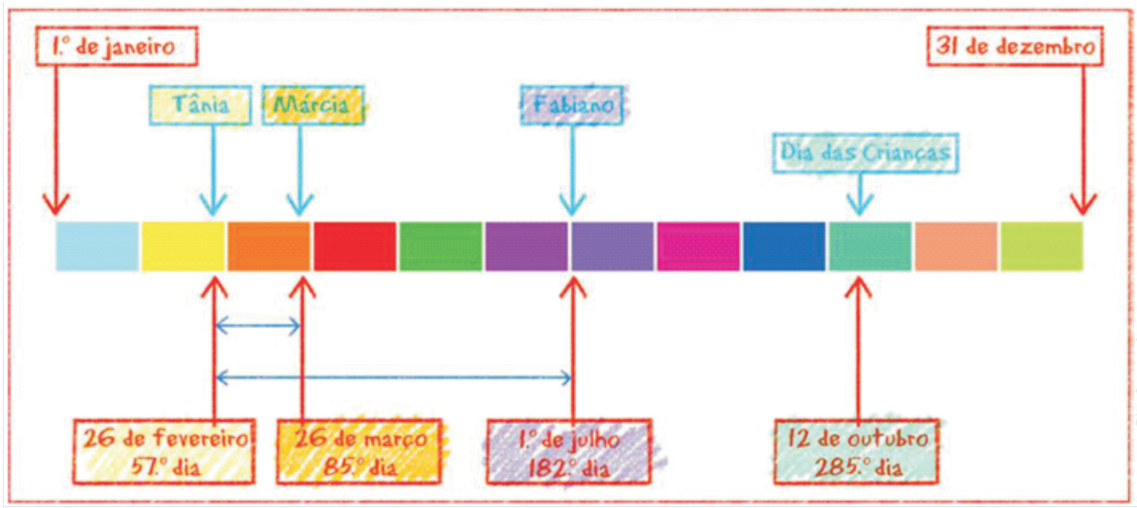
Relações numéricas e operações

Frente ao calendário, um tipo de questão que pode surgir ou ser provocada pelo professor, é colocar em relação períodos de tempo. Isso pode ocorrer quando os alunos discutem e comparam suas idades e se deparam com períodos não convencionais, por exemplo, no caso de um aluno fazer aniversário em março e outro em julho e quererem saber o quão distante está o aniversário um do outro ou, ainda, quanto um colega é mais velho que o outro.

Não se trata de uma questão simples para a faixa etária, cabe lembrar que o tempo não está, materialmente, "ali" para ser contado e comparado como fazemos com lápis, moedas ou feijões. Uma estratégia engenhosa criada por uma professora foi aproveitar o material dourado para ajudar os alunos a ter uma noção da quantidade de dias de determinados períodos.



O cálculo da distância entre aniversários dá oportunidade para os alunos explorarem outra representação do tempo, não mais como o quadro do calendário mensal, e sim como uma linha numérica, como se pode ver no esquema abaixo.

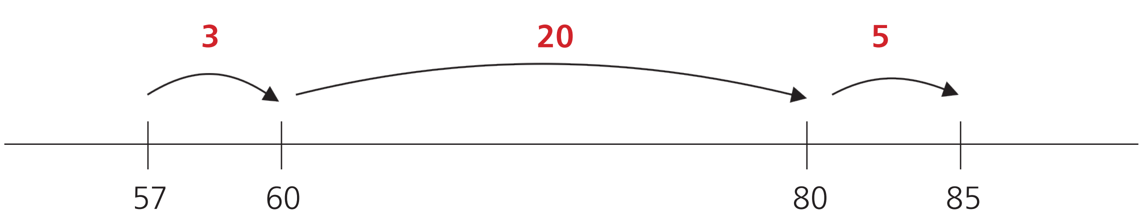


Arquivo dos autores

A problematização da distância dos aniversários, tal como aqui proposta, leva os alunos a rever e ampliar seus conhecimentos sobre números ordinais e ao aprofundamento da subtração.

Para responder quantos dias faltam para o aniversário da Márcia a partir do dia do aniversário da Tânia, os alunos podem calcular o número de dias que faltam para o fim de fevereiro e somar com o número de dias de março até o aniversário de Márcia. Mas também podem experienciar o cálculo na reta que, muitas vezes, é mais intuitivo e rápido que fazer a conta armada.

A professora pode pesquisar e dar a seguinte informação para a classe: "A Tânia faz aniversário no 57º dia do ano e a Márcia no 85º dia do ano. Quantos dias separam os dois aniversários ?"



O esquema sugere que, do aniversário da Tânia no dia 26 de fevereiro para o aniversário da Márcia no dia 26 de março, faltam 3 + 20 + 5 = 28 dias.

$$85 - 57 = 28$$

$$57 + 28 = 85$$

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 43
24/3/2014 15:55:17

Calendários e relações aritméticas

Parta de um calendário mensal qualquer e escolha 4 dias, de modo a formar um quadrado (2 x 2).

			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

Peça para os alunos somarem os números que aparecem nas diagonais.

13	14
20	21

20 + 14 = 34

13 + 21 = 34

Explique o que é uma diagonal neste caso, sem a preocupação de dar uma definição formal.

Os alunos devem constatar que a soma é a mesma e, no quadrado escolhido, dá sempre 34.

Proponha que escolham outro quadrado e somem as diagonais.

2	3
9	10

9 + 3 = 12

2 + 10 = 12

A esta altura, já desconfiam que vai dar sempre a mesma soma, se o ambiente é livre para os alunos falarem, fazerem perguntas e interagirem entre si, provavelmente eles farão verificações por si, comentando seus resultados. É o momento de institucionalizar as descobertas do grupo, por exemplo, escrevendo-as no quadro:

Os alunos desta classe DESCOBRIRAM que, em um calendário somando os números das diagonais de um quadrado, as somas dão sempre o mesmo resultado.

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 44 24/3/2014 15:55:17

Obviamente esta proposição nem sempre é correta, pois nem todos os quadrados do calendário têm todos os números e, nestes casos, não funciona se "emprestar" um dia de outro mês para completar.

30	1
7	8

Aqui, o que importa é que os alunos tiveram a oportunidade de investigar e descobrir relações aritméticas e de se sentirem muito orgulhosos por ter essas descobertas reconhecidas como uma produção coletiva e de alto nível.

Dependendo dos objetivos colocados para o grupo, o professor pode dirigir uma discussão de natureza argumentativa, entendida aqui como um dos primeiros passos dos alunos no exercício da **argumentação matemática**.

Cabe lembrar que a argumentação é uma das principais competências matemáticas, faz parte do fazer matemático. Não basta que o aluno "resolva" um problema fazendo uma conta ou usando um determinado método, é fundamental que saiba justificar porque a resposta é a certa, porque escolheu o método ou porque usou determinada estratégia e, em alguns casos, porque o método funciona.

O que estamos pontuando aqui é que, na perspectiva de uma Educação Matemática para a autonomia, a justificativa e a fundamentação de nossas ações matemáticas faz parte do processo de aprendizagem. Nessa perspectiva, não há lugar para a produção de respostas aos problemas sem reflexão e pensamento. Não devem ser aceitas as respostas como: "é assim porque eu acho", ou "é porque é" ou ainda "é assim porque o professor falou que era, e pronto".

O ensino da Matemática deve contemplar oportunidades de resolução e formulação de problemas, bem como, de desenvolvimento de capacidades argumentativas durante todo o período escolar dos anos iniciais ao Ensino Médio. Entretanto, a argumentação matemática é um processo e desenvolve-se em níveis distintos dependendo de fatores como idade, conhecimento de conteúdos, experiência matemática, maturação cognitiva e emocional, entre outros.

O tipo de argumentação mais comum nos anos iniciais é a explicação, uma explicação ainda ingênua e sem uma visão do todo. Descreveremos abaixo uma discussão coletiva sobre a justificativa da descoberta de que "a soma das diagonais no quadrado do calendário é sempre a mesma", seguida de esquemas que ajudam a compreendê-los.

- Professor: – Por que dá sempre certo?
- Aluno 1: – Certo o que professor?

- Professor: – Por que independente do quadrado escolhido, a soma dos números que estão na diagonal dão o mesmo resultado?
- Aluno 2: – Porque aumenta de um lado e diminui do outro.
- Professor: – Mostre aqui na lousa o que você está dizendo.
- Aluno 2: – Na linha de cima a gente tem um dia e o outro é o dia seguinte.
- Aluno 3: – Aumenta 1.
- Aluno 2: – A linha de baixo.
- Aluno 3: – É a semana seguinte.
- Aluno 2: – Aumenta também.
- Professor: – Aumenta quanto?
- Aluno 3: – 7 dias, aumenta 7, é uma semana.
- Aluno 2: – Na primeira diagonal eu fiz 3 + 11 e 11 é 1 a mais que o 10.
- Aluno 2: – Na segunda diagonal eu fiz 10+ 4 e 4 é 1 a mais que o 3.

3	**4**
10	**11**

3	**3 + 1**
10	**10 + 1**

10 + 3 + 1

3 + 10 + 1

Nessa altura você pode estar se perguntando "Será que este tipo de raciocínio acontece de verdade?", "Isto nunca aconteceu na minha sala de aula".

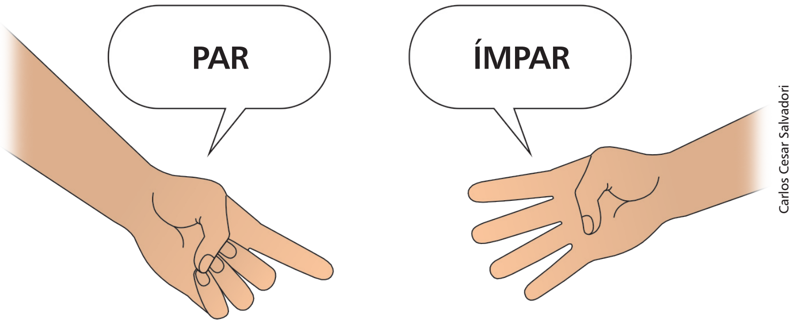
É possível que este tipo de atividade matemática seja nova para muitos professores, isso porque muitos da atual geração de professores não tiveram oportunidades de conhecer outros métodos de ensino que não aqueles que tivemos quando estudamos na escola primária e, mesmo nos estudos superiores, pouca atenção tem sido dada aos aspectos metodológicos e psicológicos do ensino. Porém os resultados apresentados neste caderno, as descobertas dos alunos e suas explicações, as interações em sala de aula tão importantes na escola atual, são reais e foram vivenciados em escolas reais, com alunos reais e professoras que tiveram oportunidade de conhecer e estudar uma Educação Matemática em que o aluno é o sujeito de seu processo de aprendizagem. Esta é a Educação Matemática que desejamos para nossos próprios filhos: alunos curiosos, ativos, perguntando, resolvendo, argumentando e raciocinando... é isso o que entendemos por "aprender Matemática!"

No próximo texto sobre pares e ímpares, damos sequência à exploração de conexões matemáticas, mostrando estratégias dos alunos, suas descobertas e como argumentam.

