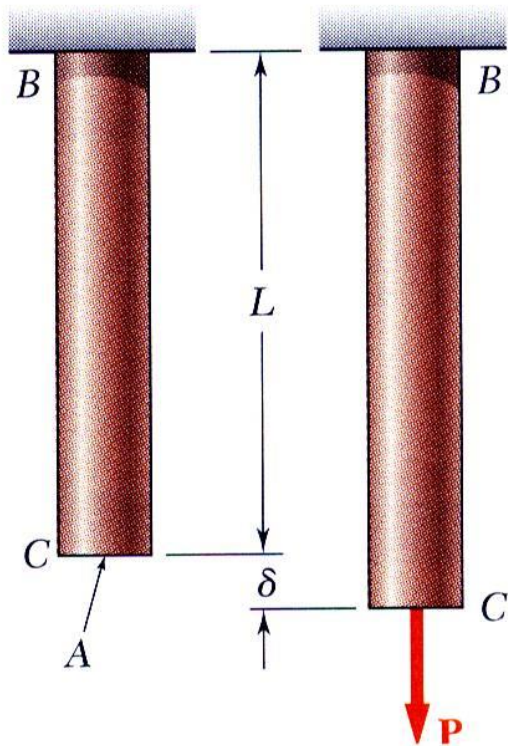


Capítulo 1

Carga axial



1.1 - Revisão



Barra homogênea BC, de comprimento L e seção uniforme de área A, submetida a uma força axial centrada P

Definição de deformação e de tensão:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$$

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Da Lei de Hooke:

$$\sigma = E\varepsilon \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{P}{A} \frac{1}{E} = \frac{P}{EA}$$

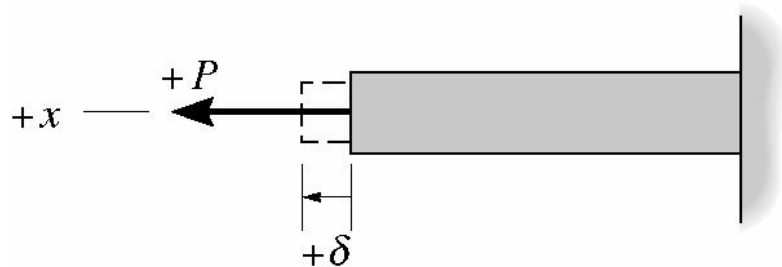
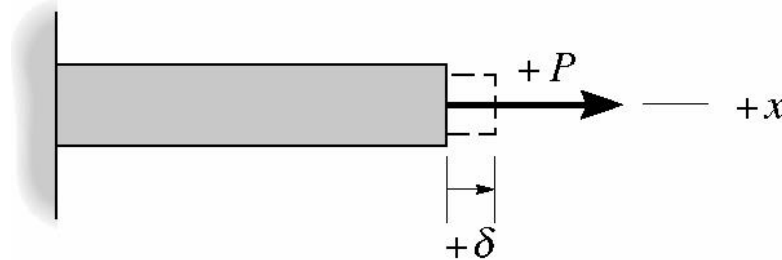
Temos para o deslocamento:

$$\delta = \frac{PL}{EA}$$

Com variações de carga, seção transversal ou propriedades dos materiais,

$$\delta = \sum_i \frac{P_i L_i}{E_i A_i}$$

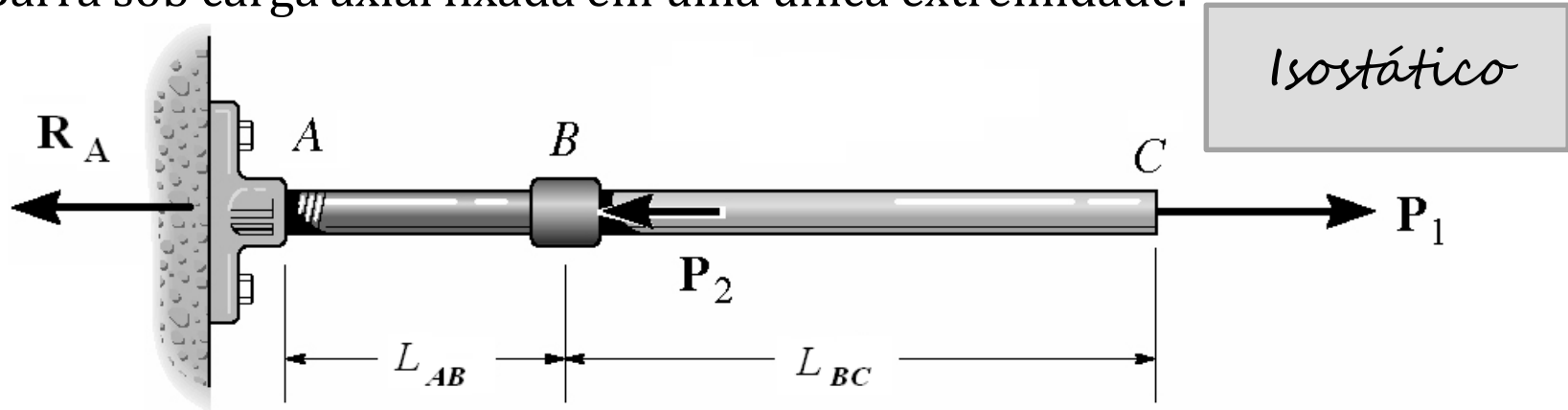
Força e deslocamento são positivos se provocarem tração e alongamento;
e negativos causarão compressão e contração.



Convenção de sinal positivo para P e δ

1.2 - Problemas hiperestáticos

Barra sob carga axial fixada em uma única extremidade:



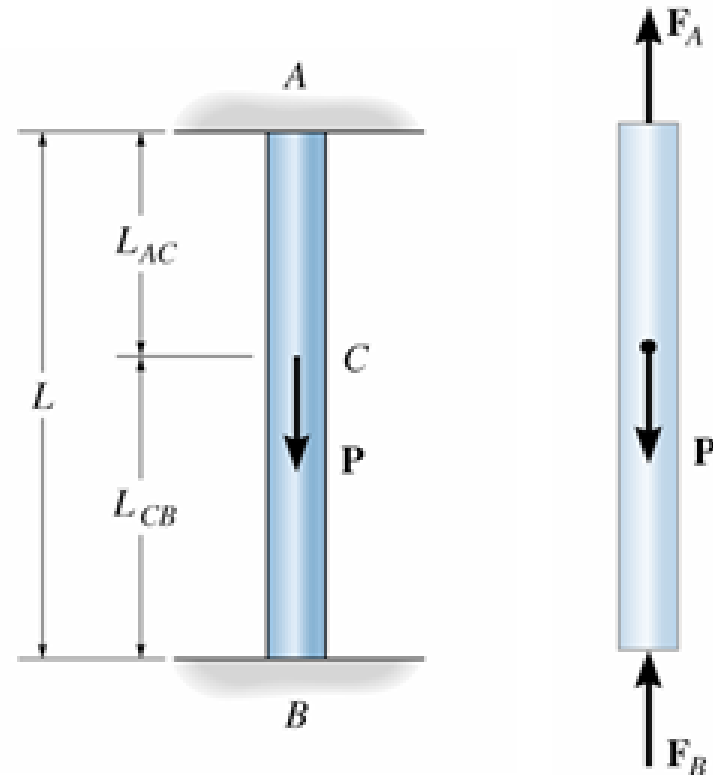
Este problema é **isostático**, porque apenas as equações de equilíbrio disponíveis são suficientes para determinar as reações de apoio.

$$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0: -R_A - P_2 + P_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A = P_1 - P_2$$

Barra sob carga axial fixada nas duas extremidades:

Neste caso o problema é **hiperestático**, porque apenas as equações de equilíbrio não são suficientes para determinar as reações de apoio.

Hiperestático

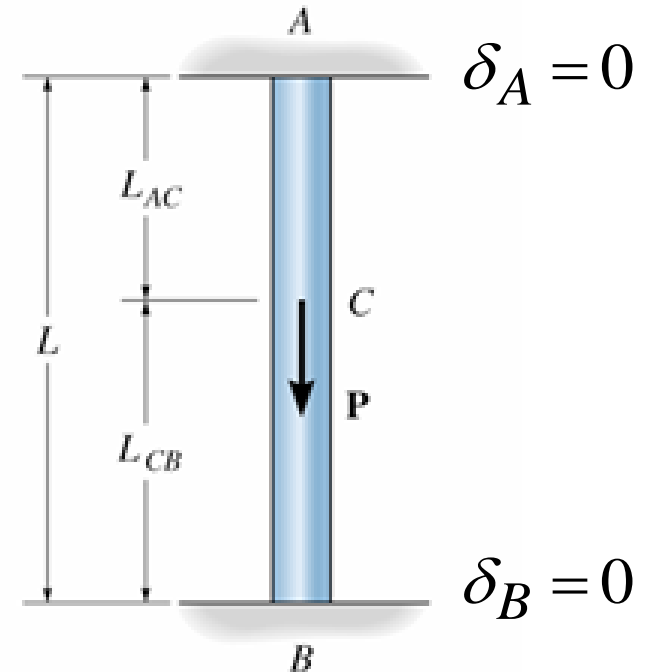


$$+ \uparrow \sum F_y = 0: F_A + F_B - P = 0 \quad \Rightarrow \quad F_A + F_B = P \quad (1)$$

1.3 - Equação de compatibilidade

É preciso criar uma equação adicional que leva em conta a maneira como a estrutura se deforma.

Este tipo de equação é chamado de **equação de compatibilidade** (ou condição cinemática).



Neste problema como as extremidades A e B são fixas, tem-se que o deslocamento relativo entre A e B deve ser nulo.

$$\delta_{AB} = 0$$

Equação de compatibilidade:

$$\delta_{AB} = \delta_{AC} + \delta_{CB} = 0$$

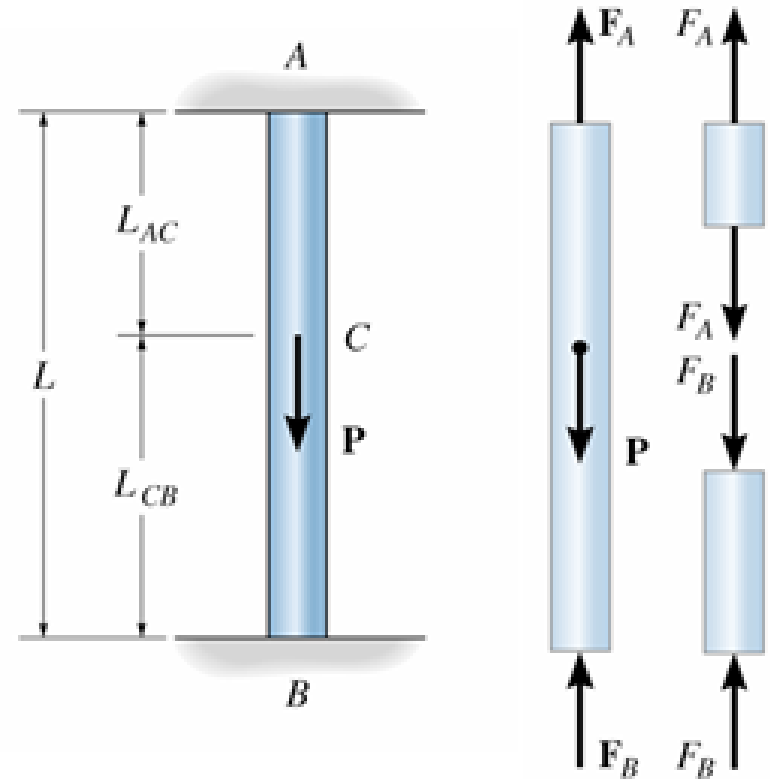
$$\delta_{AB} = \frac{N_{AC} \cdot L_{AC}}{E \cdot A} + \frac{N_{CB} \cdot L_{CB}}{E \cdot A} = 0$$

$$\frac{F_A \cdot L_{AC}}{E \cdot A} + \frac{(-F_B) \cdot L_{CB}}{E \cdot A} = 0$$

$$F_B = \frac{L_{AC}}{L_{CB}} F_A \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1):

