



Encontro Gaúcho de Educação Matemática

A Educação Matemática do presente e do futuro:
resistências e perspectivas

21 a 23 de julho de 2021 - UFPel (Edição Virtual)

TRÊS ABORDAGENS DO ERRO EM EDUCAÇÃO E POSSÍVEIS IMPLICAÇÕES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Líslei Rutz Wolter¹

João Carlos Pereira de Moraes²

Eixo: 01 – Ensino e Aprendizagem na e da Educação Matemática

Modalidade: Comunicação Científica

Categoria: Alunos de Pós-Graduação

Resumo

O presente artigo tem por objetivo problematizar possíveis implicações de três abordagens epistemológicas de conhecimento sobre o erro para o processo pedagógico em Educação Matemática. Para tanto, realizamos um estudo bibliográfico, levantando três abordagens: concepção behaviorista, concepção piagetiana e taxonomia de Borasi. Nesse contexto, percebemos que: (1) numa perspectiva behaviorista, o erro deve ser eliminado do processo pedagógico, o que implica em práticas de repetição e memorização; (2) numa perspectiva piagetiana, o erro aponta hipóteses dos alunos no processo de construção dos conceitos matemáticos, o que propõe práticas que os levem a apresentar suas ideias e processos de aprendizagem; (3) na taxonomia de Borasi, elencam-se níveis e possibilidades de trabalho com o erro em Educação Matemática. Por fim, consideramos que o erro deve ser repensado na prática dos professores que ensinam matemática, bem como entende-lo como presente nos processos pedagógicos.

Palavras-chave: Erro; Concepções pedagógicas; Educação Matemática.

Introdução

O erro tem sido objeto de estudo ao longo dos anos, despertando curiosidade na humanidade no que diz respeito ao seu surgimento. Dessa forma, surgiram diferentes concepções, teorias sobre o assunto que refletem diretamente em nossas percepções sobre o assunto.

Na escola é um dos ambientes em que o assunto ganha espaço e, dependendo da situação, pode ter reflexos positivos ou negativos no desenvolvimento escolar do aluno. Por sua vez, o professor é o grande guia desse processo, pois ele tem o poder de auxiliar o aluno no aprendizado e pode, frente ao erro, desenvolver no aluno que o errar faz parte do processo de construção.

¹ Mestranda em Educação na Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA). E-mail: lisleiwolter@gmail.com

² Professor da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA). E-mail: joaomoraes@unipampa.edu.br



Contudo, não há uma visão uniforme sobre o conceito de erro entre os professores que ensinam matemática. Nesse sentido, acreditamos que as diferentes visões do erro na disciplina associam-se às concepções epistemológicas de conhecimento dos docentes.

Nesse sentido, nosso objetivo neste estudo é problematizar possíveis implicações de três abordagens epistemológicas de conhecimento sobre o erro para o processo pedagógico em Educação Matemática.

Conceito de Erro

Errar é humano, já dizia o ditado. Porém, será que todos nós percebemos o erro da mesma maneira? Acreditamos que não. Pensamos, assim, que a própria ideia de erro tem história(s) e perspectivas filosóficas.

Inicialmente, podemos chamar de erro todo juízo ou resultado que contrarie o critério reconhecido como válido ou correto. Contudo, para Platão, em o Sofista (1972, p. 263),

O erro é simplesmente uma combinação de determinações do ser e de palavras que exprimem tais determinações, a qual não se conforme às regras da dialética; em outros termos, uma combinação que combine ou una o que, com base em tais regras, não pode ser combinado ou unido.

Conforme o filósofo, o erro era uma combinação que não seguia as regras, dessa forma, não poderia ser unida ou combinada. Platão acreditava que o tudo que estava no mundo dos sentidos estava sujeito ao erro, pois o corpo humano tem defeitos e conseqüentemente comete erros ou combinações não satisfatórias, o que por sua vez não acontece no mundo das ideias, *lócus* da perfeição.

De forma semelhante, Aristóteles (1982, p.1010) percebe o erro como um acidente na linha de raciocínio: “A estrutura necessária do ser exclui a possibilidade de erro no que diz respeito ao pensamento do ser. O erro fica então circunscrito à esfera das afirmações acidentais, ou seja, que não têm lugar na ciência”. Assim, para Aristóteles, o erro surge a partir de uma falsa elaboração dos dados assimilados pelo ser, que, por sua vez, lhe parecem e causam sensação de verdade, tornando-se um acidente, não havendo lugar na ciência, pois nela o homem deve estar necessariamente em verdade.