Conexões e relações numéricas

Pares e ímpares

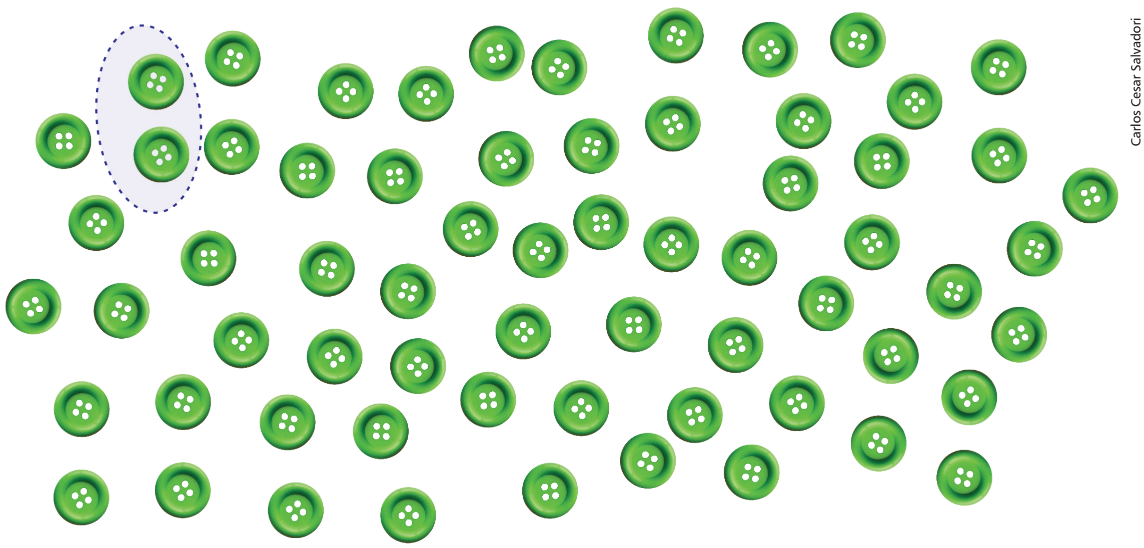
Desde cedo, as crianças jogam par ou ímpar para decidir quem inicia um jogo ou quem vai ser escolhido para fazer algo.



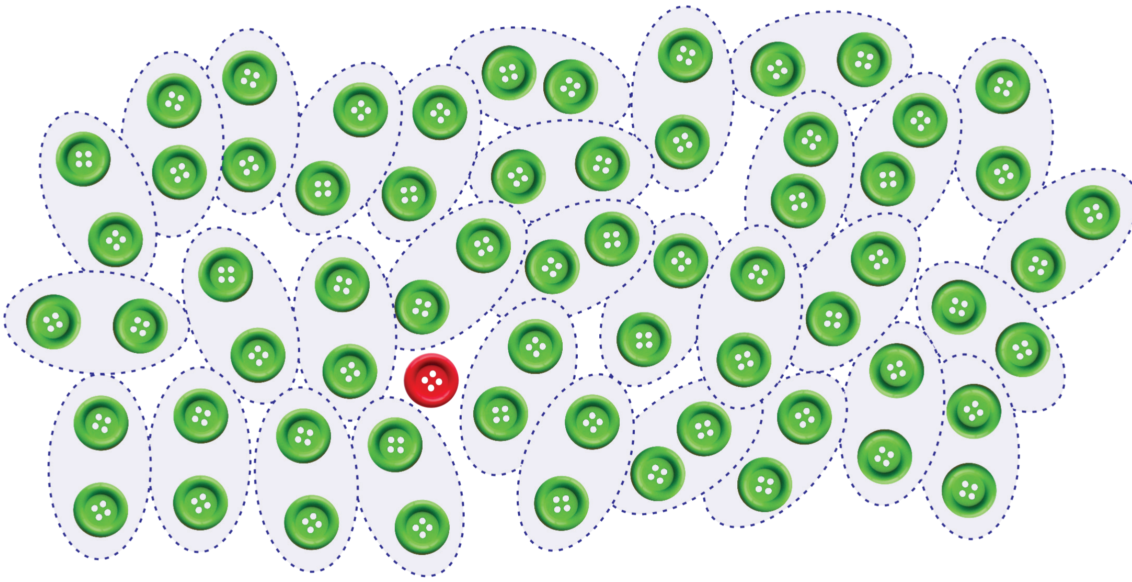
Quando muito pequenos, a estratégia para decidir se deu par ou ímpar é fazer uma espécie de agrupamento dois a dois, enquanto falam em voz alta "ímpar-par, ímpar-par, ímpar-par, **ímpar**". Se a última palavra é ímpar, sabem que a quantidade é ímpar, caso contrário, sabem que a quantidade é par.

A estratégia pode ser relacionada a um procedimento, em geral, utilizado para determinar se uma quantidade de objetos é par, quando a contagem e o Sistema de Numeração Decimal ainda não foram devidamente aprendidos.

Por exemplo, para saber se o número de objetos (feijões, botões) é par ou ímpar sem contá-los, as crianças podem agrupá-los dois a dois.



Procedendo desse modo, as crianças percebem que, se todos os objetos puderam ser pareados, então a quantidade é par, caso contrário, se sobrou um, a quantidade é ímpar.



Carlos Cesar Salvadori

Se forem expostos a mais atividades e desafios, vão perceber regularidades que lhes permitirão decidir se um número é par ou ímpar, agora sem a necessidade de fazer agrupamentos, como, por exemplo, observar o algarismo das unidades do número. Este conhecimento pode ser aferido por meio de atividades simples, como pedir para os alunos escolherem uma determinada cor para pintar os quadradinhos que têm **números pares** no quadro seguinte.

30	39	48	1	10	19	28
38	47	7	9	18	27	29
46	6	8	17	26	35	37
5	14	16	25	34	36	45
13	15	24	33	42	44	4
21	23	32	41	43	3	12
22	31	40	49	2	11	20

Trata-se de uma atividade de familiarização e reconhecimento de números pares e ímpares. Mas o objetivo do ensino é, entre outros, o de ajudar os alunos a atingir níveis mais complexos de pensamento matemático, sempre respeitando o desenvolvimento cognitivo dos alunos, de acordo com a sua faixa etária.

No quadro seguinte, os alunos devem pintar os pares. Cabe ao professor administrar a atividade e decidir se permite o uso de lápis e papel ou somente o cálculo mental. Embora a ordem de grandeza possa ser maior que o razoável para crianças menores, elas podem ser levadas a conjecturar, por exemplo, que sempre que um número terminado em par é somado com outro número terminado em par, resulta em número par.

24 + 42	20 + 30	31 + 31	21 + 20
12 + 12	23 + 24	15 + 15	23 + 25
47 + 53	37 + 47	29 + 11	39 + 1
39 + 2	29 + 47	53 + 48	77 + 53

Os alunos devem explicar como decidem quais são as somas pares e quais as somas ímpares. O resultado esperado é que percebam a regularidade apresentada no quadro abaixo.

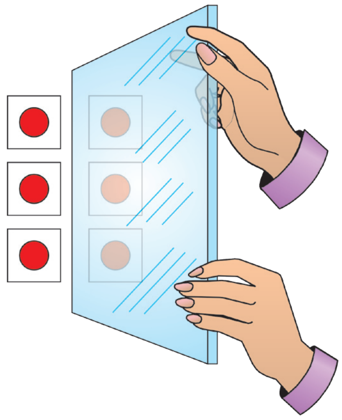
+	**Par**	**Ímpar**
Par	Par	Impar
Ímpar	Impar	Par

Caso o professor entenda que o grupo está pronto para justificar suas descobertas, pode-se conduzir uma discussão em que os alunos possam sistematizar aquilo que aprenderam pela experiência.

A ideia de número par está relacionada a uma variedade de situações e ações, expressas por palavras. Chame atenção para isso, propondo aos alunos que pesquisem coisas do cotidiano que se agrupem aos pares e palavras que sugerem a ideia de par.

PALAVRA	Explique porque a palavra tem a ver com a ideia de **par**
DOIS	
DOBRO	
DUPLA	
CASAL	
AMBOS	
BICAMPEÃO	
BICICLETA	
BINÓCULO	
BÍPEDE	
BIMESTRE	
DUELO	
DUETO	
...	

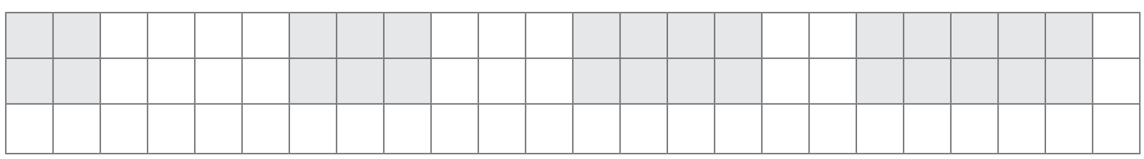
Um contexto que leva a ideia de dobro é o do espelho.


Carlos Cesar Salvadori

Os três cartões espelhados produzem a imagem de 6 bolas vermelhas.

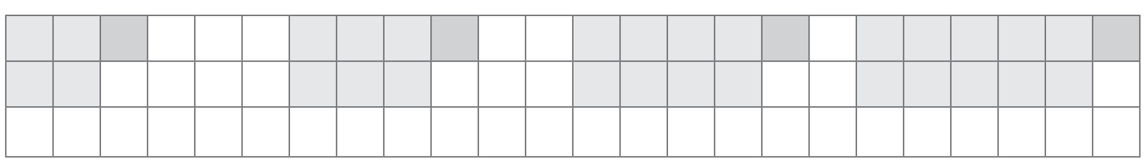
Podemos usar esta ideia para representar pares no papel quadriculado. Os alunos logo descobrirão que números pares podem ser representados por um retângulo com duas fileiras justapostas.

4 = 2 + 2 **6** = 3 + 3 **8** = 4 + 4 **10** = 5 + 5



Agregando um quadradinho aos retângulos acima, obtêm-se representações para os números ímpares.

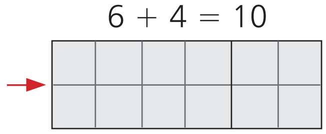
5 = 2 + 2 + 1 **7** = 3 + 3 + 1 **9** = 4 + 4 + 1 **11** = 5 + 5 + 1



Justapondo pares com pares, obtêm-se pares. Pares com ímpares resultam em ímpares e ímpares com ímpares obtém-se um par, como se pode ver nos desenhos.

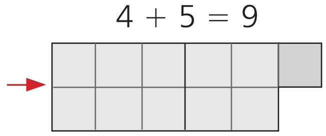
6 + 4 = 10

par + par = par



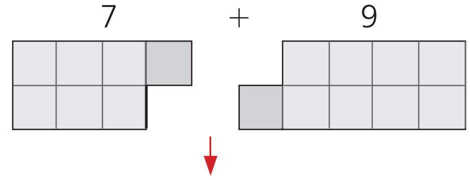
4 + 5 = 9

par + ímpar = ímpar

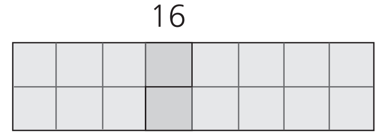


ímpar + ímpar = par

7 + 9



16



Essas ideias e representações já eram conhecidas pelos gregos há mais de 2500 anos.