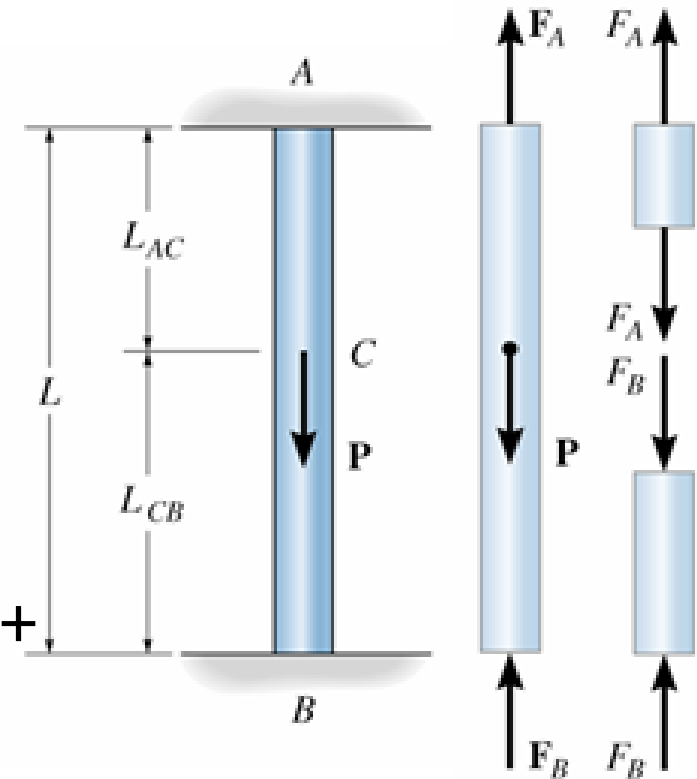
$$F_A = \frac{L_{CB}}{L} P \quad e \quad F_B = \frac{L_{AC}}{L} P$$



$$F_A + F_B = P \quad (1)$$

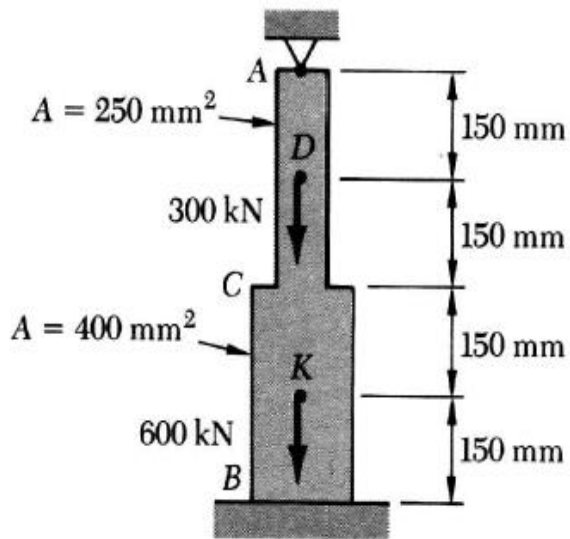
Procedimento de análise:

1. Desenhar um diagrama de corpo livre da estrutura, indicando todas as reações de apoio e forças externas.
2. Aplicar as equações de **equilíbrio** disponíveis.
3. Criar uma ou mais equações de **compatibilidade** adicionais.
4. Resolver o sistema de equações: **equilíbrio + compatibilidade**.



Exercício de fixação

1) A barra de aço é presa a dois apoios fixos A e B. Determine as reações desses apoios quando se aplica o carregamento indicado. $E_{\text{aço}} = 200 \text{ GPa}$

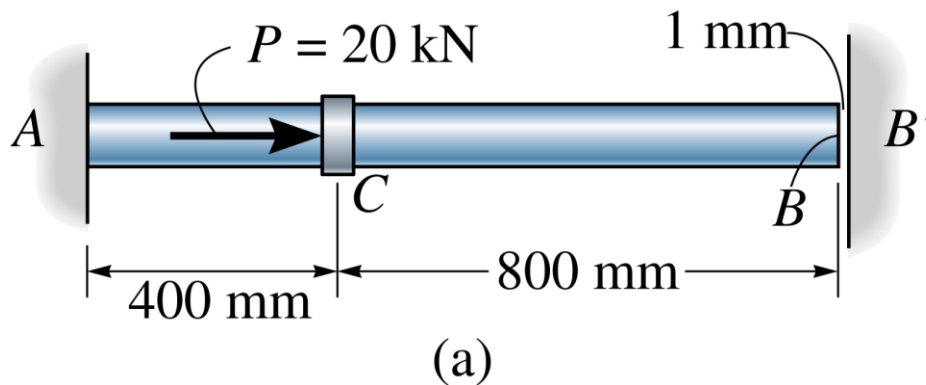


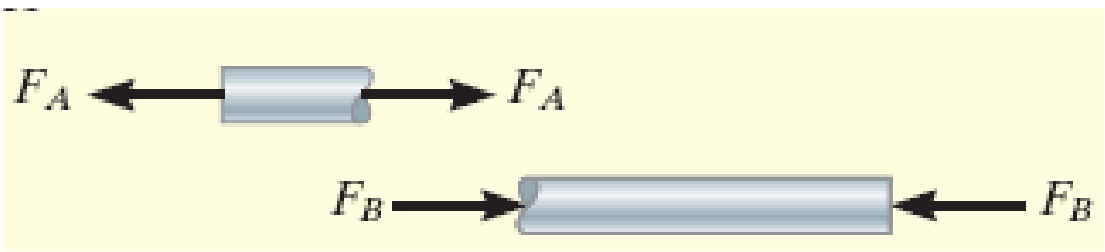
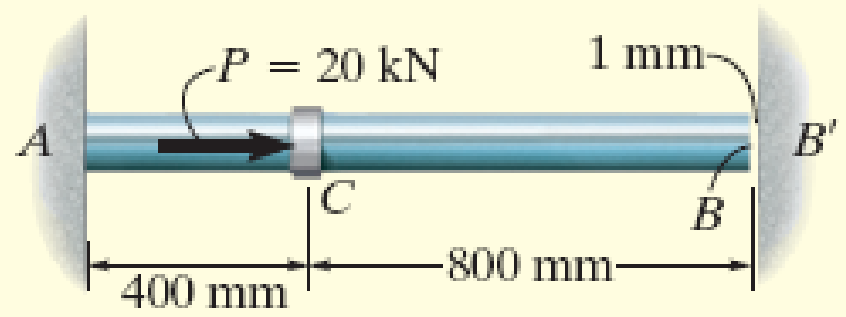
Respostas: $R_A = 323 \text{ kN} \uparrow$ e $R_B = 577 \text{ kN} \uparrow$

Exemplo 1 -

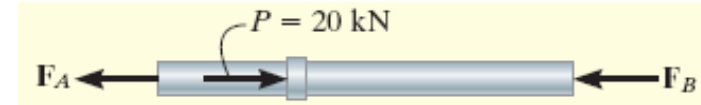
A haste de aço tem diâmetro de 5 mm e está presa à parede fixa em A . Antes de ser carregada, há uma folga de 1 mm entre a parede B e a haste.

Determine as reações em A e B se a haste for submetida a uma força axial $P = 20$ kN. Despreze o tamanho do colar em C . ($E_{\text{aço}} = 200$ GPa)





O equilíbrio da haste exige:



$$+\rightarrow \sum F_x = 0; \quad -F_A - F_B + 20 \times 10^3 \text{ N} = 0 \quad (1)$$

A condição de compatibilidade para a haste é $\delta_{AB} = 1 \text{ mm}$.

$$\delta_{AB} = 1 \text{ mm} = \frac{F_A L_{AC}}{EA} - \frac{F_B L_{CB}}{EA}$$

$$1 \times EA = F_A (400 \text{ mm}) - F_B (800 \text{ mm})$$

$$1(\text{mm}) \times \pi \times 2,5^2 (\text{mm}^2) \times 200 \times 10^3 (\text{N} / \text{mm}^2) = F_A (400 \text{ mm}) - F_B (800 \text{ mm})$$

$$400F_A - 800F_B = 3,93 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm} \quad (2)$$

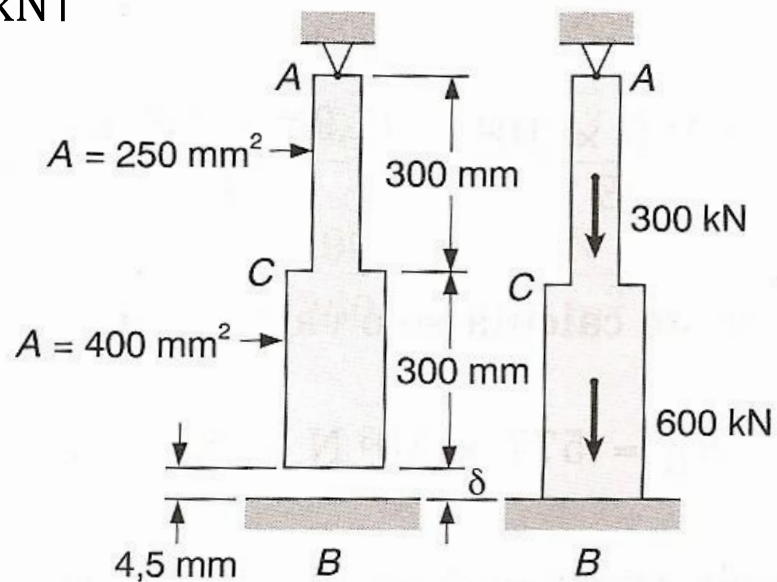
$$F_A = -F_B + 20 \times 10^3 \quad (1)$$

As equações (1) e (2) nos dá $F_A = 16,6 \text{ kN}$ e $F_B = 3,39 \text{ kN}$

Exercício de fixação

2) Calcular as reações em A e B, na barra do exercício anterior, supondo que existe uma distância de 4,5mm entre a barra e o apoio B, quando o carregamento é aplicado. Adotar $E_{aço} = 200 \text{ GPa}$

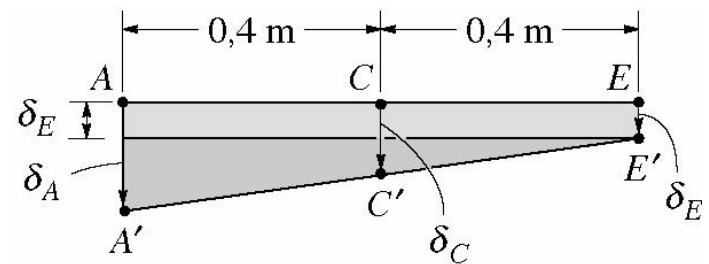
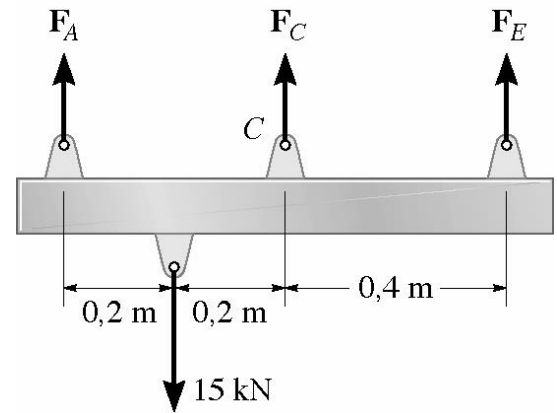
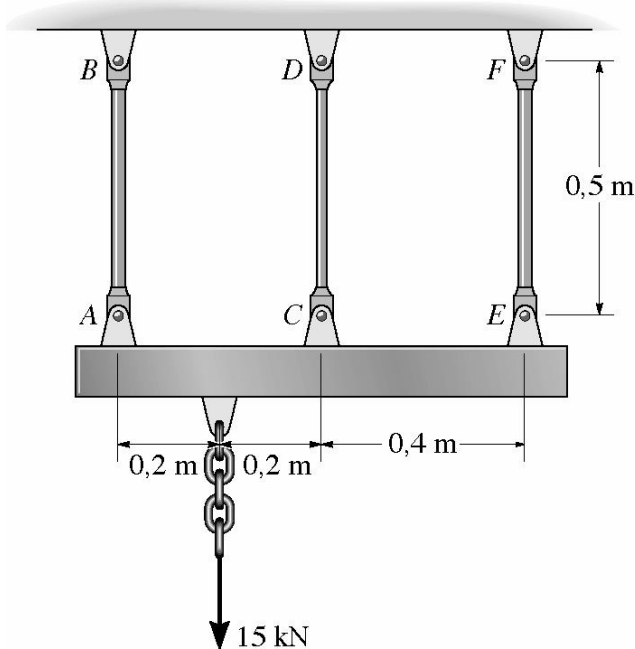
Respostas $R_A = 784,6 \text{ kN} \uparrow$ $R_B = 115,4 \text{ kN} \uparrow$



Exercícios de fixação:

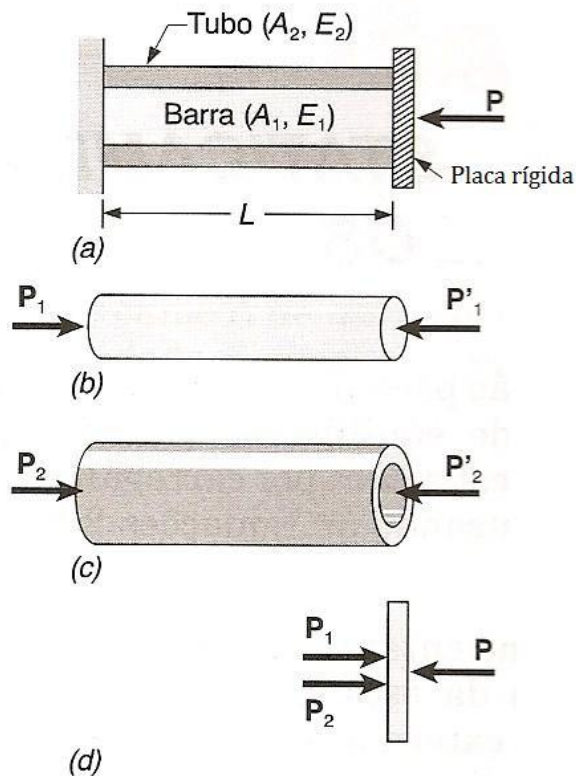
3) As três barras de aço A-36 mostradas abaixo estão conectadas por pinos a um elemento rígido. Se a carga aplicada ao elemento for 15kN, determine a força desenvolvida em cada barra. Cada uma das barras AB e EF tem área de seção transversal de 25mm², e a barra CD tem área de seção transversal de 15mm². $E_{\text{aço}} = 200 \text{ GPa}$