Já para São Agostinho (1999, p.7), “O erro é o conhecimento de um não-conhecimento: como ouvir o silêncio. Em sentido próprio e rigoroso, é um não conhecimento e um não ser: ele não existe”. Dessa forma, o erro é reduzido a nada,



passando a não existir. Santo Agostinho acreditava que as pessoas vinham a cometer erros, pois não tinham conhecimento. O mesmo não existia e, automaticamente, levava ao erro.

No mesmo sentido, Leibniz (2013) reconhecia como causa do erro, uma causa deficiente, ou seja, a limitação ou a imperfeição da natureza humana. Para o autor, o erro vem mostrar de forma pejorativa as imperfeições do ser humano, não sendo algo apreciado na sociedade.

Gentile (1987), por outro lado, compreende o erro como um momento negativo, algo a ser superado ou ainda a ser tornado em verdade pelo momento positivo e concreto. O erro é visto como um momento que pode ser superado ou corrigido, para isso é necessário uma intervenção diferente de intelecto que faça com que o ser saia de sua linha de raciocínio e se abra a novas possibilidades até que possa ser transformado em verdade, deixando de existir.

Locke (1988, p 39) dizia que: "O erro não é uma falha do nosso conhecimento, mas um engano do nosso juízo, que dá assentimento ao que não é verdadeiro". Para ele, é o juízo que dá espaço para o que é falso no lugar do verdadeiro, passando a não reparar em detalhes como falta de provas, desatenção.

Ao longo dos tempos várias percepções de erro e meios de estudo foram observadas. Platão acreditava que o erro era algo não combinado e só era permitido ao mundo dos sentidos. Aristóteles, seu discípulo, viu o erro como uma falsa elaboração da verdade, uma interpretação equivocada, um acidente. Mais adiante, Santo Agostinho percebe o erro como falta de conhecimento, um não-conhecimento. Já Leibniz percebe o erro como uma imperfeição do ser humano, sendo impossibilitado de chegar ao raciocínio por limitações.

Gentile surge com uma visão mais pedagógica sobre o erro e o percebe como um momento negativo, dessa forma sendo algo possível de ser modificado e tornado verdadeiro, compreendendo, ainda, que com o processo de interação com outra pessoa é possível enxergar novas possibilidades. De forma semelhante. Locke vê o erro com um engano do nosso juízo e não uma falha do organismo, dessa forma está também sujeito a fatores externos e não físicos.

Erro em Educação

Ao considerarmos a escola como ambiente de busca e ressignificações de conhecimentos, mediados por processos de leitura, escrita, cálculos e formações de opiniões,



o erro é um elemento que emerge com frequência como parte do processo. Nesse sentido, podem ocorrer inúmeras situações que merecem atenção com relação ao erro.

Ao corrigir qualquer prova, teste ou trabalho, muitas vezes o professor costuma apontar os erros cometidos pelos alunos, passando pelos acertos como se estes fossem esperados, o que Chevallard e Feldmann (1986, p.71) chamam de “pequena crucificação”:

A correção, longe de ser, para o professor, um momento como os outros do processo didático, vivido com igual serenidade, aparece como a prova por excelência, da qual se livra ou da qual, pelo contrário, faz uma pequena crucificação que reaparece regularmente.

Mas quem garante que os acertos mostram o que o aluno sabe? E quem diz que os erros evidenciam somente o que ele não sabe? Acertar ou errar questões é complexo. O processo de construção de conceitos matemáticos não acontece de forma igual em todos os alunos, dessa forma, a dicotomia acerto/erro permanece presente em todos os desafios. Em determinado momento, o aluno elabora hipóteses condizentes com o esperado pelos docentes, em outras situações nem tanto. Nesse contexto, de atitudes docentes em relação a erros e acertos dos alunos, é que se percebem as concepções de professores frente ao erro em Matemática.

Vale ressaltar que o acerto pode remeter que o aluno compreendeu um processo mecânico de realização de uma questão, memorizou e, até mesmo, repetiu, isto é, todos esses procedimentos podem não representar a garantia de um significado mais completo do conceito vinculado à questão. Talvez, se invertêssemos o processo, o mesmo aluno que acertou se perca na resolução. Do mesmo modo, o aluno que não obteve sucesso na resolução não indica necessariamente que ele não compreendeu o significado conceitual envolvido, mesmo que não seja na plenitude esperada pelo professor.