Em sala de aula, os alunos podem reproduzir esses esquemas no caderno, em folha quadriculada. Podem também construir um painel para ser afixado na parede, explicando as descobertas numéricas.

As representações geométricas deste painel dão conta de "explicar" as regularidades observadas e aceitas pelos alunos e podem ser consideradas "provas", porque são sequências de argumentos que "convencem", ainda que sejam baseados em casos particulares. Entretanto, deve-se considerar que os alunos dessa faixa etária ainda não generalizam como os indivíduos já matematizados e com mais maturidade cognitiva, que conseguem operar com símbolos e objetos mais abstratos.

Cabe aqui um comentário sobre processos de **argumentação** nas aulas de Matemática. Podemos considerar distintos objetivos quando o assunto é argumentação e provas:

- num primeiro nível, os alunos devem ser expostos a processos argumentativos para entender o que é uma justificativa, o que significa explicar algo para mostrar por que alguma coisa ou um método funciona ou, ainda, se uma determinada regra tem validade;
- num outro nível, os alunos devem poder acompanhar os passos de uma explicação ou justificativa com compreensão;
- no nível seguinte, devem saber reproduzir justificativas que aprenderam com o professor ou através da leitura de um texto;
- num nível bem mais avançado, é esperado que os alunos criem justificativas pessoais e logicamente aceitáveis.

O desenvolvimento da capacidade de argumentação não ocorre do dia para a noite, os alunos desenvolvem e melhoram essas habilidades ao longo de todo o período escolar, desde os anos iniciais até o Ensino Médio. Porém, para isto, é necessário que as aulas de Matemática sejam problematizadoras e que, a cada etapa da aprendizagem, os alunos sejam provocados a explicar o que sabem, o que e como descobriram ou inventaram.

Problematizando e argumentando com pares e ímpares

Após se certificar de que os alunos dominam as noções de par e ímpar e suas propriedades, desafie-os com problemas que ativam e desenvolvem o cálculo mental e os processos de argumentação.

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 51
24/3/2014 15:55:22

Fazendo contas de cabeça

Procure pares de números cuja soma é 100.

15	55	3	25	38	62
81	47	7	9	18	27
19	6	8	17	26	35
94	14	16	25	34	36
6	15	24	33	42	44
49	23	32	41	43	3

$1 + 9 = 10$

$2 + 8 = 10$

$3 + 7 = 10$

$4 + 6 = 10$

$5 + 5 = 10$

Para resolver esta atividade, as crianças devem se lembrar dos números de 1 a 9 cuja soma é 10 e se ater ao algarismo das unidades de cada número. Assim, se o número é o 17, as crianças podem guiar sua investigação pelo algarismo das unidades e pela ordem de grandeza. Como o algarismo das unidades de 17 é o 7, buscam-se números do quadro que terminam em "3" os números 43, 13 e 83. Pensar na ordem de grandeza ajuda a eliminar o 13. O número 83 é um bom candidato. Os alunos podem conferir calculando 17 + 83:

A soma de um número cujo algarismo das unidades é 3 com outro cujo algarismo das unidades é 7 dá um número que termina em zero.

$10 + 80 = 90$

$7 + 3 = 10$

$90 + 10 = 100$

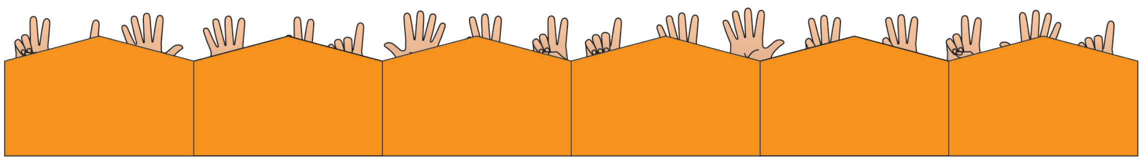
Em alguns casos, os alunos percebem rapidamente que não é possível formar a centena, por exemplo, o número que somado a 9 é 91, que não faz parte do quadro.

O jogo, além dos alunos exercitarem o cálculo mental, familiarizam-se com adições de duas parcelas que completam a centena, percebendo regularidades, do tipo 3 + 7 = 10.

Atividades como esta se justificam pelo potencial que têm de envolver os alunos em uma investigação, na formulação e testagem de hipóteses, no cálculo mental e nos processos de justificação.

Um problema, muitas possibilidades

Quantas crianças você acha que estão atrás da cerca?



Carlos Cesar Salvadori

Esta é uma atividade simples que parte de um cenário que é a imagem das mãos levantadas atrás da cerca. O professor pode ir fazendo as perguntas à medida que os alunos vão falando sobre a situação e colocando suas ideias e explicações. No primeiro momento, os alunos tendem a contar as mãos e responder 17. Porém, num ambiente interativo em que os alunos discutem entre si sobre os problemas e suas ideias matemáticas, é bastante provável que algum aluno levante a possibilidade de alguém estar com as duas mãos levantadas. Colocada essa hipótese, o que parecia ser um mero exercício de contagem e sem desafios, transforma-se num autêntico problema em que os alunos têm que colocar fatos e ideias em relação, testar possibilidades e buscar estratégias de solução.

- Professor: – Quantas crianças vocês acham que estão atrás da cerca?
- Aluno 1: – Deixa ver, 1, 2, 3, 4, ..., 15, 16 e 17, **dezessete** professor.
- Professor: – Todos estão de acordo que tem 17 crianças atrás da cerca?
- Muitos alunos gritam: – Siiiiim!
- Professor: – São 17 então?
- Aluno 2: – Tem 17 mãos levantadas.
- Aluno 3: – E, se alguém estiver com as duas mãos levantadas?

Silêncio.

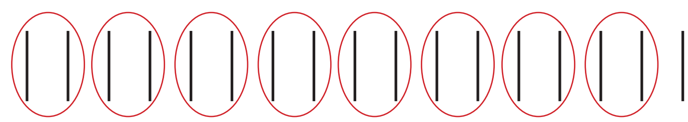
- Aluno 4: – Pode ser, então vai ter menos crianças.
- Professor: – Quantas?
- Aluno 3: – Menos que 17, 16 por exemplo.
- Professor: – Se são 16 as crianças atrás da cerca, quantas estão com as duas mãos levantadas?
- Aluno 4: – Só uma.
- Professor escreve na lousa:

  $2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 53 24/3/2014 15:55:22

- Professor: – Nesse caso, quantas estão com apenas uma mão levantada?
- Alunos contam: – 1, 2, 3, 4 ... 13, 14, 15
- ... e respondem em coro: – Quiiiinze!
- Professor: – E se a maioria das crianças estiver com as duas mãos levantadas?
- Alguns alunos vão até a lousa e fazem 17 marcas ...

... que são agrupadas de duas em duas.



(aluno 4 e aluno 5 trabalham juntos)

- Aluno 5: – Deu para agrupar 8 duplas.
- Aluno 4: – As16 primeiras.
- Aluno 5: – Com as 16 primeiras são 8 crianças com as duas mãos levantadas.
- Aluno 4: – Mas sobrou uma mão levantada, sem par.
- Aluno 5: – Então o menor número deve ser 8 + 1 = 9 crianças atrás da cerca.
- Professor: – Aí está um problema curioso, pois, se olharmos de um modo, a resposta é 17, mas, se olharmos de outro, a resposta é 9.
- Aluno 2: – É... depende da pergunta da hora.

Eis aí um exemplo de como um problema simples cresce e enriquece os alunos. Enriquece quando eles têm oportunidade de se manifestar e fazer Matemática num ambiente interativo e colaborativo.

Conexões para a aprendizagem de conceitos e procedimentos

A aprendizagem das tabuadas por meio de conexões matemáticas

Um dos conteúdos da escola básica mais importante e, por isso mesmo, um dos mais populares e controversos é o ensino das tabuadas.

Quando o assunto é tabuada, muitas pessoas, inclusive professores, costumam ter recordações ruins de suas experiências escolares, quando tinham que decorar a tabuada. Ainda hoje, não são poucos os professores que sentem dificuldades na

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 54 24/3/2014 15:55:23

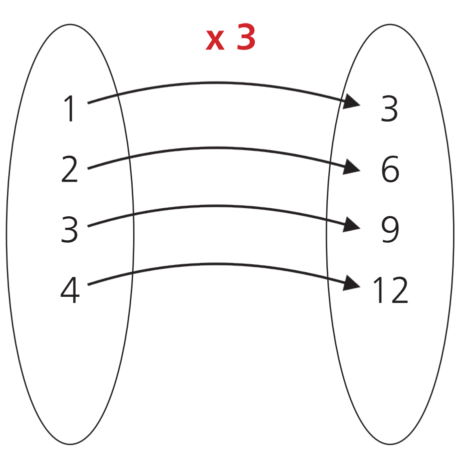
hora de ensiná-la, tornando sua aprendizagem restrita à prescrição de tabelas que devem ser assimiladas "decor" pelos alunos.

O ensino da tabuada sempre fez parte do currículo de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Estudos recentes mostram que ela pode ser compreendida sem a "decoreba", de forma bem mais natural, prazerosa e permanente.

Mas, afinal, o que são as tabuadas que se estudam na escola? Uma tabuada é um tipo especial de tabela, usado na escola para organizar e consultar fatos aritméticos. Apesar de o termo ser comumente associado à tabela da multiplicação, é possível construir e consultar tabuadas de adição, subtração, divisão, quadrados perfeitos, potências e outras relações numéricas. Ela é importante para uma aprendizagem mais sólida de outros conceitos e técnicas aritméticas, como os algoritmos da multiplicação e da divisão.

As palavras **tab**uada, **táb**ua e **tab**ela possuem o mesmo radical e, em muitos contextos matemáticos, têm o mesmo significado.

Do ponto de vista estritamente matemático, pode-se admitir que as tabuadas são representações de funções na forma de um quadro, que chamamos de tabela. A "tabuada do 3", por exemplo, associa a cada número do conjunto dos números *inteiros*[9], um outro correspondente, que é seu triplo, mas, infelizmente, a relação "número" → "seu triplo" perde-se pelo modo mecânico de seu ensino, baseado exclusivamente na decoreba de uma cantilena, na maior parte das vezes sem significado.



[9] Os "inteiros" são aqui adotados no senso comum dos números naturais positivos, aqueles que usamos naturalmente para contar.

Essa perda de significatividade fica evidente nas palavras da professora Regina Buriasco da UEL[10], em palestra proferida no EPEM[11]:

> *Como é que se pode esperar que uma criança poderia estar aprendendo a tabuada quando é treinada a escrever: três, três, três, três, ... vezes, vezes, vezes, vezes, ... um, dois, três, quatro, ... igual, igual, igual, igual, ...*

3	3 **x**	3 x **1**	3 x 1 **=**
3	3 **x**	3 x **2**	3 x 2 **=**
3	3 **x**	3 x **3**	3 x 3 **=**
3	3 **x**	3 x **4**	3 x 4 **=**
3	3 **x**	3 x **5**	3 x 5 **=**
3	3 **x**	3 x **6**	3 x 6 **=**

É um alerta importante, pois esse tipo de construção encobre e inibe o essencial no processo de compreensão das tabuadas, ou seja, as relações e propriedades aritméticas. Esse tipo de "construção" mecânica não passa de um esquema de registro pobre de significado e com pouca eficácia para a consecução do objetivo maior, que é o de levar os alunos a **aprender com compreensão** os fatos da multiplicação. Entre os vícios dessa tentativa de ensinar tabuadas, está a não explicitação das **conexões matemáticas** tão fundamentais para a compreensão dos fatos da multiplicação, do domínio de esquemas e ferramentas de pensamento que levam à memorização das tabuadas, o que contribui para que os alunos utilizem esta habilidade para resolver problemas, avaliar dados e tomar decisões.