Respostas: $F_A = 9,52 \text{ kN}$, $F_C = 3,46 \text{ kN}$ e $F_E = 2,02 \text{ kN}$



1.4 - Estruturas heterogêneas quanto aos materiais

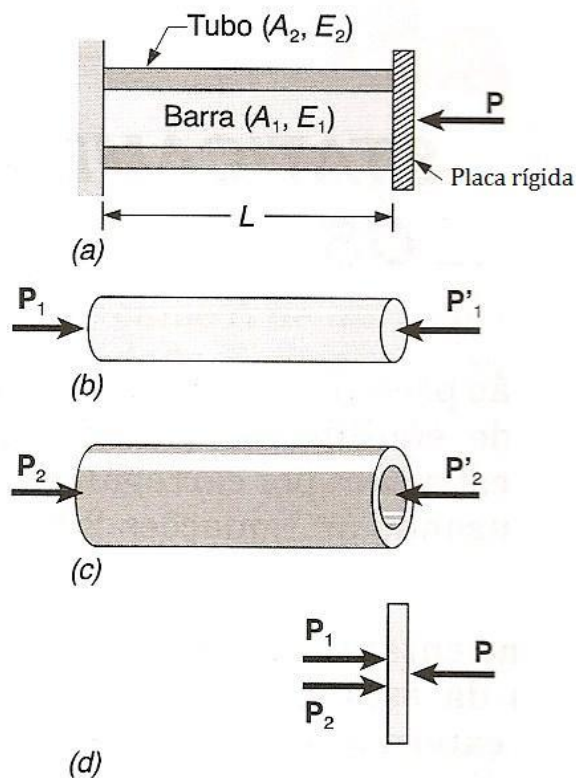
Outro tipo de problema estaticamente indeterminado: qual a deformação da barra e do tubo quando uma força P é aplicada por meio de uma placa rígida?



$$P_1 + P_2 = P \quad (1)$$

No entanto, a geometria do problema nos mostra que as deformações δ_1 e δ_2 da barra e do tubo devem ser iguais.

$$\delta_1 = \frac{P_1 L}{E_1 A_1} \quad \delta_2 = \frac{P_2 L}{E_2 A_2} \quad \delta_1 = \delta_2$$



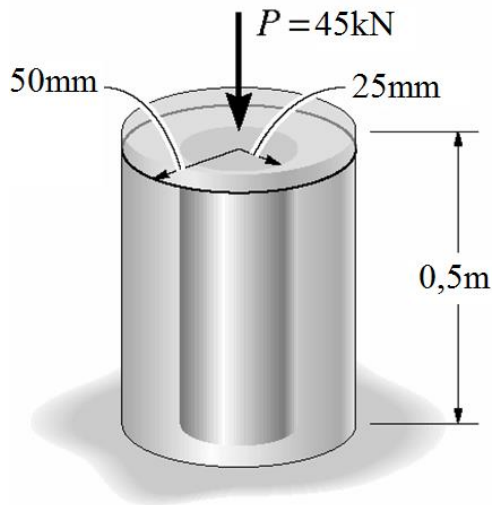
$$\frac{P_1}{E_1 A_1} = \frac{P_2}{E_2 A_2} \quad (2)$$

Resolvendo o sistema temos o valor de P_1 e P_2 . Em seguida calculamos a deformação da barra e do tubo pelas equações de deslocamento citadas acima.

$$\epsilon_1 = \frac{\delta_1}{L} = \frac{P_1}{E_1 A_1} \quad \text{e} \quad \epsilon_2 = \frac{\delta_2}{L} = \frac{P_2}{E_2 A_2}$$

Exemplo 3 -

O poste de alumínio mostrado abaixo é reforçado com um núcleo de latão. Se este conjunto suportar uma carga de compressão axial resultante $P=45\text{kN}$, aplicada na tampa rígida, determine a tensão normal média no alumínio e no latão. Considere $E_{al} = 70\text{GPa}$ e $E_{lat} = 105\text{GPa}$



$$+\uparrow \sum F_y = 0; \quad -45\text{kN} + F_{al} + F_{lat} = 0 \quad (1)$$



estaticamente indeterminado

$$\delta_{al} = \delta_{lat}$$

$$\frac{F_{al}L}{E_{al}A_{al}} = \frac{F_{lat}L}{E_{lat}A_{lat}}$$

$$\frac{F_{al}}{70\text{GPa} \times \pi(50^2 - 25^2)\text{mm}^2} = \frac{F_{lat}}{105\text{GPa} \times \pi(25^2)\text{mm}^2}$$

$$F_{al} = 2F_{lat} \quad (2)$$

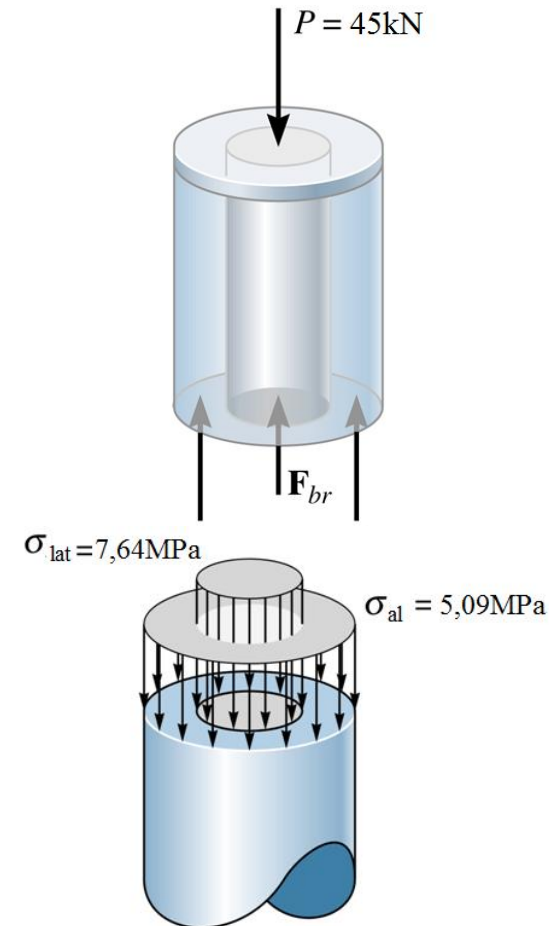
Resolvendo o sistema:

$$F_{al} = 30kN \quad F_{lat} = 15kN$$

A tensão normal média no alumínio e no latão é:

$$\sigma_{al} = \frac{F_{al}}{A_{al}} = \frac{-30.000N}{\pi(50^2 - 25^2)mm^2} = -5,09MPa$$

$$\sigma_{lat} = \frac{F_{lat}}{A_{lat}} = \frac{-15.000N}{\pi(25^2)mm^2} = -7,64MPa$$



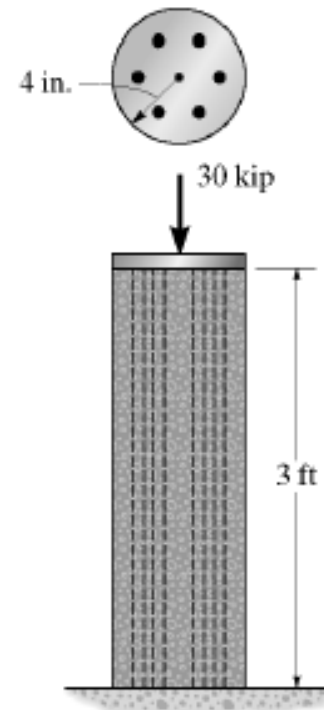
Exercícios de fixação:

4) A coluna é construída de concreto de alta resistência e seis hastes de reforço de aço A-36. Se ela for submetida a uma força axial de 30kip, determine a tensão normal média no concreto e em cada haste. Cada uma tem diâmetro de 0,75in.

$$E_{conc} = 4,2(10^3)ksi \text{ e } E_{aço} = 29(10^3)ksi$$

Resposta:

$$\sigma_{aço} = -3,14ksi \text{ e } \sigma_{conc} = -0,46ksi$$



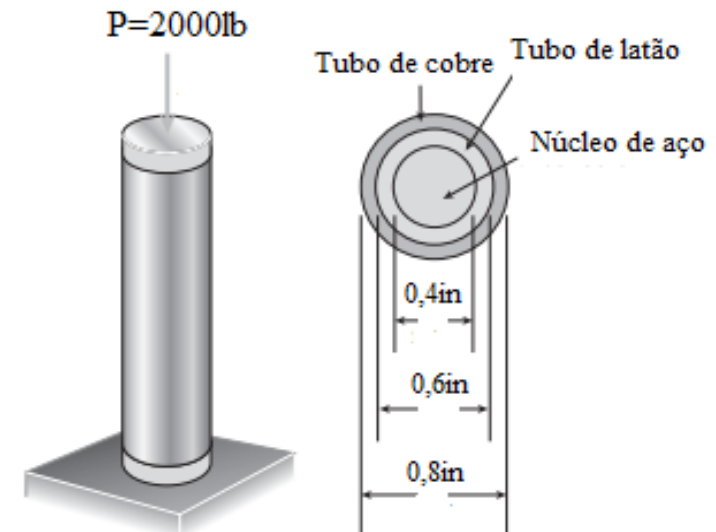
Exercícios de fixação:

5) Uma barra trimetálica está comprimida uniformemente por uma força axial $P=2000\text{lb}$ aplicada através de uma placa rígida na extremidade. A barra consiste de um núcleo circular de aço circundado por tubos de latão e de cobre. O núcleo de aço tem diâmetro $0,4\text{in}$, o tubo de latão tem diâmetro externo de $0,6\text{in}$ e o tubo de cobre tem diâmetro externo de $0,8\text{in}$. Os módulos de elasticidade correspondentes são $E_{\text{aço}}=30 \times 10^6\text{psi}$, $E_{\text{latão}}=15 \times 10^6\text{psi}$ e $E_{\text{cobre}}=18 \times 10^6\text{psi}$. Calcule as tensões normais de compressão no aço, latão e cobre devido à força P .

Respostas: $\sigma_{\text{aço}} = -5,95\text{ksi}$

$$\sigma_{\text{cob}} = -3,57\text{ksi}$$

$$\sigma_{\text{lat}} = -2,98\text{ksi}$$

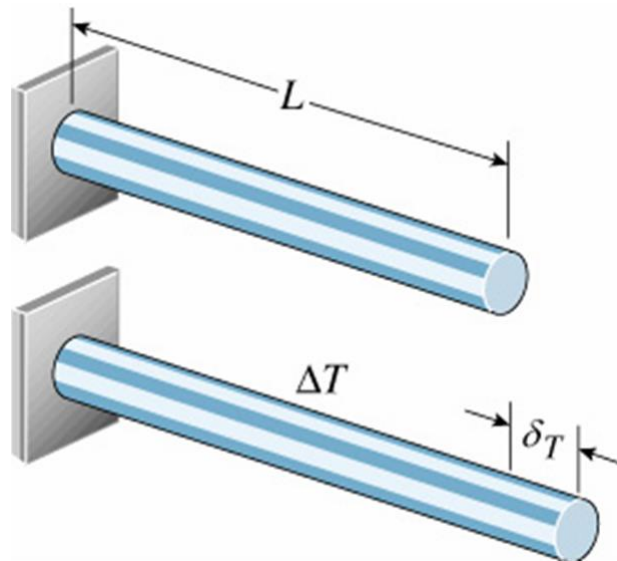


1.5 - Tensões térmicas

A variação de temperatura provoca mudanças nas dimensões de uma peça estrutural.

Quando a temperatura aumenta a estrutura sofre uma **dilatação**.

Quando a temperatura diminui a estrutura sofre uma **contração**.