Thorndike (1936, p.27) exemplifica:

Consideremos o caso da cópia dos números que se devem somar, subtrair ou multiplicar. O esforço visual inerente à cópia dos números é, minuto a minuto, muitas vezes superior ao esforço exigido pela leitura. E, se a criança tem outros deveres a fazer, o trabalho monótono tende a levá-la ao erro, ainda que ponha o melhor dos seus esforços e de sua vontade na execução da tarefa. Então, o raciocínio que aritmeticamente faz certo, dá resultado errado e a criança fica desanimada.

Qualquer produção, tanto aquela que apenas repete uma resolução-modelo quanto a que indica a criatividade do estudante, tem características que permitem detectar as maneiras



como o aluno pensa e quais influências trazem de sua aprendizagem anterior, formal ou informal. Nessa perspectiva Hadamard (1945, p. 49):

Muitas vezes, ao tentar ensinar, os professores se debruçam demasiadamente sobre cada parte de um argumento, não apresentando a síntese que representaria o resultado. Se um aluno entende por si só essa síntese, “aprende” a Matemática, mas se ele sente que está faltando algo e não compreende o que está errado, fica totalmente perdido e não consegue superar a dificuldade.

Pensamento semelhante sobre o assunto, Krutetskii (1976, p.13) relata: “Um defeito básico na pesquisa com testes é a mera abordagem estatística no estudo e avaliação das habilidades – o tratamento matemático fetichista dos resultados dos testes, com uma completa ausência de interesse em estudar o processo de solução”. Dessa forma, para além da obtenção do resultado, segundo o autor é necessário que o professor atente para o processo que o aluno faz para chegar a este.

Já nas palavras de Brousseau (1983, p. 171):

O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se acredita nas teorias empiristas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso, ou simplesmente inadaptado. Os erros desse tipo não são instáveis e imprevisíveis, eles são constituídos em obstáculos.

Nesse contexto, o erro é visto como um aprendizado que agora não satisfaz, mas que anteriormente era válido, uma hipótese, porém se torna falso por não chegar ao objetivo, vindo a ser um obstáculo. Borasi (1996), por sua vez, propõe ambientes de aprendizagem nos quais o potencial dos erros pode ser aproveitado. Sua ideia é usar determinado erro para questionar se o resultado incorreto pode verificar-se, ao invés de tentar eliminá-lo.

Abordagem Metodológica

A pesquisa tem caráter bibliográfico, uma vez que parte da leitura crítica e levantamento sobre a questão do erro em materiais teóricos, tais como livros, artigos, teses e dissertações que abordam o erro na Educação Matemática.

A partir das leituras, nos aproximamos de três concepções epistemológicas, sua compreensão do erro e as possíveis implicações para a Educação Matemática. As concepções elencadas foram: abordagem behaviorista, abordagem piagetiana e a taxonomia de Borasi.

Para a apresentação dos resultados e análise da pesquisa, os dados foram estruturados em três categorias, uma para cada concepção. Em cada uma delas, apresentou-se brevemente a concepção, sua compreensão do erro e seu impacto em matemática.



Abordagem behaviorista:

O behaviorismo emerge dos estudos de Watson como uma análise experimental e teoria comportamental, em que o comportamento humano surge como objeto de estudo, levando em consideração a sua relação com o meio em que está inserido. Além de Watson se destaca Skinner, que desenvolveu estudos sobre o comportamento de crianças e adultos em diversos ambientes, segundo ele:

O ambiente entra em uma descrição do comportamento quando pode ser mostrado que uma determinada parte do comportamento pode ser induzida à vontade (ou de acordo com certas leis) por uma modificação em parte das forças que afetam o organismo. Tal parte, ou modificação de uma parte do ambiente é tradicionalmente chamada de um estímulo e a parte correlacionada do comportamento uma resposta. Nenhum dos termos pode ser definido quanto a suas propriedades essenciais sem o outro. Para a relação observada entre eles usarei o termo reflexo... (SKINNER, 1938, p. 9)

Dessa forma, o corpo reage a estímulos provocados naturalmente ou induzidos de acordo com a necessidade, o processo de repetição passa a ser parte da obtenção do que Skinner denomina reflexo (1938).