Tabelas e tabuadas no dia a dia

Estamos cercados por tabelas e, sem nos darmos conta, também por tabuadas. Há alguns anos, era comum ver pregadas nas paredes[12] de padarias uma tabela de preços relacionando o preço dos pães, ou seja, uma tabuada do "0,35"; sendo que "trinta e cinco centavos" era o preço de cada pãozinho[13].

pães	preço total
1	R$ 0,35
2	R$ 0,70
3	R$ 1,05
4	R$ 1,40
5	R$ 1,75

[10] Universidade Estadual de Londrina, Paraná.

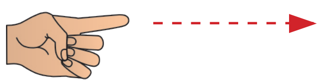
[11] Encontro Pernambucano de Educação Matemática, realizado na cidade de Garanhuns (PE) em 2002.

[12] Isso antes de 2006, quando foi imposta a obrigatoriedade da venda de pãezinhos por quilo.

[13] Pão francês, cacetinho, pão de trigo, pão d'água ou pão de sal, dependendo da região.

Cada vez que alguém pedia certa quantidade de pães, o padeiro, quase sempre, anotava o valor total num pedaço de papel sem o auxílio de qualquer recurso material, como o cálculo escrito ou uma calculadora. Ele sabia alguns valores de cabeça, ou, como se dizia antigamente, sabia "decor". Em geral, nosso padeiro não consultava a tabela da parede quando os fregueses pediam quantidades como 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 ou 12 pãezinhos, pois estes eram os pedidos mais comuns. Mas, se alguém pedia 17 pãezinhos, o padeiro, que não tinha a obrigação de saber de cabeça quanto é 17 x 0,35, virava-se para a parede às suas costas e consultava a linha 17 para ver qual era o valor de 17 pãezinhos.

Carlos Cesar Salvadori



16	5,60
17	5,95
18	6,30

Carlos Cesar Salvadori

Em seguida, anotava o preço num pedaço de papel.

Se o freguês voltasse no dia seguinte e pedisse a mesma quantidade de pães, é provável que nosso padeiro repetisse a consulta. Talvez ele a consultasse novamente na terceira vez, mas no quarto dia é possível que apenas contasse e ensacasse os pães para, em seguida, anotar o valor de R$ 5,95 diretamente no papel, sem precisar consultar a tabela.

O que teria ocorrido? Tudo indica que nosso padeiro memorizou o fato numérico da 17ª linha da tabuada do "0,35". E, por que memorizou? Porque necessitou; porque aquela conta esquisita, 17 x 0,35, passou a ter significado na sua rotina diária.

Para que servem as tabuadas?

Embora muitas pessoas ainda pensem que as tabuadas precisam ser decoradas de modo mecânico, o fato é que tabuadas são tabelas, que como tais existem para serem consultadas, não para serem decoradas ou reconstruídas a cada momento. As tabuadas, como qualquer tabela, deveriam ser construídas e ensinadas para serem **consultadas** e, no âmbito escolar, se as atividades de construção e consulta forem significativas, é grande a probabilidade da maioria dos alunos as memorizarem naturalmente, sem esforço ou cara feia. Nessa perspectiva, os fatos aritméticos da multiplicação tendem a ser apreendidos e internalizados pelos alunos, tal como já o fizeram com seus nomes, endereços e telefones de parentes e amigos.

Metodologias para uma aprendizagem significativa das tabuadas

No que segue, sempre que houver referência ao termo "conteúdo", vamos entender que se trata de conteúdos de natureza **conceitual** e **procedimental**.

Antes de discutir pontualmente as propostas de atividades, segue um conjunto de princípios que consideramos fundamentais para se obter uma aprendizagem significativa das tabuadas.

Contexto: Explorar contextos e situações-problema tão familiares quanto possível e preferencialmente acompanhados de imagens que sugiram uma multiplicação.

Construção: Oferecer oportunidades para que os alunos construam a tabuada com o professor e os colegas. Pode-se, por exemplo, afixar, nas paredes da sala, uma tabela de dupla entrada e, a cada dia, propor problemas que levem os alunos a completar as casas que faltam, fazendo uma multiplicação relacionada à casa da tabela. No processo de construção, os alunos têm que entender construtivamente porque o resultado de 3 x 4 é 12 e não simplesmente aceitarem um resultado prescrito pelo professor ou impresso no livro ou em um lápis.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Carlos Cesar Salvadori

Representação: associar imagens aos fatos da multiplicação contribui para desenvolver a fixação, por meio da memória visual. Por exemplo, exibir imagens ou desenhos que sugerem uma multiplicação.

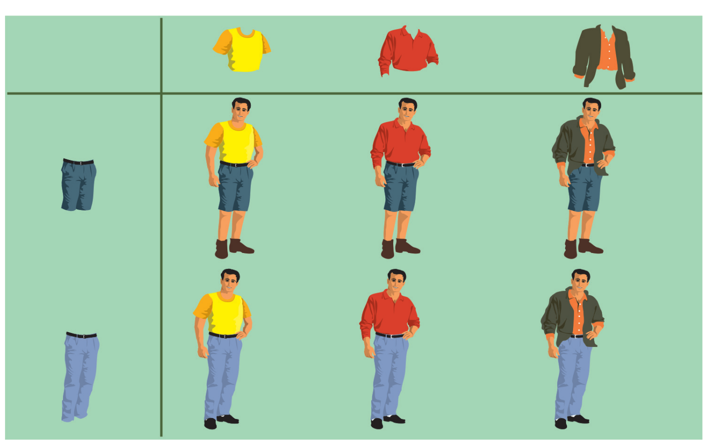
a) Pelo dispositivo retangular: um engradado de refrigerantes pode sugerir o produto 4 x 6, uma caixa de ovos o produto 2 x 6.

Carlos Cesar Salvadori

b) A soma de parcelas iguais: 5 x 3 (5 triciclos x 3 Rodas), 3 x 2 (3 caixas com 2 sapatos), 2 x 5 (duas mãos vezes cinco dedos), 3 x 4 (3 trevos de 4 folhas).

Carlos Cesar Salvadori

c) A ideia combinatória: uma tabela de dupla entrada que sugere combinações de camisa e calça.



Carlos Cesar Salvadori

Consulta: Propor problemas que, para serem resolvidos, os alunos devem ter o domínio de um fato da tabuada (um resultado). A consulta pode ser liberada no início. A frequência da consulta provocada pelos problemas ajuda na memorização. A tendência é que os alunos deixem de consultar as tabuadas quando isso não for mais necessário, isto é, quando já as tiverem memorizado naturalmente.

Análise: Problemas sobre a própria tabuada contribuem para uma memorização reflexiva. Por exemplo, propor perguntas aos alunos que os levem a conhecer melhor as regularidades, relações e propriedades. Proponha que investiguem os padrões dos números da tabuada do 3 em uma tabela de 1 a 100 (10 x 10).

Calculadora: A calculadora, se bem utilizada, contribui para a percepção de regularidades que levam à familiarização e a fixação de fatos da multiplicação, não para obter um resultado direto como 7 x 8 = 56, mas sim para perceber padrões. Por exemplo: pedir aos alunos que observem primeiro e registrem depois o que aparecer no visor da calculadora quando teclamos a sequência 7 + 7 = = = = = = = ?

Pode-se também sugerir explorações, imaginando que uma das teclas está quebrada, por exemplo:

Como obter 6 x 9 na calculadora sem usar a tecla 6 ou a tecla 9, ou ainda a tecla x?

Memorização não é sinônimo de "decoreba"

Enquanto os alunos ainda não tiverem memorizado os fatos da multiplicação, todo plano de ensino deveria prever uma etapa de **construção** e outra de **consulta** da tabuada. Porém a consulta não tem sido encorajada, muitos professores exigem que os alunos as decorem, pura e simplesmente. A "decoreba" é incentivada, porque foi dessa maneira que se perpetuou o seu ensino desde o final do século XIX e foi assim que a maioria dos professores aprendeu.

É importante reafirmar aqui a diferença entre **memorizar** e **decorar**. Para que o ensino da tabuada seja bem-sucedido, o aluno precisa memorizá-la, ou seja, apreendê-la por meio do uso em situações significativas que partam de seu universo e dos seus saberes, e não simplesmente decorá-la, sem que isso tenha qualquer significação para ele. Ao memorizá-la, ele pode resolver problemas mais facilmente, não apenas na sala de aula, mas também no cotidiano e nas atividades profissionais pelo resto da vida.

No dia a dia, memorizamos fatos e/ou informações quando recorremos com frequência a eles, por desejo ou necessidade. Por exemplo, uma secretária não precisa decorar a lista de ramais da empresa, mas de tanto fazer as ligações no dia a dia de seu trabalho, acaba memorizando os números para os quais liga sempre. Muitas pessoas de idade avançada sentem orgulho de saber "decor e salteado" a escalação da seleção brasileira que ganhou a Copa do Mundo de Futebol de 1970. É improvável que tenham decorado a lista de jogadores do mesmo modo como muitos professores ainda querem que os alunos decorem as tabuadas.

A este propósito, cabe aqui mais uma incursão etimológica sobre os termos ***decor*** e uma de suas derivações, a ***decoreba***.

Etimologia: [1]decor- (< prep. lat. de + subst. lat. cor, cordis 'coração, sede da afetividade e tb. da inteligência e da memória') + -ar; ver cor(d)-; f.hist. sXIII de cor. (HOUAISS; VILLAR; FRANCO, 2001, p. 921)

De acordo com a etimologia, saber "decor" deveria remeter a algo afetivo e mentalmente sadio. Está associado ao coração e à mente. Entretanto, o ato de decorar por obrigação e sem motivação, tornou-se um tormento, que derivou para o vocábulo "decoreba". Veja como alguns dos mais respeitados filólogos brasileiros tratam o verbete decoreba nos principais dicionários da língua portuguesa.