Estudos experimentais demonstraram que a variação de comprimento provocada pela temperatura em uma barra de material homogêneo é dada por:

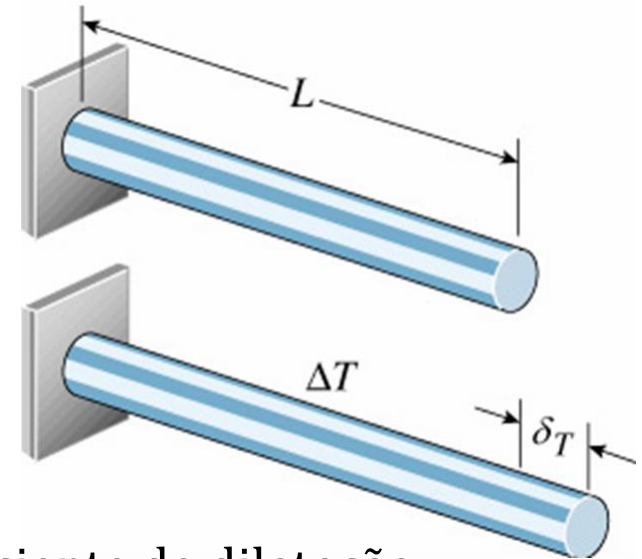
$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

α = propriedade do material denominada coeficiente de dilatação térmica dado em $1/^\circ\text{C}$

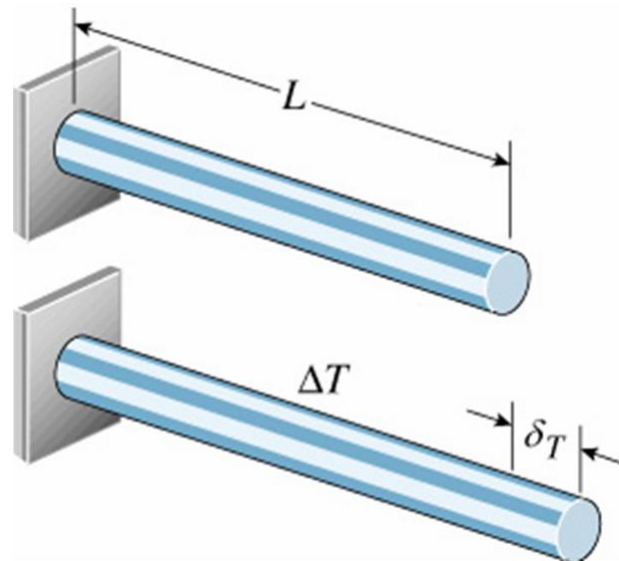
ΔT = variação de temperatura em $^\circ\text{C}$

L = comprimento inicial da barra

δ_T = *variação no comprimento da barra*

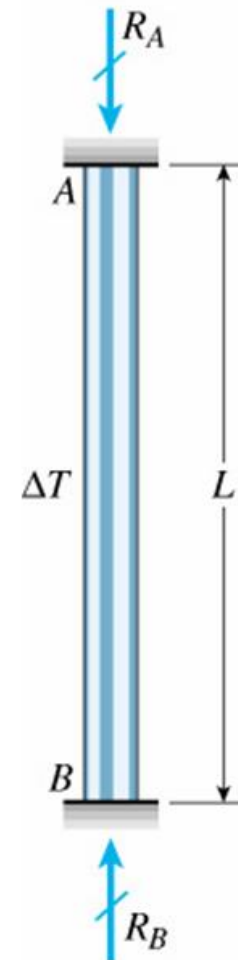


Se a estrutura for isostática, e a variação de comprimento provocada pela temperatura for livre, não surgirão tensões causadas pela variação de temperatura.



Se a estrutura for hiperestática, a variação de comprimento da barra provocada pela temperatura será impedida e surgirão tensões térmicas.

Estas tensões térmicas podem atingir valores elevados, causando danos à estrutura ou mesmo provocando sua ruptura.



Por este motivo, em estruturas de grande porte, como pontes, são feitas **juntas de dilatação**, para permitir a **livre movimentação térmica** da estrutura.



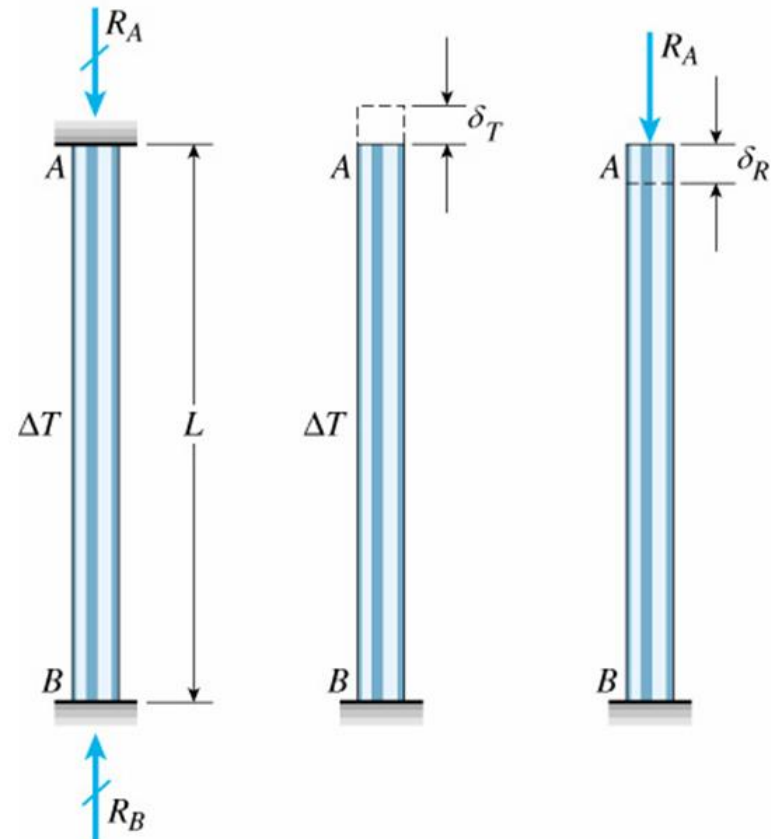
Cálculo do efeito da variação térmica em uma estrutura hiperestática (variação de comprimento impedida).

Para a resolução deste tipo de problema, é possível considerar a reação do apoio como reação redundante e aplicar o princípio da superposição

Equação de equilíbrio:

$$\sum F_y = 0: R_A - R_B = 0$$

➔ $R_A = R_B$ (1)



Equação de compatibilidade:

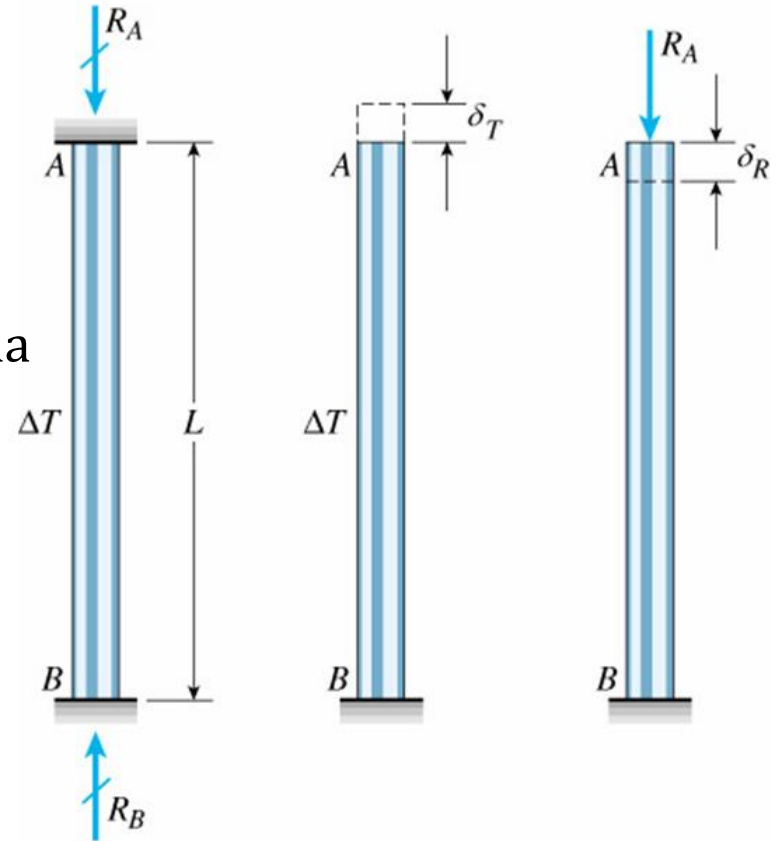
$$\delta_{AB} = 0 \quad (2)$$

Variação de comprimento provocada pela temperatura:

$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

Variação de comprimento provocada reação R_A :

$$\delta_R = \frac{R_A \cdot L}{E \cdot A}$$



Equação de compatibilidade:

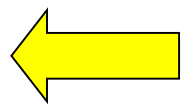
$$\delta_{AB} = \delta_T + \delta_R = 0 \quad (2)$$

$$\delta_{AB} = \alpha \cdot \Delta T \cdot L - \frac{R_A \cdot L}{E \cdot A} = 0$$

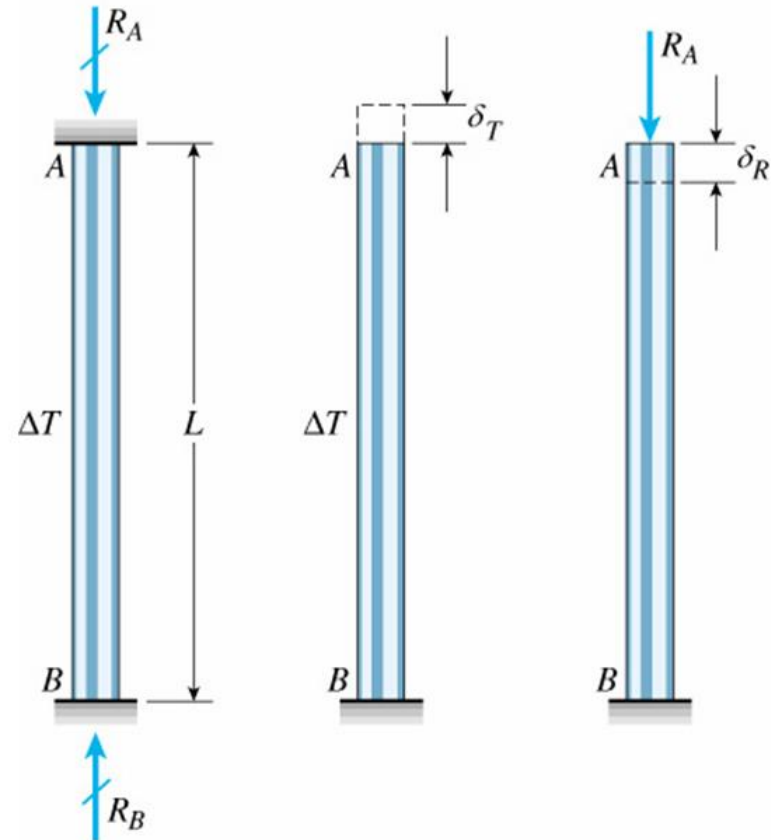
$$R_A = E \cdot A \cdot \alpha \cdot \Delta T = R_B$$

$$N = E \cdot A \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$\sigma_T = \frac{N}{A} = E \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

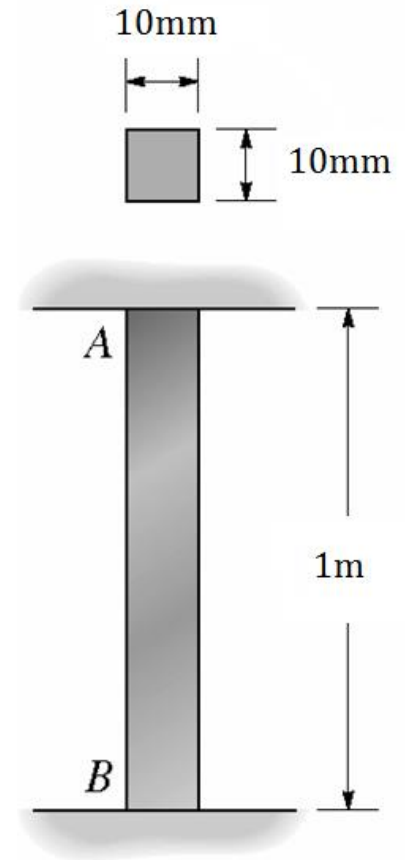


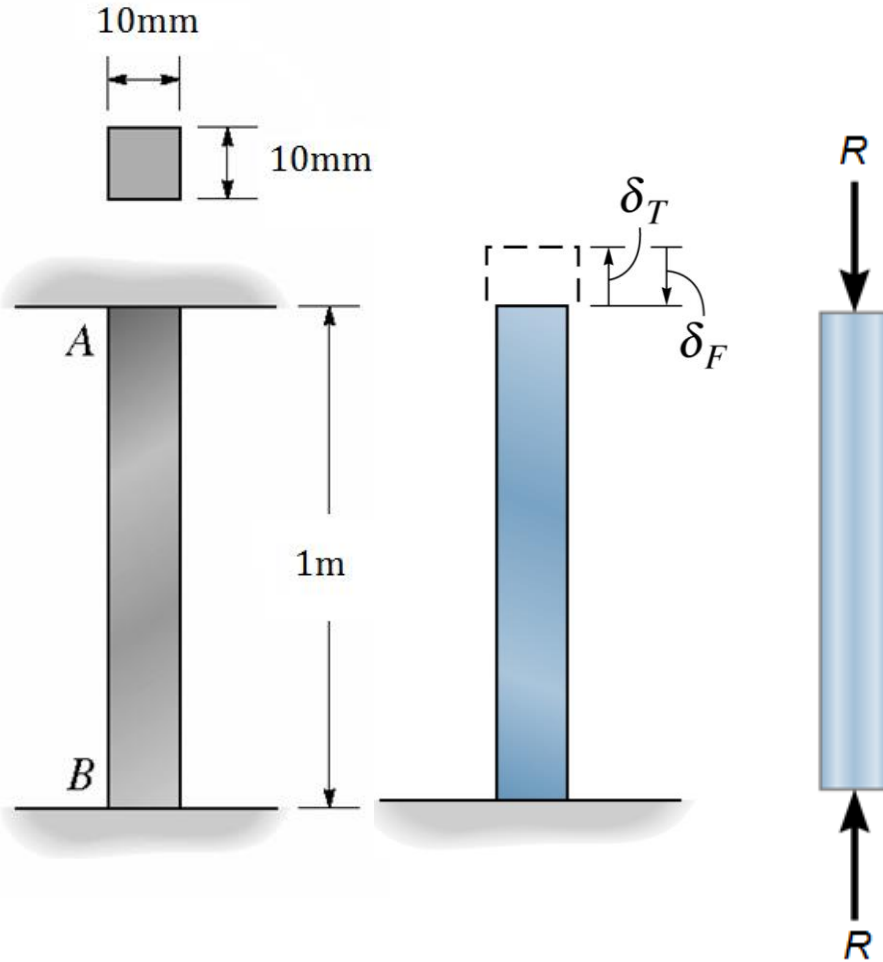
Tensão térmica



Exemplo 4 -

A barra de aço mostrada na figura está restringida para caber exatamente entre os dois suportes fixos quando $T_1=30^\circ\text{C}$. Se a temperatura aumentar até $T_2=60^\circ\text{C}$, determinar a tensão térmica normal média desenvolvida na barra. Usar $E=200\text{GPa}$ e $\alpha=12\times 10^{-6} \text{ 1}/^\circ\text{C}$.