Na pedagogia de base empirista, como o erro é algo a ser evitado, ele não tem função pedagógica. Portanto, ele é aparentemente coibido na situação pedagógica e, em si mesmo, ignorado pelo professor. Frente aos erros dos alunos, como não há respaldo para uma análise dos processos geradores intrínsecos, preconizasse apenas um reforço dos procedimentos corretos envolvidos, no intuito de fazer aprender por repetição.

Na sala de aula de matemática, as práticas docentes que se pautam nessa concepção o erro deve ser eliminado de imediato. Para tanto, o ensino de procedimentos matemáticos é o ponto chave e a repetição das estratégias o papel do aluno. Nesse contexto, encontramos, por exemplo, a repetição de algoritmos e exercícios de seguir modelos.

Abordagem piagetiana

A Teoria Construtivista surgiu a partir dos estudos e experimentos do suíço Jean Piaget. Segundo ele, o processo de ensino e aprendizagem acontece através de níveis de aprendizagens que são modificados conforme a criança se desenvolve, interage com o meio, interação social e adaptação a determinadas situações. Para Piaget (2007, p.1), o conhecimento

não pode ser concebido como algo predeterminado nem nas estruturas internas do sujeito, porquanto estas resultam de uma construção efetiva e contínua, nem nas características preexistentes do objeto, uma vez que elas só são conhecidas graças á



mediação necessária dessas estruturas, e que essas, ao enquadrá-las, enriquecem-nas.

Nessa concepção, a criança já tem conhecimentos, problematiza suas hipóteses e constrói a partir disso um novo conhecimento. No processo de construção das estruturas lógicas, os erros, segundo Piaget (1976), são produzidos como resultado dos conflitos cognitivos que os sujeitos vivem no esforço para se adaptarem a novas situações. O erro é um elemento integrante do processo de construção do conhecimento, sinalizando ao professor níveis provisórios de aproximação com relação ao objeto de conhecimento. O erro não precisa ser condenado, mas compreendido.

Nas aulas de matemática, as implicações que emergem referem-se ao erro como a expressão da hipótese matemática que o aluno possui sobre determinado conceito. Nesse sentido, a docência intenta realizar aproximações sucessivas do pensamento matemático a ser elaborado e sintetizado na condição de conceito.

Taxonomia de Borasi

Rafaella Borasi trabalha em Educação Matemática com ênfase na análise de erros. Seus estudos tem por objetivos reformar a Matemática Escolar. A autora sugere o abandono dos professores à simples transmissão de conhecimento e o encorajamento dos alunos à exploração e verbalização das ideias, raciocínio e argumentação.

Dessa forma, o aluno deixa de ser pressionado pelo sistema escolar, onde normalmente são evidenciados os erros, as tentativas e o tempo gasto na resolução de atividades. A avaliação se desloca do produto para o processo, onde os erros são discutidos em conjunto com o professor e o aluno, se torna parte do aprendizado, se tornando fonte de um novo aprendizado e exploração do conteúdo. De acordo com Cury (2019, p.37 e 38):

Um das contribuições mais interessantes dessa autora é o que ela chama de “taxionomia de usos dos erros como trampolins para a pesquisa”, que apresenta em um quadro sucessivamente reformulado, reproduzindo, aqui, com algumas adaptações e simplificações da última versão:

Para elaborar sua ideia, Borasi (1996) níveis de discurso matemático, como na tabela abaixo.

Quadro 1 – Taxionomia de Borasi para os usos dos erros

	Nível de discurso matemático		
Objetivo da aprendizagem	Realização de uma tarefa matemática específica.	Compreensão de algum conteúdo técnico-matemático.	Compreensão sobre a natureza da Matemática.
Remediação	Análise de erros	Análise de erros	Análise de erros

	detectados, para compreender o que houve de errado e corrigir, de forma a realizar a tarefa com sucesso.	detectados, para esclarecer más interpretações de um conteúdo técnico-matemático.	detectados, para esclarecer más interpretações sobre a natureza da Matemática ou de conteúdos específicos.
Descoberta	Uso construtivo de erros no processo de resolução de um novo problema ou tarefa; Monitoramento do trabalho de alguém, para identificar potenciais enganos.	Uso construtivo de erros ao aprender novos conceitos, regras, tópicos, etc.	Uso construtivo de erros ao aprender sobre a natureza da Matemática ou de algum conteúdo matemático.
Pesquisa	Erros e resultados intrigantes motivam questões que geram pesquisas em novas direções e servem para desenvolver novas tarefas matemáticas.	Erros e resultados intrigantes motivam questões que podem levar a novas perspectivas sobre um conceito, regra ou tópico não contemplado no planejamento original.	Erros e resultados intrigantes motivam questões que podem levar a <i>insights</i> e perspectivas inesperadas sobre a natureza da Matemática ou de algum conteúdo matemático.