Dicionário	Verbete
Aurélio	**Decoreba** [De decorar2.] S. f. Bras. Gír. 1. Hábito ou mania de decorar1, de aprender de cor, sem assimilar. (FERREIRA, 2009, p. 607)
Houaiss	**Decoreba** substantivo feminino Regionalismo: Brasil. infrm. pej. 1. Ação de decorar dados, ger. para prestar exames escolares, mas sem a preocupação de entendê-los ou relacioná-los. 2. Pessoa que decora sem se preocupar em aprender ou assimilar. apositivo. Regionalismo: Brasil. Uso: informal, pejorativo. 3. Que se decora sem assimilar. Etimologia comp. hibr. de [1]*decorar* + *-eba*; ver *cor(d)-* e *'decor'* (HOUAISS; VILLAR; FRANCO, 2001, p. 922)

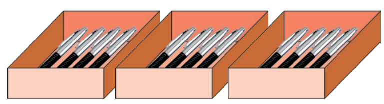
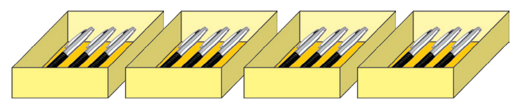
A mensagem subliminar é clara, não faz parte dos objetivos do ensino que os alunos decorem sem assimilar, sem entender, que decorem hoje o que provavelmente vão esquecer amanhã. O que se almeja é exatamente o contrário: que aprendam com compreensão e de modo significativo. Se as atividades de construção e consulta das tabuadas forem significativas, são grandes as possibilidades de as crianças as memorizarem naturalmente, tal como fizeram com os endereços e telefones de parentes e amigos e suas músicas favoritas.

Propostas didáticas

Deve-se partir dos fatos da multiplicação mais familiares aos alunos. Por isso, é recomendado que o trabalho inicial seja com multiplicações de números de 1 a 5 por números de 1 a 5 e também por 10, que são cálculos mais simples e intuitivos, o que é adequado ao aprendizado nos anos iniciais de escola.

Atente para alguns aspectos da multiplicação, embora os produtos 3 x 4 e 4 x 3 tenham o mesmo resultado se olharmos apenas o aspecto do resultado aritmético, em uma situação contextualizada, nem sempre se produz a equivalência.

Imagine dois cenários: No primeiro temos 3 estojos com 4 canetas cada e no segundo temos 4 estojos com 3 canetas cada.

	1º cenário	2º cenário
Caixas com lápis		
Situação	Menos caixas e mais canetas por caixa.	Mais caixas e menos canetas por caixa.
Multiplicação sugerida	3 x 4	4 x 3
Papel de cada fator	**3** é o multiplicador, indica a quantidade de caixas; **4** é o multiplicando e indica o número de canetas por caixa.	**4** é o multiplicador, indica a quantidade de caixas; **3** é o multiplicando e indica o número de canetas por caixa.

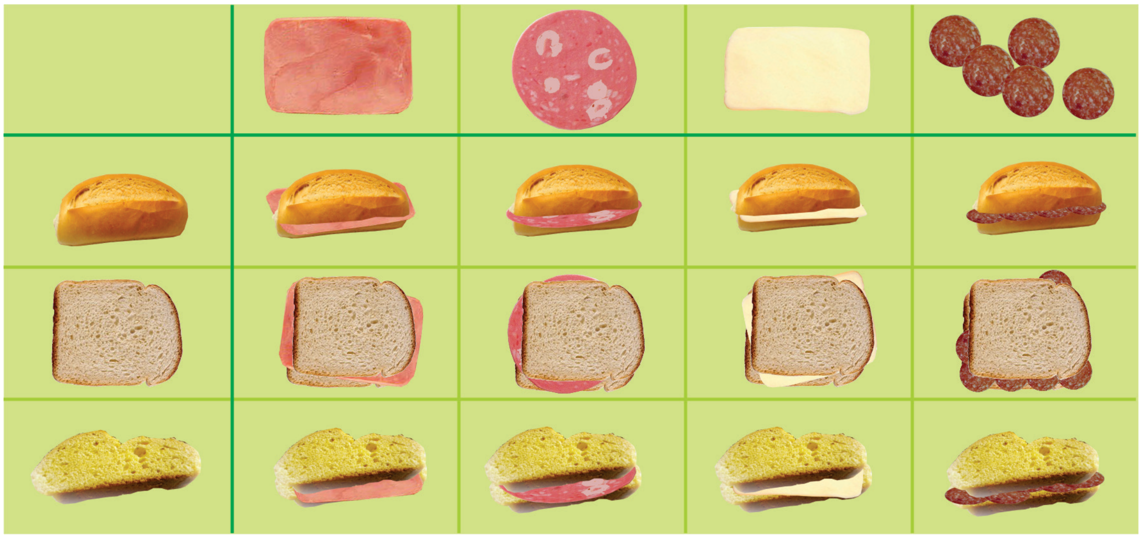
Carlos Cesar Salvadori

O que estamos chamando a atenção é que, frente a situações contextualizadas como essa, se os alunos tiverem oportunidades de pensar no contexto e discutir entre si, podem perceber que os dois cenários são distintos embora a quantidade total de canetas em cada caso seja a mesma. Na primeira situação, o 3 indica a quantidade de caixas – é o multiplicador – e determina a quantidade de parcelas na soma 4 + 4 + 4, (neste caso, o 4 indica o número de canetas por caixa). No segundo cenário, a situação se inverte e é o 4 que é o multiplicador, indicando a quantidade de caixas e o número de parcelas da adição 3 + 3 + 3 + 3.

Se a multiplicação estiver associada à ideia combinatória da multiplicação, em uma situação contextualizada, a percepção da equivalência também não se dará com facilidade.

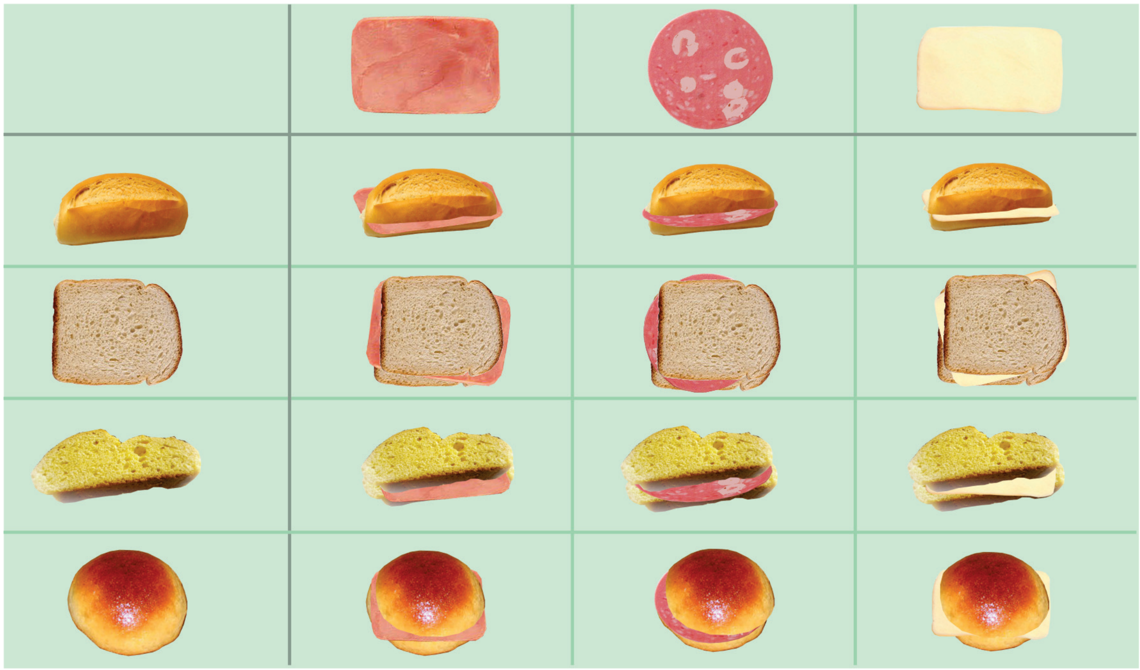
Imagine dois cenários em que se combinam tipos de pães com recheios. No primeiro cenário, temos 3 tipos de pães (francês, de forma, de milho) e 4 tipos de recheios (presunto, mortadela, queijo, salame), com estes elementos é possível montar 12 combinações. Frente a um segundo cenário em que há 4 tipos de pães (francês, de forma, de milho, de batata) e 3 recheios (presunto, mortadela, queijo), também é possível montar 12 combinações, mas os dois conjuntos são diferentes, no primeiro cenário não terá o sanduíche de pão de batata, não importa o recheio, e no segundo cenário não haverá sanduíches de salame independente do tipo de pão.

Cenário 1



Corel Stock Photos

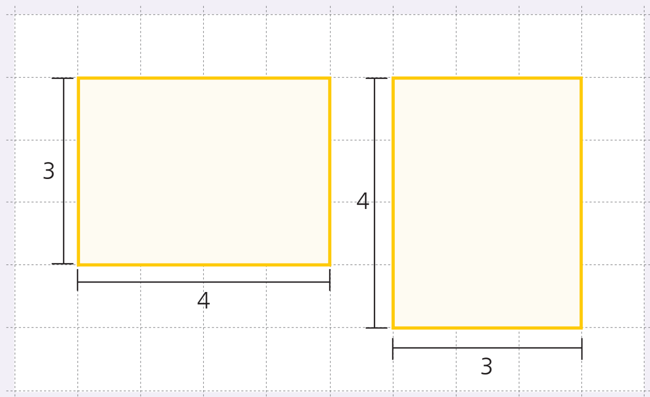
Cenário 2



Corel Stock Photos

O recado aqui é que a equivalência 3 x 4 = 4 x 3 nem sempre é percebida ou aceita pelas crianças quando estão aprendendo as primeiras ideias da multiplicação. Esta característica, conhecida como propriedade comutativa da multiplicação e popularizada pela frase "a ordem dos fatores não altera o produto", não é tão intuitiva e exige atividades adequadas para que os alunos a integrem ao conjunto de conhecimentos matemáticos que utilizará para resolver problemas.

Uma estratégia para levá-los a relacionar as duas multiplicações é explorar uma das ideias da multiplicação, a disposição retangular que está associada à ideia de área.



Os dois retângulos, embora estejam em posições diferentes, têm as mesmas medidas de lados e também a mesma área. Podem ser sobrepostos.

Perguntas, problemas e representações

Depois de ter explorado conceitos e procedimentos relacionados à multiplicação, chame a atenção dos alunos para a importância do **registro** e da organização na forma de tabelas. Espera-se que, ao final, os alunos percebam que a memorização os ajudará na resolução de problemas e na multiplicação de números maiores. A tabuada é uma sistematização dos fatos da multiplicação.

Ainda que se possa atribuir distintos significados à multiplicação como adições sucessivas (soma de parcelas iguais), ideia combinatória, disposição retangular (área), entre outras, é recomendável introduzir a construção das tabuadas por meio das adições sucessivas e situações familiares e problematizáveis.

Motive os alunos por meio de perguntas relacionadas e situações-problema significativas, factíveis, instigantes e familiares. Elas devem ter referência no mundo das crianças e em suas experiências. Nos anos iniciais pode-se propor questões como: "Se os triciclos têm 3 rodas, então quantas rodas há em 4 triciclos?" Observe e registre as estratégias que os alunos utilizarão para resolver o problema proposto. Mesmo depois de os alunos terem resolvido o problema por meio de desenhos e esquemas, continue a problematização variando as perguntas: "Quantas rodas há em 5 triciclos?", "E em 6?".

Esse ainda não é o momento para iniciar a discussão da tabuada, peça que guardem o resultado e proponha mais problemas.