$$\Delta T = 60 - 30 = 30^\circ\text{C}$$

$$A = 10\text{mm} \times 10\text{mm} = 100\text{mm}^2$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0: R_A = R_B = R$$

$$\delta_{AB} = \delta_T + \delta_R = 0$$



$$\delta_T = 12 \times 10^{-6} (1/^\circ C) \times 30^\circ C \times 1000 mm = 0,36 mm$$

$$\delta_R = \frac{R \times 1000 mm}{200 \times 10^3 N/mm^2 \times 100 mm^2} = 0,00005R$$

$$\delta_{AB} = 0,36 + 0,00005R = 0$$

$$R = -7200 N = -7,2 kN$$

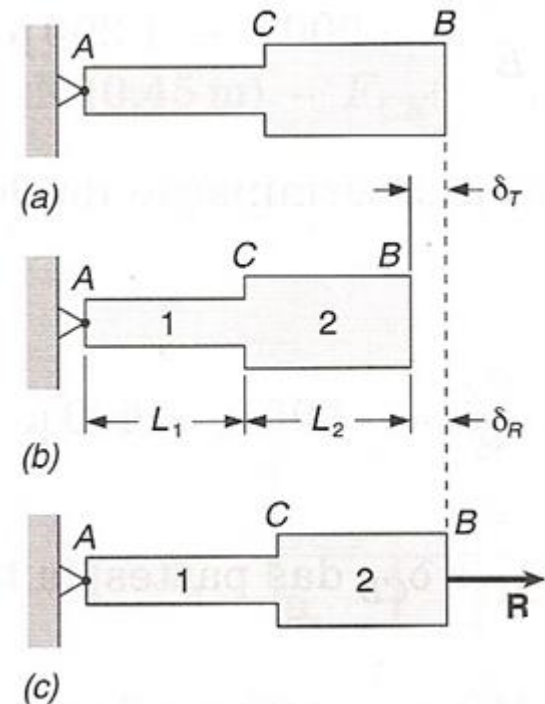
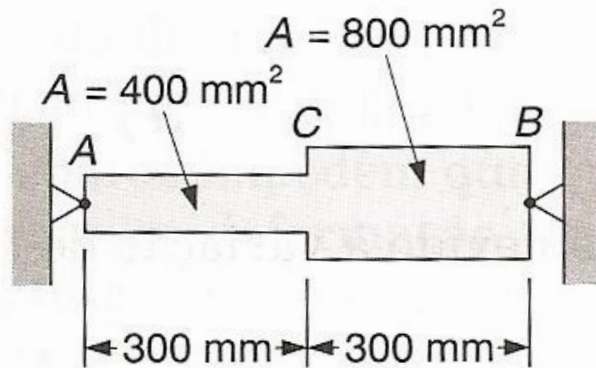
$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{-7200 N}{100 mm^2} = -72 MPa$$

$$\boxed{\sigma = -72 MPa}$$

Exercício de fixação:

6) A barra AB é perfeitamente ajustada aos anteparos fixos quando a temperatura é de $+25^{\circ}\text{C}$. Determinar as tensões atuantes nas partes AC e CB da barra para a temperatura de -50°C .

Usar : $E=200\text{GPa}$ e $\alpha=12\times 10^{-6} \text{ } 1/^{\circ}\text{C}$



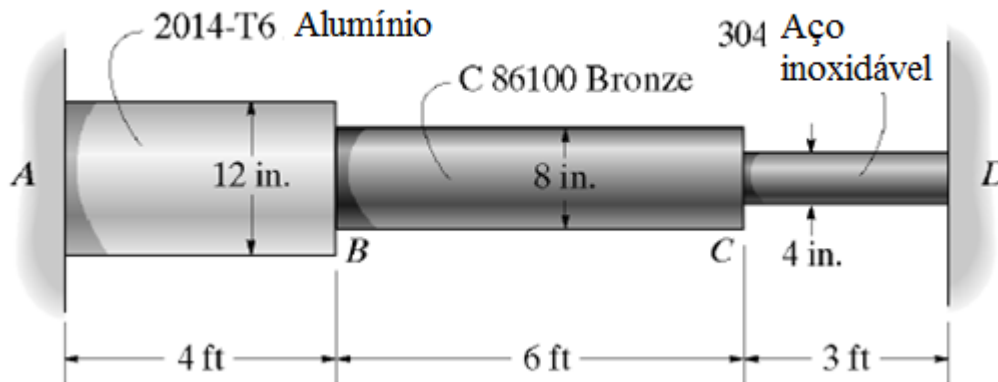
Respostas:

$$\sigma_1 = 240\text{MPa} \text{ e } \sigma_2 = 120\text{MPa}$$

7) Os diâmetros e materiais de fabricação do conjunto são indicados na figura. Se o conjunto estiver bem ajustado entre seus apoios fixos quando a temperatura é $T_1 = 70^\circ\text{F}$, determine a tensão normal média em cada material quando a temperatura atingir $T_2 = 110^\circ\text{F}$.

$$\alpha_{alum} = 12,8 \times 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{F} \quad \alpha_{bronz} = 9,6 \times 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{F} \quad \alpha_{açoinox} = 9,6 \times 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{F}$$

$$E_{alum} = 10,6(10^3) \text{ } ksi \quad E_{bronz} = 15(10^3) \text{ } ksi \quad E_{açoinox} = 28(10^3) \text{ } ksi$$



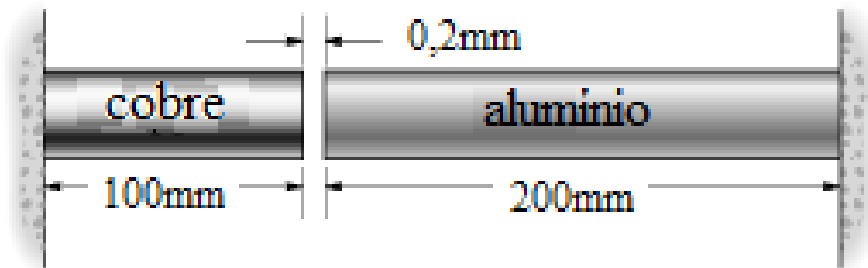
Respostas:

$$\sigma_{alum} = -2,5 \text{ } ksi \quad \sigma_{bronz} = -5,5 \text{ } ksi \quad \sigma_{açoinox} = -22,1 \text{ } ksi$$

8) Os dois segmentos de haste circular, um de alumínio e outro de cobre, estão presos às paredes rígidas de modo tal que há uma folga de 0,2mm entre eles quando $T_1 = 15^\circ\text{C}$. Cada haste tem diâmetro de 30mm, determine a tensão normal média em cada haste se $T_2 = 150^\circ\text{C}$.

$$E_{\text{cobre}} = 126\text{GPa} \text{ e } E_{\text{alum}} = 70\text{GPa}$$

$$\alpha_{\text{cobre}} = 17 \times 10^{-6} 1/^\circ\text{C} \text{ e } \alpha_{\text{alumínio}} = 24 \times 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$$

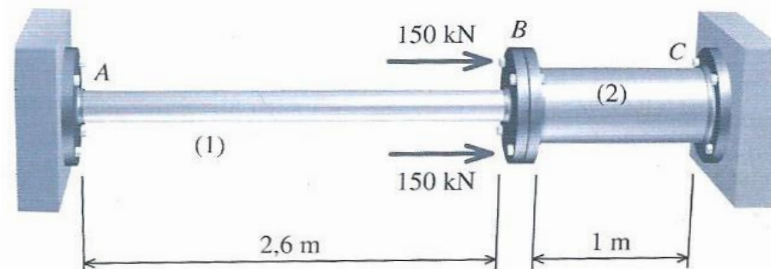


Resposta:

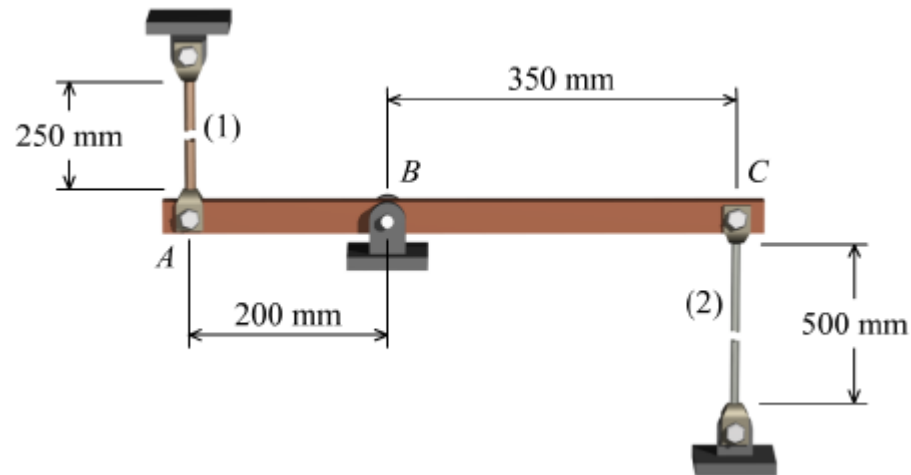
$$\sigma = -185,6\text{MPa}$$

9) Uma haste maciça (1) de alumínio [$E=70\text{GPa}$; $\alpha= 22,5 \times 10^{-6}/\text{ }^\circ\text{C}$] está conectada a uma haste de bronze [$E=100\text{GPa}$; $\alpha= 16,9 \times 10^{-6}/\text{ }^\circ\text{C}$] em um flange B conforme mostra a figura. A haste de alumínio (1) tem diâmetro de 40mm e a haste de bronze (2) tem diâmetro de 120mm. As barras estão livres de tensões quando a estrutura é montada a 30°C . Depois de a carga de 300kN ser aplicada ao flange B, a temperatura é elevada a 45°C . Determine as tensões normais nas hastes e o deslocamento do flange B.

Resposta: $\sigma_1=22,6\text{MPa(C)}$, $\sigma_2=29\text{MPa(C)}$ e $\delta_B=0,037\text{mm}\rightarrow$



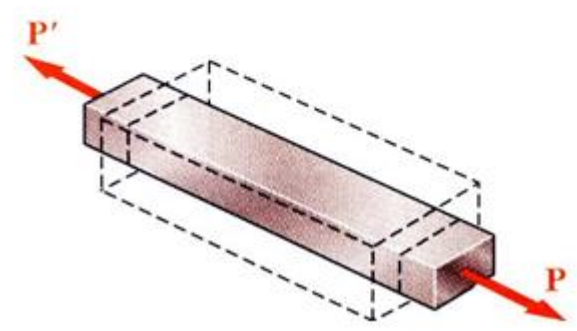
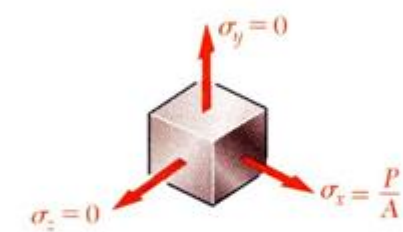
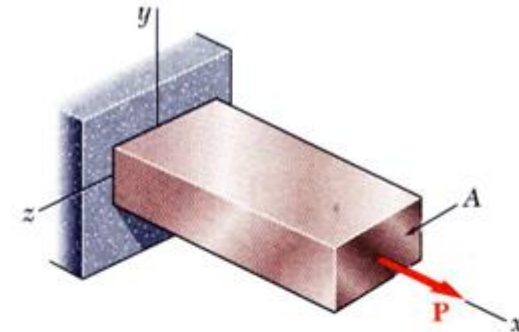
10) Um estrutura conectada por pinos consiste em uma barra rígida ABC, uma haste maciça (1) de bronze [$E=100\text{GPa}$; $\alpha= 16,9\times 10^{-6}/\text{ }^\circ\text{C}$] uma haste maciça de alumínio [$E=70\text{GPa}$; $\alpha= 22,5\times 10^{-6}/\text{ }^\circ\text{C}$]. A haste de bronze (1) tem diâmetro de 24mm e a haste de alumínio (2) tem diâmetro de 16mm. As barras estão livres de tensão quando a estrutura é montada a 25°C . Depois da montagem, a temperatura da barra (2) é reduzida em 40° , enquanto a temperatura da haste (1) permanece constante a 25° . Determine as tensões normais em ambas as hastes para essa condição. Resposta: $\sigma_1=33,2\text{MPa(C)}$, $\sigma_2=42,7\text{MPa(T)}$



1.6 - Coeficiente de Poisson

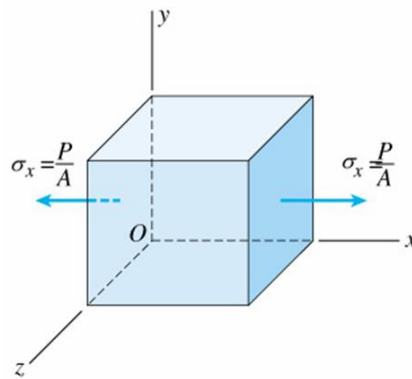
Quando um corpo deformável é alongado em uma direção, ele sofre uma contração na direção transversal.

$$\nu = - \frac{\varepsilon_{transversal}}{\varepsilon_{longitudinal}}$$



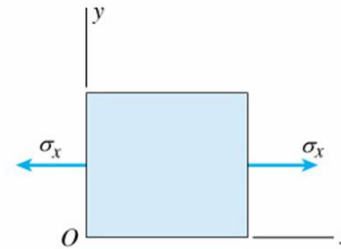
1.7 - Estados Múltiplos de Carregamento - Generalização da Lei de Hooke

Até agora, nosso estudo se limitou à análise de barras delgadas submetidas a cargas axiais, isto é, dirigidas ao longo de um eixo somente.