Fonte: Borasi, 1996.

Essa taxonomia relaciona três níveis do discurso matemático (realização de uma tarefa, compreensão de um conteúdo e compreensão sobre a natureza da Matemática) a três objetivos da Matemática (remediação, descoberta e pesquisa). As maneiras apresentadas podem ser utilizadas juntas ou separadas pelo professor, dessa forma os erros se tornam oportunidades para a aprendizagem e pesquisa, o aluno passa a ver o erro como parte do processo não como o final.

Partindo do estudo de análise de erros no contexto escolar e apoiado nos estudos de Borasi e seus métodos de aprendizagem onde o professor passa a encorajar o aluno a superar o erro e percebe-lo como oportunidade de um novo olhar pela atividade realizada.

Considerações finais

Neste artigo nosso objetivo foi problematizar possíveis implicações de três abordagens teóricas do erro para o processo pedagógico em Educação Matemática, para tanto levantamos alguns materiais bibliográficos sobre o assunto em questão, onde destacamos três abordagens específicas para o contexto escolar.

Na abordagem behaviorista levam em consideração que o aprendizado ocorre através da interação do aluno com o meio, ou seja, é necessário que se realize exercícios de forma repetitiva até que ocorra a superação do erro. Piaget parte de outra visão que o erro necessita ser compreendido, para tanto a criança procura através de experiências vividas associadas ao



novo formular hipóteses para alcançar o aprendizado e o erro é parte do processo de construção. Rafaela Borasi parte de um novo contexto escolar dentro do estudo da Matemática, pois estimula o professor a instigar o aluno a produzir seu próprio conhecimento através de estímulos, argumentação, verbalização e exploração a partir do erro encontrado na realização das atividades.

Partindo do estudo de análise de erros no contexto escolar e apoiado nos estudos aqui abordados, superar o erro e percebê-lo como oportunidade de um novo olhar no ensino da matemática.

Referências

AGOSTINHO, Santo. **A Cidade de Deus: contra os pagãos**. Parte 2 (livros 11-22). Petrópolis, RJ: Vozes, 1999.

ARISTÓTELES. **Metafísica**. Traduzido por Valentin García Yebra. 2. ed. Madrid: Gredos, 1982.

CHEVALLARD, Yves; FELDMANN, Serge. Pour une analyse didactique de l'évaluation. **Marseille: IREM**, 1986.

BORASI, Raffaella. **Reconceiving mathematics Instruction: a Focus on Errors**. Norwood, Nj: Ablex Publishing Corporation, 1996.

BROUSSEAU, Guy. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. **Recherches em didactique des Mathématiques**, v4, n.2, p. 165-168, 1983.

CURY, Helena N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 3ª ed. 2019.

GENTILE, A. **Skill acquisition: action, movement and neuromotor process**. Rockville. MD. Aspen. 1987.

HADAMARD, Jacques. **Na essay on the psychology of invention in the mathematical field**. Princeton: Princeton University Press, 1945.

KRUTETSKII, Vadim A. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren**. Chicago: The University of Chicago Press: 1976.

LEIBNIZ, G.W.. **Ensaio de Teodiceia**, tradução de William de Siqueira Piauí e Juliana Cecci Silva, Estação Liberdade, São Paulo, 2013.

LOCKE, John. **Ensaio acerca do entendimento humano**. São Paulo: Nova Cultural, 1988.

PIAGET, J. **A equilibração das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro: Zahar, 1976



PLATÃO. **Sofista**. Trad. Jorge Paleikat e João Cruz Costa. Victor Civita. São Paulo, 1972.

PIAGET, J. **Epistemologia genética**. Tradução de Álvaro Cabral. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007

SKINNER, B. F. **The behavior of organisms**. New York: Appleton-Century, 1938.

THORNDIKE, E. L. **A nova metodologia da aritmética**. Porto Alegre: Globo, 1936.