Suponha que os alunos tenham resolvido problemas que levem aos seguintes resultados:

3 x 4 = 12 2 x 5 = 10 4 x 3 = 12 3 x 2 = 6 5 x 4 = 20

Após uma sequência de problemas e resultados armazenados, é hora de discutir a necessidade de registrar os resultados das multiplicações de uma forma organizada. Neste caso, na forma de uma tabela de dupla entrada.

1 x 2 =	1 x 3 =	1 x 4 =	1 x 5 =
2 x 2 =	2 x 3 =	2 x 4 =	2 x 5 = 10
3 x 2 = 6	3 x 3 =	3 x 4 = 12	3 x 5 =
4 x 2 =	4 x 3 = 12	4 x 4 =	4 x 5 =
5 x 2 =	5 x 3 =	5 x 4 = 20	5 x 5 =

x	1	2	3	4	5
1					
2					10
3		6		12	
4			12		
5			15		

Amplie o universo de problemas para assim, ir completando a tabela.

Antes de construir o quadro da tabuada, procure utilizar imagens que possam ser associadas aos problemas e fatos da multiplicação. Estudos mostram que isso contribui para que os alunos desenvolvam uma memória visual, o que leva a uma memorização mais sólida da tabuada.

Por exemplo, para ensinar os fatos da **tabuada do 3**, é recomendável privilegiar contextos em que faça sentido agrupar objetos de 3 em 3. Assim, você pode fazer uso de imagens que sugiram 2 x 3 (2 pacotes com 3 doces); 4 x 3 (4 flores com 3 pétalas) entre outras. As crianças podem fazer uma espécie de álbum da tabuada, ilustrando as multiplicações estudadas com desenhos ou recortes de figuras de revistas e jornais, com a conta como legenda.

Explore uma variedade de registros de representação que permita que os alunos percebam regularidades e as enunciem após descobri-las.

1 x 3= **3**
2 x 3 = 3 + **3** = 6
3 x 3 = 3 + 3 + **3** = 9
4 x 3 = 3 + 3 + 3 + **3** = 12

Nessa forma de organização, os alunos podem perceber que sempre que aumentam uma unidade no primeiro fator, tem que adicionar mais 3 ao resultado anterior, o que pode levá-los a um novo registro mais explícito, como:

1 x 3= **3**

2 x 3 = 3 + **3** = 6

3 x 3 = 6 + **3** = 9

4 x 3 = 9 + **3** = 12

Entretanto, dependendo de como se conduz a tarefa para os alunos, poderão aparecer alguns conflitos entre a enunciação, o pensamento e a representação. O professor deve ficar atento, não para "corrigir" e sim para entender como o aluno está pensando e assim poder ajudá-lo a reconhecer equivalências.

Construa uma tabela de dupla entrada junto com os alunos

Depois que os alunos já tiverem observado imagens com agrupamentos regulares que sugerem multiplicação, pode-se propor atividades de construção de tabuadas. Uma ideia é desenhar na lousa a tabela de dupla entrada da multiplicação e pedir que as crianças a copiem nos cadernos, pois ela será bastante utilizada para futuras consultas. Deixe alguns campos preenchidos e dê um tempo aos alunos para copiarem, depois termine de preencher junto com eles, por meio da resolução de problemas. Enfatize as regularidades nas células, linhas e colunas, por exemplo: se 2 x 1 = 2, na linha 2 x 2 o resultado será 4, pois se acrescentou 2 unidades. Leve-os a perceber que essa regularidade ocorrerá em toda a coluna da tabuada do 2. Na tabuada do 3, a regularidade é o acréscimo de 3 em 3, e assim por diante.

	1	2	3	4
1		2	3	
2		4		
3			9	
4				16

Dessa maneira, as crianças podem perceber as regularidades nas linhas e nas colunas construtivamente. Assim, os alunos poderão memorizar os fatos sem decorar.

Incentive a consulta da tabuada

Organize aulas de resolução de problemas em que os alunos poderão consultar a tabuada no caso de ainda não terem condições de fazer o cálculo mentalmente. Você pode perguntar a eles, por exemplo: "Se um boneco custa 3 reais, quanto custam 5 bonecos?". Deixe-os consultar a tabela de dupla entrada para dar a resposta.

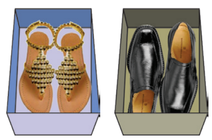
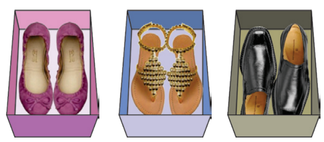
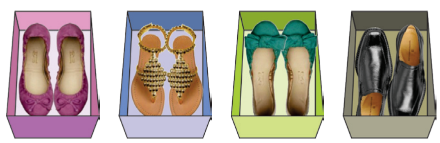
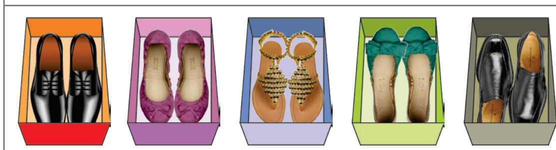
DICAS: Use um papel de *flipchart* (tamanho A0) ou papel manilha para construir uma tabela de dupla entrada pública e bem visível, que os alunos devem ir completando à medida que resolvem problemas que geram os resultados de cada célula da tabela. Depois de completada, imprima um quadro vazio de 6 cm a 8 cm de lado, que os alunos deverão preencher, pintar, colar em cartão duro ou cartolina e se quiserem, plastificar. Esta tabela em cartão duro passará a fazer parte do acervo de materiais dos alunos, que eles poderão consultar em determinadas atividades escolhidas pelo professor.

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 66 24/3/2014 15:55:29

Explore as conexões aritméticas para construir tabuadas

A **tabuada do 2** é provavelmente a mais intuitiva. Não é difícil para as crianças imaginar ou representar o dobro de quantidades e objetos. Para sua construção, deve-se explorar a relação "dobro de" e mostrar que, cada vez que somamos duas vezes a mesma quantidade, estamos dobrando essa quantidade. Um recurso muito interessante para fazer as crianças visualizarem a duplicação de coisas é usar um espelho. Oriente os alunos a investigar que coisas são agrupadas aos pares, como sapatos, rodas da bicicleta, etc.

Carlos Cesar Salvadori

	2 x 2	dobro de 2	4
		dobro de 3	
		dobro de 4	
		dobro de 5	

A **tabuada do 4** surge da ideia do "dobro do dobro". Leve as crianças a perceber que o dobro de 2 é 4.

O dobro de 4 é 8, o caminho para a construção da **tabuada do 8** é "continuar dobrando". A ação de encontrar o "dobro, do dobro do dobro" de um número equivale a multiplicar por 8.

Dobrando a tabuada do 4	→	Tabuada do 8
4	→	8
8	→	16
12	→	24
16	→	32
20	→	40

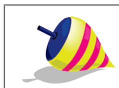
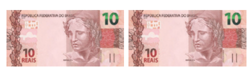
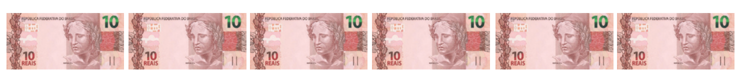
O trabalho com as tabuadas do **2**, do **4** e do **8** mobilizam a mesma ação de pensamento: **dobrar**, ou seja, estão no mesmo nível de complexidade. Realçar este tipo de relação é papel do professor.

Do dobro à metade, da tabuada do 10 para a tabuada do 5

Desde cedo os alunos recitam a sequência 10, 20, 30, 40 ... que pode ser associada à multiplicação por 10, uma operação considerada simples pelos alunos, pois, para isto, basta acrescentar um zero à direita do número. Organize estes resultados para introduzir a **tabuada do 10**, encoraje-os a escrever o resultado no caderno sempre que possível, relacionando a multiplicação por 10 a situações de contagem de objetos familiares – como lápis, bolinhas, material dourado – que possam ser agrupados de 10 em 10. Explore também a barra do material dourado e as relações do sistema monetário. Veja um modelo de atividade:

Na loja de brinquedos, cada  *custa* 

Carlos Cesar Salvadori

	Preço em reais	
1		10
2		20
3		30
4		40
5		50
6		60
7		70

7 brinquedos → 7 notas de 10 reais → 7 x 10 → 70 reais

As ideias de **dobro** e **metade** estão relacionadas, uma ação é a inversa da outra, esta relação dever ser explicitada e problematizada.

Este é um caminho para introduzir a **tabuada do 5** a partir da tabuada do 10.

Leve-os a perceber que 5 é a metade de 10 (10 ÷ por 2 = 5); logo, o dobro de 5 é 10 (5 × 2 = 10).

$$\mathbf{5} \underset{\text{metade}}{\overset{\text{dobro}}{\rightleftarrows}} \mathbf{10}$$

A tabuada do 5 pode ser facilmente construída a partir da tabuada do 10. Para calcular, por exemplo, 5 x 7, basta calcular a metade de 7 x 10. Desenhe na lousa uma tabela como a ilustrada abaixo, reforçando que os valores são a metade da tabuada do 10 e peça para registrarem no caderno:

Tabuada do 5		
1 x 5	metade de 10	**5**
2 x 5	metade de 20	1**0**
3 x 5	metade de 30	1**5**
4 x 5	metade de 40	2**0**
5 x 5	metade de 50	2**5**
6 x 5	metade de 60	3**0**
7 x 5	metade de 70	3**5**
8 x 5	metade de 80	4**0**
9 x 5	metade de 90	4**5**
10 x 5	metade de 100	5**0**

Depois de dominarem os fatos da tabuada do 5 e observarem sua representação, as crianças apreciam a regularidade que alterna "zeros" e "cincos".

Vamos partir do princípio de que foi feito um trabalho sólido, bem planejado e sem pressa, que levou os alunos a construir e memorizar a tabuada do 4 até a quinta linha, por meio de atividades significativas e problemas.

Antes de iniciar a construção das tabuadas do 6 e do 8, é oportuno retomar com os alunos os fatos da tabuada do 4 e como ela se relaciona com a tabuada do 2, ou seja, para construir a tabuada do 4, basta dobrar os valores da tabuada do 2.

1 x 4 → dobro de 1 x 2 → 2 x 2 = **4**

2 x 4 → dobro de 2 x 2 → 4 x 2 = **8**

3 x 4 → dobro de 3 x 2 → 6 x 2 = **12**

4 x 4 → dobro de 4 x 2 → 8 x 2 = **16**

5 x 4 → dobro de 5 x 2 → 10 x 2 = **20**

Use e abuse da noção de dobro para construir outras tabuadas. Para construir a tabuada do 3, basta lembrar que multiplicar um número por 3 equivale a somar um número a seu dobro, por exemplo: 5 x 3 = 5 + 10 = 15; 9 x 3 = 9 + 18 = 27. Uma vez reforçada a importância do dobro, pode-se iniciar a discussão e construção da tabuada do 6 dobrando os valores da tabuada do 3.