(a)

Tensão normal em cubo elementar

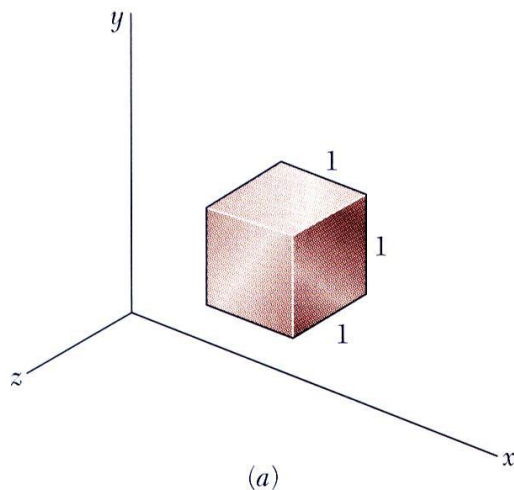
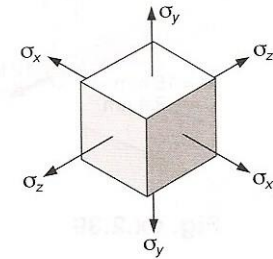


(b)

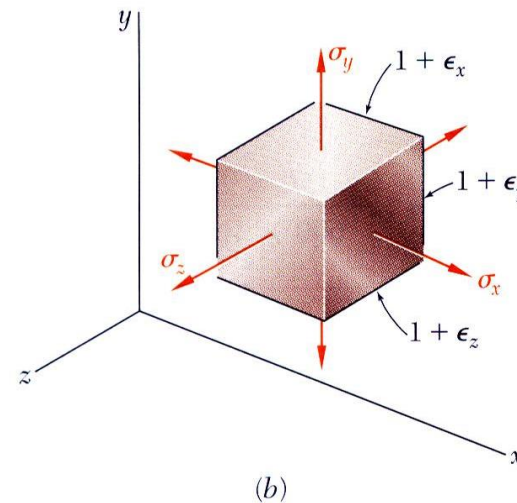
Tensão normal em um elemento plano

Passamos agora a considerar elementos estruturais sujeitos à ação de carregamentos que atuam nas direções dos três eixos coordenados, produzindo tensões normais σ_x, σ_y e σ_z .

Temos então um ESTADO MÚLTIPLO DE CARREGAMENTO OU CARREGAMENTO MULTIAXIAL.



Cubo elementar original de arestas de comprimento unitário



Cubo elementar deformado

Para escrevermos as expressões das componentes de deformação em função das tensões, vamos considerar separadamente o efeito provocado por cada componente de tensão e superpor os resultados (**princípio da superposição**).

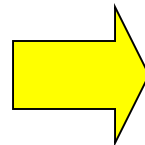
Considerando em primeiro lugar a tensão σ_x :

causa uma deformação específica de valor σ_x / E na direção do eixo x e de $-\nu\sigma_x / E$ na direção y e z.

$$\varepsilon_x = +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$



Generalização da Lei de Hooke para carregamento multiaxial

Lembrando:

Válido para o regime elástico e deformações pequenas!

Deformação positiva – expansão

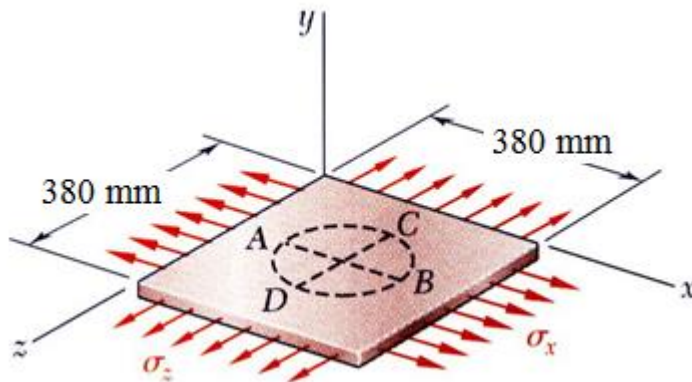
Deformação negativa - contração

Exercício de fixação:

11) Um círculo de diâmetro $d=230\text{mm}$ é desenhado em uma placa de alumínio livre de tensões de espessura $t=20\text{mm}$. Forças atuando no plano da placa posteriormente provocam tensões normais $\sigma_x = 84\text{MPa}$ e $\sigma_z = 140\text{MPa}$. Para $E=70\text{GPa}$ e $\nu=0,33$, determine a variação (a) do comprimento do diâmetro AB, (b) do comprimento do diâmetro CD, (c) da espessura da placa e (d) a dilatação volumétrica específica.

Respostas:

(a) $\delta_{AB}=122,6\mu\text{m}$ (b) $\delta_{CD}=368\mu\text{m}$ (c) $\delta_t=-21,2\mu\text{m}$ (d) 0,00107



1.8 - Dilatação volumétrica

Volume: $v = (1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y)(1 + \epsilon_z)$

Mudança de volume:

$$e = v - 1 = (1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y)(1 + \epsilon_z) - 1$$

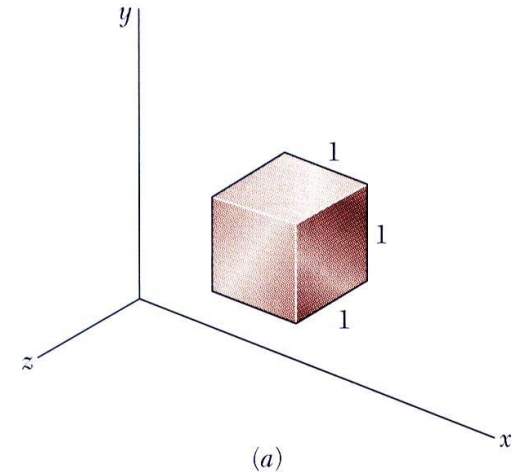
As deformações específicas são muito menores que a unidade e os produtos entre elas podem ser desprezados.

$$e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \quad \Rightarrow \quad \text{Dilatação volumétrica específica}$$

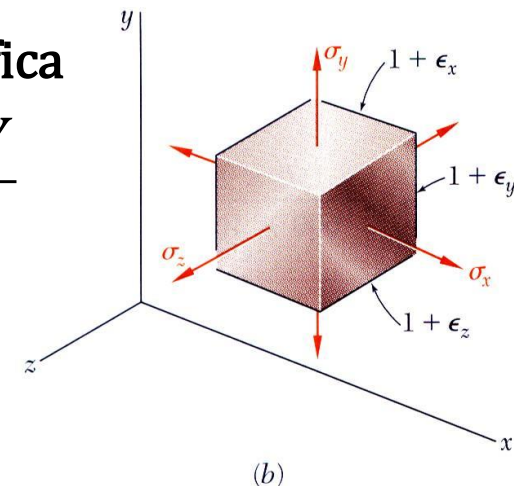
Aplicando a Lei de Hooke Generalizada:

$$e = \frac{(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}{E} - \frac{2\nu(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}{E}$$

$$e = \frac{(1 - 2\nu)}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$



$$e = \frac{\Delta V}{V}$$



Pressão hidrostática uniforme:

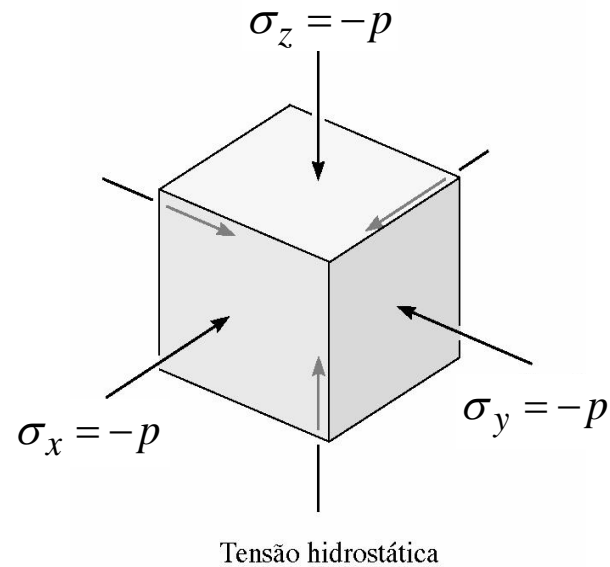
$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p$$

$$e = -\frac{3(1-2\nu)}{E} p$$

Módulo de elasticidade de volume:

$$k = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

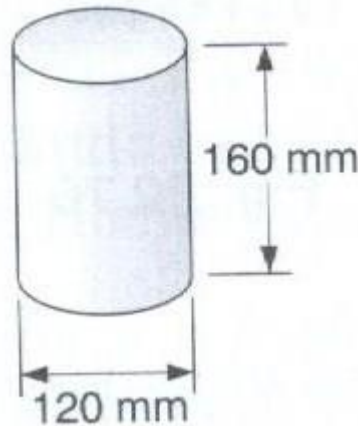
$$e = -\frac{p}{k}$$



Exercício de fixação:

12) Um bloco cilíndrico de latão, com 160mm de altura e 120mm de diâmetro é deixado afundar num oceano até a profundidade onde a pressão é de 75MPa (cerca de 7500m abaixo da superfície). Sabendo-se que $E=105\text{GPa}$ e $\nu=0,35$, determinar: (a) variação do altura do bloco (b) sua variação do diâmetro (c) sua dilatação volumétrica específica (d) variação do volume

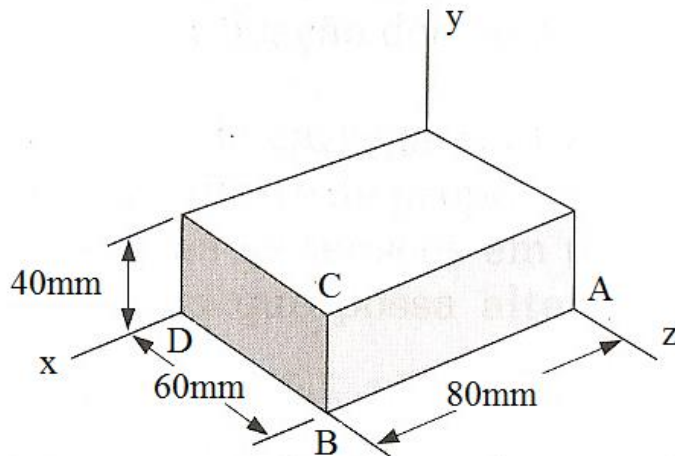
Respostas: (a) $\delta_h = -34,2\mu\text{m}$ (b) $\delta_d = -25,7\mu\text{m}$ (c) $e = -6,42(10^{-4})$ (d) $\Delta V = -1161\text{mm}^3$



Exercício de fixação:

13) A figura mostra um bloco de aço submetido à ação de pressão uniforme em todas as faces. Mediu-se a variação do comprimento AB, que foi de $-24\mu\text{m}$. Determinar: (a) variação do comprimento das outras duas arestas (b) a pressão p aplicada às faces do bloco. Adotar $E=200\text{GPa}$ e $\nu=0,29$.