9 × 6 → dobro de 9 × 3 → o dobro de 27, que é 54

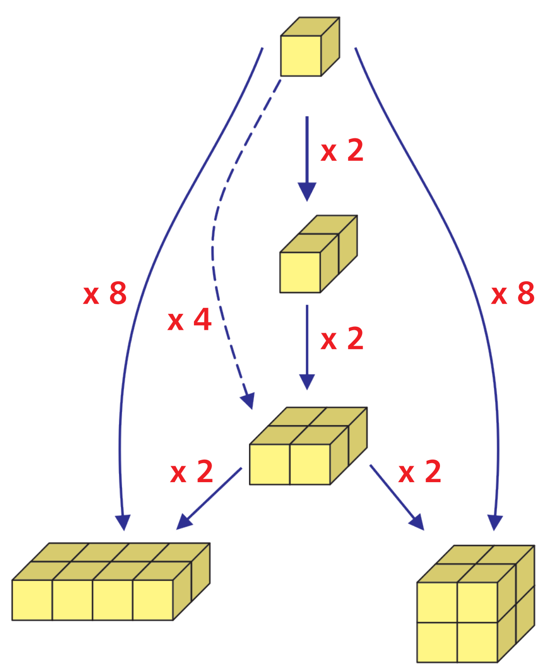
[Procedimento de cálculo mental: 2 x 27 = (dobro de 20) + (dobro de 7) = **40 + 14 = 54**]

6 é o dobro de 3			
1 x 6	dobro de 1 x 3	dobro de 3	6
2 x 6	dobro de 2 x 3	dobro de 6	12
3 x 6	dobro de 3 x 3	dobro de 9	18
4 x 6	dobro de 4 x 3	dobro de 12	24
5 x 6	dobro de 5 x 3	dobro de 15	30
6 x 6	dobro de 5 x 3	dobro de 18	36
7 x 6	dobro de 7 x 3	dobro de 21	42
8 x 6	dobro de 8 x 3	dobro de 24	48
9 x 6	dobro de 9 x 3	dobro de 27	54
10 x 6	dobro de 10 x 3	dobro de 30	60

Do mesmo modo se constrói a **tabuada do 8** dobrando os valores da tabuada do 4, ou seja, multiplicar por 8 equivale a "dobrar o dobro do dobro de um número". Para se calcular 8 $\times$ 7, por exemplo, basta calcular "o dobro do dobro, do dobro de 7".

$7 \rightarrow 14 \rightarrow 28 \rightarrow 56$

8 é dobro de 4			
1 x 8	dobro de 1 x 4	dobro de 4	8
2 x 8	dobro de 2 x 4	dobro de 8	16
3 x 8	dobro de 3 x 4	dobro de 12	24
4 x 8	dobro de 4 x 4	dobro de 16	32
5 x 8	dobro de 5 x 4	dobro de 20	40
6 x 8	dobro de 6 x 4	dobro de 24	48
7 x 8	dobro de 7 x 4	dobro de 28	56
8 x 8	dobro de 8 x 4	dobro de 32	64
9 x 8	dobro de 9 x 4	dobro de 36	72
10 x 8	dobro de 10 x 4	dobro de 40	80



A estratégia para a construção da **tabuada do 9** com compreensão e sem artifícios ou macetes é outra, envolve o reconhecimento de que **9 é quase 10**. O procedimento para multiplicar um número por 9 é reduzido ao artifício de acrescentar um zero à direita do número (x 10) e subtrair o multiplicador. Este procedimento se apoia na propriedade distributiva que os alunos dispõem intuitivamente:

8 x 9 = 8 x (10 – 1) = 80 – 8 = 72.

9 é quase 10		
1 x 9	10 – 1	9
2 x 9	20 – 2	18
3 x 9	30 – 3	27
4 x 9	40 – 4	36
5 x 9	50 – 5	45
6 x 9	60 – 6	54
7 x 9	70 – 7	63
8 x 9	80 – 8	72
9 x 9	90 – 9	81
10 x 9	100 – 10	90

A **tabuada do 7**, por muitos considerada a mais difícil, pode ser construída a partir de propriedades aritméticas, tendo como pontos de apoio o domínio dos fatos das tabuadas do **2** e do **5** que são mais simples, por exemplo:

$\boxed{\mathbf{8 \times 7}} = \boxed{8 \times 2} + \boxed{8 \times 5} = \boxed{40} + \boxed{16} = \boxed{\mathbf{56}}$

7 = 2 + 5			
1 x 7	1 x 2 + 1 x 5	2 + 5	7
2 x 7	2 x 2 + 2 x 5	4 + 10	14
3 x 7	3 x 2 + 3 x 5	6 + 15	21
4 x 7	4 x 2 + 4 x 5	8 + 20	28
5 x 7	5 x 2 + 5 x 5	10 + 25	35
6 x 7	6 x 2 + 6 x 5	12 + 30	42
7 x 7	7 x 2 + 7 x 5	14 + 35	49
8 x 7	8 x 2 + 8 x 5	16 + 40	56
9 x 7	9 x 2 + 9 x 5	18 + 45	63
10 x 7	10 x 2 + 10 x 5	20 + 50	70

Tabuadas não convencionais

Depois de dominadas e memorizadas, as tabuadas mais tradicionais (de 2 a 10), pode-se oferecer aos alunos oportunidades de construir tabuadas não convencionais como, por exemplo, as tabuadas do 11, 12, 15, 20, 30, 40, 60, etc. Vários são os contextos que podem levar à construção e memorização dessas tabuadas:

Tabuada	**11**	**12**	**60**
Contexto	time-jogador de futebol	fruta-quantidade	horas-minutos
Fatos	1 time → 11 jogadores 2 times → 22 jogadores 3 times → 33 jogadores	1 dúzia → 12 bananas 2 dúzias → 24 bananas 3 dúzias → 36 bananas	1 hora → 60 minutos 2 horas → 120 minutos 3 horas → 180 minutos

Observe que a estratégia para construir a tabuada do 60 passa por levar os alunos a retomar tabuadas já estudadas em anos anteriores, no caso as tabuadas do 6 e do 10, o que contribui para que revisitem e mantenham-se familiarizados com os fatos da multiplicação.

A fim de realçar a força da construção das tabuadas a partir de relações e propriedades aritméticas, vamos exemplificar com a construção de uma tabuada pouco convencional: a tabuada do 13.

Tabuada do 13		Propriedade de suporte[14]
1 × 13	13	13
2 × 13	26	O dobro de 13: Cálculo Mental simples. Trata-se de uma adição sem reserva.
3 × 13	39	13 + 26: outra adição sem reserva.
4 × 13	52	O dobro de 26 (2 x 13): o dobro de 20 é 40, o dobro de 6 é 12, 40 + 12 = 52
5 × 13	65	A metade de 130: metade de 100 = 50, metade de 30 = 15; 50 + 15 = 65
6 × 13	78	O dobro de 39: o dobro de 30 = 60; o dobro de 9 = 18; 60 + 18 = 78
7 × 13	91	26 + 65 ou 13 + 78 ou 39 + 52
8 × 13	104	O dobro de 52 (4 x 13): o dobro de 50 é 100, 2 x 2= 4 → 100 + 4 = 104
9 × 13	117	130 – 13 = 117; ou 104 + 13
10 × 13	130	130

[14] Esta coluna apresenta sugestões de suporte que poderão ser utilizadas, isso não significa que necessariamente o professor deva induzir a criança a pensar dessa maneira.

Recorra a atividades e jogos que ajudem a memorizar a tabuada

Os jogos são uma forma interessante de propor problemas, pois favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução. Os desafios aqui propostos contribuem para que os alunos se familiarizem com regularidades numéricas e a memorização dos fatos da tabuada.

- **Sequências com padrões**: Faça uma tira numerada de 1 a 50, do tipo jogo de trilha, para cada aluno. Distribua lápis de cores diferentes e peça que pintem de uma cor os resultados da tabuada do 3. Depois solicite que digam em voz alta os números pintados.
- **Dominós de tabuada**: São encontrados em lojas de brinquedos educativos, mas podem ser confeccionados. A regra é semelhante à do dominó clássico: os alunos devem encostar a peça que apresenta uma multiplicação a outra peça que apresente o respectivo resultado.

Arquivo dos autores

O dominó da tabuada construído na escola pelo professor e alunos. O trabalho de construção das peças com cartolina, leva-os à se familiarizarem com os fatos da multiplicação.

- **Bingo da tabuada**: Pode ser facilmente construído ou encontrado em lojas especializadas. A regra é a do bingo tradicional.
- **Labirinto da tabuada**: Pode ser jogado *online*: <http://revistaescola.abril.com.br/swf/jogos/exibi-jogo.shtml?209_tabuada-2.swf>.

Sobre a avaliação da tabuada

A maneira mais eficaz para saber se o aluno aprendeu a tabuada é colocá-lo frente a problemas autênticos e desafiadores que necessitem da compreensão e da utilização dos fatos da tabuada. Não é recomendável a proposição de listas para os alunos preencherem buscando um resultado na memória. Esse tipo de atividade não estimula nem desenvolve o raciocínio.

Compartilhando

Atividade 1

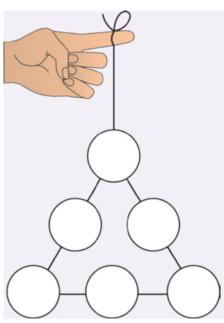
Em vários momentos, nesse caderno, foi apontado que uma das grandes dificuldades que temos para aproveitar conexões entre conceitos da Matemática e da Matemática com o cotidiano, é o fato de que não aprendemos desse modo. Descreva em linhas gerais, como foi a sua experiência como aluno neste quesito. Você se lembra de momentos em que as conexões estiveram presentes? Relate algumas das recordações de seu grupo para socializar com seus pares.

Atividade 2

Neste caderno você teve a oportunidade de sistematizar diversas conexões que já foram apresentadas nos outros cadernos. Com vistas a ampliar o seu repertório de conexões, juntamente com seu grupo, resolva as seguintes situações:

Triângulo mágico

Carlos Cesar Salvadori



Distribua os números 1, 2, 3, 4, 5 e 6 de modo que a soma dos números de qualquer um dos três lados seja sempre 9.

Coleta de latas

A turma da classe do Juca combinou de coletar latas de alumínio para uma campanha de reciclagem, proteção do meio ambiente e arrecadação para compra de materiais.

Veja na tabela quanto cada colega juntou de latinhas:

Estudante	Quantidade de latas
Pedro	23
Maria	31
Diana	27
Beto	30
Luís	12
Joana	27
Teca	28
Joel	19

Carlos Cesar Salvadori

a) Quem coletou mais e quem coletou menos latas?

b) Juntando tudo o que foi coletado dá aproximadamente quantas latas?

100	150	200	300

c) Quantas latas Joana precisaria coletar a mais para juntar o mesmo número de latas que o Beto coletou?

d) Quantas latas o Beto e Joel coletaram juntos?

e) Quantas latas Beto juntou a mais do que Pedro?

O professor organizou quatro equipes A, B, C e D, cada equipe formada por uma dupla que juntou suas latinhas. Calcule a quantidade de latas coletadas pelas duplas:

A	B	C	D
Pedro e Joel	Maria e Teca	Diana e Joana	Beto e Luís

f) Que equipe coletou mais latas?

g) Como deveria ser formada uma dupla que seria a campeã de coleta, independente de como foram formadas as outras duplas?

Noções de proporcionalidade na cozinha

DOCE OU AZEDO?

NOS DIAS DE SOL E CALOR, NADA COMO UMA LIMONADA GELADINHA PARA REFRESCAR!

RECEITA DE LIMONADA

Carlos Cesar Salvadori

1. QUAL LIMONADA VAI FICAR MAIS DOCE?

2. QUAL LIMONADA VAI FICAR MAIS AZEDA?

Atividade 3

Agora discuta com seu grupo:

a) Como podem ser caracterizadas as conexões da atividade anterior? São conexões entre conceitos? Quais? São conexões com o cotidiano? Com outras áreas?

b) As atividades mencionadas são adequadas para o trabalho com as crianças de sua sala de aula? Há como adaptá-las?

Atividade 4

Neste caderno aprofundamos as discussões sobre a tabuada. Como foi sua experiência com relação à tabuada no tempo de escola? No que estava de acordo com o que foi apresentado neste caderno?

Atividade 5

Entre as recomendações didáticas que dizem respeito ao ensino da tabuada, uma delas consiste em construir, primeiramente com os alunos, a tabuada até o número 5. Que outras recomendações são feitas?

Atividade 6

Por que motivo atualmente escrevemos a tabuada do 3, como sendo 1 x 3, 2 x 3, 3 x 3, 4 x 3, e assim por diante, diferentemente do que fazíamos antigamente 3 x 1, 3 x 2, 3 x 3, 4 x 3, ...?

Atividade 7

Em uma folha de papel quadriculado, represente, desenhando retângulos, multiplicações que tenham como resultado 6, 20 e 24. Quais as vantagens pedagógicas que tal prática pode trazer?

Atividade 8

Conforme as ideias presentes neste caderno, a calculadora deve ser utilizada em atividades investigativas. Uma dessas atividades consiste no seguinte:

Use os algarismos 4, 5, 6, 7 e 9, sem repetição, para preencher as lacunas da conta de multiplicar ($\boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{}$ x $\boxed{}\,\boxed{}$) de modo a obter:

a) o maior resultado possível;

b) o menor resultado possível.

Adapte esta atividade à sua realidade com vistas a aplicar com seus alunos.

Atividade 9

Retome as ideias deste caderno. Reflita sobre a sua realidade de sala de aula e a realidade de seus alunos. Depois elabore, em conjunto, uma sequência didática com vistas à aplicação em sua sala de aula, considerando:

a) Conexões com o cotidiano. O **Quadro de contextos**, **situações problema** e **conteúdos**, poderá ser útil.

b) Conexões entre ideias e conceitos matemáticos. Retomar as ideias do texto "Conexões entre campos conceituais da própria Matemática" pode ajudar.

Para Saber Mais

Sugestões de Leituras – Livros

KAMII, C. **A criança e o número:** implicações da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos. Campinas: Papirus, 1986.

Trata-se de um clássico da Educação Matemática à luz dos estudos sobre psicologia da aprendizagem. Constance Kamii, que foi discípula de Piaget, discorre sobre variados aspectos da construção do conceito de número pela criança antes e durante a escolarização.

SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. **A compreensão de conceitos aritméticos:** ensino e pesquisa. Campinas: Papirus, 1998.

Os autores discutem da Matemática da vida diária à Matemática da escola, destacando a importância dos contextos e da cultura do estudante. Em outros capítulos discorrem sobre temas como os problemas de adição e subtração e as relações entre razão, divisão e medida bem como o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão.

DIENES, Z. P. **As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática**. São Paulo: EPU, 1972.

Neste livro Dienes discute o que é compreender e o que é aprender, para isso ele discorre sobre as etapas da aprendizagem da Matemática mediadas pelo uso de materiais manipuláveis e estruturados.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. São Paulo: Artmed, 1997.

Neste livro os autores discutem vários aspectos do processo de construção dos números e das ideias e estratégias utilizadas pelas crianças para resolver problemas aritméticos do ponto de vista dos processos de aprendizagem.

ZASLAVSKY, C. **Criatividade e confiança em matemática:** desenvolvendo o senso numérico. São Paulo: Artmed, 2009.

Da mesma autora de "Jogos e atividades matemáticas do mundo inteiro", um clássico da literatura sobre cultura, jogos e Matemática, neste livro Zaslavsky explora situações sobre variados temas, como a noção do zero, contagens com dedos e registros, números pares e ímpares, calculadora e senso numérico, explorações com dinheiro e medidas, charadas e quebra-cabeças por meio de atividades lúdicas e desafiadoras.

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 77 24/3/2014 15:55:40

LOPES, A. J.; GIMENEZ, J. **Metodologia para o ensino da aritmética:** competência numérica no cotidiano. São Paulo: FTD, 2009.

Livro sobre metodologia que trata dos processos aritméticos, de contextos e das competências de cálculo (mental, escrito, estimativa e calculadora) bem como de recursos didáticos com o uso de materiais manipuláveis e estruturados e ainda de avaliação da aprendizagem.

TAHAN, M. **Meu anel de sete pedras**. Rio de Janeiro: Record, 1990.

Malba Tahan apresenta, em linguagem agradável, a Matemática cantada em prosa e versos em cantigas, parlendas e desafios. Apresenta ainda uma história dos sistemas de medidas e sobre os usos dos números em determinados contextos.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. **Na vida dez, na escola zero:** os contextos culturais da aprendizagem da matemática. São Paulo: Cortez, 1988.

Este livro é um marco na literatura de Educação Matemática brasileira e que teve um forte impacto no mundo todo, em que os autores mostram e discutem as relações entre cognição e cultura, em que os saberes das crianças devem ser levados em conta pelos professores em sala de aula.

LOPES, A. J.; FRANT, J. B. **Nós da matemática:** soluções para dez desafios do professor. São Paulo: Ática Educadores, 2011.

Livro que trata de dez tópicos da Alfabetização Matemática de forma modulada, em que se discutem as ideias e conceitos das operações de adição e subtração e multiplicação e os procedimentos de cálculo com ênfase nas estratégias espontâneas dos alunos para chegar aos algoritmos convencionais. Trata ainda o sentido numérico, do sistema de numeração decimal, das medidas e da tabuada.

Sugestões de Leituras – Artigos

LOPES, A. J. Explorando o uso da calculadora no ensino de matemática para jovens e adultos. In: BRASIL, **Construção coletiva:** contribuições à educação de jovens e adultos. Brasília: UNESCO/MEC, 2005. Disponível em: <http://matematicahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos_publicados.asp?aux=Calculadoras>.

O artigo traz uma discussão ampla sobre as possibilidades de uso da calculadora com inteligência, tratando sobre vantagens e desvantagens, limites e possibilidades. Trata ainda da calculadora como um recurso de cálculo que pode ser utilizado como suporte para o desenvolvimento de outras modalidades de cálculo: o mental a estimativa e o escrito (para melhor compreensão dos algorítmos tradicionais).

LOPES, A. J. A favor da tabuada, mas contra a decoreba no ensino primário. **Boletim GEPEM**, – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática, Rio de Janeiro, n. 51, 2007.

Este artigo discute algumas concepções e crenças sobre o ensino-aprendizagem da tabuada na escola primária, resgatando seu significado como representação tabular de uma função linear, bem como, das raízes históricas das primeiras tabelas e etimologias de termos correlatos. Por fim, procura estabelecer as nuances que distinguem duas ações, memorizar e decorar, cujos verbos são comumente tratados como sinônimos.

Sugestões de Vídeos

Dezessete e setecentos
<http://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=B064YfdTpMw>.

Trata-se de uma música de Luiz Gonzaga em que é apresentado um problema de aritmética em um contexto do sertão nordestino, utilizando expressões antigas relacionadas ao sistema monetário. Em sala de aula, pode-se brincar de encontrar a solução para o impasse, além da própria exploração do gênero textual apresentado.

Matemática em toda parte
<http://tvescola.mec.gov.br/index.php?item_id=2353&option=com_zoo&view=item>.

Série de doze episódios. A partir de atividades sugeridas pelo professor Bigode, são apresentados importantes conceitos matemáticos vivenciados em nosso dia a dia.

Sugestão de *Site*

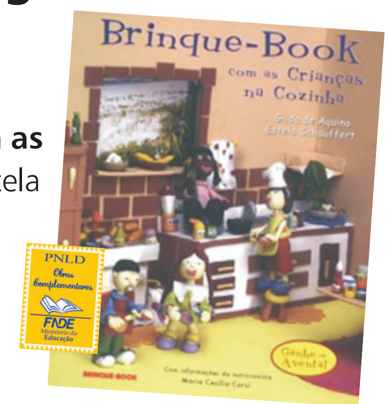
<http://www.jangadabrasil.org/>.

Trata-se de um *site* sobre Cultura Popular, em suas mais diversas manifestações. Nele encontra-se desde parlendas, cantigas, poemas até técnicas de artesanato das mais diversas partes do nosso país. Trata-se de uma excelente fonte de consultas para ampliar o repertório de possíveis conexões com a Matemática e outras áreas do conhecimento.

PNAIC_MAT_Caderno 8_pg001-080.indd 79
24/3/2014 15:55:41

Sugestões de Atividades para os Encontros em Grupos

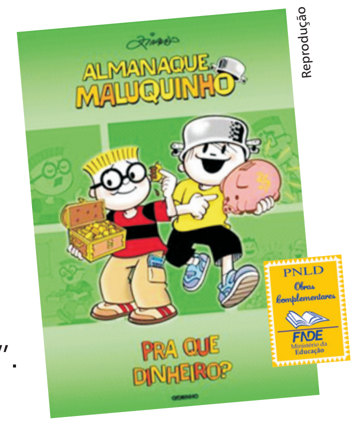
1º momento (4 horas)



Reprodução

- Fazer a leitura deleite do livro **Brinque-Book com as crianças na cozinha**, de Gilda de Aquino e Estela Schauffert.
- Retomada do encontro anterior.
- Fazer a leitura do "Iniciando a Conversa".
- Realizar as atividades 1, 2 e 3 da seção "Compartilhando".

2º Momento (4 horas)



Reprodução

- Fazer a leitura de duas tirinhas do livro **Almanaque Maluquinho – pra que dinheiro?**, de Ziraldo, e discutir as possibilidades pedagógicas livro para o trabalho com a Alfabetização Matemática. Que conexões o livro permite fazer?
- Realizar as atividades 4 a 9 da seção "Compartilhando".

Atividades para Casa e Escola

1. Aplicar e registrar uma das sequências didáticas que foi criada pelo grupo.
2. Preparar relatório síntese das atividades realizadas no ano para apresentação no seminário final.

Referências

BURIASCO, R. L. C. Sobre avaliação e educação matemática. ENCONTRO PERNAMBUCANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5. Garanhuns, 2002. **Anais...** Garanhuns, 2012.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática:** elo entre as tradições e a modernidade. São Paulo: Ática, 1990.

FERREIRA, A. B. H. **Novo dicionário Aurélio da língua portuguesa**. 4. ed. Curitiba: Positivo, 2009.

FREUDHENTAL, H. Fiabilité, validité et pertinence – critères de la recherche sur l'enseignement de la mathématique. **Educational Studies in Mathematics**, n. 13, 1982.

HOUAISS, A.; VILLAR, M. S.; FRANCO, F. M. M. **Dicionário Houaiss da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.