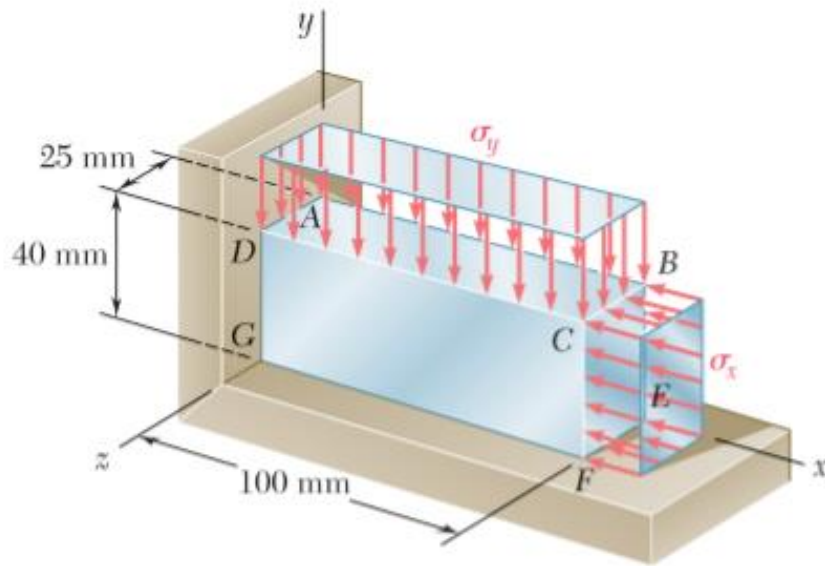
Respostas: (a) $\delta_y = -12\mu\text{m}$ (b) $\delta_z = -18\mu\text{m}$ (c) $p = -142,9\text{MPa}$



Exercício de fixação:

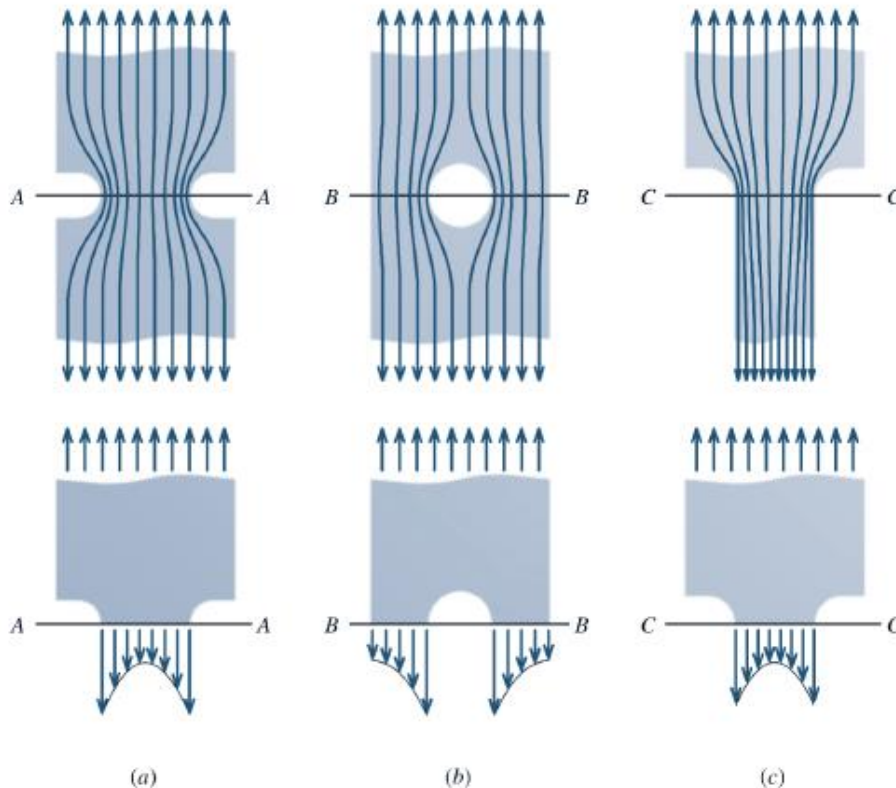
14) Um bloco feito de liga de magnésio ($E=45\text{GPa}$ e $\nu=0,35$). Sabendo que $\sigma_x=-180\text{MPa}$, determinar: (a) σ_y para qual a variação do altura do bloco é zero (b) a correspondente variação da área da face ABCD (c) a correspondente variação do volume.

Respostas: (a) $\sigma_y=-63\text{MPa}$ (b) $-4,05\text{mm}^2$ (c) -162mm^3



1.8 - Concentração de tensões

Até agora, se admitiu que a tensão média, de acordo com o valor determinado pela expressão, $\sigma = P/A$ é a tensão crítica ou significativa.

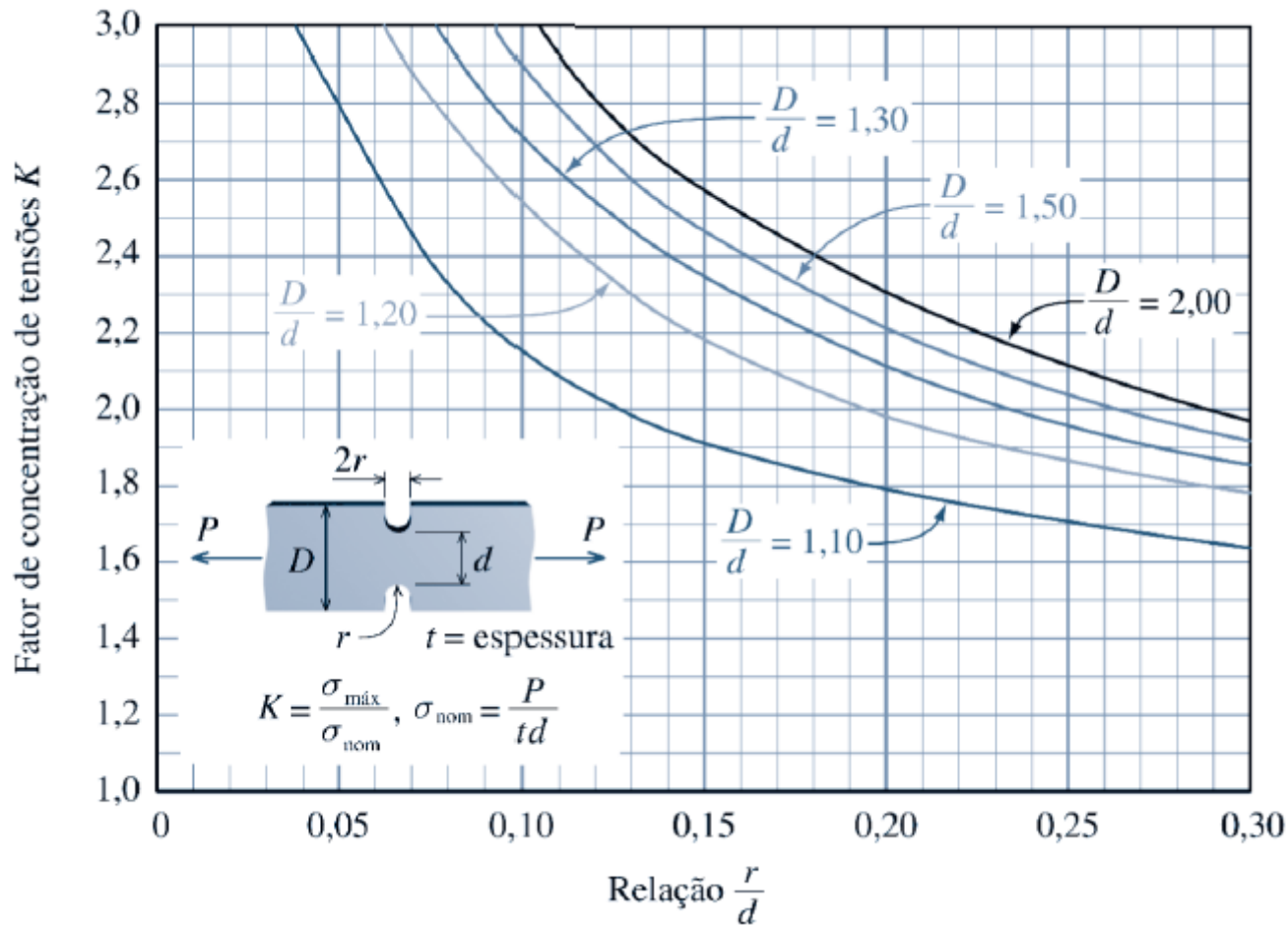


$$\sigma_{m\acute{a}x} = K \sigma_{nom}$$

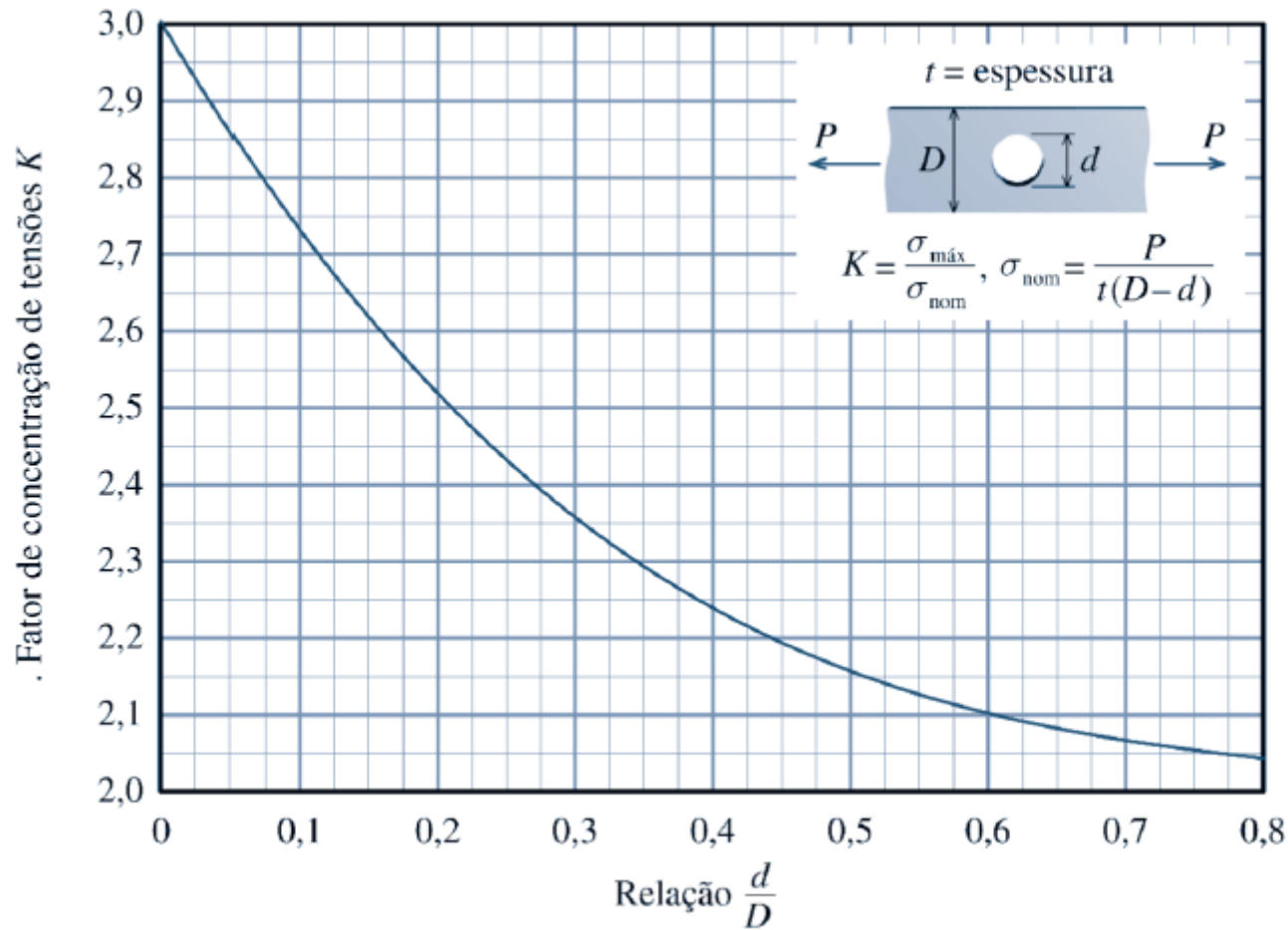
Trajetórias de tensões e distribuições de tensões normais para barras planas com:

- (a) entalhes
- (b) furos centralizados
- (c) filetes laterais

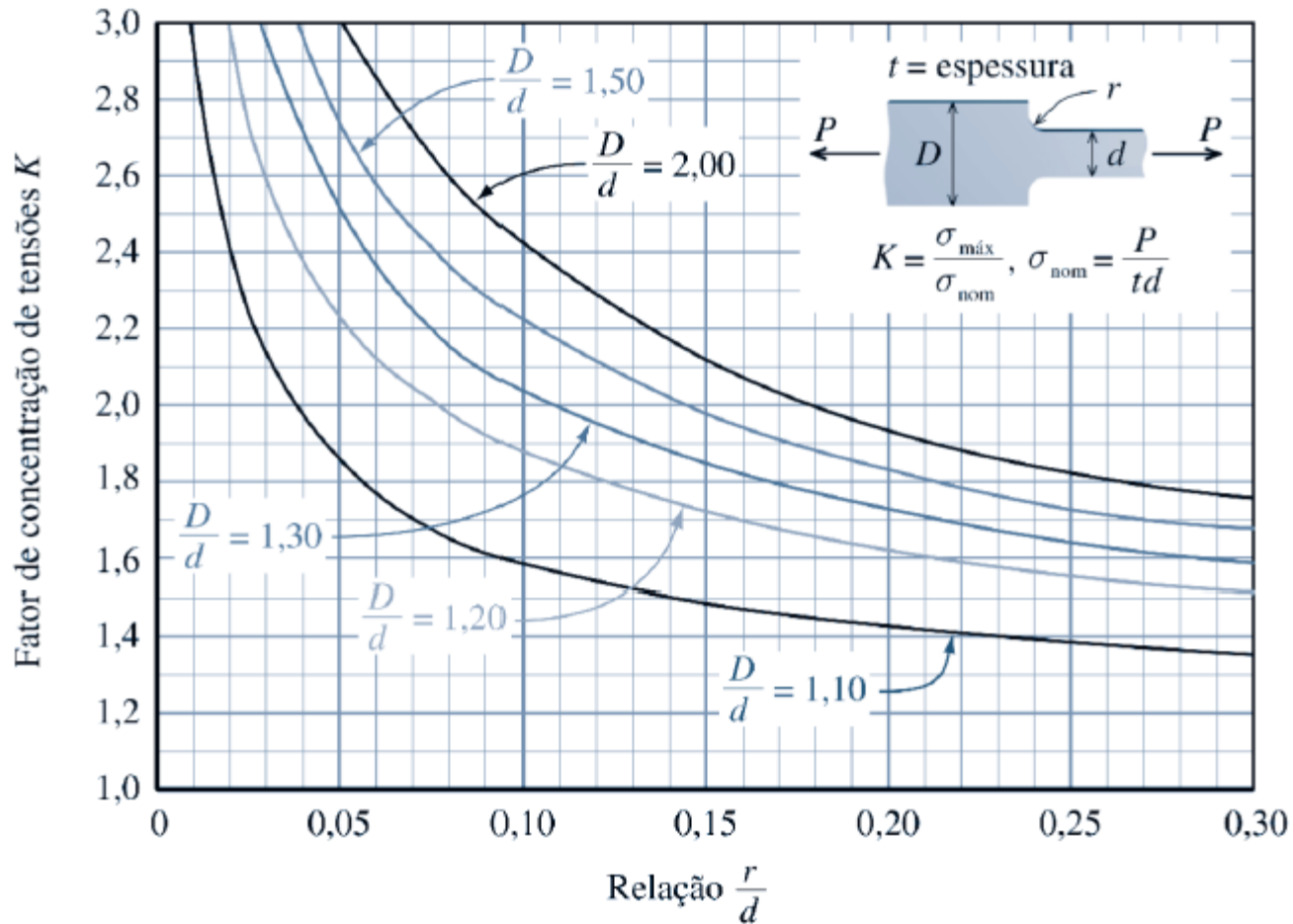
Entalhes



Furos centralizados

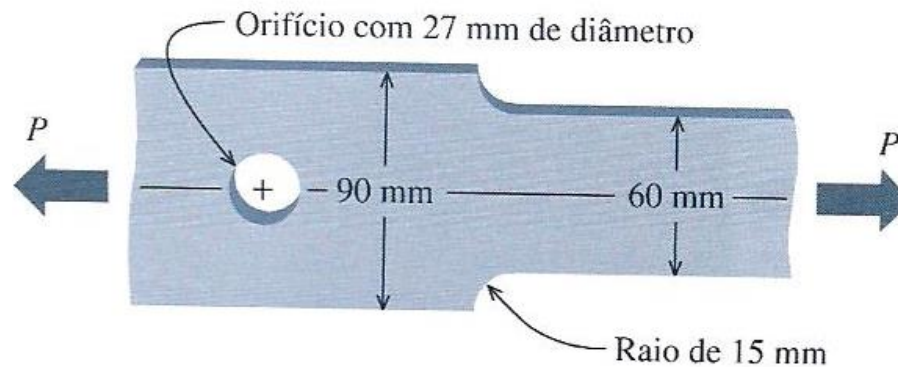


Filetes laterais



Exemplo 5 -

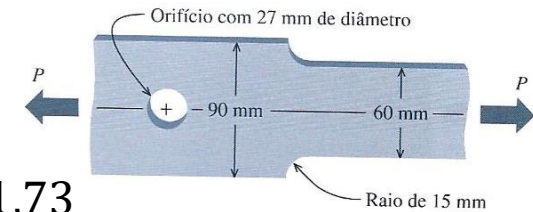
O componente de máquina mostrado abaixo tem 20mm de espessura e é feito de bronze C86100. Determine a carga máxima que pode ser aplicada com segurança se for especificado um fator de segurança de 2,5 em relação à falha por escoamento. Dados: $(\sigma_{lim})_{\text{bronze}} = 331 \text{ MPa}$.



A tensão limite do bronze é 331MPa. A tensão admissível, com base no fator de segurança de 2,5 é $331/2,5=132,4$ MPa. A tensão máxima no componente de máquina ocorrerá no filete entre as duas seções ou no contorno do orifício circular.

No filete:

$$\frac{D}{d} = \frac{90\text{mm}}{60\text{mm}} = 1,5 \quad \frac{r}{d} = \frac{15\text{mm}}{60\text{mm}} = 0,25$$



$$K \cong 1,73$$

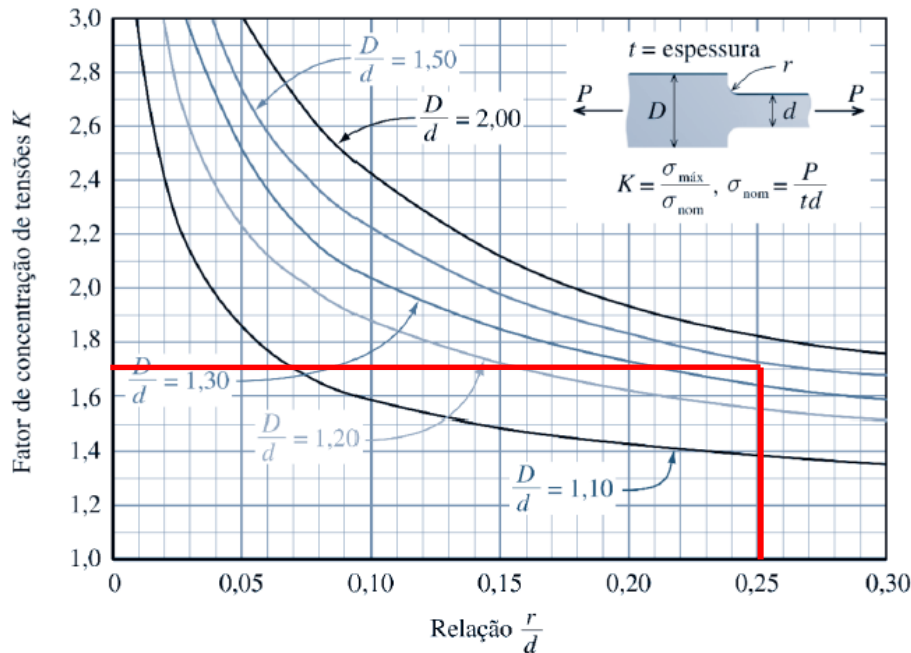
$$\sigma_{\text{máx}} = K \sigma_{\text{nom}}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = K \frac{P}{td}$$

$$P = \frac{\sigma_{\text{máx}} t d}{K}$$

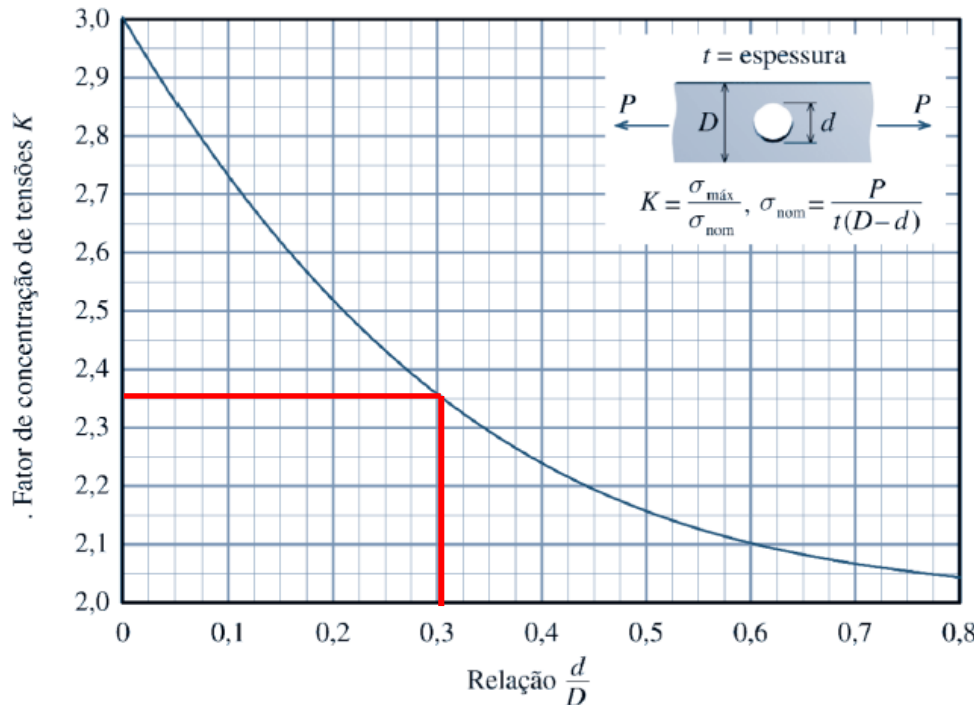
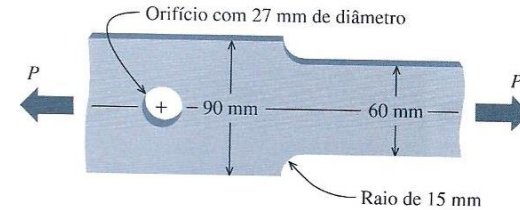
$$P = \frac{132,4\text{MPa} \times 20\text{mm} \times 60\text{mm}}{1,73}$$

$$P = 91.838\text{N} = 91,8\text{kN}$$



No orifício:

$$\frac{d}{D} = \frac{27\text{mm}}{90\text{mm}} = 0,3 \quad K \cong 2,36$$



$$\sigma_{m\acute{a}x} = K \sigma_{nom}$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = K \frac{P}{t(D-d)}$$

$$P = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} t (D-d)}{K}$$

$$P = \frac{132,4\text{MPa} \times 20\text{mm} (90\text{mm} - 27\text{mm})}{2,36}$$

$$P = 70.688\text{N} = 70,7\text{kN}$$

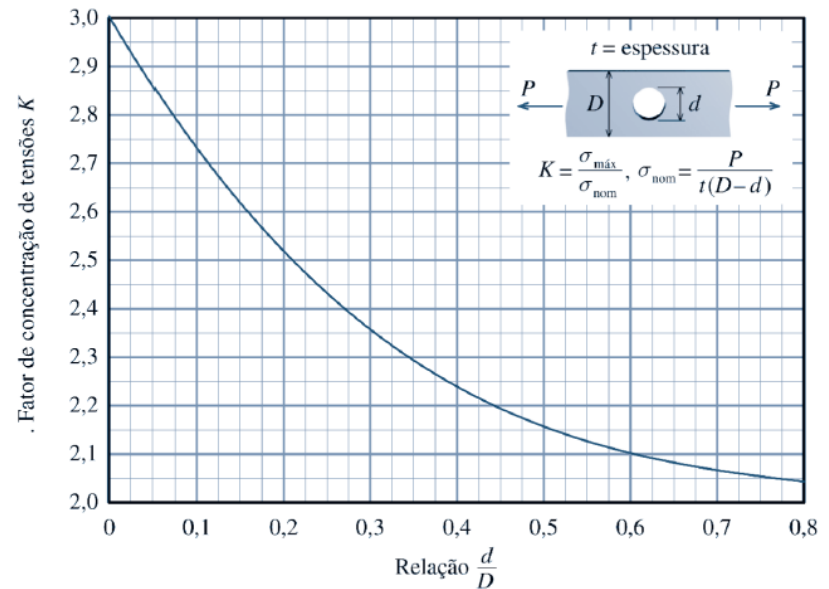
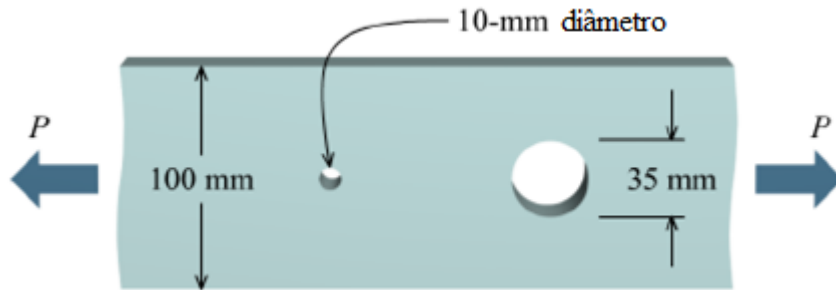
$$\sigma_{m\acute{a}x} = 70,7\text{kN}$$

Exercício de fixação:

15) O componente de máquina mostrado na figura tem 12mm de espessura e é feito de aço. Os orifícios estão centrados na barra. Determine a máxima carga P que pode ser aplicado com segurança se for especificado um coeficiente de segurança de 3,0 em relação à falha por escoamento.

Dados: $(\sigma_{lim})_{aço} = 910 \text{ MPa}$

Resposta: 103,3kN



Exercício de fixação:

16) O componente de máquina mostrado na figura tem 8 mm de espessura e é feito de aço. Determine a máxima carga P que pode ser aplicado com segurança se for especificado um coeficiente de segurança de 3,0 em relação à falha por escoamento. Dados: $(\sigma_{lim})_{aço} = 427 \text{ MPa}$

Resposta: 30kN

